

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Плотная глюонная материя в соударениях ядер

А.В. Леонидов

Рассматриваются теоретические и феноменологические аспекты физики соударений тяжелых ядер при высоких энергиях. Основное внимание уделяется идеям, связанным с теоретическими и феноменологическими аспектами физики конденсата цветного стекла.

PACS numbers: 12.38.-t, 12.38.Mh, 13.85.-t, 25.75.Nq

Содержание

1. Введение (345).
 - 1.1. Развитие теоретических представлений. 1.2. Приложения к феноменологии.
2. Древесное описание: модель Мак-Леррана – Венугопалана (349).
 - 2.1. Физическая картина. 2.2. Классическое решение. 2.3. Глюонное распределение в модели Мак-Леррана – Венугопалана: предел малой плотности. 2.4. Глюонное распределение в модели Мак-Леррана – Венугопалана: насыщение.
3. Квантовые поправки в пределе высоких энергий (353).
 - 3.1. Ренормализационная группа. 3.2. Линейная эволюция: предел Балицкого – Фадына – Кураева – Липатова. 3.3. Нелинейное уравнение эволюции. 3.4. Насыщение и унитарность.
4. Плотная глюонная материя в соударениях ядер (358).
 - 4.1. Смешанная модель. 4.2. Рождение партонов и явление насыщения в ядерных соударениях. 4.3. Эффекты взаимодействия: на пути к термализации?
5. Заключение (365).

Список литературы (366).

1. Введение

Для описания физики сильных взаимодействий и, в частности, процессов множественного рождения при высоких энергиях в рамках квантовой хромодинамики (КХД) требуется установление четкого различия между теоретико-возмущенческими (пертурбативными) и непертурбативными элементами теории и их вкладом в физику рассматриваемого явления. Хорошо известно, что пертурбативное описание в терминах элементарных возбуждений теории — кварков и глюонов — применимо

только для процессов, характеризуемых большой передачей энергии-импульса и соответственно малыми пространственно-временными масштабами. На больших временах (расстояниях) теория характеризуется, с точки зрения описания в терминах кварков и глюонов, режимом сильной связи. При переходе от режима слабой связи к режиму сильной связи картина исходного теоретико-возмущенческого описания должна быть дополнена новыми элементами. В большинстве случаев таким элементом является мягкое фоновое глюонное поле, в котором закодирована та часть непертурбативной информации, которую необходимо учесть. В новом описании элементарные возбуждения рассматриваются как распространяющиеся в соответствующем фоновом поле. Другая возможность состоит в прямом рассмотрении глюонных струн, натягивающихся между конститuentными кварками или глюонами. Чаще всего связь между пертурбативным и непертурбативным описаниями устанавливаются, предполагая наличие партоно-адронной дуальности, что позволяет сравнивать результаты вычислений, выполненных в кварк-глюонных и адронных терминах. Классический пример такого рода — вычисление характеристик адронных резонансов (например ρ -мезона) с использованием правил сумм КХД.

Главной темой настоящего обзора являются теория и феноменология процессов множественного рождения в ядерных соударениях, рассматриваемые в рамках квазиклассического подхода, развивающегося в течение последнего десятилетия — физики конденсата цветного стекла (КЦС) (см., например, недавние обзоры [1–3]). Подход КЦС базируется на технике пересуммирования в рамках теории возмущений КХД. В других подходах к описанию ядерных соударений при высоких энергиях используются или одновременный учет мягких (непертурбативных) и жестких (пертурбативных) степеней свободы с их объединением путем вложения в базовую глауберовскую геометрию соударений [4], или теория глюонных струн, натягивающихся между быстрыми конститuentными степенями свободы [5, 6]. Большое внимание уделяется также статистическому подходу к описанию соударений при высоких энергиях. В этом подходе ключевую роль играет механизм превращения

А.В. Леонидов. Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Ленинский просп. 53, Российская Федерация, Государственный научный центр Российской Федерации "Институт теоретической и экспериментальной физики", 117259 Москва, ул. Б. Черемушкинская 25, Российская Федерация
Тел. (095) 132-29-29
E-mail: leonidov@td.lpi.ru

Статья поступила 20 апреля 2004 г.,
после доработки 19 июля 2004 г.

партоновой материи в адронную через фазовый переход конфайнмент – деконфайнмент. Детальный анализ физики этого перехода можно найти в [7]. Процессы множественного рождения в ядерных соударениях при высоких энергиях привлекают повышенное внимание, в частности, в связи с новыми интересными экспериментальными результатами, полученными на ускорителе RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider) (см., например, обзор [8]).

Подчеркнем также, что многие аспекты физики множественного рождения при высоких энергиях универсальны, так что сравнение результатов, полученных для различных процессов множественного рождения, — ядерных соударений, e^+e^- -аннигиляции в адроны [9–11] или адронных соударений [12], всегда интересно и поучительно [13]. Специфической особенностью ядерных соударений является параметрически большая плотность первичных глюонных мод из-за A -зависимого (здесь A — атомный номер ядра) усиления универсального пертурбативного возрастания глюонной плотности при высоких энергиях.

В настоящем обзоре предпринимается попытка сбалансированного рассмотрения как теоретических, так и феноменологических аспектов физики ультрарелятивистских соударений тяжелых ионов в контексте квазиклассической картины, связанной с КЦС.

1.1. Развитие теоретических представлений

Общепризнанной теорией сильных взаимодействий является неабелева калибровочная теория — квантовая хромодинамика. Необычность КХД состоит в том, что она формулируется в терминах цветных степеней свободы — кварков и глюонов, которые не наблюдаются в свободном состоянии из-за конфайнмента цвета. Строгое описание соответствующей физической картины пока не выработано, поэтому при применении КХД к анализу процессов рассеяния при высоких энергиях приходится комбинировать вычисления, опирающиеся на лагранжиан КХД, с феноменологическими представлениями. До появления КХД основой для феноменологического описания адронных процессов при высоких энергиях служила партоновая модель. Современная физическая картина, в которой процесс рассеяния формулируется в терминах кварковых и глюонных полей, от которых зависит действие КХД, носит название КХД-партоновой модели. Как следует уже из самого названия, в КХД-партоновой модели партоновыми степенями свободы являются кварки и глюоны. Несмотря на некоторые принципиальные ограничения, связанные с технической реализацией КХД-партоновой модели (выделенная роль аксиальных и планарных калибровок, различное описание процесса рассеяния в разных системах отсчета), КХД-партоновая модель является в настоящее время базальтернативным стандартным языком для описания процессов рассеяния при высоких энергиях.

Основной целью настоящего обзора является описание в рамках калибровочной теории взаимодействий — КХД — различных характеристик процессов рассеяния с участием высокоэнергетических адронов и ядер, которым свойственна высокая плотность партоновых мод, принимающих участие во взаимодействии на ранней стадии соударения.

Рассмотрим, например, рассеяние цветного пробника — кварк-антикваркового диполя — на адронной

(ядерной) мишени. В рамках КХД-партоновой модели этот процесс описывается в терминах рассеяния кварка и антикварка в цветном диполе на кварках и глюонах мишени с возможным рождением новых глюонов и кварков. Сечение рассеяния пробника на мишени зависит от кинематических характеристик процесса (например продольного и поперечного импульсов пробника). В терминах партоновых мод мишени это означает, что пробники разных размеров "видят" в мишени различные партоновые конфигурации. Изменение партоновых конфигураций (партоновой плотности) с изменением характерной шкалы процесса (кинематических характеристик пробника) описывается уравнениями эволюции КХД. В частности, эволюция партоновых плотностей с изменением поперечного импульса пробника описывается в главном логарифмическом приближении теории возмущений (Leading Logarithmic Approximation, LLA) уравнением Докшицера – Грибова – Липатова – Алтарелли – Паризи (ДГЛАП) [14], а с изменением продольного импульса — уравнением Балицкого – Фадиной – Кураева – Липатова (БФКЛ) [15]. Отметим, что как уравнение ДГЛАП, так и уравнение БФКЛ линейны по партоновой плотности. Несколько упрощая, можно сказать, что линейное приближение по плотности партонов отражает их разреженность в плоскости прицельного параметра, так что в единичном акте соударения один из цветных зарядов пробника взаимодействует только с одним кварком или глюоном. Решения уравнений эволюции КХД используются при вычислении различных физических величин, таких, как структурные функции, поток поперечной энергии и т.д.

Чтобы построить самосогласованный теоретический формализм, применимый при высоких энергиях, необходимо дать описание нелинейных эффектов для корреляторов цветных возмущений в плотной партоновой среде. С физической точки зрения указанная необходимость связана с тем, что с повышением энергии соударения партоны мишени все плотнее заполняют плоскость прицельного параметра и линейное приближение по плотности становится начиная с некоторых значений энергий неприменимым [16].

С технической точки зрения потребность в построении нелинейного обобщения линейных уравнений эволюции особенно очевидна в случае LLA по энергии, где решению уравнения БФКЛ, суммирующему главные логарифмические поправки по энергии, отвечают сечения, растущие с энергией в высокоэнергетической асимптотике степенным образом, — результат, противоречащий требованию унитарности теории и, как минимум, означающий недостаточность линейного приближения для понимания высокоэнергетической асимптотики КХД. Естественное направление исследований в такой ситуации — изучение поправок, нелинейных по плотности партонов и отвечающих, например, за взаимное экранирование партонами мишени друг другом при больших партоновых плотностях. Качественная важность таких эффектов была продемонстрирована в пионерской работе [16], в которой также были сделаны первые количественные оценки нелинейных эффектов. В частности, в [16] была рассмотрена квадратичная нелинейность в дважды логарифмическом приближении (режим больших энергий и больших переданных импульсов), в котором удерживаются вклады вида $O(\alpha_s \log p_\perp^2 \log s)$ (здесь α_s — константа связи сильных

взаимодействий, p_{\perp} — поперечный импульс, s — квадрат энергии соударения), а коэффициент при квадратичном члене был вычислен в [17]. Феноменологические аспекты физики, связанной с нелинейными вкладами, обсуждались, в частности, в обзорах [18, 19].

Последовательное построение описания высокоэнергетической асимптотики КХД в терминах вспомогательных реджеонных степеней свободы в перекрестном t -канале было предложено Л.Н. Липатовым (см. обзор [20] и упомянутую там литературу). Отметим, что описание в терминах реджеонов возникает в КХД при весьма специальном суммировании собственно-энергетических (виртуальных) вкладов в пропагатор глюонов, которыми обмениваются рассеивающиеся частицы. В частности, в [21] было построено эффективное действие, включающее в себя как глюонные, так и реджеонные степени свободы. Отметим, что связь результатов, полученных в рамках реджеонного подхода и обсуждаемого в настоящем обзоре формализма вильсоновской ренормализационной группы (РГ) (в котором реджеонные степени свободы не рассматриваются), остается пока неясной. Этот вопрос представляется очень важной темой для дальнейших исследований. Важный шаг в этом направлении сделан в недавней работе [22], в которой в рамках реджеонного формализма выведено уравнение Балицкого–Ковчегова (см. раздел 3.3.3). Таким образом, в настоящее время это уравнение выведено во всех используемых подходах (операторного разложения, вильсоновской РГ, дипольной модели и реджеонном).

Быстрый рост с увеличением энергии числа глюонных степеней свободы, которые необходимо привлечь для описания физики процессов с сильным взаимодействием, приводит к идее использования квазиклассического (древесного) описания конфигурации цветных полей в ядрах как базового блока теории процессов высоких энергий [23]. Необходимость коллективного описания глюонных мод в режиме высоких плотностей естественно приводит к представлению неупорядоченного цветного конденсата¹ как характерного состояния глюонной материи в этом пределе. Описание в терминах КЦС возникает для адронов (ядер), движущихся со скоростью, близкой к скорости света. Вследствие лоренц-сжатия они наблюдаются в виде тонких дисков, распространяющихся вдоль светового конуса. Соответствующий формализм реализуется в форме двумерной классической эффективной теории, справедливой в некотором интервале бёркеновских $x = p^+/P^+$, где P^+ — продольный импульс ядра, а p^+ — продольный импульс партона. Физическое содержание модели определяется заданием источника классического глюонного поля. Модель Мак-Леррана–Венугопалана (МВ) [23] предлагает рассматривать в качестве источников партоны (конституэнтные кварки и жесткие глюоны), переносящие значительную часть продольного импульса ядра. Эти источники генерируют мягкое глюонное поле, т.е. глюонные моды с малыми x в волновой функции ядра. Справедливость классического описания связана с большими значениями чисел заполнения $\sim 1/\alpha_s$, где кон-

станта связи сильных взаимодействий $\alpha_s \equiv g^2/4\pi$, g — цветной заряд, так что соответствующие глюонные конфигурации могут описываться (см. раздел 2.2, уравнение (9)) в терминах сильных глюонных полей² $A^i \sim 1/g$. Картина, отвечающая физике КЦС, похожа на используемую в физике неупорядоченных магнитных систем. Говоря подробнее, усреднение по конфигурации быстрых цветных источников, т.е. конституэнтных кварков и жестких глюонов, генерирующих мягкое глюонное поле, должно осуществляться *после* вычисления корреляторов квантовых глюонных мод. Таким образом, оно полностью аналогично усреднению по беспорядку в неупорядоченных магнетиках.

По построению модель МВ дает классическое древесное описание глюонного поля, генерируемого конституэнтными источниками в ядре. В пределе малой плотности (больших поперечных импульсов) результаты модели совпадают с результатами соответствующих вычислений в низшем порядке теории возмущений КХД. В пределе большой плотности источников (малые поперечные импульсы) модель предсказывает *насыщение* глюонного распределения. Изменение поведения глюонного распределения, позволяющее избежать неконтролируемого "пертурбативного" роста при малых поперечных импульсах происходит на новой важной шкале теории — шкале насыщения Q_s . Соответствующая физическая картина (в терминах трехмерного взаимодействия) была впервые рассмотрена в работе [16]. Квазиклассическая интерпретация явления насыщения была предложена в работе [24], результаты которой были затем подтверждены в [25].

Рассматриваемая эффективная теория справедлива в ограниченном интервале x . Чтобы проанализировать вклад глюонных мод с меньшими x , необходимо передвинуть характерную шкалу эффективной теории (характерный продольный импульс источников) ближе к физической шкале процесса $p^+ \ll P^+$, которая определяется соответствующими кинематическими характеристиками пробника. Указанная "передвижка" осуществляется интегрированием по квантовым флуктуациям глюонных мод в кинематическом интервале, "открывающемся" при сдвиге шкалы. Возникающая процедура технически описывается в терминах вильсоновской РГ с эволюцией по быстроте, впервые рассмотренной в [24]. Для проведения расчетов во всех порядках по плотности необходимо вычислить точный (по внешнему полю) пропагатор квантовых флуктуаций в соответствующем фоновом поле. Эта технически очень сложная задача рассматривалась в ряде публикаций [24, 26–31].

Исторически важный шаг, который необходимо было сделать для завершения построения формализма, разбитого в [23, 24, 26], состоял в построении правильного эффективного действия, с помощью которого можно было бы воспроизвести в линейном режиме уравнение эволюции БФКЛ. Такое действие было построено в работе [32], в которой было показано, что искомое эффективное действие содержит, в дополнение к стандартному янг-миллсовскому члену S_{YM} , вклад S_W , описывающий нелинейное эйкональное взаимодействие

¹ Отметим, что термин "конденсат" используется в этом случае как описание системы глюонных мод с параметрически большими числами заполнения и не связан с появлением нового параметра порядка.

² Термин "сильное поле" употребляется здесь в контексте диаграммной техники, где функции Грина полей A^i "сокращают" часть множителей g в вершинах диаграмм, перестраивая тем самым структуру теории возмущений.

тока быстрых источников J^+ с квантовыми флуктуациями калибровочного потенциала A^- (на древесном уровне $A^- = 0$). Важно отметить, что вклад однопетлевых диаграмм, который в дальнейшем мы будем для простоты называть виртуальным, в уравнение БФКЛ возникает благодаря именно таким нелинейным взаимодействиям³. Упомянем также работу [34], где действие, аналогичное предложенному в [32], построено в рамках прозрачной физической картины прецессирующих цветных спинов и глюонных полей.

Следующий шаг в понимании нелинейных эффектов в КХД при высоких энергиях был сделан в [35], где было выведено общее функциональное уравнение эволюции в LLA-теории. Это уравнение позволяет записать зацепляющуюся цепочку уравнений эволюции для партонных корреляторов произвольного порядка. Доказано, что для полного описания нелинейных эффектов в LLA необходимо вычислить два ядра нелинейного уравнения эволюции — виртуальное (отвечающее вкладом диаграмм с виртуальной петлей) $\sigma(x_\perp)$ и реальное (отвечающее вкладом диаграмм, описывающих излучение реального глюона) $\chi(x_\perp, y_\perp)$, являющиеся нелинейными функционалами фонового глюонного поля и обобщающие соответствующие ядра линейного уравнения эволюции БФКЛ. Общее нелинейное уравнение эволюции, впервые полученное в [35], впоследствии было выведено различными способами [29, 30, 36, 37]. Отметим, что в пределе линейных ядер получаемая цепочка уравнений эволюции формально совпадает с известными уравнениями Бартелса–Квисинского–Прасаловича (БКП), выведенными в рамках реджеонного формализма [38].

Первое явное вычисление ядер $\sigma(x_\perp)$ и $\chi(x_\perp, y_\perp)$ было опубликовано в [27]. В настоящем обзоре мы опишем некоторые детали вычислений, выполненных в работах [28–30]. Отметим, что результаты, полученные в [27] и [28–30], различаются, по крайней мере, в калибровке светового конуса и системе бесконечного импульса. Источник этого несоответствия пока не ясен. Тем не менее в обоих случаях показано [30, 39], что после перехода в ковариантную калибровку и координатного преобразования в систему покоя мишени воспроизводятся уравнения работ [40, 41]. Это делает различие результатов для ядер, полученных в [27] и [28–30] для калибровки светового конуса, весьма загадочным.

В процессе вычисления ядер уравнений эволюции в работах [28–30] получен ряд результатов, проясняющих общую структуру применения формализма вильсоновской РГ к КХД-партонной модели. В частности, в [28] построена формулировка КХД-партонной модели на комплексном временном контуре, необходимость в которой возникает в связи с наличием зависящих от времени эйкональных взаимодействий. Эта формулировка позволила прояснить симметричную структуру задачи и дать строгое определение партонных корреляторов как одновременных функций Вайтмана, аналогичных рассматриваемым в физике многих тел. Показано, в частности, что в LLA по энергии можно ограничиться

рассмотрением теории на действительном временном контуре.

Результаты явных аналитических вычислений [27, 29, 30] позволили сравнить описание эволюции квантовых корреляторов в формализме вильсоновской РГ с уравнениями эволюции, полученными ранее в формализме операторного произведения [40], а также при явном вычислении диаграмм Фейнмана в формализме дипольной модели [41], и подтвердить их эквивалентность. Отметим, что нелинейные эффекты, рассматриваемые в [40, 41], по существу, связаны с бесцветным реджеонным вертексом $2 \rightarrow 4$ (трехмеронным взаимодействием).

