

ролируемой манипуляции в джозефсоновском кубите, использующем зарядовую степень свободы [4], было проведено несколько других экспериментов с фазовым [5, 6], потоковым [7], зарядовым [8] и комбинированным (заряд/поток) [9] джозефсоновскими кубитами. Более того, недавно было продемонстрировано когерентное поведение цепей из двух взаимосвязанных кубитов [10, 11]. Получены четкие доказательства взаимодействия электростатически связанных кубитов. На основе двух взаимосвязанных зарядовых кубитов была продемонстрирована также стандартная логическая операция C-NOT, т.е. создан прототип квантового логического C-NOT-затвора [12]. Следующий важный шаг, который должен быть сделан, — организация контролируемого взаимодействия кубитов [13, 14].

В настоящее время усилия многих исследователей направлены на улучшение качества отдельных кубитов и понимание механизмов декогерентизации в джозефсоновских кубитах. Это сделано, например, с помощью реализации новых считывающих схем с высокой эффективностью и низким обратным действием [15, 16]. Комбинируя ловушку и одноэлектронный транзистор, мы смогли провести одиночные считывающие показания зарядового кубита, т.е. мы смогли измерить состояние кубита после каждого события при манипуляции [15]. Эта цепь также позволила нам определить динамику релаксации зарядового кубита [17]. Из результатов этих измерений мы сделали вывод, что зарядовый шум, исходящий от двухуровневого источника флюктуаций, играет ключевую роль в энергетической релаксации кубита.

## Список литературы

1. Nielsen M A, Chuang I L *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2000)
2. Shnirman A, Schön G, Hermon Z *Phys. Rev. Lett.* **79** 2371 (1997)
3. Averin D V *Solid State Commun.* **105** 659 (1998)
4. Nakamura Y, Pashkin Yu A, Tsai J S *Nature* **398** 786 (1999)
5. Martinis J M et al. *Phys. Rev. Lett.* **89** 117901 (2002)
6. Yu Y et al. *Science* **296** 889 (2002)
7. Chiorescu I et al. *Science* **299** 1869 (2003)
8. Duty T et al. *Phys. Rev. B* **69** 140503(R) (2004)
9. Vion D et al. *Science* **296** 886 (2002)
10. Pashkin Yu A et al. *Nature* **421** 823 (2003)
11. Berkley A J et al. *Science* **300** 1548 (2003)
12. Yamamoto T et al. *Nature* **425** 941 (2003)
13. Averin D V, Bruder C *Phys. Rev. Lett.* **91** 057003 (2003)
14. Lantz J et al., cond-mat/0403285
15. Astafiev O et al. *Phys. Rev. B* **69** 180507(R) (2004)
16. Lupascu A et al., cond-mat/0311510; submitted to *Phys. Rev. Lett.*
17. Astafiev O et al., submitted to *Phys. Rev. Lett.*

PACS numbers: 74.20.De, 74.25.Dw, 74.25.Op

## Сверхпроводящие состояния и магнитный гистерезис в сверхпроводниках конечного размера

**Г.Ф. Жарков**

Макроскопическая теория сверхпроводимости Гинзбурга–Ландау (ГЛ) [1] (ГЛ, 1950) представляет собой пример торжества физической интуиции. Эта теория была успешно использована для описания поведения

сверхпроводников в магнитном поле и для предсказания множества эффектов, получивших в дальнейшем экспериментальное подтверждение. Центральным пунктом этой теории является предположение, что физическое состояние сверхпроводника описывается комплексной функцией, называемой параметром порядка,

$$\Psi(\mathbf{x}) = \psi(\mathbf{x}) \exp[i\Theta(\mathbf{x})],$$

где  $\psi$  — модуль и  $\Theta$  — фаза параметра порядка,  $\mathbf{x}$  — пространственная координата. Из условия однозначности  $\Psi(\mathbf{x})$  следует, что в любой точке сверхпроводника фаза определена лишь с точностью до фактора  $2\pi m$ , где  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , причем  $\psi(\mathbf{x})$  в этой точке может иметь особенность:  $\psi(\mathbf{x}) \sim x^{|m|}$  при  $x \rightarrow 0$ . Позже было выяснено, что с этой особенностью связано наличие вихрей [2] (Абрикосов, 1957) в сверхпроводниках II рода, для которых значение материального параметра теории  $\kappa > \kappa_0 = 1/\sqrt{2} = 0,707$ .

Деление сверхпроводников на две группы ( $\kappa < \kappa_0$  и  $\kappa > \kappa_0$ ) было предложено уже в исходной работе ГЛ, которые нашли, что свободная энергия поверхности раздела между сверхпроводящим (s-) и нормальным (n-) состояниями металла в магнитном поле (в так называемом промежуточном состоянии) обращается в нуль при  $\kappa = \kappa_0$  [1], что свидетельствует о неустойчивости n-состояния в сверхпроводниках I рода (с  $\kappa < \kappa_0$ ) относительно образования s-фазы и приводит (при уменьшении внешнего поля  $H$ ) к фазовому переходу первого рода (скачком) из переохлажденного (в магнитном поле) сверхпроводящего состояния в нормальное. Они же нашли, что в сверхпроводниках I рода в достаточно слабом поле наблюдается эффект Мейснера (т.е. полное выталкивание поля из сверхпроводника), а с ростом поля происходит фазовый переход первого рода из перегретого s-состояния в нормальное n. Однако, следуя Абрикосову [2], можно также говорить, что при  $\kappa > \kappa_0$  магнитное поле начинает проникать внутрь сверхпроводника II рода в виде вихрей (образуя так называемое смешанное состояние), причем с ростом поля нормальные сердцевины вихрей полностью перекрываются и сверхпроводник переходит в нормальное состояние фазовым переходом второго рода (в поле  $H_{c2} = \phi_0/(2\pi\xi^2)$ , где  $\phi_0 = hc/2e$  — квант потока,  $\xi$  — длина когерентности сверхпроводника [2]). Таким образом, в [2] был описан вихревой механизм проникновения внешнего поля внутрь сверхпроводника II рода.

