

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Реликтовые гравитационные волны и космология^{1†}

Л.П. Грищук

Кратко приводятся воспоминания о Я.Б. Зельдовиче в связи с проблемой реликтовых гравитационных волн. Суммируются принципы и первые результаты по квантово-механической генерации космологических возмущений. Ожидаемые амплитуды реликтовых гравитационных волн отличаются в разных частотных диапазонах и, следовательно, различаются техника и перспективы их регистрации. Даётся описание современных усилий по прямому детектированию реликтовых гравитационных волн, рассматривается косвенный метод их регистрации через измерение анизотропии и поляризации фонового электромагнитного реликтового излучения Вселенной. На протяжении всего обзора подчеркивается, что вывод о существовании и ожидаемом количестве реликтовых гравитационных волн базируется на твердой теоретической основе и новейших космологических наблюдениях. Подробно разъясняется ошибка в концепции так называемых "инфляционных гравитационных волн", количества которых предсказывается теоретиками инфляции пренебрежимо малым, что лишает их всякой значимости с точки зрения наблюдений.

PACS numbers: 04.30.-w, 04.62.+v, 98.80.-k

Содержание

1. Введение (1289).
2. Прямая регистрация реликтовых гравитационных волн (1291).
3. Косвенное детектирование реликтовых гравитационных волн (1293).
4. Ошибочный "стандартный инфляционный результат". Как правильно квантовать космологический гармонический осциллятор (1295).
5. Заключение (1302).

Список литературы (1302).

1. Введение

История реликтовых гравитационных волн раскрывает характер Я.Б. Зельдовича не только как великого ученого, но и как незаурядную личность. Следует вспомнить, что в начале 1970-х годов господствовало убеждение, что безмассовые частицы, такие как фотоны,

нейтрино, гравитоны, не могут генерироваться гравитационным полем однородной изотропной Вселенной. Зельдович разделял это мнение и публиковал работы, поддерживающие эту картину. Я.Б. был вдохновлен идеей о космологическом рождении частиц [1] и внес (вместе с соавторами) значительный вклад в это направление. Однако он думал, что что-либо интересное и важное может случиться, только если ранняя Вселенная была сильно анизотропной.

Мои работы [2, 3], в которых было показано, что безмассовые гравитоны (гравитационные волны) могли на самом деле рождаться гравитационным полем однородной изотропной Вселенной, вызвали оживленные дебаты. Я утверждал, что связь гравитонов с "внешним" гравитационным полем однозначно следует из уравнений общей теории относительности и отличается от связи других безмассовых частиц с гравитацией. В отличие от других безмассовых полей это специфическое взаимодействие гравитационных волн с внешним гравитационным полем допускает их сверхадиабатическое (параметрическое) усиление за счет "накачивающего" гравитационного поля нестационарной Вселенной. (Подобная связь с гравитацией может быть постулирована и для остающегося пока гипотетическим безмассовым скалярного поля.) Если классические гравитационные волны существовали до эпохи усиления, то они бы усилились. Однако их присутствие не обязательно: даже если волны изначально находятся в своем квантово-механическом вакуумном (основном) состоянии, это состояние будет неизбежно эволюционировать в многочастичное состояние. На феноменологическом языке гравитационные волны рождаются из своих нулевых квантовых осцилляций за счет сильного гравитационного поля ранней Вселенной.

Интенсивные споры завершились удивительным и лестным для меня образом. Хорошо известно, что было

¹ Расширенный вариант доклада на международной конференции по космологии и астрофизике высоких энергий в честь 90-летнего юбилея Я.Б. Зельдовича, Москва, 20–24 декабря 2004 г. <http://hea.iki.rssi.ru/Z-90/>

[†] От редакции. Статья Л.П. Грищука встретила критику, которая будет отражена в письме В.Н. Лукаша в редакцию УФН в следующем номере [УФН 176 (1) январь (2006)].

Л.П. Грищук. Cardiff University, P.O. Box 913, Cardiff, CF2 3YB, Great Britain;
Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга,
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
119899 Москва, Университетский просп. 13, Российская Федерация
Тел. (495) 939-50-06. Факс (495) 932-88-41
E-mail: grishchuk@astro.cf.ac.uk

Статья поступила 13 мая 2005 г., после доработки 12 октября 2005 г.

почти невозможно выиграть научный спор у Зельдовича — он знал практически все в физике и обладал колossalной физической интуицией. Но иногда Я.Б. находил остроумный способ признания, что его прежние взгляды на что-либо были не совсем верны и что он тоже кое-чему научился в ходе спора. На сей раз это произошло так.

После одной из своих редких поездок в Восточную Европу (насколько я помню, это была Польша) я получил от Я.Б. подарок. Это был постер, на котором была изображена утонченная леди в стиле импрессионистов. Сам по себе факт, что на постере была утонченная леди, не слишком удивлял — подобное можно было ожидать от Я.Б. Удивительной и польстившей мне была его надпись от руки внизу: "Спасибо за гол в мои ворота". Я.Б. намекал на мою страсть к футболу и знал, что я оценю это сравнение гораздо выше любого другого. Вот так великий человек признает разъяснение ошибки; он просто говорит: "Спасибо за гол в мои ворота".

С самого начала изучения реликтовых гравитационных волн было ясно, что результат усиления волнового поля должен зависеть от величины и временной эволюции гравитационного поля накачки. Нам и сейчас мало что известно о ранней Вселенной, еще меньше мы знали в начале 1970-х годов.

Простейшее предположение [2] состоит в том, чтобы записать эволюцию космологического масштабного фактора $a(\eta)$, входящего в выражение для метрики

$$ds^2 = a^2(\eta) \left[-d\eta^2 + (\delta_{ij} + h_{ij}) dx^i dx^j \right], \quad (1)$$

в виде последовательности интервалов со степенной зависимостью от η -времени:

$$a(\eta) = l_0 |\eta|^{1+\beta}, \quad (2)$$

где l_0 и β — некоторые постоянные. Тогда возмущенные уравнения Эйнштейна для $h_{ij}(\eta, \mathbf{x})$ упрощаются и могут быть решены в элементарных функциях. В частности, интервалы со степенной зависимостью от η -времени (2) делают простой степенной функцией эффективный "потенциальный барьер" a''/a в гравитационно-волновом уравнении [2]:

$$\mu'' + \mu \left[n^2 - \frac{a''}{a} \right] = 0, \quad (3)$$

где штрихом обозначено $d/d\eta = (a/c) d/dt$.

Используя масштабный фактор (2) и невозмущенные уравнения Эйнштейна, можно также найти эффективное уравнение состояния для "материи" (что бы она из себя ни представляла), которая обуславливает временную эволюцию $a(\eta)$:

$$\frac{p}{\varepsilon} = w = \frac{1 - \beta}{3(1 + \beta)}. \quad (4)$$

Несколько необычная форма записи показателя степени $1 + \beta$ в уравнении (2) мотивировалась серьезным в то время соображением: было необходимо доказать, что даже малое отклонение от исключительного закона эволюции $a(\eta) \propto \eta$ гарантирует эффект усиления гравитационных волн. Только в этом исключительном случае эффективный потенциал a''/a обращается в нуль, а

вместе с ним исчезает и сверхдиабатическое взаимодействие гравитационных волн с нестационарным полем накачки $a(\eta)$. (Аналогичный эффективный потенциал отсутствует в уравнениях для фотонов, безмассовых нейтрино и некоторых безмассовых скалярных частиц.)

Удобство обозначений в уравнении (2) состоит в том, что исключительный случай описывается значением параметра $\beta = 0$, а отклонения от этого случая — малыми значениями β . Действительно, в работе [2] было показано, что амплитуда рождающей гравитационно-волновой моды пропорциональна малому параметру β ; однако она не нулевая, если $\beta \neq 0$. В то же время, если параметр β не слишком мал, оценка амплитуды гравитационной волны $h_p(n)$, вскоре после начала сверхдиабатического режима и пока волна все еще находится в этом режиме (т.е. до всякого дальнейшего изменения амплитуды), записывается так:

$$h_p(n) \approx \frac{l_{\text{Pl}}}{l_0} \left(\frac{n}{n_{\text{H}}} \right)^{2+\beta}. \quad (5)$$

Оценка (5) приближенная, но она содержит всю необходимую физическую информацию. (Ниже мы обсудим более точные формулы.) Фундаментальные принципы генерации и детектирования первичных гравитационных волн не изменились с момента первых расчетов [2, 3], и для дальнейшего обсуждения представляется важным напомнить их еще раз.

Прежде всего заметим, что уравнение (5) записано для безразмерной амплитуды h конкретной гравитационно-волновой моды, характеризуемой безразмерным волновым числом n . (Функции $h(\eta)$ и $\mu(\eta)$ для данной гравитационно-волновой моды связаны между собой соотношением $h = \mu/a$.) Длина волны λ , измеренная в единицах лабораторных стандартов (как говорил Зельдович, измеренная в сантиметрах), связана с n соотношением $\lambda(\eta) = 2\pi a(\eta)/n$. Удобно использовать (и мы всегда будем это делать) такую η -параметризацию $a(\eta)$, чтобы современный масштабный фактор был $a(\eta_R) = 2l_{\text{H}}$, где $l_{\text{H}} = c/H(\eta_R)$ — современное значение хаббловского радиуса. Тогда $n_{\text{H}} = 4\pi$ будет волновым числом тех волн, современная длина волн которых равна современному значению хаббловского радиуса. Более длинные волны характеризуются меньшими n , более короткие — большими n .

Выражение (5) вытекает, по сути дела, из следующих двух предположений. Во-первых, предполагается, что рассматриваемая мода в какой-то момент времени вошла в сверхдиабатический режим и все еще в нем находится, т.е. частота моды, вместо того чтобы быть гораздо больше характерной частоты поля накачки, оказалась сравнимой с ней в некоторый момент в прошлом. Или, в космологическом контексте, длина волны $\lambda(\eta)$ данной моды n , вместо того чтобы быть гораздо короче мгновенного хаббловского радиуса $c/H(\eta) = a^2/a'$, оказалась равной ему в некоторый момент времени η_i , т.е. $\lambda_i = c/H_i$. Для масштабных факторов из формулы (2) это условие приводит к соотношению $(n/n_{\text{H}})|\eta_i| \approx 1$.

Во-вторых, предполагается, что к началу сверхдиабатического режима усиления при $\eta = \eta_i$ рассматриваемая мода все еще находилась в своем вакуумном состоянии, а не, скажем, в сильно возбужденном (многочастичном) состоянии, т.е. на языке классической физики

амплитуда моды вблизи η_i не была намного больше, чем $h_i(n) \approx l_{\text{Pl}}/\lambda_i$, где $l_{\text{Pl}} = \sqrt{G\hbar/c^3}$ — планковская длина. Это условие на амплитуду следует из требования, чтобы в начале эволюции моды имелись только одни нулевые квантовые осцилляции гравитационно-волнового поля, и исходная энергия в моде равнялась $(1/2)\hbar\omega_i$.

В силу условия $\lambda_i = c/H_i$ можно также записать $h_i(n) \approx H_i l_{\text{Pl}}/c$. Амплитуда моды после ее входа в усиливающий сверхадиабатический режим и на всем его протяжении остается на постоянном уровне $h_i(n)$, т.е. $h_p(n) \approx h_i(n)$. Это происходит вместо адиабатического уменьшения амплитуды пропорционально $1/a(\eta)$, которое имело бы место в адиабатическом режиме. В общем случае величина H_i имеет разные значения для разных n :

$$H_i \approx \frac{c}{l_0} \eta_i^{-(2+\beta)} \approx \frac{c}{l_0} \left(\frac{n}{n_H} \right)^{2+\beta}.$$

Следовательно, в функции $h_i(n)$ возникает определенная зависимость от n , и на простом качественном уровне именно таким образом получается уравнение (5).

