

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Вакуум, конфайнмент и струны КХД в методе вакуумных корреляторов

Д.С. Кузьменко, Ю.А. Симонов, В.И. Шевченко

В обзоре рассмотрены свойства вакуума квантовой хромодинамики и структура цветовых полей в адронах с помощью полной системы калибровочно-инвариантных корреляторов глюонных полей. Конфайнмент в КХД возникает за счет корреляторов определенной лоренцевой структуры, которые нарушают абелевые тождества Бианки и потому отсутствуют в КЭД. Через эти корреляторы определяется бесцветное эффективное поле, удовлетворяющее уравнениям Максвелла с магнитным током. На языке корреляторов и эффективного поля показано, что неабелево взаимодействие глюонных калибровочных полей приводит к удлинению кварков посредством эффективных магнитных круговых токов, заключающихся эффективные цветоэлектрические поля в струну в соответствии с "дуальным эффектом Майсснера". Приведены распределения эффективных полей в мезонах, барионах и глюболах со статическими источниками.

PACS numbers: 11.15.-q, 12.38.Aw, 12.38.Lg

Содержание

1. Введение (3).
2. Свойства вакуума КХД в калибровочно-инвариантном подходе (5).
 - 2.1. Определение базиса калибровочно-инвариантных корреляторов.
 - 2.2. Вычисление петли Вильсона и функций Грина с помощью корреляторов.
 - 2.3. Гауссова доминантность.
 - 2.4. Структура двухточечных корреляторов.
3. Механизм конфайнмента и дуальный эффект Майсснера (9).
 - 3.1. Определение эффективных полей.
 - 3.2. Определение эффективных токов.
 - 3.3. Распределение эффективных полей в двухточечном приближении.
 - 3.4. Распределения магнитных токов и уравнение Лондонов.
 - 3.5. Поляризация вакуума и экранирование константы связи.
4. Адроны с тремя статическими источниками (13).
 - 4.1. Функции Грина и петли Вильсона.
 - 4.2. Статические потенциалы.
 - 4.3. Распределения полей.
5. Заключение (16).

Список литературы (17).

1. Введение

Квантовая хромодинамика (КХД) является уникальным примером теории поля, лишенной каких-либо внутренних противоречий и в то же время объясняющей все физические явления в области сильных взаимодействий [1, 2]. Теоретическое понимание КХД осложнено тем, что все основные явления имеют непертурбативный характер, а вакуум КХД есть плотная и крайне нетривиальная субстанция. Вообще, в современной квантовой теории поля распространено представление о вакууме как об особой материальной среде, характеризующейся определенными величинами в прямой аналогии с физикой конденсированного состояния. В качестве ярких иллюстраций такого представления упомянем описание эффекта Казимира и родственных явлений, а также механизм Хиггса в Стандартной модели. В последнем случае мы имеем дело с вакуумным конденсатом скалярного поля $\langle\phi\rangle$, причем квантовые возбуждения над этим конденсатом интерпретируются как частицы Хиггса.

Нетривиальность вакуума КХД проявляется, в частности, в том, что эта среда обнаруживает ненулевые значения глюонного [3] конденсата $\langle F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a \rangle = (600 \text{ МэВ})^4$ и кваркового конденсата $\langle \bar{q}q \rangle = -(250 \text{ МэВ})^3$. Как выяснилось в последние десятилетия, именно свойства вакуума приводят к явлению конфайнмента (см., например, обзор [4]). Для теоретических вычислений в КХД до недавнего времени применялась теория возмущений, дополненная рядом специфических моделей непертурбативных явлений. Ситуация изменилась с появлением метода правил сумм [3], в котором для описания непертурбативных вкладов используется калибровочно-инвариантный язык конденсатов. Однако для большинства явлений, возникающих на больших расстояниях, этот метод оказывается недостаточным, например, для исследования

Д.С. Кузьменко, Ю.А. Симонов. Институт теоретической и экспериментальной физики,
117218 Москва, Б. Черемушкинская ул. 25, Российская Федерация
Тел. (095) 129-94-15. Факс (095) 127-08-33
E-mail: kuzmenko@heron.itep.ru; simonov@heron.itep.ru
В.И. Шевченко. Институт теоретической и экспериментальной физики,
117218 Москва, Б. Черемушкинская ул. 25, Российская Федерация
Тел. (095) 129-94-15. Факс (095) 127-08-33
E-mail: shevchen@heron.itep.ru
Institute of Theoretical Physics, Utrecht University,
Leuvenlaan 4, 3584 CE Utrecht, Netherlands
E-mail: V.Shevchenko@phys.uu.nl

Статья поступила 14 ноября 2002 г., после доработки 20 июня 2003 г.

конфайнмента или спонтанного нарушения киральной инвариантности.

Последовательное калибровочно-инвариантное описание всех, в принципе, явлений в КХД стало возможным благодаря появлению метода полевых корреляторов (см. [5–7] и обзор [8]), в котором в качестве основных элементов используется полный набор полевых корреляторов вида

$$D_{\mu_1 v_1 \dots \mu_n v_n}^{(n)}(x_1, \dots, x_n, x_0) = \langle \text{Tr } G_{\mu_1 v_1}(x_1, x_0) \dots G_{\mu_n v_n}(x_n, x_0) \rangle, \quad (1)$$

где $G_{\mu_1 v_1}(x_1, x_0)$ обозначает ковариантно-сдвинутый вдоль некоторой кривой оператор напряженности глюонного поля (см. уравнение (5)).

Основой метода является применение калибровочно-инвариантных функций Грина для белых объектов, которые могут быть записаны с помощью интегралов по путям и кластерного разложения в терминах корреляторов (1) (см., например, [9, 10]). Может возникнуть вопрос: почему мы рассматриваем только белые (т.е. калибровочно-инвариантные) объекты, а не, скажем, пропагаторы в какой-то фиксированной калибровке? Это обстоятельство тесно связано с различием между калибровочной инвариантностью в абелевой и в неабелевой теориях.

В абелевой теории, например в КЭД, требование калибровочной инвариантности не препятствует рассмотрению задач с формально калибровочно-неинвариантными асимптотическими состояниями, подобных задаче о рассеянии электрона на электроне. В этом случае калибровочная инвариантность сечения связана с фактом сохранения абелева тока. В неабелевой теории с конфайнментом, такой, как КХД, дело обстоит иначе и задача о рассеянии изолированного кварка на кварке, строго говоря, не имеет смысла.

За пределами применимости теории возмущений сильное взаимодействие на больших расстояниях неизбежно приводит к рождению заряженных (по цвету) частиц и делает задачу принципиально многочастичной. Поэтому обычно рассматривается задача о рассеянии кварков, входящих в состав белых (т.е. описываемых калибровочно-инвариантными функциями) объектов, таких, как адроны. То же самое справедливо и для задач, связанных с определением спектров связанных состояний: в то время как в КЭД задача о спектре нейтрального атома ничем принципиально не отличается от задачи о спектре заряженного иона, в КХД аналог последней лишен физического смысла.

Таким образом, система корреляторов (1) может рассматриваться как исходный динамический базис, дающий феноменологическое калибровочно-инвариантное описание процессов. Однако в действительности дело обстоит гораздо интереснее. Во-первых, расчеты на решетках дают веские основания полагать, что уже самый первый нетривиальный коррелятор с $n = 2$ обеспечивает доминантный вклад, а суммарный вклад всех высших корреляторов не превышает нескольких процентов (см. обзор [11]). Как показано в работах [6, 7], низший (или, как мы называем его в дальнейшем, гауссов¹)

коррелятор может быть выражен через два скалярных формфактора: $D(x_1 - x_2)$ и $D_1(x_1 - x_2)$.

Во-вторых, формфакторы $D(x_1 - x_2)$ и $D_1(x_1 - x_2)$ измерялись на решетке и оказались в своей непертурбативной части экспонентами с характерной малой корреляционной длиной λ . Наконец, функция $D^{(2)}$ (и, следовательно, функции $D(x_1 - x_2)$ и $D_1(x_1 - x_2)$) напрямую связаны с функцией Грина так называемых глюлонов (gluelump) [12–14]. Последние могут быть вычислены аналитически в терминах единой размерной шкалы КХД, например в терминах струнного натяжения σ и константы связи α_s . Тем самым задача описания непертурбативной динамики в КХД оказывается самосогласованной и остается явно вычислить λ через σ (что было проделано в [15]), а также связать σ и Λ_{QCD} и написать явно вид корреляторов $D^{(n)}$. Это позволит понять аналитически доминантность $D^{(2)}$ (о первых результатах в этом направлении см. [16, 17]).

Вместе с тем язык полевых корреляторов достаточно необычен для физиков, воспитанных на стандартном формализме пертурбативной и, тем более, абелевой калибровочной теории. В контексте проблемы конфайнмента такой "линейный", абелев подход реализуется в так называемом дуальном мейсснеровском сценарии, который представляет собой простую качественную картину механизма конфайнмента в КХД [18, 19]. В этом подходе фигурируют заряды (кварки) и среда из монополей, заполняющая вакуум.

Многочисленные решеточные и аналитические исследования (см., например, [20–23]) показывают, что образование струны между夸克ом и антикварком связано на языке полевых корреляторов с формированием круговых монопольных токов \mathbf{k} вокруг струны, которые подчиняются дуальному закону Ампера $\mathbf{k} = \text{rot } \mathbf{E}$. Физическая ситуация аналогична эффекту Мейсснера в обычной сверхпроводимости (с точностью до замены электрических зарядов магнитными и наоборот).

Слабость этой картины заключается в неоднозначности самого понятия магнитного монополя в КХД. Эта неоднозначность проявляется, во-первых, в зависимости определения монополя от произвольно выбранной калибровки и, во-вторых, в трудности установления непрерывного предела для решеточного монополя, определенного в терминах потока сквозь элементарный куб. Имеется литература, в которой эти недостатки предлагается устранять тем или иным способом (см., например, [24]).

Помимо численных симуляций на решетке (в том числе с использованием абелева проецирования), свойства конфайнмента изучались в подходе эффективных лагранжианов и в различных моделях диэлектрического вакуума КХД [25–34]. В этом случае исходная задача теории поля заменяется на классическую вариационную задачу для эффективного лагранжиана, приводящую к системе дифференциальных уравнений, которые затем решаются численно. При этом вводится эффективная диэлектрическая проницаемость вакуума, зависящая от эффективных полей и обеспечивающая конфайнмент кварков.

Используя метод полевых корреляторов как универсальный язык, можно определить калибровочно-инвариантные (с точки зрения калибровочной симметрии исходной неабелевой теории) значения эффективного поля $\mathcal{F}_{\mu\nu}(x)$. Это определение является обобщением поля Макенко–Мигдала [35] (см. также монографию

¹ По аналогии с так называемым гауссовым (или белым) шумом, который описывается квадратичным коррелятором с нулевой корреляционной длиной.

[36]) для произвольного положения точки x по отношению к петле Вильсона. Электрическое поле вблизи заряда оказывается градиентом цвето-кулоновского потенциала, а в случае абелевой теории эффективное поле $\mathcal{F}_{\mu\nu}$ совпадает с обычной напряженностью поля.

Эффективное поле удовлетворяет уравнениям Мак-свелла, в правых частях которых стоят электрический ток k_μ и магнитный ток k_μ . При этом (как подчеркивалось в [4]) источником магнитного тока k_μ служит тройной коррелятор вида $\langle EEB \rangle$ (и более высокие корреляторы), описывающий излучение цветомагнитного поля цветоэлектрическим, что можно интерпретировать как появление магнитного поля благодаря эффективному магнитному заряду (монополю). На языке полевых корреляторов легко продемонстрировать, что система уравнений для эффективных полей описывает струну КХД и круговые магнитные токи вокруг нее. Тем самым картина дуального эффекта Мейсснера воспроизводится в калибровочно-инвариантных терминах.

С помощью эффективного поля $\mathcal{F}_{\mu\nu}$ можно детально исследовать структуру струны КХД. Первые вычисления профиля струны в работах [37] показали прекрасное соответствие результатов, вычисленных через $D(x^2)$, $D_1(x^2)$ и определенных независимо на решете. Последующее определение структуры струны продемонстрировало [38] интересное явление насыщения профиля, который не меняется для достаточно длинной струны. Еще более интересным оказался рельеф барионного поля. Барионы, а точнее, нуклоны являются основой стабильного вещества окружающего нас мира. Поэтому физическая задача о структуре поля в барионе, заключающего в себе практически всю массу последнего, является особенно интересной как с теоретической, так и с практической точек зрения.

В литературе обсуждались два типа конфигураций полей в барионах: со струнным узлом в середине (Y -форма) и треугольного типа (Δ -форма). В данном методе барионная конфигурация вычислена аналитически в [39, 40], при этом показано наличие струнного узла в распределении полей, подтвержденного на решетке, что, в частности, исключает Δ -образное распределение. Напротив, для трехглюонного глюбала последнее возможно и было посчитано в [40]. Отметим, что распределение полей в барионе подтверждается вычислениями на решете в абелово-проецированной КХД [41] (см. также обзор Борнякова и др. в этом номере УФН [42]).

Источниками полей в трехглюонных глюбалах являются три валентных глюона. Структура полей трехглюонных глюболов имеет ряд своих особенностей. Она может как отличаться, так и не отличаться от структуры бариона, и ее изучение позволяет углубить понимание физики конфайнмента. Кроме того, трехглюонные глюболовы имеют непосредственное отношение к процессам, происходящим с участием так называемого оддеронного обмена (т.е. обмена частиц с отрицательной зарядовой четностью), что определяет их интерес для экспериментальной физики. Поэтому, помимо распределений эффективных полей, мы остановимся в этом обзоре на построении петель Вильсона и вычислении статических потенциалов барионов и трехглюонных глюболов.

