

из истории физики

Дирак в физике XX века

(к 100-летию со дня рождения)

В.И. Санюк, А.Д. Суханов

Дана современная трактовка творческого наследия Дирака, его роли в становлении и развитии квантовой физики, а также в формировании физической картины мира. Значительное внимание уделено фундаментальным идеям "позднего" Дирака (1948–1984 гг.), получившим развитие в исследованиях наших дней.

PACS numbers: 01.65.+g, 03.65.-w, 11.10-z

Содержание

1. Введение (965).
2. Штрихи к портретам: Дирак и Эйнштейн (966).
3. Основатели квантовой механики: Гейзенберг – Дирак – Шредингер (968).
4. Роль Дирака в создании квантовой теории поля и теории элементарных частиц (970).
 - 4.1. Дирак как основоположник квантовой теории поля.
 - 4.2. Уравнение Дирака и основы теории элементарных частиц.
5. Фундаментальные идеи "позднего" Дирака (975).
 - 5.1. Классическая гамильтонова динамика со связями — механика Дирака — и квантование калибровочных полей.
 - 5.2. Монополь Дирака и топологические идеи в физике.
 - 5.3. Идеи Дирака в области гравитации и космологии.
 - 5.4. Работы Дирака по математической физике.
6. Дирак и современная физическая картина мира (979).
7. Приложения (981).
 - 7.1. Проективная геометрия: элементарные понятия.
 - 7.2. "Квантовый словарь" Дирака.

Список литературы (983).

1. Введение

В августе 2002 г. научное сообщество отметило столетие со дня рождения П. А. М. Дирака — одного из наиболее оригинальных мыслителей в физике XX века, об особенностях творчества которого и его влиянии на развитие современного естествознания и пойдет речь в данной статье.

Как подчеркивал, вспоминая Дирака, лауреат Нобелевской премии А. Салам (см. [1], с. 84), "Поль Адриен Морис Дирак — без сомнения, один из величайших физиков этого, да и любого другого столетия. В течение

В.И. Санюк, А.Д. Суханов. Российский университет дружбы народов, 117198 Москва, ул. Миклухо-Маклая 6, Российская Федерация
Тел. (095) 955-08-38, 952-35-83
E-mail: vsanyuk@sci.pfu.edu.ru; ogol@oldi.ru

Статья поступила 2 июля 2002 г.,
после доработки 30 июня 2003 г.

трех решающих лет — 1925, 1926 и 1927 — своими тремя работами он заложил основы, во-первых, квантовой физики в целом, во-вторых, квантовой теории поля и, в-третьих, теории элементарных частиц... Ни один человек, за исключением Эйнштейна, не оказал столь определяющего влияния за столь короткий период на развитие физики в этом столетии".

Оценка сравнительной роли личностей и отдельных достижений в истории духовной культуры человечества, тем более на протяжении веков и тысячелетий (как это сделано в высказывании Салама) — задача архисложная. Даже ограничившись только рамками физики, нельзя не отметить, что принято в равной мере восхищаться утонченными эффектами экспериментаторов — авторов, так называемых "experimentum crucis", и гениальными прозрениями теоретиков — авторов фундаментальных теорий, "наводящих порядок" в понимании целого класса природных явлений. По каким критериям оценивать столь разноплановые достижения — отдельный вопрос.

Можно, конечно, скрупулезно подсчитать количество ссылок на работы того или иного ученого в публикациях других авторов и вычислить так называемый индекс цитируемости. Этот достаточно формальный метод проще всего реализовать — нет надобности в анализе содержания работ и их реальной ценности, а вместо дорогостоящих аналитиков можно ограничиться услугами статистиков. Можно провести опрос среди специалистов и экспертов, работающих в данной и смежных отраслях знаний, что и используется в той или иной форме при выделении грантов, присуждении премий и т.п. В лучшем случае такие методы позволяют определить круг наиболее известных или наиболее часто цитируемых ученых, но не более того.

Есть и более объективный критерий оценки достижений, правда, применимый лишь к признанным классикам науки: судить о вкладе ученого по числу "именных" результатов — принципов, эффектов, явлений, формул, уравнений, носящих его имя. Если применить этот критерий, то к числу безусловных лидеров в физике XX века следует отнести Дирака: уравнение Дирака, теория преобразований Дирака, поле Дирака, матрицы Дирака, дельта-функция Дирака, скобки Дирака, теория дырок



P. A. M. Dirac

Дирака, представление взаимодействия Дирака, правило квантования Дирака, монополь Дирака, статистика Ферми–Дирака, сопряжение Дирака, пропагатор Дирака, механика Дирака — вот далеко не полный перечень названий и терминов, прочно вошедших в современные учебники и монографии.

Забегая несколько вперед, можно сказать, что в целом квантовая физика "изъясняется" на языке, основу которого составляют введенные Дираком слова и понятия, такие как наблюдаемая, состояние, коммутационные соотношения, "аш перечеркнутое" (сербская буква \hbar), "бра-" и "кет-векторы", с- и q-числа для обозначения классических (от classical) и квантовых (от quantum) величин, соответственно. Скобочные обозначения для матричных элементов, операторы рождения и уничтожения частиц, и даже функциональный интеграл унаследованы современной физикой также от Дирака. (Некоторые подробности "квантового словотворчества" Дирака приведены в приложении 7.2.)

Возвращаясь к упомянутым ранее критериям, отметим, что даже высший из указанных масштабов "узковат" для оценки творчества ученых, прославившихся не просто отдельными ключевыми идеями или достижениями. Речь идет о личностях, фактически изменивших наши представления об основных принципах построения окружающего мира. По общему признанию, к числу творцов такого ранга принадлежат Ньютон, заложивший основы классической физической картины мира (ФКМ), и Эйнштейн, блестяще завершивший ее создание и проложивший дорогу к неклассической ФКМ.

Согласно приведенному выше мнению Салама, разделяемому и другими известными учеными (см., например, [1–6]), к личностям именно такого масштаба следует отнести и Дирака.

В подтверждение данного мнения, которое нельзя отнести к числу общепринятых, ниже приводятся аргументы и факты, свидетельствующие об основополагающей роли Дирака в формировании современной ФКМ. По этой причине мы не будем перечислять известные биографические данные юбиляра, которые неоднократно публиковались (в том числе и на страницах УФН [7]) и, при желании, могут быть найдены в сборниках [1–4, 8], а также в автобиографических статьях самого Дирака [9]. Для начала воспользуемся древней истиной, что "все познается в сравнении" и в следующем разделе несколько разовьем приведенное выше суждение Салама, поставившего Дирака в один ряд с Эйнштейном. Это сопоставление тем более поучительно, что в судьбах и особенностях творчества этих двух физиков можно усмотреть много общего.

2. Штрихи к портретам: Дирак и Эйнштейн

Дирака и Эйнштейна роднит, прежде всего, углубленная и в высшей степени самобытная работа мысли. Ни у того, ни у другого, по существу, не было ни научных наставников, ни многочисленных учеников, им редко требовались ссылки на чужие работы, а статьи, написанные каждым из них в соавторстве, можно пересчитать по пальцам. Глубочайшие идеи разрабатывались ими практически в полном единении: либо за кромкой патентоведа (Эйнштейн), либо во время пеших прогулок по окрестностям (Дирак). Уединенность и обособленность (в мышлении, в творчестве, в повседневной жизни) — самая характерная черта, присущая и Дираку, и Эйнштейну вплоть до самых последних лет¹.

Другой характерной особенностью стиля научного творчества Дирака и Эйнштейна является простота, возведенная в принцип и не имеющая ничего общего с элементарностью. "Удовлетворительная теория", — отмечал Дирак на последней странице 3-го издания (1947 г.) своих "Принципов квантовой механики" [10], — должна допускать простое решение любой простой физической проблемы". Ему как бы вторит Эйнштейн в "Творческой автобиографии" [11]: "Выдающееся эвристическое значение общего принципа относительности состоит в том, что он приводит нас к отысканию тех систем уравнений, которые будучи общековариантными, являются в то же время наиболее простыми...". В их работах отсутствуют многостраничные выкладки и "нудные" доказательства, а полученные ими результаты и формулы отвечают высшим стандартам "математической красоты". Удивительное изящество и виртуозная легкость, с какой в трудах Дирака и Эйнштейна возникли логически стройные теории, сопоставимы, пожалуй, только с моцартовым стилем в музыке или с графикой Пикассо и Дали.

Вполне естественно было бы заподозрить, что за всем этим скрывается какая-то тайна... И это оказалось

¹ Заметим, что все здесь перечисленное в равной мере относится и к Ньютону. Однако сопоставительный анализ жизни и деятельности всех трех величайших физиков вывел бы нас далеко за рамки данной статьи.

действительно так! Каждый из них использовал собственное "ноу-хау", которое до поры было "скрыто от непосвященных". Своебразной "волшебной палочкой" Эйнштейна было то предпочтение, которое он отдавал "теории принципа", а воплощением ее служила для него термодинамика. На 70-м году жизни в упомянутой выше "Творческой автобиографии" Эйнштейн писал, что "... вскоре после 1900 года, т.е. вскоре после основополагающей работы Планка, мне стало ясно, что ни механика, ни термодинамика не могут претендовать на полную точность... Постепенно я стал отчаиваться в возможности докопаться до истинных законов путем конструктивных обобщений известных фактов. Чем дольше и отчаяннее я старался, тем больше я приходил к заключению, что только открытие общего формального принципа может привести нас к надежным результатам. Образцом представлялась мне термодинамика. Там общий принцип был дан в предложении: законы природы таковы, что построить *регретиум mobile* (первого и второго рода) невозможно..." Подробный анализ роли термодинамических "начал" в мышлении Эйнштейна можно найти в статье М. Клейна "Термодинамика в мышлении Эйнштейна" [12] (см. также [13]), где показано, что даже при построении теорий, внешне весьма далеких от термодинамики, Эйнштейн явно или косвенно руководствовался термодинамическим взглядом на мир.

Была своя "тайна" и у Дирака, возникшая при следующих обстоятельствах. После получения степени бакалавра в Бристольском университете в 1921 г. юный Поль сделал попытку продолжить учебу в Кембриджском университете, но ему, недавнему эмигранту, было отказано в стипендии и он вернулся в Бристоль, где получил разрешение слушать лекции на математическом факультете неофициально, без оплаты за обучение. Но, как говорится, нет худа без добра. Наибольшее впечатление этого периода — лекции математика П. Фрезера, который сумел привить своим ученикам понимание красоты математических построений и, одновременно, потребность в строгости математических рассуждений. Математическая красота физических законов, не без влияния Фрезера, стала для Дирака интуитивным мерилом правильности физических теорий.

Фрезер и познакомил Дирака с проективной геометрией. "Она произвела на меня сильнейшее впечатление своим математическим изяществом, — писал позднее Дирак. — Мне кажется, что в большинстве своем физики очень мало знают о проективной геометрии, и я бы сказал, что это пробел в их образовании. Проективная геометрия всегда работает с плоским пространством, но она представляет собой мощнейший инструмент для его изучения и вооружает нас методами, например методом однозначных соответствий, которые, как по волшебству, выдают результаты... В своей работе я всегда прибегал к соображениям проективной геометрии... Проективная геометрия представляла собой необыкновенно полезный аппарат для исследований, но я ничего не писал о ней. Мне кажется, что я никогда даже не упомянул о ней в статьях (хотя не совсем в этом уверен)², ибо понимал, что большинство физиков плохо ее знает. Получив

какой-нибудь результат, я переводил его на аналитический язык и превращал свои аргументы в уравнения. Такое доказательство мог понять любой физик..." (см. [9], с. 12). В данном случае история повторяется (правда, с точностью до наоборот). В XVII веке Ньютона, получив большинство своих результатов с помощью недавно развитых им же методов анализа, переводил их на язык геометрии, на котором и написаны его знаменитые "Начала", с той же целью: чтобы изложение было понятно большинству физиков того времени.

Будучи аспирантом в Кембридже, Дирак регулярно посещает чаепития в доме профессора Г. Бейкера (студентом которого был в свое время Фрезер), каждое из которых заканчивалось некоторым сообщением о результатах, полученных методами проективной геометрии. После одного из таких чаепитий с сообщением о новом методе решения проективных задач отважился выступить и новичок — Поль Дирак. Так им была прочитана первая в жизни лекция [17]. На языке проективной геометрии легко и просто решались задачи специальной теории относительности, которыми Дирак увлекался в самом начале своей научной карьеры, опубликовав полученные результаты во второй из списка публикаций статье [18]³.

Из проективной геометрии Дирак перенял не только идею спиноров (однородных координат для изотропных линий), но и перенес в квантовую механику принцип двойственности Понселе, введя не только векторы состояния, но и дуальные к ним со-векторы. Примечательно, что несмотря на то что Дирак приоткрыл свою "тайну", позволившую ему получить выдающиеся результаты, физическое сообщество практически не прореагировало на эти сообщения. Во всяком случае ни проективная геометрия, ни геометрия Лобачевского так и не вошли в обязательные математические курсы физических факультетов, да и работ, "реставрирующих" оригинальный ход рассуждений Дирака на языке проективной геометрии, в печати не обнаруживается. По этой причине в приложении 7.1 к данной статье помещено краткое изложение простейших идей проективной геометрии.

Близость жизненных и творческих стилей Дирака и Эйнштейна была, по-видимому, отнюдь не случайной. Можно отметить определенное их одиночество в детстве в своих семьях, а также гнетущее ощущение себя вечными эмигрантами в обществе, сопровождавшее их на протяжении всей жизни, где бы и в каком бы качестве они ни находились. Нельзя не заметить и цепочку удивительных совпадений: оба получили лишь техническое базовое образование, оба не смогли устроиться на работу по специальности после окончания вуза, в первые годы никто не поддерживал их в научных искаханиях. Они вынужденно проживали, занимаясь самообразованием, в небольших городках далеко от научных центров. Несомненно, что все эти обстоятельства несколько задержали появление их первых научных публикаций. Вместе с тем, они же, возможно, способствовали тому, что последующие (всего через 1,5 года!) работы молодых исследователей сразу попали в разряд уникальных.

² Сомнения Дирака вполне оправданы. Он не только упоминал, но и непосредственно пользовался методами проективной геометрии в явном виде, в частности, в статьях математического характера [14–16].

³ О связи геометрии пространства специальной теории относительности и "воображаемой геометрии" Лобачевского (в свою очередь, тесно связанной с проективной геометрией) написано достаточно много и, в частности, на популярном уровне в книге [19].

Действительно, и Эйнштейн, и Дирак в равной мере продемонстрировали необычайно яркую вспышку интеллекта, олицетворявшую самобытный и многогранный расцвет в достаточно раннем возрасте⁴. Сформулированные в их ранних работах идеи оказали быстрое и порой решающее воздействие на современников, стали основой принципиально новых физических теорий. В очень раннем возрасте они были избраны, соответственно, в Прусскую академию наук и Лондонское Королевское общество, а уже в тридцатилетнем возрасте вошли в мировую научную элиту в качестве основных докладчиков на первом (Эйнштейн, 1911 г.) и на седьмом (Дирак, 1933 г.) Сольвеевских конгрессах. Разумеется, они оба были лауреатами Нобелевской премии (причем Дирак, наряду с В. Гейзенбергом, стал им чрезвычайно рано — в 31 год). Но даже среди Нобелевских лауреатов Эйнштейн и Дирак явно выделяются масштабом своих достижений.

