

ИЗ ИСТОРИИ ФИЗИКИ

Джон фон Нейман

М.И. Монастырский

Статья посвящена одному из крупнейших ученых XX века Джону фон Нейману, столетие со дня рождения которого недавно широко отмечалось в научном мире. Он прожил не долгую, но яркую жизнь и внес огромный вклад почти во все разделы математики, а также физики, экономики, биологии, астрономии. Он построил один из первых компьютеров и был в числе ключевых фигур в американском атомном проекте. Развитие его идей по-прежнему существенно для многих областей чистой и прикладной математики.

PACS numbers: 01.65. + g, 02.30.Tb, 03.65. – w

Содержание

1. Введение (1371).
 2. Жизнеописание Яноша – Иоганна – Джона фон Неймана (1372).
 3. Научные результаты Дж. фон Неймана (1376).
 - 3.1. Работы по квантовой механике.
 - 3.2. Теория операторов.
 - 3.3. Эргодическая теория.
 4. Комментарий к литературе (1379).
- Список литературы (1380).

Большинство математиков доказывают, что могут,
а фон Нейман — что хочет.

Популярное мнение

Alles Vergängliche Ist nur ein Gleichnis;
Das Unzulängliche,
Hier wird's Ereignis...

*Johann Wolfgang Goethe. Faust*¹

1. Введение

XX век войдет в историю как век расцвета физико-математических наук. Именно в XX веке были созданы две фундаментальные теории — теория относительности и квантовая механика, определившие не только развитие

¹ Всё быстротечное —
Символ, сравненье.
Цель бесконечная
Здесь — в достиженье.

*И.В. Гёте. Фауст.
В переводе Б. Пастернака*

М.И. Монастырский. Российский государственный научный центр "Институт теоретической и экспериментальной физики", 117259 Москва, ул. Б. Черемушкинская 25, Российская Федерация
Тел. (095) 129-95-85
E-mail: monastyrsky@itep.ru

*Статья поступила 23 мая 2004 г.,
после доработки 8 сентября 2004 г.*



Джон фон Нейман
(28.12.1903 – 8.02.1957)

физики XX века, но по существу и дальнейшее развитие цивилизации. Параллельно с выдающимися достижениями в физике были получены первоклассные результаты в математике. Физика выражает свои закономерности языком математики, однако взаимодействие математики и физики — сложный и далеко не однозначный процесс.

Особенности каждой из наук — в подходе к проблеме, различные интересы и стили весьма затрудняют успешную деятельность одновременно в обеих дисциплинах. Поэтому ученые, имеющие крупные результаты как в математике, так и в физике, — большая редкость.

Среди выдающихся ученых XX века, достижения которых признаны обоими сообществами, Джон фон Нейман занимает одно из самых почетных мест. Только краткое перечисление его результатов поражает широтой охвата и исключительной продуктивностью.

Но жизнь фон Неймана интересна и поучительна со значительно более широкой точки зрения.

Его участие в двух важнейших технологических проектах XX века — создание атомного оружия и разработка принципов действия современных вычислительных машин — позволяют считать фон Неймана одной из влиятельных фигур прошлого столетия, практически неизвестной широкой публике. Отношение к фон Нейману со стороны его современников было весьма непростым. Хотя он был признан выдающимся математиком уже после публикации первых работ, его весьма консервативные взгляды и активный антикоммунизм не вызывали сочувствия в университетских кругах, где были сильны "левые" настроения. История последнего пятидесятилетия показала, что и в этих вопросах фон Нейман был дальновиднее многих своих коллег.

Джон фон Нейман умер в относительно молодом возрасте, и сейчас еще живы люди, знавшие его.

Интерес к личности фон Неймана непрерывно растет. Об этом свидетельствует ряд книг, вышедших в последние годы, включая наиболее полную биографию фон Неймана, написанную Н. Макрае [1]. В книге Николаса фон Неймана подробно описаны детские и юношеские годы его брата [2]. Имеется и ряд других книг, где собраны интересные факты из жизни фон Неймана [3–5]. Но самый важный источник для размышлений над творчеством фон Неймана — его труды. Почти все его работы опубликованы в собрании сочинений [6]. Это шесть томов in folio, которые дают полное представление о замечательных результатах и фантастической работоспособности фон Неймана. Спектр его интересов огромен: начиная с теории множеств и кончая строением мозга человека и проблемами климатологии. Но лучший памятник ученому — труды последователей, развивающие его идеи. Работы фон Неймана не только позволили решить трудные конкретные задачи, но и определили развитие многих дисциплин вплоть до нашего времени. Содержательный анализ трудов фон Неймана и оценка их роли в современной науке требует работы коллектива специалистов. Такой анализ частично выполнен [7, 8]. Особенно интересен выпуск специального номера *Bulletin of the American Mathematical Society*, вышедший вскоре после смерти фон Неймана, где собраны статьи крупных математиков, близко его знавших [7]. Анализу различных аспектов деятельности фон Неймана в области математики посвящены труды ряда конференций [8, 9].

Моя небольшая статья, естественно, не может заменить эту внушительную литературу. Я лишь постараюсь рассказать о фон Неймане, не дублируя уже имеющиеся книги, и остановлюсь на некоторых особенностях жизни фон Неймана, которые мне кажутся интересными современному читателю и относительно мало затронуты в имеющейся литературе.

2. Жизнеописание

Яноша – Иоганна – Джона фон Неймана

28 декабря 1903 г., в Будапеште, в семье банкира Макса Неймана родился мальчик, которого назвали Яношем. Семья Нейманов была весьма состоятельной. По линии матери, Маргарет Канн, она принадлежала к старому роду еврейских банкиров. Отец Яноша в 1913 г. за заслуги получил от императора Франца-Иосифа наследственное дворянство (что отразилось в приставке "фон").

Венгрия, входившая в эти годы в состав Австро-Венгерской империи, пользовалась большой автономией и была одной из самых демократических и процветающих стран Европы². Ее валовой продукт, начиная с 1867 г. и вплоть до начала Первой мировой войны, увеличивался на 6–10 % в год. Страна славилась своими замечательными музыкантами, поэтами, артистами. Высок был престиж ученых. Именно в этот период Будапештский университет имел прекрасный состав профессоров. На очень высоком уровне находилось школьное образование.

Лучшими в Будапеште, да и во всей Венгрии, считались три школы: Лютеранская гимназия, гимназия Минта и Реальная гимназия. Достаточно назвать только несколько имен выдающихся ученых — выпускников этих школ. Это Т. фон Карман и Э. Теллер (окончившие гимназию Минта, основанную отцом фон Кармана), Л. Сциллард (Реальная гимназия) и Д. Габор, Е. Вигнер, М. Поляни (Лютеранская гимназия).