Обзор построен следующим образом. В разделе 2 обсуждаются свойства полевых корреляторов в КХД, в

частности важное явление казимировского скейлинга. В разделе 3 вводятся эффективные поля $\mathcal{F}_{\mu\nu}$ и токи j_μ , k_μ и исследуется картина дуального эффекта Мейсснера. В конце раздела обсуждается вопрос о полной энергии струны и рассматриваются в этой связи другие подходы. В разделе 4 изучаются потенциалы и распределения эффективных полей в барионах и трехглюонных глюбалах со статическими источниками. В заключении кратко сформулированы основные результаты и задачи на будущее².

Всюду в дальнейшем, если противное не оговорено особо, мы работаем в евклидовой метрике с обозначением для четырехвекторов $k = (k_1, k_2, k_3, k_4)$ и для скалярного произведения $kp = k_\mu p^\nu \delta_\nu^\mu$. Трехмерные компоненты векторов обозначаются как $\mathbf{k} = (k_1, k_2, k_3)$, и виковский поворот соответствует замене $k_4 \rightarrow ik_0$.

2. Свойства вакуума КХД в калибровочно-инвариантном подходе

2.1. Определение базиса

калибровочно-инвариантных корреляторов

Прежде чем перейти к изложению метода, необходимо сделать следующее общее замечание. В отличие от чистой теории Янга – Миллса (глюодинамики) КХД содержит динамические фермионы, в частности легкие кварки и д. Для описания конфайнмента динамические кварки не играют определяющей роли, поскольку конфайнмент имеет место и в чистой глюодинамике. Справедливость этого подтверждается расчетами на решетках (см., например, [43]), а также качественными соображениями в рамках $(1/N)$ -разложения [44]. Поэтому мы ограничиваемся рассмотрением глюодинамики, а где это необходимо, вводим кварки как внешние статические источники.

Одним из основных объектов изучения в калибровочной теории является петля Вильсона [45, 46], которую мы определяем как

$$W(C) = P \exp \left(ig \oint_C dz_\mu A_\mu^a(z) t^a \right). \quad (2)$$

Здесь t^a — генераторы в данном представлении калибровочной группы. Петля Вильсона задает внешний ток J , который физически соответствует точечной частице, заряженной по выбранному представлению и описывающей в пространстве замкнутую кривую C .

Фазовый фактор для незамкнутой кривой, соединяющей точки x и y , записывается так:

$$\Phi(x; y) = P \exp \left(ig \int_x^y dz_\mu A_\mu^a(z) t^a \right). \quad (3)$$

Под действием калибровочной группы соотношение (3) преобразуется как

$$\Phi(x; y) \rightarrow \Phi^U(x; y) = U^\dagger(x) \Phi(x; y) U(y). \quad (4)$$

² Идеи, составляющие основу настоящего обзора, были частично изложены одним из авторов (Ю.С.) в пленарном докладе на конференции, посвященной 90-летию со дня рождения И.Я. Померанчука.

Отсюда, в частности, следует, что след от петли Вильсона $\text{Tr } W(C)$ калибровочно-инвариантен³. Мы нормируем Tr условием $\text{Tr } \mathbf{1}_d = 1$ в данном представлении размерности d .

Используя определение (3), введем тензор $G_{\mu\nu}(x, x_0)$ согласно соотношению

$$G_{\mu\nu}(x, x_0) = \Phi(x_0; x) F_{\mu\nu}(x) \Phi(x; x_0), \quad (5)$$

где $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - i g [A_\mu A_\nu]$ — напряженность неабелева поля, а контур, соединяющий точки x и x_0 , не имеет самопересечений. В абелевой теории $G_{\mu\nu}(x, x_0) \equiv F_{\mu\nu}(x)$, однако, как легко видеть из (4), в теории Янга–Миллса $G_{\mu\nu}(x, x_0)$ и $F_{\mu\nu}(x)$ имеют разные трансформационные свойства относительно калибровочных преобразований. В частности, усредняя по вакууму след от произведения тензоров $G_{\mu\nu}(x_n, x_0)$, можно построить полилинейные корреляторы

$$D_{\mu\nu\rho\sigma}^{(2)}(x, y, x_0) = \langle \text{Tr } G_{\mu\nu}(x, x_0) G_{\rho\sigma}(y, x_0) \rangle, \quad (6)$$

$$D_{\mu\nu\rho\sigma\alpha\beta}^{(3)}(x, y, z, x_0) = \langle \text{Tr } G_{\mu\nu}(x, x_0) G_{\rho\sigma}(y, x_0) G_{\alpha\beta}(z, x_0) \rangle \quad (7)$$

и аналогично для средних более высоких порядков. Определенные таким образом корреляторы (6), (7) калибровочно-инвариантны, в чем легко убедиться непосредственно, используя определения (4) и (5). Эти калибровочно-инвариантные объекты, однако, нелокальны: выражения (6), (7) зависят от положения точек x, y, z , а также от положения "опорной точки" x_0 и формы контуров, по которым ведется интегрирование в (3).

Разумеется, такие физические величины, как вакуумное среднее петли Вильсона и извлекаемые из нее статический потенциал кварков или эффективное поле, а также функции Грина бесцветных состояний не зависят от формы контуров и точки x_0 , когда учитываются все корреляторы $D^{(n)}$ ($n \geq 2$). Однако такие зависимости могут возникнуть, если ограничиться низшим коррелятором ($n = 2$). Тогда удобно минимизировать эту зависимость (и тем самым вклад высших корреляторов), взяв контуры и x_0 , отвечающие поверхности минимальной площади. Ситуация подобна той, когда в ряде теорий возмущений для некоторой физической величины оставляют несколько первых членов, приводящих к зависимости от нефизического параметра — шкалы перенормировки μ . Вклад отброшенных членов принято минимизировать подходящим выбором μ , что эквивалентно в нашем случае выбору минимальной поверхности.

2.2. Вычисление петли Вильсона и функций Грина с помощью корреляторов

Вообще говоря, для данной теории калибровочного поля каждая из функций $D^{(n)}$ сама по себе является важной характеристикой ее вакуумной структуры. Однако более существенно то, что через калибровочно-инвариантные корреляторы вида (6), (7) можно выразить среднее от петли Вильсона. Действительно, используя теорему Стокса (или ее неабелево обобщение [47–52]), можно

получить

$$\begin{aligned} \langle \text{Tr } W(C) \rangle &= \left\langle \text{Tr } \mathcal{P} \exp \left(ig \int_S d\sigma_{\mu\nu}(z) G_{\mu\nu}(z, x_0) \right) \right\rangle = \\ &= \exp \sum_{n=2}^{\infty} (i)^n \Delta^{(n)}[S]. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь мы использовали кластерное разложение (см., например, [53, 54]) и представили ряд из корреляторов в виде экспоненты на последнем этапе.

Стоящие в показателе экспоненты (8) интегралы $\Delta^{(n)}[S]$ по поверхности S от *неприводимых* корреляторов, известных в статистической физике как кумулянты, выражаются через линейные комбинации интегралов по поверхности S от корреляторов $D^{(n)}$. Для двухточечного коррелятора будем иметь

$$\Delta^{(2)}[S] = \frac{1}{2} \int_S d\sigma_{\mu\nu}(z_1) \int_S d\sigma_{\rho\sigma}(z_2) g^2 D_{\mu\nu\rho\sigma}^{(2)}(z_1, z_2, x_0). \quad (9)$$

Для старших членов необходимо правильно учесть упорядочение (см., в частности, [16], где проведены явные вычисления для четырехточечного коррелятора).

Формула (8) играет центральную роль в обсуждаемом формализме. Рассмотрим, например, задачу о распространении бессpinовой частицы массой m , несущей фундаментальный заряд по цвету ("кварк"), в поле бесконечно тяжелого "антикварка" [9, 10]. Соответствующая калибровочно-инвариантная функция Грина имеет вид

$$\mathcal{G}(x, y) = \langle \phi^\dagger(x) \Phi(y; y) \phi(y) \rangle, \quad (10)$$

где $\phi(x)$ — поле кварка.

Можно показать, что в представлении Фока–Фейнмана–Швингера функция Грина $\mathcal{G}(x, y)$ записывается в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{G}(x, y) &= \int_0^\infty ds \int_{z_\mu(0)=x_\mu}^{z_\mu(s)=y_\mu} dz_\mu \times \\ &\times \exp \left[-m^2 s - \frac{1}{4} \int_0^s d\tau \left(\frac{dz_\mu(\tau)}{d\tau} \right)^2 \right] \langle \text{Tr } W(C) \rangle. \end{aligned} \quad (11)$$

Замкнутый контур C формируется траекторией "кварка" $z_\mu(\tau)$ и траекторией "антикварка", которая представляет собой прямую линию, соединяющую точки x и y . Подчеркнем, что мы рассмотрели здесь бессpinовый случай в качестве примера исключительно ввиду его наглядности. Для реальных задач о динамике спинорных кварков разработан последовательный формализм включения спиновых эффектов [9, 10, 55]. Аналогичным образом можно рассмотреть задачу о двухчастичном мезонном или трехчастичном барионном состоянии.

Во всех случаях функция Грина, содержащая, в принципе, полную информацию о волновых функциях и спектре системы, записывается в терминах интегралов по траекториям от петель Вильсона, которые в свою очередь выражаются через корреляторы посредством (8). Таким образом, набор корреляторов $D^{(n)}$ содержит в себе богатую и, что более важно, универсальную динамическую информацию, необходимую для расче-

³ В литературе операцию взятия следа часто включают в определение петли Вильсона.

тов различных непертурбативных эффектов⁴. Отметим, что сам коррелятор (6) тесно связан с функцией Грина глюонного возбуждения в поле источника, заряженного по присоединенному представлению калибровочной группы — глюолампа [14].

При переходе к практической стороне дела немедленно возникает вопрос: как в действительности ведут себя корреляторы (6), (7) в зависимости от аргументов и откуда можно получить информацию об их поведении? Разумеется, в теории возмущений проблема решается просто: величина $D^{(n)}$ дается своим для каждого n рядом теории возмущений, члены которого вычисляются по стандартным правилам (см., например, [56, 57]). Вне рамок теории возмущений существует несколько возможных путей получения такой информации. Первый способ состоит в нахождении непертурбативных решений цепочки уравнений типа уравнений Боголюбова–Борна–Грина–Кирквуда–Ивона, которые связывают корреляторы разных порядков [61]. К настоящему времени на этом пути не достигнуто существенного прогресса.

Другой аналитический путь позволяет вычислять корреляторы в терминах функций Грина связанных состояний глюонов в поле статического источника — глюолампов [14, 15]. Третий, наиболее успешный на сегодняшний день путь заключается в использовании данных численных симуляций теории на решетке. В этом направлении в решеточных расчетах накоплен ряд результатов [62–66], которые кратко обсуждаются ниже. Однако вполне очевидно, что аппликация к численным расчетам каких-то конкретных (например, низшего) корреляторов бессмысленна, если неизвестны общие свойства всего ансамбля корреляторов. Для их обсуждения мы вернемся к соотношению (8).

2.3. Гауссова доминантность

Как уже отмечалось, ценой, которую мы заплатили за явную калибровочную инвариантность (8), является зависимость корреляторов (6), (7) от формы контуров, фигурирующих в фазовых факторах $\Phi(x; y)$. Фазовые факторы $\Phi(x; y)$, вообще говоря, произвольны, точнее, могут быть произвольно выбраны в достаточно широком классе. Как следствие, величины $\Delta^{(n)}[S]$ в (8) явно зависят от выбранного профиля поверхности интегрирования, в то время как функция $W(C)$ от S не зависит. Можно показать, что здесь нет противоречия и явная зависимость от S , присутствующая в каждом члене $\Delta^{(n)}[S]$, сокращается в полной сумме. В этом смысле выбор поверхности интегрирования S в теореме Стокса (соответствующий выбору формы контуров в корреляторах $D^{(n)}$) действительно произведен, как и должно быть.

Можно, однако, поставить вопрос иначе. Допустим, что в задаче имеется какая-то физически выделенная поверхность. Какова в этом случае иерархия кумулянтов $\Delta^{(n)}[S]$ на этой конкретной поверхности? Подобный вопрос имеет не только общий интерес, но и практический смысл: в ряде конкретных задач можно легко

указать физически выделенную поверхность. Например, для одной вильсоновской петли таковой является поверхность минимальной площади, ограниченная контуром. В более сложном примере взаимодействующих петель [67] можно рассматривать поверхность, соответствующую минимальной полной энергии системы.

В любом случае различают две ситуации: в случае, когда

$$\Delta^{(2)}[S] \gg \Delta^{(n)}[S] \text{ для } n > 2, \quad (12)$$

ансамбль корреляторов (и сам вакуум теории) называется *стохастическим*; в случае, когда соотношение (12) не выполняется (например, все кумулянты одного порядка), ансамбль корреляторов называется *когерентным*. Описываемый в настоящем обзоре общий метод в принципе учитывает эффекты всех корреляторов, но, как нетрудно понять, практически наиболее полезен для теорий со стохастическим вакуумом, поскольку в этом случае доминирующий вклад дает лишь одна величина — двухточечный, или гауссов, кумулянт (9), а высшие кумулянты выступают в качестве малых поправок. Подобная ситуация называется гауссовой доминантностью.

Является вакуум глюодинамики и КХД стохастическим или когерентным? Наиболее прямым способом ответить на этот вопрос было бы вычисление корреляторов для различных n , например на решетке, и сравнение результатов с критерием (12). К сожалению, на современном этапе развития технологии решеточных расчетов эта задача является весьма сложной, и практически все полученные на решетке результаты относятся к поведению гауссова коррелятора. Имеется, однако, ряд серьезных косвенных указаний на то, что вакуум теории Янга–Миллса действительно стохастический, а не когерентный в смысле определения (12). Наиболее важно в этом контексте явление казимировского скейлинга статического потенциала (см. [68–71], а также [72–75]).

