виде, используя иную нормировку:

$$H_{c3} = 1,69 \sqrt{2 \varkappa H_{cb}} = 2,4\varkappa H_{cb} , \qquad (2)$$

где $H_{\rm cb} = \phi_0 / (2\pi\sqrt{2}\,\lambda\xi) = H_{\xi} / (\sqrt{2}\,\varkappa)$ — термодинамическое критическое поле массивного сверхпроводника [1]. Рассматривая формулу (2) как уравнение относительно и, в ряде работ (например, [23-27], см. также [2-5]) авторы делают заключение, что якобы существует "особое" значение $\varkappa_* = (2,4)^{-1} = 0,417$, которое разделяет сверхпроводники I рода, у которых $H_{c3} < H_{cb}$ (при $\varkappa < \varkappa_*$), и сверхпроводники, у которых $H_{c3} > H_{cb}$ (при $\varkappa > \varkappa_*$). Такое заключение, однако, основано на недоразумении. Действительно, поле H_{cb} в (2) зависит от \varkappa , в силу чего уравнение (2) на самом деле не зависит от и потому из него нельзя извлечь никакой дополнительной информации, кроме содержащейся в формуле (1). Согласно (1) в массивном сверхпроводнике существуют два критических поля H_{c2} и H_{c3} , причем их отношение не зависит ни от масштаба измерения поля, ни от и. Таким образом, "особое" значение $\varkappa_* = 0,417$ является, по нашему мнению, иллюзорным и не имеет ни физического, ни математического смысла. Это же видно из рис. 1, на котором значение $\varkappa_* = 0,417$ ничем не выделено, т.е. оно является регулярной точкой уравнений ГЛ.

В заключение подчеркнем, что описанные выше особенности поведения параметра порядка $\psi_0(H)$ и аналогичные особенности в поведении намагниченности $4\pi M(H)$ образцов достаточно малых размеров, в принципе, могут наблюдаться на опыте. Полученную информацию (скачки между состояниями, гистерезис, границы гистерезиса, точки перегиба кривых намагничения, точные значения критических полей переходов между состояниями и др.), вероятно, можно использовать для уточнения параметров R и z реальных образцов. Очевидно, что такая информация может быть полезной, особенно в связи с перспективами создания малоразмерных сверхпроводящих устройств на основе мезоскопических сверхпроводников. Поэтому ясна необходимость дальнейшего теоретического и экспериментального изучения затронутых выше вопросов.

Я признателен В.Л. Гинзбургу за интерес к работе и ценные замечания, а также В.Г. Жаркову, А.Ю. Цветкову, А.Л. Дышко и Н.Б. Конюховой за полезные обсуждения. Данная работа поддержана грантом РФФИ № 02-02-16285.

Список литературы

- 1. Гинзбург В Л, Ландау Л Д ЖЭТФ **20** 1064 (1950)
- 2. Абрикосов А А Основы теории металлов (М.: Наука, 1987)
- 3. Tinkham M Introduction to Superconductivity (New York:
- McGraw-Hill, 1975)
 de Gennes P G Superconductivity of Metals and Alloys (Redwood City, Calif.: Addison-Wesley, 1989)
- Saint-James D, Sarma G, Thomas E J Type II Superconductivity (Oxford: Pergamon Press, 1969)
- 6. Zharkov G F, Zharkov V G Phys. Scripta 57 664 (1998)
- 7. Zharkov G F, Zharkov V G, Zvetkov A Yu *Phys. Rev. B* 61 12293 (2000)
- Жарков Г Ф, Жарков В Γ, Цветков А Ю Кратк. сообщ. по физ. ΦИАН (11) 31 (2001)
- Жарков Г Ф, Жарков В Γ, Цветков А Ю Кратк. сообщ. по физ. ΦИАН (12) 31 (2001)
- 10. Zharkov G F Phys. Rev. B 63 224513 (2001)
- 11. Zharkov G F Phys. Rev. B 63 214502 (2001)