Подробный анализ решений нелинейного ренормгруппового уравнения эволюции выявил ряд важных и интересных эффектов [42–48]. Первый и, вероятно, самый важный вывод состоит в том, что квантовые поправки не меняют базисной картины нелинейных эффектов насыщения, предсказываемых в модели МВ на древесном уровне. Эффекты, связанные с квантовой эволюцией, проявляют себя в зависимости шкалы насыщения Q_s от энергии и поперечного импульса. Второй важный результат, представленный в [44, 45], — это построение эффективного описания для всех плотностей (поперечных импульсов) в гауссовом приближении (приближении среднего поля), в котором необходимо задать только двухточечную функцию, отражающую усреднение по источникам и обеспечивающую плавную интерполяцию между режимами низкой и высокой плотности.

Как упоминалось выше, важнейшая задача, стоящая перед программой пересуммирования ряда теории возмущений КХД при высоких энергиях, — это решение проблемы пертурбативного нарушения унитарности. Заранее, разумеется, не ясно, существует ли чисто пертурбативное решение проблемы, или, возможно, достаточно учесть все вклады по плотности с помощью построенного нелинейного уравнения эволюции. Детальный анализ этой проблемы проведен в работе [49] (в дважды логарифмическом приближении) и работах [50–53]. Выяснено, что полученное нелинейное уравнение эволюции разрешает проблему нарушения унитарности только для рассеяния с фиксированным прицельным параметром. Весьма вероятно, что полное решение задачи будет, в конце концов, существенно пертурбативным. Причина появления такого предположения заключается в необходимости генерации массивного возбуждения в спектре теории, обеспечивающего экспоненциальный спад амплитуды взаимодействия в плоскости прицельного параметра и соответственно выполнение ограничения Фруассара (см. раздел 3.4, уравнение (83)). В безмассовых неабелевых теориях, таких, как КХД, — это абсолютно пертурбативное явление.

1.2. Приложения к феноменологии

Ключевым вопросом физики плотной партонной среды является количественная оценка роли пертурбативных мод в динамике ранней стадии ядерных реакций. Ясный пример формализма, в котором жесткая динамика может быть отделена от мягкой, предоставляет физика КХД-струй, в которой жесткие первичные партонные подпроцессы приводят к появлению хорошо коллимированных потоков адронов в конечном состоянии. Практические аспекты экспериментального детектирования струй накладывают, однако, существенные ограничения на исследование кинематики исходного рассеяния парто-

³ Можно показать, что с использованием такой же техники можно вывести и "обычное" уравнение ДГЛАП, отвечающее эволюции по поперечным импульсам [33]. Для этого вывода требуется только линейный вклад от эйконального члена. Структура РГ в этом случае более сложна и нуждается в дальнейшем анализе.

нов — соответствующий минимальный поперечный импульс составляет 50–100 ГэВ (см., например, [4, 19]). Искушение распространить пертурбативный подход на меньшие поперечные импульсы приводит к формулировке министральной философии к описанию множественного рождения при высоких энергиях, изложенному в детальных обзорах [4, 19]. Главным (весьма радикальным) предположением физики министральной философии является наличие прямой связи между пертурбативными диаграммами низших порядков и неупругим сечением, что позволяет провести оценку числа партонов, принимающих участие в формировании потока поперечной энергии. Из-за инфракрасной расходимости базового сечения $2 \rightarrow 2$ доминирующая часть вычисленного таким образом пертурбативного вклада в неупругое сечение приходит от окрестности инфракрасного обрезания, которое вводится "вручную". Вычисления, выполненные в рамках министральной философии [54–57], сыграли решающую роль в получении первоначальных оценок возможности рождения горячей и плотной партонной материи на ранней стадии ядерных соударений. Оценки числа министральных глюонов, сделанные в [54–57], технически базировались на механизме перерасеяния партонов в низшем порядке и коллинеарной факторизации. Необходимость рассмотрения многих бинарных соударений в одном событии привела к использованию нестрогих схем, таких, как эйкональная унитаризация [58].

Особая роль министральной философии в артикуляции физической картины ранней партонной динамики объясняет интерес к более подробному анализу их возможного участия в формировании неупругого сечения. Строгие пертурбативные вычисления могут быть проведены только для инфракрасно-стабильных наблюдаемых (см., например, [59]), для которых, в пренебрежении непертурбативными вкладами, поведение физической величины полностью определяется теорией возмущений. Поскольку партонные степени свободы не могут наблюдаться в виде хорошо коллимированных потоков адронной поперечной энергии, естественно рассмотреть [60] инфракрасно-стабильную величину — поток поперечной энергии в заданный интервал быстрот. Это вычисление можно сделать в следующем за ведущим порядке [60]. Детальный анализ анатомии потока поперечной энергии в адронных соударениях [61], выполненный с помощью монте-карловского генератора HJING [62], демонстрирует доминирующую роль непертурбативных степеней свободы при поперечных энергиях порядка нескольких десятков гигаэлектронвольт. Интересной величиной, позволяющей разделить полужесткие и мягкие вклады в неупругое сечение, является азимутальная асимметрия потока поперечной энергии, проанализированная в [63, 64]. Главная идея этих работ состоит в том, что из-за базовой специфики полужесткого и мягкого механизмов угловая асимметрия потока поперечной энергии может возникнуть только благодаря полужесткому механизму, позволяя тем самым выделить пертурбативный вклад.

В традиционном подходе к описанию ядерного рассеяния пертурбативные и непертурбативные компоненты рассматривались одновременно, в результате чего полужесткие министральные и мягкие струнные вклады смешивались. Большинство приложений было развито в рамках соответствующих монте-карловских генераторов HJING [62] и PYTHIA [65]. Одним из наиболее впечатляющих результатов, полученных в этом под-

ходе, является открытие резко неоднородной, турбулентной природы рождения поперечной энергии глюонов [66].

Как уже упоминалось в разделе 1.1, в современном понимании физики ядерных соударений при высоких энергиях важная роль отводится нелинейным взаимодействиям в плотной партонной среде. Анализ роли таких эффектов в министральной философии рождения поперечной энергии впервые был проведен в [57]. Главным ингредиентом физической картины рождения поперечной энергии, рассмотренной в [57], являлось утверждение, что доминирующий вклад в поперечную энергию, рожденную на ранней стадии соударений, происходит от министральных, имеющих поперечные импульсы порядка шкалы насыщения. Эта гипотеза составляет фундамент феноменологии ранней партонной динамики соударений тяжелых ионов, основанной на физике насыщения.

Физический сценарий, обозначенный в [57], анализировался с различных точек зрения в работах [67–73]. Одним из основных направлений исследований явилось развитие описания рождения глюонов на древесном уровне, распространяющего формализм модели MB на вычисление сечений рождения глюонов. Первое полное вычисление рождения глюонов в соударении двух ядер в низшем порядке по глюонной плотности было проделано в [67]. В развитие результатов [25] задача нахождения спектра глюонов в ядерных соударениях во всех порядках по плотности глюонов обсуждалась в [70], где некоторые упрощающие предположения относительно учета вклада различных диаграмм позволили получить ответ в аналитическом виде. Большое внимание уделялось также численному анализу рождения глюонов в ядерном рассеянии [74–81]. Этот существенно непертурбативный подход весьма перспективен.

Экспериментальные данные, полученные на RHIC [82–85], позволили проверить главные предсказания физики КЦС в режиме RHIC [86–90]. Одним из наиболее интересных вопросов, возникающих при описании ранней стадии ядерных соударений, является роль перерасеяния первоначально рожденных глюонов. В недавних работах [89, 91–93] дается подробное рассмотрение этого вопроса в рамках модели насыщения в КЦС, включающее весьма детальный анализ [89], выходящий за рамки приближения бинарных соударений.

Общий вывод состоит в том, что экспериментальные данные находятся в качественном согласии с КЦС-инспирированными моделями. Отметим вместе с тем, что поперечный масштаб, характеризующий рождение партонов при значениях энергии RHIC, кажется слишком малым для надежного использования теории возмущений.

2. Древесное описание: модель Мак-Леррана – Венугопалана

2.1. Физическая картина

Начнем с описания физической картины тяжелого ядра в рамках КХД-партонной модели, упоминавшейся в разделе 1. Рассмотрим ядро, движущееся вдоль оси z , имеющее 4-импульс $P^\mu = (P^0, 0, 0, P^z)$. При описании ультрарелятивистских частиц удобно ввести так называемые координаты на световом конусе. Для декартова 4-вектора v^μ координаты на световом конусе описываются как $v^\mu = (v^+, v^-, \mathbf{v}_\perp)$, где $v^\pm \equiv (1/\sqrt{2})(v^0 \pm v^z)$,

$v^- \equiv (1/\sqrt{2})(v^0 - v^3)$ и $\mathbf{v}_\perp \equiv (v^1, v^2)$. Скалярное произведение имеет вид $p \cdot x = p^+ x^- + p^- x^+ - p_\perp \cdot x_\perp$, где p^- и p^+ — энергия и продольный импульс, а x^+ и x^- — время и продольная координата на световом конусе соответственно.

Описание взаимодействующей материи в ядре, связанное с КХД-описанием, разделяет партонные (кварковые и глюонные) моды на две базисные категории. Первая из них включает в себя жесткие партоны (валентные кварки и жесткие глюоны), которые переносят существенную долю импульса на световом конусе P^+ и характеризуются в ведущем приближении свободным движением вдоль продольной оси z (так что их импульсы параллельны P^+). Жесткие партоны служат источником кварков и глюонов с параметрически малыми продольными импульсами $q^+ \ll P^+$ мягких мод.

Стержнем обсуждаемого в разделе 3 РГ-подхода является разделение глюонных мод в волновой функции ядра на световом конусе на "мягкие" и "жесткие" (поля и их источники) путем сравнения их продольного импульса p^+ с некоторой промежуточной продольной шкалой Λ^* , так что для жестких мод $p^+ > \Lambda^*$, а для мягких $p^+ < \Lambda^*$. Шкала $\Lambda^* \equiv x_* P^+$ должна быть такой, чтобы x_* был не слишком мал. Фактически процедура описываемой в разделе 3 вильсоновской РГ относит глюонные моды с $x \lesssim x_*$ к источникам, а моды с $x > x_*$ — к полям. Целью РГ-описания является количественный анализ физики глюонных мод с $x_* > x$. Напомним, что бёркеновский x характеризует продольную шкалу пробы, взаимодействующей с ядром. Ключевой особенностью области малых x ($x \ll 1$) является доминирование глюонов в волновой функции налетающей частицы.

При малых x (высоких энергиях) числа заполнения, характеризующие мягкие глюонные моды, велики. Это объясняет исходный пункт главной идеи модели МВ — описывать эти мягкие глюонные моды древесным классическим цветным излучением Вайцзеккера–Вильямса A_a^μ (нижний индекс a относится к цвету глюонной моды) жестких партонов, характеризующимся, в свою очередь, статической случайной плотностью цветного заряда ρ_a . Физическая картина, отвечающая такому разделению масштабов, может быть описана следующим образом.

Быстрые партоны, имеющие большие продольные импульсы p^+ , распространяются вдоль светового конуса, испуская и поглощая мягкие глюоны. В эйкональном приближении это отвечает наличию одной ненулевой компоненты излучающего тока в $+$ -направлении, $J_a^\mu = \delta^{\mu+} J_a^+$. Жесткие партоны делокализованы по продольной координате x^- на расстояниях $\Delta x^- \sim 1/p^+$ и выглядят (почти) точечными для мягкого излучения. Принципиальную важность имеет также и иерархия временных масштабов. Для мод вблизи массовой оболочки имеем $2p^+ p^- \sim p_\perp^2$, следовательно, согласно соотношению неопределенности мягкие глюоны обладают большими энергиями (частотами) $p^- \sim p_\perp^2/p^+$ и соответственно малыми временами жизни

$$\Delta x^+ \sim \frac{1}{p^-} \sim \frac{p^+}{p_\perp^2} \sim \frac{x P^+}{p_\perp^2}.$$

На таких малых временах динамика жестких мод эффективно заморожена, так что мягкие глюоны "зацеплены" за статические корреляторы жестких мод.

Цветной ток, относящийся к жестким модам, может быть записан, таким образом, в следующей форме:

$$J_a^\mu(x) = \delta^{\mu+} \rho_a(x^-, \mathbf{x}_\perp), \quad \partial^- \rho_a \equiv \frac{\partial \rho_a}{\partial x^+} = 0, \quad (1)$$

$$\text{supp } \rho_a = \left\{ |x^-| \leq \frac{1}{\Lambda^+} \right\}.$$

В неабелевых уравнениях движения, описывающих древесную динамику мягких глюонов, ток (1) играет роль источника:

$$[D_\nu, F^{\nu\mu}] = \delta^{\mu+} \rho_a(x^-, \mathbf{x}_\perp), \quad (2)$$

где D_ν — ковариантная производная, $F^{\nu\mu}$ — напряженность поля Янга–Миллса. Источник ρ_a является стохастической переменной с нулевым средним. Пространственные корреляторы $\rho_a(\mathbf{x})$ ($\mathbf{x} \equiv (x^-, \mathbf{x}_\perp)$) на шкале Λ^+ наследуются от (вообще говоря, статических) корреляторов жестких глюонов. Вес заданной конфигурации зарядов ρ_a определяется некоторым функционалом $W_\Lambda[\rho]$, являющимся по предположению калибровочно-инвариантным. Анализ глюонного поля, генерируемого источником ρ_a , наиболее прозрачен в калибровке светового конуса $A^+ = 0$.

Вычисление глюонных корреляторов в модели МВ происходит в два этапа:

- решение классических уравнений Янга–Миллса (2) в калибровке светового конуса $A^+ = 0$. Решение $A^i(\mathbf{x})[\rho]$ есть некоторый нелинейный функционал от ρ . В разделе 2.2 мы покажем, что всегда можно построить статическое решение уравнения (2), для которого $A^- = 0$;
- вычисление корреляторов на этом классическом решении путем усреднения по ρ с весом $W_\Lambda[\rho]$:

$$\langle A_a^i(x^+, \mathbf{x}) A_b^j(x^+, \mathbf{y}) \dots \rangle_A = \int \mathcal{D}\rho W_\Lambda[\rho] A_a^i(\mathbf{x}) A_b^j(\mathbf{y}) \dots, \quad (3)$$

где $\mathbf{x} \equiv (x^-, \mathbf{x}_\perp)$, а нормировка корреляторов фиксируется соотношением

$$\int \mathcal{D}\rho W_\Lambda[\rho] = 1. \quad (4)$$

Важно отметить, что корреляторы (3) зависят от шкалы Λ^+ . Как будет обсуждаться в разделе 2.2, эффективная теория, заданная уравнениями (2), (3), на самом деле справедлива для мод, продольные импульсы которых не слишком малы по сравнению со шкалой отсчета Λ^+ . При очень малых продольных импульсах $b\Lambda^+ < b \ll 1$ необходим учет (больших) квантовых поправок порядка $\alpha_s \ln(1/b)$. Для вычисления корреляторов на новой шкале $b\Lambda^+$ необходимо построить новую эффективную теорию путем интегрирования по квантовым степеням свободы с продольными импульсами в полосе $b\Lambda^+ < |p^+| < \Lambda^+$.

2.2. Классическое решение

Понимание структуры классического решения уравнения (2) является ключом к физике модели МВ. Прежде чем обратиться к неабелеву случаю, полезно рассмотреть его, абелево, упрощение, т.е. решить уравнение $\partial_\nu \mathcal{F}^{\nu\mu} = \delta^{\mu+} \rho(\mathbf{x})$, где $\mathcal{F}^{\nu\mu}$ — напряженность поля Янга–Миллса для классического решения, в калибровке светового конуса $A^+ = 0$. Для искомого статического решения получаем из компонент уравнений движения с $\mu = -$

и $\mu = i$, что $\mathcal{A}^- = 0$ (так что $\mathcal{F}^{-+} = \mathcal{F}^{i-} = 0$) и $\mathcal{F}^{ij} = 0$. Статическое решение, которое мы ищем, является, таким образом, двумерной чистой калибровкой

$$\mathcal{A}^i(p) = -\frac{p^i}{p^+} \frac{\rho(p^+, p_\perp)}{p_\perp^2}. \quad (5)$$

Чтобы полностью задать решение (в частности дать его описание в координатном пространстве), необходимо доопределить "аксиальный" полюс при $p^+ = 0$. Выберем предписание $1/p^+ \equiv 1/(p^+ + i\epsilon)$. В координатном пространстве это приводит к решению вида

$$\mathcal{A}^i(x^-, x_\perp) = \int_{-\infty}^{x^-} dy^- \partial^i \alpha(y^-, x_\perp), \quad (6)$$

убывающему при $x^- \rightarrow -\infty$. Функция $\alpha(\mathbf{x})$ удовлетворяет уравнению $-\nabla_\perp^2 \alpha(\mathbf{x}) = \rho(\mathbf{x})$. Различным предписаниям для аксиального полюса отвечает то же самое электрическое поле $\mathcal{F}^{i+}(\mathbf{x}) = \partial^i \alpha(\mathbf{x})$ и, следовательно, инвариантная относительно выбора предписания физика.