Принимая во внимание известную связь статического потенциала с петлей Вильсона, из определения (8) можно получить в приближении гауссовой доминантности

$$V(R) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \Delta^{(2)}[S = R \times T], \quad (13)$$

т.е. в соответствии с определениями (6) и (9) имеем $V(R) \sim C_d$, где собственное значение оператора Казимира в представлении d дается соотношением $\delta_{ab} t^a t^b = C_d \cdot \mathbf{1}_d$. Напомним, что представление группы $SU(N)$ размерности d характеризуется $N^2 - 1$ генераторами t^a , которые в матричной форме могут быть представлены как матрицы размером $d \times d$, коммутирующие согласно алгебре Ли $[t^a t^b] = i f^{abc} t^c$. Линейная зависимость статического потенциала от C_d называется казимировским скейлингом и впервые обсуждалась в работе [76].

Легко показать, что вклады в (13) высших кумулянтов, вообще говоря, не пропорциональны C_d (хотя и могут содержать линейные по C_d члены). Поэтому высокая точность (отклонение в пределах 5 %), с которой казимировский скейлинг наблюдается в решеточных расчетах, служит весомым аргументом в пользу гауссовой доминантности.

Более того, попытки получить казимировский скейлинг в ряде других моделей вакуума КХД встречают серьезные трудности [11, 77, 78]. Другим аргументом, непосредственно не связанным с первым, является неза-

⁴ В принципе формализм применим также и в теории возмущений [59], где он позволяет просуммировать часть пертурбативного ряда, что дает в первом приближении так называемый судаковский формфактор (см. [60], а также обзор [10] и цитированную там литературу).

вимость радиуса струны, обеспечивающей конфайнмент кварков, от их неабелева заряда (т.е. от представления d) [79]. При отказе от гауссовой доминантности эти результаты выглядели бы трудно объяснимыми феноменами типа тонкой подстройки. Можно заметить в этой связи, что "вакуумное прокладывание", которое успешно использовалось в методе правил сумм КХД, на языке метода вакуумных корреляторов есть не что иное, как гауссова доминантность.

2.4. Структура двухточечных корреляторов

Выше упоминалась связь между корреляторами $D^{(n)}$ и функциями Грина глюлампов. Для простейшего гауссова коррелятора (6) эта связь особенно четко проявляется при специальном выборе прямолинейных контуров и точек x, y, x_0 , лежащих на одной прямой. В этом случае коррелятор является функцией одной переменной $z = x - y$ и может быть представлен как

$$D_{\mu\nu\rho\sigma}^{(2)}(z) = \left\langle F_{\mu\nu}^a(0) P \exp \left(ig \int_0^1 ds z_\mu A_\mu^b(sz) f^{abc} \right) F_{\rho\sigma}^c(z) \right\rangle. \quad (14)$$

Выражение (14) записано с фазовым фактором в присоединенном представлении (в отличие от предыдущих формул, где фазовые факторы брались в фундаментальном представлении и были матрицами $N \times N$ в цветовом пространстве) с целью максимально прояснить его физический смысл. А именно, калибровочно-инвариантная функция $D^{(2)}(z)$ описывает распространение глоонного возбуждения в поле заряженного по присоединенному представлению источника аналогично распространению фундаментального заряда (ср. (10) и (14)). Выбор $z = (\mathbf{0}, T)$ отвечает статическому источнику, находящемуся в начале координат.

Мировой лист струны, задаваемый в (8) выбором поверхности S , взаимодействует сам с собой посредством обмена одно- и многоглоонными глюлампами. Это взаимодействие зависит от общего профиля поверхности таким образом, что полный ответ для среднего от петли Вильсона одинаков для любой поверхности. Говоря качественно, гауссова доминантность имеет место в том случае, когда для определенной выделенной поверхности "газ глюлампов" становится "идеальным", в том смысле, что интегральный вклад высших кумулянтов $\Delta^{(n)}$ ($n > 2$), содержащий, в частности, члены, отвечающие взаимодействию легчайших, даваемых функцией $\Delta^{(2)}$ глюлампов друг с другом, оказывается малым. При этом отклонение от казимировского скейлинга (как отмечалось, малое) возникает именно за счет неприводимых средних от произведений калибровочно-инвариантных операторов типа $\langle \text{Tr}(\mathcal{O}_1) \text{Tr}(\mathcal{O}_2) \rangle$, описывающих взаимодействие глюлампов [16]. Отсюда, в частности, видно, что это отклонение подавлено в пределе больших значений N .

Подчеркнем, что глюлампы не существуют как физические частицы в спектре теории. Также неверным было бы интерпретировать (14) в терминах "массивного глоона". В некотором ограниченном смысле глюлампы аналогичны полям Калба – Рамона. Эти поля возникают при построении струнного представления компактной КЭД [36] и теории типа абелевой модели Хиггса [80] и описывают дуальные векторные бозоны (см. также [81, 82]). Представление об ансамбле глюлампов на

мировой поверхности и его свойствах имеет смысл только при наличии внешнего тока, формирующего петлю Вильсона (и соответствующую поверхность). В то же время коррелятор вида (14) можно изучать безотносительно к существованию внешних источников. Подобные исследования, как уже говорилось, успешно проводились на решетках.

Прежде чем перейти к изложению полученных численных результатов, полезно представить коррелятор (14) в терминах двух инвариантных функций $D(z^2)$ и $D_1(z^2)$ [5–7]:

$$\begin{aligned} g^2 D_{\mu\nu\rho\sigma}^{(2)}(z) = & (\delta_{\mu\rho}\delta_{\nu\sigma} - \delta_{\mu\sigma}\delta_{\nu\rho}) D(z^2) + \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial z_\mu} (z_\rho\delta_{\nu\sigma} - z_\sigma\delta_{\nu\rho}) - \frac{\partial}{\partial z_\nu} (z_\rho\delta_{\mu\sigma} - z_\sigma\delta_{\mu\rho}) \right) D_1(z^2). \end{aligned} \quad (15)$$

Можно показать, что конфайнмент (линейный потенциал между статическими источниками в фундаментальном представлении) возникает в сценарии гауссовой доминантности за счет отличной от нуля функции $D(z^2)$.

Действительно, на больших расстояниях для статического потенциала между кварками $V(R)$ и натяжения струны σ из соотношений (9), (13) будем иметь

$$V(R) = \sigma R + \mathcal{O}(R^0), \quad \sigma = \frac{1}{2} \int d^2z D(z^2). \quad (16)$$

На малых расстояниях лидирующий вклад в функции $D(z^2)$ и $D_1(z^2)$ дает теория возмущений (см. [56, 57]), хотя, как показано в [58], вклад теории возмущений в σ в точности сокращается. Непертурбативный вклад обычно представляется в виде

$$D(z^2) \sim \exp \left(-\frac{|z|}{\lambda} \right), \quad (17)$$

причем подобный экспоненциальный фит дает весьма хорошее согласие с наблюдаемым в решеточных расчетах поведением функций на больших расстояниях. Однаково хороший фит решеточных данных можно получить как без непертурбативной составляющей формфактора D_1 , так и с непертурбативной составляющей экспоненциального вида. В дальнейшем мы будем использовать формфактор D_1 без непертурбативной части.

Подчеркнем, что с практической точки зрения (например, для вычисления спектра адронов) знание детального профиля функций $D(z^2)$ и $D_1(z^2)$ необязательно: физические величины определяются главным образом натяжением струны σ . Величина λ называется корреляционной длиной вакуума КХД и, как ясно из предыдущего обсуждения, тесно связана с массой легчайшего глюлампа M , а именно: $\lambda = 1/M$. С другой стороны, она определяет характерный размер вакуумного домена, в котором флуктуации полей скоррелированы [83]. Физика нелокальности начинает сказываться на расстояниях, меньших или порядка λ , и имеет многочисленные феноменологические проявления. Одно из них (структура струн КХД) обсуждается ниже. При этом в соответствии с решеточными результатами мы будем использовать значение $\lambda = 0,2$ фм.

Выше мы нигде не касались вопросов, связанных с физикой деконфайнмента. Обычно эти вопросы разделяют на две категории. К первой относят динамические аспекты физики фазовых переходов конфайнмент – деконфайнмент. Другая проблема связана с симметрий-

ными свойствами вакуума в различных фазах. В контексте нашего изложения типичный вопрос из первой группы выглядит, например, так: чему на языке корреляторов отвечает фазовый переход деконфайнмента по температуре? Вопрос из второй группы может иметь вид: как из формулы (8) увидеть экранирование статического потенциала на больших расстояниях в фазе конфайнмента для источников, тривиально преобразующихся относительно центра группы? Формат настоящего обзора не позволяет нам подробно останавливаться на этих важных вопросах, и мы рекомендуем читателю, интересующемуся решениями сформулированных и других аналогичных проблем, обратиться к оригинальным работам (см. [4, 8, 84, 87] и цитированную там литературу).

3. Механизм конфайнмента и дуальный эффект Мейсснера

3.1. Определение эффективных полей

Рассмотренный выше формализм позволяет осуществить разложение петли Вильсона (8) и связанного с ней статического потенциала (13) по полному набору корреляторов полей (6), (7), (15), (17), справедливо во всей области расстояний⁵. Как известно, потенциал на малых расстояниях между кварком и антiquарком ($r \ll \Lambda_{\text{QCD}}$) вычисляется в борновском приближении обычной теории возмущений по константе сильного взаимодействия и имеет вид

$$V^c(r) = -\frac{C_F \alpha_s}{r}, \quad (18)$$

где $C_F = 4/3$ — квадратичный оператор Казимира в фундаментальном представлении. Этот потенциал отличается от кулоновского потенциала электродинамики только множителем C_F . Естественно поэтому ввести поле

$$\mathcal{E}^c = -\nabla V^c(r), \quad (19)$$

которое определяет силу, действующую на кварк (и антикварк). Очевидно, что соотношение (18) справедливо только на малых расстояниях в области применимости теории возмущений.

Определим эффективное калибровочно-инвариантное поле, имеющее на малых расстояниях вид (18), (19):

$$\mathcal{F}_{\mu\nu}^J(x) = (\langle \text{Tr } W(C) \rangle)^{-1} \langle \text{Tr} (ig G_{\mu\nu}(x, x_0) W(C)) \rangle. \quad (20)$$

Индекс J подчеркивает, что поле $\mathcal{F}_{\mu\nu}^J(x)$ есть функционал внешнего тока J , заданного петлей Вильсона $W(C)$, и, в частности, обращается в нуль при $J = 0$.

Эффективное поле можно записать с помощью *связного пробника*

$$W(C, C_P) = W(C_P, x) \Phi(x, x_0) \Phi(x_0, z) W(C, z) \times \Phi(z, x_0) \Phi(x_0, x), \quad (21)$$

т.е. петли Вильсона с контуром, включающим (малый) "пробный" контур C_P , соединенный с контуром C по некоторой траектории, проходящей через точку x_0 . Эта величина зависит от положения "опорной точки" x_0 , а также от формы траектории, соединяющей точки x_0 и x .

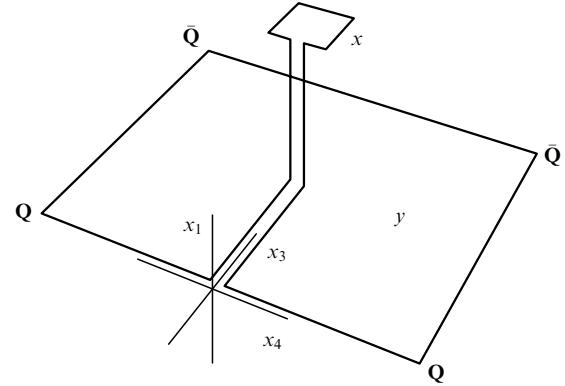


Рис. 1. Связный пробник (21) для статических кварка и антикварка.

Выберем траекторию таким образом, чтобы она шла по кратчайшей прямой от точки x до минимальной поверхности петли Вильсона (рис. 1).

В случае пробного контура C_P с поверхностью $\delta\sigma_{\mu\nu} \rightarrow 0$ эффективное поле можно записать в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{\mu\nu}^J(x) \delta\sigma_{\mu\nu}(x) &= \\ &= \langle \text{Tr } W(C) \rangle^{-1} (\langle \text{Tr } W(C, C_P) \rangle - \langle \text{Tr } W(C) \rangle) \equiv \tilde{M}(C, C_P). \end{aligned} \quad (22)$$

В частности, если пробный контур имеет размеры $a \times a$, для электрического поля имеем выражение

$$\mathbf{n} \cdot \mathcal{E}^J(x) = \frac{\tilde{M}(C, C_P)}{a^2}, \quad (23)$$

где \mathbf{n} — единичный вектор, определяющий ориентацию пробного контура в координатном пространстве. Отметим в этой связи известную из курса общей физики формулу для рамки с электрическим током I , находящейся в магнитном поле \mathbf{B} . Как известно, если рамка ориентирована в плоскости $(\mathbf{n}^{(1)}, \mathbf{n}^{(2)})$, причем $\mathbf{n}^{(1)}$ выбран перпендикулярно магнитному полю, на рамку действует момент сил M , такой, что

$$\mathbf{n}^{(2)} \cdot \mathbf{B} = \frac{M}{a^2}, \quad \mathbf{B} \equiv I\mathbf{B}. \quad (24)$$

Сравнивая (23) и (24), мы видим, что величина $\tilde{M}(C, C_P)$, определенная в (22), имеет смысл "дуального" момента сил, действующего на пробный контур.