Янош поступил в Лютеранскую гимназию в 10 лет, но до этого он получил хорошее домашнее образование. Лютеранская гимназия славилась прекрасной постановкой классических предметов, включая греческий и латинский языки, также на очень высоком уровне велось и преподавание естественно-научных дисциплин. Особенно знаменит был учитель математики Ласло Рац; он быстро понял, что перед ним ученик с выдающимися способностями. Фактически фон Нейман учился по индивидуальной программе. С ним занимались преподаватели университета Д. Кюршак, Э. Сегё, М. Фекете. За успехами Яноша внимательно наблюдал крупнейший будапештский математик Л. Фейер. К окончанию гимназии ученик уже сформировался как профессиональный математик. Его первая работа, посвященная распределению нулей полиномов Чебышева, была написана совместно с М. Фекете³. Ее опубликовали в 1922 г., когда Яношу было 18 лет. Янош, естественно, хотел поступить на математический факультет, но отец, считая, что математика не может гарантировать стабильный заработок, настаивал на более "практичной" профессии. Компромисс был достигнут нетривиальным

² По соглашению 1867 г. между Австрией и Венгрией, за исключением финансов, армии и дипломатического представительства, Венгрия получала полную государственную независимость. Одним из следствий этого соглашения было принятие закона о полном уравнивании в правах евреев. Это решительно выделяло Венгрию из всех стран Восточной Европы. В этот период в Венгрию наряду с Соединенными Штатами устремились эмигранты из многих стран, особенно из России и Румынии.

³ М. Фекете (1886–1957) — профессор Будапештского университета, в 30-е годы эмигрировавший из Венгрии, — умер в Израиле в тот же год, что и его знаменитый ученик. Сам Фекете был известным аналитиком, всю свою научную жизнь посвятивший теории приближений функций многочленами с целыми коэффициентами.

образом. Янош поступил сразу в два учебных заведения: по специальности "химическая технология" — в знаменитый Цюрихский политехникум (Eidgenössische Technische Hochschule — ЭТН) и на математический факультет Будапештского университета. Обучение в Будапештском университете не требовало много времени, Янош в основном приезжал к окончанию семестра для сдачи экзаменов. Значительно больше времени отнимала химия. Но так или иначе к 1925 г. у него уже было два диплома, пять печатных работ (в основном по обоснованию теории множеств) и довольно хорошие контакты с известными математиками Германии.

Ему было также ясно, что оставаться в Венгрии нельзя.

Что же произошло в Венгрии после Первой мировой войны? Поражение в войне и распад Австро-Венгерской империи закончились в марте 1919 г. коммунистической революцией. Венгерские последователи Ленина удержались у власти всего четыре месяца, но оставили о себе самые тягостные воспоминания. А. Пайс в книге [3] отмечает резкий антикоммунизм фон Неймана и Вигнера, связанный с впечатлениями юности. Зная об участии главарей венгерской компартии в гражданской войне в России (в частности, вождь Венгерской республики Бела Кун "прославился" расстрелом пленных врангелевских офицеров в Крыму в 1920 г.), можно не сомневаться, что они не мало успели натворить за четыре месяца и у себя дома. Но, как это часто бывает, маятник истории качнулся в другую сторону, и после коммунистов к власти пришел адмирал Хорти — крайний фашист. В Венгрии установилась фашистская диктатура с ярко выраженной антисемитской направленностью. В частности, в университетах была введена аналогичная действовавшей в царской России «пятипроцентная норма», но, в отличие от России (где евреи дискриминировались по религиозному признаку), в Венгрии дискриминация имела чисто расовый характер. Если к этому прибавить и серьезные территориальные потери (по Трианонскому мирному договору 1920 г. Венгрия потеряла две трети территории и в той же пропорции — населения), то получается, что всего за несколько лет Венгрия из преуспевающей страны превратилась в мрачное захолустье Европы.

Весьма поучительная история. Вспоминается знаменитая фраза Паскаля: "Достаточно отрубить 300 выдающихся голов Франции, и страна превратится в страну идиотов". Эта количественная оценка не сильно меняется от страны к стране, и тезис справедлив и для наших дней.

Но надо отдать должное режиму Хорти: границы не были закрыты, и все желающие могли покинуть Венгрию.

Весь 1926 г. Янош, превратившись в Иоганна фон Неймана, провел в Гёттингене в качестве Рокфеллеровского стипендиата. Здесь он познакомился с выдающимися математиками и физиками, и в первую очередь с Д. Гильбертом, внештатным ассистентом которого он стал. Это было фантастическое время. В Гёттингене, в школе Макса Борна, родилась квантовая механика, и фон Нейман принял активное участие в ее разработке. Спустя год, перебравшись в Берлин, он продолжил тесное сотрудничество с гёттингенскими математиками и физиками.

Но и в Берлинском университете работали сильные математики. Особенное влияние оказал на фон Неймана

Эрхард Шмидт — крупнейший специалист по функциональному анализу.

За короткий (всего два года), но фантастический по результативности период фон Нейман опубликовал около 20 работ. Здесь и чисто математические работы, включая его диссертацию (Habilitationsschrift) "Die Axiomatisierung der Mengenlehre" [10], и работы по квантовой механике, и знаменитая статья *Zur Theorie der Gesellschaftsspiele* [11], открывшая новую область математики — теорию игр.

В 1929 г. он переходит в Гамбургский университет также на должность приват-доцента. Но уже в 1930 г. он получает приглашение на год (visiting professor) в Принстонский университет и с радостью принимает его.

Помимо интереса к Америке, по крайней мере два обстоятельства заставили Неймана принять это предложение. Первое соображение было связано с тяжелым экономическим положением Германии и поднимавшим голову нацизмом. Нейману, видевшему режим Хорти и большевистскую революцию Бела Куна, лучше, чем многим, было ясно, к чему может привести победа нацистов. Второе соображение было более прозаическим. Положение приват-доцента, не сулившее серьезных денег и вообще крайне "неустойчивое", не устраивало Неймана, а получение звания профессора, гарантировавшего весьма почетную и денежную должность в Германии, было нерелигиозным. Как говорил Нейман, "на три профессорские позиции в год имеется около 40 кандидатов, поэтому математическое ожидание — больше 10 лет".

В результате в 1930 г. он переехал в Принстон, где провел год приглашенным профессором, а затем получил постоянную позицию. В Принстонском университете, став (и теперь уже навсегда) Джоном, фон Нейман проработал до 1933 г., когда был открыт Институт высших исследований [12]. Первыми профессорами Института стали А. Эйнштейн и О. Веблен. Уже в первой группе оказался фон Нейман, разделивший эту честь с Дж. Александером, Г. Вейлем и М. Морсом.

Это было справедливое признание заслуг тридцатилетнего ученого. К этому времени он имел ряд первоклассных достижений. Помимо уже упомянутых работ по обоснованию теории множеств, это цикл работ по математическим основам квантовой механики, подытоженный в фундаментальной монографии "Mathematische Grundlagen der Quantum Mechanik" [13].