- 12. Zharkov G F J. Low Temp. Phys. 128 (3/4) 87 (2002)
- 13. Жарков Г Ф *ЖЭТФ* **122** 600 (2002)
- Цветков А Ю, Жарков Г Ф, Жарков В Г Кратк. сообщ. по физ. ФИАН (1/2) 42 (2003)
- 15. Zharkov G F J. Low Temp. Phys. 130 (1/2) 45 (2003)
- 16. Zharkov G F Cent. Eur. J. Phys. 2 (1) 220 (2004)
- 17. Zharkov G F, in *Horizons in Superconductivity Research* (Ed. F Columbus) (New York: Nova Sci. Publ., 2004)
- 18. Богомольный Е Б ЯФ 24 861 (1976)
- 19. Dorsey A T Ann. Phys. (New York) 233 248 (1994)
- 20. Luk'yanchuk I Phys. Rev. B 63 174504 (2001)
- 21. Saint-James D, de Gennes P G Phys. Lett. 7 306 (1963)
- 22. Saint-James D Phys. Lett. 15 13 (1965)
- 23. Park J G Phys. Rev. Lett. 16 1196 (1966)
- 24. Feder J Solid State Commun. 5 299 (1967)
- 25. Park J G Solid State Commun. 5 645 (1967)
- 26. Christiansen P V, Smith H Phys. Rev. 171 445 (1968)
- 27. McEvoy J P, Jones D P, Park J G Phys. Rev. Lett. 22 229 (1969)

PACS numbers: 74.25.Ha, 74.81.-g

Сосуществование ферромагнетизма и неоднородной сверхпроводимости

В.Ф. Елесин, В.В. Капаев, Ю.В. Копаев

1. Явления сверхпроводимости и ферромагнетизма представляются антагонистическими по отношению к магнитному полю: сверхпроводник выталкивает магнитное поле (эффект Мейснера–Оксенфельда), а ферромагнетик, наоборот, его концентрирует. Поэтому название антиферромагнетик по смыслу больше подходит для сверхпроводников, чем для веществ, которые принято называть антиферромагнетиками. Впервые вопрос о возможности сосуществования этих состояний был исследован В.Л. Гинзбургом [1] в 1956 г. еще до появления микроскопической теории БКШ [2].

Согласно работе [1] сосуществование возможно, если критическое магнитное поле H_c выше магнитной индукции *I*. С микроскопической точки зрения [2] в большинстве случаев величина H_c определяется посредством влияния магнитного поля (и индукции) на орбитальное движение пар. Кроме того, из-за спаривания с противоположно направленными спинами зеемановское расщепление также приводит к подавлению сверхпроводимости (парамагнитный эффект), и именно оно является определяющим [3].

В случае, когда температура сверхпроводящего перехода T_c существенно выше температуры ферромагнитного перехода T_m , в области сосуществования магнитное состояние неоднородно [4]. (Имеющиеся теоретические и экспериментальные результаты обсуждаются в обзоре [5].)

В случае $T_c \leq T_m$ существует узкий интервал по намагниченности *I*, когда в условиях сосуществования неоднородным оказывается сверхпроводящее состояние [6, 7].

В последнее время появилось большое количество работ (см., например, [8, 9]) по наблюдению сосуществования ферромагнетизма и сверхпроводимости в слоистых купратных соединениях RuSr₂GdCu₂O₈, в которых $T_{\rm m}$ значительно больше $T_{\rm c}$ ($T_{\rm m} = 132$ K, $T_{\rm c} = 46$ K). Такое соотношение $T_{\rm m}$ и $T_{\rm c}$ недопустимо в рамках простой сферической формы поверхности Ферми, лежащей в

основе рассмотренной в [6, 7] модели. Как известно, однородное сверхпроводящее состояние нечувствительно к форме поверхности Ферми [2, 3], и для его реализации необходимо выполнение условия $\varepsilon_{\sigma}(\mathbf{p}) =$ $= \varepsilon_{-\sigma}(-\mathbf{p})$. Условие нестинга $\varepsilon_{\sigma}(\mathbf{p}) = -\varepsilon_{-\sigma'}(\mathbf{p} + \mathbf{q})$ является предпочтительным для реализации электрондырочного спаривания (состояние изолятора), условие зеркального нестинга $\varepsilon_{\sigma}(\mathbf{K/2} + \mathbf{p}) = \varepsilon_{-\sigma}(\mathbf{K/2} - \mathbf{p})$ — для реализации сверхпроводящего спаривания с большим суммарным импульсом **K** в случае межэлектронного отталкивания. Сосуществование же ферромагнетизма и неоднородного сверхпроводящего состояния при выполнении условия магнитного нестинга

$$\varepsilon_{\sigma}(\mathbf{p}) = \varepsilon_{-\sigma} \left(-\mathbf{p} + \frac{\mathbf{n}I}{v_{\rm F}} \right) \tag{1}$$

для электронного закона дисперсии со спином σ в какомто выделенном направлении **n** возможно при сколь угодно большой намагниченности $I(v_{\rm F})$ фермиевская скорость). Таким образом, в данной ситуации основным механизмом подавления сверхпроводимости намагниченностью является орбитальный механизм, рассмотренный в работе [1].