Обращаясь теперь к анализу неабелева случая, заметим, что для статической плотности заряда ρ уравнения (2) не являются, вообще говоря, самосогласованными. В самом деле, из тождества $[\mathbf{D}_\mu, [\mathbf{D}_\nu, F^{\nu\mu}]] \equiv 0$ вытекает ковариантное сохранение цветного тока $[\mathbf{D}_\mu, J^\mu] = 0$, так что рассматриваемый ток $J^\mu = \delta^{\mu+} J^+$ должен удовлетворять

$$[\mathbf{D}^-, J^+] \equiv \partial^- J^+ - ig[A^-, J^+] = 0,$$

что (при $\mathcal{A}^- \neq 0$) не имеет места. Ток является статическим только с точностью до изотопической прецессии, $J^+(x^+, \mathbf{x}) = \mathcal{W}(x^+, \mathbf{x}) \rho(\mathbf{x}) \mathcal{W}^\dagger(x^+, \mathbf{x})$, где ρ характеризует начальную конфигурацию зарядовой плотности при некотором $x^+ = x_0^+$, а $\mathcal{W}[A^-]$ есть упорядоченная по времени вильсоновская линия

$$\mathcal{W}[A^-](x^+, \mathbf{x}) \equiv \text{T exp} \left\{ ig \int_{x_0^+}^{x^+} dz^+ A^-(z^+, \mathbf{x}) \right\}. \quad (7)$$

По аналогии с описанным выше абелевым случаем можно, однако, рассмотреть классическое решение вида

$$A^+ = A^- = 0, \quad A^i \equiv \mathcal{A}^i(x^-, x_\perp). \quad (8)$$

Решение (8) инвариантно относительно калибровочных преобразований, независящих от x^- и x^+ , т.е. двумерных преобразований в поперечной плоскости. Тогда для $\mu = +$ имеем $[\mathbf{D}_i, F^{i+}] = \rho(\mathbf{x})$, а для $\mu = i$ — $[\mathbf{D}_j, F^{ji}] = 0$, получая отсюда решение в виде двумерной чистой калибровки ($\mathcal{F}^{ji} = 0$):

$$\mathcal{A}^i(x^-, x_\perp) = \frac{i}{g} U(x^-, x_\perp) \partial^i U^\dagger(x^-, x_\perp), \quad (9)$$

где $U(x^-, x_\perp)$ лежит в $SU(N)$ и неявно зависит от ρ . Поля \mathcal{A}^i в (9) можно обнулить калибровочным вращением $U^\dagger(\mathbf{x})$:

$$A^\mu \rightarrow \tilde{A}^\mu = U^\dagger A^\mu U + \frac{i}{g} U^\dagger \partial^\mu U, \quad (10)$$

оставляя единственный ненулевой вклад

$$\tilde{A}^+ = \frac{i}{g} U^\dagger(\partial^+ U).$$

Заметим, что преобразованный калибровочный потенциал удовлетворяет калибровочному условию ковариантной калибровки $\partial_\mu \tilde{A}^\mu = 0$, а преобразованные уравнения движения приобретают простой вид $-\nabla_\perp^2 \tilde{A}^+(\mathbf{x}) = \tilde{\rho}(\mathbf{x})$, где

$$\tilde{\rho}(\mathbf{x}) \equiv U^\dagger(\mathbf{x}) \rho(\mathbf{x}) U(\mathbf{x}) \quad (11)$$

есть классическая плотность заряда в развернутой калибровке. По аналогии с абелевым случаем удобно ввести новую функцию $\alpha(\mathbf{x}) \equiv \tilde{A}^+(\mathbf{x})$, удовлетворяющую уравнению $-\nabla_\perp^2 \alpha(\mathbf{x}) = \tilde{\rho}(\mathbf{x})$. При вычислении глюонных корреляторов удобно также использовать явное выражение для U в терминах α :

$$U^\dagger(x^-, x_\perp) = \text{P exp} \left\{ ig \int_{x_0^-}^{x^-} dz^- \alpha(z^-, x_\perp) \right\}, \quad (12)$$

где P обозначает упорядочение матриц $\alpha(\mathbf{x})$ слева направо в возрастающем (убывающем) порядке по x^- при $x^- > x_0^-$ ($x^- < x_0^-$). Различным выборам x_0^- отвечают решения, связанные остаточными двумерными калибровочными преобразованиями. Таким образом, мы построили в калибровке светового конуса классическое статическое решение $\mathcal{A}^i[\tilde{\rho}]$ в виде неявного нелинейного функционала от источников $\tilde{\rho}$. Явное построение решения, очевидно, не представляется возможным — для этого необходимо было бы явно разрешить нелинейное уравнение $U[\rho](-\nabla_\perp^2 \alpha) U^\dagger[\rho] = \rho$ относительно α . Для жестких мод источник ρ локализован в окрестности $x^- = 0$ (ср. (1)).

Обратимся теперь к важнейшему вопросу фиксации остаточной калибровочной свободы. Для проведения этого на древесном уровне (т.е. на классическом решении (9)), мы снова зададим запаздывающие граничные условия по x^- : $\mathcal{A}^i(x^-, x_\perp) \rightarrow 0$ для $x^- \rightarrow -\infty$, что эквивалентно выбору $x_0^- \rightarrow -\infty$ в (12). Выбор такого граничного условия на самом деле фиксирует предписание для аксиального полюса в глюонном пропагаторе, используемом при вычислении квантовых поправок. Заметим также, что выбранному запаздывающему предписанию отвечает источник, сосредоточенный только на положительных x^- в интервале $0 \lesssim x^- \lesssim 1/A^+$.

В подходе МВ A^+ является большим продольным масштабом, а доминирующий вклад в волновую функцию мишени и соответственно сечение рассеяния дают моды с характерным продольным размером

$$\Delta x^- \sim \frac{1}{p^+} \gg \frac{1}{A^+}.$$

Таким образом, эти моды чувствительны только к грубой продольной структуре локализованного источника, что позволяет упростить классическое решение на параметрически больших расстояниях от источника, используя следующую аппроксимацию для матриц вращения:

$$U^\dagger(x^-, x_\perp) \equiv \text{P exp} \left\{ ig \int_{-\infty}^{x^-} dz^- \alpha(z^-, x_\perp) \right\} \approx \theta(x^-) \Omega^\dagger(x_\perp) + \theta(-x^-), \quad (13)$$

где θ — тета-функция Хевисайда,

$$\Omega^\dagger(x_\perp) \equiv \text{P exp} \left\{ ig \int_{-\infty}^{\infty} dz^- \alpha(z^-, x_\perp) \right\}, \quad (14)$$

так что (ср. с (9)):

$$A^i(x^-, x_\perp) \approx \theta(x^-) \frac{1}{g} \Omega(\partial^i \Omega^\dagger) \equiv \theta(x^-) A_\infty^i(x_\perp), \quad (15)$$

а хромоматричное поле эффективно описывается дельта-функцией⁴:

$$\mathcal{F}^{i+}(\mathbf{x}) \equiv -\partial^+ A^i \approx -\delta(x^-) A_\infty^i(x_\perp). \quad (16)$$

Чтобы построить из калибровочных потенциалов A наблюдаемые величины, вспомним, что глюонная компонента структурной функции $xG(x, Q^2)$ выражается через импульсную плотность глюонов dN/d^3k соотношением

$$xG(x, Q^2) = \int d^2k_\perp dk^+ \theta(Q^2 - k_\perp^2) x \delta\left(x - \frac{k^+}{P^+}\right) \frac{dN}{d^3k}, \quad (17)$$

а dN/d^3k выражается, в свою очередь, через коррелятор глюонных полей:

$$\frac{dN}{d^3k} = \sum_\lambda \sum_c a_{\lambda c}^\dagger(\mathbf{k}) a_{\lambda c}(\mathbf{k}) = \frac{2k^+}{(2\pi)^3} \langle A_c^i(x^+, \mathbf{k}) A_c^i(x^+, -\mathbf{k}) \rangle, \quad (18)$$

где усреднение производится по волновой функции адрона (ядра)⁵. Соотношения (17), (18) позволяют интерпретировать глюонную компоненту структурной функции как плотность глюонов с продольным импульсом $k^+ = xP^+$ и поперечным импульсом $|k_\perp| \leq |Q|$ в волновой функции адрона (ядра).

Таким образом, древесная (т.е. вычисленная на классическом решении) структурная функция $xG_{cl}(x, Q^2)$ имеет вид

$$xG_{cl}(x, Q^2) = \frac{1}{\pi} \int \frac{d^2k_\perp}{(2\pi)^2} \theta(Q^2 - k_\perp^2) \langle |\mathcal{F}_a^{i+}(\mathbf{k})|^2 \rangle_A, \quad (19)$$

где усреднение по ρ осуществляется на масштабе $A^+ \sim xP^+$ (см. (3), (4)). В линейном приближении по ρ (предел слабого поля) имеем $\mathcal{F}_a^{+j} \simeq i(k^j/k_\perp^2) \rho_a$ и, таким образом,

$$xG_{cl}(x, Q^2) \simeq \frac{1}{\pi} \int \frac{d^2k_\perp}{(2\pi)^2} \frac{\theta(Q^2 - k_\perp^2)}{k_\perp^2} \langle |\rho_a(\mathbf{k})|^2 \rangle_A. \quad (20)$$

Заметим, что в рассматриваемом приближении зависимость глюонной плотности от x обусловлена только x -зависимостью весового функционала $W_A[\rho]$ ($A^+ \sim xP^+$), так что в МВ-модели вся зависимость от x закодирована в весовом функционале и определяется в конечном счете его (квантовой) эволюционной зависимостью от A^+ .

Отметим, что (19) допускает естественную интерпретацию в терминах плотности числа глюонов в плоскости поперечных импульсов на единицу быстроты $\tau = \ln P^+/A^+ \equiv \ln 1/x$:

$$\begin{aligned} xG_{cl}(x, Q^2) &\simeq \int^{Q^2} d^2k_\perp \frac{1}{4\pi^3} \langle |\mathcal{F}_a^{i+}(\mathbf{k})|^2 \rangle_A \equiv \\ &\equiv \int^{Q^2} d^2k_\perp \frac{dN}{d\tau d^2k_\perp}. \end{aligned} \quad (21)$$

⁴ Заметим, что в этих формулах δ - и θ -функции предполагаются сглаженными на расстояниях $\Delta x^- \sim 1/A^+$.

⁵ В уравнении (18) $a_{\lambda c}^\dagger(\mathbf{k})$ и $a_{\lambda c}(\mathbf{k})$ — операторы рождения и уничтожения глюонов с импульсом \mathbf{k} , цветом c и поперечной поляризацией λ .

Важную роль в дальнейшем изложении будет играть плотность числа глюонов в поперечном фазовом пространстве, параметризуемая так называемой непринтегрированной структурной функцией $\varphi(x, k_\perp^2)$. Для однородной (в смысле зависимости плотности от прицельного параметра) области площадью S_\perp , лежащей в поперечной плоскости, функции $xG_{cl}(x, Q^2)$ и $\varphi(x, Q^2)$ связаны соотношением

$$\begin{aligned} xG_{cl}(x, Q^2) &\equiv \frac{N_c^2 - 1}{4\pi^3} S_\perp \int^{Q^2} d^2k_\perp \frac{4\pi^3}{N_c^2 - 1} \frac{1}{S_\perp} \frac{dN}{d\tau d^2k_\perp} = \\ &= \frac{N_c^2 - 1}{4\pi^3} S_\perp \int^{Q^2} d^2k_\perp \varphi(x, k_\perp^2), \end{aligned} \quad (22)$$

где N_c — число цветов.

2.3. Глюонное распределение в модели

Мак-Леррана – Венугопалана: предел малой плотности

Простая модель цветного источника, генерирующего глюонную компоненту ядерной волновой функции, предложенная Мак-Лерраном и Венугопаланом [23], отвечает рассмотрению $A \times N_c$ конституэнтных кварков в ядре как ансамбля *независимых* цветных источников. Главным предположением модели является, очевидно, пренебрежение корреляциями между цветами конституэнтных кварков, принадлежащих к одному нуклону, возникающими из-за конфайнмента. Для достаточно малых пробников и достаточно больших ядер приближение должно быть хорошим. Полный цветной заряд в трубке с поперечным сечением ΔS_\perp описывается его моментами

$$\langle Q^a \rangle = 0, \quad \langle Q^a Q^a \rangle = \Delta S_\perp \frac{g^2 C_F N_c A}{\pi R_A^2} \equiv \Delta S_\perp \frac{g^2 (N_c^2 - 1) A}{2\pi R_A^2}, \quad (23)$$

отсюда для плотности цветного заряда Q^a имеем

$$\frac{\langle Q^a Q^a \rangle}{\Delta S_\perp (N_c^2 - 1)} = \frac{g^2}{2} \frac{A}{\pi R_A^2} \equiv \mu_A^2. \quad (24)$$

В терминах $\rho^a(x^-, x_\perp)$

$$\begin{aligned} Q^a &= \int_{\Delta S_\perp} d^2x_\perp \int dx^- \rho^a(x^-, x_\perp) \equiv \\ &\equiv \int_{\Delta S_\perp} d^2x_\perp \rho^a(x_\perp), \end{aligned} \quad (25)$$

а моментам распределения цветного заряда (23) отвечают, в предположении однородности в плоскости прицельного параметра, следующие корреляторы:

$$\begin{aligned} \langle \rho^a(x^-, x_\perp) \rho^b(y^-, y_\perp) \rangle &= \delta^{ab} \delta(x_\perp - y_\perp) \delta(x^- - y^-) \lambda_A(x^-), \\ \langle \rho^a(x_\perp) \rho^b(y_\perp) \rangle &= \delta^{ab} \delta(x_\perp - y_\perp) \mu_A^2 \end{aligned} \quad (26)$$

или, в импульсном пространстве,

$$\langle \rho^a(k_\perp) \rho^a(-k_\perp) \rangle = \pi R_A^2 \mu_A^2, \quad (27)$$

где $\mu_A^2 \equiv \int dx^- \lambda_A(x^-) = g^2 A / 2\pi R_A^2$ (см. (24)). Весовой функционал, генерирующий корреляторы (26), является, очевидно, гауссовым:

$$W_A[\rho] \sim \exp \left[-\frac{1}{2} \int d^3x \frac{\rho_a(\mathbf{x}) \rho_a(\mathbf{x})}{\lambda_A(x^-)} \right]. \quad (28)$$

Используя (20) и (26), для структурной функции $xG_{cl}(x, Q^2)$ получаем выражение

$$\begin{aligned} xG_{cl}(x, Q^2) &\simeq \frac{N_c^2 - 1}{4\pi} R_A^2 \mu_A^2 \int_{A_{QCD}^2}^{Q^2} \frac{dk_{\perp}^2}{k_{\perp}^2} = \\ &= AN_c \frac{\alpha_s C_F}{\pi} \ln \frac{Q^2}{A_{QCD}^2}, \end{aligned} \quad (29)$$

в котором немедленно узнается стандартный спектр глюонов, излученных AN_c кварками в ядре, вычисленный в низшем порядке теории возмущений. Из соотношений (11), (27), (29) следует, что в рассматриваемом приближении слабого поля

$$\varphi_A(x, k_{\perp}^2) = \frac{\mu_A^2}{k_{\perp}^2}. \quad (30)$$

2.4. Глюонное распределение в модели Мак-Леррана – Венугопалана: насыщение

В разделе 2.3 мы вычислили непроинтегрированную структурную функцию φ в режиме малой плотности. С точки зрения техники вычислений "малая плотность" означает пренебрежение неабелевыми эффектами при вычислении коррелятора хромозлектрических полей (см. уравнения (19), (21)). Полное неабелево вычисление было выполнено в [24, 25] (см. также детальный и прозрачный вывод в [2]). Результат для непроинтегрированной структурной функции $\varphi(x, k_{\perp}^2)$ имеет вид

$$\begin{aligned} \varphi_A(k_{\perp}) &= \frac{1}{\pi \alpha_s N_c} \int \frac{d^2 x_{\perp}}{x_{\perp}^2} \exp(-ik_{\perp} x_{\perp}) \times \\ &\times \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{4} x_{\perp}^2 Q_A^2 \ln \frac{1}{x_{\perp}^2 A_{QCD}^2}\right) \right], \end{aligned} \quad (31)$$

где

$$Q_A^2 \equiv \alpha_s N_c \mu_A^2 = \alpha_s N_c \int dx^- \lambda_A(x^-). \quad (32)$$

Из соотношения (31) понятно, что шкала (поперечных) импульсов Q_s^2 , на которой становятся важны нелинейные эффекты, определяется нелинейным уравнением

$$Q_s^2 \simeq Q_A^2 \ln \frac{Q_s^2}{A_{QCD}^2}, \quad (33)$$

где характерное поперечное расстояние выбрано равным $1/x_{\perp}^2 = Q_s^2$. Свойства нелинейного глюонного распределения (31) лучше всего иллюстрировать, рассматривая его асимптотики при низкой (большие поперечные импульсы) и высокой (малые поперечные импульсы) плотностях. Легко видеть, что формула (31) интерполирует между следующими асимптотиками:

$$\varphi_A(k_{\perp} \gg Q_s) = \frac{\mu_A^2}{k_{\perp}^2} \rightarrow \varphi_A(k_{\perp} \ll Q_s) = \frac{1}{\alpha_s N_c} \ln \frac{Q_s^2}{k_{\perp}^2}. \quad (34)$$

Уравнение (34) демонстрирует ключевое свойство уравнения (31) при малых импульсах. Явление насыщения проявляется в более мягком логарифмическом характере инфракрасной расходимости по сравнению со степенной инфракрасной расходимостью в пертурбативном

режиме. Масштаб поперечных импульсов Q_s , контролирующий этот переход, называется импульсом насыщения. В свою очередь, вычисленная по (31) структурная функция $xG(x, Q^2)$ интерполирует между асимптотиками

$$\begin{aligned} xG_A(x, Q^2) (k_{\perp}^2 \gg Q_s^2) &\simeq N_c \frac{\alpha_s C_F}{\pi} \ln \frac{Q^2}{A_{QCD}^2}, \\ xG_A(x, Q^2) (k_{\perp}^2 \ll Q_s^2) &\simeq \frac{1}{4\pi^3 \alpha_s} \frac{N_c^2 - 1}{N_c} \pi R_A^2 \ln \frac{Q_s^2}{Q^2}. \end{aligned} \quad (35)$$

Отметим характерную для физики насыщения обратную пропорциональность сильной константе связи α_s во втором из соотношений (35).

3. Квантовые поправки в пределе высоких энергий

В разделе 2 мы обсуждали подход МВ к описанию в рамках КХД при высоких энергиях плотных партонных систем в древесном (классическом) приближении. В этом разделе мы опишем систематический подход к вычислению квантовых поправок к древесному описанию.

3.1. Ренормализационная группа

Квантовые поправки к древесной картине МВ определяются физической квантовой мод с продольными импульсами $|p^+| < \Lambda^+$, рассматриваемыми в дополнение к классическим модам A^i , генерируемым источником ρ . Ограничение $|p^+| < \Lambda^+$ следует из того, что по предположению интегрирование по модам с импульсами $|p^+| > \Lambda^+$ уже было проведено в ходе построения эффективной теории на шкале Λ^+ .

Основным объектом конструируемой теории является производящий функционал корреляторов глюонных полей, имеющих продольные импульсы в интервале $|p^+| < \Lambda^+$ в калибровке светового конуса $A^+ = 0$:

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}[j] &= \int \mathcal{D}\rho W_A[\rho] Z_A^{-1}[\rho] \int^A \mathcal{D}A_a^\mu \delta(A_a^+) \times \\ &\times \exp\left(iS[A, \rho] - i \int j \cdot A\right) \equiv \int \mathcal{D}\rho W_A[\rho] Z_A[\rho, j]. \end{aligned} \quad (36)$$

Уравнение (36) содержит два функциональных интегрирования: по A^μ

$$Z_A[\rho, j] \equiv Z_A^{-1}[\rho] \int^A \mathcal{D}A_a^\mu \delta(A_a^+) \exp\left(iS[A, \rho] - i \int j \cdot A\right), \quad (37)$$

где $Z_A[\rho] \equiv Z_A[\rho, j = 0]$ описывает квантовые флуктуации при фиксированном ρ , и классическое усреднение по ρ с весом $W_A[\rho]$. Индекс A обозначает интегрирование по модам⁶, для которых $|p^+| < \Lambda^+$.

Квантовая динамика задачи определяется эффективным действием $S[A, \rho]$, таким, что, во-первых, при $\delta S / \delta A^\mu = 0$ воспроизводятся древесные уравнения движения и, во-вторых, обеспечивается правильная квантовая эволюция корреляторов теории. Такое эффективное действие было предложено в [27, 32, 35] (см.

⁶ Отметим, что в калибровке светового конуса "продольное" разделение степеней свободы определено однозначно: остаточные калибровочные преобразования не зависят от x^- и, следовательно, не изменяют продольного импульса p^+ .

также [34]):

$$S[A, \rho] = - \int d^4x \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu} + \frac{i}{gN_c} \int d^3x \text{Tr} \{ \rho(\mathbf{x}) \mathcal{W}_{\infty, -\infty}(\mathbf{x}) \} \equiv S_{YM} + S_W, \quad (38)$$

где

$$\mathcal{W}_{\infty, -\infty}[A^-](\mathbf{x}) = \text{T exp} \left[ig \int dx^+ A^-(x) \right]. \quad (39)$$

Эффективное действие⁷ (38) включает в себя стандартный янг-миллсовский вклад S_{YM} , а также калибровочно-инвариантное обобщение абелевой эйкональной вершины $\int d^4x \rho_a A_a^-$.