Работы фон Неймана этого периода можно распределить по темам:

- работы по квантовой механике;
- работы по эргодической теории;
- работы по спектральной теории линейных операторов;

- работы по теории игр.

(Более подробный анализ научных достижений фон Неймана будет сделан ниже.)

Несомненно, что Дж. фон Нейман был самым ярким математиком своего поколения в Америке.

В Институте высших исследований фон Нейман проработал всю оставшуюся жизнь. Он совмещал работу в Институте со множеством других обязанностей, включая многочисленные консультации различных комиссий и военных ведомств. Но чем бы ни занимался Дж. фон Нейман, включая напряженную работу над атомной бомбой (1943–1945), он всегда возвращался в

Принстон, в родной институт и дом, где создал неповторимую атмосферу европейского стиля жизни.

Именно в Принстоне он выполнил свои замечательные работы по теории факторов и теории топологических групп, написал вместе со своим другом экономистом О. Моргенштерном книгу *Теория игр и экономическое поведение* [16] и построил знаменитую вычислительную машину ("Джониак").

Но фон Нейману были узки рамки академического ученого. С самого начала своей деятельности в Принстоне он начал тесное сотрудничество с различными организациями, занимающимися приложениями. В частности, ему приходилось консультировать ряд важных военных проектов (в основном артиллерийских). Нейману с его потрясающе быстрым и хорошо организованным умом не было равных при обсуждении различных вопросов. Его авторитет в военных кругах был потрясающим. О Неймане говорили, что он стоит целой дивизии. Особенно важными были его заслуги в работах по созданию атомной бомбы, где наряду со знанием ядерной физики существенно было знание гидродинамики (которой "ядерные физики" вначале не владели). Фон Нейман, заинтересовавшийся проблемой турбулентности еще в середине 30-х годов, был находкой для проекта.

Работы Манхэттенского проекта описаны в огромном количестве книг и статей, и я не добавлю ничего нового⁴.

Хочется обратить внимание лишь на одно обстоятельство, приведшее к созданию столь мощного оружия, до сих пор определяющего политику современного мира. Небольшое количество первоклассных ученых, в основном эмигрантов из Европы, противостояло гитлеровской тирании. Если бы не Гитлер, то атомной бомбы еще долго бы не было.

Но, породивши этого монстра, они уже не могли остановиться. И здесь мы вступаем на зыбкую почву домыслов. Но так или иначе фон Нейман оказался в числе тех ученых, которые решили идти до конца, и после свержения Гитлера их главным врагом стал Сталин. Фон Нейман был одним из тех ученых, кто ненавидел Сталина. Интересно, что к такому отношению он пришел не сразу. Например, еще в 1936 г., предвидя возможность войны в Европе и трезво оценивая возможности Франции, он считал, что Гитлера может остановить только Советский Союз.

Фон Нейман посетил Советский Союз в сентябре 1935 г., когда он принял участие в знаменитой Московской топологической конференции. Эта блестящая по своему составу конференция, организованная П.С. Александровым, стала последней на последующие почти 30 лет крупной международной математической (и не только) конференцией, проведенной в Советском Союзе. Состав советских и особенно иностранных участников производит исключительно сильное впечатление: практически все знаменитые топологи того времени (Дж. Александер, С. Лефшец, Х. Хопф) и молодые ма-

тематики, ставшие знаменитыми позже (А. Вейль, Х. Уитни, Ж. де Рам, В. Гуревич), приняли участие в этой конференции. Дж. фон Нейман сделал доклад о единственности меры Хаара. Эта работа была позднее напечатана в *Математическом сборнике*. Там же была опубликована и большая работа по алгебраическим конструкциям в квантовой механике. Еще одна работа фон Неймана, напечатанная в русском журнале *Труды Томского университета*, посвящена изучению метрических свойств пространства бесконечномерных матриц. Несколько загадочное, на первый взгляд, место опубликования этой статьи имеет следующее объяснение и любопытные связи с обсуждаемым кругом вопросов.

С начала 30-х годов, когда дальновидным людям стала ясна реальная опасность прихода Гитлера к власти, многие, и ученые в первую очередь, стали подумывать о переезде из Германии. И Советский Союз, казавшийся им страной весьма прогрессивной и с большим будущим, стал одним из желанных мест для эмиграции. Не стоит и говорить, что многие ученые были заражены левыми, прокоммунистическими настроениями. Ряд известных немецких математиков еврейского происхождения переехали в Советский Союз. Достаточно назвать С.Э. Кон-Фоссена, крупного геометра, соавтора Гильберта по книге *Наглядная геометрия*, Г.М. Мюнца, тополога, профессора Ленинградского университета, А.И. Плессера, автора крупных работ по функциональному анализу, в частности, первой обзорной статьи в этой области, опубликованной в *Успехах математических наук*, Ф.И. Франкля, известного специалиста по газовой динамике.

Небольшая группа ярких математиков, включая Фрица Нётера, брата знаменитой Эмми Нётер, и Стефана Бергмана, попала в Томский университет. Томский университет, и раньше считавшийся одним из лучших в России, превратился в активный математический центр. Одним из показателей активности и популярности университета и стало издание журнала, где печатались статьи известных математиков и появились интересные работы. К сожалению, этот период расцвета оказался недолгим. Фриц Нётер, с именем которого связано важное понятие современной теории уравнений в частных производных — нётеровость оператора, — был арестован в 1937 г. и расстрелян в 1941 г. в "знаменитой" Орловской тюрьме. Стефану Бергману после целого ряда приключений удалось через Тбилиси выбраться из Советского Союза. В дальнейшем он стал профессором Стэнфордского университета, где работал вместе с выдающимися математиками, например, с Г. Сегё (одним из первых учителей фон Неймана), Д. Пойя, Д. Спенсером, а также со многими другими, включая известного русского математика, эмигранта советского периода, академика Я.В. Успенского. Печальная судьба немецких эмигрантов в Советском Союзе, несомненно, была известна фон Нейману.

Годы войны были исключительными по продуктивности в научной карьере фон Неймана. Но эти годы он в основном посвятил прикладным работам. Его участие в Манхэттенском проекте в чисто научном плане связано с разработкой численных методов решений уравнений газовой динамики. В частности, его работа с Р. Рихтмайером по описанию ударных волн в уравнениях гидродинамики, где ими были разработаны разностные методы решения подобных уравнений, является класси-

⁴ Упомянем лишь, что фон Нейману и Клаусу Фуксу принадлежит принципиальная идея создания водородной бомбы — радиационная имплозия. На это открытие в 1946 г. они получили патент. Он до сих пор не раскритичен [17].

Поскольку К. Фукс был главным советским атомным шпионом, этот результат, несомненно, был известен и создателям советской водородной бомбы.

