

ОБОЗРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Квантовые фазовые переходы в двумерных системах

Е.Л. Шангина, В.Т. Долгополов

Выполнен критический анализ экспериментальных данных, касающихся квантовых фазовых переходов в двумерных системах: переходов сверхпроводник – диэлектрик, металл – диэлектрик и переходов в режиме целочисленного квантового эффекта Холла.

PACS numbers: 73.40.-e, 73.43.Nq, 74.78.Dh

Содержание

1. Введение (801).
 2. Квантовые фазовые переходы сверхпроводник – диэлектрик в тонких пленках (803).
 3. Фазовые переходы в режиме целочисленного квантового эффекта Холла (806).
 4. Переход металл – диэлектрик в двумерных системах (809).
 5. Заключение (811).
- Список литературы (811).

1. Введение

В настоящее время имеется немало обзоров и даже книг (см., например, [1–9]), посвященных квантовым фазовым переходам. В основном в них рассматриваются теоретические представления, а экспериментальные данные используются исключительно для иллюстрации. Целью настоящего обзора является критический анализ экспериментальных данных, касающихся квантовых фазовых переходов в двумерных системах, с намерением выявить твердо установленные факты, сформулировать направления дальнейших исследований и определить нерешенные задачи.

Объяснение природы квантовых фазовых переходов удобно начать с непрерывных фазовых переходов, т.е. переходов, в которых нет стационарного сосуществования двух различных фаз (и, следовательно, нет стационарных фазовых границ). Таким образом, в точке непрерывного фазового перехода тело, как целое, изменяет фазовое состояние. Изменение фазового состояния тела при непрерывном фазовом переходе связывают с величиной параметра порядка, который конечен в одной из фаз и обращается в нуль, не испытывая разрыва, в точке перехода. Поиск подходящего параметра порядка для

конкретного фазового перехода зачастую представляет собой отдельную нетривиальную проблему.

За точкой перехода система является стационарно и однородно разупорядоченной, поэтому во всех непрерывных переходах по мере приближения к точке перехода длительность τ_c и характерный размер r_c флуктуаций параметра порядка расходятся.

К классу непрерывных переходов принадлежат непрерывные термодинамические фазовые переходы (например, фазовые переходы второго рода), характеризующиеся особенностями в температурных производных термодинамических потенциалов. Непрерывные термодинамические фазовые переходы происходят благодаря термическим флуктуациям в системе. Впервые расходимость размера флуктуаций плотности диоксида углерода CO_2 вблизи критической точки непрерывного термодинамического фазового перехода экспериментально установлена в 1869 г. [10] по наблюдению рефракции видимого света на флуктуациях плотности.

Непрерывные фазовые переходы можно представить себе и при нулевой температуре. Состояние системы варьируется в этом случае вследствие изменения температуры, но какого-либо из внешних параметров (магнитного поля, уровня легирования, композиционного состава и т.п.). При нулевой температуре, разумеется, переход не может быть зарегистрирован по особенностям температурных производных термодинамических потенциалов, следовательно, для его регистрации должны быть использованы другие свойства системы, например, кинетические характеристики.

Повторные измерения физической величины, оператор которой не коммутирует с гамильтонианом исследуемой системы, приводят, даже если система находится в стационарном состоянии и при произвольно низкой температуре, к несовпадающим результатам: измеряемая величина испытывает квантовые флуктуации. При многочисленных повторных измерениях может быть найдена дисперсия, а при периодических измерениях — спектральная плотность флуктуаций. Обе эти величины определяются расположением квантовых уровней системы вблизи изучаемого стационарного состояния. Если температура превышает характерное расстояние между квантовыми уровнями, то основной причиной

Е.Л. Шангина, В.Т. Долгополов. Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Московская обл., Российская Федерация
Тел. (095) 720-49-59 доб. 229-46
Факс (096) 524-97-01
E-mail: shangina@issp.ac.ru

Статья поступила 27 февраля 2003 г.

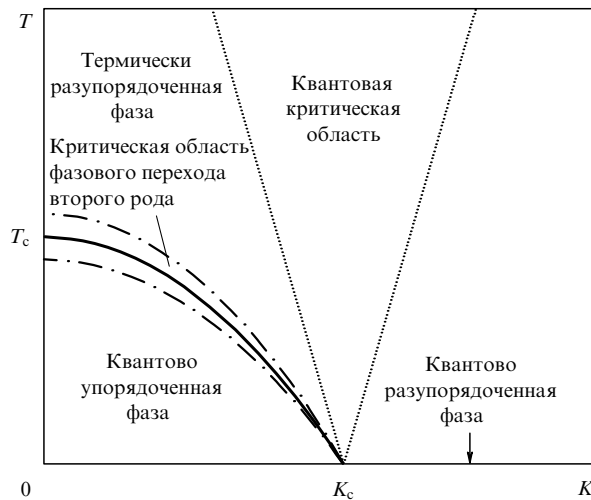


Рис. 1. Диаграмма фазового перехода второго рода. $K = K_c$, $T = 0$ — точка квантового фазового перехода. Пунктиром выделены границы квантовой критической области.

для несовпадения результатов повторных измерений будет значительная вероятность обнаружить систему в разных стационарных состояниях, т.е. термические флуктуации. Наконец, в области температур, имеющих порядок характерного расстояния между квантовыми уровнями, оба типа флуктуаций равно значимы. Поскольку при нулевой температуре термические флуктуации параметра порядка отсутствуют, к фазовому переходу в этом случае могут привести только квантовые флуктуации. Система однородно изменит основное состояние в результате квантовой флуктуации расходящегося размера и длительности при достижении внешним управляющим параметром критического значения $K = K_c$ — произойдет квантовый фазовый переход.