На древесном уровне $A_a^\mu \approx \mathcal{A}_a^\mu = \delta^{\mu i} \mathcal{A}_a^i$, где \mathcal{A}_a^i — решение классических уравнений движения с источником ρ_a , описанным в разделе 2.2. Полное глюонное поле в уравнениях (36), (37) включает в себя как классические, так и квантовые компоненты:

$$A_a^\mu(x) = \mathcal{A}_a^\mu(x) + \delta A_a^\mu(x). \quad (40)$$

Среднее поле $\langle A_a^\mu(x) \rangle$ включает в себя \mathcal{A}^μ , а также вклад, индуцированный квантовыми флуктуациями $\langle \delta A^\mu \rangle$, отвечающими поляризации глюонных флуктуаций внешним зарядом,

$$\langle A_a^\mu(x) \rangle = \mathcal{A}_a^\mu(x) + \langle \delta A_a^\mu(x) \rangle \equiv \mathcal{A}_a^\mu(x) + \delta A_a^\mu(x), \quad (41)$$

удовлетворяющим (угловые скобки обозначают квантовое усреднение при фиксированном ρ):

$$\left\langle \frac{\delta S}{\delta A_a^\mu(x)} \right\rangle = 0. \quad (42)$$

Используя производящий функционал (36), можно вычислить произвольные глюонные корреляторы. Например, двухточечный коррелятор имеет следующий вид (двойные угловые скобки обозначают усреднение как по квантовым флуктуациям, так и по внешним источникам):

$$\begin{aligned} & \langle \langle \text{T } A^\mu(x) A^\nu(y) \rangle \rangle = \\ & = \int \mathcal{D}\rho \mathcal{W}_A[\rho] \frac{\int^A \mathcal{D}A A^\mu(x) A^\nu(y) \exp(iS[A, \rho])}{\int^A \mathcal{D}A \exp(iS[A, \rho])}. \quad (43) \end{aligned}$$

Искомая эффективная теория может быть построена послонным интегрированием квантовых флуктуаций по p^+ (или p^-). Доминирующие вклады при малых x пропорциональны большому быстротным интервалам $\Delta\tau = \ln(1/x) \gg 1$. Мы увидим, что интегрирование по p^+ в полосе $k^+ \ll p^+ \ll L^+$ генерирует поправки порядка $\alpha_s \ln(L^+/k^+)$ к амплитудам с внешними импульсами $k^+ < L^+$, которые существенны при $L^+ \gg k^+$. С точки зрения более общего описания, учитывающего квантовые поправки, модель МВ описывает корреляторы глюонных полей на древесном уровне, причем по всем степеням свободы с продольными импульсами, большими k^+ , интегрирование уже произведено, а соответствующие индуцированные вклады учтены в соответствующим образом перепределенных параметрах дей-

ствия. Суммирование логарифмических поправок описывается в терминах квантовой эволюции весового функционала $\mathcal{W}_A[\rho]$, где $L^+ \sim k^+$. Получающаяся классическая теория справедлива для мод с продольными импульсами порядка k^+ .

3.2. Линейная эволюция:

предел Балицкого – Фадина – Кураева – Липатова

Эволюция непроинтегрированной структурной функции $\varphi(x, k_\perp^2)$ с изменением энергии дается в LLA по энергии и низшем порядке по плотности уравнением БФКЛ [15]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi(\tau, k_\perp^2)}{\partial \tau} &= \frac{\alpha_s N_c}{\pi^2} \int d^2 p_\perp \frac{k_\perp^2}{p_\perp^2 (k_\perp - p_\perp)^2} \varphi(\tau, p_\perp^2) - \\ &- \frac{1}{2} \frac{\alpha_s N_c}{\pi^2} \int d^2 p_\perp \frac{k_\perp^2}{p_\perp^2 (k_\perp - p_\perp)^2} \varphi(\tau, k_\perp^2). \quad (44) \end{aligned}$$

Ключевой особенностью уравнения БФКЛ (44) является экспоненциальный рост его решения с ростом τ :

$$\varphi(\tau \rightarrow \infty) \sim \exp(c_{\text{BFKL}} \tau), \quad (45)$$

где $c_{\text{BFKL}} = \alpha_s N_c 4 \ln 2 / \pi$. Асимптотика решений вида (45) означает, что физические сечения, вычисленные в линейном приближении по глюонной плотности, имеют степенную расходимость по энергии в высокоэнергетическом пределе ($\tau = \ln 1/x \sim \ln \sqrt{s}$) и, таким образом, нарушают унитарность. Отметим, что уравнение БФКЛ можно написать не только для непроинтегрированной структурной функции, но и, например, для амплитуды рассеяния на мишени быстрого цветного диполя $\mathcal{N}(x_\perp, y_\perp)$, где x_\perp, y_\perp — координаты зарядов, составляющих диполь, в поперечной плоскости (см., например, [2]):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{N}(x_\perp, y_\perp)}{\partial \tau} &= - \frac{\alpha_s}{\pi} \int d^2 z_\perp \frac{(x_\perp - y_\perp)^2}{(x_\perp - z_\perp)^2 (y_\perp - z_\perp)^2} \times \\ &\times [\mathcal{N}(x_\perp, z_\perp) + \mathcal{N}(z_\perp, y_\perp) - \mathcal{N}(x_\perp, y_\perp)]_\tau. \quad (46) \end{aligned}$$

Отметим еще раз, что описанное в этом разделе линейное приближение по плотности концептуально неудовлетворительно и должно быть улучшено. Естественный путь к такому улучшению — построение последовательного нелинейного обобщения линейного формализма. В ходе дальнейшего изложения мы будем придерживаться этой логической линии.

3.3. Нелинейное уравнение эволюции

Для описания квантовой эволюции весового функционала $\mathcal{W}_A[\rho]$ с изменением L^+ удобно рассмотреть две теории — теорию I и теорию II, различающиеся продольными шкалами L^+ и bL^+ соответственно, где $b \ll 1$, но $\alpha_s \ln(1/b) < 1$. В теории II произведено интегрирование по модам в полосе

$$bL^+ < |p^+| < L^+, \quad (47)$$

разделяющей теории I и II, и индуцированные вклады, возникшие при этом интегрировании, учтены в весовом функционале \mathcal{W}_{bL} путем соответствующей перенормировки его коэффициентов.

3.3.1. Нелинейное уравнение эволюции: вывод. Для явного вычисления $\Delta W \equiv W_{bL} - W_A$ полезно сравнить выражения для глюонных корреляторов, вычисленных на одной и той же шкале $k^+ \lesssim bL^+$ в обеих теориях. В теории II, в

⁷ Строго говоря, эффективное действие необходимо рассматривать на временном контуре в комплексной плоскости. Можно, однако, показать, что в LLA можно ограничиться рассмотрением динамики на действительной временной оси [28].

ведущем приближении по α_s индуцированные эффекты по определению учтены на древесном уровне. В теории I мы имеем логарифмически усиленные вклады от квантовых флуктуаций в полосе (47). При вычислении квантовых поправок будут удерживаться члены ведущего порядка по $\alpha_s \ln(1/b)$ (главное логарифмическое приближение) во всех порядках по фоновым полям и источникам. Такая необходимость связана с ключевой ролью сильных полей $A^i \sim 1/g$ и источников $\rho \sim 1/g$ в нашей задаче. Результирующее уравнение [32, 35] является нелинейным функциональным уравнением для $W_\tau[\rho]$ (здесь $\tau \equiv \ln(1/b)$), описывающим эволюцию $W_\tau[\rho]$ с ростом τ .

Рассмотрим схематически вычисления в теории I на примере двухточечного одновременного коррелятора $\langle A_a^i(x^+, \mathbf{k}) A_a^i(x^+, -\mathbf{k}) \rangle$ или, точнее, его координатного аналога $\mathcal{G}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \equiv \langle A_a^i(x^+, \mathbf{x}) A_a^i(x^+, \mathbf{y}) \rangle$, который, на самом деле, не зависит от x^+ из-за статического характера источника. Для дальнейшего удобно ввести следующее разбиение полного глюонного поля:

$$A_a^\mu(x) = \mathcal{A}_a^\mu(x) + \delta A_a^\mu(x) + a_a^\mu(x), \quad (48)$$

где $\mathcal{A}_a^\mu(x)$ — классическое решение, $\delta A_a^\mu(x)$ — полужесткие квантовые флуктуации с продольными импульсами в полосе (47), $a_a^\mu(x)$ — мягкие поля. Важные для нашего вычисления квантовые эффекты возникают из-за взаимодействия мягких мод a^μ с полужесткими δA^μ в присутствии внешнего поля A^i и источника ρ . Детальный анализ показывает [28, 30], что в LLA $\delta A^i \sim \alpha_s \log(1/b) A^i$ и $\langle a^i a^i \rangle \sim \alpha_s \log(1/b) A^i A^i$, следовательно,

$$\mathcal{G}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = A^i(\mathbf{x}) A^i(\mathbf{y}) + A^i(\mathbf{x}) \delta A^i(\mathbf{y}) + \delta A^i(\mathbf{x}) A^i(\mathbf{y}) + \langle a^i(x^+, \mathbf{x}) a^i(x^+, \mathbf{y}) \rangle. \quad (49)$$

Коррелятор (49) содержит три главных вклада: древесный, индуцированное среднее поле и индуцированную плотность, отвечающую поляризации глюонов в присутствии внешнего источника. Малость нелинейных по a^i вкладов обусловлена малостью индуцированных полей по сравнению с фоновыми. Из статичности A^i и ρ следует, что индуцированное среднее поле δA^i также статично и двухточечные функции, такие, как $\langle a_x^i a_y^i \rangle$, зависят только от $x^+ - y^+$. Заметим также, что $\langle \delta A^\mu \rangle = 0$.

Как уже упоминалось, при вычислении δA^i и $\langle \delta A^i \delta A^i \rangle$ нас будут интересовать квантовые вклады от полужестких глюонов. Заметим, что LLA накладывает жесткие ограничения на кинематическое определение полужестких мод — это моды вблизи массовой оболочки с продольными импульсами $bA^+ \ll |p^+| \ll A^+$ и частотами $A^- \ll |p^-| \ll A^-/b$, где

$$A^\pm \equiv \frac{Q_\perp^2}{2A^+}, \quad (50)$$

Q_\perp — некоторый характерный поперечный импульс.

Целью вычисления является выражение δA^i и $\langle a^i a^i \rangle$ через корреляторы полужестких мод в LLA по $\alpha_s \ln(1/b)$ в однопетлевом приближении. Оказывается [35], что в рассматриваемом LLA искомое логарифмическое усиление связано с коррелятором флуктуаций зарядовой плотности

$$\hat{\chi}_{ab}(x, y) \equiv \langle \delta \rho_a(x) \delta \rho_b(y) \rangle \quad (51)$$

и индуцированной плотностью

$$\hat{\sigma}_a(\mathbf{x}) \equiv \langle \delta \rho_a(x) \rangle = O\left(\alpha_s \ln \frac{1}{b} \rho\right). \quad (52)$$

Удобно явно выделить из (51), (52) логарифмическое усиление:

$$\hat{\sigma}_a(\mathbf{x}) \rightarrow \delta(x^-) \alpha_s \ln \frac{1}{b} \sigma_a(x_\perp) \equiv \delta(x^-) \int dx^- \hat{\sigma}_a(x^-, x_\perp) \quad (53)$$

и

$$\begin{aligned} \hat{\chi}_{ab}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) &\rightarrow \delta(x^-) \alpha_s \ln \frac{1}{b} \chi_{ab}(x_\perp, y_\perp) \delta(y^-) \equiv \\ &\equiv \delta(x^-) \delta(y^-) \int dx^- \int dy^- \hat{\chi}_{ab}(\mathbf{x}, \mathbf{y}). \end{aligned} \quad (54)$$

Тогда коррелятор (49) записывается в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{G}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) &\approx \mathcal{A}_x^i \mathcal{A}_y^i + \alpha_s \ln \frac{1}{b} [(\mathcal{G}^{iv} \mathcal{J}_v)_x \mathcal{A}_y^i + \mathcal{A}_x^i (\mathcal{G}^{iv} \mathcal{J}_v)_y + \\ &+ (\mathcal{G}^{i-} \chi \mathcal{G}^{-i})_{xy}]. \end{aligned} \quad (55)$$

В выражении (55) виртуальное ядро σ содержится в \mathcal{J}_v . После усреднения по ρ с весовым функционалом $W_A[\rho]$, формула (55) описывает глюонную плотность на шкале bA^+ , вычисленную с LLA-точностью в теории I.

Ядра σ и χ вычислены аналитически в [1, 27, 28, 30]. Результат зависит, по-видимому, от технических предположений, сделанных в ходе вычислений в [27] и [1, 28, 30] (см. также [33]). Тот факт, что форма нелинейных членов в уравнениях эволюции КХД зависит, в частности, от способа фиксации остаточной калибровочной зависимости, на самом деле, не является новым (см., например, [17]).

Рассмотрим теперь тот же глюонный коррелятор (49) в теории II. По построению

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{A}_x^i \mathcal{A}_y^i \rangle_{bA} &= \langle \mathcal{A}_x^i \mathcal{A}_y^i \rangle_A + \\ &+ \alpha_s \ln \frac{1}{b} \langle (\mathcal{G}^{iv} \mathcal{J}_v)_x \mathcal{A}_y^i + \mathcal{A}_x^i (\mathcal{G}^{iv} \mathcal{J}_v)_y + (\mathcal{G}^{i-} \chi \mathcal{G}^{-i})_{xy} \rangle_A, \end{aligned} \quad (56)$$

где

$$\langle \mathcal{A}_x^i \mathcal{A}_y^i \rangle_A \equiv \int \mathcal{D}\rho W_A[\rho] A_a^i(\mathbf{x}) A_a^i(\mathbf{y}). \quad (57)$$

Аналогичные формулы могут быть написаны для $\langle \mathcal{A}^i \mathcal{A}^i \rangle_{bA}$ в терминах W_{bA} . Уравнение (56) является, на самом деле, уравнением эволюции для глюонной плотности, которое может быть использовано для вывода уравнения эволюции для весового функционала, $W_A[\rho] \rightarrow W_{bA}[\rho]$.

Вывод проводится в два этапа. На первом показывается, что выражения для квантовых поправок можно воспроизвести, добавив гауссов случайный источник в правую часть классических уравнений движения (2), а на втором производятся необходимые переопределения классического источника и весового функционала.

Говоря более подробно, рассматриваются модифицированные уравнения движения

$$[D_\nu, F^{\nu\mu}]_a = \delta^{\mu+} (\rho_a(\mathbf{x}) + v_a(\mathbf{x})), \quad (58)$$

со случайным источником $v_a(\mathbf{x})$, выбранным таким образом, чтобы на решениях уравнения (58) коррелятор $\langle A^i A^j \rangle$ совпадал, с учетом квантовых поправок, с вычисленным в теории I. Шум v_a играет тем самым роль флуктуаций зарядовой плотности $\delta\rho_a$, индуцированных полужесткими модами. Используя эту аналогию, предположим, что v_a стационарен и имеет те же корреляторы, что и $\delta\rho_a$:

$$\langle v_a(\mathbf{x}) \rangle_v = \sigma_a(\mathbf{x}), \quad \langle v_a(\mathbf{x}) v_b(\mathbf{y}) \rangle_v = \chi_{ab}(\mathbf{x}, \mathbf{y}), \quad (59)$$

где скобки $\langle \dots \rangle_v$ обозначают усреднение по v .

Несложный анализ показывает [28, 30], что корреляторы, вычисленные в теориях I и II, совпадают, если весовой функционал W удовлетворяет следующему квадратичному соотношению:

$$\int \mathcal{D}\rho W_{bA}[\rho] \mathcal{A}_x^i[\rho] \mathcal{A}_y^j[\rho] = \int \mathcal{D}\rho W_A[\rho] \int \mathcal{D}v W[v; \rho] \mathcal{A}_x^i[\rho + v] \mathcal{A}_y^j[\rho + v]. \quad (60)$$

Разлагая подынтегральное выражение в правой части (60) до второго порядка по $v\delta/\delta\rho$ и интегрируя по v , получаем следующее соотношение для подынтегральных выражений в (60):

$$W_{bA}[\rho] - W_A[\rho] = -\frac{\delta}{\delta\rho_x} [W_A \sigma_x] + \frac{1}{2} \frac{\delta^2}{\delta\rho_x \delta\rho_y} [W_A \chi_{xy}]. \quad (61)$$

Подчеркнем, что свертки в правой части (61) содержат трехмерное интегрирование, например:

$$\frac{\delta}{\delta\rho_x} [W_A \sigma_x] \equiv \int d^3\mathbf{x} \frac{\delta}{\delta\rho_a(\mathbf{x})} [W_A \sigma_a(\mathbf{x})]. \quad (62)$$

Заметим также, что, поскольку носитель σ находится в интервале $1/A^+ \lesssim x^- \lesssim 1/bA^+$, логарифмическое усиление возникает только после интегрирования по x^- . В пределе $b \rightarrow 1$ равенство (62) приводится к виду

$$\frac{\delta}{\delta\rho_x} [W_A \sigma_x] = \alpha_s \ln \frac{1}{b} \int d^2x_\perp \frac{\delta}{\delta\rho_a(x_\perp^-, x_\perp)} [W_A \sigma_a(x_\perp)]. \quad (63)$$

В терминах быстроты $\tau \equiv \ln(P^+/A^+) = \ln(1/x)$, так что $\ln(P^+/bA^+) = \tau + \Delta\tau$, где $\Delta\tau \equiv \ln(1/b)$. После очевидных переобозначений $W_A \equiv W_\tau$, $W_{bA} \equiv W_{\tau+\Delta\tau}$ и $x_\perp^- = 1/A^+ \equiv x_\tau^-$ соотношение (61) принимает следующий вид:

$$W_{\tau+\Delta\tau}[\rho] - W_\tau[\rho] = \alpha_s \Delta\tau \left\{ \frac{1}{2} \frac{\delta^2}{\delta\rho_\tau(x) \delta\rho_\tau(y)} [W_\tau \chi_{xy}] - \frac{\delta}{\delta\rho_\tau(x)} [W_\tau \sigma_x] \right\}, \quad (64)$$

где $\rho_\tau(x_\perp) \equiv \rho(x_\tau^-, x_\perp)$, а свертки понимаются как двумерные интегралы, например:

$$\frac{\delta}{\delta\rho_\tau(x)} [W_\tau \sigma_x] = \int d^2x_\perp \frac{\delta}{\delta\rho_a(x_\tau^-, x_\perp)} [W_\tau \sigma_a(x_\perp)]. \quad (65)$$

Согласно (64), (65), эволюция от $W_\tau[\rho]$ к $W_{\tau+\Delta\tau}[\rho]$ обусловлена изменениями источника ρ в интервале быстроты $(\tau, \tau + \Delta\tau)$, в котором существенны квантовые поправки в рассматриваемом LLA⁸. Заметим, что координатный носитель источника коррелирует с продольными им-

пульсами мод, по которым проводится интегрирование. Тем самым быстрота τ может интерпретироваться и как импульсная, $\tau = \ln(P^+/A^+)$, и как координатная, $\tau = \ln(x_\tau^-/x_0^-)$ (здесь x_0^- — некоторая произвольная продольная шкала, например $x_0^- = 1/P^+$).