В настоящей работе показано, что неучтенные в [10, 11] процессы перескока на центры третьей сферы, превосходящие в купратах процессы перескока на центры второй сферы, существенно меняют ситуацию по сосуществованию. Кроме того, показано, что сверхпроводящее состояние с большим суммарным импульсом пар [12] может сосуществовать с ферромагнитным при достаточно большой величине намагниченности.

2. Как простейшую модель, удовлетворяющую условию магнитного нестинга (1), выберем двумерную модель электронного спектра, соответствующую линиям постоянного значения энергии в виде квадратов в некотором интервале энергий (порядка энергии обрезания ω притягивающего взаимодействия V) (рис. 1). Полагая, что ω ($\omega = \omega_{\rm ph}$ для электрон-фононного взаимодействия) мала по сравнению с энергией Ферми $\varepsilon_{\rm F}$, запишем уравнение для параметра порядка Δ (Δ (\mathbf{r}) = $|\Delta|$ ехр (iqr), где \mathbf{q} — импульс пары) в рамках теории БКШ при T = 0 в виде

$$\begin{split} \frac{1}{\lambda} &= \int_0^{\omega} \frac{\mathrm{d}\xi}{\sqrt{\xi^2 + \left| \varDelta \right|^2}} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left[n(\varepsilon + I + Q) + n(\varepsilon + I - Q) + n(\varepsilon - I - Q) + n(\varepsilon - I + Q) \right] \right\}, \end{split}$$

где $\varepsilon = (\xi^2 + |\Delta|^2)^{1/2}, \lambda = VN, N$ — плотность состояний на уровне Ферми, $n(\varepsilon) = (e^{\varepsilon/T} + 1)^{-1}, Q = qv_F/2.$

Ниже мы формально ограничимся случаем с одним выделенным **q**. Полное решение получается суммированием по всем эквивалентным состояниям импульса **q** [6].

3. В 1964 г. в работах [6, 7] было показано, что для сверхпроводников с квадратичным законом дисперсии возможно появление сверхпроводящей фазы при $I > I_c$, но с неоднородным параметром порядка $\Delta(\mathbf{r})$. Новая фаза (FFLO-фаза) возникает в результате фазового перехода второго рода и существует в узком интервале полей

$$0,707 < \frac{I}{\Delta_0} < 0,754, \qquad Q_c = 0,897\Delta_0.$$
 (3)



Рис. 1. Закон дисперсии и контуры Ферми для систем с параболическим спектром (а) и для систем с магнитным нестингом (б): $1 - \varepsilon^{(-)}(k) = \varepsilon_{\rm F}, 2 - \varepsilon^{(+)}(k) = \varepsilon_{\rm F}, 3 - \varepsilon^{(+)}(k + q) = \varepsilon_{\rm F}.$

Рассмотрим неоднородное состояние, исходя из уравнения (2). Вначале проанализируем наиболее интересный случай, когда раздвижка спектра из-за *I* компенсируется импульсом конденсата в силу условия (1):

$$I = Q, \qquad 2I > \Delta. \tag{4}$$

При температуре T = 0 отличным от нуля остается только слагаемое $n(\varepsilon - I - Q) \equiv n(\varepsilon - 2I)$, и из (2) находим уравнение для $\delta = \Delta/\Delta_0$

$$\delta\left(\tilde{I} + \sqrt{\tilde{I}^2 - \delta^2}\right) = 1, \qquad \tilde{I} = \frac{2I}{\Delta_0}, \qquad (5)$$

или эквивалентное

$$2\delta \tilde{I} = 1 + \delta^4 \,. \tag{6}$$

Нетрудно видеть, что уравнения (5) и (6) не имеют нулевого решения. Зависимость параметра порядка δ от намагниченности \tilde{I} изображена на рис. 2. В интервале $\tilde{I}_c < \tilde{I} < 1$ ($\tilde{I}_c = 2 \times 3^{-3/4} \approx 0.87, \tilde{I} > \delta$) зависимость носит двузначный характер, а при $\tilde{I} > 1$ становится однозначной и δ монотонно уменьшается с ростом \tilde{I} , оставаясь конечным.