На первый взгляд создается впечатление, что квантовые фазовые переходы не могут исследоваться экспериментально и иметь практического интереса из-за недоступности абсолютного нуля температуры. На самом деле в той области температур, где квантовые флуктуации конкурируют с тепловыми, при значениях внешнего параметра, близких к критическому, в поведении исследуемой системы появляются особенности, свидетельствующие о существовании квантового фазового перехода при нулевой температуре.

Рассмотрим в качестве примера квантовый фазовый переход, являющийся конечной точкой на линии фазового перехода второго рода (рис. 1). При увеличении внешнего параметра K при фиксированной температуре будет наблюдаться фазовый переход второго рода при пересечении сплошной линии на рис. 1. Состояние системы изменяется за счет термического разупорядочения, т.е. происходит переход из упорядоченного состояния в термически разупорядоченное состояние. Этот фазовый переход является единственным реальным переходом, наблюдаемым при конечной температуре. При нулевой температуре мы ожидаем квантовый фазовый переход из упорядоченного состояния в разупорядоченное при достижении внешним параметром критического значения K_c . Поскольку переход обязан произойти разом во всей системе, в соответствии со сказанным выше мы должны заключить, что в точке перехода критическая частота τ_c^{-1}

квантовых флуктуаций, соответствующая разности энергий между основным и самым нижним возбужденным состоянием системы, обязана обратиться в нуль, а пространственный масштаб флуктуаций r_c (корреляционная длина) стремится в бесконечность.

Вернемся теперь к случаю конечной температуры. Предполагая, что критическая частота и корреляционная длина квантовых флуктуаций не зависят от температуры, мы можем отметить на плоскости (K, T) линии, вдоль которых критическая частота квантовых флуктуаций τ_c^{-1} сравнивается с температурой kT/\hbar . Эти линии, отмеченные пунктиром на рис. 1, ограничивают так называемую квантовую критическую область, внутри которой характерный размер когерентных квантовых флуктуаций меньше корреляционной длины r_c и ограничен температурой. При фиксированной температуре по мере пересечения этой области происходит плавный переход (crossover) от состояния, соответствующего термическому разупорядочению, к квантово разупорядоченному состоянию. Наблюдаемое плавное изменение свойств в квантовой критической области является реминисценцией квантового фазового перехода.

Таким образом, движение по горизонтали на рис. 1 приводит последовательно к непрерывному фазовому переходу, характеризующемуся собственной корреляционной длиной флуктуаций параметра порядка и привязанному к сплошной линии на рисунке, и последующему плавному изменению кинетических характеристик системы в квантовой критической области, в зависимости от температуры более или менее локализованному вблизи K_c .

Имеются системы, в которых существование квантово упорядоченной фазы предполагается только при абсолютном нуле температуры. Такая система находится в квантово упорядоченном состоянии при $T = 0$, $K < K_c$, испытывая при $K = K_c$ квантовый фазовый переход. При конечных температурах эта система является разупорядоченной (рис. 2). Движение по горизонтали на рис. 2 при фиксированной конечной температуре приводит к последовательному наблюдению термически разупорядоченной фазы, плавному изменению ее

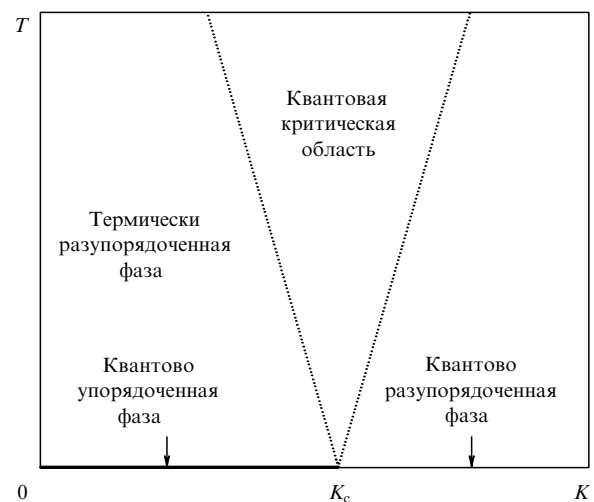


Рис. 2. Фазовая диаграмма системы, испытывающей при $K = K_c$, $T = 0$ квантовый фазовый переход. Пунктиром выделены границы квантовой критической области.

свойств к характерным для квантового разупорядочения, далее, за пределами границы квантовой критической области, — к проявлению свойств квантово разупорядоченной системы.

В экспериментах температурный интервал, доступный для изучения свойств переходной области, принципиально ограничен со стороны как низких, так и высоких температур. В пределе низких температур непрерывный фазовый переход наблюдается при $K \approx K_c$. В этом случае при движении по горизонтали на рис. 1 критическая область фазового перехода второго рода неразделима с квантовой критической областью. Ограничение со стороны высоких температур связано с тем, что корреляционная длина не может быть сколь угодно малой, а определяется характерными масштабами задачи (длиной когерентности, длиной свободного пробега и т.п.).