При таких успехах было от чего вскружиться головам, однако этого не произошло. То огромное уважение, которое Эйнштейн и Дирак снискали у своих современников и потомков, основано не только на преклонении перед их научной гениальностью. Обоих великих физиков отличали высокие человеческие качества, среди которых особенно следует отметить скромность. Она, конечно, проявлялась и в повседневной жизни, и в отношениях с людьми. Что же касается науки, то для них было характерно полное отсутствие подчеркивания своей роли, более того, иногда даже публичная недооценка своих результатов⁵: никакой борьбы за приоритет, всемерное уважение вкладов в науку своих предшественников и современников. Достаточно сослаться хотя бы на то, как Дирак на протяжении всей жизни воздавал должное исходной идее Гейзенberга.

Наконец, нельзя не отметить еще одну особенность, сближающую научные судьбы Дирака и Эйнштейна. Довольно рано став классиками естествознания, оба пережили в последующем длительные периоды идейного одиночества и даже забвения. Наиболее активная часть физического сообщества довольно рано "списала их со счетов", рассматривая как неких ретроградов. Многие их идеи, высказанные в течение последних нескольких десятилетий жизни, были недооценены современниками и не востребованы в полной мере до сих пор. Отметим, что первые фундаментальные собрания трудов этих выдающихся физиков были предприняты отнюдь не академическими издательствами Германии, Великобритании или США. Первое в мировой литературе 4-томное собрание трудов Эйнштейна было издано в СССР в 1965–1967 гг., а полное собрание научных работ Дирака также впервые осуществлено в России в наше время [20].

По-видимому, особенности человеческого сознания таковы, что для понимания подлинного вклада той или

иной личности требуется значительная историческая дистанция. (Достаточно только задуматься над тем, какое место в физике занимал, например Ньютона, в глазах научной общественности середины XVIII века.) Поэтому нет ничего удивительного в том, что признание истинной роли Дирака в физике происходит постепенно. Будем надеяться, что данная статья позволит, в частности, убедить читателя в том, что Дирак не только стал одним из достойнейших преемников Ньютона по люкасовской кафедре в Кембридже, но и продолжил начатое им дело по созданию адекватной физической картины мира.

3. Основатели квантовой механики: Гейзенберг — Дирак — Шрёдингер

Создание квантовой механики — одно из величайших событий в истории цивилизации. Поэтому выявить подлинный вклад в общее дело каждого героя этой эпохи — важнейшая задача не только для историков науки. Разумеется, здесь речь не идет о вопросах приоритета, тем более, что такой человек, как Дирак, не придавал им никакого значения.

Как известно, квантовая механика была плодом творчества, в основном, очень молодых физиков, в связи с чем была заслуженно названа В. Паули "Knabenphysik" — "физикой мальчишек". (И действительно, сам Паули родился в 1900 г., Гейзенберг — в 1901 г., Дирак и П. Йордан — в 1902 г.) Поэтому не лишено смысла сравнить условия, в которых происходило обучение и научное становление этих талантливых юношей. Нельзя не отметить, что одно дело — взросльть в непрерывном общении с признанными мэтрами: А. Зоммерфельдом (Мюнхен), М. Борном (Геттинген), Н. Бором (Копенгаген) и П. Эренфестом (Лейден), что реально имело место в научных судьбах Паули, Гейзенберга и Йордана, и совсем другое дело — быть, как Дирак, аспирантом (точнее — research student) знаменитой Кавендишской лаборатории в Кембридже, где, однако, не было ни одного известного теоретика, занимавшегося непосредственно проблемами атомной физики⁶.

Бесспорно, что первая идея, инициировавшая создание "новой" квантовой механики, была высказана летом 1925 г. Гейзенбергом [21]. Однако обнаружившаяся в матричной механике Гейзенberга некоммутативность динамических переменных удручила, в первую очередь, самого автора, который считал это существенным пороком своей теории. На тех же позициях первоначально стояли Борн и Йордан, включившиеся вместе с Гейзенбергом в ее разработку. По совету Р. Фаулера этой же работой в сентябре 1925 г. занялся и Дирак, который со свойственной ему смелостью мысли и знанием гамильтоновой динамики стал рассматривать некоммутативность канонически сопряженных переменных как основной вклад Гейзенберга в построение квантовой динамики. Ознакомившись с корректурой первой статьи Гейзенберга, он самостоятельно к 07.11.1925 г. подготовил основополагающую статью "Фундаментальные уравнения квантовой механики" [22], увидевшую свет 01.12.1925 г.

⁴ Подобные примеры нередки в математике, например, Э. Галуа, Н.Х. Абелль, Н.Н. Боголюбов, в музыке — В. Моцарт, в теоретической физике можно указать И. Ньютона, Дж.К. Максвелла, Л.Д. Ландау, Я.Б. Зельдовича, Р. Фейнмана.

⁵ Когда Салам спросил Дирака о том, что он считает своим наиболее важным вкладом в физику, то ответ его потряс — скобка Пуассона. "Однако, с характерной для него скромностью, после некоторой паузы он добавил, что в течение долгого времени его не покидало чувство удовлетворения, пока он не нашел в сноске одной из работ Гамильтона примечания, сделанного еще в прошлом веке" (см. [1], с. 84).

⁶ Первая поездка Дирака "на континент" состоялась в сентябре 1926 г., когда его главные результаты в квантовой механике были уже получены и опубликованы в семи важнейших статьях.

Заметим, что именно в этой работе впервые была придана современная форма уравнениям Гейзенберга:

$$\frac{d\hat{x}}{dt} = [\hat{x}, \hat{H}],$$

причем сразу для произвольной наблюдаемой x , произвольного гамильтониана H и любого представления операторов. Именно в таком виде оно и вошло во все учебники и монографии по квантовой механике⁷.

Работа Дирака оказалась фактически второй публикацией по квантовой механике, поскольку известная статья Борна и Йордана [23] (хотя и была сдана в печать 27.09.1925 г.) вышла несколько позже и заранее Дираку не была доступна. Борн, Гейзенберг и Йордан — авторы знаменитой "статьи троих" [24], оказавшейся четвертой направленной в печать статьей на эту тему, при ее подготовке уже имели копию статьи Дирака [22], предоставленную им самим автором. В дружеском письме Гейзенберга Дираку от 20.11.1925 г. говорится: "Я с огромным интересом прочел Вашу прекрасную работу. Все Ваши результаты несомненно правильны, если, конечно, верить в новую теорию... Надеюсь, Вас не огорчит тот факт, что часть Ваших результатов была получена некоторое время назад в нашем институте... В своих результатах Вы продвинулись значительно дальше, это особенно касается общего определения дифференцирования и связи квантовых условий со скобками Пуассона". И это действительно так, ибо в статьях [23, 24] речь идет только об уравнениях для операторов координаты и импульса и только в энергетическом представлении, правда, для более широкого класса гамильтонианов, по сравнению с исходной работой Гейзенберга [21].

Далее, в течение 1926 г. Дирак опубликовал серию статей по квантовой механике [25], в том числе "О квантовой алгебре" и "К теории квантовой механики". На их основе к маю 1926 г. им была подготовлена диссертация "Квантовая механика". Это была первая в истории физики чисто "квантовая" диссертация, ставшая через четыре года основой его фундаментальной монографии "Принципы квантовой механики" (первое издание — 1930 г.) [26].

В своем подходе к построению квантовой механики Дирак изначально основывался на гамильтонионовой форме аналитической динамики. Это позволило ему наиболее естественным путем не только ввести в математический аппарат новой науки идею некоммутативности динамических переменных, но и органично включить в рассмотрение качественно новое понятие *квантового состояния* — базовое понятие волновой механики, предложенной Э. Шредингером в конце января и опубликованной 13.03.1926 г. Разработанная главным образом Дираком теория преобразований позволила ее автору убедительно продемонстрировать эквивалентность подходов Гейзенberга (матрицы), Шредингера (волновые функции) и наиболее общего — принадлежащего самому Дираку (q-числа).

⁷ Здесь опять напрашиваются исторические аналогии: известно, что современный вид законам Ньютона, в частности второму закону, был впервые придан Л. Эйлером, а уравнения Максвелла приобрели свою современную форму записи в трудах Г. Герца. Следует лишь отметить, что если Эйлер сделал это спустя 70 лет после Ньютона, Герц — через 20 лет, то Дираку понадобилось всего лишь два(!) месяца.

Необходимо подчеркнуть, что в героический период становления квантовой физики (1925–1934 гг.) среди физиков-теоретиков были сторонники как матричной механики Гейзенберга — Борна — Йордана, так и волновой механики де Броиля — Шредингера. На этом фоне явно выделяется позиция Дирака, работы которого изначально были ориентированы на формирование собственно квантовой механики. Подтверждением служит тот факт, что из 28 его работ этого периода по данной тематике термин "волновая механика" встречается в названии лишь одной статьи, а "матричная механика" — не используется вообще.

Таким образом, имеются веские основания утверждать, что "новая" квантовая механика — это совместное детище Гейзенберга, Дирака и Шредингера, где Дираку принадлежат фундаментальные идеи, позволившие объединить различные подходы и представить квантовую механику как качественно новую науку. В этом отношении роль Дирака вполне сопоставима с ролью Эйнштейна в создании теории относительности, также объединившей в себе вклады трех авторов — Г. Лоренца, А. Планка и самого Эйнштейна. В данном случае Нобелевский комитет адекватно оценил вклад каждого из основателей квантовой механики и присудил Нобелевские премии за ее создание Гейзенбергу (1932 г.), Дираку и Шредингеру (1933 г.), причем (так уж получилось) всем троим они были вручены одновременно в декабре 1933 г.

В этой связи позволим себе лишь несколько замечаний. Во-первых, общепринятую статистическую интерпретацию квантовой механики, восходящую к идеям Эйнштейна из его теории излучения, обычно связывают только с именем Борна. Последний действительно ввел ее, обсуждая интерпретацию рассеяния микрочастиц в трехмерном конфигурационном пространстве. Аналогичные идеи одновременно и независимо высказал Дирак в работе "Физическая интерпретация квантовой динамики" [27] с той только разницей, что они были сформулированы не для волновой функции в обычном пространстве, а для амплитуды вероятности любого процесса (не только рассеяния) в произвольном гильбертовом пространстве состояний.

Во-вторых, еще осенью 1926 г. Дирак обсуждал проблему одновременной измеримости координаты и импульса микрочастицы, вплотную подойдя к формулировке соотношения неопределеностей. В своей знаменитой работе 1927 г. о соотношениях неопределенностей Гейзенберг прямо указывает, что ее источником явилась теория преобразований Дирака.

В-третьих, традиционно считается, что создание квантовой статистической механики связано в основном с именем Дж. фон Неймана. Действительно, исходная идея о матрице плотности была высказана Ландау и фон Нейманом в 1927 г. Однако не всем известно, что эта идея была реализована в работах Дирака 1929–1931 гг. [28] и в его монографии [26], где основы квантовой статистической механики были развиты еще до выхода в свет известной монографии фон Неймана (1932 г.) [29].

В-четвертых, именно Дирак [30] первым стал рассматривать теорию рассеяния как описание перехода между одночастичными in- и out-состояниями в импульсном представлении с фиксированными значениями импульса, спина, типа поляризации и т.п. Его подход, в отличие от первоначальной теории столкновений Борна, оказался в равной мере применимым как в нерелятивист-

ской, так и в релятивистской областях для любых рассеиваемых микрочастиц, включая фотоны, и для любых мишеней. Фактически, в этой работе Дирака содержались исходные элементы теории S-матрицы, развитие которой связано с именами Гейзенберга, Э. Штюкельберга и Боголюбова.

Наконец, в-пятых, весьма существенным был вклад Дирака и в развитие приближенных методов квантовомеханических вычислений. Вслед за Шредингером, разрабатывшим теорию возмущений для стационарных состояний, он разработал вариант этой теории для нестационарных состояний. Существенно усовершенствованы Дираком и методы расчета многоэлектронных систем. Так, если в исходном подходе Хартри–Фока волновая функция системы электронов выражается через произведение двух определителей, то в работе Дирака [31], где спиновые переменные не выделяются с самого начала из волновых функций отдельных электронов, — через один определитель, что существенно упрощает выкладки. В работе [32] им была введена поправка в теорию атома Томаса–Ферми, учитывающая обменное взаимодействие электронов, что значительно повысило точность этого метода расчета. Все перечисленные методы изложены Дираком в дополнении к первому русскому изданию его монографии (1932 г.) [33].

Свой основной труд по квантовой механике — монографию "The Principles of Quantum Mechanics" Дирак назвал в духе Ньютона. Да и по содержанию этот труд, выдержавший четыре переработанных издания при жизни автора, является лучшим изложением начал квантовой механики и по праву вошел в сокровищницу физической классики наряду с "Математическими началами" Ньютона, "Трактатом по электричеству и магнетизму" Максвелла и "Основными принципами статистической механики" Дж. Гиббса. Написана книга была на новом, развитом Дираком, квантовом языке, что вызвало поначалу неприятие со стороны некоторых физиков. Даже Гейзенберг писал в рецензии на немецкий перевод книги: "... Дирак, вероятно, представляет квантовую механику, в особенности ее физическое содержание, более "символично", чем это необходимо" [5].

Подобно Ньютону Дирак начинает изложение квантовой механики с основных определений и аксиом⁸. Он подробно останавливается на различиях классического и квантового подхода к описанию физических явлений и на вытекающих отсюда глубоких изменениях точки зрения физиков на математические основы их науки. "После осознания того, что не существует логических причин, почему ньютоновы и другие классические принципы применимы вне той области, в которой они экспериментально подтверждены, — пишет Дирак, — стало ясно,

что отклонения от этих принципов в самом деле неизбежны. Эти отклонения нашли свое выражение в том, что методы математической физики пополнились новыми формами математического аппарата, новыми системами аксиом и правил действия" (см. [20], т. I, с. 28).

Преимущества подхода Дирака к изложению основ квантовой механики, в конце концов, получили всеобщее признание. Любопытно, что Эйнштейн, никогда не воспринимавший квантовую теорию в качестве окончательной науки о микромире и настойчиво искавший противоречия в формулировках и интерпретациях квантовых закономерностей, по свидетельству очевидцев постоянно носил с собой именно "Принципы ..." Дирака. Как писал в предисловии к первому русскому изданию "Принципов ..." (переведенных в то время как "Основы...") Д.Д. Иваненко: "Среди всех появившихся книг "Основы" Дирака выделяются, прежде всего, своей исключительной цельностью и широтой охвата... Сравнивая с другими лучшими книгами по этому вопросу нашей области, можно сказать, утрируя характеристики, что рядом с "Основами" дополнительный том "Wellenmechanischer Ergänzungsband" Зоммерфельда выглядит как сборник решения ряда частных задач; книга де Броиля "Introduction a l'étude de la mécanique ondulatoire" есть только введение, посвященное главным образом переходу от классической механики к квантовой; "Elementare Quantenmechanik" Борна и Йордана есть изложение сознательно ограниченной части материала... (в книге нет уравнения Шредингера); наконец "Einführung in die Wellenmechanik" Френкеля наиболее доступная, пожалуй, для чтения книга, как и все упомянутые, не дает, однако, одного — изложения системы квантовой механики. Как раз изложение системы и дает книга Дирака, поистине в наиболее высоком виде, свободном от всякого провинциализма, т.е. пользования узким методом, выдвигания проблем, близких автору, и т.д." (см. [20], т. I, с. 13).