Заметим здесь, что описанная выше картина проникновения магнитного поля в сверхпроводники была получена в [1, 2] на основе термодинамических соображений для однородных сверхпроводников бесконечной протяженности, без учета возможных краевых эффектов. Ниже будет продемонстрировано, что в сверхпроводниках конечного размера (цилиндр или пластина, находящиеся в вакууме в продольном магнитном поле) существует еще один, краевой, механизм проникновения поля в сверхпроводник. При этом механизме вихри могут не образовываться, однако параметр порядка  $\psi(x)$  вблизи краев сверхпроводника сильно подавляется и растущее магнитное поле почти свободно начинает проникать в сверхпроводник вблизи его краев. При дальнейшем усилении поля такое краевое (edge) e-состояние окончательно подавляется при достижении полем значения  $H_{c2}$ . Краевые e-состояния могут существовать лишь в сверхпроводниках II рода с  $\kappa > \kappa_c = 0,93$  при достаточно

малых поперечных размерах сверхпроводника (радиусе цилиндра  $R$  или толщине пластины  $2D$ , находящихся в продольном магнитном поле  $H$ ). Заметим, что с ростом  $R$  или  $D$  краевой  $\epsilon$ -слой, очевидно, становится неустойчивым и разбивается на отдельные вихри, которые постепенно заполнят внутренность массивного сверхпроводника II рода (в соответствии с механизмом, описанным в [2–5]) и он перейдет в  $n$ -состояние.

Ниже также показано, что при ослаблении сильного внешнего поля в сверхпроводниках конечного размера со значениями  $\chi$ , лежащими в интервале  $\chi_0 < \chi < \chi_c$ , из переохлажденного нормального  $\bar{n}$ -состояния сперва зарождается особое  $p$ -состояние (предвестник, или precursor), из которого затем скачком в поле  $H_g$  (индекс  $g$  означает restoration) полностью восстанавливается сверхпроводящее мейснеровское (M) состояние. В сверхпроводниках с  $\chi < \chi_0$  промежуточное  $p$ -состояние не образуется и при ослаблении поля сразу происходит скачок из  $\bar{n}$ -состояния в M. Таким образом, сверхпроводники конечного размера можно условно разделить на три группы: со значениями  $\chi < \chi_0$ ,  $\chi_0 < \chi < \chi_c$  и  $\chi > \chi_c$ .

Разнообразные краевые эффекты подробно описаны в работах [6–17]; ниже поясняются лишь наиболее существенные моменты проведенных исследований. Рассмотрен для простоты случай цилиндрической геометрии, когда вихрей в сверхпроводнике нет, т.е.  $m = 0$ . Самосогласованные решения системы нелинейных уравнений ГЛ для параметра порядка  $\psi(x)$  и безразмерного потенциала магнитного поля  $a(x)$  находились методом итераций [6]. (Заметим, что результаты не зависят от метода расчетов.) Вид этих уравнений и граничных условий к ним можно найти в [6–17]. За единицу измерения длины  $x$  можно выбрать либо  $\xi$  (длину когерентности), либо  $\lambda$  (глубину проникновения поля), которые входят в систему уравнений ГЛ на равных основаниях. В качестве единицы измерения поля можно выбрать либо  $H_\xi = \phi_0/(2\pi\xi^2) \equiv H_{c2}$ , либо  $H_\lambda = \phi_0/(2\pi\lambda^2) = H_\xi/\chi^2$ . Рассматриваются лишь одномерные решения (или состояния), которые кроме радиальной координаты  $x$  зависят также от параметров задачи:  $\chi$ ,  $R$ ,  $H$ . Результаты проведенного исследования удобно привести в виде рисунка.

Рисунок 1 представляет собой диаграмму состояний цилиндра, изображенную на плоскости параметров  $\chi$  и  $R_\lambda = R/\lambda$ . Каждой точке этой плоскости отвечает конкретный сверхпроводник, состояния которого зависят от внешнего поля  $H$ . Эти зависимости можно увидеть, если мысленно проделать отверстия в каждой точке  $(\chi, R_\lambda)$  и заглянуть сквозь них под эту плоскость. Изучив такие зависимости, можно найти четыре критические линии ( $\pi$ ,  $\mu$ ,  $\zeta$ ,  $i$ ), разделяющие плоскость  $(\chi, R_\lambda)$  на пять областей ( $A, B, C, D, E$ ), в каждой из которых реализуются свои состояния с характерным поведением параметра порядка  $\psi(x)$  и намагниченности  $4\pi M(H) = \bar{B} - H$  (здесь  $\bar{B}$  — среднее значение магнитного поля внутри образца). Смысль этих состояний, линий и областей поясняется ниже.