В квантовой критической области происходит плавное изменение термодинамических и кинетических свойств. Характеристики системы являются функцией одной скейлинговой переменной u — отношения корреляционного радиуса r_c к задаваемой температурой длине сбега фазы $L_\phi \propto T^{-1/z}$, где z — так называемый динамический критический индекс. В предположении, что в окрестности точки перехода корреляционный радиус расходится как $r_c \propto |K - K_c|^{-\nu}$, скейлинговая переменная записывается в виде

$$u = \frac{|K - K_c|}{T^{1/y}}, \quad y = z\nu, \quad (1)$$

где ν — критический индекс корреляционного радиуса. Другими словами, в квантовой критической области ожидается, что кинетические характеристики (например, сопротивление) будут иметь следующий вид:

$$R = R_0 f\left(\frac{|K - K_c|}{T^{1/y}}\right). \quad (2)$$

Конкуренция квантовых и классических флуктуаций может быть определена и отношением частоты критических квантовых флуктуаций к температуре. Разумеется, использование этого отношения приводит к тому же скейлинговому параметру u и уравнению (2).

В большинстве экспериментальных работ наблюдение скейлингового соотношения, подобного (2), воспринималось как надежная идентификация квантового фазового перехода, хотя в нескольких публикациях [11, 12] было отмечено, что в ограниченном температурном интервале такое соотношение может быть случайным.

При конечной температуре характерное поведение, отмечающее квантовый фазовый переход, можно наблюдать в двумерных системах. Это фазовые переходы сверхпроводник — диэлектрик, металл — диэлектрик, переходы в режиме квантового эффекта Холла. Ниже авторы предлагают краткий обзор экспериментальных работ по исследованию квантовых фазовых переходов в этих системах.

2. Квантовые фазовые переходы сверхпроводник — диэлектрик в тонких пленках

Уменьшение одного из размеров сверхпроводящего образца $d \ll \lambda$ (λ — глубина проникновения магнитного поля в массивный сверхпроводник) снижает температуру перехода в резистивное состояние. Эффект уменьшения

температуры перехода, обусловленный повышенной ролью термических флуктуаций в двумерных системах, был впервые предсказан В.Л. Березинским [13] и теоретически исследован в работах [14, 15]. С тех пор непрерывный фазовый переход тонких пленок из сверхпроводящего в резистивное состояние известен как переход Березинского — Костерлица — Таулесса (БКТ). В отсутствие внешнего магнитного поля, вследствие тепловых флуктуаций в тонкой сверхпроводящей пленке наблюдается генерация вихрей. Вихрям с противоположной циркуляцией энергетически выгодно связываться в пары. При достаточно низких температурах $T < T_{\text{БКТ}}$ пары "вихрь — антивихрь" устойчивы, и пленка находится в сверхпроводящем состоянии. Повышение температуры до критической $T = T_{\text{БКТ}}$ приводит к диссоциации "вихревых молекул", сопровождаемой непрерывным фазовым переходом сверхпроводящей пленки в резистивное состояние. Температура фазового перехода БКТ снижается по мере увеличения беспорядка в пленке, оцениваемого по ее удельному сопротивлению (рис. 3). Более того, обнаруживается следующий факт: пленки с сопротивлением меньше критического R_c испытывают переход БКТ, однако при $R > R_c$ пленка сохраняет резистивное состояние вплоть до минимальных достижимых в эксперименте температур.

Эволюция фазового перехода БКТ происходит и при изменении других внешних параметров, например, толщины пленки или магнитного поля. На рисунке 4 представлены температурные зависимости сопротивления аморфных пленок висмута различной толщины $d = 0,94 - 1,5$ нм. Пленки с критическим значением толщины $d_c \approx 1,3$ нм обладают приблизительно температурно-независимым значением сопротивления $R_c \approx 7$ кОм. В низкотемпературной области пленки с толщиной, превышающей критическую, обнаруживают характерную для металлической проводимости положительную производную $dR/dT > 0$ и при дальнейшем уменьшении

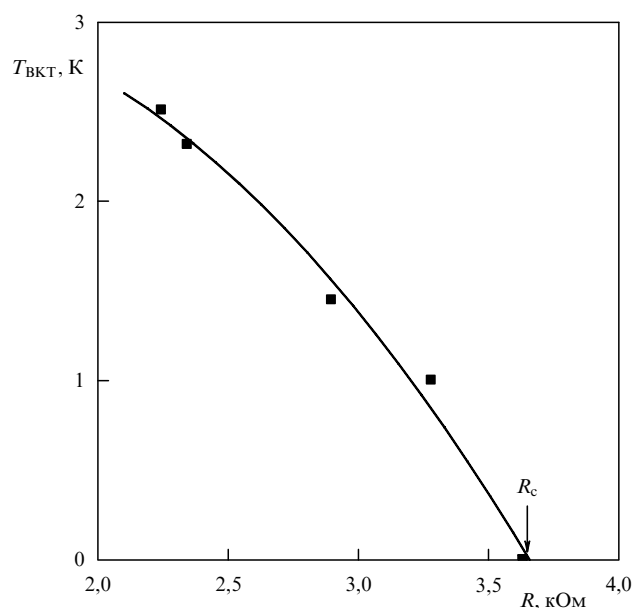


Рис. 3. Температура фазового перехода БКТ $T_{\text{БКТ}}$ как функция степени разупорядоченности пленки In/InO_x толщиной 10 нм. За меру разупорядоченности пленки принято ее сопротивление на единицу площади поверхности при комнатной температуре [16].