Формула (5) дает оценку первичного (т.е. до начала дальнейшей переработки) гравитационно-волнового спектра $h_p(n)$. Грубо говоря, начальный вакуумный спектр $h_v(n) \propto n$ трансформируется в первичный спектр $h_p(n) \sim h_v(n) n^{1+\beta_i}$, где β_i характеризует масштабный фактор в эпоху перехода от адиабатического к сверхадиабатическому режиму для данного интервала волновых чисел n . Однако та же самая мода n может рано или поздно выйти из режима усиления и начать вновь осциллировать. Очевидно, что такой обратный переход от сверхадиабатического к адиабатическому режиму описывается той же самой теорией.

Окончательные амплитуды в некоторый фиксированный момент времени (например, современные значения амплитуд) $h_f(n)$ связаны с амплитудами $h_p(n)$ соотношением

$$h_f(n) \sim h_p(n) n^{-(1+\beta_f)},$$

где β_f характеризует эпоху обратного перехода от сверхадиабатического к адиабатическому режиму (отсюда знак минус перед $1 + \beta_f$ в показателе степени). Обсуждаемые амплитуды $h(n)$ на самом деле являются среднеквадратичными амплитудами многомодового поля. Они определяют среднеквадратичное значение волнового поля h в соответствии с общей формулой

$$\langle h^2 \rangle = \int h_{\text{rms}}^2(n) \frac{dn}{n}.$$

Нужно сказать, что в начале 1980-х годов начал становиться популярным инфляционный космологический сценарий со скалярным полем [4]. Ключевой элемент этого сценария состоит в наличии де-ситтеровской стадии расширения, которая соответствует $\beta = -2$ в уравнении (2) (η -время растет от $-\infty$, $1 + \beta < 0$) и значению $w = -1$ в уравнении (4). Ко времени появления инфляционного сценария необычные уравнения состояния для "материи", определяющей динамику расширения очень ранней Вселенной (включая такие экзотические, как $p = -\epsilon$, $w = -1$), уже были предметом космологических исследований, в особенности в работе А.Д. Сахарова [5].

3*

Расчеты реликтовых гравитационных волн для специального случая $\beta = -2$ были проведены в ряде работ (см., например, [6–9]). Если $\beta = -2$, то зависимость от n в общем уравнении (5) пропадает и первичный (непереработанный) спектр $h_p(n)$ становится "плоским", т.е. не зависящим от n . По иронии судьбы перспективы прямой регистрации стохастического гравитационно-волнового фона с соответствующим переработанным (современным) спектром уже были рассмотрены к тому времени в [3] (в этой работе переработанный спектральный индекс для этой модели обозначен $\alpha = 1$), включая технику регистрации "свободными от сноса спутниками", которая в дальнейшем была развита в проект лазерной интерферометрической антенны в космосе LISA.

Общность инфляционных, квази-де-ситтеровских, решений оставалась для Зельдовича серьезной проблемой в течение долгого времени. Я.Б. задавался вопросом, насколько чувствительны инфляционные решения к выбору начальных условий. Никто бы не стал серьезно рассматривать инфляционный сценарий, если бы он был следствием специальных начальных условий или неустойчивым решением. Однако, как было показано в работе [10], эволюции инфляционного типа являются аттракторами в пространстве всех возможных решений соответствующих динамических уравнений. Это решающее свойство сделало инфляционные решения более правдоподобными и притягательными.

2. Прямая регистрация реликтовых гравитационных волн

Ожидаемый в настоящее время спектр реликтовых гравитационных волн $h_{\text{rms}}(v)$ показан на рис. 1 (см. подробнее в [11, 12]). Почти все детали на этом графике являются результатом переработки первичного спектра на стадиях доминирования излучения и вещества в расширяющейся Вселенной. Постулируемая "эпоха Зельдовича", динамика которой определяется очень жестким уравнением состояния, также представлена на рис. 1 и проявляется в виде относительного избытка гравитационно-волновой мощности на очень высоких частотах. Первичная часть гравитационно-волнового спектра выживает только на частотах ниже современной хабловской частоты $v_H \approx 2 \times 10^{-18}$ Гц. Из современных

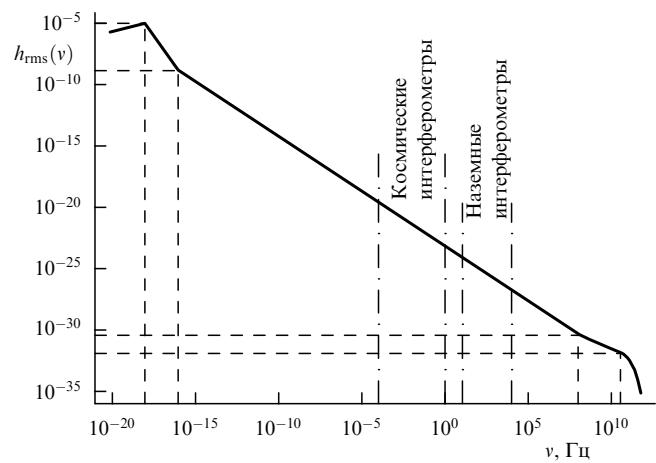


Рис. 1. Огибающая спектра $h_{\text{rms}}(v)$ для случая $\beta = -1,9$ ($n = 1,2$).

наблюдений реликтового микроволнового фона находятся амплитуда и наклон гравитационно-волнового спектра на частотах вблизи v_H , а это определяет спектр на более высоких частотах.

Численное значение h_{rms} на частотах вблизи v_H определяется численным значением наблюдаемой квадрупольной анизотропии температуры реликтового излучения. Как подробно излагается в разделе 4, из теории космологических возмущений вытекает, что реликтовые гравитационные волны должны давать существенный вклад в наблюдаемую амплитуду анизотропии реликтового излучения на очень больших угловых масштабах (исключая логическую возможность того, что космологические возмущения квантово-механической природы вообще не имеют отношения к наблюдаемой анизотропии реликтового излучения).

Другими словами, окончательные теоретические результаты не содержат никакого безразмерного параметра, который можно было бы регулировать таким образом, чтобы сделать вклад, скажем, возмущений плотности в квадрупольную анизотропию на несколько порядков величины больше вклада гравитационных волн. Эти вклады обязаны быть грубо равными, но теория не может исключить того, что один из них окажется на числовой коэффициент 2–3 больше другого. Предполагая, что реликтовые гравитационные волны составляют половину сигнала, из наблюдаемого значения величины $\delta T/T \approx 10^{-5}$ можно найти $h_{\text{rms}}(v_H) \approx 10^{-5}$. Таким образом, из уравнения (5) следует $l_{\text{Pl}}/l_0 \approx 10^{-5}$.

Наклон спектра первичных гравитационных волн также выводится из наблюдений реликтового излучения. Обычно используемый спектральный индекс n (мы обозначаем его прямым шрифтом, чтобы не путать с волновым числом n) связан с параметром β из уравнения (5) соотношением $n = 2\beta + 5$. То же самое соотношение справедливо и для возмущений плотности, которые обсуждаются ниже. Новейшие наблюдения [13, 14] указывают на $n \approx 1$, что соответствует $\beta \approx -2$. Конкретный вид спектра на рис. 1 приведен для $\beta = -1,9$ ($n = 1,2$), что находится в согласии с данными эксперимента COBE [15, 16]. (Спектральный индекс $n > 1$ предполагает, что $w < -1$ согласно уравнению (4).) Нетрудно представить, что такое эффективное уравнение состояния могло реализоваться в очень ранней Вселенной, если уж недавние наблюдения сверхновых намекают на справедливость $w < -1$ даже в современной Вселенной!) Короче говоря, положение и ориентация всей кусочно-непрерывной функции $h(v)$ определяется известным значением этой функции в точке $v = v_H$ и ее известным наклоном вблизи этой точки.

Заметим, кстати, что начальные квантовые вакуумные условия для гравитационных волн во всем диапазоне частот, представленном на графике рис. 1, сформулированы в "начальные" моменты времени, когда каждая интересующая нас длина волны была значительно больше планковской длины. Следовательно, представленные результаты не чувствительны к короткомасштабным неопределенностям так называемой "транспланковской" физики (см., например, [17]). Другое дело, что на некоторых частотах допускается, чтобы начальное состояние было несколько возбужденным, а не чисто вакуумным состоянием, без нарушения принятого приближения слабых возмущений. Эта экзотическая возмож-

ность и соответствующие модификации спектра обсуждались довольно давно (см. [18], а также работу [19]).

График на рис. 1 показывает кусочно-непрерывную огибающую современного гравитационно-волнового спектра. Представленный результат достаточно приближенный. В частности, полностью игнорируются неизбежные осцилляции спектра, происхождение которых связано с постепенным уменьшением — сжатием (squeezing) квантово-механических неопределенностей в фазах возникающих волн, с рождением "пар частиц" и с макроскопическим проявлением этого эффекта в виде картины стоячих волн генерированного поля. (Позже мы обсудим эти осцилляции.)

Тем не менее график на рис. 1 удобен тем, что дает простые ответы на наиболее общие вопросы об амплитуде и наклоне спектра реликтовых гравитационных волн в различных частотных интервалах. Например, он показывает, что ожидаемая амплитуда будет $h_{\text{rms}} = 10^{-25}$ на частоте $v = 10^2$ Гц. Именно с сигналами такого уровня будут работать экспериментаторы. В терминах параметра

$$\Omega_{\text{gw}}(v) = \frac{\pi^2}{3} h^2(v) \left(\frac{v}{v_H} \right)^2$$

этот уровень соответствует значению $\Omega_{\text{gw}} \approx 10^{-10}$ на частоте $v = 10^2$ Гц и в ее окрестности.

Каково же современное состояние попыток прямой регистрации реликтовых гравитационных волн? Чувствительность действующих сейчас наземных интерферометров недостаточна для регистрации сигналов предсказанного уровня, однако в эксперименте наблюдается значительный прогресс. Данные недавно завершившейся серии S3 наблюдений на интерферометрах LIGO [20], вероятно, позволят достичь астрофизически интересного уровня $\Omega_{\text{gw}} \sim 10^{-4}$ (рис. 2). К счастью, планируемая чувствительность интерферометров LIGO второго поколения (~ 2011 г.) будет достаточна для достижения требуемого уровня $h_{\text{rms}} \approx 10^{-25}$, $\Omega_{\text{gw}} \approx 10^{-10}$ при наличии кросс-корреляционных данных длительностью в месяц с двух независимых детекторов.

Совместный ESA–NASA космический проект LISA (~ 2013 г.) имеет больше шансов открыть реликтовые

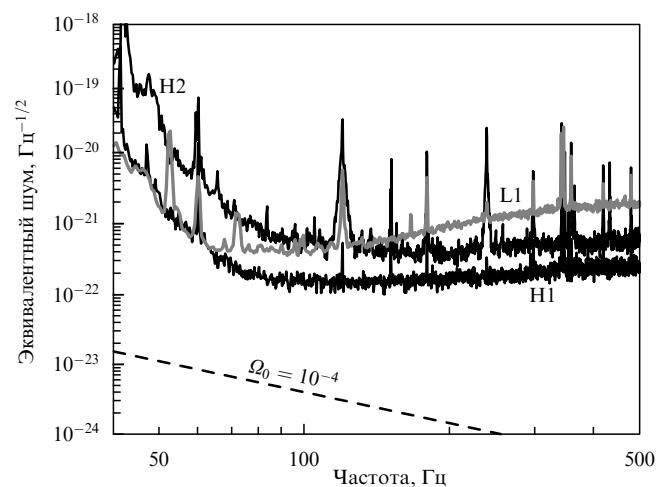


Рис. 2. Шумовые характеристики наблюдений (S3) на интерферометрах LIGO и ожидаемая чувствительность $\Omega_0 \sim 10^{-4}$ к стохастическим гравитационным волнам (с разрешения J. Romano и группы по изучению стохастического фона коллаборации LSC).