Существование решения для $\Delta \neq 0$ при $\tilde{I} > \delta$ обусловлено тем, что энергия возбуждения пары с Q = I при условии (1) обращается в нуль на линии (вместо точек при изотропном законе дисперсии [6, 7]). Падение Δ с ростом I обусловлено уменьшением длины линии нулей (линии, где выполняется условие $\varepsilon_{\sigma}(\mathbf{p}) = \varepsilon_{-\sigma}(-\mathbf{p} + \mathbf{n}I/v_{\rm F}) = 0$).

Разность энергий неоднородного сверхпроводящего состояния и нормального вычисляется обычным образом:

$$U_{\rm s} - U_{\rm n} = -N \, \frac{\Delta^3 \sqrt{4I^2 - \Delta^2}}{2\Delta_0^2} = -\frac{N\Delta_0^2}{2} \, \delta^3 \sqrt{\tilde{I}^2 - \delta^2} \,. \tag{7}$$



Отсюда следует энергетическая выгодность неоднородного сверхпроводящего состояния по отношению к нормальному при $\tilde{I} > \delta$. Однако при $\tilde{I} < \sqrt{2}$ энергию неоднородного состояния (7) необходимо сопоставить с энергией однородного сверхпроводящего состояния. Они сравниваются при значениях \tilde{I}_0 , δ_0 , удовлетворяющих системе из уравнения (6) и уравнения

$$\delta_0^3 \sqrt{\tilde{I}_0^2 - \delta_0^2} = 1 - \frac{\tilde{I}_0^2}{2} \,. \tag{8}$$

Анализ показывает, что при $\delta \leq \delta_0$, $\tilde{I} > \tilde{I}_0$ решение уравнения (6) с хорошей точностью можно представить в виде

$$\delta = \frac{1}{2\tilde{I}} \,. \tag{9}$$

Используя (9) для δ_0 и \tilde{I}_0 , из (8) получаем приближенное уравнение

$$\tilde{I}_0^4 - 2\tilde{I}_0^2 + \frac{1}{4} = 0, \qquad (10)$$

которое дает $\tilde{I}_0 = (1 + \sqrt{3}/2)^{1/2} \approx 1,36, \delta_0 \approx 0,36.$

Таким образом, в системе с магнитным нестингом при $I > 0,68\Delta_0$ имеет место фазовый переход первого рода из сверхпроводящего состояния с однородным параметром порядка $\Delta = \Delta_0$ в неоднородное с $|\Delta| = 0,36\Delta_0$. С ростом I параметр порядка монотонно убывает в соответствии с (9), а разность энергий (7) при $\tilde{I} > \sqrt{2}$ дается выражением

$$U_{\rm s} - U_{\rm n} \approx -N \, \frac{\varDelta_0^2}{16\tilde{I}^2} \,. \tag{11}$$

Интересно отметить, что разность энергий (11) при $I = \Delta_0$ превосходит соответствующую максимальную величину для FFLO-фазы почти на два порядка.

Теперь рассмотрим ситуацию, когда $Q > I, Q - I > \Delta$. Именно в этом интервале параметров реализуется фаза

FFLO. Из (2) находим уравнение для *Д*:

$$\left(\mathcal{Q} + I + \sqrt{\left(\mathcal{Q} + I\right)^2 - \varDelta^2}\right) \times \times \left(\mathcal{Q} - I + \sqrt{\left(\mathcal{Q} - I\right)^2 - \varDelta^2}\right) = \varDelta_0^2.$$
(12)

Видно, что в отличие от (5) здесь имеется решение с $\Delta = 0$. Однако анализ решения уравнения (12) не представляет интереса, поскольку оно энергетически невыгодно. Действительно, разность энергий

$$U_{\rm s} - U_{\rm n} = \frac{N\Delta^2}{2} a_+ a_- \left[1 - \sqrt{\left(1 - \frac{\Delta^2}{a_+^2}\right) \left(1 - \frac{\Delta^2}{a_-^2}\right)} \right],$$
$$a_\pm = Q \pm I \quad (13)$$

всегда положительна. Полученный результат свидетельствует о том, что оптимальная ситуация достигается при $Q \leq I, I - Q < \Delta$, когда сверхпроводимость остается необычайно устойчивой по отношению к действию обменного ферромагнитного поля вплоть до очень больших намагниченностей.