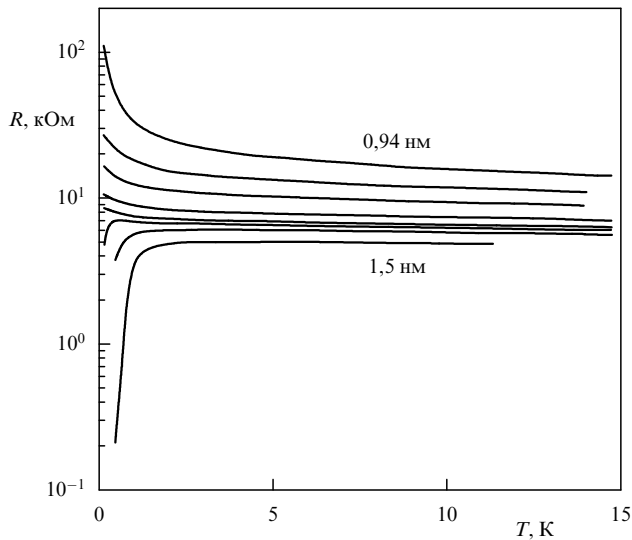


Рис. 4. Температурные зависимости сопротивления на единицу площади поверхности пленок аморфного Vi различной толщины $d = 0,94 - 1,5$ нм, изменяемой с шагом 0,08 нм (по данным работы [17]).

температуры испытывают переход в сверхпроводящую фазу. Однако пленки толщиной меньше критической имеют отрицательную производную $dR/dT < 0$, при этом уменьшение толщины пленки до значений $d \approx 0,9$ нм увеличивает ее сопротивление до $\sim 10^4$ кОм. Таким образом, пленки толщиной $d < d_c$ проявляют квазидиэлектрические свойства, не испытывая перехода БКТ.

Аналогичное влияние на фазовый переход БКТ оказывает магнитное поле. Изомагнитные кривые температурной зависимости сопротивления аморфной пленки InO толщиной $d = 20$ нм, измеренные в магнитных полях $B = 1,7 - 3,0$ Тл, представлены на рис. 5. Температурно-независимое значение сопротивления

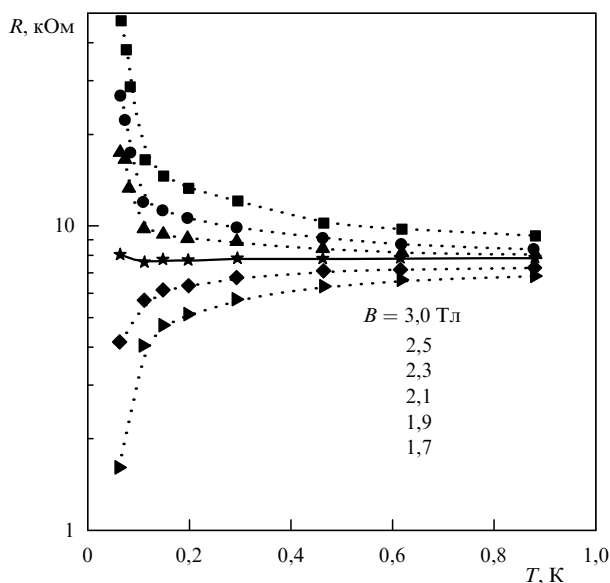


Рис. 5. Температурные зависимости сопротивления аморфной пленки InO толщиной $d = 20$ нм, измеренные при различных значениях магнитного поля $B = 1,7 - 3,0$ Тл (по данным работы [18]).

пленки $R_c \approx 8$ кОм соответствует критическому магнитному полю $B_c \approx 2,1$ Тл. В магнитных полях меньше критического пленка демонстрирует характерный для металлической проводимости положительный температурный коэффициент сопротивления $dR/dT > 0$. Понижение температуры переводит пленки с металлическим типом проводимости в сверхпроводящее состояние (см. рис. 5). В магнитных полях выше критического пленка проявляет квазидиэлектрические свойства с отрицательной производной $dR/dT < 0$, при этом какие-либо признаки ее перехода в сверхпроводящее состояние не наблюдаемы вплоть до температур $T = 0,35$ К.

Таким образом, имеющиеся экспериментальные данные позволяют утверждать, что когда внешний параметр (толщина пленки, степень ее разупорядоченности, магнитное поле) достигает критического значения K_c при нулевой температуре, основное состояние пленки изменяется, причем фундаментальным образом: от сверхпроводящего к диэлектрическому. Другими словами, тонкая пленка испытывает квантовый фазовый переход из сверхпроводящего состояния в диэлектрическое при $K = K_c$. Пионерская работа [19] теоретически обосновала возможность квантовых фазовых переходов сверхпроводник – диэлектрик в тонких пленках.

Квантовый фазовый переход сверхпроводник – диэлектрик при критическом значении внешнего параметра $K = K_c$ можно рассматривать как квантовый аналог непрерывного фазового перехода БКТ. При абсолютном нуле температуры вихри, возникающие вследствие квантовых флуктуаций в тонкой пленке, локализованы (пиннингованы дефектами) и образуют так называемое "стекло вихрей". Увеличение внешнего магнитного поля повышает концентрацию вихрей с соответствующей направлению поля ориентацией; повышение степени разупорядоченности пленки (либо уменьшение ее толщины) также увеличивает концентрацию вихрей. При приближении концентрации вихрей к критическому значению длина локализации вихрей расходится в соответствии с уменьшением расстояния до критической точки $|K - K_c|$. Наконец, при критическом значении внешнего параметра $K = K_c$ вихри делокализуются. Как показано в [19], делокализация вихрей необходимо сопровождается локализацией куперовских пар с образованием так называемого "стекла куперовских пар". Такая "комплементарность" поведения двух бозонных систем обусловлена дуальностью их гамильтонианов в двумерной пленке [19]. При нулевой температуре локализация куперовских пар переводит тонкую пленку из сверхпроводящего состояния в диэлектрическое. Промежуточным состоянием между сверхпроводящим и диэлектрическим при абсолютном нуле температуры является металлическое состояние, в котором куперовские пары и вихри движутся диффузно с конечным сопротивлением.