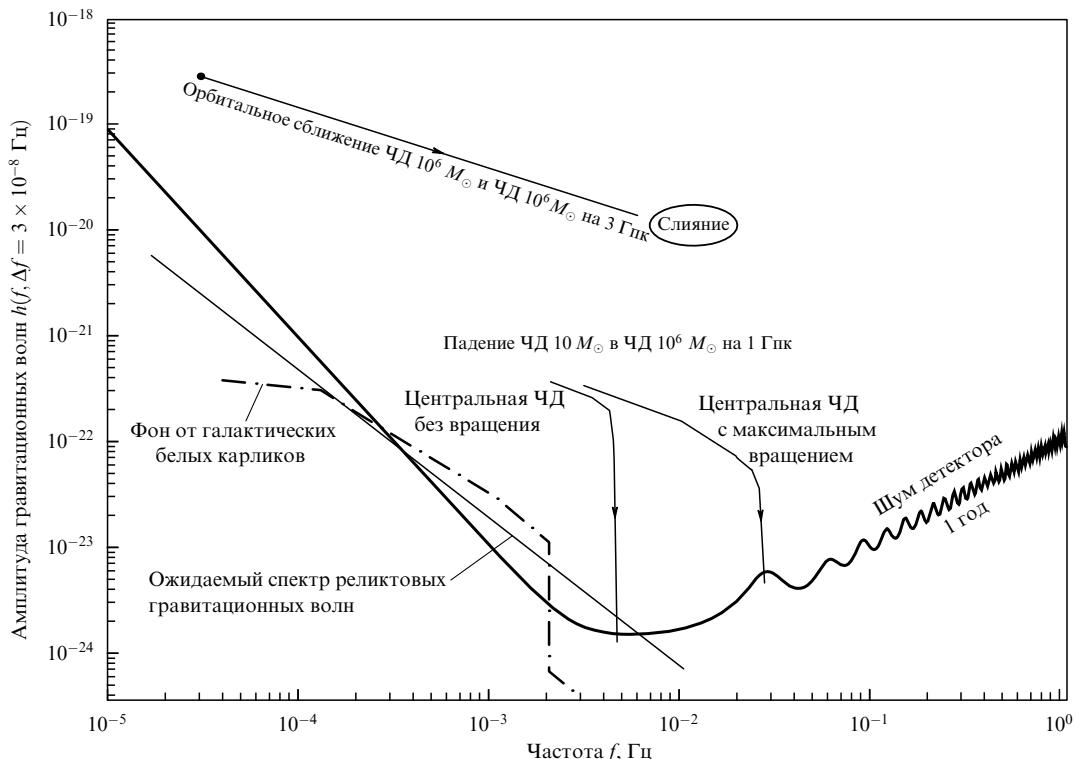


Рис. 3. Различные источники для антенны LISA, включая черные дыры (ЧД) и реликтовые гравитационные волны.

гравитационные волны. Так как амплитуда ожидаемого спектра растет в сторону низких частот, условия детектирования потенциально улучшаются в области более низких частот. На рисунке 3 представлена чувствительность LISA с частотным разрешением $\Delta f = 3 \times 10^{-8}$ Гц, что соответствует времени наблюдений 1 год. При такой длительности экспозиции должны разрешаться гравитационно-волновые линии от тысяч двойных белых карликов нашей Галактики на частотах выше 2×10^{-3} Гц. Вычитая их вклад из наблюдательных данных или используя специальные методы анализа данных без вычета побочных сигналов, можно эффективно освободить окно инструментальной чувствительности на частотах выше 2×10^{-3} Гц от гравитационно-волновых помех, вызванных двойными белыми карликами. Это окно вблизи максимальной чувствительности LISA показано на графике вместе с ожидаемым уровнем реликтовых гравитационных волн в данном частотном диапазоне.

3. Косвенное детектирование реликтовых гравитационных волн

Ожидаемая амплитуда реликтовых гравитационных волн достигает наивысшего значения в частотном интервале $10^{-18} - 10^{-16}$ Гц. Именно поэтому имеется хорошая перспектива косвенной регистрации реликтовых гравитационных волн путем измерения анизотропии в угловом распределении температуры и поляризации реликтового излучения на небе. (Теоретические основы физики реликтового излучения изложены, например, в работе [21].)

Аккуратно рассчитанный спектр мощности $h^2(n)$ представлен на рис. 4а [22]. Этот спектр вычислен на момент рекомбинации реликтового излучения при красных смещениях $z_{\text{dec}} = 1100$. При расчете спектра учтены

вается квантово-механическое сжатие фаз генерируемых волн, которое макроскопически проявляется в виде картины стоячих гравитационных волн. С точки зрения физики, лежащей в основе этого явления, именно это неизбежное квантово-механическое сжатие отвечает за осцилляции спектра мощности.

Представленный спектр получен для случая $\beta = -2$ ($n = 1$), т.е. для случая плоского первичного спектра. Не переработанная часть первичного плоского спектра видна на графике в виде горизонтального участка в области очень малых волновых чисел n . Спектр нормирован таким образом, чтобы получаемая при этом в настоящее время квадрупольная анизотропия реликтового излучения была на уровне реально наблюдаемого значения [15, 13]. Конкретно, температурная функция $I(I+1) C_I$ на рис. 4б, вычисленная по спектру из рис. 4а, воспроизводит требуемое значение 960 мK^2 при $I = 2$. Распределение других индуцированных мультиполей также приведено на рис. 4б.

Графики на рис. 4 умышленно помещены один под другим. Такое их расположение позволяет лучше проиллюстрировать отмеченный и объясненный ранее факт [23]. А именно, осцилляции в спектре мощности метрики (гравитационного поля) целиком отвечают за осцилляции спектра мощности угловых флюктуаций температуры реликтового излучения, причем с почти универсальным соответствием между экстремумами в пространстве волновых чисел n и экстремумами в пространстве мультиполей I . Если в данном интервале длин волн возмущения гравитационного поля относительно сильнее (слабее), чем в соседних интервалах, то сильнее (слабее) будут и флюктуации температуры в соответствующих угловых масштабах.

За осцилляции в I -пространстве отвечают именно осцилляции в спектре мощности гравитационного поля,

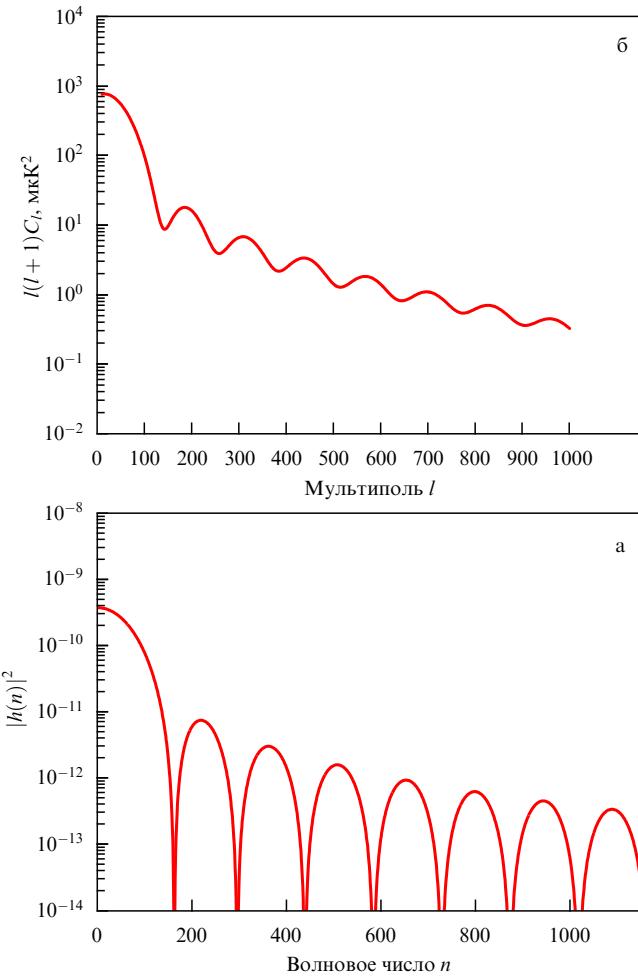


Рис. 4. Спектры мощности (а) гравитационных волн в эпоху рекомбинации и (б) угловых флуктуаций температуры реликтового излучения.

а не некие загадочные рассуждения, часто повторяемые в литературе, согласно которым пики функции $l(l+1)C_l$ возникают из-за того, что одни волны оказываются (в момент рекомбинации) в минимумах и максимумах, а другие нет. Чтобы подчеркнуть роль стоячих гравитационных волн и связанных с ними осцилляций спектра мощности по сравнению с бегущими гравитационными волнами, в спектре мощности которых осцилляций нет, было специально показано [23], что в последнем случае никаких осцилляций в l -пространстве не возникает.

Заметим, кстати, что в работе [23] были приведены аргументы в пользу того, что и в случае возмущений плотности главный вклад в пики температурной функции $l(l+1)C_l$ могут давать осцилляции спектра мощности возмущений метрики, а не температурные вариации, сопровождающие звуковые волны в фотон-электрон-барионной плазме на поверхности последнего рассеяния реликтового излучения. В случае возмущений плотности, спектр мощности флуктуаций метрики связан главным образом с гравитационным полем темной материи, гравитационное поле которой и является доминирующим.

Осцилляции спектра мощности возмущений метрики в ранней Вселенной неизбежны по той же причине, что и в случае гравитационных волн, а именно, из-за характера метрических возмущений в виде стоячих волн, что

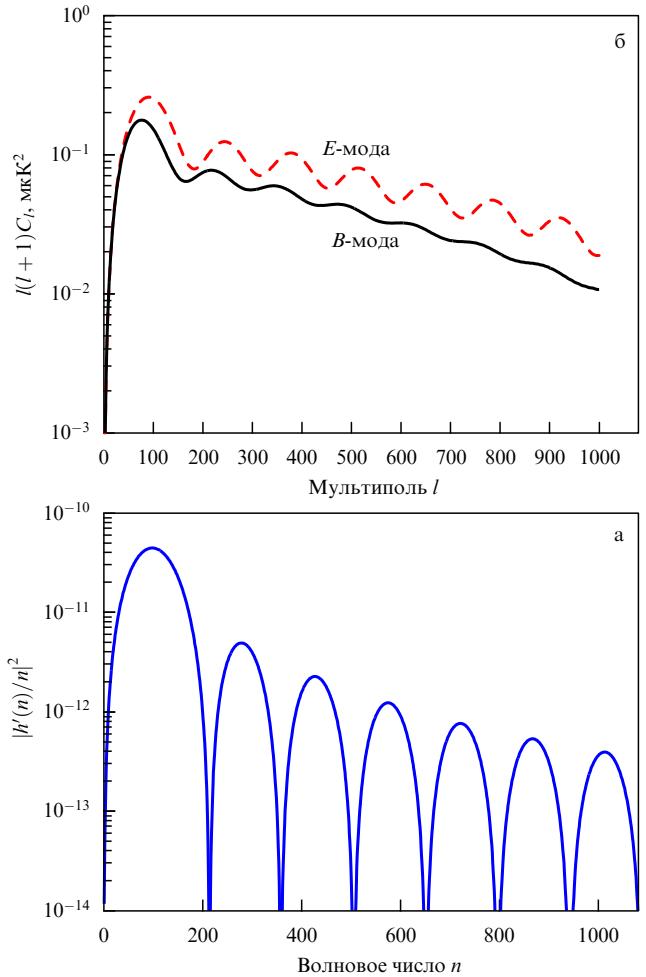


Рис. 5. Спектры мощности (а) первой производной метрики гравитационных волн и (б) угловых возмущений поляризации реликтового фона.