ческой и послужила началом целого направления исследований, продолжающихся до сих пор. Несмотря на исключительную занятость прикладными задачами, фон Нейман нашел время, чтобы подготовить вместе со своим близким другом Оскаром Моргенштерном книгу *Теория игр и экономическое поведение* [16]. Эта книга развивает идеи его давней работы [11]. По мнению крупнейших современных экономистов, эта книга является фундаментом всех математических методов, используемых в экономике. Несомненно, доживи фон Нейман до 1969 г., он стал бы лауреатом Нобелевской премии по экономике.

Послевоенный период в жизни фон Неймана отмечен несколькими особенностями.

Его научные увлечения были в основном связаны с созданием вычислительных машин. Ему удалось уговорить руководство Института высших исследований начать в Принстоне строительство новой, самой мощной вычислительной машины. Нужно сказать, что эти идеи совершенно не устраивали ряд профессоров, считавших, что их уединению и спокойной жизни придет конец с появлением инженеров, вычислителей и прочей подобной публики, неизбежным при таком строительстве.

Известно, что когда этот проект обсуждался постоянными профессорами Института высших исследований, то знаменитый теоретик-числовик Карл-Людвиг Зигель на высказывание Неймана, что эта машина поможет увеличить в сотни раз скорость вычислений, сказал, что ему это совершенно не нужно, ибо если он нуждается в знании какого-нибудь логарифма, то он это сделает в уме, даже без помощи таблиц.

Но так или иначе фон Нейману удалось добиться осуществления этого проекта. Немаловажную роль в этом деле сыграла поддержка директора института Франка Эйделотта и ставшего в 1947 г. следующим директором Роберта Оппенгеймера.

Еще одна область исследований, где фон Нейман успел сделать несколько фундаментальных открытий, — теория автоматов. Его общий замысел — понять и, возможно, научиться моделировать работу мозга. К сожалению, преждевременная смерть помешала фон Нейману заняться этой темой более детально. Принципиальный вопрос, который поставил фон Нейман, таков. Задан набор структурных блоков некоторого автомата, функционирующих с некоторой вероятностью неисправности (сбоя) отдельного элемента (блока). Можно ли построить произвольно большой и сложный автомат (машину), вероятность неисправности (сбоя) которого мы можем контролировать, т.е. сделать ее произвольно малой или по крайней мере меньше заданного значения? Как говорил сам фон Нейман: можно ли построить надежную машину из ненадежных элементов? Аналогия работы такого автомата с работой мозга ясна. Хорошо известно, что человеческий мозг продолжает функционировать как целое иногда при значительном повреждении участков коры. Подход фон Неймана замечателен, так как ранее конструкции вычислительных машин основывались на методике, где роль каждого элемента была решающей. Выход из строя любого из блоков приводил к остановке работы всей машины. Гениальная способность фон Неймана формализовать любую проблему и придать ей четкий математический смысл и здесь проявилась в полной мере. По существу он создал формальную теорию автоматов, разработав целую систему

приемов, которые и сейчас являются основополагающими [18]. Еще одна интересная идея фон Неймана, связанная с автоматами, — создание самовоспроизводящихся автоматов или даже создание автоматов с увеличивающейся "сложностью" [19]. Идею эволюционирования автоматов фон Нейман кратко изложил на симпозиуме в Пасадене в 1948 г. и развил в неоконченной рукописи. Соображения фон Неймана, связанные с теорией самовоспроизводящихся автоматов, крайне актуальны и в наши дни. Например, проблема борьбы с компьютерными вирусами ставит задачи, весьма близкие к теории фон Неймана.

Параллельно с чисто научной деятельностью в послевоенные годы Дж. фон Нейман все больше включается в работу высших правительственных учреждений. Кульминацией служебной карьеры становится его избрание членом Комиссии по атомной энергии (КАЭ) — высшего органа, планирующего всю деятельность, связанную с атомной политикой США. Эта комиссия, состоявшая всего из пяти человек, назначалась президентом и утверждалась конгрессом. Выступления фон Неймана всегда отличались исключительной четкостью формулировок.

Адмирал Л. Страус, глава КАЭ в эти годы, говорил, что после выступления фон Неймана нет необходимости продолжать обсуждение.

В эти годы перед фон Нейманом возникали и серьезные нравственные проблемы. Одним из самых известных дел, в которых каждому крупному ученому-атомщику пришлось занять четкую позицию, было знаменитое дело Оппенгеймера: обвинение научного руководителя Манхэттенского проекта Р. Оппенгеймера в антиамериканской деятельности. Это довольно сложное дело, которое мы не будем обсуждать. Но читая показания фон Неймана в Комиссии по расследованию антиамериканской деятельности и учитывая его серьезные расхождения во взглядах с Оппенгеймером как на возможность создания водородной бомбы, так и по политическим вопросам, его ответы можно оценить как очень достойные. Он, хотя и не сразу, подписал и письмо профессоров в защиту Оппенгеймера. Он был на стороне тех, кто отметал всякие попытки обвинить Оппенгеймера в шпионаже или в саботаже создания водородной бомбы по конъюнктурным соображениям. Но сам фон Нейман был сторонником развития военной атомной промышленности и при обсуждении атомной стратегии США придерживался крайних взглядов. Известно, что он рассматривал и превентивное нанесение атомного удара по Советскому Союзу. Эти взгляды с позиций сегодняшнего дня кажутся довольно дикими, но не стоит забывать атмосферу конца 40-х — начала 50-х годов. Это был период агонии сталинского режима. И Нейману как политически активному человеку, к тому же знатоку истории, было понятно, к чему может привести политика уступок Сталину. Начавшаяся в 1950 г. корейская война поставила мир на грань прямого военного столкновения США и СССР. Мы напоминаем эти известные факты только для того, чтобы показать, как трудно принимать глобальные политические решения. С другой стороны, оценивая те или иные высказывания, нужно учитывать, в какой обстановке они принимались и как эволюционирует мышление отдельного человека. Приведем лишь два примера.

Первый пример. Известный математик, философ, в конце жизни — основатель Пагоушского движения и

борец за мир Бертран Рассел примерно в те же годы, что и фон Нейман, также высказывался за нанесение первыми ядерного удара по СССР. Когда же спустя несколько лет Рассел стал сторонником разоружения, и ему напомнили о его прошлых высказываниях, он это начисто отрицал. Пришлось показать ему старую газету с его собственными высказываниями. Изменив свои взгляды, он просто забыл старые.

Другой пример взят из жизни А.Д. Сахарова [20]. В те же годы он с увлечением обдумывал план уничтожения США атакой торпеды с водородной бомбой, размещенной на подводной лодке. Предполагалось скрытно подобраться к побережью США и запустить торпеду. Другой, не менее экзотический план строился на одновременном взрыве нескольких глубинных бомб и создании искусственных цунами. Примечательно, что когда он поделился этим планом с одним адмиралом, тот весьма благородно отверг эту идею, сказав, что моряки не воюют с мирным населением. Возможно, что этот ответ стимулировал процесс эволюции Сахарова в сторону истинного демократа, кем он и стал впоследствии.

