

13. Balagurov A M et al. *Phys. Rev. B* **64** 024420 (2001)  
 14. Babushkina N A et al. *Nature* **391** 159 (1998)  
 15. Nagaev E L *Phys. Rev. B* **58** 12242 (1998)  
 16. Yoshizawa H et al. *Phys. Rev. B* **55** 2729 (1997)  
 17. Radaelli P G et al. *Phys. Rev. B* **63** 172419 (2001)  
 18. Moreo A et al. *Phys. Rev. Lett.* **84** 5568 (2000)  
 19. Littlewood P *Nature* **399** 529 (1999)  
 20. Babushkina N A et al. *J. Phys.: Condens. Matter* **11** 5865 (1999)  
 21. Кугель К И, Хомский Д И *ЖЭТФ* **79** 987 (1980)  
 22. Egami T, in *Localized to Itinerant Electronic Transition in Perovskite Oxides* (Structure and Bonding, Vol. 98, Ed. J B Goodenough) (Berlin: Springer, 2001) p. 140

PACS numbers: 42.68.Bz, **42.79**. – e, 95.55.Cs

## Атмосферная адаптивная оптика

В.П. Лукин

### 1. Введение

Исследования по разработке систем адаптивной оптики проводятся в Институте оптики атмосферы СО РАН уже свыше 25 лет. Решаются традиционные задачи оптики, а именно задачи формирования оптических пучков и изображений с целью обеспечить:

- концентрацию энергии лазерного пучка,
- повышение четкости оптического изображения,
- увеличение скорости передачи данных в оптических линиях связи,
- ряд других специфических требований.

Решение этих задач обеспечивается адаптивными оптико-электронными системами путем включения в их структуру таких новых элементов, как

- корректор волнового фронта (активный оптический элемент),
- датчик искажений (измеритель флуктуаций) волнового фронта,
- опорный источник,
- решающее устройство и алгоритм работы.

Поскольку эти новые элементы (рис. 1), не говоря уже о системе в целом, серийно не выпускаются, необходимо было их разрабатывать и создавать самим. Поэтому исследования в этом научном направлении шли как по

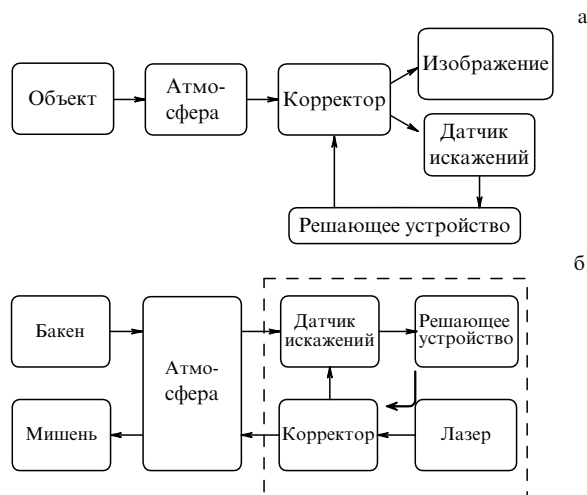


Рис. 1. Атмосферные адаптивные оптические системы: (а) формирование изображения, (б) формирование пучков.

пути разработки теории адаптивных систем, так и по пути создания новых элементов, макетов систем и алгоритмов их управления.

### 2. Измерения фазовых флуктуаций оптических волн при распространении в атмосфере

Под адаптивной коррекцией искажений, обусловленных неоднородностями атмосферы (турбулентность, рефракция, тепловое самовоздействие излучения), чаще всего понимается фазовая коррекция. Управление фазой (разностью оптического хода) осуществляется с помощью корректоров волнового фронта, а информация для этого получается на основе применения датчика искажений.

В этой связи первым этапом работы было исследование статистических свойств флуктуаций фазы оптической волны при распространении через атмосферную турбулентность. В начале 70-х годов были созданы интерференционные измерители фазы для волн оптического диапазона. При этом применялись высококогерентные источники оптического излучения видимого диапазона.

Были исследованы статистические свойства флуктуаций фазы, как временные, так и пространственные. Теоретические расчеты были выполнены в приближении метода плавных возмущений, а эксперименты проводились в условиях однородных приземных трасс различной протяженности. Были исследованы структурные функции, корреляционные функции и их фурье-преобразования.

Обнаружено, что структурная функция фазы (рис. 2) чувствительна как к интенсивности турбулентности, так и к ее масштабам — внутреннему и внешнему.

Сопоставление данных оптических измерений масштабов турбулентности с данными расчетов на основе метеорологических измерений (измерений скорости ветра и температуры) показали их соответствие (рис. 3).

Самый главный результат этого цикла исследований — обнаружение насыщения роста структурной

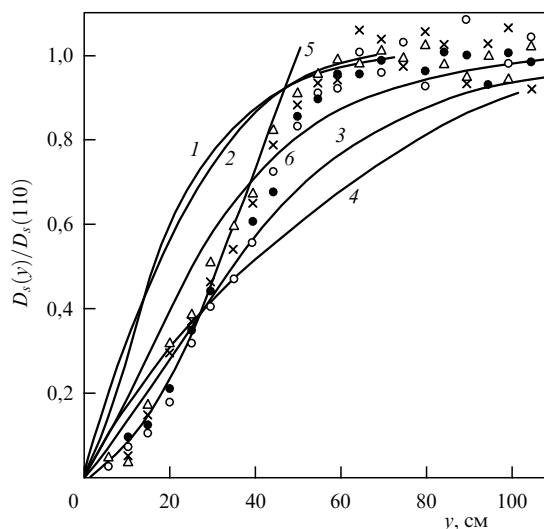


Рис. 2. Структурная функция фазы оптической волны в турбулентной атмосфере: 1–4, 6 — результаты расчетов для моделей спектра с конечным внешним масштабом, 5 — расчет для модели спектра Колмогорова – Обухова, ●, △, ×, ○ — экспериментальные данные.