3.2. Определение эффективных токов

Отметим, что в электродинамике $G_{\mu\nu}(x, x_0) \equiv F_{\mu\nu}(x)$, и уравнение (20) определяет классическое распределение полей, задаваемое внешним током

$$g^2 J_\mu(x) = g^2 \int_C dz_\mu \delta^{(4)}(z - x)$$

(где g обозначает электрический заряд) и удовлетворяющее соответствующим уравнениям Максвелла.

Используя соотношения дифференцирования фазовых факторов (см., например, [47–52]), для поля $\mathcal{F}_{\mu\nu}^J(x)$, определенного уравнением (20), можно формально записать уравнения "эффективной электродинамики":

$$\frac{1}{2} \epsilon_{\mu\rho\alpha\beta} \frac{\partial}{\partial x_\rho} \mathcal{F}_{\alpha\beta}^J(x) = k_\mu^J(x), \quad \frac{\partial}{\partial x_\rho} \mathcal{F}_{\rho\mu}^J(x) = j_\mu^J(x). \quad (25)$$

Индекс J , как и ранее, указывает на то, что "электрический" ток j_μ^J и "магнитный" ток k_μ^J являются функцио-

⁵ Часть результатов, изложенных в разделе 3, содержится в [86].

налами внешнего тока J :

$$\begin{aligned} j_v^J(x) = & \left(\langle \text{Tr } W(C) \rangle \right)^{-1} \times \\ & \times \langle \text{Tr} (\Phi(x_0; x) i g D_\mu F_{\mu\nu}(x) \Phi(x; x_0) W(C)) \rangle + \\ & + g^2 \left(\langle \text{Tr } W(C) \rangle \right)^{-1} \int_0^1 ds \frac{\partial u_\alpha(s, x)}{\partial s} \frac{\partial u_\beta(s, x)}{\partial x_\mu} \times \\ & \times \langle \text{Tr} [G_{\mu\nu}(x, x_0), G_{\alpha\beta}(u, x_0)] W(C) \rangle, \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} k_v^J(x) = & g^2 \left(\langle \text{Tr } W(C) \rangle \right)^{-1} \int_0^1 ds \frac{\partial u_\alpha(s, x)}{\partial s} \frac{\partial u_\beta(s, x)}{\partial x_\mu} \times \\ & \times \langle \text{Tr} [\tilde{G}_{\mu\nu}(x, x_0), G_{\alpha\beta}(u, x_0)] W(C) \rangle. \end{aligned} \quad (27)$$

Контур интегрирования в (26), (27) задается функцией $u_\mu(s, x)$, такой, что $u^\mu(0, x) = x_0^\mu$, $u_\mu(1, x) = x_\mu$, а квадратные скобки обозначают коммутатор относительно цветовых индексов. Уравнения (26), (27) представляют собой определения токов, которые тождественно удовлетворяют уравнениям (20), (25). Однако в процессе вывода (27) использованы неабелевы тождества Бианки $D_\mu \tilde{F}_{\mu\nu}(x) = 0$, которые отражают калибровочную природу КХД. Очевидно, что электрический и магнитный токи сохраняются в силу антисимметричности тензора $\mathcal{F}_{\mu\nu}$.

Если константа связи мала, то в первый член уравнения (26) для электрического тока можно подставить уравнения классической глоодинамики

$$ig D_\mu F_{\mu\nu}^a = g^2 J_v^a, \quad J_\mu^a(x) = J_\mu(x) T^a, \quad (28)$$

где

$$J_\mu(x) = \int_C dz_\mu \delta^{(4)}(z - x).$$

В главном порядке по константе связи $\alpha_s = g^2/(4\pi)$ второй член уравнения (26) вклада не дает, и выражение для электрического тока принимает вид

$$j_v^J(x) = 4\pi C_F \alpha_s J_v(x) \quad (29)$$

(фундаментальный оператор Казимира $C_F \hat{1} = T^a T^a = (4/3) \hat{1}$), т.е. имеет вид классического тока электродинамики. В частности, для статических кварка и антикварка получается закон Гаусса для цвето-кулоновского поля.

Отметим, что, поскольку первый член разложения петли Вильсона $W(C)$ по степеням поля (т.е. единица) не дает вклада в (27) (след коммутатора равен нулю), первый нетривиальный вклад в $k_\mu^J(x)$ пропорционален коррелятору неабелевых напряженностей третьего порядка. Таким образом, с точностью до корреляторов более высоких порядков магнитный ток пропорционален коррелятору $\langle E_i^a B_j^b E_k^c \rangle f^{abc} \epsilon_{ijk}$, т.е. эффективный магнитный ток возникает вследствие неабелева испускания цветомагнитного поля цветоэлектрическим. Корреляторы того же типа в выражении для электрического тока приводят к поляризации вакуума (см. обсуждение в разделе 3.5).

3.3. Распределение эффективных полей в двухточечном приближении

Рассмотрим прямоугольную петлю Вильсона для мезона со статическими кварком и антикварком. Согласно гипотезе гауссовой доминантности, которая поддерживается явлением казимировского скейлинга (см. раздел 2.3), главный вклад в петлю Вильсона вносит двухточеч-

ный коррелятор (6), (15). Поэтому ниже при вычислении распределений эффективных полей мы ограничимся вкладом двухточечного коррелятора, предполагая вклад остальных корреляторов несущественным для описания конфайнмента. В этом случае выражение для эффективного поля имеет вид

$$\mathcal{F}_{\mu\nu}(x) = \int_S d\sigma_{\alpha\beta}(y) g^2 D_{\alpha\beta\mu\nu}^{(2)}(x - y). \quad (30)$$

Здесь $y \in S$ (S — минимальная поверхность петли Вильсона), а коррелятор $D^{(2)}$ определяется уравнением (15).

Обозначая $\mathbf{n} = \mathbf{R}/R$ направляющий вектор от кварка к антикварку, перепишем выражение (30) в виде

$$\mathcal{F}_{\mu\nu}(x) = \int_S d^2y \text{Tr} \langle g F_{\mu\nu}(x) \Phi(x, y) \mathbf{n} g E(y) \Phi(y, x) \rangle, \quad (31)$$

из которого следует, в частности, что магнитное поле B отсутствует. Подставляя в (31) параметризацию (15), для электрического поля получаем выражение

$$\mathcal{E}_i(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = n_k \int_0^R dl \int_{-\infty}^{\infty} dt \left(\delta_{ik} D(z) + \frac{1}{2} \frac{\partial z_i D_1(z)}{\partial z_k} \right), \quad (32)$$

где $z = (\mathbf{r} - \mathbf{n}l, t)$.

Вклад пертурбативной части формфактора D_1 в поле (32) можно записать в борновском приближении как разность

$$\mathcal{E}^{D_1}(\mathbf{r}) = \mathcal{E}^c(\mathbf{r}) - \mathcal{E}^c(\mathbf{r} - \mathbf{R}). \quad (33)$$

Согласно (18), (19) поле

$$\mathcal{E}^c(\mathbf{r}) = \frac{C_F \alpha_s \mathbf{r}}{r^3}. \quad (34)$$

Этому полю соответствует формфактор

$$D_1^{(p)}(z) = \frac{4C_F \alpha_s}{\pi z^4}, \quad (35)$$

который можно вычислить непосредственно в теории возмущений [89].

Как отмечалось в разделе 2, конфайнмент является следствием неупорядоченной (стохастической) природы флуктуаций глоонных полей, которые проявляются на расстояниях порядка корреляционной длины λ и приводят к экспоненциальному затуханию корреляторов поля (см. (17)). Можно показать, что, если на больших расстояниях струна действует на кварк с силой σ , формфактор D следует нормировать согласно

$$D(z^2) = \frac{\sigma}{\pi \lambda^2} \exp \left(-\frac{|z|}{\lambda} \right). \quad (36)$$

Подставляя (36) в (32), вычислим соответствующее поле:

$$\mathcal{E}^D(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \mathbf{n} \frac{2\sigma}{\pi} \int_0^{R/\lambda} dl \left| \mathbf{l} \mathbf{n} - \frac{\mathbf{r}}{\lambda} \right| K_1 \left(\left| \mathbf{l} \mathbf{n} - \frac{\mathbf{r}}{\lambda} \right| \right), \quad (37)$$

где K_1 — функция Макдональда.

Величину σ можно рассматривать в качестве масштабного параметра КХД. Численно значение $\sigma \approx 0.18$ ГэВ² можно определить феноменологически из наклона траекторий Редже мезонов (см., например, [88]). Легко проверить, что, если точка x находится на оси симметрии, для поля \mathcal{E}^D и вклада коррелятора D в статический потенциал (9), (13) справедливо соотношение

$$\mathcal{E}^D(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \nabla V^D(r) - \nabla V^D(|\mathbf{r} - \mathbf{R}|). \quad (38)$$

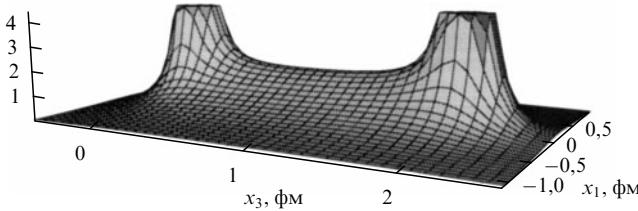


Рис. 2. Распределение поля $|\mathcal{E}(x_1, 0, x_3)|$ (32) при расстоянии между кварком и антiquарком 2 фм. Видны обрезанные пики кулоновского поля и струна между кварком и антикварком.

Соотношение такого вида можно получить также непосредственно из (20). Действительно, в этом случае точка x принадлежит минимальной поверхности петли Вильсона, и определения (20) и (30) совпадают с учетом гауссовой доминантности. На рисунке 2 показано распределение поля $|\mathcal{E}(x_1, 0, x_3)|$ (32) при расстоянии между кварком и антикварком 2 фм. На рисунке видны пики кулоновского поля (34) и струна (37) с универсальным профилем

$$\mathcal{E}(\rho) = 2\sigma \left(1 + \frac{\rho}{\lambda}\right) \exp\left(-\frac{\rho}{\lambda}\right) \quad (39)$$

между кварком и антикварком (ρ — расстояние до кварк-антiquарковой оси).

3.4. Распределения магнитных токов и уравнение Лондонов

Для подробного анализа распределения магнитных токов (27) в случае статических кварка и антикварка применим уравнения (25) непосредственно к выражениям (32), (34), (37) распределения электрического поля в двухточечном приближении. Легко видеть, что магнитный заряд в отсутствие магнитного поля равен нулю, а магнитный ток

$$\mathbf{k} = \text{rot } \mathcal{E}. \quad (40)$$

Кулоновское поле (34) не дает вклада в (40), поскольку является дивергенцией потенциала.

Непертурбативное поле (37) направлено вдоль кварк-антiquарковой оси, поэтому магнитные токи являются кольцевыми, и их величина определяется производной поля (37) по поперечной координате ρ . В частности, для насыщенного профиля струны (39) распределение магнитных полей есть

$$k_\phi(\rho) = -\frac{2\sigma\rho}{\lambda^2} \exp\left(-\frac{\rho}{\lambda}\right), \quad (41)$$

где k_ϕ обозначает полярную компоненту вектора в цилиндрических координатах. Векторное распределение магнитных токов в случае, когда расстояние между кварком и антикварком $R = 2$ фм, показано на рис. 3. Это распределение очень напоминает распределение электрических сверхпроводящих токов вокруг струны Абрикосова в сверхпроводниках (см. [90–92], а также учебник [93]).

Более того, легко видеть, что на больших расстояниях от струны приближенно выполняется "дуальное" уравнение Лондонов:

$$\text{rot } \mathbf{k} = \lambda^{-2} \mathcal{E} \quad (42)$$

(дуальное в том смысле, что вместо электрического тока в левой части (42) стоит магнитный, а вместо магнитного

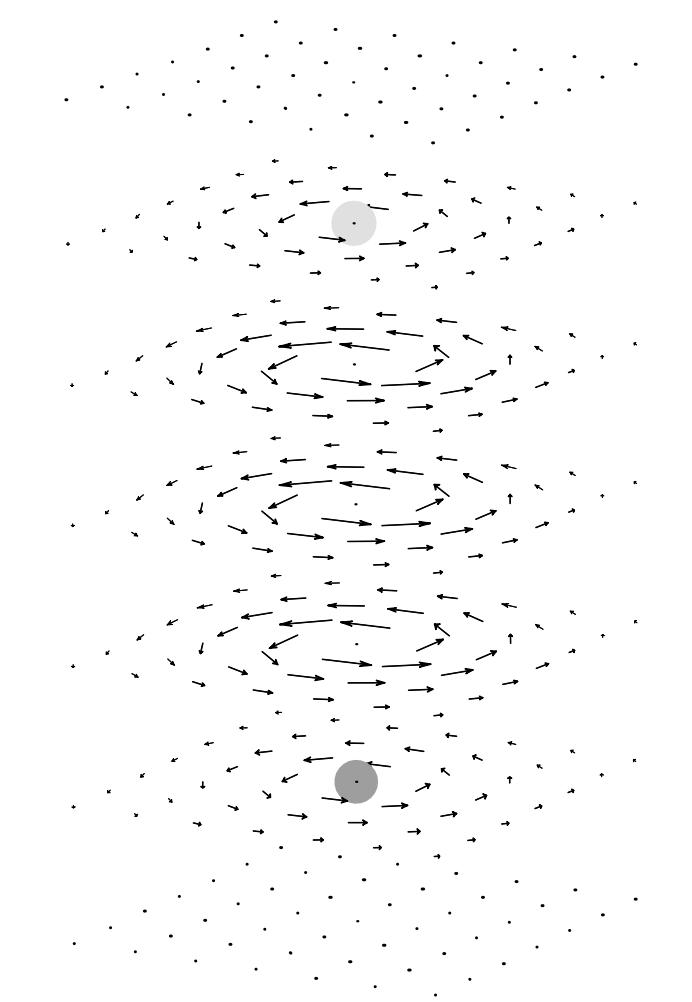


Рис. 3. Векторное распределение магнитных токов (37), (40) при расстоянии между кварком и антикварком 2 фм. Положения кварка и антикварка показаны точками.