Но вернемся к Дж. фон Нейману.

Его поистине фантастическая работоспособность и железное здоровье дали трещину в 1955 г., и вскоре ему был поставлен диагноз — рак. Последующие два года прошли в борьбе с тяжелой болезнью. Не исключено, что одной из причин возникновения рака послужило его участие в испытании водородной бомбы на Бикини (1954 г.), где его участники принимали совершенно недостаточные меры предосторожности.

Почти до самых последних дней фон Нейман продолжал трудиться, но 8 февраля 1957 г. он умер в правительственном госпитале в Вашингтоне. Ушел из жизни один из самых блестящих умов XX столетия, но остались его труды, и это — счастливая особенность жизни ученых.

Осветить, даже весьма поверхностно, весь спектр работ фон Неймана и тем более оценить их влияние — непосильная задача. Его работы проникли во все здание современной математики, и многие идеи еще ждут своего развития. Остановимся весьма бегло на некоторых из них, учитывая, естественно, собственные интересы и возможности.

3. Научные результаты Дж. фон Неймана

Заполняя в 1954 г. анкету Национальной академии наук США, куда он был избран в 1937 г., на вопрос, какие свои результаты он считает самыми важными, Дж. фон Нейман выделил три цикла работ, первым из которых были названы исследования по обоснованию квантовой механики. К двум другим главным достижениям были отнесены работы по эргодической теории и теории операторов. Все эти результаты ближе всего к интересам физиков и имеют глубокое внутреннее единство. О них стоит сказать подробнее.

3.1. Работы по квантовой механике

Работы по математическому обоснованию квантовой механики, выполненные в период пребывания фон Неймана в Германии, главным образом Гёттингене и Берлине, поражают своей глубиной, мощью и проницательностью. Весь этот цикл исследований был выполнен, когда автору не исполнилось и 30 лет. Он подытожен в

монографии *Mathematische Grundlagen der Quantum Mechanik* [13], опубликованной в 1932 г. и до сих пор остающейся основополагающей в этом круге вопросов.

Важнейшим принципиальным результатом фон Неймана является доказательство теоремы о невозможности введения "скрытых параметров" в структуру квантовой механики. Это утверждение подводит надежный фундамент под вероятностную трактовку квантовой механики и показывает, что невозможно исключить недетерминистские элементы в процессе измерения. Как хорошо известно, проблема детерминизма в квантовой механике была поводом для жарких дискуссий сразу же после ее создания. Ее участниками были А. Эйнштейн, Н. Бор, В. Гейзенберг и другие основоположники современной физики. Эти дискуссии привели к глубокому изучению фундаментальных вопросов квантовой теории, включая создание теории квантовых измерений, активно развивающейся в наше время. Но основной результат фон Неймана — невозможность построения полностью детерминистской квантовой механики — остается неизбывным.

Еще один результат фон Неймана, полученный в 1927 г., имеющий важное значение для статистической квантовой физики, — введение матрицы плотности (незаменимый аппарат при описании не отдельной частицы, а системы частиц); этот результат был получен фон Нейманом в большой общности и сразу же был использован в квантовой теории измерений. Но здесь он должен разделить славу с Л. Ландау, который несколько ранее (на несколько месяцев) ввел матрицу плотности в специальном случае — в задаче о затухании в волновой механике [19]. Эта замечательная работа Ландау, выполненная им в 19-летнем возрасте, цитируется фон Нейманом. Изучая работы по квантовой теории 20-х годов, помимо восхищения выдающимися результатами, нельзя не обратить внимание на два обстоятельства: скорость публикации и информированность участников событий о работах коллег, а также корректное цитирование. Не будем забывать, что большинство ныне классических результатов были получены совсем молодыми людьми, и часто это были их первые работы.

Среди работ, имеющих реальные физические приложения, следует упомянуть и цикл статей (1927–1928 гг.), выполненных совместно с его другом детства Е. Вигнером [14]. В этих работах были впервые применены методы теории представлений групп (симметрической и ортогональной) для классификации спектров многоуровневых атомов. Как вспоминал позднее Вигнер, эти статьи писал непосредственно он, но фон Нейман оказал ему неоценимую помощь, указав на работы Г. Фробениуса и И. Шура, которые содержат необходимый математический аппарат. Ценность такого рода советов в подобных общих задачах специалист, безусловно, оценит.

Помимо конкретных результатов, не менее важным итогом работ фон Неймана является систематическое изложение основ квантовой механики на языке гильбертовых пространств.

Этот подход практически сохранился во всех современных руководствах по квантовой механике. Помимо чисто методических достоинств, применение техники гильбертовых пространств привело фон Неймана к тщательному изучению операторов, действующих в гильбертовых пространствах.

Изучение линейных неограниченных операторов, примеры которых в изобилии поставляет квантовая механика, стало предметом многолетних исследований фон Неймана. И здесь он добился выдающихся успехов.

Стоит отметить, что здесь фон Нейману необычайно повезло. Если его работы по квантовой механике 20-х годов стимулировались контактами с гёттинггенскими физиками и математиками, то математические проблемы теории операторов он мог обсуждать, работая в Берлине с крупнейшим специалистом в этой области Эрхардом Шмидтом⁵. Профессор Шмидт был хорошо знаком с фон Нейманом, так как был одним из членов жюри, присудившего ему докторскую степень (Habilitation) за диссертацию по аксиоматике теории множеств. Дж. фон Нейман не забыл своего старого учителя и воздал ему должное в своей последней статье по теории операторов, опубликованной в *Festschrift* в 1951 г. в связи с 75-летним юбилеем Э. Шмидта.

3.2. Теория операторов

1929 г. был одним из самых продуктивных в научной карьере фон Неймана. В этом году он опубликовал 10 работ и только две (по более специальным приложениям к физике) в соавторстве со своим другом Е. Вигнером. Две работы были посвящены теории операторов и оказали исключительное влияние на все дальнейшее развитие этой области математики.

В первой работе *Allgemeine Eigenwerttheorie Hermitischer Funktionaloperatoren* он строит спектральное разложение для эрмитовых и более общих нормальных операторов. Ему удается доказать теорему о спектральном разложении для неограниченных операторов, включая и операторы с непрерывным спектром. Эти результаты были существенным продвижением по сравнению с классическими результатами его предшественников: Д. Гильберта, Э. Шмидта, Э. Хеллингера, Х. Хана, Т. Карлемана, в основном рассматривавших только ограниченные операторы. Несколько позднее он и независимо М. Стоун построили теорию операционного исчисления подобных операторов. Замечательно, что фон Нейман выдвинул принципиально новую идею. Изучение свойств конкретного оператора может быть значительно упрощено, если рассмотреть целое семейство подобных операторов, обладающих дополнительной алгебраической структурой.