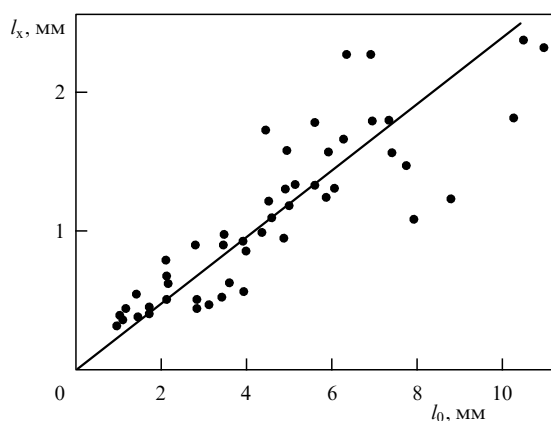


Рис. 3. Сравнение величин внутреннего масштаба турбулентности, восстановленных по данным оптических и метеорологических измерений: точки — эксперимент, прямая линия — расчет.

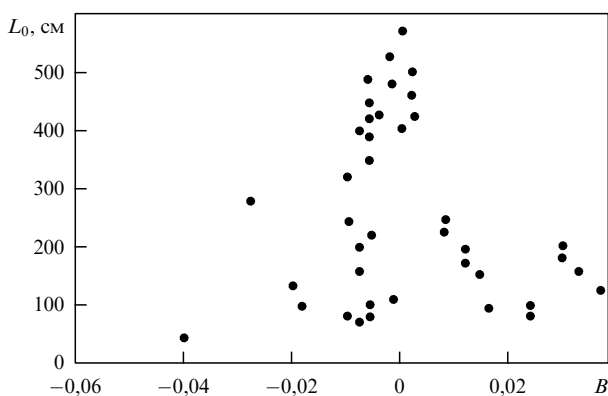


Рис. 4. Сопоставление данных оптических измерений внешнего масштаба турбулентности и параметра неустойчивости атмосферы Монина  $B$ .

функции фазы оптической волны (см. рис. 2) при больших разностях точек наблюдения. Это явление получило впервые объяснение в наших работах на основе использования для его описания спектра турбулентности с конечным внешним масштабом [1]. В модели Колмогорова–Обухова, привлекавшейся ранее, считается, что внешний масштаб турбулентности бесконечен. На основе оптических и метеорологических измерений нами было показано, что в приземном слое атмосферы величина внешнего масштаба турбулентности зависит от термодинамической устойчивости атмосферы (рис. 4). Кроме этого оказалось, что в области больших оптических неоднородностей атмосферная турбулентность обладает анизотропией [1, 2].

### 3. Разработка теории атмосферных адаптивных оптических систем

Начиная с 1977 г., в ИОА СО РАН были развернуты работы по исследованию возможностей применения фазовой коррекции для уменьшения влияния атмосферы на параметры оптических систем. Прежде всего были развиты теоретические исследования. Математическая формулировка задачи состояла в решении волнового уравнения для корректируемой оптической волны и для

встречной по отношению к ней опорной волны при условиях учета турбулентности, поглощения излучения веществом, а также ветровых и тепловых эффектов. Адаптивная система включала в себя численные модели датчиков искажений, а также корректоров этих искажений. В период 1984–1986 гг. была завершена разработка теории атмосферных адаптивных оптических систем. Основные результаты легли в основу монографии, вышедшей в 1986 г. в Новосибирске [2], а в 1996 г. — в переводе в США [3].

Попробуем кратко суммировать здесь наиболее важные достижения, полученные в первые годы в этом направлении.

1. Впервые были предложены и изучены двухцветные адаптивные системы. В этом случае корректируемая и опорная волны имеют различные длины. Была обоснована схема масштабирования данных измерения в опорном канале для управления в корректируемом канале. Первая работа по двухцветным адаптивным системам была опубликована в 1979 г. [4].

2. Впервые для создания опорного источника было предложено использовать оптический сигнал, рассеянный на неоднородностях атмосферы. В первой публикации по этому вопросу (1979 г.) приведены результаты расчета взаимной корреляционной функции флуктуаций фазы гауссова пучка и опорной плоской волны. В работе [5] мы впервые высказали предположение по использованию сигнала обратного рассеяния от неоднородностей атмосферы для коррекции изображения. Были также [6] рассчитаны предельные возможности коррекции изображения в телескопе с помощью опорного источника, сформированного в атмосфере на фиксированном расстоянии.

Теперь эти исследования получили очень широкое развитие и даже появилось целое научное направление — создание и применение лазерных опорных звезд. В 2000 г. эти исследования были отмечены премией и медалью им. Галилео Галилея.

3. При анализе динамических свойств адаптивных систем впервые было предложено использовать идеи статистического предсказания флуктуаций. Впервые [7] был использован анализ адаптивных систем как динамических. Помимо традиционных адаптивных систем постоянного запаздывания рассмотрены возможности "скоростных" систем, а также "прогнозирующих" адаптивных. Определены предельно допустимые временные задержки в адаптивных системах, которые обеспечивают заданный уровень коррекции. Как оказалось, они определяются эффективной скоростью ветра, радиусом когерентности атмосферы, а также параметрами оптической системы.