Далее мы будем различать два режима воздействия внешнего поля  $H$  на сверхпроводник: режим увеличения поля (УП), когда сверхпроводник первоначально находился в сверхпроводящем состоянии в отсутствие поля, которое затем усиливается, и режим ослабления поля (ОП), когда сверхпроводник первоначально находился в нормальном состоянии в сильном поле, которое затем ослабляется. Последовательность состояний, возникаю-

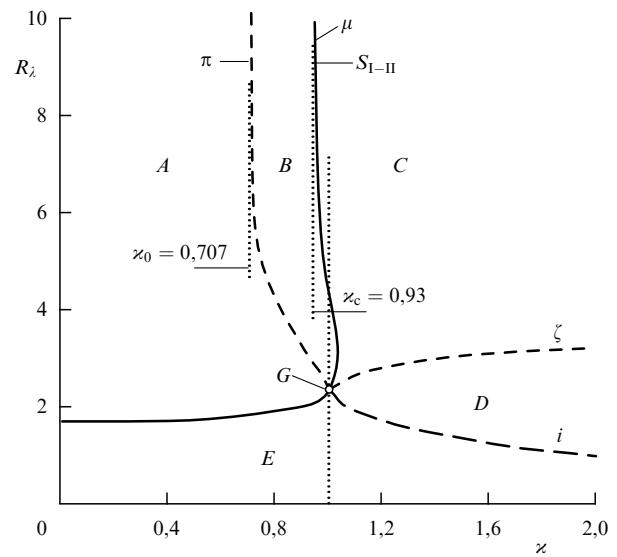
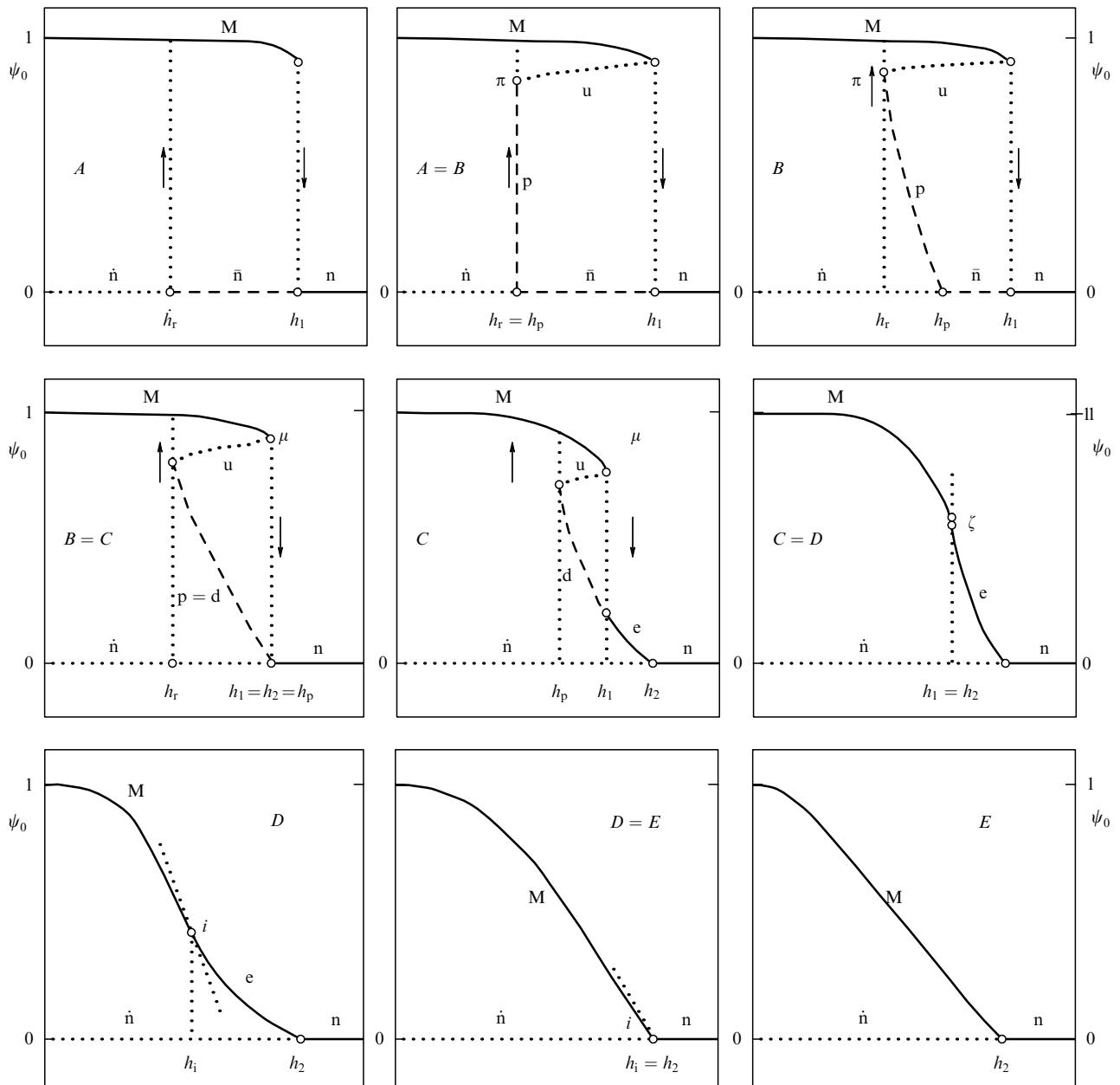


Рис. 1. Диаграмма состояний цилиндра при  $m = 0$ . Критические линии ( $\pi, \mu, \zeta, i$ ) на плоскости параметров  $(\chi, R_\lambda)$  разделяют области существования ( $A, B, C, D, E$ ) различных сверхпроводящих состояний. Критические линии пересекаются друг с другом в одной точке  $G$ .

щая в этих двух режимах, разная, что свидетельствует о возможности гистерезиса в системе.