В работе *Zur Algebra der Functionaloperatoren und Theorie der normalen Operatoren* он ввел кольцо операторов, которое позднее назвали "алгеброй фон Неймана".

Алгеброй фон Неймана (*W*-алгеброй) называется кольцо (или, в современной терминологии, алгебра) операторов, которое наряду с самим оператором включает его сопряженный и все предельные в так называемой слабой операторной топологии операторы.

Основной результат этой статьи — так называемая теорема о двойном коммутанте, определяющая условие, при котором второй коммутант *W*-алгебры совпадает с ней самой.

⁵ Э. Шмидт — один из немногих крупных немецких математиков, оставшихся в гитлеровской Германии, который вел себя вполне пристойно. Поэтому среди авторов *Festschrift* много его "неарийских" коллег, сохранивших о нем хорошие воспоминания. Шмидту было суждено прожить долгую жизнь. Он умер спустя два года после смерти фон Неймана.

Но самым главным результатом этой работы является, конечно, введение самой *W*-алгебры.

В 1943 г. И.М. Гельфандом и М.А. Наймарком был введен более широкий класс операторных алгебр — так называемые *C**-алгебры, которые включают *W*-алгебры. Важность введения операторных *W*-алгебр (помимо чисто математического интереса к ним) заключается в том, что они естественно возникают в теории представлений групп и тем самым находят естественное приложение в физике. Другой естественный класс, *C**-алгебра, — это алгебра наблюдаемых в квантовой теории поля и квантовой статистической физике.

Глубокие внутренние проблемы и возможности приложений теории операторных алгебр делают эту область исследований актуальной и в наше время.

Но сам фон Нейман, частично со своим сотрудником Ф. Мюрреем, обнаружил совершенно новое поле исследований, связанное с операторными алгебрами. Он вернулся к этой тематике позднее, уже в принстонский период своей деятельности. В цикле из четырех работ, названных *Кольца операторов. I–IV* и нескольких прилегающих к нему статьях, фон Нейман и Мюррей подвергли тщательному изучению специальный класс операторных алгебр, которые фон Нейман назвал "факторами".

Факторами называются кольца операторов *W*, центр которых, т.е. $W \cap W'$, состоит только из скалярных операторов $\{\lambda E\}$. Как устроено кольцо факторов?

В конечномерном случае нетрудно показать, используя лемму Шура [22], что такими кольцами будут алгебры матриц Mat_n , действующие в пространстве R^n . Соответствующий инвариант, различающий эти кольца, $\dim(R^n)$ — размерность пространства R^n .

Однако в бесконечномерном случае это далеко не так. Помимо факторов типа полных матричных алгебр Mat_n , названных *факторами типа I*, существует еще несколько классов факторов, имеющих совершенно другие свойства.

Инвариантом, различающим эти классы, является размерность фактора — $\dim W$. Этот довольно грубый инвариант позволяет разделить факторы на четыре класса. Размерность фактора обладает рядом необычных свойств. В отличие от факторов типа I, $\dim W$ может принимать любые вещественные значения или принадлежать некоторому вещественному интервалу, например, при соответствующей нормировке — интервалу $(0, 1)$. Такие факторы называются соответственно *факторами класса Π_∞* или Π_1 . Существуют *факторы класса Π_3* , где $\dim W$ принимает значения 0 или ∞ . В каждом классе факторов, имеющих одинаковую размерность, существует бесконечное число попарно неизоморфных факторов.

Введение и классификацию факторов смело можно отнести к выдающимся математическим открытиям. Для этого фон Нейману понадобилось не только виртуозное владение техникой теории операторов и гильбертовых пространств, но и глубокое знание теории множеств.

О цикле работ фон Неймана по теории факторов, несомненно, можно сказать, что если бы не фон Нейман, то не известно, когда они были бы открыты.

Как и все, что делал фон Нейман, его работы были не только направлены на решение какой-нибудь трудной задачи, но и содержали более широкие замыслы.

Помимо приложений к теории представлений групп, фон Нейман рассчитывал на применение этой теории в квантовой физике. Эти работы фон Неймана существенно опередили свое время. Интерес к теории факторов возродился в конце 60-х годов. В это время были получены фундаментальные результаты в теории факторов, были построены серии неизоморфных факторов типа III и решены многие проблемы, поставленные фон Нейманом [15]. Но особенно ярких приложений этой теории как в других разделах математики, так и в физике не наблюдалось. Прорыв произошел в 1984 г., когда молодой математик Воган Джонс нашел красивое приложение теории факторов в теории узлов, построив с помощью факторов типа II_1 новый инвариант, различающий негомеоморфные узлы [23]. Кроме того, были обнаружены любопытные связи со статистическими решеточными моделями типа Темперли – Либа.

Подтверждается эмпирическое правило: глубокие и красивые математические теории никогда не пропадают бесследно. Как говорил сам фон Нейман: "Современная математика в конце концов находит применение. Заранее не ясно, не правда ли, что должно быть так"⁶.

3.3. Эргодическая теория

В 1929 г. наряду с теорией операторов фон Нейман занялся другой интереснейшей проблемой — обсуждением статистических свойств в макроскопической системе с точки зрения квантовой механики. Результатом его размышлений стало доказательство эргодической теоремы в рамках квантовомеханической системы. Эта работа широко известна и опубликована на русском языке в виде приложения к книге [13], поэтому не будем останавливаться на ней, а перейдем к другой интересной теме, которая связана уже с началом американского периода жизни фон Неймана. Речь пойдет о доказательстве эргодической гипотезы в классической механике — проблеме, волновавшей умы таких ученых, как Л. Больцман, У. Гиббс и др. Несмотря на серьезные усилия многих первоклассных ученых, не было известно никаких подходов к решению этой проблемы. Неожиданный успех пришел в 1931 г. и связан с ключевым замечанием американского математика Б. Купмана. А. Вейль пишет, что он также обратил внимание на этот факт, однако в печати появилась только заметка Купмана. Напомним результат Купмана.

Рассмотрим функцию $f(x)$, $x \in X$, и преобразование $T: f(x) \rightarrow f(Tx) = g(x)$. Это преобразование индуцирует оператор $U: f \rightarrow g$ на пространстве функций. Если T — сохраняющее меру преобразование, то оператор U является изометрическим. Если добавить еще условие обратимости преобразования U , то оператор U будет унитарным.

Классическая эргодическая гипотеза может быть сформулирована для дискретных преобразований T^n в виде утверждения, что отношение "времени" пребывания итераций точки $x \rightarrow T^k x$ в E к общему числу рассматриваемых значений k (т.е. $k \leq n$) имеет предел при $n \rightarrow \infty$. При этом само существование предела в каком-либо смысле далеко не очевидно. Если f — характеристическая функция множества E , то нашу гипотезу можно

переписать в виде утверждения о сходимости в среднем ряда

$$\frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} f(T^j x).$$

Дж. фон Нейман переформулировал условие сходимости в терминах унитарных операторов и доказал следующую теорему (приводим ее в несколько более общей форме, принадлежащей замечательному венгерскому математику Ф. Рису).