4. Выше расчеты проводились для идеализированной ситуации, когда контур Ферми является квадратом, а спектр удовлетворяет условию (1). В реальных ВТСП-купратах (в том числе содержащих ферромагнитные слои, например $RuSr_2GdCu_2O_8$) спектр можно с высокой точностью аппроксимировать, используя приближение сильной связи при учете трех координационных сфер:

$$\varepsilon(k_x, k_y) = 2 - 2t(\cos \pi k_x + \cos \pi k_y) - 4t_1 t \cos \pi k_x \cos \pi k_y - 2t_2 t(\cos 2\pi k_x + \cos 2\pi k_y).$$
(14)

Типичные значения интегралов перескока, фигурирующие в литературе, t = 0,5 эВ, $t_1 = -0,3$, а параметр t_2 меняется в достаточно широких пределах от 0 до 0,8. Такой выбор закона дисперсии позволяет описать экспериментально наблюдаемую форму контура Ферми вблизи половинного заполнения. Разворот контура Ферми (по сравнению со случаем учета только ближайших соседей) и магнитный нестинг (1) существенно определяются величиной интеграла перекрытия с третьим соседом t_2 , поэтому в дальнейшем будем проводить расчеты для различных значений t₂. В работе [11] ограничивались только учетом вторых соседей (т.е. $t_2 = 0$), а значение t_1 бралось вдвое бо́льшим общепринятого для обеспечения поворота контура Ферми и приближения его формы к квадрату с закругленными углами. Такой выбор представляется нам менее реалистичным, чем достижение этого за счет включения t2, кроме того, при этом удается описать и экспериментально наблюдаемую гофрировку контура Ферми. Наличие намагниченности приводит к сдвигу закона дисперсии (14) для одного направления спина на величину І.

Ранее отмечалось, что эффект устойчивости сверхпроводимости связан с большой длиной линии нулей энергии возбуждения $\varepsilon_{\sigma}(k) = \varepsilon_{-\sigma}(k+q) - I$. В рассмотренной выше простейшей модели на части контура Ферми совпадение $\varepsilon_{\sigma}(k)$ и $\varepsilon_{-\sigma}(k+q) - I$ полное, а для реального закона дисперсии приближенное. Тем не менее в широком интервале энергий это отличие может быть достаточно малым. Далее для качественной оценки



Рис. 3. Зависимость длины L приближенного выполнения условия магнитного нестинга от волнового вектора q при I = 0,02 зВ, $\gamma = 0,001$ зВ и различных значениях параметра t_2 : $I - t_2 = 0$; $2 - t_2 = 0,2$; $3 - t_2 = 0,4$; $4 - t_2 = 0,6$; $5 - t_2 = 0,8$. На вставке — формы контура Ферми.

влияния поля *I* не будем решать уравнение самосогласования для Д, а ограничимся вычислением длины части контура Ферми L, на которой приближенно (с заданной точностью) выполняется условие магнитного нестинга (1). Таким образом, алгоритм вычисления L следующий: при заданной степени заполнения *n* определяем по формуле (14) энергию Ферми, соответствующую изоэнергетическую линию (контур Ферми) $k_v = F(k_x)$ и ее длину L_0 . Затем на контуре Ферми вычисляем энергию для частицы с противоположным спином с учетом магнитного расщепления І и смещения по волновому вектору q (учитывающего отличие от нуля импульса пары) $\varepsilon_{-\sigma}(k+q) - I$. Отклонение от условия магнитного нестинга будем характеризовать параметром $\gamma =$ $= |\varepsilon_{\sigma}(k) - \varepsilon_{-\sigma}(k+q) - I|$, а в качестве итоговой величины использовать длину контура Ферми L, на которой $\gamma < \gamma_0$, где γ_0 — некоторая заданная (малая) величина. В принципе, у₀ определяется целым набором параметров задачи (в частности, параметром обрезания), мы же будем интересоваться только некоторыми общими закономерностями, не зависящими от деталей. Грубо говоря, L/L_0 является оценкой выражения в фигурных скобках в уравнении самосогласования (2). В модели FFLO она близка к нулю, в (2) она конечная величина порядка 0,5.