является следствием их квантово-механического происхождения. Следовательно, часто обсуждаемые "акустические" пики в l -пространстве могут вполне оказаться "гравитационными" пикиами. Еще предстоит увидеть, насколько это обстоятельство может изменить выводы о космологических параметрах.

Теперь обратимся к поляризации реликтового излучения. (Некоторые важные результаты по этой теме были получены, например, в работах [24–30].) Из уравнений переноса излучения следует, что поляризация реликтового излучения определяется главным образом первой производной по времени от возмущений метрики в том интервале космологической эволюции, когда в основном и возникает поляризация излучения. Следовательно, важнейшим в этом вопросе является именно спектр мощности функции $h'_{ij}(\eta, \mathbf{x})$. Так как само поле гравитационных волн, включая нормировку, уже полностью определено, можно напрямую рассчитать требуемую величину. На рисунке 5а представлен спектр мощности величины $(h'_{\text{rms}}(n)/n)^2$, рассчитанный на момент рекомбинации. Индуцированные этим спектром E - и B -моды кросс-поляризации показаны на рис. 5б. График построен с использованием обычных предположений об истории рекомбинации; это означает, в частности, что поляризация возникла в течение сравнительно короткого промежутка времени вблизи z_{dec} .

Подобно температурной анизотропии экстремумы графиков на рис. 5 хорошо соответствуют друг другу. Если в спектре первой производной флуктуаций метрики по времени недостаточно мощности, то не следует ожидать и сильной поляризации в соответствующих угловых масштабах. С другой стороны, область волновых чисел $n \approx 90$, в которой наблюдается первый заметный пик на рис. 5а, полностью отвечает за первый заметный пик на рис. 5б на соответствующих угловых масштабах $l \approx 90$.

На рисунке 6 совместно представлены некоторые из ожидаемых сигналов от реликтоных гравитационных волн. Они присутствуют в анизотропии и поляризации космического реликтового излучения. На этом рисунке штриховыми линиями также показан возможный избыток ЕЕ и ВВ кросс-поляризации на очень малых l , обсуждавшийся ранее и другими авторами. Эта особенность возникает из-за продолжительного периода вторичной ионизации в относительно поздней Вселенной при красном смещении начала реионизации $z_{\text{reion}} \approx 17$. В согласии с приведенными выше аргументами амплитуда и положение этого избытка в l -пространстве определяются амплитудой и положением первого максимума в спектре мощности $(h'/n)^2$ функции $h'_i(\eta, \mathbf{x})$, рассчитанной на момент z_{reion} .

Окончательные графики на рис. 5б и рис. 6 качественно похожи на графики, построенные ранее другими авторами. Однако мы берем на себя ответственность утверждать, что численный уровень, скажем, B -компоненты поляризации, показанный на наших графиках, является именно той величиной, которую наблюдатели должны ожидать на небе. Разумеется, это утверждение предполагает, что наблюдаемая крупномасштабная анизотропия реликтового излучения вызвана космологическими возмущениями квантово-механической природы, а не чем-нибудь еще.

Истинное значение B -сигнала может быть несколько больше или несколько меньше приведенной нами теоретической величины, однако сигнал не может быть, скажем, на несколько порядков величины меньше. Напротив, сторонники инфляционной теории утверждают, что количество "инфляционных гравитационных волн" обращается в нуль в пределе плоского первичного

спектра $\beta = -2$ ($n = 1$). Значит, наиболее вероятный уровень сигнала в B -моде, произведенной "инфляционными гравитационными волнами", близок к нулю. В этом случае их обнаружение было бы невозможным в любом обозримом будущем. Жаль, что многие наши коллеги-экспериментаторы, ведомые неправильной теорией, согласны на свое поражение еще до начала изготовления установок, нацеленных на регистрацию реликтовых гравитационных волн через B -моду поляризации реликтового излучения.

Похоже, логика многих экспериментаторов такова: "Нам бы очень хотелось открыть фундаментально важные реликтовые гравитационные волны, но сторонники инфляционной теории нам много раз повторяли, что это крайне маловероятно, так что мы будем вполне удовлетворены, даже если нам удастся только наложить пределы, скажем, на поляризационные свойства окружающей космической пыли". Автор этой статьи опасается, что в сложном эксперименте, таком как детектирование B -поляризации, подобная логика может привести только к просмотру важного сигнала, для детектирования которого изначально и задумывался весь эксперимент.

В заключение раздела я хотел бы сказать, как свидетель, что Я.Б. Зельдович предлагал использовать поляризацию реликтового излучения для обнаружения реликтовых гравитационных волн еще в самом начале 1980-х годов. Это явным образом утверждалось в частных беседах, однако мне неизвестно, остались ли какие-нибудь письменные записи.

4. Ошибочный "стандартный инфляционный результат". Как правильно квантовать космологический гармонический осциллятор

Зачем беспокоиться о реликтовых гравитационных волнах, если теоретики инфляции заявляют, что количество реликтовых гравитационных волн (они сами и их последователи называют эти волны "инфляционными гравитационными волнами") должно быть нулевым или почти нулевым? Это утверждение является прямым следствием так называемого "стандартного инфляционного результата", который является главным вкладом теоретиков инфляции в практическую, а не в вымыщенную, космологию.

В инфляционном сценарии "начальная" эпоха расширения Вселенной управляема скалярным полем φ с потенциалом $V(\varphi)$. Именно в эту эпоху формулируются начальные условия квантового вакуума для космологических возмущений. Инфляционные решения для масштабного фактора $a(\eta)$ близки к де-ситтеровскому решению, характеризуемому $\beta = -2$ в уравнении (2). Эффективное уравнение состояния для скалярного поля всегда $\varepsilon + p \geq 0$, так что для степенных интервалов расширения, обусловленного скалярным полем, параметр β может быть только $\beta \leq -2$ (см. уравнение (4)). Следовательно, первичный спектр генерируемых флуктуаций метрики ожидается почти плоским, т.е. первичный спектральный индекс n должен быть близок к $n = 1$, и при этом должно быть $n \leq 1$.

Начало усиливающего сверхадиабатического режима для данной моды возмущений часто называют "первым пересечением хаббловского радиуса", а конец этого режима для данной моды — "вторым пересечением

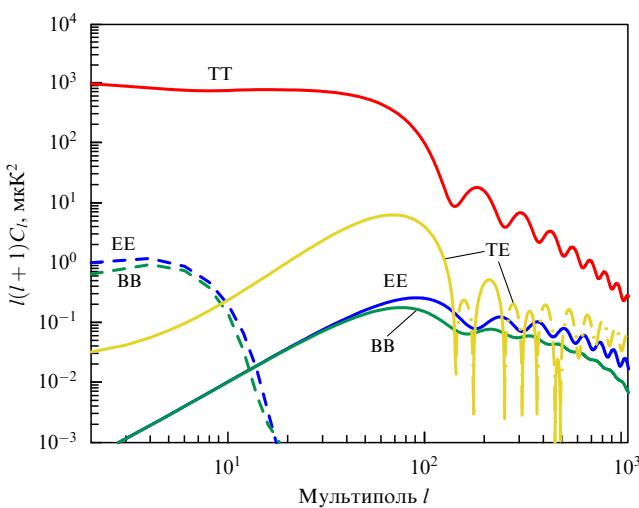


Рис. 6. Ожидаемая величина анизотропии и поляризации реликтового излучения, вызванная реликтовыми гравитационными волнами.

хаббловского радиуса". "Стандартный инфляционный результат" формулируется для космологических возмущений, называемых возмущениями плотности (скалярные возмущения, S), в противоположность возмущениям в виде гравитационных волн (тензорные возмущения, T), рассмотренных в разделе 1.

"Стандартный инфляционный результат" утверждает, что конечные (при втором пересечении, \bar{f}) амплитуды величин, описывающих возмущения плотности, связаны с начальными значениями (при первом пересечении, i) поля φ и других величин согласно оценке

$$\begin{aligned} \left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right)_{\bar{f}} &\sim (h_S)_{\bar{f}} \sim (\zeta)_{\bar{f}} \approx (\zeta)_i \sim \\ &\sim \left(\frac{H^2}{\dot{\varphi}}\right)_i \sim \left(\frac{V^{3/2}}{V_{,\varphi}}\right)_i \sim \frac{H_i}{(1-n)^{1/2}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Числитель в последнем слагаемом правой части уравнения (6) есть параметр Хаббла, взятый в момент времени, когда данная мода входит в сверхадиабатический режим. Это та же самая величина H_i , которая определяет гравитационно-волновую ("тензорную") амплитуду возмущенной метрики, как описано в разделе 1. Поскольку предполагается, что изначально все типы космологических возмущений находятся в начальном вакуумном квантовом состоянии, то, казалось бы, следовало ожидать, что результат для возмущений плотности должен быть подобен результату для гравитационно-волновых возмущений. Иными словами, следовало бы ожидать, что амплитуда h_S генерируемых "скалярных" возмущений метрики должна быть конечной и малой и того же порядка величины, что и амплитуда h_T "тензорных" возмущений метрики.

Однако согласно "стандартному инфляционному результату" дело обстоит далеко не так. Знаменатель в последнем члене уравнения (6) содержит новый фактор: $(1-n)^{1/2}$. Этот фактор обращается в нуль в пределе наиболее интересного и предпочтительного с точки зрения наблюдений случая плоского первичного спектра (спектр Харрисона – Зельдовича – Пиблза) $n = 1$. Соответственно, согласно предсказаниям теоретиков инфляции, в пределе плоского спектра амплитуды величин, описывающих генерированные возмущения плотности, стремятся к бесконечности. (В наши дни этот "стандартный инфляционный результат" (6) цитируется, используется, восхваляется, переформулируется, популяризируется и т.д. в сотнях работ по инфляции, так что он "принят путем повторения".)

Как мы покажем ниже, расходимость в уравнении (6) не является нарушением, неожиданно свалившимся на нас "с неба", используемого приближения малых линейных возмущений. Она является проявлением неправильной теории. Даже если спектральный индекс n не слишком близок к 1 и вы комбинируете n с разумным значением H_i таким образом, чтобы получить, например, малое число 10^{-5} в правой части уравнения (6), от этого ваша теория не становится правильной. Это будет просто приемлемое число, случайно получаемое из неверной формулы. Вам все равно придется заплатить большую цену в других местах.

Любые попытки вывести физические заключения из этой формулы могут вести только к ошибкам. Современная литература наводнена неправильными далеко идущими физическими выводами, полученными из этой

ошибочной теории. Это напоминает ситуацию, которую Л.Д. Ландау саркастически описывал такими словами: "Если вы предположите, что производная от функции $\sin x$ есть $\ln x$, а не $\cos x$, то вы можете сделать много удивительных открытий..."