поля в правой части — электрическое). Действительно, единственная компонента ротора полярного вектора k_ϕ (41) направлена вдоль оси z и записывается в виде

$$(\text{rot } \mathbf{k})_z(\rho) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial k_\phi}{\partial \rho} = \gamma(\rho) \lambda^{-2} \mathcal{E}(\rho). \quad (43)$$

Универсальный профиль $\mathcal{E}(\rho)$ определяется соотношением (39), а функция

$$\gamma(\rho) = \frac{-2 + \rho/\lambda}{1 + \rho/\lambda} \quad (44)$$

монотонно растет от -2 до 1 и при $\rho \gg \lambda$ имеет вид $\gamma(\rho) \approx 1 - 3\lambda/\rho$.

Таким образом, механизм конфайнмента можно объяснить наличием кольцевых магнитных токов (41), стягивающих электрическое поле в трубку и приводящих к экспоненциальному затуханию поля вне струны (см. (39)) и дуальному уравнению Мейсснера (43), (44).

3.5. Поляризация вакуума и экранирование константы связи

Рассмотрим теперь закон Гаусса для статических кварка и антикварка:

$$\text{div } \mathcal{E} = \rho. \quad (45)$$

Поле \mathcal{E} определяется согласно (32), (34), (37):

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}^{D_1} + \mathcal{E}^D. \quad (46)$$

Плотность электрического заряда можно записать в виде

$$\rho = 4\pi C_F \alpha_s (\delta(\mathbf{r}) - \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R})) - \operatorname{div} \mathbf{P}. \quad (47)$$

Здесь мы ввели вектор поляризации \mathbf{P} (как в обычной электродинамике сред [94]), учитывающий неабелево взаимодействие глюонных полей в старших порядках по константе связи (см. (26)).

Введем также вектор электрической индукции

$$\mathbf{D} = \mathcal{E} + \mathbf{P}, \quad (48)$$

для которого уравнение (45) принимает вид

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 4\pi C_F \alpha_s (\delta(\mathbf{r}) - \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R})). \quad (49)$$

Поскольку в правой части уравнения (49) стоит дивергенция кулоновского поля (34), в предположении о пертурбативной доминантности функции D_1 (см. (35)) получаем соотношение

$$\operatorname{div} \mathbf{P} = -\operatorname{div} \mathcal{E}^D. \quad (50)$$

Согласно (37)

$$\operatorname{div} \mathcal{E}^D = \tilde{\rho}(r) - \tilde{\rho}(|\mathbf{r} - \mathbf{R}|), \quad (51)$$

$$\tilde{\rho}(r) = \frac{2\sigma}{\pi\lambda^2} r K_1\left(\frac{r}{\lambda}\right). \quad (52)$$

Это означает, что вектор поляризации является разностью двух центральных векторов:

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \tilde{P}(r) \frac{\mathbf{r}}{r} - \tilde{P}(|\mathbf{r} - \mathbf{R}|) \frac{\mathbf{r} - \mathbf{R}}{|\mathbf{r} - \mathbf{R}|}, \quad (53)$$

удовлетворяющих уравнению

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \tilde{P}(r) = -\tilde{\rho}(r). \quad (54)$$

Из уравнения (54) находим

$$\tilde{P}(r) = -\frac{\tilde{Q}(r)}{r^2}, \quad \tilde{Q}(r) = \frac{2\sigma\lambda^2}{\pi} \int_0^{r/\lambda} dx x^3 K_1(x), \quad (55)$$

где \tilde{Q} — экранирующий заряд. Вследствие конфайнмента на больших расстояниях от кварка и антiquарка поле должно спадать быстрее любой степени расстояния, поэтому полный заряд

$$Q(r) \equiv C_F \alpha_s(r) - \tilde{Q}(r), \quad (56)$$

обращается в нуль. Отсюда, в частности, следует соотношение [40]

$$C_F \alpha_s = 3\sigma\lambda^2 \quad (57)$$

между величиной замерзания [99, 100] константы сильной связи и основными параметрами, характеризующими конфайнмент. Подставляя значение $\alpha_s = 0,42$ [99, 100, 95, 96] в (57), вычисляем $\lambda = 0,2$ фм.

Поведение заряда $Q(r)$ при значении $\alpha_s = 0,42$ показано на рис. 4. Это приближение можно считать справедливым при $r \gtrsim 0,4$ фм, как следует из рис. 5, где поведение бегущей константы связи изображено точечной кривой. (Определение бегущей константы с учетом замерзания и соответствующие формулы для расчета даны в [95, 96].) Поведение заряда $Q^{\text{run}}(r)$ с учетом бега константы связи

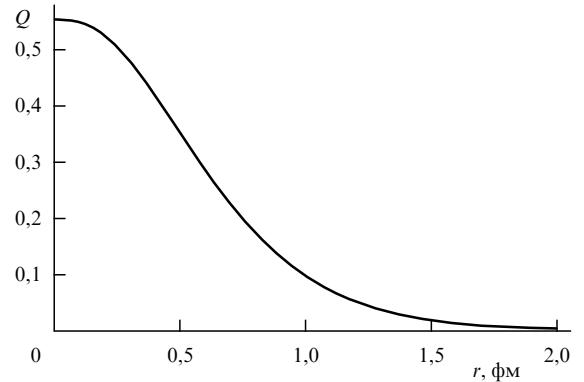


Рис. 4. Эффективный заряд $Q(r)$ (56) в зависимости от расстояния до (анти)кварка.

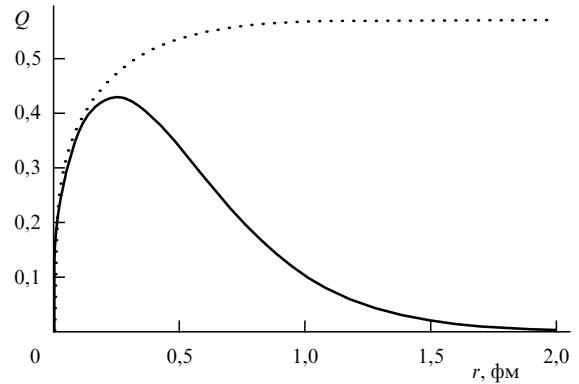


Рис. 5. Бегущая фоновая константа связи $C_F \alpha_s(r)$ [95, 96] (пунктирная кривая) и эффективный заряд $Q^{\text{run}} = C_F \alpha_s(r) - \tilde{Q}(r)$ с учетом бега константы связи (сплошная кривая) в зависимости от расстояния до (анти)кварка.

показано на рис. 5 сплошной кривой. Как видно из рисунка, эффективный заряд имеет максимум при $r \approx 0,3$ фм.

Приведем рисунки с распределениями полей, характеризующих диэлектрические свойства вакуума. Распределения проекций полей $\mathcal{E}^D(0, 0, x_3)$, $\mathbf{P}(0, 0, x_3)$ и $\mathcal{E}^c(0, 0, x_3)$ на кварк-антикварковую ось при расстоянии между кварком и антикварком 3 фм показано на рис. 6. Отметим, что в середине струны поля \mathbf{P} и \mathcal{E}^c точно сокращаются. Это видно также из рис. 7, где построены распределения проекций полей $\mathcal{E}^D(0, 0, x_3)$, $\mathcal{E}^D(0, 0, x_3) + \mathbf{P}(0, 0, x_3)$ и $\mathbf{D}(0, 0, x_3)$ на кварк-антикварковую ось. На рисунке 8 представлено векторное распределение поля индукции $\mathbf{D}(x_1, 0, x_3)$, из которого видно, что поле собирается в трубку шириной порядка $\lambda = 0,2$ фм. На рисунке 9 показано векторное распределение соленоидального поля $\mathcal{E}^D(x_1, 0, x_3) + \mathbf{P}(x_1, 0, x_3)$.

Определим диэлектрическую восприимчивость вакуума \varkappa соотношением

$$\mathbf{P} = \varkappa \mathcal{E} \quad (58)$$

и диэлектрическую проницаемость $\varepsilon = 1 + \varkappa$. Тогда

$$\varkappa(r) = -\frac{\tilde{Q}(r)}{C_F \alpha_s(r)}, \quad (59)$$

$$\varepsilon(r) = \frac{Q(r)}{C_F \alpha_s(r)}. \quad (60)$$

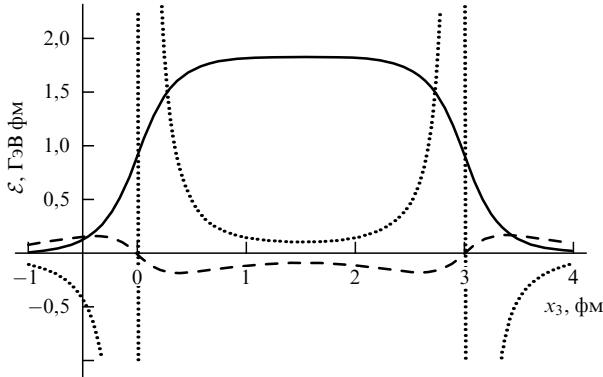


Рис. 6. Распределения проекций полей $\mathcal{E}^D(0, 0, x_3)$ (сплошная кривая), $\mathcal{P}(0, 0, x_3)$ (штриховая кривая) и $\mathcal{E}^c(0, 0, x_3)$ (пунктирная кривая) на кварк-антикварковую ось при расстоянии между кварком и антикварком 3 фм.

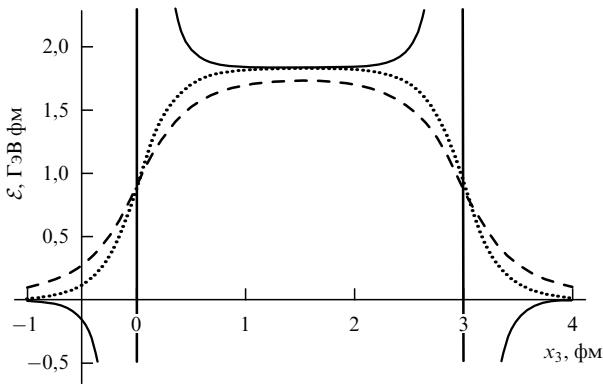


Рис. 7. Распределения проекций полей $\mathcal{E}^D(0, 0, x_3)$ (пунктирная кривая), $\mathcal{E}^D(0, 0, x_3) + \mathcal{P}(0, 0, x_3)$ (штриховая кривая) и $\mathcal{D}(0, 0, x_3)$ (сплошная кривая) на кварк-антикварковую ось при расстоянии между кварком и антикварком 3 фм.

В частности, на больших расстояниях ($r \gg \lambda$) диэлектрическая проницаемость вакуума экспоненциально мала:

$$\epsilon(r)|_{r \rightarrow \infty} = \frac{1}{3(2\pi)^{3/2}} \left(\frac{r}{\lambda}\right)^{-5/2} \exp\left(-\frac{r}{\lambda}\right). \quad (61)$$

Подчеркнем, что малость диэлектрической проницаемости (61) означает отсутствие цвето-кулоновского поля на достаточно большом расстоянии от источников как вне, так и внутри струны.

4. Адроны с тремя статическими источниками

4.1. Функции Грина и петли Вильсона

Рассмотрим адроны с тремя статическими цветовыми источниками — барионы и трехглюонные глюболовы. Поскольку адроны являются нелокальными, протяженными в пространстве объектами, мы будем использовать нелокальные кварковые и глюонные операторы

$$q^\alpha(x, Y) \equiv q^\beta(x) \Phi_\beta^\alpha(x, Y), \quad (62)$$

$$g_a(x, Y) \equiv g_b(x) \Phi_{ab}(x, Y), \quad (63)$$

а также локальный глюонный оператор

$$G_\alpha^\beta(x) \equiv g_a(x) t_\alpha^{(a)\beta}.$$

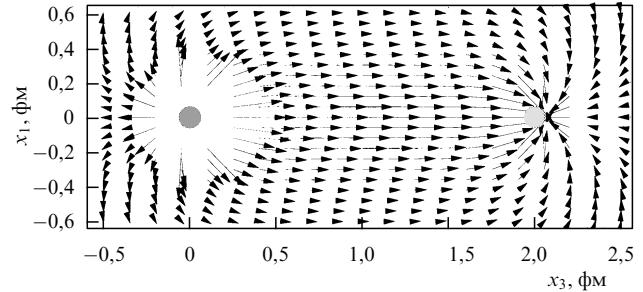


Рис. 8. Векторное распределение поля $\mathcal{D}(x_1, 0, x_3)$. Положения кварка и антикварка показаны точками.