Вначале, используя изложенный выше алгоритм, оценим, насколько отличие реального спектра (14) от идеального, дающего квадратные изоэнергетические линии, сказывается на возможности сосуществования сверхпроводимости и ферромагнетизма. На рисунке 3 для иллюстрации представлены зависимости *L*, вычисленной для правого верхнего квадранта импульсной плоскости, от волнового вектора *q* (считается, что вектор **q** направлен по диагонали: **q** = $(q, q)/\sqrt{2}$, как и в рассмотренном выше случае) для I = 0.02 эВ, $\gamma_0 =$ = 0,001 эВ при различных значениях t_2 и степени заполнения n = 1,14. На вставке к рисунку изображены соответствующие изоэнергетические линии. Характерная осо-



Рис. 4. Иллюстрация возможности образования двух неоднородных состояний с $q_{\max}^{(1)}$ и $q_{\max}^{(2)}$: $1 - \varepsilon^{(-)}(k) = \varepsilon_{\rm F}$, $2 - \varepsilon^{(+)}(k) = \varepsilon_{\rm F}$, $3 - \varepsilon^{(+)}(k + q_{\max}^{(1)}) = \varepsilon_{\rm F}$, $4 - \varepsilon^{(+)}(k + q_{\max}^{(2)}) = \varepsilon_{\rm F}$.

бенность представленных кривых — наличие достаточно резких максимумов, причем при конечном t_2 наблюдаются два максимума. Последнее обусловлено сложностью контура Ферми, в одном из максимумов совмещаются (после сдвига на I и q) одни области контура, в другом — другие, как показано на рис. 4. Реализовываться будут состояния, соответствующие абсолютному максимуму L(q). Как видно из рис. 3, величина L_{max} растет с ростом t_2 , достигая максимума при $t_2 = 0,2$. Это обусловлено тем, что при таком t_2 форма контура Ферми максимально приближается к квадрату (имеются плоские участки, см. вставку к рис. 3). Величина L_{max}/L_0 в максимуме равна 0,65.

На рисунке 5 представлены зависимости $L_{\max}(I)$, качественно аналогичные зависимости $\Delta(I)$ (5), для различных значений t₂ и степенях заполнения 1,14 (электронное легирование) и 0,86 (дырочное легирование), на вставке — соответствующие зависимости волнового вектора q_{max}. Обращает на себя внимание то, что L_{max} имеет большее значение для электронного заполнения и вплоть до $I \approx 0,2$ превышает значение 0,2 для $t_2 = 0,2$. Интересно проследить, является ли факт преимущества для электронного заполнения абсолютным, т.е. имеющим место при любых t2. На рисунке 6 представлены зависимости $L_{\max}(t_2)$ при I = 0,05 для заполнений 0,86 и 1,14. Как следует из этого рисунка, имеется достаточно узкая область t2, в которой оптимальным оказывается дырочное заполнение, в остальном преимущество наблюдается для легирования электронного типа.

Аналогичные результаты получаются и для $\mathbf{q} = (0, q)$, абсолютные же значения L_{max} оказываются несколько ниже, чем при смещении контуров Ферми по диагонали $\mathbf{q} = (q, q)/\sqrt{2}$.

5. Интересно проследить возможность сосуществования сверхпроводимости и ферромагнетизма для ситуации спаривания с конечным импульсом **К** уже в отсутствие ферромагнетизма [12] (рис. 7). В этом случае определяющую роль играет так называемая область кинематического ограничения, образуемая пересече-



Рис. 5. Зависимость длины L_{max} от величины магнитного сдвига I при электронном (2, 4, 6) и дырочном (1, 3, 5) легировании для различных значений t_2 и $N: I - t_2 = 0, N = 0,43; 2 - t_2 = 0, N = 0,57; 3 - t_2 = 0,2, N = 0,43; 4 - t_2 = 0,2, N = 0,57; 5 - t_2 = 0,6, N = 0,43; 6 - t_2 = 0,6, N = 0,57. На вставке — оптимальные значения волнового вектора <math>q_{\text{max}}(I)$.



Рис. 6. Зависимость $L_{max}(t_2)$: I — для электронного (n = 1, 14) легирования, 2 — для дырочного (n = 0, 86) легирования при I = 0,05 эВ.