4. В этот же период были разработаны принципы и созданы макетные образцы [11] отдельных компонентов адаптивной оптической системы:

- составные многокомпонентные зеркала (рис. 5),
- зеркала для быстрого управления наклонами волнового фронта,
- гибкие биморфные оптические элементы,
- следящие системы на диссекторе, координатно-чувствительных фотоприемниках,
- следящие измерители флуктуаций фазы оптического диапазона.

Был также создан целый ряд измерителей флуктуаций фазы оптического диапазона: ИФАС — измеритель фазы

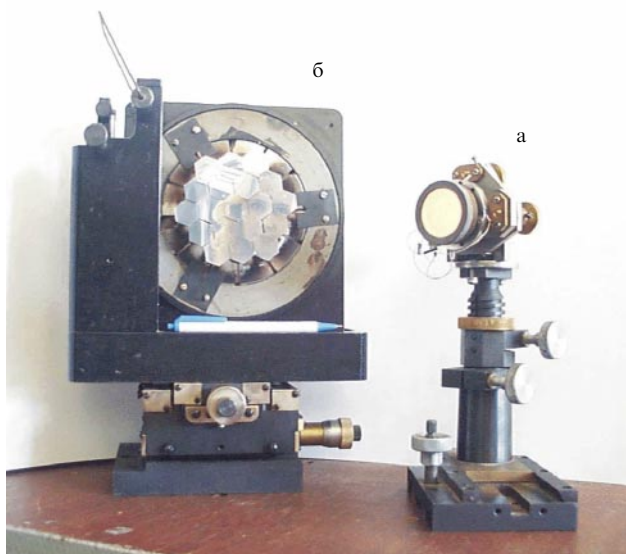


Рис. 5. Составное многокомпонентное зеркало (а) и зеркало для быстрого (б) управления наклонами волнового фронта.

аналоговый следящий, ИФУП — измеритель флуктуаций углов прихода, ИРСАН — измеритель рефракции, лазерная опорная система с коррекцией атмосферной рефракции, а также системы контроля качества оптических изделий Интеркон, СКИФ.

Эти системы были внедрены на оптических производствах страны. Системы работали как с лазерным излучением, так и с излучением ярких (+4) звезд.

5. В 1981 г. были выполнены первые эксперименты по адаптивной коррекции турбулентных и рефракционных искажений лазерных пучков и изображений на приземных атмосферных трассах. На основе созданных макетных образцов отдельных компонентов адаптивных

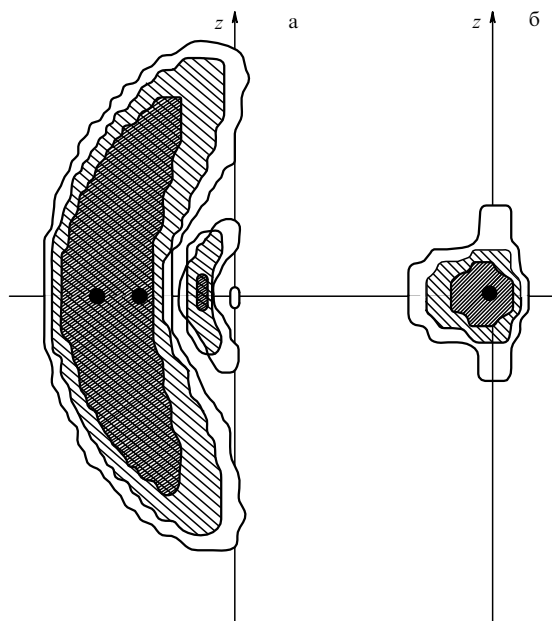


Рис. 6. Коррекция тепловых эффектов для гауссова фокусированного пучка: (а) распределение интенсивности в фокальном пятне без коррекции, (б) распределение интенсивности при фазовой коррекции.

систем были проведены эксперименты [8] по фазовой коррекции турбулентных и рефракционных искажений при формировании в атмосфере оптических изображений и лазерных пучков.

6. Разработаны эффективные алгоритмы коррекции теплового самовоздействия мощных лазерных пучков в атмосфере. На основе численных расчетов было показано [9], что фазовая коррекция применима для борьбы с эффектами как атмосферной турбулентности, так и теплового самовоздействия, возникающего при распространении мощного лазерного излучения в поглощающей среде. Показана возможность компенсации ветрового сноса и теплового расплывания фокусированных лазерных пучков излучения (рис. 6).

Очень интересным является вывод о том, что фазовая коррекция обеспечивает не только устранение атмосферных эффектов, но и увеличение предельной плотности мощности передаваемого через атмосферу излучения.

7. В наших работах [10] была обоснована важность корректного учета внешнего масштаба атмосферной турбулентности при расчете оптических характеристик. Проведено сравнение нескольких различных моделей:

$$\begin{aligned}\Phi_n(\chi, \xi) &= 0,0033 C_n^2(\xi) [\chi^2 + \chi_0^2(\xi)]^{-11/6}, \\ \Phi_n(\chi, \xi) &= 0,0033 C_n^2(\xi) (\chi^2 L_0^2 + \chi L_0)^{-11/6}, \\ \Phi_n(\chi, \xi) &= 0,0033 C_n^2 \chi^{-11/3} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\chi^2}{\chi_0^2}\right) \right],\end{aligned}$$

описывающих поведение спектра атмосферной турбулентности в области крупномасштабных неоднородностей; все эти модели соответствуют колмогоровской турбулентности в инерционном интервале и описывают эффект насыщения структурной функции фазы.