В литературе по теории инфляции "нуль в знаменателе", т.е. фактор $(1-n)^{1/2}$, появляется во многих различных обличиях. Часто его записывают в эквивалентных формах, таких как $(\dot{\varphi}/H)_i$, $(V_{,\varphi}/V)_i$, $(H_{,\varphi}/H)_i$, $(1+w_i)^{1/2}$ и т.д. Обычно сторонники инфляционных расчетов прячут свое абсурдное предсказание о бесконечно большой амплитуде возмущений плотности в пределе плоского спектра $n \rightarrow 1$. Они делят гравитационно-волновую амплитуду h_T на предсказанную расходящуюся амплитуду h_S . Это деление приводит к так называемому "отношению тензорных возмущений к скалярным", или к "требованию согласования" $h_T/h_S \approx \approx (1-n)^{1/2}$. В составляемом отношении общая для возмущений T и S величина H_i сокращается, а множитель "нуль в знаменателе" переходит в числитель окончательного соотношения. Затем объясняется, что метрическая амплитуда h_S возмущений плотности определяется наблюдаемой анизотропией реликтового излучения и инфляционное "требование согласия" требует, чтобы гравитационно-волновая амплитуда h_T обращалась в нуль в пределе $n \rightarrow 1$.

Другими словами, вместо того чтобы ужаснуться тому факту, что их теория предсказывает произвольно большие амплитуды возмущений плотности (и теория находится в полном противоречии с наблюдениями, поскольку обработка данных не показывает какого-либо катастрофического увеличения амплитуды, когда проверяемый спектральный индекс приближается к $n = 1$), сторонники инфляционного подхода к науке систематически утверждают, что их теория находится в "великолепном" согласии с наблюдениями и именно гравитационные волны должны исчезнуть.

Если бы это было так, то не было бы большого смысла в попытках зарегистрировать первичные гравитационные волны, поскольку из космологических наблюдений настойчиво следуют указания на $n \approx 1$, включая $n = 1$. Сегодня очень часто приходится слышать оптимистические обещания приверженцев инфляционной теории обнаружить "инфляционные гравитационные волны" в "не столь отдаленном будущем" через измерение B -моды поляризации реликтового излучения. Однако из других работ тех же авторов следует, что нет резонов даже пробовать это сделать. Если вы верите в инфляционные формулы и цитируете их, то ожидаемое количество "инфляционных гравитационных волн" должно быть крайне малым или нулевым. Можно только надеяться на большую удачу, если предлагается их детектировать, хоть и в отдаленном будущем, например, с помощью обсуждаемого эксперимента Наблюдатель Большого Взрыва (Big Bang Observer). И никто не должен удивляться, если вы ничего не найдете, поскольку $n = 1$ лежит в центре всех заявлений как теоретических, так и наблюдательных. Более того, наиболее преданные приверженцы инфляции сказали бы, что именно это они всегда и предсказывали.

Чтобы продемонстрировать ошибочность инфляционных заключений, мы сейчас сконцентрируемся на множителе "нуль в знаменателе". Мы должны обсудить процедуру квантования поля для гравитационных волн и

возмущений плотности. Необходимо напомнить читателю, что некоторые теоретики инфляции и их последователи в течение многих лет настаивали на том, что огромная разница в конечных численных значениях для h_T и h_S возникает не из-за разницы в начальных условиях, а из-за последующей эволюции возмущений.

Конкретно, утверждалось, что классические длинноволновые "скалярные" возмущения метрики способны испытывать, в отличие от гравитационных волн, "большое усиление во время вторичного разогрева" (см. критическое обсуждение в [31]). Но, похоже, полная ошибочность этого предложения стала теперь очевидной даже его наиболее ярым приверженцам. Поэтому сейчас мы сосредоточимся на квантовой механике и начальных условиях.

Возмущенное гравитационное поле для всех трех типов космологических возмущений (скалярных, векторных и тензорных) описывается уравнением (1). Для простоты будем рассматривать пространственно-плоские космологические модели с бесконечным радиусом пространственной кривизны. Однако мало что изменится в нашем анализе и в случае, если радиус пространственной кривизны конечен, но, скажем, всего лишь в 10 раз превышает l_H .

Возмущения метрики $h_{ij}(\eta, \mathbf{x})$ можно разложить по пространственным фурье-гармоникам, пронумерованным волновым вектором \mathbf{n} :

$$h_{ij}(\eta, \mathbf{x}) = \frac{C}{(2\pi)^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} d^3 n \sum_{s=1,2} p_{ij}^s(\mathbf{n}) \times \\ \times \frac{1}{\sqrt{2n}} \left[h_n^s(\eta) \exp(i\mathbf{n} \cdot \mathbf{x}) c_{\mathbf{n}}^s + h_n^{s*}(\eta) \exp(-i\mathbf{n} \cdot \mathbf{x}) c_{\mathbf{n}}^{s\dagger} \right]. \quad (7)$$

Три типа космологических возмущений отличаются тем, что имеют три разных типа поляризационных тензоров $p_{ij}^s(\mathbf{n})$, каждый из которых характеризуется двумя различными состояниями поляризации: $s = 1, 2$. "Скалярные" и "векторные" возмущения метрики всегда сопровождаются возмущениями плотности и/или скорости вещества. Нормировочная константа C определяется квантовой механикой, и нахождение ее численного значения есть одна из задач нашего обсуждения.

Вспомним процедуру квантования гравитационных волн. Рассмотрим конкретную гравитационно-волновую моду \mathbf{n} . Зависящие от времени функции $h_n^s(\eta)$, описывающие гравитационно-волновые моды, могут быть представлены в виде

$$h_n^s(\eta) = \frac{1}{a(\eta)} \mu_n^s(\eta). \quad (8)$$

Для каждого s и \mathbf{n} модовые функции $\mu(\eta)$ удовлетворяют знакому уравнению (3).

Действие для каждой моды имеет вид

$$S = \int L d\eta, \quad (9)$$

где гравитационно-волновой лагранжиан L дается выражением [32]

$$L_{gw} = \frac{1}{2c\varkappa} n^3 a^2 \left[\left(\frac{\mu}{a} \right)^2 - n^2 \left(\frac{\mu}{a} \right)^2 \right], \quad (10)$$

$$\varkappa = \frac{8\pi G}{c^4}.$$

Уравнение Эйлера–Лагранжа

$$\frac{\partial L}{\partial h} - \frac{d}{d\eta} \frac{\partial L}{\partial h'} = 0$$

для безразмерной гравитационно-волновой переменной $h = \mu/a$ приводит к уравнению движения

$$h'' + 2 \frac{a'}{a} h' + n^2 h = 0, \quad (11)$$

которое эквивалентно уравнению (3).

Чтобы перейти от трехмерных фурье-компонент к обычному описанию в терминах одиночного осциллятора с частотой n , мы будем работать с величиной \bar{h} , введенной согласно определению

$$\bar{h} = \frac{a_0}{n(c\varkappa)^{1/2}} h = \left(\frac{\hbar}{8\pi} \right)^{1/2} \frac{a_0}{l_{Pl} n} h = \left(\frac{\hbar}{32\pi^3} \right)^{1/2} \frac{\lambda_0}{l_{Pl}} h. \quad (12)$$

Постоянная a_0 является значением масштабного фактора $a(\eta)$ в некоторый момент времени $\eta = \eta_0$, при котором формулируются начальные условия.

В терминах \bar{h} лагранжиан (10) принимает вид

$$L_{gw} = \frac{1}{2n} \left(\frac{a}{a_0} \right)^2 \left[(\bar{h}')^2 - n^2 \bar{h}^2 \right]. \quad (13)$$

Величина $\bar{h} = q$ играет роль "координаты", а канонически-сопряженный "импульс"

$$p = \frac{\partial L}{\partial \bar{h}'} = \frac{1}{n} \left(\frac{a}{a_0} \right)^2 \bar{h}'. \quad (14)$$

В далеком прошлом, во времена близи η_0 , но до момента η_i , когда данная мода вошла в сверхдиабатический режим, амплитуда гравитационных волн изменялась по закону

$$h(\eta) \propto \frac{1}{a(\eta)} \exp(-in(\eta - \eta_0)).$$

Производной по времени от $a(\eta)$ можно пренебречь, т.е. $a'/a \ll n$. Затем мы придаём величинам q и p статус квантово-механических операторов, обозначаем их жирным шрифтом и записываем для них асимптотические выражения:

$$\mathbf{q} = \left(\frac{\hbar}{2} \right)^{1/2} \frac{a_0}{a} \times \\ \times [\mathbf{c} \exp(-in(\eta - \eta_0)) + \mathbf{c}^\dagger \exp(in(\eta - \eta_0))], \quad (15)$$

$$\mathbf{p} = i \left(\frac{\hbar}{2} \right)^{1/2} \frac{a}{a_0} \times \\ \times [-\mathbf{c} \exp(-in(\eta - \eta_0)) + \mathbf{c}^\dagger \exp(in(\eta - \eta_0))]. \quad (16)$$

Коммутационные соотношения для операторов \mathbf{q}, \mathbf{p} и для операторов уничтожения и рождения $\mathbf{c}, \mathbf{c}^\dagger$ даются выражениями

$$[\mathbf{q}, \mathbf{p}] = i\hbar, \quad [\mathbf{c}, \mathbf{c}^\dagger] = 1.$$

Начальное вакуумное состояние $|0\rangle$ определяется условием

$$\mathbf{c}|0\rangle = 0.$$

Это действительно истинное вакуумное состояние простого гармонического осциллятора, при $\eta = \eta_0$ оно дает

$$\langle 0 | \mathbf{q}^2 | 0 \rangle = \langle 0 | \mathbf{p}^2 | 0 \rangle = \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta \mathbf{q} \Delta \mathbf{p} = \frac{\hbar}{2}.$$

Среднеквадратичное значение от \mathbf{q} в вакуумном состоянии есть $q_{\text{rms}} = \sqrt{\hbar/2}$. Сочетая это число с определением (12), мы выводим

$$h_{\text{rms}} = (\langle 0 | \mathbf{h}^2 | 0 \rangle)^{1/2} = \sqrt{2}(2\pi)^{3/2} \frac{l_{\text{Pl}}}{\lambda_0}. \quad (17)$$

Экстраполируя начальный момент времени η_0 до границы между адиабатическим и сверхадиабатическим режимами при $\eta = \eta_i$, получаем $h_{\text{rms}} \sim l_{\text{Pl}}/\lambda_i$. Именно эта оценка использовалась в работе [2] и при обсуждении в разделе 1. Более точные расчеты в том же духе приводят к $C = (16\pi)^{1/2} l_{\text{Pl}}$ в выражении (7) для гравитационных волн.

Последовательный формальный вывод полного гамильтониана, включающего взаимодействие осциллятора с внешним полем, содержится в формулах (19)–(24) работы [33]. Технически вывод основан на канонической паре $q = \mu, p = \partial L/\partial \dot{q}'$. Гамильтониан, ассоциированный с лагранжианом (13), имеет вид

$$\mathbf{H}(\eta) = nc^\dagger \mathbf{c} + \sigma \mathbf{c}^{\dagger 2} + \sigma^* \mathbf{c}^2, \quad (18)$$

где функция связи с внешним полем есть $\sigma(\eta) = (i/2)(a'/a)$. Там же [33] выведены уравнения движения для гейзенберговских операторов $\mathbf{c}(\eta), \mathbf{c}^\dagger(\eta)$ и установлена их связь с классическим уравнением (3). Асимптотические выражения для гейзенберговских операторов

$$\mathbf{c}(\eta) = \mathbf{c} \exp(-in(\eta - \eta_0)), \quad \mathbf{c}^\dagger(\eta) = \mathbf{c}^\dagger \exp(in(\eta - \eta_0))$$

входят в формулы (15), (16). Ясно, что вакуумное состояние $|0\rangle$, определенное как $\mathbf{c}(\eta)|0\rangle = 0$, минимизирует энергию осциллятора (18).