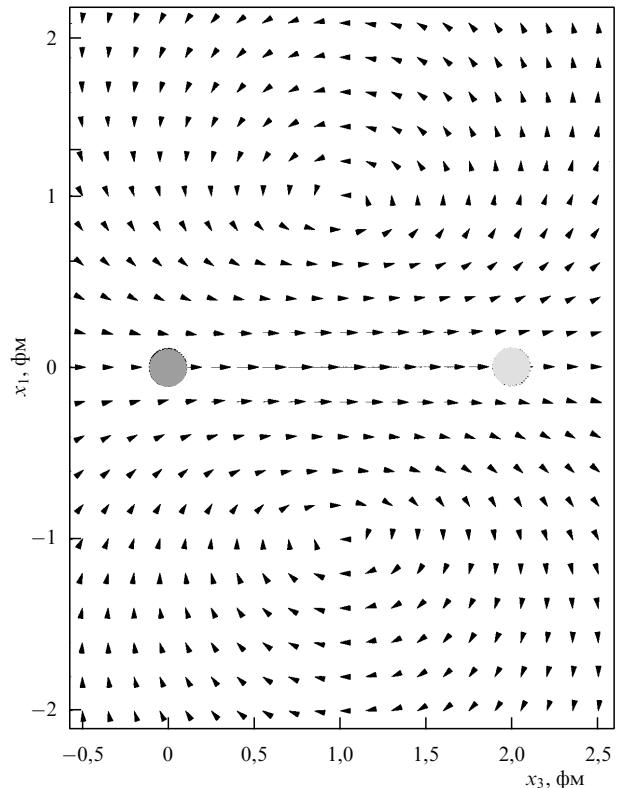


Рис. 9. Векторное распределение соленоидального поля $\mathcal{E}^D(x_1, 0, x_3) + \mathcal{P}(x_1, 0, x_3)$. Положения кварка и антикварка показаны кружками.

Здесь g_a обозначает оператор валентного глюона фоновой теории возмущений [99, 100]. При этом $G_\alpha^\beta(x)$ преобразуется однородно: $G_\alpha^\beta \rightarrow U_{\beta'}^{+\beta} G_{\alpha'}^{\beta'} U_{\alpha'}^{-\beta}$.

Калибровочно-инвариантные комбинации этих операторов можно составить с помощью симметричных ($\delta_{\alpha\beta}^\beta, \delta^{ab}, d^{abc}$) и антисимметричных ($e_{\alpha\beta\gamma}, f^{abc}$) тензоров:

$$B_Y(x, y, z, Y) = e_{\alpha\beta\gamma} q^\alpha(x, Y) q^\beta(y, Y) q^\gamma(z, Y), \quad (64)$$

$$G_Y^{(f)}(x, y, z, Y) = f^{abc} g_a(x, Y) g_b(y, Y) g_c(z, Y), \quad (65)$$

$$G_Y^{(d)}(x, y, z, Y) = d^{abc} g_a(x, Y) g_b(y, Y) g_c(z, Y), \quad (66)$$

$$G_\Delta(x, y, z) = G_\alpha^\beta(x) \Phi_\beta^\gamma(x, y) G_\gamma^\delta(y) \Phi_\delta^\rho(z, y) G_\rho^\sigma(z) \Phi_\sigma^\alpha(z, x). \quad (67)$$

Три первые волновые функции имеют структуру Y-типа со струнным узлом в точке Y , в которой цветовые индексы обесцвечиваются (анти)симметричным тензором, а последняя волновая функция имеет структуру

Δ -типа. Отметим, что волновая функция Δ -типа возможна только для глюболов, а для барионов составить комбинацию такого типа невозможно [98].

Функция Грина адрона имеет вид

$$\mathcal{G}_i(\bar{X}, X) = \langle \Psi_i^+(\bar{X}) \Psi_i(X) \rangle, \quad (68)$$

где $\Psi_i = G_\Delta, G_Y, B_Y$; $X = x, y, z$ в случае G_Δ и x, y, z, Y в остальных случаях. Для адронов со статическими источниками вакуумное среднее $\langle \dots \rangle$ приводит к произведению функций Грина кварков или валентных глюонов в удерживающих вакуумных глюонных полях, которые пропорциональны соответствующим фазовым фактограм:

$$\begin{aligned} \langle \bar{q}_\beta(\bar{x}) q^\alpha(x) \rangle &\propto \Phi_\beta^\alpha(\bar{x}, x), \\ \langle g_a(\bar{x}) g_b(x) \rangle &\propto \Phi_{ab}(\bar{x}, x). \end{aligned} \quad (69)$$

(Такие же соотношения справедливы и для релятивистских источников, если использовать представление Фока–Фейнмана–Швингера [9, 10, 101–103].) Поэтому функция Грина адрона, как уже отмечалось в разделе 2, пропорциональна калибровочно-инвариантной комбинации, которая называется петлей Вильсона этого адрона.

Петли Вильсона бариона и глюболов Y -типа имеют соответственно вид

$$\mathcal{W}_B = \frac{1}{6} \langle \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \epsilon^{\alpha'\beta'\gamma'} \Phi_\alpha^\beta(C_1) \Phi_\beta^\gamma(C_2) \Phi_\gamma^{\alpha'}(C_3) \rangle, \quad (70)$$

$$\mathcal{W}_G^{Y,f} = \frac{1}{24} \langle f^{abc} f^{a'b'c'} \Phi^{aa'}(C_1) \Phi^{bb'}(C_2) \Phi^{cc'}(C_3) \rangle, \quad (71)$$

$$\mathcal{W}_G^{Y,d} = \frac{3}{40} \langle d^{abc} d^{a'b'c'} \Phi^{aa'}(C_1) \Phi^{bb'}(C_2) \Phi^{cc'}(C_3) \rangle. \quad (72)$$

Траектории C_i , образованные источниками, показаны на рис. 10. Петля Вильсона глюболя Δ -типа записана в [87]. В фазе конфайнмента для нее можно использовать приближенное выражение в виде произведения трех мезонных петель Вильсона:

$$W_G^\Delta(X, \bar{X}) = W(\bar{x}, \bar{y}|x, y) W(\bar{y}, \bar{z}|y, z) W(\bar{z}, \bar{x}|z, x). \quad (73)$$

Соответствующие контуры показаны на рис. 11.

4.2. Статические потенциалы

Адронные статические потенциалы в двухточечном приближении метода вакуумных корреляторов [98, 104] вычисляются так же, как и мезонные. Для адронов Y -типа обозначим $\mathbf{n}^{(a)}$ направляющий вектор от струнного узла к кварку a и R_a расстояние от этого кварка до струнного узла. Тогда потенциал в барионе

$$V_B(R_1, R_2, R_3) = \left(\sum_{a=b} - \sum_{a < b} \right) n_i^{(a)} n_j^{(b)} \times \int_0^{R_a} \int_0^{R_b} dl dl' \int_0^\infty dz \mathcal{D}_{i4,j4}(z_{ab}), \quad (74)$$

где $z_{ab} = (l \mathbf{n}^{(a)} - l' \mathbf{n}^{(b)}, t)$.

Запишем потенциал (74) в виде

$$V_B = V^c + V^d + V^{nd}. \quad (75)$$

Здесь

$$V^c = -\frac{C_F \alpha_s}{2} \sum_{i < j} \frac{1}{r_{ij}} \quad (76)$$

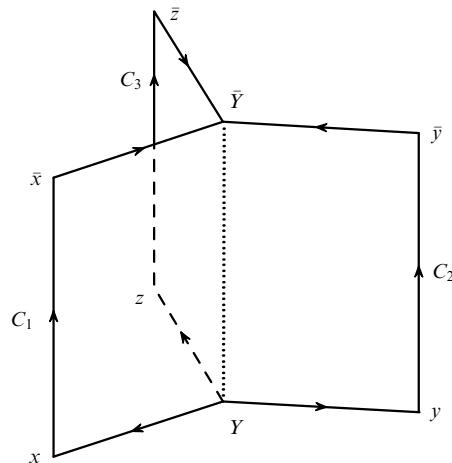


Рис. 10. Петля Вильсона Y -типа.

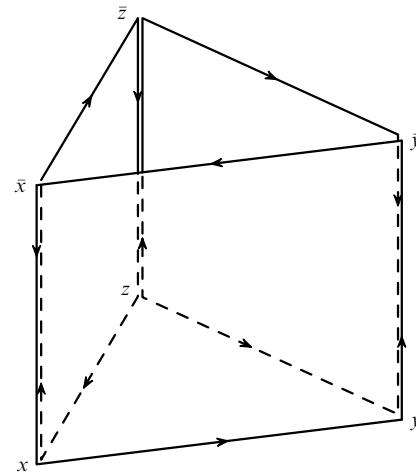


Рис. 11. Петля Вильсона Δ -типа.

— потенциал одноглюонного обмена, r_{ij} — расстояние между кварками i и j . Мы учитываем экранирование заряда, заменяя в (76) $C_F \alpha_s$ на заряд Q , определенный в (56). Члены V^d и V^{nd} в (75) обозначают диагональную и недиагональную части потенциала, происходящие от коррелятора D . (Член V^d определяется первой, а V^{nd} — второй суммой в (74).) Явные выражения V^d и V^{nd} для формфактора (36) можно найти в [104]. Отметим, что V^d является суммой кварк-антикварковых потенциалов V^D (9), (13):

$$V^d(R_1, R_2, R_3) = \sum_a V^D(R_a). \quad (77)$$

Характерной особенностью потенциала (74) является увеличение его наклона с расстоянием между источниками. На рисунке 12 показано поведение потенциала в барионе за вычетом цвето-кулоновской составляющей в сравнении с решеточными данными [105]. По оси абсцисс отложена полная длина струны в барионе $L = \sum_a R_a$. Пунктирной прямой показана касательная с наклоном σ . Из рисунка видно, что наклон потенциала становится заметно меньше σ при $L \lesssim 1$ фм. Этот эффект объясняется влиянием корреляционной длины удерживающих полей [104]. На рисунке 13 приведена зависимость барионного потенциала в равностороннем треугольнике от расстояния между кварками в сравнении с решеточ-

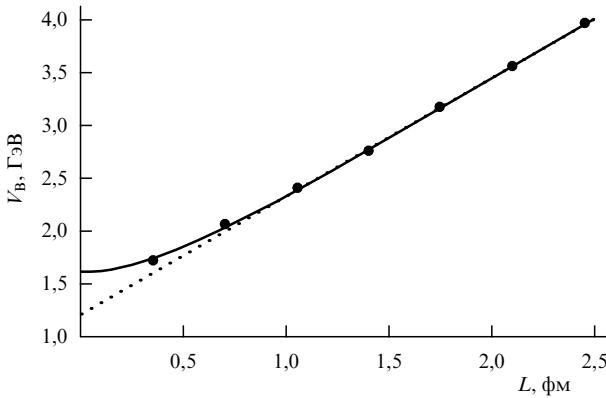


Рис. 12. Потенциал в барионе (74) за вычетом цвето-кулоновской составляющей (сплошная кривая) в сравнении с решеточными данными [105] (точки) в зависимости от полной длины струны бариона L . Натяжение струны $\sigma = 0,22 \text{ ГэВ}^2$. Согласно (57) ему соответствует $\lambda = 0,18 \text{ фм}$.

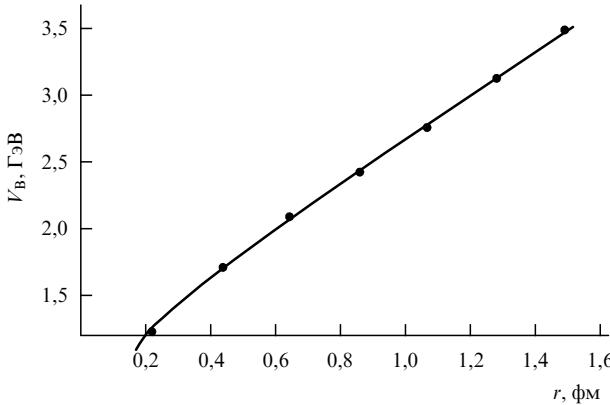


Рис. 13. Зависимость барионного потенциала в конфигурации равностороннего треугольника от расстояния между кварками r (сплошная кривая) в сравнении с решеточными данными [106] (точки). Натяжение струны $\sigma = 0,17 \text{ ГэВ}^2$ ($\lambda = 0,21 \text{ фм}$).

ными данными [106]. Отметим согласие аналитических и решеточных вычислений с точностью до нескольких десятков МэВ.

Для потенциала в Y-глюболове справедливо соотношение

$$\frac{V_G^Y}{V_B} = \frac{C_8}{C_3}, \quad (78)$$

где $C_3 = (N_c^2 - 1)/2N_c$ и $C_8 = N_c$ — квадратичные операторы Казимира в фундаментальном и присоединенном представлениях. Из (78) видно, что казимировский скейлинг выполняется для адронов со струной Y-типа.

Потенциал в Δ -глюболове в равностороннем треугольнике со стороной r имеет вид [98]

$$V_G^\Delta(r) = \frac{C_8}{C_3} V^c(r) + V^d(r) - 2V^{nd}(r). \quad (79)$$

Отметим, что потенциалы V^d и V^{nd} зависят не от расстояний между валентными глюонами и центром треугольника, а от расстояния между валентными глюонами и что член $-2V^{nd}$ соответствует взаимодействию трех эффективных кварк-антикварковых петель Вильсона. На рисунке 14 показано поведение потенциалов V_G^Y и V_G^Δ в равностороннем треугольнике в зависимости от расстоя-

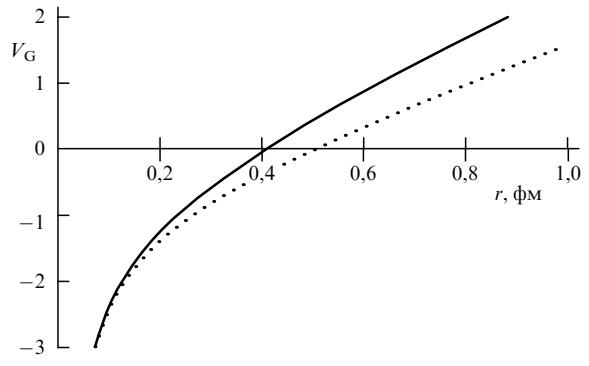


Рис. 14. Потенциалы трехглюонных глюболов V_G^Y (сплошная кривая) и V_G^Δ (пунктирная кривая) в равностороннем треугольнике в зависимости от расстояния между источниками r .