#### 4. Современные проблемы адаптивной оптики

Итогом работ 1991–1995 гг. стало [12, 13] создание четырехмерной численной динамической модели атмосферных адаптивных систем. Ее основой являются модели атмосферы (турбулентность, рефракция и поглощение) и модели компонентов адаптивной системы (активные оптические элементы, измерители искажений волнового фронта, опорные источники и алгоритмы работы адаптивных систем).

В начале 90-х годов мы стали выяснять области наибольшего применения адаптивной оптики (АО). Наиболее реальным оказалось ее применение, прежде всего, для создания лазерных опорных систем, а также в астрономии. В 1993–1994 гг. мы приступили к поиску прямых выходов на конкретные системы. Таковыми стали астрономические телескопы. В эти 2 года мы разработали адаптивную оптическую систему для телескопа АСТ-10 — это проект российского составного 10-метрового адаптивного телескопа.

Сам телескоп (рис. 7), имеющий составное 91-элементное зеркало, оказался слишком медленным для компенсации турбулентных искажений в реальном времени. Поэтому была предложена концепция коррекции на основе адаптивного вторичного зеркала.

Мы обобщили мировой опыт разработки подобных систем и на основе нашей компьютерной системы промоделировали всю оптическую систему телескопа, начиная с ошибок юстировки его первичного зеркала. Как

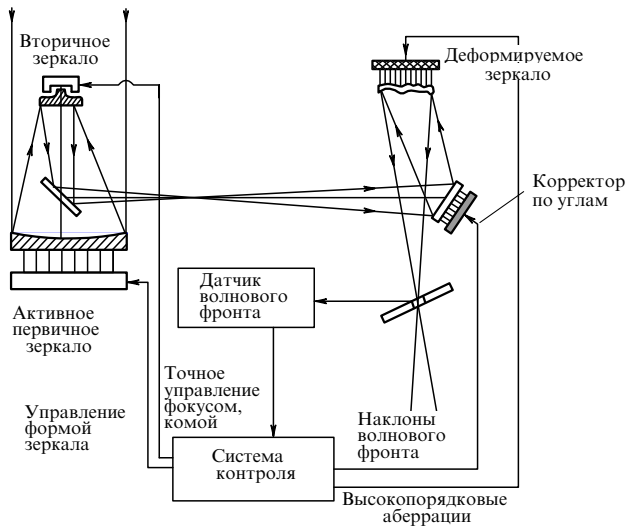


Рис. 7. Структурная схема астрономического телескопа с составным главным зеркалом и системой адаптивной коррекции искажений.

известно, для телескопа, работающего через атмосферу, важны два параметра: угловое разрешение и параметр Штреля.

В вакууме предельное угловое разрешение телескопа численно примерно равно отношению длины волны к диаметру первичного зеркала. Для видимого диапазона это составляет сотые доли угловой секунды.

Мы изучили (см. рис. 7) влияние технических ошибок — расфазировки первичного зеркала АСТ-10 на величину параметра Штреля. Далее проводились исследования возможности частичной фазовой коррекции изображения с помощью адаптивного вторичного зеркала. Были исследованы:

- различные уровни турбулентности на основе моделей атмосферы,
- различные типы активных зеркал (составные, гибкие, модовые),
- различные измерители волнового фронта.

В том числе было исследовано влияние флуктуаций количества фотонов проходящего на телескоп светового потока при работе со слабыми звездами. Также были предложены подходы работы телескопа с использованием лазерной опорной звезды для различных диапазонов длин волн.

Примерно в это же время проводились исследования влияния турбулентной атмосферы на большебазовые интерферометры, включая звездные [15].

#### 4.1. Моделирование и создание реальных действующих макетов адаптивных оптических систем для астрономии

Созданное программное обеспечение позволило промоделировать [14–16] работу оптических систем в атмосфере: интерферометров и адаптивных астрономических телескопов (рис. 8). Были рассчитаны спектры флуктуаций сигнала в большебазовых оптических "звездных"