4. Роль Дирака в создании квантовой теории поля и теории элементарных частиц

То, что было сделано Дираком по созданию основ квантовой механики, уже является достаточным основанием для отнесения его к числу "бессмертных". Между тем практически в тот же период (1927–1934 гг.) Дирак заложил основы еще двух плодотворнейших подходов к изучению микромира — квантовой теории поля и теории элементарных частиц. Первая из указанных теорий возникла в результате глубокого осмысливания волновой механики Шредингера. По его собственным воспоминаниям, Дирак задумался над вопросом: "Что будет, если взять волновое уравнение Шредингера и попробовать применить процесс квантования к самой волновой функции? Всегда считалось, что волновая функция выражается обычными числами, т.е. с-числами. Возникает вопрос, что будет, если превратить их в q-числа... Так возник метод, известный как теория вторичного квантования" [9]⁹.

⁸ При этом, как утверждает Рехенберг [17], «... он близко следовал образцу Бейкера, особенно книге последнего "Принципы геометрии". Дирак практически скопировал нужные ему утверждения из этой книги приблизительно в том же порядке, в каком математик написал их. Также в том, что касается геометрической интерпретации формализма, он в двух местах использовал схему Бейкера. С одной стороны, он заключил из этой книги, что можно построить математически непротиворечивую теорию с некоммутирующими переменными, с другой — вывел геометрическую интерпретацию того, что он назвал "q-числами"...». Таким образом, проективная геометрия сыграла свою роль и при создании шедевра мировой научной литературы.

⁹ Сам термин "вторичное квантование" был впервые предложен, по-видимому, В.А. Фоком.

4.1. Дирак как основоположник квантовой теории поля
 Общепризнано, что первой работой по квантовой теории поля была статья Дирака "Квантовая теория испускания и поглощения излучения" [34]. В ней впервые был предложен метод вторичного квантования, проведено квантование электромагнитного поля и последовательно в рамках квантовой теории вычислены коэффициенты теории излучения Эйнштейна. В результате дальнейшего развития идей, изложенных в данной работе, в арсенале физиков появился качественно новый объект — *квантовое поле*, позволивший устраниТЬ противоречия между корпускулярной и волновой трактовкой электромагнитного излучения.

Фундаментальная роль Дирака в создании квантовой теории поля давно и подробно исследована (см., например, статьи Р. Йоста [6], В. Вайскопфа [35], Дж. Мехры [7]). По этой причине мы не будем особенно углубляться в эту тематику, а ограничимся лишь небольшим резюме наиболее основательной, на наш взгляд, статьи Б.В. Медведева и Д.В. Ширкова "П.А.М. Дирак и становление основных представлений квантовой теории поля" [36]. Авторы статьи отмечают, что в процессе эволюции теория квантовых полей неоднократно меняла свой облик. При этом существенные изменения претерпевали "... не только детали, но, в определенном смысле, и основные представления" указанной теории. Наиболее естественно этот процесс подразделяется на следующие три этапа.

На первом этапе (1927–1948 гг.), который можно назвать этапом становления теории, основные усилия были направлены на распространение методов квантовой механики на релятивистские системы с бесконечным числом степеней свободы, т.е. на полевые системы. Большинство из необходимых для решения этой проблемы технических средств были изобретены и предложены для использования именно Дираком. Помимо общей теории преобразований от одного представления к другому, предложенной в работе [27], в той же статье Дирак вводит первую обобщенную функцию — δ -функцию (без использования которых немыслима нынешняя квантовая теория поля), а также правила обращения с такими функциями. Вслед за этим предлагается метод вторичного квантования [34] и так называемый "многовременной формализм" [37] — основной рабочий инструмент релятивистских квантовых вычислений вплоть до появления явно ковариантной формулировки квантовой электродинамики в работах С. Томонаги, Ю. Швингера, Р. Фейнмана и Ф. Дайсона.

"Однако главным препятствием на пути переноса методов квантовой механики на полевые системы были не технические трудности, — замечают авторы резюмируемой статьи [36], — а, по-видимому, необходимость преодолеть психологический барьер противопоставления двух форм материи — частиц и поля, представлявшихся с классической позиции совершенно различными сущностями". Фактически, проблема корпускулярно-волнового дуализма была снята Дираком уже в работе [34], где было установлено, что "... гамильтониан, описывающий взаимодействие атома с электромагнитными волнами, можно сделать совпадающим с гамильтонианом задачи о взаимодействии атома с ансамблем частиц, движущихся со скоростью света и подчиняющихся статистике Эйнштейна–Бозе...". В этой же работе впервые возникло квантованное электромагнит-

ное поле, удовлетворяющее уравнениям классической электродинамики, но имеющее своими значениями квантовомеханические операторы, действующие на шрёдингерову волновую функцию, которую в этом случае часто называют амплитудой состояния. Подробное изложение развития данной основной идеи, в котором приняли активное участие большинство разработчиков квантовой механики, содержится в [36] (разделы 2–5), что позволяет нам сразу перейти к итогам первого этапа.

Подводя итог деятельности большой группы теоретиков (включая Гейзенберга, Паули, Йордана, Фока, Э. Ферми, О. Клейна, Е. Вигнера и др.), Медведев и Ширков заключают, что "... в эти 15–20 лет происходил мучительный процесс создания новой фундаментальной парадигмы (и привыкания к ней), в которой классические частицы и поля стали выступать на совершенно равных правах в качестве двух разных проявлений одного унитарного объекта — квантованного поля. Новое понимание основного способа устройства природы создавалось разными людьми по маленьким кусочкам, которые только постепенно складывались в единую картину" [36].

Пожалуй, будет уместным заметить, что этот "мучительный процесс" получил свое логическое завершение лишь спустя 65 лет в работе Ширкова [38]. В ней, в частности, отмечено, что термин "квантованное поле", активно использовавшийся на стадии становления квантовой теории поля, изначально подразумевает первичность классического поля и вторичность квантового. Но это отражает лишь историческую последовательность возникновения этих терминов, поскольку, как хорошо известно, квантовая картина более адекватна физической реальности, а классическая является лишь некоторым ее приближением. Поэтому предлагается заменить "историческое упорядочивание" терминов логическим и рассматривать именно квантовые поля в качестве первичной сущности. Если такое поле преобразуется по Ферми–Дираку, то в классике оно отвечает концепции точечной частицы, а если — по Бозе–Эйнштейну, то концепции классического релятивистского поля. При этом вновь торжествует принцип, известный под именем "бритвы Оккама": "сущности не следует множить без необходимости". На смену как полям, так и частицам классической физики приходит универсальная сущность — квантовое поле, к которой сводятся как первичные составляющие вещества, так и кванты, переносящие взаимодействие между нынешними первоэлементами.

Собственно, свой современный облик квантовая теория поля практически полностью приняла в течение второго этапа, который можно датировать 1949–1964 гг. Основной проблемой данного этапа стала "борьба с расходимостями", на неизбежность появления которых, по-видимому, первым указал Эренфест практически сразу после появления статьи Дирака [34], заметивший, что использование представлений о точечном электроне неумолимо приведет к бесконечной собственной энергии для него. Спустя пять лет в работе [39] Дирак отчетливо формулирует причины этого феномена, наследуемые из классической задачи о взаимодействии электрона с полем излучения: "... уравнения, определяющие поле, порождаемое электроном, совершенно определены и недвусмысленны, но уравнения, определяющие движения электрона, выражают его ускорение через полевые величины в той точке, где расположен электрон, и именно

эти полевые величины в классической картине бесконечны и неопределенны".

На следующий год в Сольвеевском докладе [40] Дирак фактически высказал затравочную идею о перенормировке заряда, заметив, что в его теории внешние заряды должны поляризовать вакуум, в результате чего "... электрические заряды, нормально наблюдаемые для электрона, протона и других электризованных частиц, не суть заряды, действительно несомые этими частицами и фигурирующие в фундаментальных уравнениях, но меньше их". Проведенные им вычисления этого нового физического эффекта свелись к логарифмически расходящемуся интегралу, обрезание которого на импульсах порядка 100 мс (что соответствует классическому радиусу электрона) дало "радиационную поправку" к заряду электрона, уменьшающую его примерно на 1/137 часть. Еще через год (1934 г.) к аналогичному результату пришел и Вайскопф [41], показавший, что собственная энергия электрона с учетом диракова вакуума расходится логарифмически, так что при обрезании даже на шварцшильдовом радиусе ее добавка к "механической" массе остается малой.

В результате развитие этих первоначальных попыток "борьбы с расходимостями" пошло по двум направлениям. С одной стороны, Штюкельбергом [42] и Х. Крамерсом [43] была сформулирована основная идея метода перенормировки: конечные значения для наблюдаемых величин можно получить, например, путем подходящего вычитания из бесконечной величины (какой-то характеристики) для связанного электрона аналогичной бесконечной величины для свободного электрона. Такой подход позволяет сохранить укоренившиеся представления о частицах как о точках геометрического пространства и о локальном характере квантовой теории поля. Блестящая реализация данных идей с рекордной точностью совпадения результатов теоретических предсказаний и экспериментов была дана Швингером, Фейнманом и Дайсоном в конце 40-х годов. Однако сама нестандартная методика квантово-полевых расчетов требовала достаточно строгих математических обоснований.

И такие обоснования метода перенормировок появились в результате тщательного анализа математической природы квантово-полевых бесконечностей, опирающегося на теорию обобщенных функций Соболева – Шварца. Выяснилось, что расходимости (с точки зрения данной теории) являются отражением неопределенности в операции перемножения пропагаторов точечных частиц (являющихся обобщенными функциями) при совпадении значений их пространственно-временных аргументов. Н.Н. Боголюбовым и его учениками (О.С. Парасюком, Д.В. Ширковым и др.) [44–47] была развита техника *R*-операции: доопределения произведений причинных пропагаторов таким образом, что во всех порядках теории возмущений обеспечивалась конечность получаемых выражений. Так возникло представление о перенормируемых и неперенормируемых моделях квантовой теории поля, что стало одним критерием отбора содержательных физических моделей. Современная трактовка понятия перенормируемости дана Ширковым в работе [48].

Максимальным воплощением идеологии перенормировок и одновременно основным итогом второго этапа развития квантовой теории поля является создание

ренормгруппового подхода, основы которого были заложены в работах [49–51]¹⁰. Благодаря методу ренормгруппы впервые появилась возможность выхода за рамки приближения слабой связи и, на основе этого, получения рекордных по точности результатов при расчете высших радиационных поправок. Однако, как отмечают авторы статьи [36]: "В результате всех описанных исследований сложилась несколько пессимистическая точка зрения на дальнейшие перспективы перенормируемых КТП. Представлялось, что качественное разнообразие перенормируемых КТП ничтожно — для любой перенормируемой модели все эффекты взаимодействия — для малых констант связи и умеренных энергий — ограничивались ненаблюдаемыми изменениями констант свободных частиц... К большим же константам связи, или асимптотически большим энергиям, имеющаяся теория — опять независимо от конкретной модели — была неприменима. Единственным (правда, блестящим) удовлетворяющим этим ограничениям приложением к реальному миру оставалась квантовая электродинамика".

Здесь, пожалуй, самое время вспомнить о другом направлении "борьбы с расходимостями", которое избрал для себя Дирак, работая фактически в полном "одиночестве". Породив начальную идею перенормировки заряда, он практически не принимал участия в дальнейшем развитии этих идей. Более того, неоднократно высказывался против развития КТП в этом направлении (см., например, [9]). Дирак настойчиво пытался найти решение возникших проблем путем отказа от представлений об электроне как о точечном объекте. В частности, в ходе его поисков возникли и теории с индефинитной метрикой, один из вариантов которых был впервые предложен в лекции "Физическая интерпретация квантовой механики" [52]. Впоследствии такие теории нашли многочисленные приложения.

Известно, что Дирак не достиг на этом пути сколько-нибудь заметных успехов в квантовой электродинамике, но предложенные им нестандартные идеи и подходы стали (в большинстве своем) "затравочными" на третьем этапе развития квантовой теории поля, о котором более подробно мы поговорим в разделе 5.

4.2. Уравнение Дирака и основы теории элементарных частиц

Следующий фундаментальный результат Дирака — это его знаменитое релятивистское уравнение электрона, до сих пор не раскрывшее всех своих качеств как физикам, так и математикам. Один из первых директоров ЦЕРНа Вайскопф в полуавтобиографической статье "Как мы взрослели вместе с теорией поля" [35] так оценивает данное событие: "В 1928 г. Дирак опубликовал две статьи, посвященные новому релятивистскому уравнению для электрона. Это было его третьим выдающимся вкладом в основы современной физики (первым вкладом была новая формулировка квантовой механики — "Теория преобразований...", вторым — теория излучения ...)". Помимо того, что уравнение Дирака удовлетворяло принципам релятивизма и вероятностной интерпретации квантовой механики, оно содержало информацию о полуцелом спине электрона и его магнитном

¹⁰ Доступное изложение данного подхода содержится в работе [36], раздел 8.

моменте, а также давало калибровочно-инвариантное описание взаимодействия электрона с электромагнитным полем.

Правда, при этом электрон приобретал новую степень свободы — он мог переходить в состояния с отрицательной энергией. Это выглядело настолько непривычно, что впору было отказаться от всего сделанного. Напомним, что проблема отрицательных энергий, по существу, досталась квантовой механике в наследство от специальной теории относительности. Согласно формуле для релятивистской энергии $E = c\sqrt{m^2c^2 + p^2}$, в которую входит квадратный корень, она может принимать как положительные, так и отрицательные значения. Иными словами, формально, энергия частицы может принимать все значения от mc^2 до бесконечности, а также от $-mc^2$ до минус бесконечности. В классической теории, где траектории частиц непрерывны, проблем не возникает, ибо обладающая положительной энергией частица не может перейти в состояние с отрицательной энергией. В квантовой теории вероятность такого перехода не равна нулю, так что частица может скачкообразно, не проходя через промежуточные состояния, поменять знак своей энергии.

Парадоксальность следующих отсюда выводов не испугала Дирака. Он избрал иной путь — поверил в реальность состояний с отрицательной энергией и, воспользовавшись принципом Паули, заполнил все нереальные состояния реальными электронами. Совокупность таких состояний Дирак назвал "морем" или "океаном", который "заполнен электронами без предела для величины отрицательной энергии и потому нет ничего похожего на дно в этом электронном океане" [9]. Дирак считал, что электроны с отрицательной энергией не наблюдаются потому, что они образуют сплошной невидимый фон, на котором и происходят все мировые события. Однако, когда в "море Дирака" попадет энергичный световой квант, то при определенных условиях он может выбрать один из бесчисленных "морских" электронов. Освободившееся место — "дырка" будет вести себя как квазичастица с положительным зарядом¹¹.

Ситуация изменилась, когда Дирак сделал следующий шаг, предположив, что "дырки" в электронном море следовало бы считать не квазичастицами, а реальными положительно заряженными частицами, которые можно было бы в принципе наблюдать экспериментально как свободные объекты. Напомним, что в конце 20-х годов из опыта были известны только электроны, протоны и фотоны, так что в то время даже ядра атомов считались совокупностями тесно связанных электронов и протонов. Именно исходя из имеющихся возможностей, в качестве кандидата на роль "дырки" Дираком первоначально был избран протон. В результате известная к тому времени "физика элементарных частиц" описывалась бы фактически единственным уравнением — все просто и красиво.