На рисунке 2 схематически изображено поведение параметра порядка  $\psi_0(h)$  в центре цилиндра, в каждой из областей рис. 1 в зависимости от нормированного поля  $h$  (нормировка произвольная). В области  $A$  в слабом поле ( $h \sim 0$  и  $R_\lambda \gg 1$ ) реализуется мейснеровское (M) состояние с  $\psi_0 \sim 1$ , когда внешнее поле экранируется и не проникает внутрь образца. Сверхпроводящее M-состояние при увеличении поля сохраняется вплоть до некоторого значения  $h_1$ , когда M-состояние разрушается фазовым переходом первого рода  $M \rightarrow n$ . При ослаблении поля  $n$ -состояние переходит в переохлажденное  $\bar{n}$ -состояние ( $\psi = 0$ ), которое устойчиво (относительно малых флуктуаций) вплоть до точки  $h_r$ , где оно теряет устойчивость и восстанавливается M-состояние (скачок  $\bar{n} \rightarrow M$ ). При  $h < h_r$  нормальное состояние ( $\bar{n}$ , с  $\psi \equiv 0$ ) динамически неустойчиво, поскольку оно имеет положительный временной инкремент.

В области  $B$  в режиме ОП восстановление сверхпроводящего M-состояния начинается в поле  $h_p$  фазовым переходом второго рода из переохлажденного  $\bar{n}$ -состояния в промежуточное  $p$ -состояние, которое существует вплоть до точки  $h_r$ , где  $p$ -состояние теряет устойчивость и скачком восстанавливается M-состояние. Заметим, что  $p$ -состояние метастабильно, поскольку наряду с ним существует M-состояние с большим параметром порядка  $\psi$  и с меньшей свободной энергией. В области  $B$  кроме упомянутых существует еще одна ветвь решений ( $u$ ), которая, однако, абсолютно неустойчива. (Малые отклонения от  $u$ -состояния имеют положительный инкремент, т.е. нарастают во времени. Неустойчивость  $u$ -решений очевидна также из того, что на математической  $u$ -ветви производная  $d\psi_0/dh > 0$ , т.е. внешнее поле усиливает сверхпроводимость, а не подавляет ее, как на физической  $M$ -ветви, где  $d\psi_0/dh < 0$ . Стрелками на кривых отмечены точки бифуркации решений, здесь в малой окрестности полей  $h_r$ ,  $h_p$ ,  $h_1$  имеются два мало отличающиеся друг от друга состояния.)



**Рис. 2.** Характерное поведение параметра порядка  $\psi_0(h)$  в разных областях ( $A, B, C, D, E$ ) рис. 1 (схематически). Сплошными линиями показаны устойчивые состояния ( $M, e, n$ ), штриховыми — метастабильные (гистерезисные) состояния ( $\bar{n}, p, d$ ), пунктирные линии отвечают абсолютно неустойчивым состояниям ( $u, \bar{n}$ ).

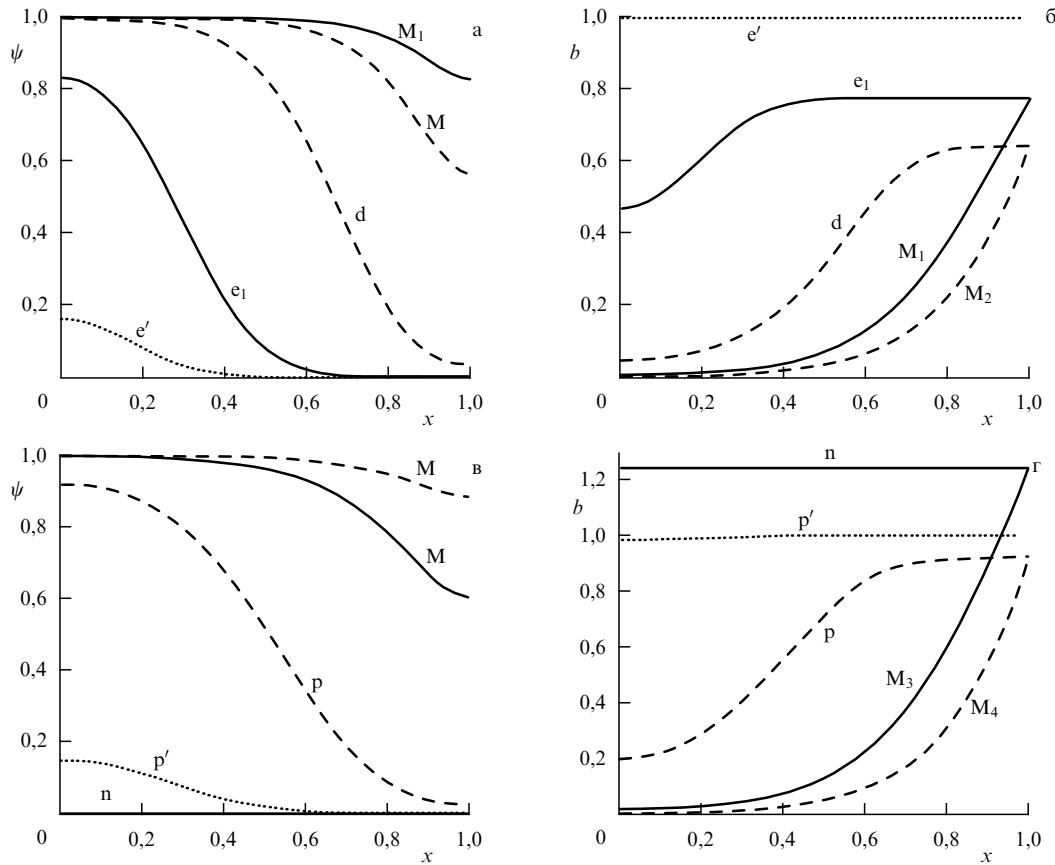
На границе областей  $A = B$  точки бифуркации  $h_r$  и  $h_p$  лежат на вертикальной прямой ( $h_r = h_p$ ). Это происходит при значениях  $\chi$ , принадлежащих линии  $\pi$  на рис. 1. Эта линия показывает границу, где в режиме ОП сверхпроводящее  $p$ -состояние пропадает и восстановление сверхпроводимости происходит сразу скачком из  $\bar{n}$ -состояния в  $M$ . Асимптотика линии  $\pi$  при  $R \gg \lambda$  совпадает со значением  $\chi_0 = 1/\sqrt{2}$ .