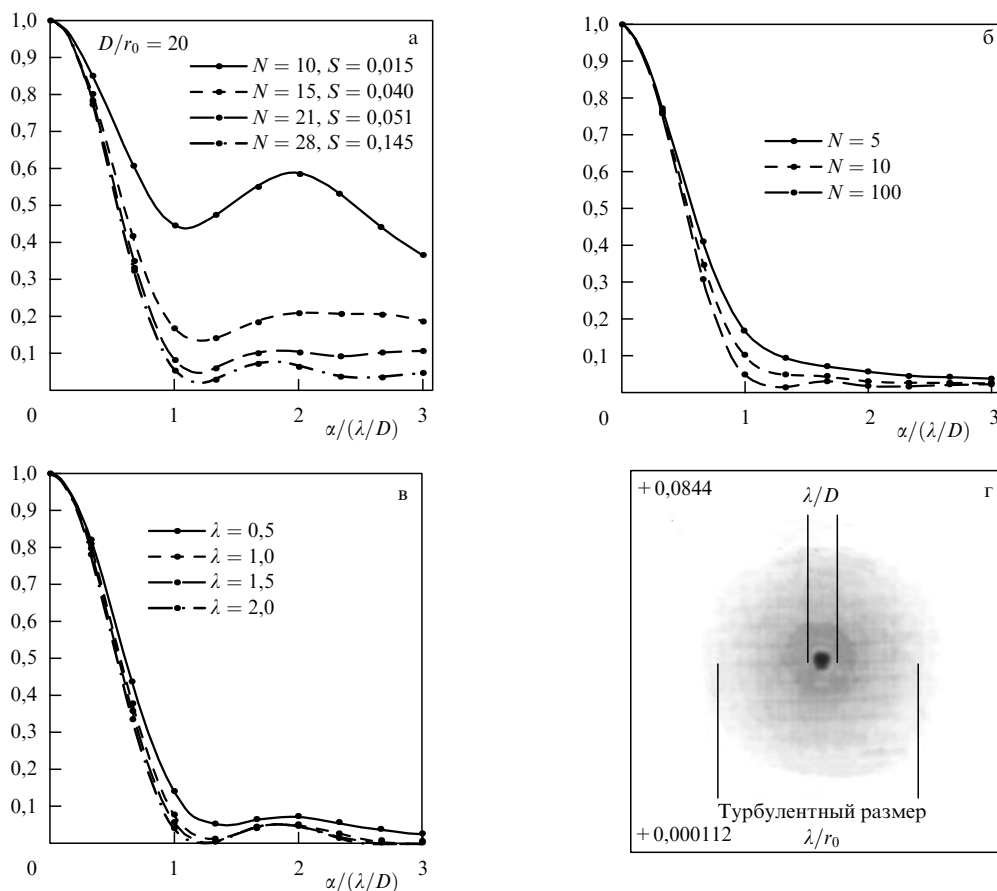


Рис. 8. Пример моделирования работы астрономического телескопа с адаптивной системой коррекции: (а) модальный корректор,  $N$  — число скорректированных мод, (б) гартмановский датчик (10 субапертур на диаметре,  $d = r_0$ ),  $N$  — число фотонов на субапертуру, (в) лазерная опорная звезда в натриевом слое,  $H = 100$  км, (г) дифракционное ядро.

интерферометрах с размерами базы от 3 до 85 м, а также показано, что определяющую роль играет корректная модель высотного хода внешнего масштаба турбулентности.

Введение по нашему предложению "эффективного" внешнего масштаба турбулентности для всей атмосферы в целом позволяет упростить оценки параметров и характеристики адаптивного телескопа.

Использование численной модели адаптивной системы дало возможность провести анализ адаптивной оптической системы для телескопа АСТ-10. Исследовались параметр Штреля и интегральное разрешение телескопа. Анализировались искажения, обусловленные ошибками фазировки элементов главного зеркала, а также возможности применения вторичного активного зеркала для коррекции турбулентных искажений.

**4.2. Адаптивный солнечный телескоп**

Мы предприняли попытку внедрить систему АО на однометровом солнечном телескопе БСВТ Института солнечно-земной физики СО РАН. В первый сезон, посвященный в основном сбору данных о дневном астроклимате района озера Байкал, был создан специальный прибор — дифференциальный измеритель дрожания изображения и исследовано поведение искажений изображения Солнца, формируемого в данном телескопе, обусловленных особенностями данного региона.

Был создан первый вариант АО-системы для БСВТ (рис. 9), который обеспечивал стабилизацию фрагмента в изображении Солнца с использованием следящего устройства на основе координатно-чувствительного фотоприемника, измеряющего смещение центра тяжести изображения. В качестве элемента для слежения использовано пятно (пóра) на поверхности Солнца. Система

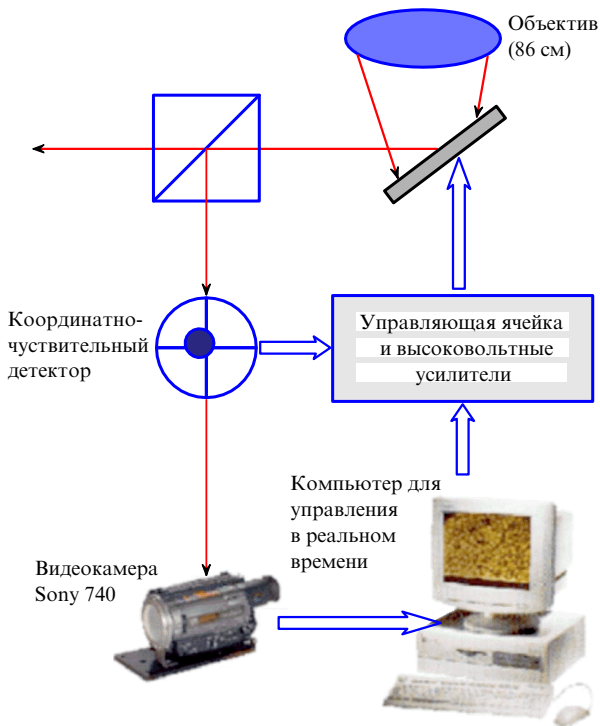


Рис. 9. Блок-схема адаптивной оптической системы для солнечного астрономического телескопа.