Рассмотрим в качестве примера индуцированный магнитным полем переход аморфной пленки InO толщиной $d = 20$ нм из сверхпроводящего в резистивное состояние [20]. Эти пленки являются двумерными для вихрей, поскольку глубина проникновения магнитного поля составляет $\lambda \geq 100$ нм. Однако для электронов проводимости пленка InO проявляет свойства массивного образца, так как длина свободного пробега в пленках $l \sim 1$ нм. Экспериментальные зависимости сопротивления такой системы от магнитного поля, ориентирован-

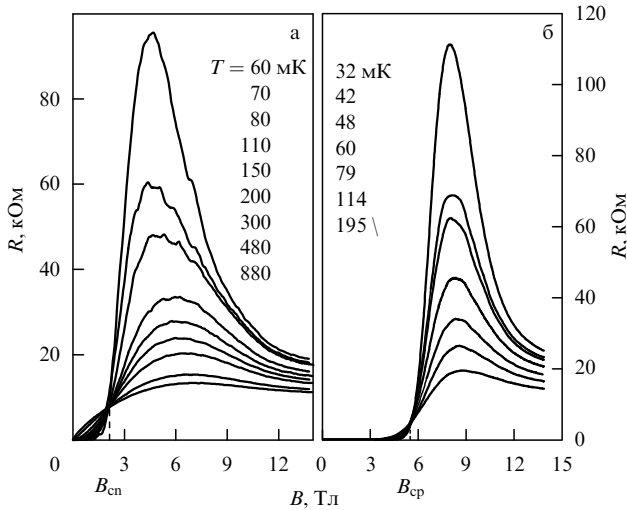


Рис. 6. Переход аморфной пленки InO толщиной $d = 20$ нм из сверхпроводящего в резистивное состояние [20]. Представлено сопротивление пленки как функция внешнего магнитного поля перпендикулярной (а) и параллельной (б) ориентации в диапазоне температур $T = 32-880$ мК. Штриховыми линиями отмечены критические значения магнитного поля, соответствующие квантовому фазовому переходу сверхпроводник – диэлектрик.

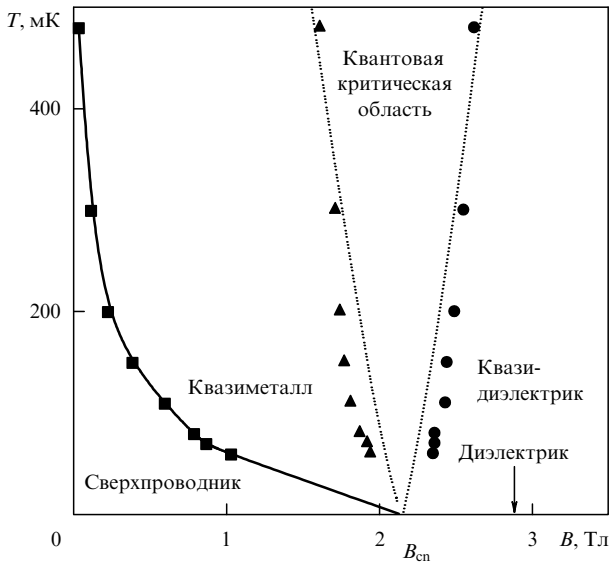


Рис. 7. Диаграмма непрерывного фазового перехода БКТ аморфной пленки InO толщиной $d = 20$ нм в координатах (B, T) (по данным работы [20]). Магнитное поле ориентировано по нормали к плоскости пленки. Сплошной линией показана граница между фазами, пунктиром — границы квантовой критической области.

ного перпендикулярно поверхности пленки, при различных температурах представлены на рис. 6а. Температурно-независимое значение сопротивления $R_{cn} \approx 8$ кОм соответствует критическому магнитному полю $B_{cn} \approx 2,2$ Тл для квантового фазового перехода между сверхпроводящим и диэлектрическим состояниями пленки. При конечной температуре "отрыв" сопротивления пленки от нулевого значения соответствует ее переходу в резистивное состояние, отделенное от сверхпроводящего состояния линией фазового перехода БКТ (рис. 7). Границы квантовой критической области при произвольной температуре $B(T)$ можно определить по совпадению сопротивления, измеренного при макси-

мальной температуре опыта $T = T_{max}$, с сопротивлением, соответствующим температуре T , нормируя одно из сопротивлений на отношении $(T_{max}/T)^{1/zv}$. Определенные таким образом границы квантовой критической области в диапазоне температур $T = 60-480$ мК обозначены на рис. 7 кружками и треугольниками. Граница перехода БКТ на рис. 7 определена по превышению сопротивлением пленки 1/1000 от максимального значения ее сопротивления в резистивном состоянии. Фазовая диаграмма перехода БКТ в магнитном поле перпендикулярной ориентации на рис. 7 качественно подобна теоретической модели на рис. 1, однако имеется различие в знаке второй производной температуры фазового перехода БКТ по расстоянию от критической точки $|B - B_c|$. Согласно модельным представлениям [19], температура перехода БКТ изменяется в присутствии магнитного поля как $T_{BKT} \propto |B - B_c|^{0,5}$ с отрицательной второй производной (см. рис. 1). Однако в эксперименте вместо ожидаемой "выпуклости" линии фазового перехода БКТ наблюдается ее "вогнутость" в соответствии с положительной второй производной: $T_{BKT} \propto |B - B_{cn}|^{2,49}$ (см. рис. 7).