В области  $C$  в режиме УП происходит скачок (в поле  $h_1$ ) из  $M$ -в  $e$ -состояние с конечной амплитудой  $\psi_0 > 0$ , которая обращается в нуль в максимальном поле  $h_2$  (это поле совпадает со значением  $H_{c2} \equiv H_\xi$ ). В режиме ОП  $e$ -состояние плавно превращается в  $d$ -состояние (depressed), из которого в поле  $h_r$  скачком восстанавливается в  $M$ -состояние. В области  $C$  отсутствует переохлажденное  $\bar{n}$ -состояние.

На границе областей  $B = C$  точки бифуркации  $h_1, h_p$  и  $h_2$  лежат на одной прямой ( $h_1 = h_p = h_2$ ). Это отвечает значениям  $\chi$ , принадлежащим линии  $\mu$  на рис. 1, которая показывает границу существования переохлажденного  $\bar{n}$ -состояния. Асимптотика линии  $\mu$  при  $R \gg \lambda$  совпадает со значением  $\chi_c \approx 0,93$ .

На границе областей  $C = D$  скачок  $M \rightarrow e$  (существующий в области  $C$ ) исчезает и одновременно исчезает гистерезисное  $d$ -состояние. Точки бифуркации  $h_1$  и  $h_r$  лежат при этом на прямой  $h_1 = h_r$ , а зависимость  $\psi_0(h)$  принимает обратимый (безгистерезисный) вид, причем в точке  $\zeta$  производная  $d\psi_0/dh = \infty$ . Соответствующие значения  $\chi$  отмечают границу гистерезиса (линия  $\zeta$  на рис. 1).

В области  $D$  на кривых  $\psi_0(h)$  имеется точка перегиба  $i$  с конечным значением производной  $d\psi_0/dh < \infty$ . На



**Рис. 3.** Координатные зависимости  $\psi(x)$  и  $b(x)$  в цилиндре с  $R_\lambda = 7$ : (а, б)  $\xi = 1,2$ , область  $C$ , режим УП; (в, г)  $\xi = 0,8$ , область  $B$ , режим ОП. Обозначения пояснены в тексте.

границе областей  $D = E$  точка перегиба  $i$  опускается вниз на ось абсцисс ( $\psi_0 = 0$ ,  $h_i = h_2$ ; таким точкам отвечает линия  $i$  на рис. 1). В области  $E$  кривые  $\psi_0(h)$  монотонно спадают, не имея точек перегиба.

Сказанное выше дополнительно иллюстрирует рис. 3, на котором изображены координатные зависимости параметра порядка  $\psi(x)$  и поля  $b(x)$  (нормировано на  $H_\zeta$ ) для цилиндра с  $R_\lambda = 7$  при  $\xi = 1,2$  (рис. 3а, б) и  $\xi = 0,8$  (рис. 3в, г). Видно, что при  $\xi = 1,2$  (область  $C$ ) в режиме УП параметр порядка, первоначально имевший вид  $\psi(x) \equiv 1$  (при  $h = 0$ ), постепенно принимает вид мейснеровской кривой  $M$  (сплошная линия), которая при  $h_1 = -0,7692$  скачком трансформируется в краевое  $e$ -состояние. Смысл  $e$ -состояния особенно отчетливо выявляется на кривых  $b(x)$ , где видно, что при  $h = h_1$   $M$ -состояние (в котором внешнее поле  $h_1$  экранируется и почти не проникает в цилиндр) сменяется  $e$ -состоянием (в котором поле  $h_1$  почти свободно проникает по краю цилиндра, но сверхпроводимость сохраняется в центре). Таким образом, путем образования  $e$ -состояний реализуется дополнительный краевой механизм проникновения поля в сверхпроводник, отличный от обычного вихревого механизма [2]. При дальнейшем увеличении поля  $h$  амплитуда  $e$ -состояния постепенно уменьшается (см. кривые  $e'$ ) и при  $h_2 = 1,0013$   $e$ -состояние исчезает и переходит в  $n$ -состояние. В режиме ОП из  $n$ -состояния вновь возникает  $e$ -состояние, плавно переходящее в  $d$ -состояние, которое в поле  $h_r = 0,6418$  скачком перестраивается в  $M$ -состояние (штриховые линии на рис. 3а, б). Таким образом, при переходах  $d \rightarrow M$  реали-

зуется дополнительный механизм выталкивания поля из сверхпроводника, не связанный с движением вихрей через границу образца.

При  $\xi = 0,8$  (область  $B$ ) в режиме УП из  $M$ -состояния (сплошные линии на рис. 3в, г) в поле  $h_1 = 1,2358$  скачком образуется  $n$ -состояние, а в режиме ОП  $n$ -состояние сперва переходит в переохлажденное (гистерезисное)  $\bar{n}$ -состояние, из которого в поле  $h_p = 1,0009$  сперва зарождается  $p'$ -состояние малой амплитуды, которое затем в поле  $h_r = 0,9219$  скачком перестраивается в  $M$ -состояние (пунктирные линии). Таким образом, при переходах  $p \rightarrow M$  также реализуется дополнительный (невихревой) механизм проникновения поля в сверхпроводник, обвязанный динамической перестройке  $p$ -состояния в точке неустойчивости решения.