ния между источниками r . Потенциал V_G^Y лежит выше V_G^Δ как по причине положительного вклада V^{nd} , так и по причине большего наклона потенциала, определяемого членом V^d . При этом основной выигрыш в энергии происходит за счет взаимного притяжения эффективных кварк-антикварковых петель Вильсона в (79).

4.3. Распределения полей

Распределения эффективных полей в барионах и глюболовах посчитаны в [40]. Поле в барионе определялось как квадратичное среднее

$$(\mathcal{E}^{(B)})^2 = \frac{2}{3} ((\mathcal{E}_{(1)}^B)^2 + (\mathcal{E}_{(2)}^B)^2 + (\mathcal{E}_{(3)}^B)^2) \quad (80)$$

полей $\mathcal{E}_{(i)}^B$, вычисляемых при пробном плакете, присоединенном к траектории C_i :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{(1)}^B(\mathbf{x}, \mathbf{R}^{(1)}, \mathbf{R}^{(2)}, \mathbf{R}^{(3)}) &= \\ &= \mathcal{E}^M(\mathbf{x}, \mathbf{R}^{(1)}) - \frac{1}{2} \mathcal{E}^M(\mathbf{x}, \mathbf{R}^{(2)}) - \frac{1}{2} \mathcal{E}^M(\mathbf{x}, \mathbf{R}^{(3)}). \end{aligned} \quad (81)$$

Коэффициент $2/3$ в (80) выбран таким образом, что на каждый из夸арков действует поле величиной σ .

Согласно (80), (81) поле в барионе выражается через поля кварк-антикварковых пар, причем положения (эффективных) антикварков совпадают со струнным узлом. Распределение поля $\mathcal{E}^{(B)}$, в котором учтен только вклад коррелятора D , в плоскости кварков, образующих равносторонний треугольник, при расстояниях между кварками 1 и 3,5 фм показано на рис. 15 и 16 соответственно. На рисунке 16 видны три плато с насыщенным профилем и небольшое (на $1/16$) увеличение поля в точке струнного узла относительно поля на плато. На рисунке 17 показана поверхность, которую образует удерживающее поле величиной σ при расстояниях между кварками 1 фм. В области струнного узла видна небольшая выпуклость.

Поле в глюболове Δ -типа является суммой мезонных полей, источниками которых являются пары валентных глюонов [40]:

$$\mathcal{E}_\Delta^{(G)}(\mathbf{x}, \mathbf{r}^{(1)}, \mathbf{r}^{(2)}, \mathbf{r}^{(3)}) = \sum_{i=1}^3 \mathcal{E}^M(\mathbf{x} - \mathbf{r}^{(i)}, \mathbf{r}^{(i+1) \bmod 3} - \mathbf{r}^{(i)}), \quad (82)$$

где $\mathbf{r}^{(i)}$ обозначает положение i -го валентного глюона. На рисунке 18 показано распределение поля $|\mathcal{E}_\Delta^{(G)}(\mathbf{x})|$ в плоскости валентных глюонов, расстояние между кото-

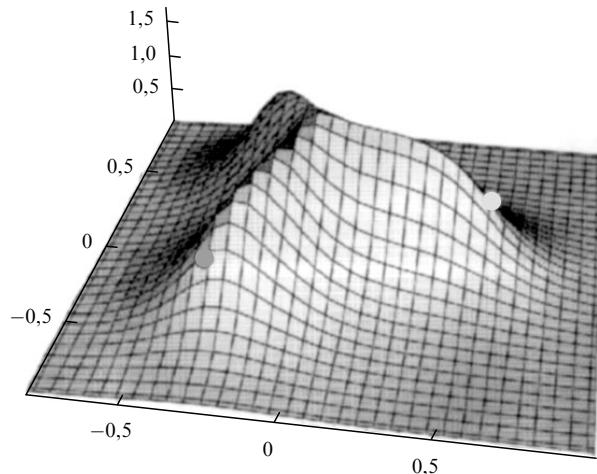


Рис. 15. Распределение поля $\mathcal{E}^{(B)}$ (80), (81) с учетом только вклада коррелятора D в плоскости кварков, образующих равносторонний треугольник со стороной 1 фм. Положения кварков показаны точками.

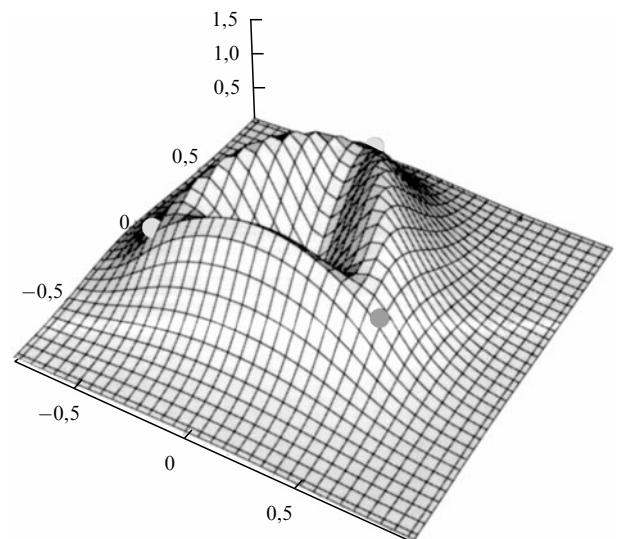


Рис. 18. Распределение поля $|\mathcal{E}_{\Delta}^{(G)}(x)|$ (82) треугольного глюболя в плоскости валентных глюонов, расстояние между которыми 1 фм. Положения валентных глюонов показаны точками.

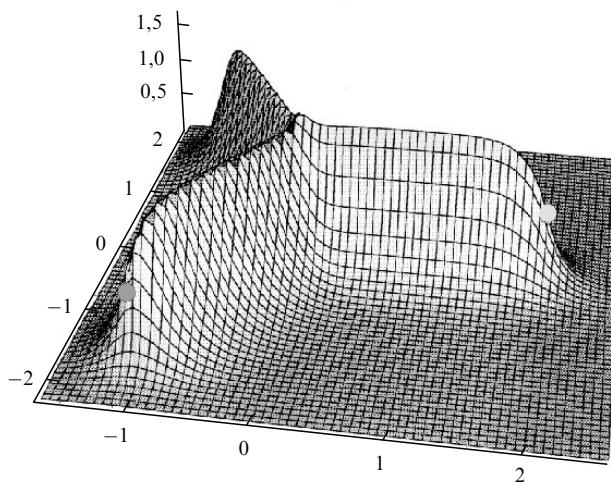


Рис. 16. Распределение поля $\mathcal{E}^{(B)}$ (80), (81) с учетом только вклада коррелятора D в плоскости кварков, образующих равносторонний треугольник со стороной 3,5 фм. Положения кварков показаны точками.

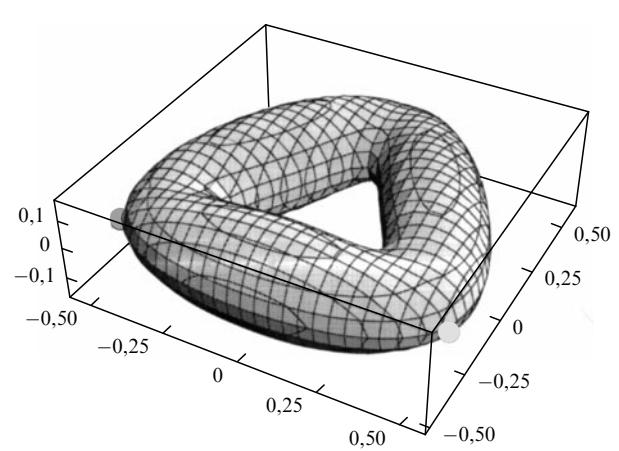


Рис. 19. Поверхность $|\mathcal{E}_{\Delta}^{(G)}(x)| = \sigma$ при расстоянии между валентными глюонами 1 фм. Положения валентных глюонов показаны точками.

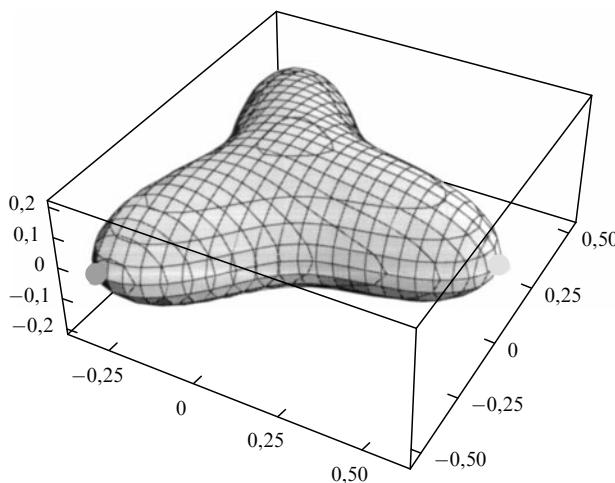


Рис. 17. Поверхность $|\mathcal{E}^{(B)}(x)| = \sigma$ при расстоянии между кварками 1 фм. Положения кварков показаны точками.

рыми 1 фм, а на рис. 19 — поверхность, определяемая условием $|\mathcal{E}_{\Delta}^{(G)}(x)| = \sigma$, для той же конфигурации валентных глюонов с расстоянием друг от друга 1 фм.

Заметим, что согласно (38) статический кварк-антикварковый потенциал можно вычислить как работу, совершающую при удалении его от антикварка на данное расстояние R . Аналогичное соотношение выполняется для поля и потенциала Δ -глюболя (79), (82). При этом недиагональная часть потенциала в Δ -глюбобле V^{nd} равна работе силы, действующей на данный (эффективный) кварк со стороны внешней струны, и связана с интерференцией (наложением) мезонных полей \mathcal{E}^M в окрестностях порядка λ вокруг валентных глюонов.

5. Заключение

В обзоре мы рассмотрели следующие вопросы: вакуумные поля в КХД, механизм конфайнмента, образование струны КХД и, наконец, распределение полей внутри адронов.

Во всех перечисленных случаях мы использовали корреляторы полей как универсальный калибровочно-инвариантный язык, с помощью которого можно описать все явления, с которыми приходится иметь дело в КХД. При описании вакуумных полей наиболее важным фактором оказывается гауссова доминантность: низший (гауссов) коррелятор доминирует на минимальной поверхности вильсоновской петли, и есть веские основания полагать, что суммарный вклад высших корреляторов не превышает нескольких процентов. Это явление, открытое на решетке [68], еще не полностью понято (см. в этой связи [11, 16]), хотя оно явно дает весьма определенную динамическую картину, по-видимому, несовместимую со старой физикой инстанционного газа, Z_2 -вихрей и т.п.

Таким образом, можно констатировать, что картина, в которой вакуум КХД максимально стохастичен, является очень хорошим приближением к реальной действительности. Напомним, что мерой когерентности служит доля вклада высших корреляторов; например, для инстанционного газа суммарный вклад высших (негауссовых) корреляторов доминирует. Более того, вакуумная корреляционная длина λ (т.е. фактор в показателе экспоненты, определяющей асимптотику гауссова коррелятора) для чистой глюодинамики без кварков сравнительно мала: $\lambda \approx 0,2$ фм. Это значение много меньше характерного адронного радиуса порядка 1 фм. Теоретически, малость λ связана с большим массовым сдвигом глюболов и глюлампов [12–14].

Обратимся теперь к механизму конфайнмента. С точки зрения полевых корреляторов конфайнмент возникает из-за появления специфического члена в гауссовом корреляторе $D(x^2)$, который в абелевом случае нарушает тождества Бианки и потому отсутствует в КЭД. Если же рассматривается U(1)-теория с присутствующими в вакууме магнитными монополями, функция $D(x^2)$ отлична от нуля и пропорциональна коррелятору монопольных токов. Следующий шаг состоит в том, чтобы найти источник $D(x^2)$ (т.е. источник конфайнмента) в неабелевой теории. Это было сделано в [7]: было показано, что производные от $D(x^2)$ связаны с тройным коррелятором $\langle EEB \rangle$.

Таким образом, задача установления механизма конфайнмента на языке полевых корреляторов сводится к нахождению $D(x^2)$ и тройного коррелятора и к определению условий их возникновения (исчезновения), например в КХД как функций температуры или барионной плотности. Решеточные вычисления подтвердили исчезновение $D(x^2)$ при температуре деконфайнмента T_c и тем самым всю картину конфайнмента в рамках обсуждаемого метода. Мы ожидаем, что при реализации следующего шага (вычислении корреляторов (включая $D(x^2)$) с помощью функций Грина глюлампов во всей области изменения x) — метод полевых корреляторов окажется самозамкнутым, а проблема механизма конфайнмента — принципиально и количественно решенной.

В то же время универсальный язык полевых корреляторов можно использовать для изучения картины распределения эффективных полей и токов, определяемых через петлю Вильсона. Это представление (см. раздел 3) позволяет описать, с одной стороны, дуальный эффект Мейсснера [18, 19], с другой стороны, оно соотносится с подходами эффективных лагранжианов Адлера и Пира [25] и моделей диэлектрического вакуума КХД (см. [27, 28] и последующие работы). Действительно, метод полевых корреляторов не только допускает приближенную качественную интерпретацию, но и дает

явные выражения для плотности магнитных токов и электрических зарядов. Являясь градиентом цвето-кулоновского потенциала одноглюонного обмена на малых расстояниях, эффективное поле собирается в трубку на характерных адронных масштабах и обеспечивает конфайнмент. При этом происходит экранирование константы сильной связи за счет поляризации вакуума неабелевыми глюонными взаимодействиями.