Теперь обсудим температурное изменение границ квантовой критической области на фазовой диаграмме рис. 7. В работах [18, 20] показано, что в квантовой критической области сопротивление аморфных пленок InO в перпендикулярно ориентированном магнитном поле является функцией скейлинговой переменной $u \propto |B - B_{cn}|T^{-1/zv}$ с показателем степени $zv = 1,15-1,22$. Полученное в [18, 20] значение произведения критических индексов zv не является универсальным. Для непрерывных переходов БКТ в магнитном поле в аморфных пленках InO_x и MoGe показатель степени составляет $zv = 1,26-1,31$ [21] и $1,27-1,37$ [22] соответственно; в аморфных и гранулированных пленках In $zv = 0,48 \pm 0,04$ и $0,62 \pm 0,04$ [23]; в пленках Nd_{2-x}Ce_xCuO₄ ($x \sim 0,15$) $zv \sim 0,5$ [24]; в аморфных пленках Bi $zv = 0,7 \pm 0,2$ [17, 25]. Для непрерывных переходов БКТ в пленках аморфного висмута различной толщины в нулевом либо постоянном магнитном поле, ориентированном по нормали к плоскости пленки, $zv = 1,4 \pm 0,2$ [17, 25]. В работах [22, 25] в дополнительных исследованиях скейлинга по электрическому полю для пленок MoGe и Bi получено универсальное значение динамического критического индекса $z \approx 1,0$. Разброс значений произведения индексов zv в тонких пленках был объяснен вариацией критического индекса v .

Используем значение $zv = 1,15-1,22$ [18, 20], полученное при исследовании температурного скейлинга, для построения ожидаемых границ квантовой критической области перехода БКТ в перпендикулярно ориентированном магнитном поле. Соответствующие границы показаны на рис. 7 пунктиром. Как видно из рисунка, полученная экспериментально температурная зависимость границ квантовой критической области не вполне соответствует теоретически ожидаемой.

В работе [20], кроме фазового перехода в аморфных пленках InO толщиной $d = 20$ нм в магнитном поле перпендикулярной ориентации, исследовался также переход из сверхпроводящего в резистивное состояние в магнитном поле, ориентированном параллельно плоскости пленок. Экспериментальные зависимости сопротивления пленки InO от магнитного поля параллельной ориентации при различных температурах представлены

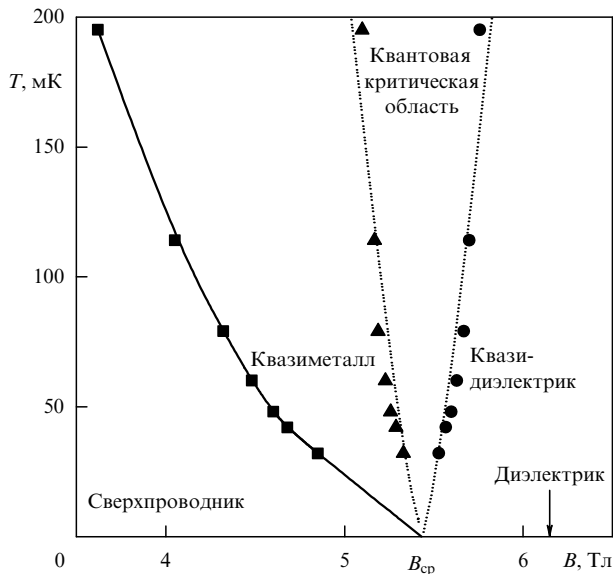


Рис. 8. Диаграмма непрерывного фазового перехода аморфной пленки InO толщиной $d = 20$ нм из сверхпроводящего в резистивное состояние в координатах (B, T) (по данным работы [20]). Магнитное поле ориентировано параллельно плоскости пленки. Сплошной линией показана граница между фазами, пунктиром — границы квантовой критической области.

на рис. 6б. Изотермы $R(B)$ пересекаются при критическом значении магнитного поля $B_{cp} \approx 5,4$ Тл. Наблюдаемое пересечение изотерм чрезвычайно похоже на свидетельство квантового фазового перехода между диэлектрическим и сверхпроводящим состояниями пленки в параллельном поле $B = B_{cp}$. Критическому магнитному полю полностью соответствует температурно-независимое значение сопротивления пленки $R_{cp} \approx 5$ кОм. Определим фазовую границу перехода и границы квантовой критической области в диапазоне температур $T = 32 - 195$ мК по данным эксперимента рис. 6б методом, описанным выше для перехода в магнитном поле перпендикулярной ориентации. Соответствующая фазовая диаграмма перехода аморфной пленки InO из сверхпроводящего в резистивное состояние в параллельном поле представлена на рис. 8.