(Заметим, кстати, что  $p$ -состояние  $\psi(x)$  на рис. 3в напоминает по виду  $(s, n)$ -стенку [1]. Можно убедиться [15–17], что при  $R_\lambda \rightarrow \infty$ ,  $\xi \rightarrow \xi_0 = 1/\sqrt{2}$  и  $h \rightarrow 1$  (т.е.  $H \rightarrow H_\zeta$ ) последнее из  $p$ -состояний (отмеченное на рис. 2 (A = B) буквой  $\pi$ ) в точности совпадает с  $(s, n)$ -стенкой, рассмотренной Гинзбургом и Ландау [1], причем свободная энергия этого состояния обращается в нуль ( $\sigma_{s, n} = 0$ ), и оно может быть описано аналитически с помощью вырожденных уравнений Богомольного [18–20]. Таким образом,  $(s, n)$ -стенка является частным случаем метастабильных  $p$ -состояний, существующих в области  $B$  в режиме ОП.)

На рисунке 4 представлены критические поля цилиндра с  $\xi = 0,8$  и  $\xi = 1,2$  как функции радиуса  $R_\lambda$ . Поясним обозначения, используемые на этом рисунке.

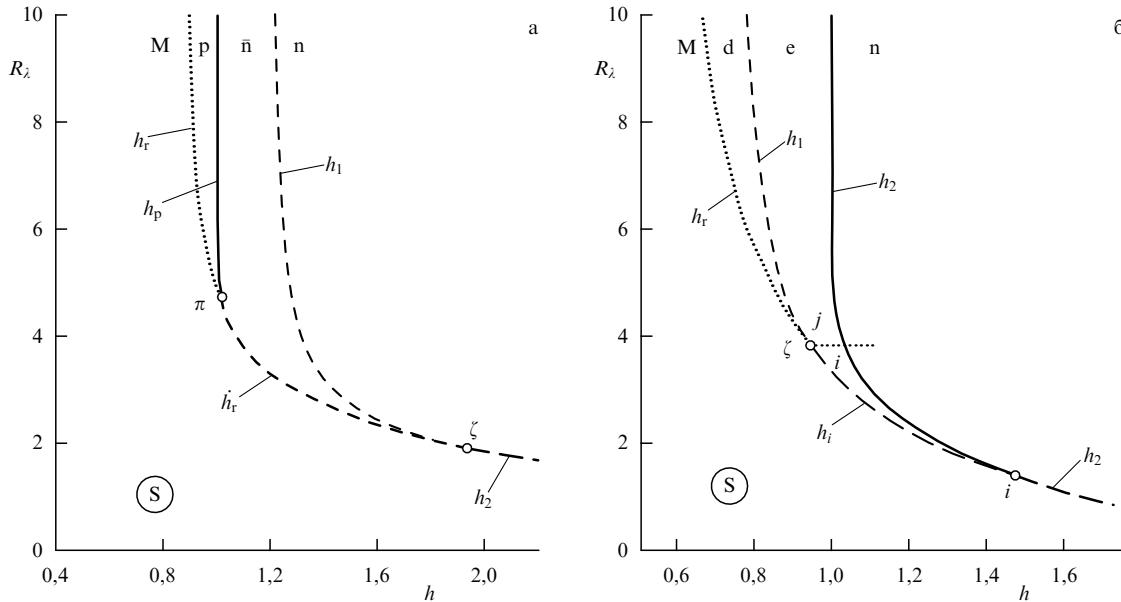


Рис. 4. Критические поля цилиндра: (а)  $\zeta = 0,8$  (область  $B$ ), (б)  $\zeta = 1,2$  (область  $C$ ). Обозначения пояснены в тексте.

При  $\zeta = 0,8$  (рис. 4а) и больших  $R_\lambda$  максимальное поле, вплоть до которого в режиме УП еще сохраняется сверхпроводящее М-состояние, совпадает с полем фазового перехода первого рода  $h_1$ ; при  $h > h_1$  имеется лишь н-состояние. В режиме ОП появляется переохлажденное (гистерезисное)  $\bar{n}$ -состояние, которое существует вплоть до поля  $h_p$ , где в результате фазового перехода первого рода зарождается метастабильное р-состояние. Эти р-состояния существуют вплоть до поля  $h_r$ , где они теряют устойчивость и скачком восстанавливаются М-состояние. При  $h < h_r$  нормальные ( $\dot{n}$ ) решения абсолютно неустойчивы и существуют лишь одни устойчивые М-состояния. При уменьшении  $R_\lambda$  область существования р-состояний сужается и в точке  $\pi$  она исчезает. (Критическая линия  $\pi$  на рис. 1 состоит из критических точек  $\pi$ , найденных аналогичным способом при других значениях  $\zeta$ .) Поле  $h_1$  и область переохлажденного  $\bar{n}$ -состояния существуют вплоть до точки  $\zeta$ , где гистерезисное  $\bar{n}$ -состояние исчезает. (Линия  $\zeta$  на рис. 1 отмечает границу гистерезиса и состоит из  $\zeta$ -точек, найденных при других  $\zeta$ .) Поле  $h_r$  соответствует точкам динамической неустойчивости переохлажденного  $\bar{n}$ -состояния, где М-состояние восстанавливается сразу в результате фазового перехода первого рода, без образования промежуточного р-состояния. При малых радиусах  $R_\lambda$  (лежащих ниже точки  $\zeta$ ) переход из М- в н-состояние (и обратно) происходит путем обратимого фазового перехода второго рода в поле  $h_2$ .