Переходя к пределу $\Delta\tau \equiv \ln(1/b) \rightarrow 0$, получаем окончательное уравнение, описывающее эволюцию весового функционала по $\tau \equiv \ln(1/x)$, впервые выведенное с помощью прямого вычисления в [35]:

$$\frac{\partial W_\tau[\rho]}{\partial\tau} = \alpha_s \left\{ \frac{1}{2} \frac{\delta^2}{\delta\rho_\tau(x) \delta\rho_\tau(y)} [W_\tau \chi_{xy}] - \frac{\delta}{\delta\rho_\tau(x)} [W_\tau \sigma_x] \right\}. \quad (66)$$

Уравнение (66) есть функциональное уравнение Фоккера–Планка, в котором τ играет роль времени, описывающее диффузию в пространстве зарядовых плотностей ρ с зависящими от ρ коэффициентами переноса $\alpha_s \sigma$ и диффузии $\alpha_s \chi$. На языке теории случайных процессов уравнение (66) — это уравнение Чепмена–Колмогорова. Уравнение (66) можно также интерпретировать как функциональное уравнение Шрёдингера в мнимом времени τ . Уравнение (66) приводит к цепочке уравнений эволюции для корреляторов зарядовой плотности $\langle \rho \dots \rho \rangle_\tau$ [35]. В частности, умножая $W_\tau[\rho]$ на $\rho(x)\rho(y)$ и выполняя функциональное интегрирование по ρ , получаем уравнение эволюции для двухточечного коррелятора:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} \langle \rho_a(\mathbf{x}) \rho_b(\mathbf{y}) \rangle_\tau &= \alpha_s \langle \delta(x^- - x_\tau^-) \sigma_a(x_\perp) \rho_b(\mathbf{y}) + \\ &+ \delta(y^- - x_\tau^-) \rho_a(\mathbf{x}) \sigma_b(y_\perp) + \\ &+ \delta(x^- - x_\tau^-) \delta(y^- - x_\tau^-) \chi_{ab}(x_\perp, y_\perp) \rangle_\tau, \end{aligned} \quad (67)$$

где $\langle \dots \rangle_\tau$ обозначает усреднение по ρ с весовым функционалом $W_\tau[\rho]$.

3.3.2. Нелинейное уравнение эволюции: α -представление.

Все физически интересные корреляторы можно вычислить в терминах древесных корреляторов плотностей цветного заряда и квантовых поправок к ним. Вместе с тем более прозрачная картина квантовой эволюции возникает в ковариантной калибровке, если переписать все корреляторы в терминах фонового поля α , введенного в разделе 2.2. Новое уравнение эволюции гласит [29, 30]:

$$\frac{\partial W_\tau[\alpha]}{\partial\tau} = \alpha_s \left\{ \frac{1}{2} \frac{\delta^2}{\delta\alpha_\tau(x) \delta\alpha_\tau(y)} [W_\tau \eta_{xy}] - \frac{\delta}{\delta\alpha_\tau(x)} [W_\tau v_x] \right\}. \quad (68)$$

Уравнение эволюции (68) включает в себя новые виртуальное и реальное ядра v и η . Явные вычисления [29, 30] приводят к следующим простым выражениям для этих ядер:

$$\begin{aligned} v^a(x_\perp) &= \frac{ig}{2\pi} \int \frac{d^2z_\perp}{(2\pi)^2} \frac{1}{(x_\perp - z_\perp)^2} \text{Tr} (T^a \Omega^\dagger(x_\perp) \Omega(z_\perp)), \\ \eta_{x_\perp, y_\perp}^{ab} &= \frac{1}{\pi} \int \frac{d^2z_\perp}{(2\pi)^2} \frac{(x^i - z^i)(y^j - z^j)}{(x_\perp - z_\perp)^2 (y_\perp - z_\perp)^2} \times \\ &\times \{ 1 + \Omega^\dagger(x_\perp) \Omega(y_\perp) - \Omega^\dagger(x_\perp) \Omega(z_\perp) - \Omega^\dagger(z_\perp) \Omega(y_\perp) \}^{ab}. \end{aligned} \quad (69)$$

Здесь T_a — генератор $SU(N_c)$ в присоединенном представлении.

⁸ Подробное обсуждение можно найти в [37].

Использование α -представления позволяет, в частности, построить изящную гамильтонову форму уравнения эволюции (68), впервые полученную Вайгертом [94]. Более подробно, явное вычисление показывает [94], что имеет место следующее замечательное тождество, связывающее коэффициенты уравнения эволюции (68) (и тем самым реальные и виртуальные вклады):

$$\frac{1}{2} \int d^2 y_{\perp} \frac{\delta \eta^{ab}(x_{\perp}, y_{\perp})}{\delta \alpha^b(y_{\perp})} = v^a(x_{\perp}), \quad (70)$$

которое и позволяет переписать уравнение эволюции (68) в гамильтоновой форме:

$$\frac{\partial W_{\tau}[\alpha]}{\partial \tau} = \left\{ \int \frac{d^2 z_{\perp}}{2\pi} J_a^i(z_{\perp}) J_a^i(z_{\perp}) \right\} W_{\tau}[\alpha] \equiv -H W_{\tau}[\alpha], \quad (71)$$

$$J_a^i(z_{\perp}) = i \int \frac{d^2 x_{\perp}}{2\pi} \frac{z^i - x^i}{(z_{\perp} - x_{\perp})^2} [1 - \Omega^{\dagger}(z_{\perp}) \Omega(x_{\perp})]_{ab} \frac{\delta}{\delta \alpha^b(x_{\perp})}.$$

При обсуждении решений нелинейного уравнения РГ (68) или его гамильтонова аналога (71) необходим тщательный анализ структуры функциональных производных по α в этих уравнениях [30, 43] (см. также [95]). Основное утверждение состоит в том что, как следует из опыта вычисления квантовых поправок к модели МВ, развитие квантовой эволюции вплоть до шкалы τ генерирует поле α с носителем в интервале $0 \leq x^- \leq \exp(\tau)/P^+ \equiv x_0^- \exp(\tau) \equiv x_{\tau}^-$. Тогда в рамках рассматриваемой РГ-процедуры можно сделать следующую замену:

$$\Omega^{\dagger}(x_{\perp}) \rightarrow \Omega_{\tau}^{\dagger}(x_{\perp}) \equiv P \exp \left\{ ig \int_0^{x_{\tau}^-} dx^- \alpha(x^-, x_{\perp}) \right\}. \quad (72)$$

Подробный анализ показывает [30], что квантовая эволюция (т.е. изменение древесной полевой конфигурации, индуцированное квантовыми поправками) происходит на границе древесной конфигурации по координате x^- , так что функциональные производные от вильсоновских линий (72) в уравнениях ренормгруппы (68), (71) берутся, на самом деле, по цветному полю $\alpha_{\tau}(x_{\perp}) \equiv \alpha(x_{\tau}^-, x_{\perp})$ в конечной точке x_{τ}^- :

$$\frac{\delta \Omega_{\tau}^{\dagger}(x_{\perp})}{\delta \alpha_{\tau}^a(z_{\perp})} = ig \delta^{(2)}(x_{\perp} - z_{\perp}) T^a \Omega_{\tau}^{\dagger}(x_{\perp}). \quad (73)$$

Это обстоятельство очень важно учитывать при обсуждении общих свойств решений мастер-уравнений (66), (68) и их физической интерпретации [43–45]. В частности, величины $\Omega_{\tau}(x_{\perp})$ и канонически сопряженные им импульсы

$$P_{\tau}^a(x_{\perp}) = \frac{1}{ig} \frac{\delta}{\delta \alpha_{\tau}^a(x_{\perp})} \quad (74)$$

являются истинными каноническими переменными теории [30].

Как упоминалось выше, уравнение эволюции (68) позволяет вычислить произвольный коррелятор α -зависящих операторов. Уравнение эволюции для одного из функционалов от α , представляющего специальный интерес, а именно, $\mathcal{V}(x_{\perp}, y_{\perp}) \equiv \text{Tr}(\Omega^{\dagger}(x_{\perp}) \Omega(y_{\perp}))$ имеет вид [30]

$$\frac{\partial \mathcal{V}(x_{\perp}, y_{\perp})}{\partial \tau} = -\frac{\alpha_s}{2\pi^2} \int d^2 z_{\perp} \frac{(x_{\perp} - y_{\perp})^2}{(x_{\perp} - z_{\perp})^2 (y_{\perp} - z_{\perp})^2} \times \langle N_c \mathcal{V}(x_{\perp}, y_{\perp}) - \mathcal{V}(x_{\perp}, z_{\perp}) \mathcal{V}(z_{\perp}, y_{\perp}) \rangle_{\tau}. \quad (75)$$

Уравнение (75) было впервые выведено Балицким [40] с использованием формализма функционального операторного разложения на световом конусе.

3.3.3. Нелинейное уравнение эволюции: результаты. Прежде чем обратиться к описанию известных (приближенных) аналитических решений (68), обсудим простое замыкание иерархии уравнений (75), сводящее все корреляторы высших порядков к произведениям базисных двухточечных функций, например:

$$\langle \mathcal{V}(x_{\perp}, z_{\perp}) \mathcal{V}(z_{\perp}, y_{\perp}) \rangle_{\tau} \rightarrow \langle \mathcal{V}(x_{\perp}, z_{\perp}) \rangle_{\tau} \langle \mathcal{V}(z_{\perp}, y_{\perp}) \rangle_{\tau}.$$

Такая факторизация "автоматически" возникает при работе в пределе больших N_c . Введенная выше комбинация $\mathcal{N}(x_{\perp}, y_{\perp})$ связана с амплитудой рассеяния $\mathcal{N}(r_{\perp} \equiv x_{\perp} - y_{\perp})$ соответствующего (зависящего от представления калибровочной группы, использованного при построении вильсоновской линии) цветного диполя посредством

$$\mathcal{N}(r_{\perp}) = \frac{1}{N_c} [\text{Tr}(1) - \mathcal{V}(x_{\perp}, y_{\perp})]. \quad (76)$$

Соответствующее уравнение эволюции для \mathcal{N} , впервые полученное Балицким [40], имеет вид

$$\frac{\partial \mathcal{N}(x_{\perp}, y_{\perp})}{\partial \tau} = -\frac{\alpha_s}{\pi} \int d^2 z_{\perp} \frac{(x_{\perp} - y_{\perp})^2}{(x_{\perp} - z_{\perp})^2 (y_{\perp} - z_{\perp})^2} \times \langle [N(x_{\perp}, z_{\perp}) + N(z_{\perp}, y_{\perp}) - N(x_{\perp}, y_{\perp}) - N(x_{\perp}, z_{\perp}) N(z_{\perp}, y_{\perp})]_{\tau} \rangle. \quad (77)$$

Уравнение (77) было выведено независимо Ковчеговым [41] в рамках формализма модели цветных диполей, а впоследствии "перевыведено" в [96] прямым суммированием вкладов трехмерных вершин. Недавно сделан вывод этого уравнения в рамках реджеонного формализма [22]. Важно отметить, что по своему физическому смыслу $\mathcal{N}(x_{\perp}, y_{\perp})$ является амплитудой рассеяния *при фиксированном прицельном параметре* $b_{\perp} = (x_{\perp} + y_{\perp})/2$, $\mathcal{N}(r_{\perp}, y_{\perp}) \equiv \mathcal{N}(b_{\perp}, r_{\perp})$, где $r_{\perp} = x_{\perp} - y_{\perp}$. Это обстоятельство будет для нас важно при обсуждении взаимосвязи насыщения и унитарности в разделе 3.4.

Свойства решения (77) лучше всего иллюстрирует его удобная параметризация, предложенная в [97]:

$$\mathcal{N}(x_{\perp}, y_{\perp}) = 1 - \exp[-(r_{\perp})^2 Q_s^2(\tau, b_{\perp})]. \quad (78)$$

В уравнении (78) зависимость амплитуды рассеяния \mathcal{N} от энергии контролируется зависимостью от τ импульса насыщения Q_s^2 . Интенсивный численный и аналитический анализ [42, 43, 46, 56] показал, что справедлива следующая простая параметризация зависимости шкалы насыщения $Q_s(b_{\perp}, \tau)$ от энергии:

$$Q_s^2(\tau, b_{\perp}) = Q_s^2(\tau_0, b_{\perp}) \exp[c\alpha_s(\tau - \tau_0)], \quad (79)$$

где c — численный коэффициент, $c \sim 1$. Из соотношений (78), (79) мы видим, что величина амплитуды рассеяния определяется мультипликативной комбинацией размера пробника $Q_{\perp}^2 \sim 1/r_{\perp}^2$ и быстроты τ . При больших Q_{\perp}^2 и умеренных τ мы получаем стандартный пертурбативный результат $\mathcal{N} \sim 1/Q_{\perp}^2$. Наиболее интересен, естественно, предел высоких энергий $\tau \rightarrow \infty$, в котором, поскольку $Q_s^2(\tau \rightarrow \infty) \rightarrow \infty$ (ср. (79)), второй член в (78) обнуляется, и амплитуда рассеяния насыщается на своем верхнем пределе $\mathcal{N}(\tau \rightarrow \infty) \rightarrow 1$. Таким образом, квадратичная

нелинейность ядра уравнения Балицкого–Ковчегова (77) обеспечивает унитаризацию *при заданном прицельном параметре* b_{\perp} . Переход от чисто пертурбативного режима промежуточных энергий к нелинейному режиму при высоких энергиях контролируется ключевым масштабом теории — шкалой насыщения.

Возможно ли компактное описание теории во всей области поперечных импульсов? В работе [45], в частности, показано, что по совершенно разным причинам асимптотики как при малых ($q_{\perp}^2 \ll Q_s^2$), так и при больших ($q_{\perp}^2 \gg Q_s^2$) поперечных импульсах описываются гауссовым весовым функционалом W , удовлетворяющим уравнению

$$\frac{\partial W_{\tau}[\rho]}{\partial \tau} = \frac{1}{2} \int d^2 x_{\perp} d^2 y_{\perp} \lambda(x_{\perp}, y_{\perp}) \frac{\delta^2 W_{\tau}[\rho]}{\delta \rho_{\tau}^a(x_{\perp}) \delta \rho_{\tau}^a(y_{\perp})}. \quad (80)$$

При больших поперечных импульсах можно просто пренебречь всеми нелинейными эффектами, а полное описание системы дается двухточечной функцией, удовлетворяющей уравнению БФКЛ. При малых поперечных импульсах ситуация снова гауссова, но на этот раз вследствие того, что нелинейности в ядре уравнения пренебрежимо малы из-за быстрых осцилляций аргументов входящих в него вильсоновских линий. Оказывается, что с хорошей точностью решение общего мастер-уравнения (66) или (68) может быть приближено гауссианом, удовлетворяющим (80), с ядром, интерполирующим между режимами малых и больших поперечных импульсов:

$$\lambda_{\tau}(k_{\perp}) = \lambda_{\tau}^{\text{BFKL}} \frac{k_{\perp}^2}{k_{\perp}^2 + \pi \lambda_{\tau}^{\text{BFKL}}}. \quad (81)$$

Упомянем также еще одно важное наблюдение, сделанное в [43, 44], а именно, "геометрический скейлинг" ядра

$$\lambda_{\tau}(k_{\perp}) \simeq \frac{1}{\pi} k_{\perp}^2 \left(\frac{Q_s^2(\tau)}{k_{\perp}^2} \right)^{\gamma} \quad (82)$$

(γ — некоторая константа), имеющий место в "скейлинговом окне" $Q_s^2(\tau) \ll k_{\perp}^2 \ll Q_s^4(\tau)/Q_0^2$ и приводящий к соответствующему скейлинговому поведению физических наблюдаемых.

В заключение этого раздела отметим недавние работы [47, 48], в которых проанализированы различия в свойствах решений полного РГ-уравнения эволюции и его упрощенного варианта — уравнения Балицкого–Ковчегова.

3.4. Насыщение и унитарность

Уравнение (78) демонстрирует явление насыщения в терминах дипольной амплитуды рассеяния. В самом деле, из уравнения (78) вытекает, что амплитуда рассеяния для больших диполей (т.е. у которых расстояние между зарядами в поперечной плоскости $r_{\perp}^2 \equiv x_{\perp}^2 - y_{\perp}^2 > 1/Q_s^2$) мала. Отметим еще раз, что правая часть уравнения (78) зависит только от размера диполя $r_{\perp} \equiv x_{\perp} - y_{\perp}$, так что уравнение справедливо при *фиксированном* прицельном параметре $b \equiv (x_{\perp} + y_{\perp})/2$. Унитарность (т.е. выполнение условия $N \leq 1$) обеспечена тем самым только при фиксированном b .

Наиболее важный вопрос, на который теперь необходимо ответить, состоит в том, помогает ли насыщение также решить проблему нарушения унитарности для

полного неупругого сечения, получаемого интегрированием амплитуды рассеяния по прицельным параметрам. К сожалению, ответ на этот вопрос отрицателен. Детальный анализ проблемы проведен в работах [50–53].

Требование унитарности теории приводит к знаменитому ограничению Фруассара на максимально допустимый рост полного неупругого сечения с ростом энергии соударения E :

$$\sigma_{\text{inel}} < \frac{\pi}{m_{\pi}^2} (\ln E)^2 \equiv \frac{\pi}{m_{\pi}^2} \tau^2, \quad (83)$$

где m_{π} — наименьшая масса в теории (масса пиона в КХД с легкими кварками).

Физическое сечение для рассеяния пробника с поперечным размером $Q_{\perp}^2 \sim 1/r_{\perp}^2$ при энергии $\sim \exp(\tau)$ получается интегрированием амплитуды рассеяния \mathcal{N} по прицельному параметру b_{\perp} :

$$\sigma(Q_{\perp}^2, \tau) = 2 \int d^2 b_{\perp} N(Q_{\perp}, b_{\perp} | \tau) \equiv \pi R^2(\tau), \quad (84)$$

где введен зависящий от энергии радиус взаимодействия $R(\tau)$. В терминах этого радиуса ограничению Фруассара (83) отвечает максимально допустимый рост радиуса взаимодействия $R(\tau) \sim \tau$.

Ключевую причину нарушения унитарности легко понять, заметив, что в теории возмущений поведение полей на пространственной бесконечности как для цветных, так и для нейтральных по цвету систем всегда степенное. Поэтому при достаточно больших прицельных параметрах b_{\perp} и достаточно больших значениях энергии интеграл в (84) расходится экспоненциально. Этот эффект можно охарактеризовать компактной формулой для полного сечения, выведенной в [51]:

$$\sigma_{\text{inel}} = \pi R_{\text{target}}^2 + 2\pi R_{\text{target}} x_0 \exp\left(\frac{\alpha_s N_c}{2\pi} \epsilon \tau\right), \quad (85)$$

где ϵ — константа. Из уравнения (85) мы видим, что при больших τ рост полного сечения экспоненциален, что приводит к нарушению ограничения Фруассара. Еще одно обстоятельство, проясняющее причины нарушения унитарности, состоит в невозможности пертурбативной генерации массы в неабелевой безмассовой теории, поэтому теория возмущений не может "породить" массу m_{π} (см. (83)), превращающую степенную зависимость амплитуды рассеяния от прицельного параметра в экспоненциальную и спасающую тем самым унитарность. Таким образом, за рамками учета нелинейных эффектов в описанной выше модифицированной теории возмущений остается еще много важных пертурбативных физических явлений, имеющих отношение к восстановлению унитарности, нарушенной в пертурбативном описании (подробное обсуждение этих вопросов в терминах конститuentных кварков, мягкого померона и т.д. можно найти в [52]).