Статистическая эргодическая теорема фон Неймана. Если U — изометрический оператор в комплексном гильбертовом пространстве H и P — проектор на подпространство, инвариантное относительно U , то

$$\frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} U^j f \rightarrow Pf \text{ для любого вектора } f \in H.$$

Оригинальное доказательство фон Неймана содержится в заметке [24]. Формулировка и доказательство Ф. Риса приведены в замечательной книге ученика фон Неймана П. Халмоша *Лекции по эргодической теории* [25].

Теорема фон Неймана говорит о сходимости в среднем (в смысле нормы в L_2). Но как он же показал в заметке [26], этого утверждения достаточно для доказательства эргодической гипотезы. Эта теорема была доказана фон Нейманом в октябре 1931 г., но опубликована лишь в январе 1932 г. в *Proceedings of National Academy of Science*. Но уже в декабре 1931 г. в *Proceedings* появились две заметки Дж. Биркгофа, крупнейшего американского математика, содержащее доказательство более сильного результата — индивидуальной эргодической теоремы, утверждающей поточечную (почти всюду) сходимость временных средних к пространственно-усредненной функции. Этот результат был более сильным, а доказательство, использующее тонкие комбинаторные рассуждения, — более сложным. Так что основная слава досталась Биркгофу. Но в этой истории есть малоизвестный, особенно современной публике, нюанс, представляющий интерес с точки зрения научной этики. "Следы" этой истории можно обнаружить среди весьма мелких замечаний, сопровождающих статьи как Биркгофа, так и фон Неймана, мало что говорящих читателю, не знающему первопричины. Чтобы понять происшедшее, нужно напомнить, что в это время Дж. Биркгоф был самым авторитетным и влиятельным математиком в Америке, и его слова было достаточно, чтобы получить или не получить профессорскую должность в университете. Дж. фон Нейман при всей своей гениальности был молодым человеком, только что получившим позицию в Принстонском университете. В октябре 1931 г., доказав свою теорему, он рассказал о ней Биркгофу. Биркгоф, сразу оценив значимость результата фон Неймана, немедленно принял за доказательство усиления теоремы фон Неймана. Он был хорошо подготовлен к этой деятельности, так как работал в близкой области теории динамических систем не один десяток лет. После весьма напряженной месячной работы он доказал индивидуальную эргодическую теорему. И здесь он совершил серьезный некорректный поступок. Это легко заметить, проследив даты поступления двух его заметок. Первая заметка поступает 22 ноября, а вторая — 1 декабря, и

⁶ "Modern mathematics can be applied after all. It is not clear a priori, is it, that could be so" [7].

обе выходят уже в декабрьском номере *Proceedings*. Заметка же фон Неймана, которую Биркгоф упоминает как еще не опубликованную, появляется только спустя месяц, уже в начале 1932 г. Она рассматривается многими как более слабый вариант работы Биркгофа. Эта история не осталась незамеченной, и Биркгофу даже пришлось опубликовать (вместе с Купманом) еще одну заметку с красноречивым заголовком *К истории доказательства эргодической теоремы* [27].

Малопривлекательный поступок Биркгофа состоял в том, что он "придержал" статью Неймана до публикации своей работы. Всем специалистам понятна важность прорыва в кажущейся непреступной проблеме.

Хотя в целом фон Нейман относился довольно спокойно к вопросам приоритета, эта история, учитывая важность результата, его сильно огорчила, и он вспоминал ее много лет спустя. В своих работах по эргодической теории, посвященных спектральным характеристикам динамических систем, фон Нейман обнаружил замечательное явление: системы с разным набором состояний могут иметь одинаковый спектр. К таким системам относятся, например, динамические системы, построенные как сдвиги последовательностей Бернулли с разным числом состояний.

Возник естественный вопрос: изоморфны ли эти динамические системы? (В частности, сдвиг в двоичной и троичной системах Бернулли.) Фон Нейман предполагал, что ответ отрицательный. Эта сложная задача была решена А.Н. Колмогоровым уже после смерти фон Неймана. В 1958 г. он построил новый инвариант динамической системы — энтропию — и, вычислив ее для систем Бернулли с разным числом состояний, показал, что она различна; например, для сдвигов на двоичных последовательностях она равна $\log 2$, а для троичных — $\log 3$.

Энтропия Колмогорова открыла совершенно новые горизонты в теории динамических систем — одной из самых активно развивающихся областей современной математики.

Появление имени Колмогорова в статье о фон Неймане не случайно. Эти два крупнейших математика XX столетия были одногодками и хорошо знали и ценили работы друг друга. У них не было прямого соперничества при решении конкретных задач, но очень часто каждый как бы продолжал работы другого. Сейчас, когда частично опубликованы дневники и переписка А.Н. Колмогорова, известно, как внимательно он следил за работами фон Неймана и даже сравнивал себя (тайно) с фон Нейманом. Даже в областях, далеких от математики, обнаруживается сходство интересов и вкусов фон Неймана и Колмогорова. Например, они оба глубоко знали и любили "Фауста" Гёте.

Фон Нейман тоже хорошо знал работы Колмогорова (особенно в предвоенные годы). Он, в частности, сделал прекрасный обзор работ по турбулентности, где воздал должное результатам Колмогорова [26]. Как известно, классические работы Колмогорова по турбулентности, опубликованные перед войной, не были достаточно известны на западе и позднее переоткрывались крупнейшими учеными — Л. Онзагером, В. Гейзенбергом, К.-Л. Вейцекером.

Последняя, весьма символическая встреча Колмогорова и фон Неймана состоялась на Международном математическом конгрессе в Амстердаме в 1954 г., где

Дж. фон Нейман выступил на открытии конгресса с докладом "Нерешенные проблемы математики", а А.Н. Колмогоров — с заключительным докладом "Общая теория динамических систем и классическая механика".

Оценивая вклад фон Неймана в науку XX столетия, хочется подчеркнуть несколько особенностей его творчества, выделяющих его даже на фоне многих выдающихся математиков, которыми был так богат XX век.

Первое, что отличает фон Неймана, это восприятие математики как единого целого. Среди ученых такого класса можно вспомнить Д. Гильберта, А. Пуанкаре, Г. Вейля, а из ныне живущих — И.М. Гельфанда.

Второе. Есть много прекрасных математиков, которые могут решить трудную, но четко поставленную задачу.

Есть математики, которые могут ставить и решать задачи, которые их современникам кажутся не стоящими внимания. Их важность становится ясной лишь спустя много лет. Таких математиков — считанное число.