Фазовые диаграммы перехода тонкой пленки InO из сверхпроводящего в резистивное состояние в параллельно и перпендикулярно ориентированном магнитном поле удивительно схожи. Температура перехода уменьшается с увеличением магнитного поля вне зависимости от его ориентации. В параллельном магнитном поле $T_c \propto |B - B_{cp}|^{1,78}$ (см. рис. 8). В работе [20] показано, что при значениях параллельного магнитного поля, близких к критическому значению $B_{cp} \approx 5,4$ Тл, сопротивление аморфных пленок InO также является функцией скейлинговой переменной $u \propto |B - B_{cp}| T^{-1/2\nu}$ с показателем степени $2\nu = 1,30$. Зная значение произведения критических индексов, легко построить ожидаемую границу квантовой критической области (см. рис. 8). Как видно из рис. 8, согласие между линией ожидаемой границы критической области и измеренными экспериментально точками в параллельном поле заметно лучше, чем в перпендикулярном.

Таким образом, хотя эксперименты по исследованию перехода сверхпроводник – диэлектрик в двумерных объектах качественно подтверждают предсказания тео-

рии [19], они обнаруживают ряд особенностей. Во-первых, совершенно неожиданный вид имеет граница перехода БКТ; во-вторых, теория, построенная для перпендикулярного магнитного поля с существенным использованием факта ориентации поля по нормали, неожиданно оказывается формально пригодной для описания результатов в параллельном магнитном поле.

3. Фазовые переходы в режиме целочисленного квантового эффекта Холла

Считается доказанным [26], что в отсутствие магнитного поля двумерная электронная система в произвольном хаотическом потенциале является диэлектриком. Это утверждение, справедливое для систем, в которых можно пренебречь межэлектронным взаимодействием, означает, что при нулевой температуре кондуктанс двумерной системы, начиная с некоторого, вообще говоря, большого размера, экспоненциально уменьшается при дальнейшем увеличении размера системы. В квантующем магнитном поле $\omega_c \tau \gg 1$, где $\omega_c = eB/m^*$ — циклотронная частота, а τ — время релаксации электронов по импульсу, основное состояние системы зависит от соотношения между величиной поля и плотностью двумерных электронов n_s , определяемого фактором заполнения $\nu^* = n_s/n_B$, где $n_B = eB/h$ — число квантов потока h/e магнитной индукции на единицу площади. Как было экспериментально обнаружено в 1980 г. на кремниевой МОП-системе [27], в окрестности целочисленных факторов заполнения диагональное сопротивление R_{xx} обращается в нуль, в то время как холловское R_{xy} демонстрирует набор квантованных плато. В окрестности полужелочисленных факторов заполнения R_{xx} имеет максимумы, а R_{xy} переходит с одного квантового плато на другое (рис. 9). Такое поведение компонент

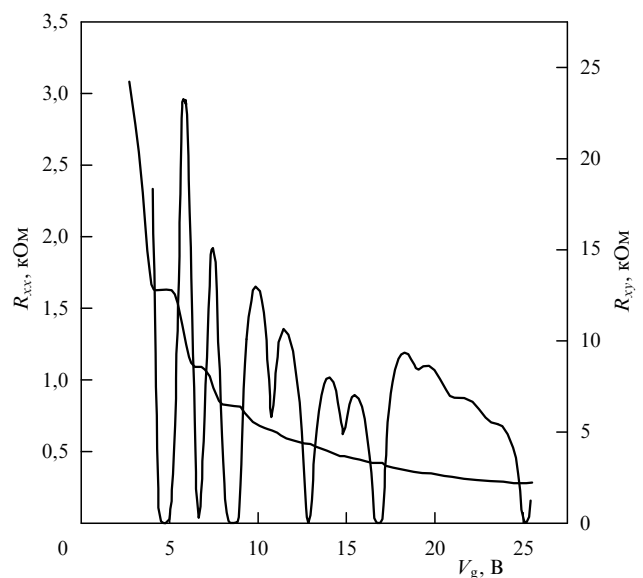


Рис. 9. Открытие целочисленного квантового эффекта Холла в двумерной электронной системе Si МОП-транзистора [27]. Впервые обнаружены горизонтальные плато в холловском сопротивлении R_{xy} и соответствующие минимумы магнетосопротивления R_{xx} при температуре $T = 1,5$ К. По горизонтальной оси отложены значения напряжения затвора V_g , которое изменяет концентрацию носителей n_s и, соответственно, фактор заполнения при постоянном магнитном поле 18 Тл.

тензора сопротивлений, получившее название целочисленного квантового эффекта Холла (ЦКЭХ), было интерпретировано как наличие ряда диэлектрических фаз с нулевым значением диссипативной проводимости и с квантованной холловской проводимостью, разделенных металлическими состояниями [28]. Экспериментальное доказательство точного квантования σ_{xy} вызывает затруднения, поскольку простое обращение тензора сопротивлений предполагает однородное протекание тока, а в условиях квантового эффекта Холла значительная часть тока сосредоточена у края образца [29].

Представление о последовательности квантовых фазовых переходов в сильном магнитном поле [28, 30] порождает два принципиальных вопроса: первый о том, как будет происходить переход к нулевому магнитному полю, второй — о детальном описании перехода между двумя квантовыми плато. Первый вопрос рассмотрен теоретически в работе [31], где была предсказана цепочка квантовых фазовых переходов с квантованными значениями σ_{xy} в области классически слабых магнитных полей. Хотя предложенная картина, известная как "всплывание протяженных состояний", имеет ряд косвенных экспериментальных подтверждений [32–34], существуют сомнения в возможности реализации подобной цепочки переходов в образцах разумных размеров при достижимых температурах [35]. Далее мы обсудим имеющуюся экспериментальную информацию, касающуюся второго вопроса.