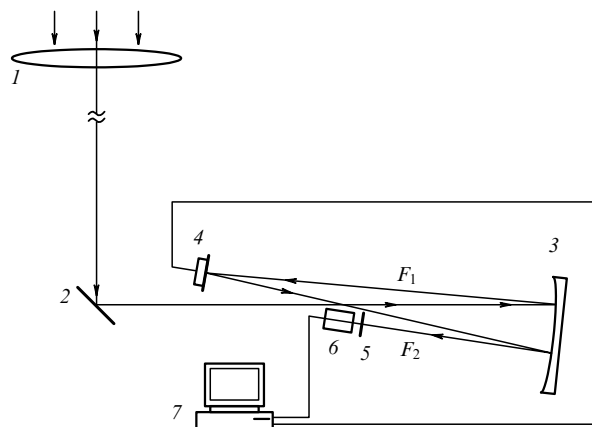


Рис. 10. Адаптивная система с корреляционным датчиком смещения изображения: 1 — линза, 2 — поворотное зеркало, 3 — зеркало, 4, 6 — фотоприемники, 5 — модулятор, 7 — дисплей компьютера,  $F_1, F_2$  — фокусные расстояния системы формирования изображения.

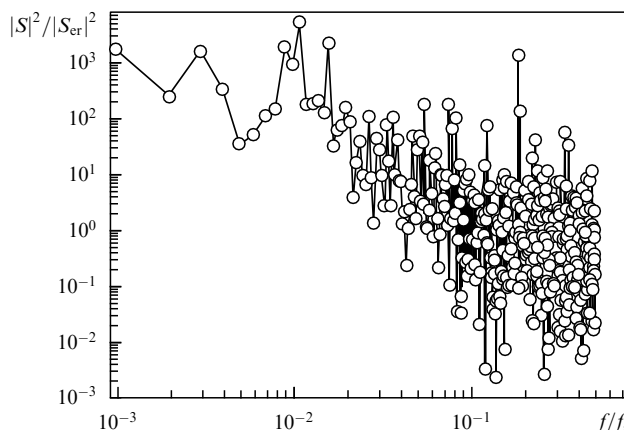


Рис. 11. Частотная зависимость эффективности подавления дрожания изображения.

обеспечивала улучшение качества изображения в 4–16 раз.

Дальнейшие работы в данном направлении проводились в рамках комплексного междисциплинарного проекта ИОА – ИСЗФ "Солнечный адаптивный телескоп". В 2001 г. был изготовлен макет измерителя смещения изображения, обеспечивающий возможность исследований в условиях малых вариаций интенсивности, работающий по корреляционной методике. Были проведены численные эксперименты по определению влияния различных параметров изображения Солнца на работу корреляционного алгоритма с использованием синтезированных на компьютере моделей изображения фрагментов солнечной поверхности, а также реальных фотографий грануляционных картинок, полученных на БСВТ.

Главная задача, которая решалась с помощью данной системы, — коррекция наклонов волнового фронта, т.е. стабилизация положения изображения.

На следующем этапе была создана система (рис. 10) коррекции общего наклона волнового фронта на основе корреляционного датчика смещения. Один из результатов испытания этой системы, приведенный на рис. 11, демонстрирует эффективность подавления дрожания изображения фрагмента солнечной поверхности.

Как конечный результат мы рассматриваем создание адаптивной системы на основе многоэлементного зеркала для коррекции высших аберраций волнового фронта. Необходимо заметить, что компенсация наклонов волнового фронта очень важна, так как вклад случайных наклонов в дисперсию флуктуаций фазы составляет примерно 87 % [17].

**4.3. Исследование эффективности применения лазерных опорных звезд для коррекции изображений, формируемых через атмосферу**

Проблема компенсации наклонов волнового фронта в наземных телескопах стала очень актуальной особенно в связи с использованием лазерных опорных звезд (ЛОЗ). Их применение обусловлено тем, что слабые звезды

несут слишком мало энергии, которой недостаточно для одновременной работы адаптивных систем и телескопа.

Направление по применению ЛОЗ стало развиваться в нашей стране с 1979 г. Именно тогда впервые была показана возможность использования сигнала обратного рассеяния от неоднородностей атмосферы в качестве опорного бакена. Ряд научных экспериментов в начале 80-х годов был выполнен в НПО "Астрофизика" и в нашей лаборатории.

История развития этих работ в США началась в 1982 г., но вплоть до 1993 г. они были засекречены. Возможны несколько схем формирования ЛОЗ: моно-статическая и бистатические. Однако при всей привлекательности применения ЛОЗ у них есть один существенный недостаток — практическая невозможность коррекции общего наклона волнового фронта, а он составляет 87 % от дисперсии всех флуктуаций фазы. Об этой

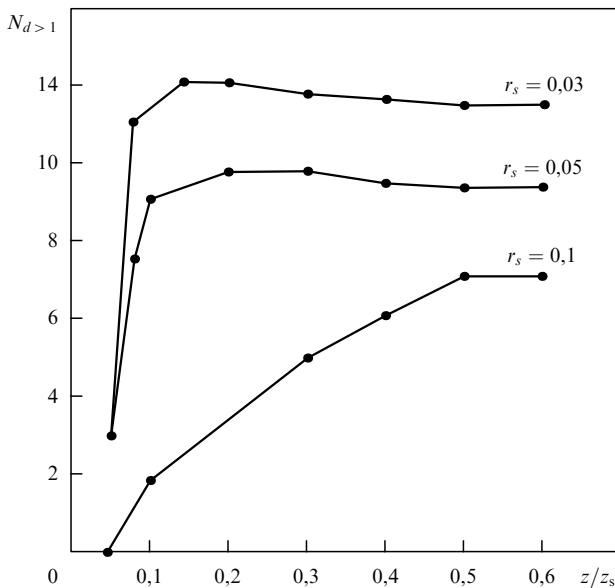


Рис. 12. Статистика сингулярных точек как функция уровня турбулентности  $r_s$  и длины трассы  $z$ .