И как говорят англичане, *the last but not least*: есть математики, которые рассматривают математику как часть всех наук и находят и решают задачи, важные и интересные в самых разных областях знания.

И когда мы рассмотрим пересечение всех "четырёх множеств", в него попадут лишь единицы, среди которых, несомненно, будет Джон фон Нейман.

4. Комментарий к литературе

Помимо книг и статей, непосредственно цитируемых в основном тексте, в список литературы добавлены несколько книг и обзоров, по которым читатели могут ознакомиться с современным положением в соответствующих областях [29–31]. Недавно вышел перевод замечательной книги известного математика и близкого друга фон Неймана С. Улама [3]. К сожалению, перевод выполнен весьма небрежно и содержит анекдотические ошибки. Брошюра Ю. Данилова [32], изданная в 1981 г., дает представление о деятельности фон Неймана. Она содержит также список работ фон Неймана, переведенных на русский язык. Ее фактический материал основан на книге Улама, но в тот период эта книга была запрещена для распространения в СССР. Ее экземпляр находился в спецхране Библиотеки по общественным наукам АН СССР, и автор даже не мог привести библиографическую ссылку. В 1987 г. в серии *Классики науки* под редакцией А.Н. Колмогорова и Я.Г. Синая вышел двухтомник избранных трудов фон Неймана, включающий его знаменитые работы по теории факторов и эргодической теории [33]. Он содержит также библиографию трудов фон Неймана. Работы фон Неймана сопровождаются комментариями известных математиков, дающих представление о современном состоянии соответствующих областей. Не надо говорить, что за последние 20 лет во всех затронутых областях был достигнут существенный прогресс и получены новые яркие результаты.

Джон фон Нейман оставил своим последователям благодатную почву для новых исследований.

Работа над статьей была закончена в Институте МРIPKS (Дрезден). Я благодарен Институту за гостеприимство и финансовую поддержку. Я благодарен К. Кикоину за обсуждение и полезные советы.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 02-01-00734) и Фонда поддержки ведущих научных школ (грант № 99-2185-1).

Список литературы

1. Macrae N *John von Neumann* (New York: Pantheon Books, 1992)
2. Von Neumann N *John von Neumann: As Seen by his Brother* (Private Printing) (Meadowbrook, PA, 1987)
3. Ulam S M *Adventures of a Mathematician* (New York: Scribner, 1976) [Улам С *Приключения математика* (Ижевск: РХД, 2001)]
4. Пайс А *Гении науки* (М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002)
5. Poundstone W *Prisoner's Dilemma* (New York: Doubleday, 1992)
6. von Neumann J *Collected Works Vols 1–6* (Ed. A H Taub) (New York: Pergamon Press, 1961–1963)
7. "John von Neuman, 1903–1957" *Bull. AMS* **64** (3, Pt. 2) (1958)
8. Glimm J, Impagliazzo J, Singer I (Eds) *The Legacy of John von Neumann* (Proc. of Symp. in Pure Math., Vol. 50) (Providence, RI: American Math. Soc., 1990)
9. *Von Neumann Centennial Conf.: Linear Operators and Foundations of Quantum Mechanics, Budapest, Hungary, 15–20 October 2003*
10. Von Neumann J "Die Axiomatizirung der Mengenlehre" *Math. Z.* **27** 669 (1928)
11. Von Neumann J "Zur Theorie der Gesellschaftspiele" *Math. Ann.* **100** 295 (1928)
12. Монастырский М И "IAS и IHES — история двух институтов", в сб. *Историко-математические исследования* (Вторая серия, Вып. 6) (М.: Янус-К, 2001) с. 73
13. Von Neumann J *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik* (Berlin: J. Springer, 1932) [фон Нейман И *Математические основы квантовой механики* (М.: Наука, 1964)]
14. Von Neumann J, Wigner E Z. *Phys.* **49** 73 (1928); **51** 844 (1928)
15. Kadison R V, Ringrose J R *Fundamentals of the Theory of Operator Algebras* (New York: Academic Press, 1983–1992)
16. Von Neumann J, Morgenstern O *Theory of Games and Economic Behavior* (Princeton: Princeton Univ. Press, 1944) [фон Нейман Дж, Моргенштерн О *Теория игр и экономическое поведение* (М.: Наука, 1970)]
17. Rhodes R *Dark Sun: the Making of the Hydrogen Bomb* (New York: Simon & Schuster, 1995)
18. фон Нейман Дж "Вычислительная машина и мозг" *Кибернетический сборник* (1) 11 (1960)
19. фон Нейман Дж *Теория самовоспроизводящихся автоматов* (М.: Мир, 1971)
20. Сахаров А Д *Воспоминания* Т. 1 (М.: Права человека, 1996)
21. Landau L Z. *Phys.* **45** 430 (1927) [Ландау Л Д *Собрание трудов* Т. 1 (М.: Наука, 1969) с. 19]
22. Вейль Г *Классические группы, их инварианты и представления* (М.: ИЛ, 1947)
23. Джонс В, в кн. *Международный конгресс математиков в Киото, 1990* (М.: Мир, 1996) с. 167
24. von Neuman J *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **18** 70 (1932)
25. Халмош П *Лекции по эргодической теории* (М.: ИЛ, 1959)
26. von Neumann J *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **18** 263 (1932)
27. Birkhoff G D, Koopman B O *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **18** 279 (1932)
28. Колмогоров Кн. 3 *Звуков сердца тихое эхо... Из дневников* (Под ред. А Н Ширяева) (М.: Физматлит, 2003)
29. Холево А С *Статистическая структура квантовой теории* (М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003)
30. Zurek W H *Rev. Mod. Phys.* **75** 715 (2003)
31. Войкулеску Д, в кн. *Международный конгресс математиков в Цюрихе, 1994* (М.: Мир, 1999) с. 323
32. Данилов Ю А *Джон фон Нейман* (М.: Знание, 1981)
33. фон Нейман Дж *Избранные труды по функциональному анализу* Т. 1, 2 (М.: Наука, 1987)

John von Neumann

M.I. Monastyrskii

Institute of Theoretical and Experimental Physics

ul. B. Chermushkinskaya 25, 117259 Moscow, Russian Federation

Tel. (7-095) 129-9585

E-mail: monastyrsky@itep.ru

The paper is dedicated to the memory of John von Neumann, one of the 20th-century's greatest scientists whose centenary has been recently widely commemorated by the scientific community. He did not live long but he had a brilliant life and contributed enormously to almost all branches of mathematics as well as to physics, economics, biology, and astronomy. He built one of the first computers and was one of the key figures in the US atomic project. Today, von Neumann's ideas still retain their relevance to many areas of pure and applied mathematics.

PACS numbers: **01.65. + g**, **02.30.Tb**, **03.65. – w**

Bibliography — 33 references

Received 23 May 2004, revised 8 September 2004