нием области $\varepsilon(\mathbf{k}) < \varepsilon_F$ и смещенной на **K** области $\varepsilon(\mathbf{k} + \mathbf{K}) < \varepsilon_F$. В этом случае необходимо сравнивать совпадение при сдвиге по импульсу на **q** и по энергии на *I* областей кинематического ограничения. Оптимальным при этом является случай совпадения по направлению **q** и **K**. Хотя смысл величины L_0 отличается от рассмотренного выше при K = 0 (в том смысле, что эта длина будет по-другому входить в уравнение самосогласования), тем не менее и здесь отношение L/L_0 характеризует подавление сверхпроводимости ферромагнетизмом. Область кинематического ограничения занимает часть ферми-



Рис. 7. Контуры Ферми для ситуации спаривания с конечным импульсом: $1 - \varepsilon^{(-)}(k) = \varepsilon_{\rm F}, 2 - \varepsilon^{(+)}(k) = \varepsilon_{\rm F}, 3 - \varepsilon^{(+)}(k+q) = \varepsilon_{\rm F}.$



Рис. 8. Зависимость длины части контура Ферми L/L_0 , на которой $\varepsilon(K/2 + k) = \varepsilon(K/2 - k)$, от намагниченности *I* для спаривания с конечным импульсом: I - n = 0.86, 2 - n = 1.00, 3 - n = 1.14.

поверхности в некотором секторе, направленном по $\mathbf{K} = (0, K)$. Поэтому при расчете L (и L_0) вычисления необходимо ограничить этим сектором. В результате значение L_0 оказывается меньше соответствующего значения, полученного выше при K = 0, отношение же L/L_0 — больше. Зависимости L/L_0 от I для различных заполнений представлены на рис. 8. Из сравнения рис. 5 и 8 следует, что ситуация спаривания с конечным **К** более благоприятна с точки зрения сосуществования ферромагнетизма и сверхпроводимости.

6. В работе [13] исследовано влияние изменения величины намагниченности, обусловленное изменением концентрации ниобия, на магнитные свойства Ru_{1-x}Nb_xSr₂Eu_{1,5}Ce_{0,5}Cu₂O_z. При уменьшении с ростом концентрации ниобия намагниченности появляется диамагнитный отклик при охлаждении в магнитном поле эффект Мейснера–Оксенфельда. Авторы трактуют этот результат как образование спонтанной вихревой структуры при увеличении намагниченности [14]. В рамках рассмотренной в настоящей работе модели возникновение спонтанного вихревого состояния обусловлено появлением неоднородности ($q \neq 0$) и определяется условием (10). При меньших намагниченностях более выгодно однородное безвихревое сверхпроводящее состояние, соответствующее идеальному диамагнетизму.

Авторы выражают благодарность В.Л. Гинзбургу за обсуждение затронутых в статье проблем. Работа частично поддержана Российской научно-образовательной программой "Интеграция" (проекты АО 133 и АО 155), Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 02-02-17133) и Федеральной целевой научнотехнической программой "Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития науки и техники" (государственный контракт № 40.072.1.1.1173).

Список литературы

- 1. Гинзбург В Л ЖЭТФ **31** 202 (1956)
- 2. Bardeen J, Cooper L N, Schrieffer J R Phys. Rev. 106 162 (1957)
- 3. Sarma G J. Phys. Chem. Solids 24 1029 (1963)
- 4. Anderson P W, Suhl H Phys. Rev. 116 898 (1959)
- 5. Буздин А И и др. УФН **144** 597 (1984)
- 6. Ларкин А И, Овчинников Ю Н
 ЖЭТФ 47 1136 (1964)
- 7. Fulde P, Ferrell R A Phys. Rev. 135 A550 (1964)
- 8. Felner I et al. *Phys. Rev. B* **55** R3374 (1997)
- 9. Jorgensen J D et al. Phys. Rev. B 63 054440 (2001)
- 10. Pickett W E, Weht R, Shick A B Phys. Rev. Lett. 83 3713 (1999)
- 11. Shimahara H, Hata S Phys. Rev. B 62 14541 (2000)
- 12. Белявский В И, Капаев В В, Копаев Ю В ЖЭТФ 118 941 (2000)
- 13. Lee H K, Kim Y C Int. J. Mod. Phys. B 17 3682 (2003)
- 14. Sonin E B, Felner I Phys. Rev. B 57 R14000 (1998)