Подчеркнем, что предложенная теория "дырок" не воспринималась большинством физиков всерьез, а если и

рассматривалась отдельными теоретиками, то, в основном, с целью ее опровержения. Самого Дирака это не останавливало и он продолжал ее развивать под названием "теория электронов и протонов", допуская, что вопиющее различие в массах электрона и протона удастся в последующем объяснить особенностями взаимодействия в электронном море. В частности, еще в 1930 г. он вычислил сечение аннигиляции электронов и "дырок", получив при этом (как позже выяснилось) правильное значение сечения аннигиляции электронов и ... еще не открытых позитронов.

В мае 1931 г. в статье "Квантованные сингулярности в электромагнитном поле" [53] Дирак впервые четко указал на то, что совместное применение принципов квантовой теории и теории относительности требует, чтобы каждой заряженной частице соответствовала бы своя античастица той же массы с противоположным зарядом. Поэтому роль "дырок" по отношению к электронам должны играть качественно новые объекты — антиэлектроны, названные вскоре позитронами. Одновременно Дирак утверждал, что должны существовать и антиподы протонов — антипротоны. Прошло чуть больше года и буквально ко дню рождения Дирака 2 августа 1932 г. американский физик К. Андерсон объявил об открытии позитрона в космических лучах. (Антипротон был получен на ускорителе в 1955 г., антинейтрон — в 1956 г.)

Указанные события требуют нескольких комментариев и прежде всего о роли известного письма Р. Оппенгеймера [54] в установлении концепции позитрона. В этом письме содержится предварительная оценка сечения аннигиляции электронов и протонов как процесса, следующего из выдвинутой ранее теории Дирака. Поскольку полученная оценка не соответствовала наблюдаемой устойчивости этих частиц, Оппенгеймер предложил: а) отказаться от отождествления дырок в электронном фоне с протонами; б) рассматривать электроны и протоны как абсолютно независимые частицы; в) для исключения дырок полностью заполнить электронами все электронные состояния с отрицательными энергиями; г) для компенсации бесконечного отрицательного заряда электронного фона ввести аналогичный фон с бесконечным положительным зарядом, полностью, т.е. без каких-либо дырок, заполнив протонами уровни с отрицательной энергией аналогичного протонного фона.

Таким образом, согласно идеи Оппенгеймера и для электронов, и для протонов дырки в соответствующих фонах отсутствуют и образоваться в принципе не могут. Поэтому какие-либо процессы аннигиляции или рождения массивных частиц вообще не должны иметь места. Единственные нестандартные частицы с положительным зарядом, о существовании которых можно было бы предполагать на основании предложений Оппенгеймера, — это протоны в состояниях с отрицательной энергией, но отнюдь не позитроны.

Далее отметим, что до сих пор в литературе встречаются утверждения, что для обнаружения позитронов были необходимы космические фотоны с энергией свыше 1 МэВ. Столкновения последних с ядрами позволили наблюдать рождение электрон-позитронных пар, компоненты которых по-разному отклонялись магнитным полем. На самом деле, это требование было вовсе не обязательным, ибо еще за пять лет до опытов Андерсона были известны события, которые сегодня называют

¹¹ Надо сразу сказать, что интерпретацию вакансий среди заполненных состояний такого типа в качестве "дырок" он нашел почти сразу, опираясь на схему заполнения некоторых оболочек атомов и их перестройки при образовании молекул, применявшуюся в теориях многоэлектронных атомов и химической валентности, а также при описании возникновения рентгеновских спектров атомов.

положительным β -распадом ядер¹². В них позитроны появлялись поодиночке и с любой достаточно малой энергией. Однако их "неправильное" отклонение в магнитном поле истолковывалось наблюдателями как движение электронов вспять (т.е. к источнику).

Хотелось бы также подчеркнуть, что дело было вовсе не в самих позитронах. Фундаментальная идея, выдвинутая в этих работах Дирака, что отнюдь не всегда принимается ныне во внимание, — это принципиальная возможность рождения и уничтожения частиц любой массы при соблюдении соответствующих законов сохранения. Конечно, принципиальная возможность взаимопревращения кинетической энергии и энергии покоя следует из специальной теории относительности, и большинство физиков к концу 20-х годов было с ней согласно. Но из этого вовсе не следовало признание допустимости изменения числа и сорта частиц в элементарных процессах. С этим обстоятельством, по-видимому, было связано и многолетнее сопротивление признанию фотона в качестве одной из элементарных частиц, ибо фотоны обладали способностью излучаться и поглощаться. В конце концов, для безмассовых фотонов было сделано исключение. В то же время для объектов с ненулевой массой единственными подтверждениями процессов взаимопревращения энергии служили только явления радиоактивности и простейшие ядерные реакции, которые было принято трактовать по аналогии с диссоциацией молекул и химическими реакциями. Даже β -распад первоначально трактовался по аналогии с ионизацией атомов. Иначе говоря, количество и сорт частиц с ненулевой массой в начале и в конце любого процесса предполагались всегда одними и теми же, и речь шла только об относительно небольшом перераспределении энергии при переходах одних и тех же частиц из связанного в свободное состояние и обратно.

Постулировав возможность рождения и аннигиляции электрон-позитронных пар (а сами операторы рождения и уничтожения появились уже в первой работе Дирака по квантовой теории в 1925 г. [22]), Дирак впервые предсказал процессы взаимопревращения элементарных частиц любой массы, в том числе и такие процессы, в которых энергия покоя исходных частиц полностью превращалась в кинетическую энергию конечных частиц. Успех этого предсказания оказал в дальнейшем гигантское воздействие на изменение мировоззрения научного сообщества в целом, ибо в нем следствия из специальной теории относительности, обогащенные квантовой теорией, были доведены до логического конца.

Наконец, напомним, что предсказанное Дираком существование антипротонов, которое сегодня кажется почти тривиальным, даже после открытия позитронов не находило поддержки у многих физиков. Дело в том, что к тому времени были обнаружены аномальные магнитные моменты у протона и нейтрона и вопрос о применимости уравнения Дирака к их описанию оказался открытым (со всеми вытекающими отсюда последствиями)¹³.

Но Дирака не смущали все эти сомнения. Свою Нобелевскую лекцию [56] он заканчивает новым пред-

видением: "Если мы встанем на ту точку зрения, что полная симметрия между положительным и отрицательным электрическими зарядами является фундаментальным законом природы, то мы должны рассматривать как своего рода случайность, что Земля и, вероятно, вся Солнечная система содержат избыток обычных отрицательных электронов и положительных протонов. Вполне возможно, что некоторые звезды построены иным путем, а именно главным образом из позитронов и отрицательных протонов. Конечно, в мире должно быть одинаковое число звезд каждого сорта. Звезды обоих сортов будут иметь в точности одинаковые спектры и в настоящее время нет возможности различить их какими-либо астрономическими методами". Об обнаружении "антizвезд" и до настоящего времени нет никаких известий, а вот в деле экспериментального обнаружения антиматерии, начатом Андерсоном 70 лет назад, имеется существенный прогресс. В августе 2002 г., фактически к 100-летнему юбилею Дирака, международный коллектив проекта "ATHENA" в ЦЕРНЕ впервые получил в одном эксперименте десятки тысяч атомов антиводорода, т.е. почти макроскопическую дозу антиматерии. Тем самым, принципиально открыт путь к получению антимолекул, а затем и "антижидкостей", "антикристаллов" и т.д.

Следует добавить лишь несколько слов о фундаментальной важности этих идей Дирака. Конечно, начиная с 40-х годов XX века открытиями теоретически предсказанных частиц (от мезонов Юкавы до t -кварка) никого уже не удивишь. Однако в этом ряду теория Дирака была не просто первым успешным предсказанием. В своем докладе на XIV Международной конференции по космическим лучам в 1975 г. Гейзенберг подчеркивал: "Существенным было отнюдь не открытие еще одной, до этого неизвестной, частицы; существенно было открытие новой симметрии, сопряженности частиц-античастиц, тесно связанной с лоренцевой группой специальной теории относительности, а также с превращением кинетической энергии сталкивающихся частиц в энергию покоя новых частиц и обратно" [57]. Развивая эту мысль, И.Ю. Кобзарев отмечал, что "... открытия Дираком новая симметрия природы оказалась существенной не только для фермионов. Ее тесная связь с релятивистской инвариантностью в дальнейшем получила воплощение в знаменитой СРТ-теореме, лежащей сегодня в основе теории элементарных частиц. На опыте эта симметрия нашла подтверждение в том, что практически для каждой частицы была открыта соответствующая ей, но отличная от нее античастица" [58].

Дальнейшая судьба идеи Дирака о "море" электронов с отрицательной энергией оказалась весьма необычной. В самой квантовой электродинамике и более широко — в квантовой теории поля она претерпела качественную эволюцию. В конечном счете было введено принципиально новое понятие — физический вакуум, качественно отличное от классического понятия "пустота". Вакуум наполнен виртуальными парами электронов и позитронов, виртуальными фотонами, а также виртуальными парами и фундаментальными квантами других типов. Последние оказывают влияние на свойства реальных объектов, что проявляется в перенормировке заряда и массы, в эффектах поляризации, также впервые рассмотренных Дираком [59] и т.п. Но и сегодня, несмотря на все модификации, исходная идея диракова моря оказалась удивительно жизнеспособной: ее успешно используют,

¹² Классическим источником по данной проблеме и ее истории служит монография [55].

¹³ По современным представлениям уравнение Дирака лежит в основе описания только истинно фундаментальных бесструктурных фермионов — лептонов и кварков.

например, при интерпретации "аномалий" в квантовой теории поля [60].

Однако наиболее существенное развитие и многочисленные применения теория дырок-квазичастиц нашла вне собственно квантовой теории поля. Она лежит в основе зонной теории электронных спектров полупроводников, используется в теории многоэлектронных атомов и химической валентности, в оболочечной модели ядер, в теории сверхзаряженных ядер [61] и, наконец, в теории сверхпроводимости. Фактически во всех физических системах, у которых в энергетических спектрах фермионов имеется щель или сфера Ферми, представления Дирака о "дырках"-квазичастицах оказались исключительно плодотворными.

Надо сказать, что столь быстрого экспериментального подтверждения предсказанного Дираком существования античастиц не ожидал никто. Ведь буквально накануне этого события многие известные теоретики (Л.Д. Ландау, В.А. Фок, Н. Бор и ряд других), мягко говоря, слабо верили в столь безумную гипотезу. Даже остроумный и слегка авантюрный Паули, который сам только что выдвинул, правда умозрительную, гипотезу существования нейтрино, в известной обзорной статье по квантовой механике [62] выразил явное недоверие предсказаниям Дирака: "Это кажется неудовлетворительным уже потому, что в этой теории законы природы в точности симметричны относительно электронов и антиэлектронов... Мы не думаем, что этот выход следует рассматривать всерьез". Однако гениальная интуиция Дирака и его убежденность в эффективности в физике красивых математических результатов победили и на этот раз. Это был триумф. Вайскопф в этой связи подчеркивал в уже упоминавшейся статье [35]: "Теоретические предсказания относительно новых фундаментальных процессов и новых свойств материи были сделаны еще до того, как появились какие бы то ни было экспериментальные указания на этот счет. Напротив, весь предыдущий опыт противоречил симметрии между положительными и отрицательными зарядами".

Открытие позитрона как подтверждение существования фундаментальных составляющих антиматерии произвело на широкую публику впечатление, сравнимое лишь с подтверждением результатов общей теории относительности в наблюдениях по отклонению луча света в поле тяготения Солнца в 1919 г. Дирак, как в свое время Эйнштейн, мгновенно стал всемирно знаменит, но это никак не отразилось на его образе жизни и стиле научной работы. Другое дело, что все ждали от него столь же быстрых и сенсационных результатов. Таких результатов, однако, не было. Шла нормальная рутинная научная работа, которая, как мы сегодня понимаем, была ориентирована на дальнюю перспективу и поэтому оставалась вне сферы текущего внимания (а иногда и понимания) коллег. Кроме того, началась вторая мировая война, а за ней и острый этап холодной войны. Интерес физического сообщества к творчеству Дирака начал постепенно угасать.

5. Фундаментальные идеи "позднего" Дирака

После 1934 г., т.е. после создания основ трех фундаментальных теорий, Дирак жил и работал еще целых 50 лет. Трудно себе представить, чтобы человек с его уровнем интеллекта и степенью поглощенности научной работой

мог бы в 32 года почтить на лаврах и не сделать более ничего существенного для науки. Тем не менее такая точка зрения достаточно распространена и, не в последнюю очередь, благодаря некоторым стандартам, заданным известными биографиями Дирака (см., например, статью Мехры [7], а также [63]).

Так, в статье известного физика-теоретика Р. Далица [63], открывающей сборник воспоминаний о Дираке, выпущенный его друзьями и коллегами, приведен список 24-х наиболее существенных (по мнению автора) работ Дирака. Последняя работа в этом списке датирована 1948 г., а период 1934–1948 гг. представлен всего 6-ю работами. Таким образом, как это ни удивительно, но вне поля зрения Далица, казалось бы доброжелательно и с большим почтением относящегося к имени Дирака и его наследию, осталось большинство из 150!! работ Дирака, увидевших свет после 1934 г.¹⁴

Между тем в этих, не обративших на себя внимания биографов, работах содержится ряд фундаментальных идей, каждая из которых заслуживает если не отдельной монографии, то во всяком случае полновесной обзорной статьи. Поэтому далее мы ограничимся лишь тезисным изложением укрупненных циклов его работ, идеи которых (по нашему мнению) либо уже доказали свою продуктивность, либо хранят в себе нераскрытые в полной мере возможности для развития современной теоретической и математической физики.

5.1. Классическая гамильтонова динамика со связями — механика Дирака — и квантование калибровочных полей

По-видимому, цикл работ по обобщенной гамильтоновой динамике [65] (см. также лекции [66]) составляет крупнейший вклад Дирака в теоретическую физику 50–80 гг. XX века. Фактически, это следующий после самого Гамильтона этап в развитии аналитической динамики и по этой причине в современной литературе все чаще используется название "механика Дирака" [67, 68] наряду с механикой Ньютона, механикой Лагранжа и механикой Гамильтона.

Работы Дирака по обобщению гамильтоновой динамики появились в то время, когда квантовая теория поля переживала наиболее сложный период. После ошеломляющих успехов квантовой электродинамики, связанных с именами Томонаги, Швингера, Фейнмана и Дайсона, наступили "смутные времена" обескураживающих неудач с мезонными теориями ядерных сил, где не помогали хорошо зарекомендовавшие себя в электродинамике процедуры перенормировок. Во весь рост всталась так называемая "проблема нуль-заряда", поставившая в тупик признанных теоретиков, мнение которых наиболее ясно сформулировал Ландау: "... гамильтонов метод для сильных взаимодействий изжил себя и должен быть похоронен, конечно, со всеми почестями, которые он заслужил" [69]. На этом основании пытались "отменить, как отжившую свой век" квантовую теорию поля в целом и заменить ее полуфеноменологическими подходами типа аналитической теории S-матрицы, реджистики,

¹⁴ Следует констатировать последовательный консерватизм в позиции Далица. Спустя почти 10 лет, в 1995 г. он в качестве редактора подготовил во многом уникальное издание избранных работ Дирака [64], вновь включив в него только работы, опубликованные до 1949 г.