4. Плотная глюонная материя в соударениях ядер

Исключительный интерес для исследования неабелевой партонной динамики представляют ультрарелятивистские соударения тяжелых ионов, поскольку имеющиеся в них плотные пучки исходных партонных создают условия для появления плотной партонной материи на ранних стадиях этих соударений.

Чтобы описать партонно-обусловленную динамику ядерных соударений при высоких энергиях, необходимо точно определить роль партонных степеней свободы в выбранном способе описания ядерных взаимодействий. Ниже мы опишем два встречающихся в литературе подхода⁹.

В первом подходе рассматривается [56, 62] смесь мягких непертурбативных (адронные струны и т.д.) и полужестких пертурбативных вкладов в неупругое сечение. Пертурбативные сечения сильно расходятся при малых передачах импульса (малых поперечных энергиях), так что для получения конечного вклада в неупругое сечение необходимо вводить явное инфракрасное обрезание. Доминирующий вклад в пертурбативную компоненту неупругого сечения будет, следовательно, формироваться на масштабе инфракрасного обрезания — ситуация, не являющаяся концептуально удовлетворительной (рассматриваемая инфракрасная расходимость пертурбативных сечений является, как правило, степенной, так что использование обрезания является поистине "брутальным" способом фиксации физически важного масштаба).

Во втором подходе [57, 68], связанном с физическими следствиями глюонного насыщения, масштаб насыщения Q_s не вводится искусственно, а появляется вследствие нелинейных эффектов в плотной глюонной среде. С технической точки зрения шкала насыщения Q_s является инфракрасным регулятором, а доминирующий вклад в физические сечения формируется именно в окрестности этой шкалы. Важным отличием от моделей смешанного типа является то, что в основанных на насыщении моделях очень трудно (если вообще возможно) последовательно добавить в рассмотрение мягкую непертурбативную компоненту.

4.1. Смешанная модель

Наиболее полное из известных описаний динамики соударений тяжелых ионов, базирующихся на суперпозиции мягкой струнной и полужесткой партонной динамик, дается моделью HIJING [62]. Наряду с учетом излучения в начальном и конечном состояниях в соударениях адронов, в модели учитывается ядерное экранирование и потери энергии рожденных партонных в среде, созданной ядерным соударением. Соударение ядер описывается в HIJING как суперпозиция нуклон-нуклонных. Адронный p - p -блок HIJING нормирован на экспериментальные данные при энергиях ~ 100 ГэВ, так что в этом смысле модель адекватно настроена на энергию RHIC. Несмотря на то, что, вероятно, экстраполяция физики, заложенной в HIJING, на значения энергии LHC (Large Hadron Collider) без значительных модификаций невозможна, при энергиях RHIC модель обеспечивает достаточно сбалансированную и надежную основу для анализа физики ядерных соударений.

Хорошей иллюстрацией к использованию смешанного "мягко-жесткого" подхода является формула для зависимости быстрой (псевдобыстрой) плотности частиц от энергии соударений и центральности, содержащая характерную смесь мягких и жестких вкла-

дов [86, 98]:

$$\frac{dN}{dy} = (1 - X(s)) n_{p-p} \frac{\langle N_{part} \rangle}{2} + X(s) n_{p-p} \langle N_{coll} \rangle, \quad (86)$$

где n_{p-p} — плотность частиц по псевдобыстроте в p - p -соударениях, $X(s)$ — относительный вклад полужесткой динамики в рождение частиц, $\langle N_{part(coll)} \rangle$ — средние числа участников (соударений) при рассматриваемых значениях энергии. Напомним, что под "участниками" (participants) понимаются нуклоны, испытавшие, по крайней мере, одно неупругое соударение, в то время как индекс "coll" относится к подсчету всех неупругих соударений. Оценка $X(s)$ в [86] дала при $s = 130$ ГэВ значение $X(s) \sim 0,1$, т.е. 10 %-ный вклад полужестких механизмов в процесс рождения частиц.

4.1.1. Анатомия потока поперечной энергии. Прежде чем перейти к обсуждению ядерных соударений, обсудим "анатомию" потока поперечной энергии, генерируемого в процессах множественного рождения в нуклон-нуклонных соударениях, в терминах относительных вкладов различных пертурбативных и непертурбативных механизмов. Как упоминалось выше, нуклон-нуклонные соударения являются базовым элементом конструкции моделей смешанного типа таких, как HIJING, поэтому сравнение результатов подобного анализа с экспериментальными данными [99] помогает оценить вклады в наблюдаемый поток поперечной энергии, обусловленные различными механизмами, и дать физическую интерпретацию этих механизмов.

Обратимся сначала к вычислению пертурбативного вклада в поток поперечной энергии для центрального интервала быстрой, используя следующее за лидирующим (next-to-leading order, NLO) приближение, и сравним этот вклад с экспериментальными данными, полученными коллаборацией UA2 [99]. В общем случае вычисление струнного сечения с NLO-точностью требует задания так называемого алгоритма определения струй, устанавливающего экспериментальное разрешение для наблюдаемой струи, например, угловую апертуру соответствующего конуса (см., например, [59]). Рассматриваемое сечение вычисляется путем интегрирования дифференциального сечения по фазовому объему с учетом ограничений, накладываемых алгоритмом определения струи. Распределение поперечной энергии в заданном интервале быстрой $y_a < y < y_b$ в NLO-приближении с точностью $O(\alpha_s^3)$ вычисляется по формуле

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dE_\perp} = & \int D^2PS \frac{d\sigma}{d^4p_1 d^4p_2} \times \\ & \times \delta \left[E_\perp - \sum_{i=1}^2 |p_{\perp i}| \theta(y_{\min} < y_i < y_{\max}) \right] + \\ & + \int D^3PS \frac{d\sigma}{d^4p_1 d^4p_2 d^4p_3} \times \\ & \times \delta \left[E_\perp - \sum_{i=1}^3 |p_{\perp i}| \theta(y_{\min} < y_i < y_{\max}) \right], \quad (87) \end{aligned}$$

где $D^{2(3)}PS$ обозначает интегрирование по двухчастичному (трехчастичному) фазовому пространству. Первому слагаемому отвечает вклад двухчастичных конечных состояний с учетом однопетлевых радиационных поправок, а второму — вклад трехчастичных конечных

⁹ В литературе обсуждается также анализ динамики ядерных соударений в терминах глюонных струн, натягивающихся между конститuentными степенями свободы (см., например, [5]).

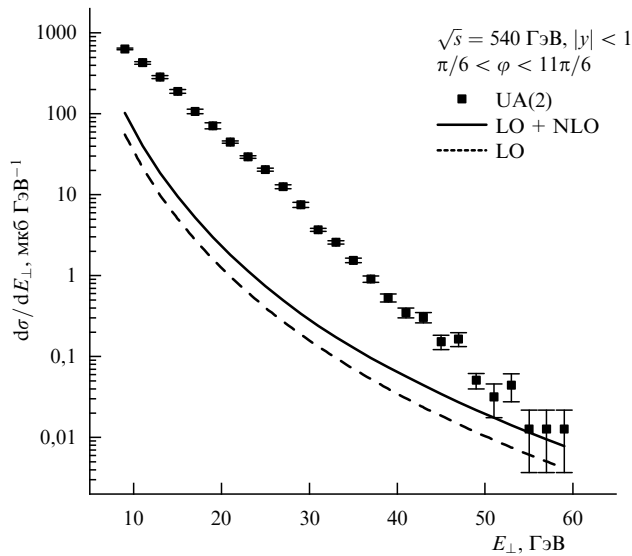


Рис. 1. Спектры поперечной энергии в $p-\bar{p}$ -соударениях: штриховая и сплошная кривые — вычисления с LO- и (LO + NLO)-точностью в пертурбативной КХД соответственно; квадраты — экспериментальные данные коллаборации UA2 [99].

состояний. В пертурбативной КХД хорошо определено только вычисление инфракрасно-стабильных величин [59], в которых расходимости, связанные с реальными и виртуальными вкладами, компенсируют друг друга, так что добавление одного инфинитезимально мягкого глюона не изменяет результат. Легко убедиться, что распределение по поперечной энергии в заданном интервале быстрот, вычисляемое по формуле (87), действительно инфракрасно стабильно¹⁰.

Вычисление спектра поперечных энергий в $p-\bar{p}$ -соударениях было выполнено в [64] с использованием монте-карловского кода, разработанного в [100], и определения "струи", отвечающего изучаемому спектру по поперечной энергии (87).

На рисунке 1 мы сравниваем LO- и (LO + NLO)-спектры поперечной энергии в $p-\bar{p}$ -соударениях, вычисленные по методу, описанному в [60], с экспериментальным распределением поперечной энергии в центральном интервале быстрот $|y| < 1$ в конусе с азимутальным раствором $\pi/6 \leq \varphi \leq 11\pi/6$ при $\sqrt{s} = 540$ ГэВ, измеренным коллаборацией UA2 [99]. Мы видим, что пертурбативные вычисления, выполненные с (LO + NLO)-точностью, можно согласовать с экспериментальными данными только при достаточно больших значениях энергий, $E_{\perp} \gtrsim 60$ ГэВ. Интересно отметить, что именно начиная с этого масштаба энергий в пространстве экспериментальных событий проявляется доминирующее влияние двухструйных конфигураций. Это означает, что только при таких значениях энергии предположения, на которых базируются пертурбативные вычисления (коллинеарная факторизация в приближении лидирующего твиста, явный учет всех вкладов заданного порядка по α_s), позволяют описать процесс рождения поперечной энергии и обеспечить требуемую дуальность описания доминирующих конфигураций, дающих вклад в рассматриваемом порядке теории возмущений, и поперечной

энергии, переносимой адронами в конечном состоянии. При значениях энергии $E_{\perp} \leq 50$ ГэВ вычисленный спектр радикально рассогласовывается с наблюдаемым как по форме, так и по величине, демонстрируя неадекватность рассматриваемого пертурбативного вычисления $O(\alpha_s^3)$ в этой области. Заметим, что улучшение точности описанного вычисления пока не представляется возможным, поскольку ни вычисления рассматриваемого спектра в более высоких порядках теории возмущений, ни суммирование соответствующего ряда теории возмущений до сих пор не проведены.

С практической точки зрения это означает, что для достижения согласия с экспериментальными данными необходимо привлечение дополнительных модельных предположений, которые неизбежно приходится делать при учете вкладов высших порядков и эффектов высших твистов. В популярных монте-карловских генераторах PYTHIA [65] и HIJING [62] учитываются такие эффекты, как множественные партон-партонные соударения, излучение в конечном и начальном состояниях и производство поперечной энергии в ходе адронизации. На рисунке 2 мы сравниваем те же данные UA2 [99] со спектром, вычисленным с помощью генератора событий HIJING. Чтобы проиллюстрировать относительный вклад различных динамических механизмов, на рис. 2 показаны вклады жесткого партонного рассеяния без учета излучения в начальном и конечном состояниях, полный партонный вклад и, наконец, спектр поперечной энергии конечных адронов. Мы видим, что учет дополнительных партонных механизмов таких, например, как излучение в начальном и конечном состояниях, позволяет воспроизвести (экспоненциальную) форму спектра, но не его значения. Образовавшуюся брешь заполняют мягкие вклады, учитывающие производство поперечной энергии при разрыве растягивающихся адронных струн. Отметим наконец, что спектр, вычисленный с помощью HIJING, несколько круче экспериментального. Дополнительная "тонкая настройка" может быть достигнута перебором используемых структурных функций.

Представленные результаты ясно демонстрируют, что для воспроизведения экспериментально наблюдаемого спектра поперечных энергий необходимо привлечение сложных механизмов рождения партонов, учитывающих излучение, сопровождающее жесткое партон-пар-

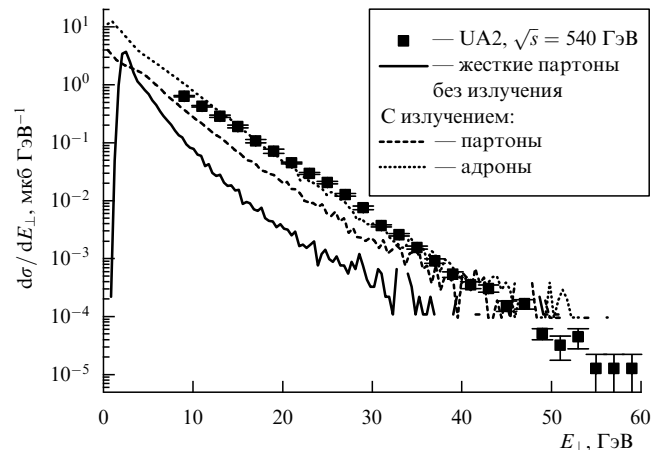


Рис. 2. Спектры поперечной энергии в $p-\bar{p}$ -соударениях, вычисленные с помощью HIJING в сравнении с экспериментальными данными коллаборации UA2 [99].

¹⁰ Формальное определение инфракрасной стабильности можно найти, например, в [100].

тонное рассеяние как в начальном, так и в конечном состояниях этого процесса, а также механизмов рождения струнами глюонных кинков (коллективных возбуждений глюонной струны) и непertурбативной генерации поперечной энергии на стадии адронизации. Это утверждение является калориметрическим аналогом хорошо известного результата о важности министруйной компоненты в описании хвостов распределений по множественности [62, 101].

Отметим, что приведенные выше результаты имеют самое непосредственное отношение к описанию ранней стадии соударений тяжелых ионов. В большинстве динамических моделей ядро-ядерных соударений описание проводится в терминах некогерентной суперпозиции нуклон-нуклонных соударений. Как мы убедились, для корректного описания партонной конфигурации, "предшествующей" наблюдаемому потоку поперечных энергий в нуклон-нуклонных соударениях, необходимо привлечение механизмов, не учитываемых стандартной коллинеарной факторизацией. Это означает, что для оценки таких величин, как, например, множественность партонов на некоторой временной шкале, необходим весьма тщательный анализ разнообразных вкладов.

4.1.2. Азимутальная картина потока поперечной энергии.

Для понимания динамических характеристик соударений тяжелых ионов, связанных с партонами, требуется анализ экспериментально измеримых величин, чувствительных к определенным характеристикам, различающимся для полужесткой партонной и мягкой адронной динамики. Одно из конкретных предложений обсуждалось в [64, 65]. Идея состоит в том, что пертурбативный механизм генерирует асимметрию потока поперечной энергии из-за ее коллимации вдоль выделенных направлений, фиксированных в процессах с большой передачей импульса.

Для количественного описания пособытийной асимметрии потока поперечной энергии, рассмотрим разность поперечных энергий, рожденных в некотором быстрой интервале $y_{\min} < y_i < y_{\max}$ в двух азимутально противоположных конусах, каждый из которых имеет угловой развор $\delta\varphi$.

Для удобства без ограничения общности можно представить, что эти конусы направлены "вверх" и "вниз" в некоторой специально выбранной системе координат в поперечной плоскости. Обозначая поперечные энергии в заданном событии в "верхнем" и "нижнем" конусах как $E_{\perp}^{\uparrow}(\delta\varphi)$ и $E_{\perp}^{\downarrow}(\delta\varphi)$ соответственно, мы можем количественно охарактеризовать пособытийную асимметрию в рождении поперечной энергии, рассмотрим величину

$$\delta E_{\perp}(\delta\varphi) = E_{\perp}^{\uparrow}(\delta\varphi) - E_{\perp}^{\downarrow}(\delta\varphi), \quad (88)$$

а статистические свойства поперечной энергии — соответствующим распределением вероятностей

$$P(\delta E_{\perp}|\delta\varphi) \equiv \frac{dw(\delta E_{\perp}(\delta\varphi))}{d\delta E_{\perp}(\delta\varphi)}. \quad (89)$$

Это распределение было вычислено [64] в модели HIJING для центральных соударений Au–Au при энергии RHIC $\sqrt{s} = 200$ ГэВ и центральных соударений Pb–Pb при энергии LHC $\sqrt{s} = 5,5$ ТэВ и $\delta\varphi = \pi$. Распределения $P(\delta E_{\perp}|\pi)$ рассчитывались как на партонном уровне, так и для конечных адронов с включением и

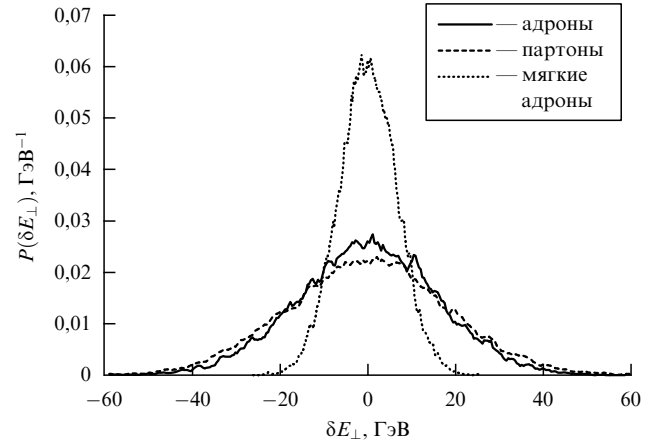


Рис. 3. Распределение вероятностей для азимутального дисбаланса потока поперечной энергии в единичном интервале быстрой для соударений Au–Au при энергии RHIC $\sqrt{s} = 200$ ГэВ, $p_0 = 2$ ГэВ и включенном квенчинге.

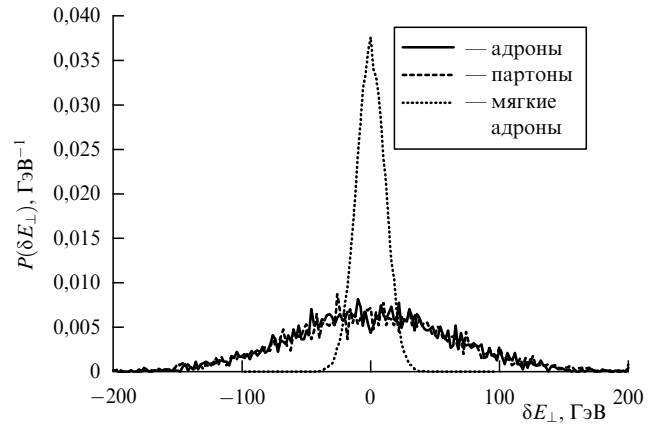


Рис. 4. Распределение вероятностей для азимутального дисбаланса потока поперечной энергии в единичном интервале быстрой для соударений Pb–Pb при энергии LHC $\sqrt{s} = 5,5$ ТэВ, $p_0 = 2$ ГэВ и включенном квенчинге.

выключением полужестких взаимодействий и квенчинга (quenching)¹¹. Это позволило проанализировать вклады министруй HIJING, а также эффектов, связанных с их адронизацией, в рассматриваемую асимметрию. Полученные распределения приведены на рис. 3 и 4 для энергий RHIC и LHC соответственно с включенным и выключенным квенчингом при значении инфракрасного обрезания для министруй $p_0 = 2$ ГэВ.