Строгая квантово-механическая шрёдингеровская эволюция начального вакуумного состояния космологических возмущений переводит это состояние в сильно сжатое (многочастичное) вакуумное состояние [32], но мы интересуемся здесь только начальным квантовым состоянием, которое определяет квантово-механическую нормировку наших классических модовых функций.

Теперь перейдем к возмущениям плотности. Для каждой моды n возмущений плотности (S -возмущений) компоненты метрики h_{ij} для этой моды, входящие в уравнение (1), могут быть записаны как

$$h_{ij} = h(\eta) Q \delta_{ij} + h_l(\eta) n^{-2} Q_{,ij},$$

где пространственные собственные функции $Q = \exp(\pm i \mathbf{n} \mathbf{x})$. Следовательно, компоненты метрики, связанные с возмущениями плотности, характеризуются двумя поляризационными амплитудами: $h(\eta)$ и $h_l(\eta)$. Если динамика начальной эпохи обусловлена произвольным скалярным полем φ , то появляется третья неизвестная функция — амплитуда $\varphi_1(\eta)$ возмущения скалярного поля:

$$\varphi = \varphi_0(\eta) + \varphi_1(\eta) Q.$$

Часто рассматривают так называемое минимально связанное с гравитацией скалярное поле φ с тензором энергии-импульса

$$T_{\mu\nu} = \varphi_{,\mu} \varphi_{,\nu} - g_{\mu\nu} \left[\frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \varphi_{,\alpha} \varphi_{,\beta} + V(\varphi) \right].$$

Характер связи скалярных полей с гравитацией неоднозначен, и сама возможность квантово-механического рождения возмущений плотности покоятся на дополнительной гипотезе, но мы предполагаем, что нам повезло и характер взаимодействия такой, какой нам нужен. Три неизвестные функции $h(\eta), h_l(\eta), \varphi_1(\eta)$ должны быть найдены из возмущенных уравнений Эйнштейна с соответствующими начальными условиями, продиктованными квантовой механикой.

Важно отметить, что теоретики инфляции все еще борются с основными уравнениями для возмущений плотности. В работах по инфляции часто используются уравнения, содержащие сложные комбинации метрических возмущений, смешанных с невозмущенными и/или возмущенными функциями скалярного поля φ и $V(\varphi)$.

Сторонники инфляционных расчетов все еще вовлечены в бесконечные дискуссии о потенциале скалярного поля $V(\varphi)$ и что он может означать для бесчисленных инфляционных моделей. Однако такое состояние дел просто отражает тот факт, что уравнения не были должным образом преобразованы и упрощены. Поскольку физическую основу теории составляет взаимодействие космологического гармонического осциллятора с гравитационным полем накачки, математически уравнения сами это покажут. И действительно, так оно и происходит.

В работе [34] показано, что для любого потенциала $V(\varphi)$ есть только одно дифференциальное уравнение второго порядка, которое надо решать:

$$\mu'' + \mu \left[n^2 - \frac{(a\sqrt{\gamma})''}{a\sqrt{\gamma}} \right] = 0, \quad (19)$$

где функция $\mu(\eta)$ представляет собой единственную динамическую степень свободы, описывающую S -возмущения. Эффективный потенциальный барьер $(a\sqrt{\gamma})''/a\sqrt{\gamma}$ зависит только от масштабного фактора $a(\eta)$ и его производных, в полной аналогии с гравитационно-волновым осциллятором (см. уравнение (3)). Зависящая от времени функция γ ($\gamma(\eta)$ или $\gamma(t)$) определяется следующим образом:

$$\gamma = 1 + \left(\frac{a}{a'} \right)' = -\frac{c}{a} \frac{H'}{H^2} = -\frac{\dot{H}}{H^2}.$$

Как только требуемое решение для $\mu(\eta)$ найдено, все три функции, описывающие возмущения плотности, легко вычисляются:

$$\begin{aligned} h(\eta) &= \frac{1}{c} H(\eta) \left[\int_{\eta_0}^{\eta} \mu \sqrt{\gamma} d\eta + C_i \right], \\ h_l'(\eta) &= \frac{a}{a'} \left[h'' - \frac{H''}{H'} h' + n^2 h \right], \\ \varphi_1(\eta) &= \frac{\sqrt{\gamma}}{(2\kappa)^{1/2}} \left[\frac{\mu}{a\sqrt{\gamma}} - h \right]. \end{aligned}$$

Константа C_i отражает оставшуюся координатную свободу в классе синхронных систем координат. (Другая

константа появляется при интегрировании вышеприведенного уравнения для $h'_l(\eta)$.) Функция μ не зависит от оставшейся координатной свободы, и константа C_i не входит в выражение, определяющее $\mu(\eta)$ в терминах $h(\eta)$:

$$\frac{\mu}{a\sqrt{\gamma}} = h - \frac{H}{H'} h'.$$

Функция $\mu/a\sqrt{\gamma}$ является той частью скалярной амплитуды метрики $h(\eta)$, которая не зависит от оставшейся координатной свободы ("калибровочно-инвариантное" возмущение метрики).

В коротковолновом режиме функция μ , описывающая S -возмущения, ведет себя как $\mu \propto \exp(-i\eta)$. Точно так же ведет себя и функция μ , описывающая гравитационные волны. Эта похожесть соответствующих функций μ (μ_T и μ_S) имеет место только в смысле их асимптотической зависимости от времени η , но не в смысле их полной численной нормировки (см. ниже).

В длинноволновом режиме доминирующим решением уравнения (19) является $\mu \propto a\sqrt{\gamma}$. В этом режиме постоянной остается величина $\mu/a\sqrt{\gamma}$. Именно эта физически значимая переменная берет на себя роль аналогичной переменной $h = \mu/a$ из гравитационно-волновой проблемы. Введем обозначение

$$\frac{\mu}{a\sqrt{\gamma}} = \zeta, \quad (20)$$

где μ удовлетворяет уравнению (19).

Чтобы связать наше рассмотрение с более ранними работами, следует упомянуть, что введенная ранее величина

$$\zeta_{\text{BST}} = \frac{2}{3} \frac{(a/a') \Phi' + \Phi}{1+w} + \Phi,$$

где Φ — потенциал Бардина, BST от Bardeen, Steinhardt, Turner [35], может быть сведена к нашей переменной ζ в (20) с точностью до множителя $-1/2$. Наша переменная μ для возмущений плотности также может быть связана с переменной μ_{CLMS} (CLMS от Chibisov, Lukash, Mukhanov, Sasaki [36–38]).

Готовясь к квантованию, мы в первую очередь должны отождествить инфляционный "нуль в знаменателе". Невозмущенные уравнения Эйнштейна для скалярного поля, взаимодействующего с гравитационным полем, требуют [34]

$$\kappa(\phi_0')^2 = 2 \left(\frac{a'}{a} \right)^2 \gamma.$$

Следовательно, фактор "нуль в знаменателе"

$$\left(\frac{\dot{\phi}_0}{H} \right)_i = \left(\frac{2}{\kappa} \right)^{1/2} (\sqrt{\gamma})_i$$

выражается в виде очень малых значений безразмерной функции $\sqrt{\gamma}$.

В приближении степенного роста масштабного фактора (2) функция γ сводится к набору констант:

$$\gamma = \frac{2+\beta}{1+\beta}, \quad 1+w = \frac{2}{3} \gamma.$$

Постоянная γ вырождается в нуль в пределе эволюционного закона с $\beta = -2$, т.е. в пределе гравитационного поля накачки, которое отвечает за генерацию первичных космологических возмущений с плоским спектром $n = 1$. Поэтому мы в особенности интересуемся очень малыми значениями $\sqrt{\gamma}$.

В работе [34] показано, что динамическая проблема для S -возмущений в системе взаимодействующих скалярного и гравитационного полей может быть получена из соответствующей динамической проблемы для гравитационных волн простыми подстановками $a(\eta) \rightarrow a(\eta)\sqrt{\gamma(\eta)}$, $\mu_T(\eta) \rightarrow \mu_S(\eta)$. (Это не предположение, а правило, обоснованное в результате анализа этих двух проблем в отдельности.) Каждая из подстановок справедлива с точностью до произвольного постоянного множителя. Используя эти подстановки, можно получить S -уравнение (19) из T -уравнения (3), а также физически значимую переменную $\zeta = \mu_S/a\sqrt{\gamma}$ для S -возмущений из гравитационно-волновой переменной $h = \mu_T/a$.

Переходя от трехмерных фурье-компонент поля ζ к одиночному осциллятору с частотой n , мы вводим величину $\bar{\zeta}$ по тому же правилу (12), по которому мы вводили величину \bar{h} , а именно

$$\bar{\zeta} = \frac{a_0}{n(c\omega)^{1/2}} \zeta = \left(\frac{\hbar}{8\pi} \right)^{1/2} \frac{a_0}{l_{\text{Pl}} n} \zeta = \left(\frac{\hbar}{32\pi^3} \right)^{1/2} \frac{\lambda_0}{l_{\text{Pl}}} \zeta. \quad (21)$$

Применяя подстановки $a \rightarrow \tilde{a} = a\sqrt{\gamma}$, $\bar{h} \rightarrow \bar{\zeta}$ к гравитационно-волновому лагранжиану (13), получаем лагранжиан L_{dp} для единственной динамической степени свободы, описывающей S -возмущения:

$$L_{\text{dp}} = \frac{1}{2n} \left(\frac{a\sqrt{\gamma}}{a_0\sqrt{\gamma_0}} \right)^2 [(\bar{\zeta}')^2 - n^2 \bar{\zeta}^2]. \quad (22)$$

Очевидно, что уравнение Эйлера–Лагранжа

$$\zeta'' + 2 \frac{(a\sqrt{\gamma})'}{a\sqrt{\gamma}} \zeta' + n^2 \zeta = 0, \quad (23)$$

выводимое из лагранжиана (22) в терминах независимой переменной ζ , эквивалентно уравнению (19), которое является уравнением Эйлера–Лагранжа, выводимым из этого лагранжиана в терминах независимой переменной μ_S . Лагранжиан (22) должен использоваться при квантовании. Сам лагранжиан, действие и гамильтониан не вырождаются в пределе $\gamma \rightarrow 0$, т.е. в пределе наиболее интересного случая фонового гравитационного поля в виде метрики де Ситтера, $\gamma = 0$.

Мы начнем с анализа работы [39], которая вместе с [40] иногда цитируется как наиболее свежая работа, содержащая строгий математический вывод "стандартного инфляционного результата". Автор использует несколько другие обозначения, такие, что $a^2 = \exp(2\rho)$ и $\varphi = \phi$. В его обозначениях величина $\dot{\phi}_0/H$ есть $\phi/\dot{\rho}$, поэтому фактор "нуль в знаменателе" появляется в виде $\dot{\phi}_*/\dot{\rho}_*$, где звездочка означает "время пересечения горизонта".

В качестве "полезного примера, который надо помнить" при квантовании S -возмущений, автор предлагает искусственную модель пробного безмассового скалярного поля f в пространстве де Ситтера. Но лагранжиан, классические решения и процедура квантования

вания для поля f идентичны случаю гравитационных волн, который мы рассмотрели выше, так что его переменная f есть наша переменная h для гравитационных волн. Его лагранжиан (2.12) для возмущений плотности совпадает по структуре с нашим лагранжианом (22), и мы обсуждаем одну и ту же наблюдаемую величину ζ .