алгебры токов и т.д.¹⁵ Правда, подобное мнение разделялось далеко не всеми, шли напряженные поиски новых подходов, обобщений, привлекался все более мощный математический аппарат для развития квантово-полевого подхода.

В лекциях [66] Дирак подробно объясняет, почему для развития аппарата релятивистской квантовой теории поля необходимо прежде всего расширить возможности классической гамильтоновой динамики и по каким причинам на этом пути нужно последовательно проходить все этапы от релятивистски инвариантного принципа действия к гамильтониану и лишь затем к квантовой теории. Для начала он выясняет, как поступать в тех случаях, когда невозможен стандартный переход от лагранжиана $L(q, \dot{q})$ к гамильтониану $H(p, q)$, т.е. когда стандартное определение обобщенного импульса $p_i = \partial L / \partial \dot{q}_i$ неразрешимо в отношении какого-то набора обобщенных скоростей \dot{q}_i . Для систем с конечным числом степеней свободы такая ситуация возникает, если ранг гессиана $\partial^2 L / (\partial \dot{q}_i \partial \dot{q}_j)$ меньше числа степеней свободы. Соответствующие лагранжианы называются сингулярными или особенными. При переходе к системам с бесконечным числом степеней свободы (кondensированные среды, полевые системы) проблема остается, да еще и усугубляется. Последнее в реальности имеет место для большинства современных моделей в физике частиц, таких, как калибровочные модели Янга–Миллса, суперсимметричные обобщения полей Янга–Миллса, модели супергравитации, суперструн, мембран, мешков и т.д., в которых поля имеют тот или иной геометрический смысл.

Как известно, теориям неабелевых калибровочных полей (или полей Янга–Миллса) отводится особое место в современных представлениях о природе фундаментальных взаимодействий. Прежде всего, основываясь на принципе калибровочной инвариантности, физики получили в свое распоряжение простой и эффективный алгоритм построения "динамики из симметрий". На смену необозримым выражениям для лагранжианов мезонных теорий конца 40-х годов пришли простые и изящные, но удивительно информативные лагранжианы Янга–Миллса. Во всяком случае, на основе таких теорий построена Стандартная модель, отражающая наше сегодняшнее понимание физики элементарных частиц и полей. Следует, однако, напомнить, что более десяти лет после их введения, поля Янга–Миллса воспринимались теоретиками как изящная, но бесполезная конструкция, имеющая не более чем академический интерес. Причиной тому, в частности, служили предсказываемые теорией безмассовые калибровочные векторные бозоны, которые никогда не проявлялись в экспериментах (подробнее см., например, [71, 72]).

Заметим, что в разрешении этого круга проблем, Дирак "изменил" своему традиционному "амплуа" — лично доводить предлагаемые им идеи до всех мыслимых логических следствий, а сыграл роль скорее "плэй-мейкера", чем основного "бомбардира". Обобщение

¹⁵ В предисловии автора к книге [70] говорится: "... книга рассчитана на читателя, знакомого с основами нерелятивистской квантовой механики (включая теорию рассеяния), а также с группой Лоренца. Не требуется никакого знания квантовой теории поля. В действительности, как это уже подчеркивалось в лекциях 1961 г., опыт работы с теорией поля... может даже, наоборот, затруднить попытку изучения теории S-матрицы". Комментарии излишни!

гамильтонова формализма, предложенное Дираком, основано на редуцировании исходного фазового пространства путем наложения соответствующих системе связей (I и II рода) — *редукция Дирака*, что позволяет найти модифицированную скобку Пуассона — скобку Дирака и построить соответствующий гамильтонов формализм. Уже в первой статье (1950 г.) из цикла [65] была предложена и схема операторного квантования систем со связями (собственно, с этой целью Дирак и развивал свой подход). Однако при применении этой схемы к гравитационному полю [73] возникли проблемы с упорядочиванием множителей, с релятивистской ковариантностью и ряд других¹⁶. Попытка же Фейнмана (1963 г.) провести квантование полей Янга–Миллса методами, хорошо работающими в квантовой электродинамике, также привела к известным противоречиям (было обнаружено нарушение условия унитарности).

Дальнейший рассказ о создании квантовой теории калибровочных полей увел бы нас в сторону от основной темы. Поэтому, опуская промежуточные этапы, сразу скажем, что в итоге наиболее адекватным аппаратом для квантования калибровочных полей оказался именно метод континуального интегрирования, развитый Фейнманом (1948 г.). Отправной точкой для Фейнмана послужила идея Дирака, высказанная еще в 1933 г. в работе [74], согласно которой временну́ю эволюцию квантовой системы за конечный интервал времени можно представить в виде композиции большого числа эволюций по малым временным интервалам. В этой работе, опираясь на развитую им ранее теорию преобразований, Дирак показал, что функция конечного преобразования предстает при этом в форме многократного интеграла от произведения большого числа "элементарных" функций преобразования по возможным значениям динамических переменных в промежуточные моменты времени. Наиболее существенным является то, что преобразования волновых функций Дирак предлагал определять с помощью экспоненты от классического действия системы. Дальнейшее уточнение эта идея получила в редко упоминаемой статье [75]. Развитие и формализация этих идей привела к фейнмановым интегралам, которые в квантовой механике систем с конечным числом степеней свободы известны как интегралы по траекториям, а в квантовой теории поля — как функциональные интегралы (см. подробнее [36]).

В 1969 г. вышел первый номер журнала "Теоретическая и математическая физика", который открывался статьей Л.Д. Фаддеева под названием "Интеграл Фейнмана для сингулярных лагранжианов" [76]. В ней был дан общий рецепт квантования систем со связями в формализме континуального интеграла, который стал общепринятым и до сих пор воспроизводится практически во всех руководствах и учебниках по квантовой теории калибровочных полей. Из самого названия этой работы следует, что для этого понадобилось осуществить, как минимум, синтез двух упомянутых выше идей Дирака: обобщенного гамильтонова формализма и континуального интеграла.

Однако одним синтезом дело не ограничилось. Потребовалось некоторое развитие схемы Дирака для

¹⁶ Как известно, эти проблемы были решены позднее, однако ввиду явной неперенормируемости проблема создания квантовой теории гравитации остается открытой до сих пор.

проведения редукции по калибровочной группе, поскольку в силу калибровочной инвариантности теории основными объектами в ней оказываются не потенциалы A_μ , а их классы эквивалентности (орбиты). Затем было получено явное выражение меры Фейнмана для обобщенной гамильтоновой динамики Дирака. Оказалось, что именно с помощью обобщенного интеграла Фейнмана требуемая редукция реализуется наиболее естественным образом. В результате этого и других достижений, которые мы здесь не упоминаем и с которыми можно ознакомиться по монографии [72], калибровочные теории поля заняли подобающее им место в физике частиц, а динамика систем со связями стала самостоятельным активно развивающимся направлением (см., например, [67, 77]).

5.2. Монополь Дирака и топологические идеи в физике

Другое плодотворное направление современной теоретической физики, также тесно связанное с именем Дирака, — проблема одиночного магнитного заряда (монополя). Сводится она к вопросу: почему в природе отсутствуют источники магнитного поля, подобные электрическим зарядам? Ведь во всем остальном электрические и магнитные поля совершенно симметрично входят в уравнения Максвелла. Естественно возникает вопрос: зачем природе потребовалась такая явная асимметрия в отношении источников электрического и магнитного полей?

Выступая на симпозиуме в Лайольском университете (США), посвященном своему 80-летию, Дирак следующим образом объяснил свой интерес к данной проблеме: "Еще один пример красивой математики привел к идеи магнитного монополя. Когда я делал эту работу, то надеялся найти какое-нибудь объяснение постоянной тонкой структуры $\hbar c/e^2$. Но этого не получилось. Математика неумолимо привела к монополю. С теоретической точки зрения можно считать, что монополи должны существовать потому, что соответствующая математика красива" [78].

Глубоко проанализировав известные факты о принципиальной ненаблюдаемости фаз волновых функций в квантовой механике, которые к тому же определены с точностью до 2π и становятся неинтегрируемыми в присутствии, например, электромагнитного поля, Дирак в 1931 г. в работе [53] показал, что гипотеза существования уединенных магнитных монополей с зарядом μ не противоречит положениям квантовой механики, если выполнено условие: $e\mu = 2\pi\hbar c n$, где n — целое число. Таким образом, если бы монополи удалось обнаружить, то из приведенной формулы, называемой *условием квантирования Дирака*, стала бы понятной квантованность электрических зарядов известных частиц. "С этой точки зрения было бы удивительно, если бы Природа не использовала такой возможности!" — восклицает Дирак в конце статьи [53].

Швингер в серии работ [79] обобщил условия квантирования Дирака на взаимодействие двух частиц, каждая из которых обладает как электрическим, так и магнитным зарядами:

$$(e_1\mu_1 - e_2\mu_2) = 2\pi\hbar c n,$$

которым он дал имя — *дионы*. При этом, когда такой дион образуется из двух бозонов с ненулевыми полными электрическими и магнитными зарядами, то такое связ-

ное состояние должно подчиняться уже статистике Ферми–Дирака, т.е. имеет место так называемая *ферми-бозе трансмутация*. Подобные трансмутации активно исследуются в последнее время в рамках *суперсимметричных теорий*.

Правда, монополь Дирака оказался весьма экзотическим (по тогдашним представлениям) решением, содержащим цепочку сингулярностей — *струну Дирака*, которая при выполнении условий квантования является ненаблюдаемой. По мнению М. Атии [80], работа Дирака была по сути первым применением топологических идей в квантовой физике. По этому поводу он писал "... топология в окрестности монополя (3-мерный аналог числа накруток (winding number) на плоскости) учитывается волновой функцией частицы, свойства которой, в свою очередь, приводят к квантованию электрического заряда. Таким образом, дискретность заряда напрямую связана с дискретностью топологического "числа накруток"..." В работе 1948 г. [81] Дирак развивает общую теорию взаимодействия зарядов и магнитных полюсов (положительных и отрицательных) и, в частности, пытается объяснить неразделимость магнитных полюсов тем, что они связаны струной Дирака (так называемый монопольный конфайнмент). Впоследствии эта идея многократно эксплуатировалась в различных вариантах струнных моделей барионов, где на концах струн вместо монополей помещались кварки (см., например, [82]).

Наиболее интересное развитие идея монополя Дирака получила в теории Великого Объединения. В 1974 г. А.М. Поляковым и Г.т Хоофтом было найдено решение солитонного типа с единичным магнитным зарядом (топологической природы) в одном из вариантов электрослабой теории — модели Джорджи–Глэшоу. В отличие от монополя Дирака, монополь 'т Хоофта–Полякова имеет конечные размеры, обладает конечными значениями энергии, импульса и т.д. Но самое интересное, что магнитный заряд у таких монополей должен иметь нетривиальную топологическую природу, а их масса должна быть в 10^6 раз больше массы протона. Еще более массивными должны быть монополи, предсказываемые в моделях Великого Объединения. Они уже должны быть в 10^{16} раз массивнее протона. Понятно, что для порождения такого "мамонта микромира" не хватает энергии не только самых современных ускорителей, но и наиболее энергичных космических лучей. Однако на ранних стадиях эволюции Вселенной, когда энергия была в избытке, монополи вполне могли образоваться и сохраниться до наших дней. Поэтому и не прекращаются их поиски в околоземном пространстве и ближайшем космосе.

Один из возможных путей обнаружения монополей был получен "на кончике пера" в 1981 г. В.А. Рубаковым и несколько позже К. Калланом (эффект Каллана–Рубакова или монопольный катализ) [83]. Они обнаружили, что в присутствии монополя протон должен мгновенно распадаться на позитрон и мезоны. При этом сам монополь остается целым и невредимым (по закону сохранения магнитного заряда) и способным к дальнейшему разрушению окружающего вещества. Поэтому след монополя в веществе должен был бы сопровождаться цепочкой "протонных катастроф", которая может быть легко обнаружена. Несмотря на то, что прямых экспериментальных подтверждений ни идея монополя Дирака, ни идея монополя 'т Хоофта–Полякова так

и не получили, они стимулировали развитие новых направлений¹⁷ не только в физике, но и в математике, заставили физиков осваивать нестандартный математический аппарат алгебраической топологии и одновременно вызвали повышенный интерес рафинированных математиков к физическим проблемам (см., например, [85]).

Примечательно, что для описания динамики в поле монополя Дирак, в свойственной только ему манере, ввел новый математический объект — многозначный функционал, для исследования свойств которого потребовалось существенное развитие вариационных методов, выполненное С.П. Новиковым [86]. До Дирака использование топологии находилось на периферии внимания физиков. Выдвинув идею монополя и связанной с ней топологической сингулярности, Дирак инициировал проникновение в физику элементов топологии и соответствующего языка, нашедших многочисленные применения в современных версиях теории элементарных частиц, в физике конденсированных сред и в космологии, в особенности, в сценариях развития ранней Вселенной. Таким образом, хотя сами магнитные монополи на опыте пока не обнаружены, их многочисленные "двойники" (скирмионы, тороны, холлоны и т.д.) заняли достойное место в теоретической физике (см., например, [87, 88]).

5.3. Идеи Дирака в области гравитации и космологии

Выступая в 1979 г. по случаю столетия со дня рождения Эйнштейна, Дирак коротко изложил свою гипотезу больших чисел, предложенную еще в 1937–1938 гг. [89]. Согласно этой идеи все очень большие числа, составленные из разнообразных физических и астрономических констант, на самом деле не являются постоянными, а простыми закономерностями связаны с эпохой — временем, прошедшим с момента рождения Вселенной¹⁸. Высказанная гипотеза позволяет сделать однозначный выбор между тремя возможными сценариями эволюции нашей Вселенной. Если бы оказалось, что данная гипотеза верна, это могло бы проявиться в уменьшении гравитационной постоянной, в изменении расстояний между планетами и т.д.

Эти идеи Дирак развивал почти полвека, хотя они находили достаточно слабый отклик в научном сообществе. В последнее время ситуация начинает меняться в лучшую для этих идей сторону. Во-первых, выдвинутая Дираком гипотеза существования двух масштабов времени — гравитационного и атомного (электромагнитного) — может реализоваться в современных супергравитационных подходах, где число измерений возрастает не только в отношении пространственных, но и в отношении временных переменных. Она также коррелирует с современными идеями [90], согласно которым гравитационное и электромагнитное взаимодействия реализуются в пространствах разной размерности.

Во-вторых, идея убывания со временем гравитационной постоянной и связанного с ним ослабления гравитационного взаимодействия видимой и "темной" материи

может оказаться правдоподобной. Дело в том, что новейшие открытия наблюдательной астрономии указывают на существенную роль во Вселенной так называемой "вакуумной материи" или "квантессенции", как существенно нового материального объекта. В связи с этим эффективное убывание по Дираку интенсивности тяготения со временем вполне можно было бы попытаться объяснить за счет возрастания со временем роли своеобразной "антигравитации". Сама же идея Дирака, состоящая в возможности связать известные в физике большие числа с возрастом Вселенной, все еще не опровергнута. Однако пока все это находится вне пределов экспериментальных возможностей современной физики.