При  $\zeta = 1,2$  (рис. 4б) и больших  $R_\lambda$  с ростом поля (режим УП) происходит скачок из М- в е-состояние (в поле  $h_1$ ) с последующим фазовым переходом второго рода е → н (в поле  $h_2$ ). В режиме ОП из н-состояния в поле  $h_2$  вновь зарождается е-состояние, которое плавно переходит в д-состояние. Последнее существует вплоть до поля  $h_r$ , где скачком восстанавливается М-состояние. При уменьшении  $R_\lambda$  область существования гистерезисных д-состояний сужается и в точке  $\zeta$  она исчезает. (Линия  $\zeta$  на рис. 1, отмечающая границу гистерезиса, состоит из таких критических точек  $\zeta$ .) При  $R_\lambda < \zeta$  скачки

( $j$ ), связанные с д-состояниями, сменяются точками перегиба ( $i$ ). Кривая  $h_i(h)$  соответствует полям, при которых точка перегиба функции  $\psi_0(h)$  (т.е.  $d^2\psi_0/dh^2 = 0$ ) лежит при  $\psi_0 > 0$ . В точке  $i$  область перегибов функции  $\psi_0(h)$  (а также намагниченности,  $4\pi M(h)$ ) исчезает. (Линия  $i$  на рис. 1 состоит из соответствующих критических точек.)

Аналогичные вычисления можно провести для случая плоской пластины в параллельном магнитном поле в отсутствие вихрей [14–17]. Диаграмма состояний, решения и критические поля для пластины полностью аналогичны тем, что изображены выше на рис. 1–4 для цилиндра. Сверхпроводящие пластины достаточно большой толщины ( $D_\lambda = D/\lambda \gg 1$ ) также можно разбить на три группы: с  $\zeta < \zeta_0$ ,  $\zeta_0 < \zeta < \zeta_c$  и  $\zeta > \zeta_c$ , где  $\zeta_0 = 1/\sqrt{2} = 0,707$  и  $\zeta_c = 0,93$ . При меньших  $D_\lambda$  вновь можно выделить пять областей ( $A, B, C, D, E$ ), аналогичных показанным на рис. 1.

Одномерные уравнения ГЛ могут быть использованы для описания состояний цилиндра с произвольным числом вихрей  $m$  на оси (здесь  $m > 0$  — мощность вихря). В этом случае, как уже упоминалось выше, размер нормальной сердцевины вихря растет с  $m$  как  $x^m$ , поэтому остаточное сверхпроводящее состояние (с  $\psi(x) \neq 0$ ) оттесняется к поверхности образца, где оно удерживается внешним полем (см., например, [11]). В результате с ростом числа  $m$  в массивных образцах (с фиксированным, но большим радиусом  $R$ ) может существовать так называемая поверхностная сверхпроводимость, которая сохраняется вплоть до максимального поля поверхностной сверхпроводимости  $H_{c3}$  [21, 22]:

$$H_{c3} = 1,69 H_{c2}, \quad H_{c2} \equiv H_\xi = \frac{\phi_0}{2\pi\xi^2}. \quad (1)$$

Существование явления поверхностной сверхпроводимости, предсказанного в [21, 22], подтверждено многими экспериментами.

Здесь уместно сделать следующее методическое замечание. Формулу (1) можно переписать в эквивалентном

виде, используя иную нормировку:

$$H_{c3} = 1,69 \sqrt{2} \chi H_{cb} = 2,4 \chi H_{cb}, \quad (2)$$

где  $H_{cb} = \phi_0/(2\pi\sqrt{2}\lambda\xi) = H_\xi/(\sqrt{2}\chi)$  — термодинамическое критическое поле массивного сверхпроводника [1]. Рассматривая формулу (2) как уравнение относительно  $\chi$ , в ряде работ (например, [23–27], см. также [2–5]) авторы делают заключение, что якобы существует "особое" значение  $\chi_* = (2,4)^{-1} = 0,417$ , которое разделяет сверхпроводники I рода, у которых  $H_{c3} < H_{cb}$  (при  $\chi < \chi_*$ ), и сверхпроводники, у которых  $H_{c3} > H_{cb}$  (при  $\chi > \chi_*$ ). Такое заключение, однако, основано на недоразумении. Действительно, поле  $H_{cb}$  в (2) зависит от  $\chi$ , в силу чего уравнение (2) на самом деле не зависит от  $\chi$  и потому из него нельзя извлечь никакой дополнительной информации, кроме содержащейся в формуле (1). Согласно (1) в массивном сверхпроводнике существуют два критических поля  $H_{c2}$  и  $H_{c3}$ , причем их отношение не зависит ни от масштаба измерения поля, ни от  $\chi$ . Таким образом, "особое" значение  $\chi_* = 0,417$  является, по нашему мнению, иллюзорным и не имеет ни физического, ни математического смысла. Это же видно из рис. 1, на котором значение  $\chi_* = 0,417$  ничем не выделено, т.е. оно является регулярной точкой уравнений ГЛ.

В заключение подчеркнем, что описанные выше особенности поведения параметра порядка  $\psi_0(H)$  и аналогичные особенности в поведении намагниченности  $4\pi M(H)$  образцов достаточно малых размеров, в принципе, могут наблюдаться на опыте. Полученную информацию (скачки между состояниями, гистерезис, границы гистерезиса, точки перегиба кривых намагничения, точные значения критических полей переходов между состояниями и др.), вероятно, можно использовать для уточнения параметров  $R$  и  $\chi$  реальных образцов. Очевидно, что такая информация может быть полезной, особенно в связи с перспективами создания малоразмерных сверхпроводящих устройств на основе мезоскопических сверхпроводников. Поэтому ясна необходимость дальнейшего теоретического и экспериментального изучения затронутых выше вопросов.