Наконец, подытожим содержание раздела 4 обзора, посвященного распределениям полей внутри адронов с тремя источниками. Здесь метод полевых корреляторов является единственным количественным аналитическим методом, и сопоставление его с численными (решеточными) расчетами весьма показательно. Отметим, что мы имеем дело всего с двумя параметрами: натяжением струны σ и корреляционной длиной λ , причем λ выражается через σ , а σ играет роль масштабного параметра, подобного Λ_{QCD} . Потенциал в барионе, вычисленный таким образом [98], находится в соответствии с расчетами на решетке и представляет собой независимое подтверждение, что струна в барионе имеет структуру Y-типа со струнным узлом.

Кроме того, метод полевых корреляторов объясняет малый наклон потенциала на адронных масштабах, известный в феноменологии барионов: изменение наклона потенциала вызвано влиянием корреляционной длины λ . В отличие от барионов трехглюонные глюболовы могут иметь структуру как Y-, так и Δ -типа [98]. Однако энергетически более выгодным является структура второго типа. В конце раздела 4 приведены распределения полей в барионах и глюболовах Δ -типа, которые дают наглядное представление о форме струны в этих адронах.

Подводя итоги скажем, что универсальный язык метода полевых корреляторов оказывается исключительно удобным во всех исследованных случаях. В частности, он позволяет сформулировать калибровочно-инвариантное описание вакуума КХД как некоторой среды, свойства которой обеспечивают конфайнмент.

Авторы благодарны Л.Б. Окуню за поддержку и интерес к работе, а также Н.О. Агасяну, Д.В. Антонову и М.И. Поликарпову за многочисленные дискуссии.

Работа поддержана грантом ИНТАС 00-110 и грантом ИНТАС 00-00366 (Д.К. и Ю.С.). В.Ш. благодарит организацию "Фундаментальное исследование материи" (FOM) и Голландский национальный научный фонд (NOW), Нидерланды, за финансовую поддержку.

Список литературы

- Славнов А А, Фаддеев Л Д *Введение в квантовую теорию калибровочных полей* (М.: Наука, 1978)
- Ynduráin F J *Quantum Chromodynamics: an Introduction to the Theory of Quarks and Gluons* (New York: Springer-Verlag, 1983)
- Shifman M A, Vainshtein A I, Zakharov V I *Nucl. Phys. B* **147** 385, 448 (1979)
- Симонов Ю А *УФН* **166** 337 (1996)
- Dosch H G *Phys. Lett. B* **190** 177 (1987)
- Dosch H G, Simonov Yu A *Phys. Lett. B* **205** 339 (1988)
- Simonov Yu A *Nucl. Phys. B* **307** 512 (1988)
- Di Giacomo A et al. *Phys. Rep.* **372** 319 (2002)
- Simonov Yu A, Tjon J A *Ann. Phys. (New York)* **228** 1 (1993)
- Simonov Yu A, Tjon J A *Ann. Phys. (New York)* **300** 54 (2002)
- Shevchenko V I, Simonov Yu A *Int. J. Mod. Phys. A* **18** 127 (2003)
- Foster M, Michael C (UKQCD Collab.) *Nucl. Phys. B: Proc. Suppl.* **63** 724 (1998)
- Foster M, Michael C (UKQCD Collab.) *Phys. Rev. D* **59** 094509 (1999)
- Simonov Yu A *Nucl. Phys. B* **592** 350 (2001)
- Simonov Yu A, hep-ph/9712250

16. Shevchenko V I *Phys. Lett. B* **550** 85 (2002)
17. Simonov Yu A, hep-ph/0211330
18. 't Hooft G, in *High Energy Physics: Proc. of the EPS Intern. Conf., Palermo, Italy, 23–28 June 1975* (Intern. Physics Series, 6, Ed. A Zichichi) (Bologna: Compositori, 1976)
19. Mandelstam S *Phys. Lett. B* **53** 476 (1975)
20. Di Giacomo A, hep-lat/0204032
21. Di Giacomo A *Nucl. Phys. A* **702** 73 (2002)
22. Suzuki T et al. *Nucl. Phys. B: Proc. Suppl.* **106–107** 631 (2002)
23. Chernodub M N et al., hep-lat/0103033
24. Bornyakov V G et al., hep-lat/0210047
25. Adler S L, Piran T *Phys. Lett. B* **113** 405 (1982)
26. Adler S L, Piran T *Rev. Mod. Phys.* **56** 1 (1984)
27. Friedberg R, Lee T D *Phys. Rev. D* **15** 1694 (1977)
28. Friedberg R, Lee T D *Phys. Rev. D* **16** 1096 (1977)
29. Agasyan N O, Voskresensky D N *Phys. Lett. B* **127** 448 (1983)
30. Мигдал А Б, Агасян Н О, Хохлачев С Б *Письма в ЖЭТФ* **41** 405 (1985)
31. Schuh A, Pirner H-J, Wilets L *Phys. Lett. B* **174** 10 (1986)
32. Pirner H-J *Prog. Part. Nucl. Phys.* **29** 33 (1992)
33. Traxler C T, Mosel U, Biró T S *Phys. Rev. C* **59** 1620 (1999)
34. Martens G et al., hep-ph/0303017
35. Макеенко Ю М, Мигдал А А *ЯФ* **32** 838 (1980)
36. Поляков А М *Калибровочные поля и струны* (М.: ИТФ им. Л.Д. Ландау, 1995)
37. Del Debbio L, Di Giacomo A, Simonov Yu A *Phys. Lett. B* **332** 111 (1994)
38. Kuzmenko D S, Simonov Yu A *Phys. Lett. B* **494** 81 (2000)
39. Kuzmenko D S, Simonov Yu A *ЯФ* **64** 110 (2001)
40. Kuzmenko D S, Simonov Yu A, in *NPD-2002 Conf., ITEP, Moscow, Dec. 2–6, 2002*; hep-ph/0302071
41. Ichie H et al., ITEP-LAT/2002-24; KANAZAWA 02-33; hep-lat/0212024
42. Борняков В Г и др. УФН **174** 19 (2004)
43. Bali G *Phys. Rep.* **343** 1 (2001)
44. 't Hooft G *Nucl. Phys. B* **72** 461 (1974)
45. Wegner F *J. Math. Phys.* **12** 2259 (1971)
46. Wilson K G *Phys. Rev. D* **10** 2445 (1974)
47. Volterra V, Hostinský B *Opérations Infinitésimales Linéaires: Applications aux Équations Différentielles et Fonctionnelles* (Paris: Gauthiers-Villars, 1938)
48. Halpern M B *Phys. Rev. D* **19** 517 (1979)
49. Bralic N E *Phys. Rev. D* **22** 3090 (1980)
50. Арефьевая И Я *ТМФ* **43** 111 (1980)
51. Симонов Ю А *ЯФ* **50** 213 (1989)
52. Hirayama M, Ueno M *Prog. Theor. Phys.* **103** 151 (2000)
53. Van Kampen N G *Phys. Rep.* **24** 171 (1976)
54. Van Kampen N G *Physica* **74** 239 (1974)
55. Simonov Yu A, in "QCD: Perturbative or Nonperturbative?": Proc. of the XVII Autumn School, Lisbon, Portugal, 24 Sept.–4 Oct. 1999 (Eds L S Ferreira, P Nogueira, J I Silva-Marcos) (Singapore: World Scientific, 2000); hep-ph/9911237
56. Eidemüller M, Jamin M *Phys. Lett. B* **416** 415 (1998)
57. Shevchenko V I, hep-ph/9802274
58. Shevchenko V I, Simonov Yu A *Phys. Lett. B* **437** 131 (1998)
59. Mandelstam S *Phys. Rev.* **175** 1580 (1968)
60. Simonov Yu A *Phys. Lett. B* **464** 265 (1999)
61. Antonov D V *ЯФ* **60** 553 (1997)
62. Campostrini M, Di Giacomo A, Mussardo G *Z. Phys. C: Part. Fields* **25** 173 (1984)
63. Campostrini M, Di Giacomo A, Olejnik S *Z. Phys. C: Part. Fields* **34** 577 (1986)
64. Campostrini M et al. *Phys. Lett. B* **225** 403 (1989)
65. Di Giacomo A, Panagopoulos H *Phys. Lett. B* **285** 133 (1992)
66. Di Giacomo A, Meggiolaro E, Panagopoulos H *Nucl. Phys. B* **483** 371 (1997)
67. Shevchenko V, Simonov Yu *Phys. Rev. D* **65** 074029 (2002)
68. Bali G S *Nucl. Phys. B: Proc. Suppl.* **83** 422 (2000)
69. Bali G S *Phys. Rev. D* **62** 114503 (2000)
70. Deldar S *Phys. Rev. D* **62** 034509 (2000)
71. Deldar S *Nucl. Phys. B: Proc. Suppl.* **73** 587 (1999)
72. Del Debbio L et al. *Phys. Rev. D* **65** 021501 (2002)
73. Del Debbio L et al. *JHEP* **0201** 009 (2002)
74. Lucini B, Teper M *Phys. Lett. B* **501** 128 (2001)
75. Lucini B, Teper M *Phys. Rev. D* **64** 105019 (2001)
76. Ambjørn J, Olesen P, Peterson C *Nucl. Phys. B* **240** 189, 533 (1984)
77. Simonov Yu A *Письма в ЖЭТФ* **71** 187 (2000)
78. Shevchenko V, Simonov Yu *Phys. Rev. Lett.* **85** 1811 (2000)
79. Trottier H D *Phys. Lett. B* **357** 193 (1995)
80. Lee K *Phys. Rev. D* **48** 2493 (1993)
81. Antonov D V *Surv. High Energ. Phys.* **14** 265 (2000)
82. Antonov D *JHEP* **0007** 055 (2000)
83. Nachtmann O, in *Workshop on Nuclear Chromodynamics — Quarks and Gluons in Particles and Nuclei, Santa Barbara, Calif., USA, 12–23 Aug. 1985* (Eds S Brodsky, E Moniz) (Singapore: World Scientific, 1986) p. 183
84. Simonov Yu A, in *Proc. of the 3rd Intern. Sakharov Conf. on Physics, Moscow, June 24–29, 2002* (Ed. A Semikhato) (Moscow, 2003)
85. Simonov Yu A, Molodtsov S V *Письма в ЖЭТФ* **60** 230 (1994)
86. Кузьменко Д С *ЯФ* (в печати)
87. Simonov Yu A, hep-ph/0011114
88. Simonov Yu A, hep-ph/9911237
89. Shevchenko V I, ITEP-PH-1-98
90. Абрекосов А А *ЯФ* **32** 1442 (1957)
91. Nielsen H B, Olesen P *Nucl. Phys. B* **61** 45 (1973)
92. Nambu Y *Phys. Rev. D* **10** 4262 (1974)
93. Лифшиц Е М, Питаевский Л П *Статистическая физика* Ч. 2 (М.: Физматлит, 2000)
94. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1982)
95. Badalian A M, Kuzmenko D S *Phys. Rev. D* **65** 016004 (2002)
96. Badalian A M, Kuzmenko D S, in *NPD-2002 Conf., Moscow, ITEP, Dec. 2–6, 2002*; hep-ph/0302072
97. Bali G S, Schlichter C, Schilling K *Prog. Theor. Phys. Suppl.* (131) 645 (1998)
98. Kuzmenko D S, Simonov Yu A *ЯФ* **66** 983 (2003); hep-ph/0202277
99. Simonov Yu A, in *Perturbative and Nonperturbative Aspects of Quantum Field Theory* (Lecture Notes in Physics, Vol. 479, Eds H Latal, W Schweiger) (Berlin: Springer, 1997) p. 139
100. Simonov Yu A *ЯФ* **58** 113 (1995)
101. Feynman R P *Phys. Rev.* **80** 440 (1950); **84** 108 (1951)
102. Фок В А *Изв. АН СССР. Отд. матем. и естеств. наук* 557 (1937)
103. Schwinger J *Phys. Rev.* **82** 664 (1951)
104. Kuzmenko D S *ЯФ* (в печати); hep-ph/0204250
105. Takahashi T T et al. *Phys. Rev. D* **65** 114509 (2002)
106. Alexandrou C, de Forcrand Ph, Jahn O, hep-lat/0209062

Vacuum, confinement, and QCD strings in the vacuum correlator method

D.S. Kuz'menko, Yu.A. Simonov

Institute of Theoretical and Experimental Physics,
B. Cheremushkinskaya ul. 25, 117218 Moscow, Russian Federation
Tel. (7-095) 129-94 15. Fax (7-095) 127-08 33
E-mail: kuzmenko@heron.itep.ru, simonov@heron.itep.ru

V.I. Shevchenko

Institute of Theoretical and Experimental Physics,
B. Cheremushkinskaya ul. 25, 117218 Moscow, Russian Federation
Tel. (7-095) 129-94 15. Fax (7-095) 127-08 33. E-mail: shevchen@heron.itep.ru
Institute of Theoretical Physics, Utrecht University,
Leuvenlaan 4, 3584 CE Utrecht, Netherlands
E-mail: V.Shevchenko@phys.uu.nl

QCD vacuum properties and the structure of color fields in hadrons are reviewed using the complete set of gauge-invariant gluon field correlators. QCD confinement is produced by correlators with a certain Lorentz structure, which violate the abelian Bianchi identities and are therefore absent in QED. These correlators are used to define an effective colorless field satisfying the Maxwell equations with a nonzero effective magnetic current. It is shown, in effective field-correlators terms, that quarks are confined due to effective circular magnetic currents that squeeze gluonic fields into a string in accordance with the 'dual Meissner effect'. Distributions of effective gluonic fields in mesons, baryons and glueballs with static sources are plotted.

PACS numbers: 11.15.-q, 12.38.Aw, 12.38.Lg

Bibliography — 106 references

Received 14 November 2002, revised 20 June 2003