Численные значения среднеквадратичного отклонения δE_{\perp} , характеризующие значения ширины соответствующих распределений вероятностей, изображенных на рис. 3 и 4, представлены в таблице, в которой для полноты приведены также ширины распределений вероятностей с включенным и выключенным квенчингом при большем значении импульса инфракрасного обрезания, $p_0 = 4$ ГэВ.

Из результатов, представленных на рис. 3 и 4 и в таблице, можно сделать следующие выводы.

Во-первых, величина азимутальной асимметрии, характеризуемая шириной распределения вероятностей

¹¹ Под квенчингом здесь понимается эффект гашения министруй в среде, образующейся после соударения ядер.

Таблица. Основные характеристики азимутальной асимметрии потока поперечной энергии

Соударения ядер	\sqrt{s} , ГэВ	Инфракрасное обрезание p_0 , ГэВ	Асимметрия	$\sqrt{\langle \delta E^2 \rangle}$, ГэВ
Au–Au	200	2	Адроны (с квенчингом)	16
			Адроны (без квенчинга)	17
			Партоны	18
			Мягкие адроны	7
Pb–Pb	5500	2	Адроны (с квенчингом)	61
			Адроны (без квенчинга)	71
			Партоны	65
			Мягкие адроны	15
Pb–Pb	5500	4	Адроны (с квенчингом)	69
			Партоны	76
			Мягкие адроны	16

$P(\delta E_{\perp} | \delta \varphi)$, сильно зависит от полужестких взаимодействий (министруй). Выключение министруй, т.е. учет только мягких механизмов, приводит к значительному сужению распределения по асимметрии — в 2,3 раза при энергии RHIC и в 4,1 раза при энергии LHC (приведенные значения относятся к случаю включенного квенчинга).

Во-вторых, замечательный факт состоит в том, что партонное и конечное (адронное) распределения по δE_{\perp} в обоих случаях практически совпадают. Это означает, что партонный и адронизационный вклады в поток поперечной энергии аддитивны. Кроме того, имеет место азимутальная симметричность потока энергии по отношению к противонаправленным конусам. Оба вывода свидетельствуют о том, что корреляция энергия–энергия в уравнении (88) является чувствительным индикатором наличия начальной партонной динамики, который может быть изучен в калориметрических измерениях в центральных детекторах на RHIC и LHC.

В-третьих, как и ожидалось, выключение квенчинга несколько усиливает флуктуации. Как следует, однако, из таблицы, влияние этого эффекта в численном выражении незначительно, что является дополнительным аргументом в пользу того, что рассматриваемая асимметрия действительно существенно определяется самой ранней стадией соударений, на которой формируется начальный партонный поток.

И наконец, из таблицы можно сделать вывод, что изучаемая асимметрия не слишком чувствительна к изменению значения инфракрасного обрезания p_0 , давая тем самым устойчивый сигнал наличия полужесткой динамики, что заслуживает экспериментального изучения.

4.1.3. Турбулентность начальных глюонов: картина в плоскости прицельного параметра. В разделе 4.1.2 мы обсуждали пособытийную асимметрию потока поперечной энергии с "импульсной" точки зрения. При более детальном анализе необходимо рассмотреть пространственно-временную картину формирования потока энергии-импульса. Особый интерес представляет пособытийный анализ процесса генерации поперечной энергии в плоскости прицельного параметра. Этот вопрос был впервые рассмотрен в работе [66], в которой получены исключительно интересные результаты.

Пособытийный характер рождения поперечной энергии в моделях смешанного типа, таких, как HIJING,

определяется двумя главными факторами. Первый из них — распределение по числу мягких и жестких (полужестких) соударений на единицу поперечной площади. Вторым — форма соответствующего спектра по поперечному импульсу (энергии). Свертка этих двух распределений определяет структуру картины рождения поперечных импульса и энергии. Для широких распределений можно ожидать перемежающегося, турбулентного характера пространственной картины рождения поперечной энергии в плоскости прицельного параметра. Наиболее перспективной в этом смысле является, разумеется, полужесткая партонная компонента. Распределение по числу полужестких неупругих соударений довольно широкое, а спектры поперечной энергии, генерируемой в таких соударениях — степенные. Именно это сочетание приводит к перемежающемуся, турбулентному характеру распределения начальной поперечной энергии в поперечной плоскости [66].

В работе [66] рассматривалось следующее распределение по поперечной энергии совокупности свободно разлетающихся глюонов (взятой из набора партонов в событиях HIJING) на нулевой скорости $y = 0$ (а значит, и при $z = 0$) в момент собственного времени τ :

$$\mathcal{E}(\tau, x_{\perp}, z = 0) = \sum_k \frac{p_{\perp k}}{\tau} \frac{(\tau p_{\perp k})^2}{1 + (\tau p_{\perp k})^2} \delta(x_{\perp} - x_{\perp k}(\tau)) \delta(y_k), \quad (90)$$

в котором производится суммирование по партонам и второй множитель в правой части описывает распределение по времени формирования партонов.

Имеет смысл рассматривать распределение по поперечной энергии на некоторой крупнозернистой пространственной шкале. Говоря более конкретно, размер координатной ячейки ограничен снизу соотношением неопределенностей $\delta r_{\perp} > 1/\delta p_{\perp}$, а сверху — причинностью (локальным горизонтом глюона в системе отсчета, движущейся вместе с ним). При выбранном τ эта верхняя граница задается соотношением $\delta r_{\perp} < \tau$, так что для больших ядер и малых собственных времен число независимых ячеек в поперечной плоскости может быть весьма велико. Естественный продольный размер ячейки можно выбрать в виде $|y| < 1$.

Конкретный пример, рассмотренный в [66], — это соударения Au–Au при энергии RHIC $\sqrt{s} = 200$ ГэВ. "Мгновенный снимок" распределений по поперечному импульсу и поперечной энергии в плоскости прицельного параметра, полученный при $\tau = 0,5$ фм, дал захватывающие результаты. Как уже упоминалось выше, в модели HIJING существует четкое разделение мягких и полужестких механизмов рождения поперечной энергии. Введем для соответствующих вкладов обозначения $\mathcal{E}_{\text{soft}}$ и $\mathcal{E}_{\text{hard}}$. В этих терминах результаты [66] можно описать как появление на фоне гладкой, однородно распределенной плотности энергии $\mathcal{E}_{\text{soft}} \approx 5$ ГэВ выраженных пиков ("hot spots") с большими плотностями энергии $\mathcal{E} > 20$ ГэВ (что отвечает $\mathcal{E}_{\text{hard}} \geq 15$ ГэВ), разделенных расстояниями порядка 4–5 ферми. Отметим, что векторное поле поперечных импульсов имело выраженный вихревой характер — на естественную аналогию с нестабильностью (турбулентностью), индуцируемой в однородном "мягком" ламинарном потоке министруйной компонентой, было указано в работе [66].

Важность результатов, полученных в [66], по нашему мнению, заключается в том, что их характер не связан

именно с конкретной моделью (HIJING), значением энергии соударения и т.д. Как уже неоднократно упоминалось выше, последовательная модель соударений тяжелых ионов с необходимостью должна содержать смесь мягких и жестких механизмов. Любая смесь такого рода приведет к появлению перемежающейся турбулентной картины, аналогичной обсуждавшейся в [66].

4.2. Рождение партонов и явление насыщения в ядерных соударениях

Сечения, описывающие жесткие процессы (например рождение струй с большими p_{\perp}), пропорциональны произведению исходных партонных потоков. При высоких значениях энергии соударений, когда становится существенным явление насыщения, эта обычная картина должна быть подвергнута ревизии. Соответствующий анализ впервые был проведен в работе [57], в которой, в частности, было показано, что вследствие насыщения множественность и поперечная энергия глюонов, рожденных на центральных быстротах, характеризуются следующими скейлинговыми зависимостями от Q_s :

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dy} &= 2AxG_{\text{nucleon}}(x, Q_s^2), \\ \frac{dE_{\perp}}{dy} &= 2Q_s x G_{\text{nucleon}}(x, Q_s^2), \end{aligned} \quad (91)$$

где $Q_s \sim \alpha A/R^2$ — характерная шкала насыщения, на которой излучение и поглощение глюонов уравниваются друг друга. Мы видим, что A -зависимость в уравнениях (91) отличается от наивно ожидаемой в виде пертурбативного множителя A^2 и больше походит на зависимости, возникающие в мягких моделях рождения адронов.

Важно подчеркнуть, что картина рождения глюонов, а значит, и картина первоначально родившейся глюонной конфигурации зависят от калибровки, используемой при вычислении. Этот факт был явно продемонстрирован в [69], где вычисление спектра глюонов, рождающихся в p - A -соударениях, было выполнено как в ковариантной калибровке, так и в калибровке светового конуса. Оказалось, что *происхождение* A -зависящих эффектов в этих двух калибровках совершенно различно: в ковариантной калибровке — это перерасеяние рожденного глюона на нуклонах ядра, а в калибровке светового конуса — нелинейные взаимодействия глюонов в волновой функции ядра. Этим объясняется некоторая амбивалентность интуитивных объяснений основ природы рождения глюонов (см., например, [68]). Сейчас нам будет удобно воспользоваться "логикой калибровки светового конуса", согласно которой можно ожидать, что число рожденных глюонов будет, грубо говоря, равно их числу "до рассеяния" в волновой функции ядра [68].

4.2.1. Спектр рожденных глюонов: аналитические результаты. Качественные идеи, описанные выше, получили дальнейшее развитие в работе [70], где был предложен нелинейный аналитический анзац для спектра глюонов, рожденных в соударении двух одинаковых ядер. Соответствующее выражение может быть записано в виде двумерного интеграла по поперечной плоскости [70]. Для параметрически малых поперечных импульсов $k_{\perp}^2 < Q_s^2$ можно с логарифмической точностью выпол-

нить двумерное интегрирование по координатам и получить следующее впечатляюще простое выражение для глюонного спектра:

$$\frac{dN^{A-A}}{d^2b dy d^2k_{\perp}} = \frac{C_F}{\alpha\pi^3} \frac{Q_s^2}{k_{\perp}^2} \left[\exp\left(-\frac{k_{\perp}^2}{2Q_s^2}\right) - \exp\left(-\frac{k_{\perp}^2}{Q_s^2}\right) \right]. \quad (92)$$

Из уравнения (92) следует важный вывод о том, что с точностью до логарифмических поправок, которыми пренебрегли в процессе вывода, спектр глюонов, рожденных в ядро-ядерном соударении является *конечным* в пределе $k_{\perp}^2/Q_s^2 \rightarrow 0$:

$$\frac{dN^{A-A}}{d^2b dy d^2k_{\perp}} \rightarrow \frac{1}{\alpha} \frac{C_F}{2\pi^3}, \quad (93)$$

обеспечивая тем самым инфракрасно-конечные результаты для выражений, содержащих интегрирование по поперечным импульсам, таким, например, как неупругое сечение. Этот результат в высшей степени нетривиален. В стандартных министруйных сценариях, основанных на коллинеарной факторизации, можно обеспечить инфракрасную конечность только "грубой силой" (явное инфракрасное обрезание при сильно расходящемся спектре $\sim 1/k_{\perp}^4$). В p - A -рассеянии, в котором суммируются нелинейные поправки, относящиеся к одному ядру, спектр глюонов все еще имеет степенную расходимость при малых импульсах ($\sim 1/k_{\perp}^2$) [25, 70]. Это показывает, что только комбинация всех нелинейных эффектов в обоих рассеивающихся ядрах обеспечивает инфракрасную конечность спектра рожденных глюонов и физических сечений, вычисленных с его помощью.

Спектр (92) позволяет сделать количественные оценки, уточняющие связь физических величин с импульсом насыщения. В частности, для среднего импульса рожденных глюонов

$$\langle k_{\perp}^2 \rangle = \frac{1}{\ln 2} Q_s^2. \quad (94)$$

Мы видим, что численное значение $\langle k_{\perp}^2 \rangle$ действительно очень близко к Q_s^2 , как и предполагалось в интуитивной картине, рассматривавшейся в [23, 57, 68]. Проинтегрировав уравнение (92) по k_{\perp} , получим выражение для плотности глюонов на единицу быстроты в поперечной плоскости

$$\frac{dN^{A-A}}{d^2b dy} = \frac{1}{\alpha} \frac{\ln 2}{\pi^2} C_F Q_s^2. \quad (95)$$

Полезно сравнить уравнение (95) с выражением для плотности глюонов в волновой функции ядра, вычисленной в той же цилиндрической геометрии в приближении Мак-Леррана – Венугопалана,

$$\frac{dN^{\text{MW}}}{d^2b dy} = \frac{1}{\alpha} \frac{C_F}{2\pi^2} Q_s^2. \quad (96)$$

Сравнивая уравнения (95) и (96) мы видим, что плотность рожденных глюонов (95) действительно пропорциональна плотности глюонов в волновой функции ядра:

$$\frac{dN^{A-A}}{d^2b dy} = 2 \ln 2 \frac{dN^{\text{MW}}}{d^2b dy}, \quad (97)$$

с коэффициентом пропорциональности $2 \ln 2 \simeq 1,39$. Из уравнения (95) можно получить выражение для быстрой плотности рожденных глюонов в терминах струк-

турной функции ядра:

$$\frac{dN^{A-A}}{dy} = \pi R_A^2 \frac{1}{\alpha} \frac{\ln 2 C_F}{\pi^2} Q_s^2 = 2 \ln 2 (V_A \rho) x G(x, Q_s^2), \quad (98)$$

где $V_A \sim A$ — объем ядра.

4.2.2. Рождение партонов и насыщение: численное решение.

Естественной задачей, возникающей в контексте подхода МВ к физике соударений тяжелых ионов при высоких энергиях, является изучение на том же квазиклассическом уровне спектра глюонов, рожденных в соударении двух ядер. Спектр рожденных глюонов зависит, очевидно, от состава глюонных мод в соударяющихся ядрах [67]. В пионерской работе [67] спектр рожденных глюонов был вычислен в низшем порядке теории возмущений. Результат содержал характерную сильную инфракрасную расходимость. Исследование было продолжено в [71–73]. В этом подходе ставилась задача решения уравнений Янга–Миллса в присутствии тока внешнего источника [67]

$$J^\mu = \delta^{\mu+} \rho_{(1)} \delta(x^-) + \delta^{\mu-} \rho_{(2)} \delta(x^+), \quad (99)$$

отвечающего двум налетающим ядрам. В работах [74–81] была реализована объемная программа по численному решению рассматриваемой задачи. В предположении инвариантности относительно продольных лоренц-бустов задача сводится к решению $(2+1)$ -гамильтоновой хромодинамики на решетке.

Результат зависит от трех параметров — заряда g , плотности цветного заряда μ_A (см. (24)) и радиуса ядра R_A — через их безразмерную комбинацию $\xi = g^4 \pi R_A^2 \mu_A^2$. Для быстрой плотности числа глюонов и поперечной энергии имеем соответственно

$$\begin{aligned} \frac{dE_\perp}{dy} &= \mu_A \xi f_E(\xi), \\ \frac{dN}{dy} &= \xi f_N(\xi). \end{aligned} \quad (100)$$

В пределе слабых полей (точнее, при $\xi < 50$) все рассматриваемые величины характеризуются сильной зависимостью от ξ и, следовательно, от инфракрасного обрезания. При $\xi \sim 100$ эта зависимость насыщается.

Важное значение имеет проверка того, воспроизводится ли пертурбативный результат работы [67] в режиме слабого поля. Результаты недавнего анализа показали, что такое соответствие достигается только при очень малых значениях скейлингового параметра, $\xi < 10$ [81]. Что касается спектра рожденных глюонов, то он имеет "термодинамическую" экспоненциальную форму при малых значениях энергии [77, 81], отклоняясь от нее при больших [81].

Наиболее важным вопросом, изучаемым в ходе численного анализа, является, вероятно, вопрос о том, насколько велики числа заполнения глюонных мод f_g . Классическое описание, на котором базируется рассматриваемый метод, справедливо только при больших числах заполнения, $f_g \gg 1$. Окончательной ясности в этом вопросе пока не достигнуто, но наиболее вероятно, что для значений параметров, отвечающих энергии РНЦ, говорить о выполнении условия $f_g \gg 1$ можно лишь с большой натяжкой.

4.2.3. Интерпретация данных РНЦ в терминах КЦС. По мере публикации экспериментальных данных, получен-

ных на ускорителе РНЦ, появляется возможность проверки идей, связанных с физикой КЦС (физикой насыщения), в рамках простейших модельных представлений. Предположим, что с того момента, когда вследствие соударения КЦС (т.е. виртуальные глюонные моды в волновой функции) переплавился в физические глюонные моды, рожденные глюоны уже не взаимодействуют, и их превращение в конечные адроны не сопровождается существенными изменениями кинематической структуры потока энергии-импульса (гипотеза мягкой адронизации). Тогда путем сравнения с экспериментальными данными по множественности заряженных частиц [82–85] или числа частиц в пересчете на один участвующий нуклон [82] можно получить ограничения на параметры, описывающие исходную конфигурацию рожденных глюонов.

Рассмотрим в качестве примера модель с цилиндрической геометрией ядра, использованную в [70]. Тогда взяв, например, значение быстрой плотности заряженных частиц в соударениях Au–Au, измеренное коллаборацией PHOBOS [100],

$$\left. \frac{dN_{\text{ch}}^{\text{Au-Au}}}{d\eta} \right|_{\eta=0} = 555 \pm 12(\text{stat}) \pm 35(\text{syst}) \quad (101)$$

получаем из уравнения (98) при $\alpha_s = 0,3$ и $\pi R_A^2 = 150 \text{ фм}^2$ оценку для импульса насыщения: $Q_s^2 \approx 0,7 \text{ ГэВ}^2$.

Аналогичным образом можно провести сравнение с экспериментальными данными результатов численного анализа, описанного в разделе 4.2.2. Используя, например, второе из уравнений (100), можно найти (при заданных g и R_A) величину μ и затем вычислить из первого уравнения (100) плотность поперечной энергии. Воспользовавшись значением [81] $dN/dy \approx 1000$, получим (при $g = 2$ и $S_A = 150 \text{ фм}^2$) $\mu = 0,5 \text{ ГэВ}$ и $dE_\perp/dy = 1,5 [\text{ГэВ}] \times dN/dy$.

Более изощренный способ оценки характеристик КЦС из экспериментальных данных предложен в работах [86–88]. Главная особенность этого подхода состоит в использовании плотности участвующих нуклонов в формуле, определяющей шкалу насыщения:

$$Q_s^2(s_\perp, b_\perp) = \frac{4\pi^2 N_c}{N_c^2 - 1} \alpha_s(Q_s^2) x G(x, Q_s^2)_{\text{nucleon}} \frac{\rho_{\text{part}}(s_\perp, b_\perp)}{2}, \quad (102)$$

где $\rho_{\text{part}}(s_\perp, b_\perp)$ — плотность участвующих нуклонов как функция прицельного параметра соударения b_\perp и координаты в поперечной плоскости s_\perp . Подстановка ρ_{part} в уравнение, определяющее шкалу насыщения, по сути, отвечает весьма нетривиальному предположению о непертурбативной геометрии механизма рождения глюонов, которое существенно влияет на анализ экспериментальной информации и вывод о возможности осуществления сценария с КЦС. В результате получается следующее соотношение между множественностью, приходящейся на один участвующий нуклон, и импульсом насыщения [86–90]:

$$\left\langle \frac{2}{N_{\text{part}}} \frac{dN_{\text{ch}}}{dy} \right\rangle \simeq \frac{2}{3} c x G(x, \langle Q_s^2 \rangle), \quad (103)$$

где c — коэффициент пропорциональности между спектром глюонов и волновой функцией ядра, обсуждавшийся в разделе 4.2.1; усреднение в левой части уравнения проводится по событиям с различающимися числами участвующих нуклонов, а $\langle Q_s^2 \rangle$ обозначает усреднение

по прицельным параметрам. Экспериментальное значение $(2/N_{\text{part}}) dN_{\text{ch}}/dy \simeq 3,8$, так что из (103) можно оценить (средний) импульс насыщения Q_s . Если не привлекать дополнительные предположения, то типичное значение для Q_s^2 , получаемое из (103), оказывается не так уж велико: $Q_s^2 \simeq 0,5 - 0,7 \text{ ГэВ}^2$.