5.4. Работы Дирака по математической физике

Помимо уже перечисленных идей, в работах, выполненных Дираком за последние 50 лет жизни, содержится масса других открытий и находок. Укажем лишь наиболее яркие из них (в свете сегодняшних представлений). Фактически инициировав развитие теории перенормировок, Дирак позже неоднократно высказывался об этом подходе как лишь о временно неизбежном, имея в виду необходимость устранения расходимостей. Он массу времени и сил затратил на построение квантовой теории поля с перенормировками, но без расходимостей. С одной стороны, возможно эти усилия были напрасны, ибо современная перенормировочная процедура, основанная на *R*-операции Боголюбова, с математической точки зрения безупречна. Однако сама идея построения подлинно конечной квантовой теории поля в наши дни находит воплощение в так называемых суперсимметрических моделях, где имеет место замечательный факт сокращения ультрафиолетовых расходимостей во всех порядках теории возмущений (см., подробнее [91]). Активно исследуемые в последнее время в конформных теориях поля синглтоны также базируются на представлении конформной группы, предложенном Дираком в 1936 г. [15].

Работы Дирака, посвященные проблемам теории представлений групп, вообще заслуживают отдельного внимания. Исследуя в работе [92] представления группы Лоренца, Дирак отмечает: "Конечные представления данной группы, т.е. те, в которых матрицы имеют конечное число строк и столбцов, все хорошо известны и для них достаточно обычного тензорного анализа и развитого из него спинорного анализа. Ни одно из этих представлений не является унитарным. Группа обладает также некоторыми бесконечными представлениями, которые являются унитарными. Не похоже, чтобы такие представления в достаточной мере изучались, несмотря на возможную их значимость в физических приложениях". В данной статье он предложил новый метод изучения таких представлений, который приводит к новой разновидности тензорных величин в пространстве-времени с бесконечным числом компонент и положительно определенным квадратом их длины. Он назвал их экспансорами. Дирак не только установил свойства экспансоров, но и применил их для описания 4-мерного гармонического осциллятора, а также для частицы со спином, получив при этом ряд удивительных следствий. Тем не менее, по свидетельству Д.П. Желобенко, эта работа до сих пор остается вне внимания специалистов в этой области.

¹⁷ Например, исследования по топологическим и геометрическим фазам в квантовой теории и оптике (фазы Берри, Владимицкого, Анандана и др.) подробнее см. в работе [84].

¹⁸ Нетрудно заметить связь данной идеи Дирака с древней мечтой философов школы Пифагора: связать основные законы Природы со свойствами целых чисел.

В работе [16], используя методы проективной геометрии, Дирак строит кватернионное представление группы Лоренца, позволяющее не ограничиваться (как это делается в большинстве учебников) преобразованиями Лоренца вдоль одной оси, а детально изучать релятивистскую кинематику частиц в случае произвольных движений систем отсчета. Насколько нам известно, данная работа также осталась незамеченной.

В физике предпланковских расстояний достаточно много работ за последние годы посвящено изучению свойств мембран (двумерных обобщений струны) и р-бран (ее р-мерных обобщений). Любопытно, что Дирак в работах [93, 94] впервые ввел мембрano-подобные объекты и записал для них релятивистски инвариантное действие (которое в литературе часто называют действием Намбу–Гото) с целью объяснения экспериментальных данных по мюонам. Это еще одно свидетельство в пользу мнения, что Дирака можно считать и одним из пионеров активно развивающейся ныне теории струн и ее различных модификаций.

В принципе, практически все работы Дирака можно рассматривать как частные реализации нового мощного метода, возникшего в ходе обоюдного движения физики и математики в сторону объединения. Развернутое изложение этого метода дано Дираком в работе [95]: "Метод состоит в том, чтобы начать с выбора такой ветви математики, которая, по вашей мысли, может стать основанием новой теории. В этом выборе надо руководствоваться в сильной степени соображениями математической красоты. Вероятно также, хорошо бы отдать предпочтение такой ветви математики, которая имеет в своем основании интересную группу преобразований, потому что преобразования играют важную роль в современной физической теории; как релятивистская теория, так и квантовая, по-видимому, показывают, что значение преобразований более фундаментально, чем значение уравнений. Выбрав область математики, следует начать развивать ее в подходящих направлениях, присматриваясь одновременно к тому, как она может поддаться естественной физической интерпретации". Не будет большим преувеличением сказать, что в настояще время метод Дирака взят на вооружение большинством физиков-теоретиков. Вообще, вопросы взаимосвязи физики и математики интересовали Дирака на протяжении всей его жизни, он всегда охотно обсуждал эту тему, отвлекался на нее в работах, посвященных совершенно другим проблемам (см., например, [96]).

Безусловно, данный перечень фундаментальных идей "позднего" Дирака можно продолжить. Однако уже на основе сказанного можно сделать несомненный вывод: творческое наследие гения физики XX века таит в себе массу еще неведомых и пока неиспользованных возможностей.

6. Дирак и современная физическая картина мира

В заключение хотелось бы подчеркнуть, что вклад Дирака в развитие цивилизации не ограничивается перечисленными выше фундаментальными теоретическими открытиями. Как показало время, его труды привели к качественным изменениям в наших представлениях о Природе в целом, точнее, о той модели природных явлений, которую принято называть физи-

ческой картиной мира. С современной точки зрения, основными составляющими ФКМ являются, с одной стороны, абстрактные образы материальных объектов, а с другой стороны, понятийный аппарат, используемый для описания наиболее важных свойств этих объектов. Идеи Дирака привели к существенным дополнениям и радикальным изменениям в обеих компонентах ФКМ.

Напомним, что первые 150 лет после Ньютона основными моделями объектов в физике были массивные материальные точки (корпускулы) или их объединения (твердые тела, идеальные жидкости), между которыми мгновенно действовали силы центрального характера и все это происходило в абсолютно пустом пространстве при абсолютно непрерывном течении времени. При этом понятийный аппарат сводился только к характеристикам материальных объектов. Такой в общих чертах была первая ФКМ. Фарадей и Максвелл дополнили эту картину,казалось, чуждыми ей полями и электромагнитными волнами, а Лоренц первым догадался о том, что и поле, и вещества — формы материи, хотя и качественно разные. Как известно, завершил построение классической версии ФКМ Эйнштейн, в теории относительности которого были сняты явные противоречия между механическими и полевыми представлениями об окружающем мире, но при этом существенно изменились наши понятия о геометрии Вселенной.

В свою очередь, Дирак, исходя из релятивистских и квантовых принципов, показал, что наряду с обычной материи должен существовать и ее антипод — "антиматерия". Не будет преувеличением сказать, что фактически он открыл нам "вторую" Природу, удвоив количество материальных объектов, доступных наблюдению и изучению. И абсолютно справедлива оценка Вайскопфа [35], что "... эти предсказания стоят в ряду величайших достижений естествознания".

Из этих предсказаний Дирака следовала и возможность взаимопревращения, включая рождение и уничтожение, ядер и элементарных частиц, в том числе тех, которые на Земле в обычных условиях не наблюдаются. Изучение этих процессов в космосе и в земных лабораториях открыло путь к познанию ранних стадий эволюции Вселенной.

Кроме того, Дирак заложил основы квантовой теории поля, которая выявила качественное единство материи на микроуровне. Введенное им понятие квантованного поля по современным представлениям является наиболее фундаментальной и универсальной формой описания материи, лежащей в основе всех наблюдаемых (как волновых, так и корпускулярных) ее проявлений. Наконец, под влиянием работ Дирака возникло качественно новое представление о физическом вакууме, которое активно развивается в современных моделях квантовой теории и космологических сценариях.

Не менее значимый вклад внес Дирак и во вторую компоненту ФКМ — в понятийный аппарат физики. Остановимся лишь на наиболее важном, на введении в научный оборот двух принципиально новых понятий — наблюдаемых (observables) и состояний (states), относящихся к двум качественно различным сторонам физической реальности — объекту как таковому и его макрокружению. Естественным развитием этой идеи являются современные представления о том, что все физические объекты существуют не сами по себе, а как бы "в шубе",

испытывая неконтролируемое квантовое воздействие (масштаба постоянной Планка) со стороны макрообстановки, которая может включать в себя и средства наблюдения. В связи с этим предметом физической теории в равной мере оказываются самостоятельные характеристики как самого объекта, так и его состояния, определяемого неконтролируемым воздействием окружения.

Принципиальная позиция Дирака по поводу роли макроокружения в формировании состояния микросистемы нашла отражение в его дискуссии с Гейзенбергом на V Сольвеевском конгрессе (1927 г.) в связи с докладом Бора "Кvantовый постулат". Дирак решительно высказался в том смысле, что редукция волнового пакета происходит благодаря тому, что "... Природа делает выбор и решает в пользу определенного состояния ψ_n с вероятностью $|C_n|^2$. Этот выбор невозможно отвергнуть и он определяет последующую эволюцию состояния" (см. [20], т. II, с. 206). В то же время Гейзенберг настаивал на том, что "... именно наши наблюдения дают нам редукцию к собственной функции", явно преувеличивая в тот момент роль субъективного фактора.

Другой вопрос: в какой мере следует учитывать воздействия окружения при описании макро- и микрообъектов? Для динамики (но отнюдь не для термодинамики!) макрообъектов наличие "шубы" обычно не играет существенной роли, так что для них имеются все основания ограничиться только одним классом характеристик — наблюдаемыми. Однако для микрообъектов это совсем не так. Понятие квантового состояния приобретает самостоятельную роль, в результате чего количество характеристик, описывающих физическую реальность в микромире, по существу, удваивается. Более того, недооценка роли той или иной характеристики приводит к парадоксам типа парадокса Эйнштейна — Подольского — Розена, а попытки толкования квантовых явлений на основе наших привычных, "наглядных" представлений есть не что иное как завуалированная надежда на наличие в природе так называемых "скрытых параметров"... Поэтому результаты известных опытов по проверке неравенств Белла можно рассматривать как подтверждение правоты подхода Дирака к описанию квантовых реалий и, прежде всего, идеи целостности квантовых состояний.

Чтобы оценить неординарность вышеуказанного нововведения Дирака, вновь обратимся к периоду создания квантовой механики. В то время господствовала традиция, восходящая еще к Ньютону: сводить описание объектов природы к изучению их физических характеристик самих по себе. При этом как бы по умолчанию эти характеристики считались безусловно наблюдаемыми. Другими словами, согласно этой традиции при построении любой теории из нее следовало исключать ненаблюдаемые величины, привнесенные в физику из каких-либо умозрительных соображений.

К приверженцам указанной традиции многие физики относили и Эйнштейна. Во всяком случае считалось, что он руководствовался подобными соображениями в период создания теории относительности. В частности, этой же традиции следовал Гейзенберг, первоначально рассматривавший именно принцип наблюдаемости в качестве основы создаваемой им квантовой теории. Поэтому, согласно его собственным воспоминаниям [97], он надеялся на взаимопонимание и поддержку своих взглядов, когда в 1926 г. в беседе с Эйнштейном

информировал последнего о своей исходной позиции. Однако Гейзенберга ожидал в каком-то смысле конфуз, ибо Эйнштейн высказался по данному поводу вполне определенно: "Теория лишь решает, что именно можно наблюдать". Надо прямо сказать, что данное высказывание существенно расширяет горизонт представлений о наблюдаемости, коренным образом отличаясь от привычных устоев классической науки.

По-видимому, чрезмерное внимание Гейзенберга к проблеме наблюдаемости в ее упрощенной интерпретации, фактически было проявлениемrudиментов классического мышления, от которых не так-то просто было избавиться. В годы создания "новой" квантовой механики, когда никакого другого, кроме классического, стиля мышления, по существу, не было, Гейзенберг был далеко не одинок. Так, Фок, следуя Гейзенбергу, говорил тогда о квантовой механике как о "теории относительности к средствам наблюдения", что можно было принять лишь как полезную метафору. Определенную дань классическим взглядам отдавал и Бор в своих первоначальных высказываниях о принципе дополнительности.

Принципиально иной была позиция Дирака, который уже в первой своей статье о квантовой механике, сумел "дистанцироваться" от слишком прямолинейного классического взгляда на Природу и начал формулировать квантовый язык ее описания. В конечном итоге, им было показано, что наряду с характеристиками объектов самих по себе, известными из классической физики и лежащими как бы на поверхности явлений, существует второй независимый набор характеристик — характеристик состояний объектов, ранее скрытых от внимания исследователей подобно обратной стороне Луны. Фактически это привело к удвоению числа характеристик, используемых в понятийном аппарате физики, причем, как оказалось, не только квантовой.

Как подчеркивает Фаддеев [98], с современной точки зрения "... основными понятиями, участвующими в формулировке физической теории, являются наблюдаемые и состояния..." Далее он показывает, в каком смысле существующие физические теории — классическую и квантовую механику, нерелятивистскую и релятивистскую динамику можно рассматривать как различные реализации соответствующих алгебраических структур, при этом считая переход от квантовой к классической механике и от релятивистской динамики к нерелятивистской деформациями этих структур по параметрам \hbar и $1/c^2$, соответственно. Основываясь на данной общей схеме, Фаддеев отмечает, что "Две главные революции в физике и современном естествознании вообще с точки зрения современной математики являются деформациями неустойчивых структур в устойчивые. Модные разговоры о смене парадигм с этой точки зрения по меньшей мере тускнеют". При этом подобная схема могла бы быть выявлена еще в XIX веке и тогда к квантовой механике и теории относительности можно было бы прийти просто путем поисков иных реализаций данных общих схем. Но "... сама схема появилась уже после открытия квантовой механики при описании ее общей структуры. Основополагающую роль здесь сыграл П. Дирак. Только затем было осознано, что классическая механика является другой реализацией той же схемы!".

Это означает, что развитый Дираком понятийный аппарат позволяет адекватно сформулировать не

только неклассическую, но и классическую версию ФКМ, ведущую происхождение от Ньютона. В дальнейшем оказалось, что развитый Дираком понятийный аппарат применим не только в механике. Сегодня он доказал свою эффективность в классической и статистической термодинамике, включая теории флуктуаций [99, 100] и броуновского движения [101, 102, 109].

Таким образом, есть веские основания говорить о том, что труды Дирака привели к качественным изменениям в мировоззрении научного сообщества, завершив эпоху перехода от классического к квантовому и, более того, к неклассическому взгляду на Природу, начатую Планком [103, 104, 110]. Иными словами, кардинальное изменение содержания обеих компонент ФКМ — важнейший вклад Дирака в познавательную деятельность человечества в целом. На наших глазах ФКМ все более принимает облик адекватной фундаментальной модели Природы, воплощающей в неразрывном единстве основополагающие идеи Ньютона, Эйнштейна и Дирака.

Авторы с благодарностью хотели бы отметить существенную роль, которую сыграли в формировании их взглядов на творческое наследие Дирака исследователи Б.В. Медведева, Я.А. Смородинского и Д.В. Ширкова. Считаем также приятным долгом выразить признательность В.А. Рубакову и Д.В. Широкову за благожелательную критику первоначальной версии данной статьи, а также О.Н. Голубевой, А.Н. Гордееву, Ю.П. Рыбакову и всем участникам семинаров в Математическом институте им. В.А. Стеклова и Институте истории естествознания и техники им. С.И. Вавилова за внимание к данной работе, плодотворные дискуссии и советы.