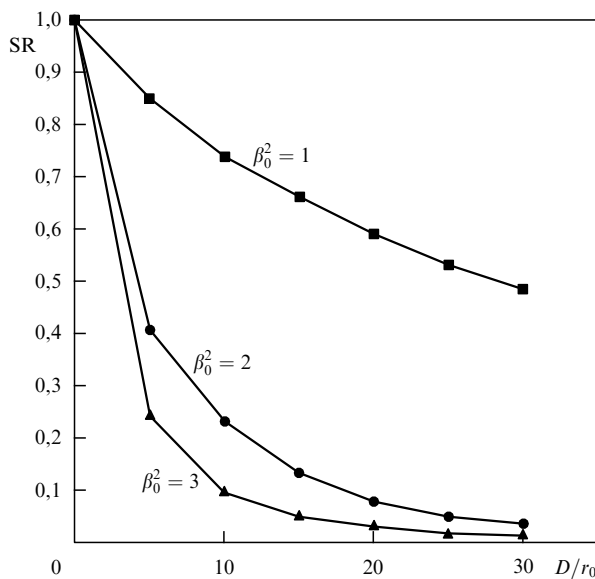


Рис. 13. Ухудшение эффективности коррекции изображений при использовании только "потенциальной" части фазы.

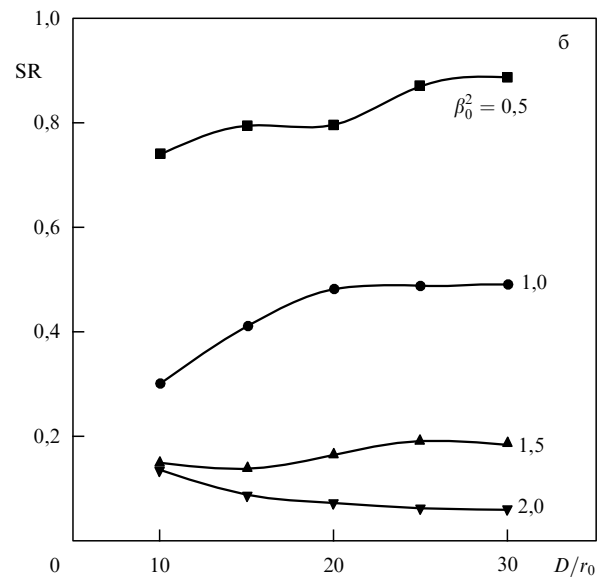
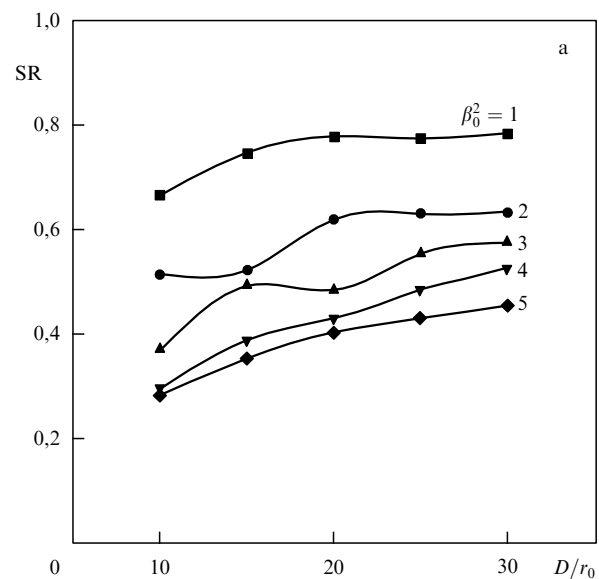


Рис. 14. Параметр Штреля — критерий эффективности при коррекции формируемого лазерного пучка полной фазы (а) и при фильтрации фазовых дислокаций (б). Около кривых даны значения дисперсии флуктуаций интенсивности  $\beta_0^2$  на трассе. По оси ординат отложено отношение размера передающей апертуры  $D$  к радиусу когерентности  $r_0$ .



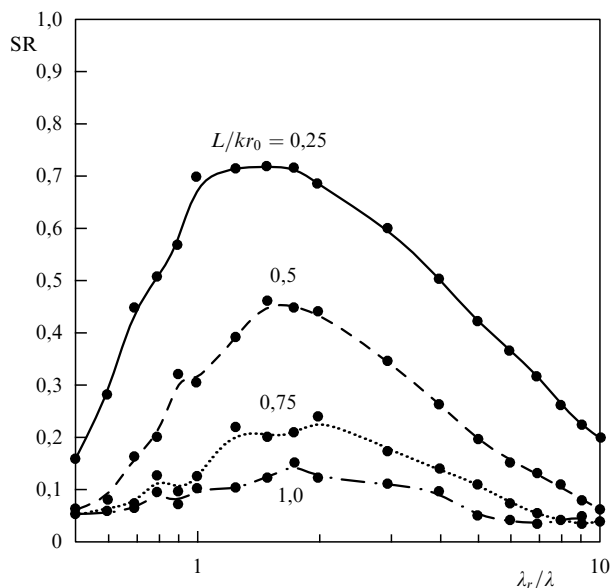


Рис. 15. Параметр Штреля как функция отношения длины корректимой волны к длине волны опорного источника для различных расстояний распространения света: —  $L = 31$  км, - - - - 62 км, ···· 94 км, - · - · 125 км.