4.3. Эффекты взаимодействия: на пути к термализации?

До сих пор мы обсуждали только свойства первичной системы глюонов, образующейся немедленно после того, как нарушилась когерентность волновых функций налетающих ядер и, как следствие, имело место производство энтропии в форме компонент физических (главным образом глюонных) полей. Прежде чем поток энергии-импульса этих полей превратится в поток энергии-импульса конечных адронов, попадающих в детектор, он может существенно измениться вследствие эффектов взаимодействия. Вопрос, который в значительной степени определил суть физики соударений тяжелых ионов при высоких энергиях, состоит в том, могут ли вторичные взаимодействия в рожденной партонной материи привести к ее термализации с образованием кварк-глюонной плазмы, позволяя тем самым воспроизвести в лаборатории условия, существовавшие в ранней Вселенной. В этом разделе мы кратко остановимся на обсуждении недавно достигнутого прогресса в описании эволюции взаимодействующей (плотной) глюонной среды в реальном времени.

Вообще говоря, эффекты вторичного взаимодействия можно разделить на две категории.

Во-первых, сильное физическое глюонное поле после рождения может эволюционировать в соответствии с нелинейными уравнениями движения Янга–Миллса. Этот режим возможен до тех пор, пока числа заполнения компонент поля не станут достаточно малыми. Схематически, числа заполнения f должны удовлетворять неравенству $1 < f < 1/\alpha_s$. Такого рода нелинейная эволюция может привести к реализации различных, чрезвычайно интересных сценариев, типичных для нелинейной динамики полей, — от появления коллективных динамических нестабильностей до хаотизации или образования локализованных коллективных возбуждений.

Во-вторых, можно описывать вторичные взаимодействия в рожденной системе физических глюонов в терминах, заимствованных из кинетической теории¹². Эта возможность обсуждалась в контексте физики насыщения в ядерных соударениях в ряде недавних публикаций [89, 91–93, 103].

Простейший способ анализа вторичных взаимодействий глюонов состоит в использовании формализма уравнения Больцмана на уровне бинарных рассеяний [91–93]. Вычисление времени достижения равновесия приводит в этом случае к параметрически большим значениям $\tau_{\text{eq}} \sim \exp(1/\sqrt{\alpha_s})/Q_s$. Малость скорости стремления к равновесию обусловлена в этом случае неэффективностью передачи импульса: поперечные импульсы, которыми обмениваются глюоны, малы — порядка эффективного инфракрасного обрезания (экранирующей дебаевской массы).

Главной мотивацией развития подхода, основанного на физике насыщения, является наличие плотной системы первичных глюонов, предположительно образующейся на ранних стадиях соударений тяжелых ионов при высоких

энергиях. Чтобы дать более надежное описание вторичных взаимодействий глюонов и возможности достижения равновесия, необходимо развить кинетический подход, адекватный для применения к плотной (первоначально) системе. Такой подход был предложен в [89, 103], где был построен и применен кинетический формализм, учитывающий кубические поправки по глюонной плотности. Возникающий сценарий вторичных взаимодействий, проанализированный в [89, 103], достаточно сложен и включает в себя несколько различных стадий, которым отвечает набор шкал собственного времени $\tau \sim (\tau_0, \alpha_s^{-3/2}\tau_0, \alpha_s^{-5/2}\tau_0, \alpha_s^{-13/5}\tau_0)$, где $\tau_0 = 1/Q_s$.

Первоначально, при $\tau \sim \tau_0$ физические глюоны высвобождаются из ядерных волновых функций и формируют плотную систему полужестких глюонов с поперечными импульсами порядка Q_s и числами заполнения порядка $1/\alpha_s$. Система расширяется, и при $\tau \sim \alpha_s^{-3/2}\tau_0$ числа заполнения полужестких глюонных мод становятся малыми, так что становится возможным применение стандартного описания в терминах уравнения Больцмана.

В интервале собственных времен $\alpha_s^{-3/2}\tau_0 < \tau < \alpha_s^{-5/2}\tau_0$ неупругое взаимодействие полужестких глюонов приводит к появлению мягких глюонов с импульсами $k_{\perp} \sim \alpha_s^{1/2}$. В конце указанного временного интервала плотности жесткой и мягкой компонент уравниваются.

При $\tau > \alpha_s^{-5/2}\tau_0$ происходит термализация системы мягких глюонов. Ее температура в дальнейшем линейно растет из-за потери энергии глюонами, остающимися полужесткими в горячей мягкой глюонной среде, — пока не достигает при $\tau \sim \alpha_s^{-13/5}\tau_0$ максимального значения $T \sim \alpha_s^{2/5}Q_s$. На этом временном масштабе полужесткие глюоны исчезают, а образовавшаяся глюонная система становится полностью уравновешенной.

Детальное обсуждение данных RHIC в контексте этого сценария можно найти в [89].

Заметим, что справедливость описанного в [89, 103] сценария основывается на некоторых весьма ограничительных предположениях. Например, для того чтобы время установления равновесия $\alpha_s^{-13/5}\tau_0$ было меньше "бинарного" значения $\exp(1/\sqrt{\alpha_s})$, константа связи должна быть очень мала, $\alpha_s < 0,004$. Кроме того, в особенности при энергии RHIC, где $Q_s \sim 1 \text{ ГэВ}^2$, и для реалистических значений константы связи, $\alpha_s \sim 0,3$, поперечные импульсы рожденных на второй стадии мягких глюонов $k_{\perp} \sim \alpha_s^{1/2}\tau_0$ в действительности равны по порядку величины Λ_{QCD} , так что описание эволюции мягкой глюонной подсистемы пертурбативными методами может оказаться неполным.

5. Заключение

В настоящем обзоре мы обсудили некоторые аспекты захватывающей и быстро развивающейся области применения нелинейной физики КХД к описанию ультрарелятивистских соударений тяжелых ионов. Исследования в этой области затрагивают фундаментальные теоретические вопросы, такие, как унитарность сильных взаимодействий при высоких энергиях, обеспечивая в то же время возможность описания экспериментальных данных — в настоящее время с ускорителя RHIC, а также ожидаемых чрезвычайно интересных данных экспериментов на LHC.

Благодарности. Я благодарен И.М. Дремину, Э. Ианку, А. Ковнеру, Ю. Ковчегову, Л. Мак-Леррану и И.И. Ройзену за прочтение рукописи и полезные комментарии и предложения. Работа поддержана грантами РФФИ 04-02-16880, 02-02-16779 и грантом поддержки научных школ 1936.2003.02.

¹² Имеются веские основания полагать, что два этих подхода, как минимум частично, взаимно дополняют друг друга [102].

Список литературы

1. Iancu E, Leonidov A, McLerran L, in *QCD Perspectives on Hot and Dense Matter* (NATO Sci. Series, Ser. II, Vol. 87, Eds J-P Blaizot, E Iancu) (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2002) p. 73; hep-ph/0202270
2. Iancu E, Venugopalan R, in *Quark Gluon Plasma 3* (Eds R C Hwa, X-N Yang) (Singapore: World Scientific, 2002) p. 249; hep-ph/0303204
3. McLerran L, hep-ph/0402137
4. Wang X-N *Phys. Rep.* **280** 287 (1997)
5. Кайдалов А Б, Тер-Мартиросян К А *ЯФ* **40** 211 (1984)
6. Kaidalov A B *Surv. High Energy Phys.* **13** 265 (1999); *Nucl. Phys. B: Proc. Suppl.* **75** 81 (1999)
7. Ройзен И И, Фейнберг Е Л, Чернавская О Д *УФН* **174** 473 (2004)
8. Емельянов В М, Тимошенко С Л, Стриханов М Н *Введение в релятивистскую ядерную физику* (М.: Физматлит, 2004)
9. Khoze V A, Ochs W *Int. J. Mod. Phys. A* **12** 2949 (1997)
10. Dremin I M, Gary J W *Phys. Rep.* **349** 301 (2001)
11. Дремин И М *УФН* **172** 551 (2002)
12. Кайдалов А Б *УФН* **173** 1153 (2003)
13. DeWolf E A, Dremin I M, Kittel W *Phys. Rep.* **270** 1 (1996)
14. Грибов В Н, Липатов Л Н *ЯФ* **15** 1218 (1972); Altarelli G, Parisi G *Nucl. Phys. B* **126** 298 (1977); Докшицер Ю Л *ЖЭТФ* **73** 1216 (1977)
15. Липатов Л Н *ЯФ* **23** 642 (1976); Кураев Э А, Липатов Л Н, Фадин В С *ЖЭТФ* **72** 377 (1977); Балицкий Я Я, Липатов Л Н *ЯФ* **28** 1597 (1978)
16. Gribov L V, Levin E M, Ryskin M G *Phys. Rep.* **100** 1 (1983)
17. Mueller A H, Qiu J-W *Nucl. Phys. B* **268** 427 (1986)
18. Frankfurt L, Strikman M *Phys. Rep.* **160** 235 (1988)
19. Levin E M, Ryskin M G *Phys. Rep.* **189** 268 (1990)
20. Lipatov L N *Phys. Rep.* **286** 131 (1997)
21. Lipatov L N *Nucl. Phys. B* **452** 369 (1995)
22. Bartels J, Lipatov L N, Vacca G P *Nucl. Phys. B* **706** 391 (2005); hep-ph/0404110
23. McLerran L, Venugopalan R *Phys. Rev. D* **49** 3352; **50** 2225 (1994)
24. Jalilian-Marian J et al. *Phys. Rev. D* **55** 5414 (1997)
25. Kovchegov Yu V, Mueller A H *Nucl. Phys. B* **529** 451 (1998)
26. Ayala A et al. *Phys. Rev. D* **52** 2935 (1995); **53** 458 (1996)
27. Jalilian-Marian J, Kovner A, Weigert H *Phys. Rev. D* **59** 014015 (1999)
28. Iancu E, Leonidov A, McLerran L *Nucl. Phys. A* **692** 583 (2001)
29. Iancu E, Leonidov A, McLerran L *Phys. Lett. B* **510** 133 (2001)
30. Ferreira E et al. *Nucl. Phys. A* **703** 489 (2002)
31. Kovner A, Milhano J G *Phys. Rev. D* **61** 014012 (2000)
32. Jalilian-Marian J et al. *Nucl. Phys. B* **504** 415 (1997)
33. Leonidov A, in *Quantization, Gauge Theory, and Strings: Proc. of the Intern. Conf. Dedicated to the Memory of Professor Efim Fradkin, Moscow, Russia, June 5–10, 2000* Vol. 2 (Eds A Semikhatov, M Vasiliev, V Zaikin) (Moscow: Scientific World, 2001) p. 542
34. Jalilian-Marian J, Jeon S, Venugopalan R *Phys. Rev. D* **63** 036004 (2001)
35. Jalilian-Marian J et al. *Phys. Rev. D* **59** 014014 (1999)
36. Kovner A, Wiedemann U A *Phys. Rev. D* **64** 114002 (2001)
37. Mueller A H *Phys. Lett. B* **523** 243 (2001)
38. Bartels J *Nucl. Phys. B* **175** 365 (1980); Kwieciński J, Praszalowicz M *Phys. Lett. B* **94** 413 (1980)
39. Kovner A, Milhano J G, Weigert H *Phys. Rev. D* **62** 114005 (2000)
40. Balitsky I *Nucl. Phys. B* **463** 99 (1996)
41. Kovchegov Yu V *Phys. Rev. D* **60** 034008 (1999); **61** 074018 (2000)
42. Mueller A H *Nucl. Phys. B* **558** 285 (1999)
43. Iancu E, McLerran L *Phys. Lett. B* **510** 145 (2001)
44. Iancu E, Itakura K, McLerran L *Nucl. Phys. A* **708** 327 (2002)
45. Iancu E, Itakura K, McLerran L *Nucl. Phys. A* **724** 181 (2003); hep-ph/0212123
46. Levin E, Tuchin K *Nucl. Phys. B* **573** 833 (2000); *Nucl. Phys. A* **693** 787 (2001)
47. Rummukainen K, Weigert H *Nucl. Phys. A* **739** 183 (2004); hep-ph/0309306
48. Mueller A H, Shoshi A I *Nucl. Phys. B* **692** 175 (2004); hep-ph/0402193
49. Jalilian-Marian J et al. *Phys. Rev. D* **59** 034007 (1999)
50. Ferreira E et al. *Nucl. Phys. A* **710** 373 (2002)
51. Kovner A, Wiedemann U A *Phys. Rev. D* **66** 051502(R) (2002)
52. Kovner A, Wiedemann U A *Phys. Rev. D* **66** 034031 (2002)
53. Kovner A, Wiedemann U A *Phys. Lett. B* **551** 311 (2003)
54. Jacob M, Landshoff P V *Mod. Phys. Lett. A* **1** 657 (1986)
55. Kajantie K, Landshoff P V, Lindfors J *Phys. Rev. Lett.* **59** 2527 (1987)
56. Eskola K J, Kajantie K, Lindfors J *Nucl. Phys. B* **323** 37 (1989)
57. Blaizot J P, Mueller A H *Nucl. Phys. B* **289** 847 (1987)
58. Wang X-N *Phys. Rev. D* **46** R1900 (1992); **47** 2754 (1993)
59. Soper D E, hep-ph/9706320
60. Leonidov A, Ostrovsky D *Eur. Phys. J. C* **11** 495 (1999)
61. Leonidov A, hep-ph/0005010
62. Wang X-N, Gyulassy M *Phys. Rev. D* **44** 3501 (1991); **45** 844 (1992); Gyulassy M, Wang X-N *Comp. Phys. Commun.* **83** 307 (1994)
63. Leonidov A V, Ostrovsky D M *Eur. Phys. J. C* **16** 683 (2000)
64. Leonidov A, Ostrovsky D *Phys. Rev. C* **63** 037901 (2001)
65. Sjöstrand T *Comp. Phys. Commun.* **82** 74 (1994)
66. Gyulassy M, Rischke D H, Zhang B *Nucl. Phys. A* **613** 397 (1997)
67. Kovner A, McLerran L, Weigert H *Phys. Rev. D* **52** 3809, 6231 (1995)
68. Mueller A H *Nucl. Phys. B* **572** 227 (2000)
69. Kovchegov Yu V, Mueller A H *Nucl. Phys. B* **529** 451 (1998)
70. Kovchegov Yu V *Nucl. Phys. A* **692** 557 (2001); **698** 619 (2002)
71. Kovchegov Yu V, Rischke D H *Phys. Rev. C* **56** 1084 (1997)
72. Matinyan S G, Müller B, Rischke D H *Phys. Rev. C* **56** 2191 (1997); **57** 1927 (1998)
73. Gyulassy M, McLerran L *Phys. Rev. C* **56** 2219 (1997)
74. Krasnitz A, Venugopalan R *Nucl. Phys. B* **557** 237 (1999)
75. Krasnitz A, Venugopalan R *Phys. Rev. Lett.* **84** 4309 (2000)
76. Krasnitz A, Venugopalan R *Phys. Rev. Lett.* **86** 1717 (2001)
77. Krasnitz A, Nara Y, Venugopalan R *Phys. Rev. Lett.* **87** 192302 (2001)
78. Krasnitz A, Venugopalan R *Nucl. Phys. A* **698** 209c (2002)
79. Krasnitz A, Nara Y, Venugopalan R *Phys. Lett. B* **554** 21 (2003)
80. Krasnitz A, Nara Y, Venugopalan R *Nucl. Phys. A* **717** 268 (2003)
81. Lappi T *Phys. Rev. C* **67** 054903 (2003)
82. Back B B et al. (PHOBOS Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **85** 3100 (2000); **88** 022302 (2002)
83. Adcox K et al. (PHENIX Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **86** 3500; **87** 052301 (2001)
84. Bearden I G et al. (BRAHMS Collab.) *Phys. Lett. B* **523** 227 (2001)
85. Adler C et al. (STAR Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **87** 112303 (2001)
86. Kharzeev D, Nardi M *Phys. Lett. B* **507** 121 (2001)
87. Kharzeev D, Levin E *Phys. Lett. B* **523** 79 (2001)
88. Kharzeev D, Levin E, Nardi M, hep-ph/0111315
89. Baier R et al. *Phys. Lett. B* **539** 46 (2002)
90. Mueller A H *Nucl. Phys. A* **715** 20 (2003); hep-ph/0208278
91. Mueller A H *Phys. Lett. B* **475** 220 (2000)
92. Bjoraker J, Venugopalan R *Phys. Rev. C* **63** 024609 (2001)
93. Serreau J, Schiff D J. *High Energy Phys.* **11** 039 (2001)
94. Weigert H *Nucl. Phys. A* **703** 823 (2002)
95. Mueller A H *Phys. Lett. B* **523** 243 (2001)
96. Braun M *Eur. Phys. J. C* **16** 337 (2000)
97. Golec-Biernat K, Wüsthoff M *Phys. Rev. D* **60** 114023 (1999)
98. Wang X-N, Gyulassy M *Phys. Rev. Lett.* **86** 3496 (2001)
99. Banner M et al. (UA2 Collab.) *Phys. Lett. B* **118** 203 (1982)
100. Kunszt Z, Soper D E *Phys. Rev. D* **46** 192 (1992)
101. Sjöstrand T, van Zijl M *Phys. Rev. D* **36** 2019 (1987)
102. Mueller A H, Son D T *Phys. Lett. B* **582** 279 (2004); hep-ph/0212198
103. Baier R et al. *Phys. Lett. B* **502** 51 (2001)

Dense gluon matter in nuclear collisions

A.V. Leonidov

*P.N. Lebedev Physics Institute, Russian Academy of Sciences, Leninskii prosp. 53, 119991 Moscow, Russian Federation, Russian Federation State Scientific Center "Institute for Theoretical and Experimental Physics", ul. B. Chermushkinskaya 25, 117259 Moscow, Russian Federation
Tel. (7-095) 132-29 29. E-mail: leonidov@td.lpi.ru*

Theoretical and phenomenological aspects of the physics of high-energy heavy-ion collisions are reviewed with emphasis on ideas related to theory and phenomenology of Color Glass Condensate.

PACS numbers: **12.38**. – t, **12.38**.Mh, **13.85**. – t, **25.75**.Nq

Bibliography — 103 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **175** (4) 345–366 (2005)

Received 20 April 2004, revised 19 July 2004
Physics – Uspekhi **48** (4) (2005)