7. Приложения

7.1. Проективная геометрия: элементарные понятия

Проективная геометрия (см., например, [105]) возникла из учения о перспективе эпохи Ренессанса, которым прежде других занимались художники с весьма известными именами: Альбрехт Дюрер, Леонардо да Винчи, а каноном данного этапа развития будущей отрасли математики считается полотно Л. да Винчи "Тайная вечеря". В качестве самостоятельной математической дисциплины эта наука оформилась (по стечению обстоятельств) в России, в г. Саратове, где с марта 1813 по июнь 1814 гг. находился пленный лейтенант наполеоновской армии Жан Виктор Понселе. Он использовал "высвободившееся время" для составления заметок будущего "Трактата о проективных свойствах фигур", опубликованного позднее в Париже в 1822 г. Собственно этот год и считается годом рождения данной математической дисциплины, хотя ряд основных ее утверждений (теорем) был сформулирован и доказан еще в XVII веке Дезаргом и Паскалем.

Если вместо декартовых координат (x, y) некоторой точки на плоскости, ввести однородные координаты $(x_1 : x_2 : x_3)$, связанные с декартовыми соотношениями $x = x_1/x_3$; $y = x_2/x_3$, то нетрудно заметить, что однородные координаты для любой точки плоскости не могут все одновременно обращаться в нуль и определены с точностью до постоянного множителя, так как тройки (x_1, x_2, x_3) и $(\lambda x_1, \lambda x_2, \lambda x_3)$ задают декартовы координаты одной и той же точки (отсюда и возникает принятное для них обозначение). А название координат связано с тем,

что уравнение любой прямой записывается в этих координатах в однородном виде:

$$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = 0. \quad (7.1)$$

В аналогичном однородном виде представляются и кривые второго порядка

$$a_{ij}x_i x_j = 0; \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (7.2)$$

Из уравнения (7.1) следует, что равенства $x_1 = 0$, $x_2 = 0$ задают соответственно оси Y и X на плоскости, а равенство $x_3 = 0$ есть уравнение *несобственной* (бесконечно удаленной) прямой, являющейся геометрическим местом *несобственных* точек плоскости. На несобственной прямой пересекаются любые две параллельные прямые, например прямые $x_2 = kx_1 + b_1$; $x_2 = kx_1 + b_2$ пересекаются в точке $(1 : k : 0)$ и т.д. Прямая, пополненная несобственной точкой, называется *проективной прямой* и обозначается RP^1 , а плоскость, пополненная несобственной прямой, — *проективной плоскостью* RP^2 . Это и есть простейшие объекты проективной геометрии, допускающие естественное обобщение на высшие размерности.

Проективная геометрия содержит в себе массу удивительных фактов, совершенно непривычных для человека со стандартным (евклидово — геометрическим) мышлением. В частности, из уравнения наиболее известной кривой второго порядка (типа (7.2)) — окружности

$$x_1^2 + x_2^2 + a_0x_3^2 + 2a_1x_1x_3 + 2a_2x_2x_3 = 0 \quad (7.3)$$

следует, что любая окружность проходит через две несобственные мнимые точки $(1 : i : 0)$ и $(1 : -i : 0)$, которые называются *циклическими* точками плоскости. Прямая, задаваемая формулой (7.1) и проходящая через любую из циклических точек, замечательна тем, что длина любого из ее отрезков равна нулю, а сами такие прямые называются *изотропными*. При этом ровно две такие изотропные прямые проходят через любую точку плоскости. Отсюда только один шаг до спиноров, открытых французским геометром Эли Картаном в 1913 г. и введенных в физику Дираком (см., например, [106]).

Вторым замечательным положением проективной геометрии является *принцип двойственности* или *дуальности* (Понселе): любому предложению, в котором участвуют термины "точка" и "прямая", отвечает дуальное предложение, возникающее из первого простой перестановкой этих терминов (в случае проективного пространства к терминам добавляется еще и "плоскость"). Так, например, уравнение прямой (7.1), имеющее симметричный вид относительно a и x , при фиксированных x и переменных a задает совокупность прямых, проходящих через точку x , т.е. является уравнением точки.

В общем случае, проективная геометрия изучает свойства фигур, не меняющиеся при *проективных преобразованиях* вида:

$$x' = \frac{a_1x + b_1y + c_1}{a_3x + b_3y + c_3}, \quad y' = \frac{a_2x + b_2y + c_2}{a_3x + b_3y + c_3}, \quad (7.4)$$

задающих взаимно однозначное отображение проективной плоскости на себя. Для пространств более высокой размерности проективные преобразования получаются простым обобщением формул (7.4) и в каждом случае образуют *проективную группу*, включающую в себя в качестве частных случаев группу подобий и группу

аффинных преобразований. На этом основании математиком Артуром Кэли в 1859 г. был даже провозглашен принцип: *проективная геометрия — это вся геометрия!*, который впоследствии оказался лишь условно справедливым¹⁹.

7.2. "Квантовый словарь" Дирака

Оригинальность мышления Дирака проявлялась даже в том, как он изобретал термины квантовой теории. Он обладал удивительно емким пространственным мышлением, которое позволяло ему легко оперировать не только с реальными телами, но и с абстрактными физическими понятиями. Поэтому, действуя в духе проективной геометрии, он как бы стремился спроектировать многомерные физические абстракции на "плоскость мышления" рядовых исследователей. Обнаружив, что обычные представления о векторах в пространствах с конечным числом измерений являются недостаточными для описания состояний квантовомеханических систем, он предложил обобщить эти понятия и перейти к векторам в пространстве бесконечного числа измерений (через два года математик фон Нейман "узнает" в этих векторах элементы гильбертовых пространств и даст строгое изложение диракова аппарата в книге [29]). В "Принципах" Дирак вводит это новшество как вполне естественное и продолжает: "Удобно иметь специальные обозначения для векторов, которые сопоставляются состояниям системы в квантовой механике, независимо от того, будут ли это векторы в пространстве с конечным или бесконечным числом измерений. Мы будем называть их векторами состояния или просто "кет-векторами" и в общем случае будем обозначать символом $| \rangle$. Если мы хотим снабдить вектор состояния значком, например A , то будем помещать его в середину — $|A\rangle$ ". Когда схема будет окончательно разработана, станет ясным удобство этого обозначения" (см. [20, т. II, с. 584]).

Термин "кет" (ket) представляет собой вторую часть слова "bracket" (скобка). В качестве сопряженного $|A\rangle$ Дирак вводит "бра"-вектор — от первой части того же слова и обозначает его $\langle B|$. "Тогда скалярное произведение $\langle B|A\rangle$ представляет собой ... полное скобочное выражение и означает число, а неполное скобочное выражение означает "бра"- или "кет"-векторы в зависимости от того, содержит ли выражение первую или вторую часть скобок ..." (так просто и естественно вводится характеристика, которую современные физики, вслед за Фейнманом, называют амплитудой вероятности перехода из состояния $|A\rangle$ в состояние $|B\rangle$).

В "Принципах" Дирак широко пользуется так называемой δ -функцией, которую он ввел еще в 1927 г. в статье [34] и которая потребовалась ему, "чтобы иметь точные обозначения, позволяющие оперировать с бесконечностями". Он рассматривал δ -функцию как функцию вещественной переменной x , которая обращается в нуль повсюду, за исключением малого промежутка ϵ , внутри которого находится точка $x = 0$, "причем внутри этого промежутка функция настолько велика, что интеграл от нее по промежутку равен единице. Точное поведение функции внутри этого промежутка несущественно; предполагается только, что она не меняется там чрезсчур быстро...".

¹⁹ См. по этому поводу примечания В.Г. Болтянского к лекциям Ф. Клейна [107].

Даже не математику было понятно, что это скорее "трик", чем строгое определение. Но это не смущало Дирака, который обращался с δ -функцией без всякого почтения — дифференцировал, интегрировал, умножал на другие функции и т.д. Для математиков того времени действия Дирака воспринимались не иначе, как игра в формулы. Те же, кто в своих вычислениях пользовались δ -функцией, предпочитали скрывать это в своих публикациях и давали полученным с ее помощью теоремам вполне "стандартные" доказательства. Но затем в трудах математиков С.Л. Соболева и Л. Шварца была построена теория обобщенных функций, частным случаем которых является δ -функция Дирака. Тем самым все результаты, полученные Дираком без обоснований, получили "законный статус".

"С проблемой обозначений я столкнулся в связи со скобкой Пуассона, — вспоминает Дирак. — Всю информацию о ней я почерпнул из книги Уиттекера "Аналитическая динамика", где для скобки Пуассона использовались круглые скобки, а квадратными скобками обозначались скобки Лагранжа. В квантовой теории скобки Лагранжа вообще не нужны, в ней нужна только скобка Пуассона. Поэтому обозначения Уиттекера казались мне неудобными. Они наводят на мысль о скалярном произведении, известном из векторного анализа. Однако скалярное произведение симметрично относительно перестановки двух входящих в него членов, а скобка Пуассона антисимметрична относительно их перестановки. Поэтому я смело воспользовался другим обозначением скобки... С тех пор так поступают все. Оказалось, что величину, антисимметричную относительно перестановки входящих в нее двух членов, очень удобно обозначать квадратными скобками" [9]²⁰.

В тех случаях, когда выполняется равенство $uv = vu$, математики-алгебраисты говорят, что u "перестановочно" с v . Дираку слово "перестановочность" показалось не совсем подходящим, поскольку физики, говоря о перестановках, обычно подразумевают, что меняется порядок расположения нескольких величин, а не двух, как в данном случае. Поэтому Дирак ввел слово "коммутировать" (от латинского *commutare* — "переменять"). "Не думаю, чтобы математики пользовались им до меня, — пишет он. — Я заявил, что если $uv = vu$, то это означает, что u и v коммутируют друг с другом. С тех пор этот термин тоже вошел в употребление".

Другим характерным примером словотворчества Дирака является введение с- и q-чисел. "Ситуация сложилась так, что мне пришлось иметь дело с новыми, квантовыми переменными, которые представлялись мне совершенно загадочными, и поэтому я придумал для них новое слово. Я назвал их q-числами, чтобы они отличались от обычных переменных, которые фигурировали в математике и которые я назвал с-числами... Затем я

²⁰ Заметим, что скобки Пуассона (пуассоновы структуры) играют в классической гамильтоновой механике примерно ту же роль, что и векторное произведение в векторной алгебре евклидова пространства с той лишь разницей, что скобки должны быть невырождены. Более общее понятие пуассоновой структуры, для которой требование невырожденности может уже не выполняться, появилось в работах норвежского математика С. Ли по теории непрерывных групп, развитой для интегрирования систем линейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка. Интерес к этим работам Ли был возобновлен благодаря Дираку и его работам по обобщению гамильтоновой механики (см. раздел 5.1).

приступил к построению теории q -чисел; q -числа можно рассматривать просто как частный случай q -чисел, которые обладают тем свойством, что коммутируют с любыми величинами... Я ничего не знал о происхождении q -чисел и считал, что гейзенберговы матрицы как раз и служат примером q -чисел, но могло оказаться, что q -числа имеют и более общий смысл... Я продолжал развивать теорию, в которой волен был делать любые нужные мне допущения, лишь бы они не приводили сразу к противоречию. Я не собирался заниматься ни выяснением математической природы q -чисел, ни точностью вычислений с ними" [9].

С легкой руки Дирака в физике прижились и такие термины как "фермионы" (для частиц с полуцелым спином) и "бозоны" (для частиц с целочисленным спином). Он предложил их в своих лекциях по элементарным частицам и их взаимодействиям, прочитанных в Принстоне фактически за год до открытия заряженных π -мезонов С. Пауэллом, Дж. Оккиалини и др. в 1947 г. Все известные на тот момент массивные частицы обладали только полуцелым спином, однако Дирак не сомневался, что гипотеза Юкавы верна и открытие мезонов лишь дело времени.

Так постепенно формировался словарь терминов, на котором "заговорила" новая наука — квантовая физика. Как справедливо заметил Б.В. Медведев во вступительной статье к сборнику работ Дирака [108]: "Дирак не только превратил квантовую механику из набора рецептов для решения конкретных задач в цельную логически замкнутую теорию, но и создал тот язык — и понятий, и терминов, и символов, — на котором мы изъясняемся в любом разделе квантовой теории. Не будет большим преувеличением сказать, что если бы нам — как в детской игре — вдруг запретили бы пользоваться этим языком, мы очутились бы в положении строителей вавилонской башни".