PACS numbers: 74.45. + c, 74.50. + r

Теория магнитных контактов между чистыми сверхпроводниками

Ю.С. Бараш, И.В. Бобкова, Т. Копп

Проблема сосуществования сверхпроводимости и ферромагнетизма относится к наиболее интересным в физике конденсированных сред и привлекает внимание уже в течение длительного времени, начиная с работы [1]. Особый случай представляет проблема сосуществования и взаимного влияния пространственно разделенных и прилегающих друг к другу сверхпроводящей и ферромагнитной фаз. Эта постановка проблемы включает исследования контактов между сверхпроводниками и магнетиками и, в частности, сверхпроводящих контактов через ферромагнитные прослойки. В настоящее время хорошо известно, что при определенных условиях такие контакты являются так называемыми π-контактами. Возможность образования π-контакта вследствие магнитных свойств прослойки была отмечена теоретиками уже более 25 лет назад [2], а первым конкретным примером был рассмотренный в работе [3] полностью прозрачный контакт сверхпроводник – ферромагнетик – сверхпроводник (S-F-S-контакт). Физический смысл термина π-контакт можно пояснить следующим образом. Джозефсоновский ток ј пропорционален первой производной от термодинамического потенциала Ω по

разности фаз χ между сверхпроводниками:

$$j(\chi) = rac{e}{\hbar} rac{\partial \Omega}{\partial \chi} \; .$$

Здесь χ — разность фаз сверхпроводящих параметров порядка. Таким образом, минимум термодинамического потенциала достигается для разности фаз, при которой ток обращается в нуль. Во многих случаях, например в туннельных контактах, зависимость тока от разности фаз имеет простой вид

 $j(\chi) = j_{\rm c} \sin \chi$.

В соответствии с этой зависимостью и связью сверхпроводящего тока с термодинамическим потенциалом основное состояние контакта при $j_c > 0$ реализуется, когда разность фаз $\chi = 0$. Такой контакт называют 0контактом. Если же $j_c < 0$, минимум имеет место при $\chi = \pi$. Об этом случае говорят как о π -контакте. Чаще всего реализуются 0-контакты, как это имеет место для обычных изотропных сверхпроводников, разделенных немагнитной прослойкой. Хотя образование π-контактов было впервые предсказано теоретически для сверхпроводников, разделенных ферромагнитным металлом, их экспериментальная реализация была осуществлена сначала для обычных немагнитных прослоек в уголковых туннельных контактах и в SQUID с высокотемпературными сверхпроводниками [4, 5]. В этом случае образование π-контакта связано со знакопеременностью сверхпроводящего параметра порядка высокотемпературных сверхпроводников как функции направления импульса квазичастиц. Лишь недавно π-контакты с обычными сверхпроводниками через ферромагнитные прослойки стали реальностью и предметом активных экспериментальных исследований [6-9]. В реальных измерениях речь обычно идет о грязных сверхпроводниках. Имеются и теоретические исследования таких систем [10-13]. Контакты между чистыми сверхпроводниками, рассматриваемые ниже, также представляют значительный интерес. Это связано не только с возможностью приготовления таких контактов, но и с общефизическим содержанием возникающих в этих условиях эффектов. Необычные свойства л-контактов привлекают внимание в том числе и с точки зрения их применения в сверхпроводящей электронике [8, 14-17]. Речь идет, например, о π-SQUID [8, 15] и об элементах квантовых компьютеров [16, 17].

Физический механизм, приводящий к 0 – *п*-переходу в прозрачных контактах через прослойку ферромагнитного металла, связан с эффектом близости в прослойке. Обменное поле в ферромагнитном металле между двумя сверхпроводниками индуцирует осцилляции на фоне экспоненциального затухания волновой функции куперовских пар в глубь прослойки. В зависимости от толщины ферромагнитного слоя знаки волновой функции куперовских пар на его противоположных границах могут совпадать или различаться. В первом случае получается 0-контакт, а во втором — π -контакт. В результате критический ток Джозефсона оказывается осциллирующей функцией толщины прослойки [3]. Осцилляционные эффекты возникают в большинстве проблем, относящихся к сосуществованию сверхпроводимости и магнетизма. Парамагнитное взаимодействие спинов квазича-