Стоит процитировать дословно попытку строгого доказательства [39]: "Так как действие (2.12) содержит еще фактор $\dot{\phi}/\dot{\rho}$, мы должны выбрать и его величину равной его значению в момент пересечения горизонта; этот фактор влияет только на нормировку классического решения. Другими словами, вблизи момента пересечения горизонта мы полагаем

$$f = \frac{\dot{\phi}}{\dot{\rho}} \zeta,$$

где f — канонически нормированное поле в пространстве де Ситтера. Это приводит к хорошо известному результату ...". И автор немедленно выписывает квадрат "стандартного инфляционного результата" с квадратом фактора $\dot{\phi}_*/\dot{\rho}_*$ в знаменателе конечного выражения.

Попытаемся на практике проследовать путь до "хорошо известного результата". (Чтобы оставаться объективным по отношению к автору, вывод "стандартного инфляционного результата" не выглядит основным предметом работы [39], так что моя критика ничего не подразумевает относительно других утверждений этой статьи.) Фактор $\dot{\phi}/\dot{\rho}$ в выражении (2.12) цитируемой статьи есть наш фактор $\sqrt{\gamma}$ в уравнении (22). В работе [39] рекомендуется объединить результаты для гравитационно-волновой переменной h с предписанием $\zeta = (1/\sqrt{\gamma}) h$. Таким образом, вместо уравнения (15) следовало бы записать

$$\begin{aligned} \mathbf{q} = \bar{\zeta} &= \left(\frac{\hbar}{2} \right)^{1/2} \frac{\tilde{a}_0}{\tilde{a}} \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \times \\ &\times [\mathbf{b} \exp(-in(\eta - \eta_0)) + \mathbf{b}^\dagger \exp(in(\eta - \eta_0))]. \end{aligned} \quad (24)$$

Канонически-сопряженный импульс имеет вид

$$p = \frac{\partial L}{\partial \bar{\zeta}'} = \frac{1}{n} \left(\frac{\tilde{a}}{\tilde{a}_0} \right)^2 \gamma \bar{\zeta}''. \quad (25)$$

Производной по времени от γ нужно пренебречь, так как γ либо постоянная, либо медленно меняющаяся функция во времена вблизи η_0 . В результате, вместо уравнения (16) мы должны были бы записать

$$\begin{aligned} \mathbf{p} = i \left(\frac{\hbar}{2} \right)^2 \frac{\tilde{a}}{\tilde{a}_0} \sqrt{\gamma} \times \\ \times [-\mathbf{b} \exp(-in(\eta - \eta_0)) + \mathbf{b}^\dagger \exp(in(\eta - \eta_0))]. \end{aligned} \quad (26)$$

Коммутационные соотношения даются выражениями

$$[\mathbf{q}, \mathbf{p}] = i\hbar, \quad [\mathbf{b}, \mathbf{b}^\dagger] = 1.$$

Есть сильное искушение считать, что квантовое состояние $|0_s\rangle$, уничтожаемое оператором \mathbf{b} :

$$\mathbf{b}|0_s\rangle = 0,$$

является вакуумным состоянием поля ζ , т.е. основным состоянием гамильтониана, ассоциируемого с лагранжианом (22). Вычисление среднеквадратичного значения ζ при $\eta = \eta_0$ приводит к результату

$$\langle 0_s | \mathbf{q}^2 | 0_s \rangle = \frac{\hbar}{2} \frac{1}{\gamma_0},$$

в котором фактор "нуль в знаменателе" $\sqrt{\gamma}$ явно существует и возвведен в квадрат, как и требует "хорошо известный результат".

В пределе очень малых $\sqrt{\gamma}$ получаются расходящиеся начальные амплитуды, что и является центральным пунктом всех инфляционных предсказаний. (В опубликованной версии [40] работы [39] дорога к "хорошо известному результату" рекомендует (возможно, из-за опечатки) использовать диаметрально противоположное предписание:

$$\zeta = \frac{\dot{\phi}}{\dot{\rho}} f,$$

вследствие чего фактор γ появился бы в числителе конечного выражения. Складывается впечатление, что "строгие" инфляционные предсказания флюктуируют между нулем и бесконечностью.)

В инфляционной теории спектр мощности $P_R(k)$ возмущений кривизны обычно записывается в виде

$$P_R(k) = \frac{k^3}{2\pi^2} \frac{|u_k|^2}{z^2},$$

где

$$z = a \frac{\dot{\phi}}{H} = a\sqrt{\gamma} \left(\frac{2}{\varkappa} \right)^{1/2},$$

а u_k — модовые функции (в наших обозначениях $u_k = \mu_n$), удовлетворяющие уравнению (19) с начальными условиями

$$u_k = \frac{1}{\sqrt{2k}} \exp(-ik\eta) \quad \text{при } \eta \rightarrow -\infty. \quad (27)$$

Как можно видеть из выражения для $P_R(k)$, в инфляционной теории, основанной на начальных условиях (27), расходимость величины $P_R(k)$ в пределе очень малых $\sqrt{\gamma}$ присутствует с самого начала эволюции возмущений. Другими словами, расходимость имеет место с раннего высокочастотного режима, где по физической постановке задачи предполагалось задать минимальную амплитуду "калибровочно-инвариантных" возмущений метрики ζ (или, по-другому, минимальную амплитуду возмущений кривизны ζ).

Ключевой момент нашей дискуссии состоит в том, что соблазн истолковать $|0_s\rangle$ как вакуумное состояние для поля ζ является на самом деле грубой ошибкой. Вычисление среднеквадратичного значения канонически-сопряженного импульса \mathbf{p} дает

$$\langle 0_s | \mathbf{p}^2 | 0_s \rangle = \frac{\hbar}{2} \gamma,$$

так что фактор $\sqrt{\gamma}$ выпадает из соотношения неопределенностей

$$\Delta \mathbf{q} \Delta \mathbf{p} = \frac{\hbar}{2}.$$

Выведенные числа ясно показывают, что квантовое состояние $|0_s\rangle$ не является истинным (обычным) вакуумным состоянием $|0\rangle$, а, наоборот, является многочастичным (сжатым вакуумным) состоянием. Именно поэтому мы использовали подстрочный индекс "s".

Чтобы показать, как состояния $|0\rangle$ и $|0_s\rangle$ связаны между собой, сначала преобразуем операторы. Введем операторы уничтожения и рождения \mathbf{c} и \mathbf{c}^\dagger согласно преобразованию Боголюбова

$$\mathbf{b} = u\mathbf{c} + v\mathbf{c}^\dagger, \quad \mathbf{b}^\dagger = u^*\mathbf{c}^\dagger + v^*\mathbf{c}, \quad (28)$$

где

$$u = \cosh r, \quad v = \exp(i2\phi) \sinh r. \quad (29)$$

Параметры r и ϕ называют параметрами сжатия.

Придадим величинам r и ϕ значения

$$\exp(2r) = \gamma, \quad \phi = n(\eta - \eta_0) \quad (30a)$$

или

$$\exp(-2r) = \gamma, \quad \phi = n(\eta - \eta_0) + \frac{\pi}{2}. \quad (30b)$$

Теперь подставим (28) вместе с (29) и (30) в уравнения (24) и (26). Фактор $1/\sqrt{\gamma}$ сокращается в уравнении (24) и фактор $\sqrt{\gamma}$ сокращается в уравнении (26). В терминах $\mathbf{c}, \mathbf{c}^\dagger$ операторы \mathbf{q}, \mathbf{p} принимают окончательный вид:

$$\mathbf{q} = \left(\frac{\hbar}{2}\right)^{1/2} \frac{\tilde{a}_0}{\tilde{a}} [\mathbf{c} \exp(-in(\eta - \eta_0)) + \mathbf{c}^\dagger \exp(in(\eta - \eta_0))], \quad (31)$$

$$\mathbf{p} = i\left(\frac{\hbar}{2}\right)^{1/2} \frac{\tilde{a}}{\tilde{a}_0} [-\mathbf{c} \exp(-in(\eta - \eta_0)) + \mathbf{c}^\dagger \exp(in(\eta - \eta_0))]. \quad (32)$$

Истинное вакуумное состояние для переменной ζ (т.е. основное состояние соответствующего гамильтониана) определяется условием

$$\mathbf{c}|0\rangle = 0.$$

Вычисляя среднеквадратичные значения координаты \mathbf{q} и ее канонически-сопряженного импульса \mathbf{p} , находим

$$\langle 0 | \mathbf{q}^2 | 0 \rangle = \langle 0 | \mathbf{p}^2 | 0 \rangle = \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta\mathbf{q} \Delta\mathbf{p} = \frac{\hbar}{2},$$

как это и должно было быть.

Принимая во внимание определение (21), мы, наконец, выводим начальное среднеквадратичное значение переменной $\zeta = \mu/a\sqrt{\gamma}$:

$$\zeta_{\text{rms}} = (\langle 0 | \zeta^2 | 0 \rangle)^{1/2} = \sqrt{2}(2\pi)^{3/2} \frac{l_{\text{Pl}}}{\lambda_0}. \quad (33)$$

Экстраполируя начальное время η_0 на границу между адиабатическим и сверхадиабатическим режимами при $\eta = \eta_i$, приходим к оценке

$$\left(\frac{\mu}{a\sqrt{\gamma}}\right)_{\text{rms}} \sim \frac{l_{\text{Pl}}}{\lambda_i}.$$

Эта оценка в совокупности с постоянством величины $\mu/a\sqrt{\gamma}$ в течение всего длинноволнового режима и лежит в основе вывода, согласно которому конечные (в конце длинноволнового режима) амплитуды гравитационных волн и возмущений плотности должны быть грубо равны друг другу [34].

Нет никакого безразмерного параметра, который мог бы регулироваться таким образом, чтобы сделать одну из амплитуд на несколько порядков величины больше другой. В терминах "скалярных" и "тензорных" амплитуд метрики это означает, что $h_T/h_S \approx 1$ для всех γ . Более точный расчет, выполненный в том же духе, дает $C = (24\pi)^{1/2} l_{\text{Pl}}$ в выражении (7) для возмущений плотности.

Разумеется, корректную процедуру квантования (31), (32), в противоположность ошибочной (инфляционной) процедуре (24), (26), можно было сформулировать с самого начала квантования. Математически лагранжианы (13), (22) одинаковы, если в (13) под a понимать \tilde{a} и заменить h на ζ .

Вывод гамильтониана для S -возмущений повторяет вывод гамильтониана для гравитационных волн. Используя каноническую пару $q = \mu, p = \partial L/\partial \mu'$ для μ_S , мы приходим к гамильтониану (ср. с формулой (98) в работе [34])

$$\mathbf{H}(\eta) = n\mathbf{c}^\dagger \mathbf{c} + \sigma \mathbf{c}^\dagger \mathbf{c}^2 + \sigma^* \mathbf{c}^2, \quad (34)$$

где функция связи с внешним полем теперь есть $\sigma(\eta) = (i/2)(\tilde{a}'/\tilde{a})$.

Уравнения движения для гейзенберговских операторов $\mathbf{c}(\eta), \mathbf{c}^\dagger(\eta)$ приводят к классическим уравнениям (19). Асимптотические выражения для операторов

$$\mathbf{c}(\eta) = \mathbf{c} \exp(-in(\eta - \eta_0)), \quad \mathbf{c}^\dagger(\eta) = \mathbf{c}^\dagger \exp(in(\eta - \eta_0))$$

входят в формулы (31), (32). Ясно, что вакуумное состояние $|0\rangle$, определенное как $\mathbf{c}(\eta)|0\rangle = 0$, минимизирует энергию осциллятора (34).