проблеме было заявлено в ряде работ, в том числе и в нашей работе 1995 г. Нам представляется, что одним из возможных путей решения этой проблемы является использование алгоритма оптимальной коррекции, обеспечивающего минимум остаточных искажений флуктуаций наклона. Суть этого алгоритма заключается в масштабировании данных измерения положения изображения ЛОЗ на весовой множитель, который получается либо расчетным путем (на основе применения моделей атмосферы), либо путем прямых измерений.

Некоторые авторы предлагали для коррекции наклона использовать бистатические схемы, но они технически неэффективны по ряду причин. Это было нами показано в серии точных расчетов на основе развития моделей атмосферной турбулентности. Мы предложили гибридную схему, свободную от ряда недостатков, а также новый подход для динамического формирования ЛОЗ. Было показано, что применение ЛОЗ в виде опорного креста (создаваемого путем сканирования двумя узкими лазерными пучками) обеспечивает эффективную коррекцию наклонов волнового фронта даже для большеапертурных телескопов [18, 19].

## 5. "Сильные" флуктуации и дислокации волнового фронта

Та коррекция, о которой здесь говорилось, основывается на линейной оптике и предполагает, прежде всего, фазовую коррекцию. Но в условиях существенных амплитудных флуктуаций (вплоть до появления точек с нулевой интенсивностью) описание фазовых флуктуаций уже невозможно на языке гладких функций. На рисунке 12 приведен результат численного эксперимента по моделированию статистики появления дислокаций волнового фронта при увеличении длины оптической трассы распространения. Имеют место дислокации волнового фронта, приводящие к появлению сингулярностей в этих точках. Наличие дислокаций поля приводит к

необходимости описания фазы оптической волны в виде двух компонент: *потенциальной и вихревой*.

В наших последних работах [22, 24] показано, что в условиях "сильных" флуктуаций интенсивности при формировании как изображения, так и лазерных пучков потеря вихревой компоненты серьезно ухудшает эффективность АО (рис. 13).

Этот наш чисто теоретический результат получил убедительное подтверждение в экспериментах, проведенных в Линкольнской национальной лаборатории США.

Было также показано (рис. 14) [22], что в этой связи в условиях "сильных" флуктуаций гибкие адаптивные зеркала, не приспособленные для воспроизведения скачков фазы, очень быстро становятся непригодными для коррекции, однако составные сегментированные зеркала хорошо работают в области "сильных" флуктуаций.

Кроме этого было отмечено, что в области "сильных" флуктуаций интенсивности *двухцветные адаптивные системы* становятся полностью неэффективными [20, 21].

На рисунке 15 приведена расчетная зависимость параметра Штреля для "двухцветной" адаптивной системы от величины различия длин волн корректимого и корректимого (опорного) излучения.

Для обеспечения эффективной фазовой коррекции было обосновано применение многозеркальной адаптивной коррекции [22]; вместе с тем в настоящее время развивается подход с использованием амплитудно-фазовой коррекции (рис. 15).

## Список литературы

1. Lukin V P, Pokasov V V *Appl. Opt.* **20** 121 (1981)
2. Лукин В П *Атмосферная адаптивная оптика* (Новосибирск: Наука, 1986)
3. Lukin V P *Atmospheric Adaptive Optics* (SPIE Press Monograph, PM23) (Bellingham, Wash.: SPIE, 1995)
4. Lukin V P *Opt. Lett.* **4** 15 (1979)
5. Лукин В П, Емалеев О Н *Квант. электрон.* **7** 1270 (1980)
6. Лукин В П, Матюхин В Ф *Квант. электрон.* **10** 1264 (1983)
7. Zuev V E, Lukin V P *Appl. Opt.* **26** 139 (1987)
8. Емалеев О Н, Лукин В П *Квант. электрон.* **9** 2264 (1982)
9. Lukin V P et al. *J. Opt. Soc. Am. A* **11** 903 (1994)
10. Lukin V P *Proc. SPIE* **2222** 527 (1994)
11. Витриченко Э А и др. *Проблемы оптического контроля* (Отв. ред. И В Самохвалов) (Новосибирск: Наука, 1990)
12. Витриченко Э А и др. *ДАН СССР* **300** 312 (1998)
13. Fortes B V, Lukin V P *Proc. SPIE* **1688** 477 (1992)
14. Lukin V P et al. *Proc. SPIE* **2222** 522 (1994); Лукин В П и др. *Оптика атмосферы и океана* **8** 409 (1995)
15. Lukin V P, in *Adaptive Optics. Proc. of a Topical Meeting, Oct. 2-6, 1995, Garching, Germany* (ESO Workshop Proc., No. 54, Ed. M Cullum) (Garching bei München: European Southern Observatory, 1996) p. 373
16. Лукин В П, Фортес Б В *Астрон. журн.* **73** 419 (1996)
17. Лукин В П *Оптика атмосферы и океана* **9** 1433 (1996)
18. Лукин В П и др. *Оптика атмосферы и океана* **12** 1161 (1999)
19. Lukin V P *Appl. Opt.-LP* **37** 4634 (1998)
20. Лукин В П *Оптика атмосферы и океана* **12** 981 (1999)
21. Лукин В П, Фортес Б В *Адаптивное формирование пучков и изображений в атмосфере* (Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999)
22. Lukin V P, Fortes B V *Adaptive Beaming and Imaging in the Turbulent Atmosphere* (SPIE Press Monograph, PM109) (Bellingham: SPIE, 2002)
23. Канев Ф Ю, Лукин В П *Оптика атмосферы* **4** 1273 (1991)
24. Lukin V P, Fortes B V *Appl. Opt.-LP* **41** 5616 (2002)