Список литературы

1. Taylor J G (Ed.) *Tributes to Paul Dirac* (Bristol: A. Hilger, 1987)
2. Salam A, Wigner E P (Eds) *Aspects of Quantum Theory* (Cambridge: Univ. Press, 1972)
3. Mehra J (Ed.) *The Physicist's Conception of Nature: Dedicated to P A M Dirac on the Occasion of His 70th Birthday* (Dordrecht: Reidel, 1973)
4. Kursunoglu B N, Wigner E P (Eds) *Reminiscences About a Great Physicist: Paul Adrien Maurice Dirac* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1987)
5. Heisenberg W "Buchbesprechung: P A M Dirac' The Principles of Quantum Mechanics" *Metallwirtschaft* **9** 988 (1930)
6. Jost R "Foundations of quantum field theory", in [2] p. 61
7. Смородинский Я А УФН **148** 527 (1986); см. также [20] Т. I, с. 613; Мехра Дж УФН **153** 135 (1987); см. также [20] Т. II, с. 779
8. П А М Дирак и физика XX века. Сб. статей (Под ред. Б В Медведева) (М.: Наука, 1990)
9. Дирак П А М *Воспоминания о необычайной эпохе*. Сб. статей (Под ред. Я А Смородинского) (М.: Наука, 1990); см. также [20] Т. I, с. 576
10. Dirac P A M *The Principles of Quantum Mechanics* 3rd ed. (Oxford: Clarendon Press, 1947)
11. Einstein A "Autobiographishes", in *Albert Einstein, Philosopher-Scientist* (Ed. P A Schilpp) (New York: Tudor, 1949) [Эйнштейн А Собрание научных трудов Т. I—IV (Сер. "Классики науки", Под ред. И Е Тамма, Я А Смородинского, Б Г Кузнецова) (М.: Наука, 1965—1967)]
12. Klein M J "Thermodynamics in Einstein's thought" *Science* **157** 509 (1967) [Клейн М Дж, в сб. Эйнштейновский сборник 1978—1979 (М.: Наука, 1983) с. 150]
13. Mehra J "Einstein and the foundation of statistical mechanics" *Physica A* **79** 447 (1975)
14. Dirac P A M "Homogeneous variables in classical dynamics" *Proc. Cambr. Philos. Soc.* **29** 389 (1933) [Перевод см. [20] Т. II, с. 461]
15. Dirac P A M "Wave equations in conformal space" *Ann. Math.* **37** 429 (1936) [Перевод см. [20] Т. II, с. 485]
16. Dirac P A M "Applications of quaternions to Lorentz transformations" *Proc. R. Irish Acad. A* **50** 261 (1945) [Перевод см. [20] Т. II, с. 553]
17. Рехенберг Х "Основания геометрии и квантовая алгебра", см. [8] с. 15
18. Dirac P A M "Note on the relativity dynamics of a particle" *Philos. Mag.* **47** 1158 (1924) [Перевод см. [20] Т. II, с. 16]
19. Дубровский В Н, Смородинский Я А, Сурков Е Л *Релятивистский мир* (Библиотека "Квант", Вып. 34) (М.: Наука, 1984)
20. Дирак П А М *Собрание научных трудов Т. I Квантовая теория (монографии, лекции) Т. II Квантовая теория (научные статьи: 1924—1947) Т. III Квантовая теория (научные статьи: 1948—1984) Т. IV Гравитация и космология. Воспоминания и размышления. (лекции, научные статьи: 1937—1984)* (Сер. "Классики науки", Под ред. А Д Суханова) (М.: Физматлит, 2002—2004)
21. Heisenberg W Z. *Phys.* **33** 879 (1925) [Перевод УФН **122** 574 (1977)]
22. Dirac P A M *Proc. R. Soc. London Ser. A* **109** 642 (1925); [Перевод УФН **122** 611 (1977), см. также [20] Т. II, с. 59]
23. Born M, Jordan P Z. *Phys.* **34** 858 (1925) [Перевод УФН **122** 586 (1977)]
24. Born M, Heisenberg W, Jordan P Z. *Phys.* **35** 557 (1926) [Гейзенберг В Избранные труды (М.: УРСС, 2001) с. 127]
25. Dirac P A M *Proc. R. Soc. London Ser. A* **110** 561 (1926); **111** 281, 405; **112** 661 (1926); *Proc. Cambridge Philos. Soc.* **23** 412, 500 (1926) [Перевод см. [20] Т. II, с. 72, 91, 117, 147, 140, 163]
26. Dirac P A M *The Principles of Quantum Mechanics* (Oxford: The Clarendon Press, 1930)
27. Dirac P A M "The physical interpretation of quantum dynamics" *Proc. R. Soc. London Ser. A* **113** 621 (1927) [Перевод см. [20] Т. II, с. 171]
28. Dirac P A M "The basis of statistical quantum mechanics" *Proc. Cambridge Philos. Soc.* **25** 62 (1929); "Note on the interpretation of the density matrix in the many electron problem" *Proc. Cambridge Philos. Soc.* **27** 240 (1931) [Перевод см. [20] Т. II, с. 208, 279]
29. von Neumann J *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik* (Berlin: J. Springer, 1932) [фон Нейман И Математические основы квантовой механики (М.: Наука, 1964)]
30. Dirac P A M "Über die Quantenmechanik der Stossvorgänge" *Z. Phys.* **44** 585 (1927) [Перевод см. [20] Т. II, с. 191]
31. Dirac P A M "Quantum mechanics of many-electron systems" *Proc. R. Soc. London Ser. A* **123** 714 (1929) [Перевод см. [20] Т. II, с. 213]
32. Dirac P A M "Note on the exchange phenomena in the Thomas atom" *Proc. Cambridge Philos. Soc.* **26** 376 (1930) [Перевод см. [20] Т. II, с. 268]
33. Дирак П А М "Приближенные методы (Доп. авт. к рус. пер.)", в кн. Дирак П.А.М. *Основы квантовой механики* (М.-Л.: Гостехиздат, 1932); см. также [20] Т. I, с. 303
34. Dirac P A M "The quantum theory of emission and absorption of radiation" *Proc. R. Soc. London Ser. A* **114** 243 (1927) [Перевод см. [20] Т. II, с. 285]
35. Weisskopf V F "Growing up with field theory", Preprint MIT (1980) [Перевод УФН **138** 455 (1982)]
36. Медведев Б В, Ширков Д В УФН **153** 59 (1987); см. также [20] Т. I, с. 626
37. Dirac P A M, Fock V A, Podolsky B "On quantum electrodynamics" *Phys. Z. Sowjetunion* **2** 468 (1932) [Перевод см. [20] Т. II, с. 409]
38. Shirkov D V "Quantum field — the only form of matter?", Preprint MPI-Ph/92-54 (1992)
39. Dirac P A M "Relativistic quantum mechanics" *Proc. R. Soc. London Ser. A* **136** 453 (1932) [Перевод см. [20] Т. II, с. 399]
40. Dirac P A M "Théorie du positron", in *Septième Conseil de Physique Solvay: Structure et Propriétés des Noyaux Atomiques, 22—29 October 1933* (Paris: Gautier Villars, 1934) p. 203 [Перевод см. [20] Т. II, с. 431]
41. Weisskopf V Z. *Phys.* **89** 27; **90** 817 (1934)
42. Stükelberg E G G *Ann. Phys. (Leipzig)* **21** 367 (1935); *Helv. Phys. Acta* **9** 255 (1938)
43. Kramers H A *Nuovo Cimento* **15** 108 (1938)
44. Боголюбов Н Н, Парасюк О С *ДАН СССР* **100** 25 (1955)
45. Боголюбов Н Н, Ширков Д В УФН **55** 149; **57** 2 (1955)
46. Боголюбов Н Н, Парасюк О С *Изв. АН СССР. Сер. мат.* **20** 585 (1956)
47. Парасюк О С *Изв. АН СССР. Сер. мат.* **20** 843 (1956)
48. Shirkov D V *Ann. Phys. (Leipzig)* **47** 230 (1990)
49. Stükelberg E G G, Petermann A *Helv. Phys. Acta* **26** 499 (1953)
50. Gell-Mann M, Low F E *Phys. Rev.* **95** 1300 (1954)
51. Боголюбов Н Н, Ширков Д В *ДАН СССР* **103** 203 (1955)
52. Dirac P A M "The physical interpretation of the quantum mechanics" (Bakerian Lecture 1941) *Proc. R. Soc. London Ser. A* **180** 1 (1942) [Перевод см. [20] Т. II, с. 587]

53. Dirac P A M "Quantized singularities in the electromagnetic field" *Proc. R. Soc. London Ser. A* **133** 60 (1931) [Перевод см. [20] Т. II, с. 388]
54. Oppenheimer J R "On the theory of electrons and protons" *Phys. Rev.* **35** 562–563 (1930)
55. Rutherford E, Chadwick J *Radiation from Radioactive Substances* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1930)
56. Dirac P A M "Theory of Electrons and Positrons", in *Nobel Lectures — Physics 1932–1941* (Amsterdam: Elsevier, 1965) p. 320 [Перевод см. [20] Т. I, с. 381]
57. Heisenberg W "Cosmic radiation and fundamental problems in physics" *Naturwissenschaften* **63** 63 (1976)
58. Кобзарев И Ю "К истории позитрона", см. [8] с. 21
59. Dirac P A M "Discussion of the infinite distributions of electrons in the theory of the positron" *Proc. Cambr. Philos. Soc.* **30** 150 (1934) [Перевод см. [20] Т. II, с. 441]
60. Jackiw R "Effects of Dirac's negative energy sea in quantum numbers" *Helv. Phys. Acta* **59** 835 (1986)
61. Попов В С "Квантовая электродинамика сверхсильных полей", в сб. *Современная теория элементарных частиц* (М.: Наука, 1984) с. 127
62. Pauli W *Die allgemeinen Prinzipien der Wellenmechanik* (Handbuch der Physik, 2 Aufl., Bd. 24) (Berlin: Springer, 1933) s. 82 [Паули В *Общие принципы волновой механики* (М.-Л.: Гостехиздат, 1947)]
63. Daitz R H "Biographical sketch of the life of Professor P A M Dirac, OM, FRS", in [1]
64. Dirac P A M *The Collected Works of P.A.M. Dirac, 1924–1948* (Ed. R H Dalitz) (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1995)
65. Dirac P A M "Generalized Hamiltonian dynamics" *Can. J. Math.* **2** 129 (1950); "The Hamiltonian form of field dynamics" *Can. J. Math.* **3** 1 (1951); "Generalized Hamilton dynamics" *Proc. R. Soc. London Ser. A* **246** 326 (1958) [Перевод см. [108], а также [20] Т. III]
66. Dirac P A M *Lectures on Quantum Mechanics* (New York: Belfer Graduate School Science, Yeshiva Univ., 1964) [Дирак П А М *Лекции по квантовой механике* (М.: Мир, 1968); см. также [20] Т. I, с. 386]
67. Арнольд В И, Козлов В В, Нейштадт А И "Математические аспекты классической и небесной механики", в сб. *Итоги науки и техники. Сер. Современные проблемы математики. Фундаментальные направления* Т. 3 (М.: Изд-во ВИНИТИ, 1985)
68. Борисов А В, Мамаев И С *Пуассоновы структуры и алгебры Ли в гамильтоновой механике* (Ижевск: Удмуртский университет, 1999)
69. Ландау Л Д, в сб. *Теоретическая физика в XX веке, посвященном памяти В. Пуассона* (1960); Ландау Л Д *Собрание трудов* Т. 2 (М.: Наука, 1969) с. 421
70. Чью Дж *Аналитическая теория S-матрицы* (М.: Мир, 1968)
71. Окунь Л Б *Введение в калибровочные теории: Лекции, прочитанные на школе ОИЯИ–ЦЕРН* (М.: Изд-во МИФИ, 1983)
72. Славнов А А, Фаддеев Л Д *Введение в квантовую теорию калибровочных полей* 2-е изд. (М.: Наука, 1987)
73. Dirac P A M "The theory of gravitation in Hamiltonian form" *Proc. R. Soc. London Ser. A* **246** 333 (1958) [Перевод см. [20] Т. III]
74. Dirac P A M "The Lagrangian in quantum mechanics" *Phys. Z. Sowjetunion* **3** 64 (1933) [Перевод см. [20] Т. II, с. 573]
75. Dirac P A M "On the analogy between classical and quantum mechanics" *Rev. Mod. Phys.* **17** 195 (1945) [Перевод см. [20] Т. II, с. 626]
76. Фаддеев Л Д *TMF* **1** 3 (1969)
77. Гитман Д М, Тютин И В *Каноническое квантование полей со связями* (М.: Наука, 1986)
78. Dirac P A M "Pretty mathematics" *Int. J. Theor. Phys.* **21** 603 (1982) [Перевод см. [20] Т. III]
79. Swinger J *Phys. Rev.* **144** 1087; **151** 1048, 1055 (1966); **173** 1536 (1968); *Science* **165** 757 (1969)
80. Atiyah M, in *Quantum Physics and the Topology of Knots: Proc. XIth Intern. Congress of Mathematical Physics* (Ed. E Lieb) (Boston: International Press, 1995)
81. Dirac P A M "The theory of magnetic poles" *Phys. Rev.* **74** 817 (1948) [Перевод см. [20] Т. III]
82. Маринов М С *УФН* **121** 377 (1977)
83. Рубаков В А *Письма в ЖЭТФ* **33** 658 (1981); Rubakov V A *Nucl. Phys. B* **203** 311 (1982); Callan C G (Jr) *Phys. Rev. D* **25** 2141; **26** 2058 (1982)
84. Markovski B, Vinitsky S I (Eds) *Topological Phases in Quantum Theory* (Singapore: World Scientific, 1989)
85. Монополи: Топологические и вариационные методы. Сб. статей (Под ред. М И Монастырского, А Г Сергеева) (М.: Мир, 1989)
86. Новиков С П "Гамильтоновы формализмы и многозначный аналог теории Морса" *Успехи матем. наук* **37** 3 (1982)
87. Рыбаков Ю П, Санюк В И *Многомерные солитоны. Введение в теорию и приложения* (М.: Изд-во РУДН, 2001)
88. Монастырский М И *Топология калибровочных полей и конденсированных сред* (М.: ПАИМС, 1995)
89. Dirac P A M A "New Basis for Cosmology" *Proc. R. Soc. London Ser. A* **165** 60 (1938) [Перевод см. [20] Т. IV]
90. Рубаков В А *УФН* **171** 913 (2001)
91. Salam A "Dirac and Finite Field Theory", см. [1] р. 84
92. Dirac P A M "Unitary representations of the Lorentz Group" *Proc. Roy. Soc. London Ser. A* **183** 284 (1945) [Перевод см. [20] Т. II, с. 537]
93. Dirac P A M "An extensible model of the electron" *Proc. R. Soc. London Ser. A* **268** 57 (1962) [Перевод см. [20] Т. III]
94. Dirac P A M "Particles of finite size in the gravitation field" *Proc. R. Soc. London Ser. A* **270** 354 (1962) [Перевод см. [20] Т. III]
95. Dirac P A M "The relations between mathematics and physics" *Proc. R. Soc. Edinburgh A* **59** 122 (1938–1939) [Перевод см. [108], а также [20] Т. IV]
96. Визгин Вл П "П.А.М. Дирак о взаимосвязи физики и математики", см. [8] с. 95
97. Гейзенберг В "Квантовая механика и беседа с Эйнштейном" *Природа* (5) 87 (1972)
98. Фаддеев Л Д "Математический взгляд на эволюцию физики" *Природа* (5) 11 (1989)
99. Uffink J, van Lith J "Thermodynamic uncertainty relations" *Found. Phys.* **28** 323 (1998)
100. Рудой Ю Г, Суханов А Д "Термодинамические флуктуации в подходах Гиббса и Эйнштейна" *УФН* **170** 1265 (2000)
101. Guth E "Brownian motion and indeterminacy relations" *Adv. Chem. Phys.* **15** 363 (1969)
102. Окса А И, Суханов А Д "Представление квантового броуновского движения в методе колективной координаты" *TMF* **136** 115 (2003)
103. Суханов А Д "К столетию неклассической физики", в сб. *100 лет квантовой теории. История. Физика. Философия: Труды Международной конференции* (Отв. ред. Е А Мамчур) (М.: НИА – Природа, 2002) с. 39
104. Суханов А Д "Новый подход к соотношению неопределенностей энергия–время" *ЭЧАЯ* **32** 1177 (2001)
105. Глаголев Н А *Проективная геометрия* (М.-Л.: Гостехиздат, 1963); Буземан Г, Келли П *Проективная геометрия и проективные метрики* (М.: ИЛ, 1957)
106. Картан Э *Теория спиноров* (М.: ИЛ, 1947)
107. Клейн Ф *Элементарная математика с точки зрения высшей Т. 2 Геометрия* (М.: Наука, 1987)
108. Дирак П А М *К созданию квантовой теории поля: Основные статьи 1925–1958 годов* (Под ред. Б В Медведева) (М.: Физматлит, 1990)
109. Суханов А Д "Обобщенные соотношения неопределенностей в квантовой механике и теории броуновского движения" *TMF* (2003) (в печати)
110. Суханов А Д "Соотношения неопределенностей Шрёдингера и физические особенности коррелированно-когерентных состояний" *TMF* **132** 449 (2002)

Dirac in 20th century physics: a centenary assessment

V.I. Sanyuk, A.D. Sukhanov

Russian University of Peoples Friendship

ul. Miklukho-Maklaya 6, 117198 Moscow, Russian Federation

Tel. (7-095) 955-08 38, 952-35 83. E-mail: vsanyuk@sci.psu.edu.ru; ogol@oldi.ru

Current views on Dirac's creative heritage and on his role in the formation and development of quantum physics and in shaping the physical picture of the world are discussed. Dirac's fundamental ideas of his late period of 1948–1984 and their progress in our days are given considerable attention.

PACS numbers: 01.65.+g, 03.65.-w, 11.10-z

Bibliography 110 — references

Received 2 July 2002, revised 30 June 2003