Поскольку вблизи η_0 коэффициенты a/a_0 и \tilde{a}/\tilde{a}_0 можно считать равными единице, то одинаковость начальных значений h_{rms} и ζ_{rms} следует уже из простого сравнения лагранжианов (13) и (22).

Соотношение между упомянутыми истинным вакуумным состоянием $|0\rangle$ и сжатым вакуумным состоянием $|0_s\rangle$ определяется действием оператора сжатия $S(r, \phi)$ на $|0\rangle$:

$$|0_s\rangle = S(r, \phi)|0\rangle,$$

где

$$S(r, \phi) = \exp\left[\frac{1}{2} r \left(\exp(-i2\phi) \mathbf{c}^2 - \exp(i2\phi) \mathbf{c}^\dagger \mathbf{c} \right)\right].$$

Среднее число квантов в сжатом вакуумном состоянии есть

$$\langle 0_s | \mathbf{c}^\dagger \mathbf{c} | 0_s \rangle = \sinh^2 r = \frac{1 - \gamma}{2\sqrt{\gamma}}.$$

Это огромное и расходящееся число, когда фактор "нуль в знаменателе" $\sqrt{\gamma}$ стремится к нулю. Следовательно, "стандартный инфляционный результат" для S -

возмущений основан на неправильных начальных условиях, согласно которым начальная амплитуда возмущений ζ может быть произвольно велика с самого начала их эволюции.

Более того, предполагается, что начальная амплитуда стремится к бесконечности в наиболее интересном случае $\sqrt{\gamma} \rightarrow 0$ и $n \rightarrow 1$. Если же $\sqrt{\gamma}$ не слишком отличается от 1, то среднее значение числа квантов в сжатом вакууме является приемлемо малым и ошибочные начальные условия приводят к результатам, не слишком сильно отличающимся от правильных. Но как и в примере Ландау, упомянутом выше, если ошибочная формула дает приемлемые ответы при определенных значениях x , это не делает ошибочную теорию правильной. (Если же $\sqrt{\gamma} = 1$, то $a(t) \propto t$, $a(\eta) \propto \exp \eta$, $w = -1/3$. С этой модели космологической эволюции началось изучение реликтовых гравитационных волн в первой статье из ссылки [2].)

В терминах классических модовых функций именно функция $\mu/a\sqrt{\gamma}$ должна удовлетворять классическому варианту начальных условий (31), а не функция μ/a , что постулируется в инфляционном требовании (27). Обе эти функции являются так называемыми "калибровочно-инвариантными" переменными, но их физический смысл совершенно различен. Изначальные выводы так называемого "хорошо известного результата" были навеяны просто визуальной аналогией между функцией $u = \mu$ в теории возмущений плотности и функцией μ в уже развитой к тому времени теории гравитационных волн.

Предположение о произвольно больших начальных амплитудах возмущений кривизны или, говоря технически, выбор начального многочастичного сжатого вакуумного состояния $|0_s\rangle$ для ζ (вместо обычного вакуумного состояния $|0\rangle$) лежит в основе абсурдного "стандартного инфляционного результата". Конечно, это ошибочное предположение не может служить основой наблюдательных предсказаний для космологии.

5. Заключение

Грубо ошибочные предсказания теоретиков инфляции не должны быть причиной для сомнений в существовании и ожидаемом количестве реликтовых гравитационных волн. Генерация реликтовых гравитационных волн основана на правильности общей теории относительности и квантовой механики в безопасные (с точки зрения современной физики) космологические эпохи, когда квантование фонового гравитационного поля не требуется.

В наших численных оценках мы также предполагали, что наблюдаемая анизотропия реликтового излучения в больших угловых масштабах вызвана космологическими возмущениями квантово-механической природы. Это не обязательно должно быть так, но было бы ужасно, если это окажется не так на самом деле.

Трудно себе представить, что естественное и неизбежное квантово-механическое рождение космологических возмущений менее эффективно, чем что-либо еще. В любом случае, если реликтовые гравитационные волны не будут обнаружены на (относительно высоком) уровне, как описано в данной работе, последствия этого будут куда более серьезными, чем опровержение той или иной инфляционной модели. Реалии сегодняшнего дня таковы, что, если какой-либо проект не "возбуждает

публику" должным образом, его вряд ли будут финансировать. Однако глубокая истина состоит в том, что подлинная физика очень ранней Вселенной гораздо более интересна, чем искусственный ажиотаж вокруг популярных слов, таких как "инфляция" или "инфляционные гравитационные волны".

Можно думать,, что реликтовые гравитационные волны будут открыты в экспериментах, которые уже находятся в достаточно продвинутой стадии. Лично я склонен считать, что, вероятно, это случится впервые в специально подготовленных наземных экспериментах, таких, как недавно одобренный проект CLOVER, предложенный коллаборацией Кардифф–Кембридж–Оксфорд [41]. Будем надеяться, что так оно и будет.

Благодарности. Я благодарен Д. Баскаранию, Дж. Романо и особенно М. Менскому за обсуждения и помощь, а также П. Стейнхардту за привлечение моего внимания к работе [40] и сопутствующую интенсивную полезную переписку.

Список литературы

1. Zeldovich Ya B, in *Magic without Magic: John Archibald Wheeler; a Collection of Essays in Honor of His Sixtieth Birthday* (Ed. J R Klauder) (San Francisco: W.H. Freeman, 1972)
2. Грищук Л П ЖЭТФ **67** 825 (1974); Grishchuk L P, in *Eight Texas Symp. on Relativistic Astrophysics* (Ann. of the New York Acad. of Sci., Vol. 302, Ed. M D Papagiannis) (New York: The New York Acad. of Sci., 1977) p.439
3. Грищук Л П *Письма в ЖЭТФ* **23** 326 (1976)
4. Guth A H *Phys. Rev. D* **23** 347 (1981)
5. Сахаров А Д ЖЭТФ **49** 345 (1965)
6. Старобинский А А *Письма в ЖЭТФ* **30** 719 (1979)
7. Rubakov V A, Sazhin M V, Veryaskin A V *Phys. Lett. B* **115** 189 (1982)
8. Fabbri R, Pollock M D *Phys. Lett. B* **125** 445 (1983)
9. Abbott L F, Wise M B *Nucl. Phys. B* **244** 541 (1984)
10. Belinsky V A, Grishchuk L P, Khalatnikov I M, Zeldovich Ya B *Phys. Lett. B* **155** 232 (1985); Белинский В А, Грищук Л П, Зельдович Я Б, Халатников И М ЖЭТФ **89** 346 (1985)
11. Grishchuk L P, in *Gyros, Clocks, Interferometers: Testing Relativistic Gravity in Space* (Lecture Notes in Physics, Vol. 562, Eds C Lämmerzahl, C W F Everitt, F W Hehl) (Berlin: Springer, 2001) p. 167; gr-qc/0002035
12. Grishchuk L P, in *Astrophysics Update* (Ed. J Mason) (Berlin: Springer, 2004) p. 281; gr-qc/0305051
13. Bennett C L et al. *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **148** 1 (2003)
14. Page L et al. *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **148** 233 (2003)
15. Smoot G F et al. *Astrophys. J. Lett.* **396** L1 (1992); Bennett C L et al. *Astrophys. J. Lett.* **464** L1 (1996)
16. Maino D et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **344** 544 (2003)
17. Greene B et al. "Extracting new physics from the CMB", astro-ph/0503458
18. Grishchuk L P, Sidorov Yu V *Class. Quantum Grav.* **6** L155 (1989)
19. Creighton T "Gravitational waves and the cosmological equation of state", gr-qc/9907045
20. LIGO website, <http://www.ligo.caltech.edu>
21. Giovannini M "Theoretical tools for CMB physics" *Int. J. Mod. Phys. D* **14** 363 (2005); astro-ph/0412601
22. Baskaran D, Grishchuk L P, Polnarev A G (in preparation)
23. Bose S, Grishchuk L P *Phys. Rev. D* **66** 043529 (2002)
24. Rees M J *Astrophys. J.* **153** L1 (1968)
25. Basko M M, Polnarev A G *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **191** 207 (1980)
26. Полнарев А Г *Астрон. журн.* **62** 1041 (1985)
27. Bond J R, Efstathiou G *Astrophys. J.* **285** L45 (1984)
28. Zaldarriaga M, Seljak U *Phys. Rev. D* **55** 1830 (1997)
29. Kamionkowski M, Kosowsky A, Stebbins A *Phys. Rev. D* **55** 7368 (1997)

- 30. Hu W, White M *New Astron.* **2** 323 (1997); astro-ph/9706147
- 31. Grishchuk L P "Comment on the 'Influence of cosmological transitions on the evolution of density perturbations'", gr-qc/9801011
- 32. Grishchuk L P, Sidorov Y V *Phys. Rev. D* **42** 3413 (1990)
- 33. Grishchuk L P *Class. Quantum Grav.* **10** 2449 (1993)
- 34. Grishchuk L P *Phys. Rev. D* **50** 7154 (1994)
- 35. Bardeen J M, Steinhardt P J, Turner M S *Phys. Rev. D* **28** 679 (1983)
- 36. Лукаш В Н *Письма в ЖЭТФ* **31** 631 (1980)
- 37. Chibisov G V, Mukhanov V F *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **200** 535 (1982)
- 38. Sasaki M *Prog. Theor. Phys.* **76** 1036 (1986)
- 39. Maldacena J "Non-gaussian features of primordial fluctuations in single field inflationary models", astro-ph/0210603 (v4)
- 40. Maldacena J J. *High. Energy Phys. (JHEP05)* 013 (2003)
- 41. Taylor A et al., in *QCD and Hadronic Interactions at High Energy: Proc. of the XXXIXth Rencontres de Moriond, March 28–April 4, 2004* (Gif-sur-Yvette: Editions Frontières, 2004)

Relic gravitational waves and cosmology

L.P. Grishchuk

Cardiff University, P.O. Box 913, Cardiff, CF2 3YB, Great Britain;
Sternberg Astronomical Institute, M.V. Lomonosov Moscow State University,
Universitetskii prosp. 13, 119899 Moscow, Russian Federation
Tel. (7-495) 939-50 06. Fax (7-495) 932-88 41
E-mail: grishchuk@astro.cf.ac.uk

The paper begins with a brief recollection of interactions of the author with Ya.B. Zeldovich in the context of the study of relic gravitational waves. The principles and early results on the quantum-mechanical generation of cosmological perturbations are then summarized. The expected amplitudes of relic gravitational waves are different in different frequency windows, and therefore the techniques and prospects of their detection are different. One section of the paper describes the present state of efforts in the direct detection of relic gravitational waves. Another section is devoted to indirect detection via the anisotropy and polarization measurements of the cosmic microwave background radiation (CMB). It is emphasized throughout the paper that the conclusions on the existence and expected amount of relic gravitational waves are based on a solid theoretical foundation and the best available cosmological observations. It is also explained in great detail what went wrong with the so-called 'inflationary gravitational waves', whose amount is predicted by inflationary theorists to be negligibly small, thus depriving them of any observational significance.

PACS numbers: **04.30.-w, 04.62.+v, 98.80.-k**

Bibliography — 41 references

Received 13 May 2005, revised 12 October 2005

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **175** (12) 1289–1303 (2005)

Physics—Uspekhi **48** (12) (2005)