Я признателен В.Л. Гинзбургу за интерес к работе и ценные замечания, а также В.Г. Жаркову, А.Ю. Цветкову, А.Л. Дышко и Н.Б. Конюховой за полезные обсуждения. Данная работа поддержана грантом РФФИ № 02-02-16285.

## Список литературы

1. Гинзбург В Л, Ландау Л Д *ЖЭТФ* **20** 1064 (1950)
2. Абрикосов А А *Основы теории металлов* (М.: Наука, 1987)
3. Tinkham M *Introduction to Superconductivity* (New York: McGraw-Hill, 1975)
4. de Gennes P G *Superconductivity of Metals and Alloys* (Redwood City, Calif.: Addison-Wesley, 1989)
5. Saint-James D, Sarma G, Thomas E J *Type II Superconductivity* (Oxford: Pergamon Press, 1969)
6. Zharkov G F, Zharkov V G *Phys. Scripta* **57** 664 (1998)
7. Zharkov G F, Zharkov V G, Zvetkov A Yu *Phys. Rev. B* **61** 12293 (2000)
8. Жарков Г Ф, Жарков В Г, Цветков А Ю *Кратк. сообщ. по физ. ФИАН* (11) 31 (2001)
9. Жарков Г Ф, Жарков В Г, Цветков А Ю *Кратк. сообщ. по физ. ФИАН* (12) 31 (2001)
10. Zharkov G F *Phys. Rev. B* **63** 224513 (2001)
11. Zharkov G F *Phys. Rev. B* **63** 214502 (2001)
12. Zharkov G F *J. Low Temp. Phys.* **128** (3/4) 87 (2002)
13. Жарков Г Ф *ЖЭТФ* **122** 600 (2002)
14. Цветков А Ю, Жарков Г Ф, Жарков В Г *Кратк. сообщ. по физ. ФИАН* (1/2) 42 (2003)
15. Zharkov G F *J. Low Temp. Phys.* **130** (1/2) 45 (2003)
16. Zharkov G F *Cent. Eur. J. Phys.* **2** (1) 220 (2004)
17. Zharkov G F, in *Horizons in Superconductivity Research* (Ed. F Columbus) (New York: Nova Sci. Publ., 2004)
18. Богомольный Е Б *ЯФ* **24** 861 (1976)
19. Dorsey A T *Ann. Phys. (New York)* **233** 248 (1994)
20. Luk'yanchuk I *Phys. Rev. B* **63** 174504 (2001)
21. Saint-James D, de Gennes P G *Phys. Lett.* **7** 306 (1963)
22. Saint-James D *Phys. Lett.* **15** 13 (1965)
23. Park J G *Phys. Rev. Lett.* **16** 1196 (1966)
24. Feder J *Solid State Commun.* **5** 299 (1967)
25. Park J G *Solid State Commun.* **5** 645 (1967)
26. Christiansen P V, Smith H *Phys. Rev.* **171** 445 (1968)
27. McEvoy J P, Jones D P, Park J G *Phys. Rev. Lett.* **22** 229 (1969)

PACS numbers: 74.25.Ha, **74.81.-g**

## Со существование ферромагнетизма и неоднородной сверхпроводимости

В.Ф. Елесин, В.В. Капаев, Ю.В. Копаев

1. Явления сверхпроводимости и ферромагнетизма предстаются антагонистическими по отношению к магнитному полю: сверхпроводник выталкивает магнитное поле (эффект Мейснера – Оксенфельда), а ферромагнетик, наоборот, его концентрирует. Поэтому название антиферромагнетик по смыслу больше подходит для сверхпроводников, чем для веществ, которые принято называть антиферромагнетиками. Впервые вопрос о возможности сосуществования этих состояний был исследован В.Л. Гинзбургом [1] в 1956 г. еще до появления микроскопической теории БКШ [2].

Согласно работе [1] сосуществование возможно, если критическое магнитное поле  $H_c$  выше магнитной индукции  $I$ . С микроскопической точки зрения [2] в большинстве случаев величина  $H_c$  определяется посредством влияния магнитного поля (и индукции) на орбитальное движение пар. Кроме того, из-за спаривания с противоположно направленными спинами зеемановское расщепление также приводит к подавлению сверхпроводимости (парамагнитный эффект), и именно оно является определяющим [3].

В случае, когда температура сверхпроводящего перехода  $T_c$  существенно выше температуры ферромагнитного перехода  $T_m$ , в области сосуществования магнитное состояние неоднородно [4]. (Имеющиеся теоретические и экспериментальные результаты обсуждаются в обзоре [5].)

В случае  $T_c \leq T_m$  существует узкий интервал по намагниченности  $I$ , когда в условиях сосуществования неоднородным оказывается сверхпроводящее состояние [6, 7].

В последнее время появилось большое количество работ (см., например, [8, 9]) по наблюдению сосуществования ферромагнетизма и сверхпроводимости в слоистых купратных соединениях  $\text{RuSr}_2\text{GdCu}_2\text{O}_8$ , в которых  $T_m$  значительно больше  $T_c$  ( $T_m = 132$  К,  $T_c = 46$  К). Такое соотношение  $T_m$  и  $T_c$  недопустимо в рамках простой сферической формы поверхности Ферми, лежащей в