Выберем в качестве примера двумерную электронную систему в длиннопериодном хаотическом потенциале с характерным размером в плоскости $l_0 \gg l_B$, где l_B — магнитная длина [36]. Энергетический спектр идеальной системы не взаимодействующих электронов в магнитном поле представляет собой совокупность дельта-функций, расположенных по оси энергий в соответствии с величинами циклотронной энергии $\hbar\omega_c$ и энергии спинового расщепления E_s (рис. 10б). Длиннопериодный хаотический потенциал приводит к неоднородному уширению каждого из квантовых уровней (рис. 10в), так что на каждом из уровней только одно состояние, отвечающее порогу протекания, оказывается делокализованным. Электроны других энергий локализованы в пределах соответствующего экстремума хаотического потенциала. При изменении концентрации носителей или магнитного поля, т.е. при изменении фактора заполнения, уровень Ферми последовательно пересекает полосы локализованных состояний, в которых $\sigma_{xx} = 0$, а σ_{xy} имеет квантованное значение $i(e^2/h)$ (i — целое число). Переход между диэлектрическими фазами с различными номерами i происходит через металлическую фазу, соответствующую совпадению уровня Ферми E_F с энергией одного из делокализованных состояний E_n . Количество делокализованных состояний под уровнем Ферми i , определяющее величину σ_{xy} , изменяется на единицу, а диссипативная проводимость обнаруживает резкий пик.

В симметричном потенциале при нулевой температуре условие $E_F = E_n$ соответствует критическому фактору заполнения $\nu_{cn}^* = i + 1/2$. При приближении к критическому фактору заполнения длина локализации электронов на уровне Ферми обращается в бесконечность как $\xi \propto |E_F - E_n|^{-\nu} \propto |\nu^* - \nu_{cn}^*|^{-\nu}$. При конечной температуре ожидается плавное изменение холловской проводимости и уширение пиков диссипативной про-

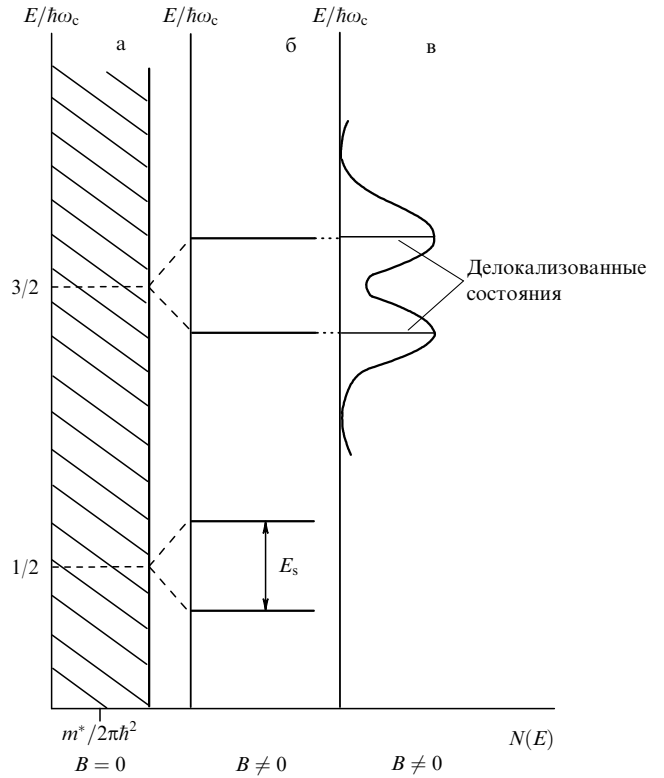


Рис. 10. Зависимость плотности состояний двумерной системы не взаимодействующих электронов от энергии: (а) в отсутствие магнитного поля; (б) в отсутствие рассеяния на хаотическом потенциале; (в) при наличии конечного поля и рассеяния.

димости в квантовой критической области перехода между диэлектрическими фазами. Скейлинговым параметром является отношение задаваемой температурой длины когерентности $L_{in}(T) \propto T^{-p/2}$ [37] к длине локализации носителей на уровне Ферми:

$$u = \left[\frac{L_{in}(T)}{\xi(\nu^*)} \right]^{1/\nu} \propto |\nu^* - \nu_{cn}^*| T^{-p/2\nu}. \quad (3)$$

В квантовой критической области компоненты тензора проводимости $\sigma_{\alpha\beta}$ или чаще измеряемого в эксперименте тензора сопротивлений $\rho_{\alpha\beta}$ являются функциями скейлингового параметра u .

Производные m -го порядка по внешнему параметру от кинетических характеристик, взятые в критической точке, зависят от температуры по степенному закону:

$$\left(\frac{\partial^m \rho(\nu^*)_{\alpha\beta}}{\partial \nu^{*m}} \right)_{\nu^* = \nu_{cn}^*} \propto T^{-mp/2\nu}. \quad (4)$$

Согласно работам [28, 30], перечисленные выше свойства сохраняются в произвольной электронной системе в произвольном хаотическом потенциале, если на каждом из квантовых уровней имеется одно делокализованное состояние с бесконечной длиной локализации.

Рассмотрим в качестве примера фазовые переходы между холловскими диэлектриками в двумерной дырочной системе Si/Si_{0,87}Ge_{0,13} [38]. Экспериментальные зависимости холловского сопротивления такой системы от фактора заполнения при различных температурах представлены на рис. 11. Температурно-независимое значение холловского сопротивления $R_{xy} \approx 16$ кОм соответствует

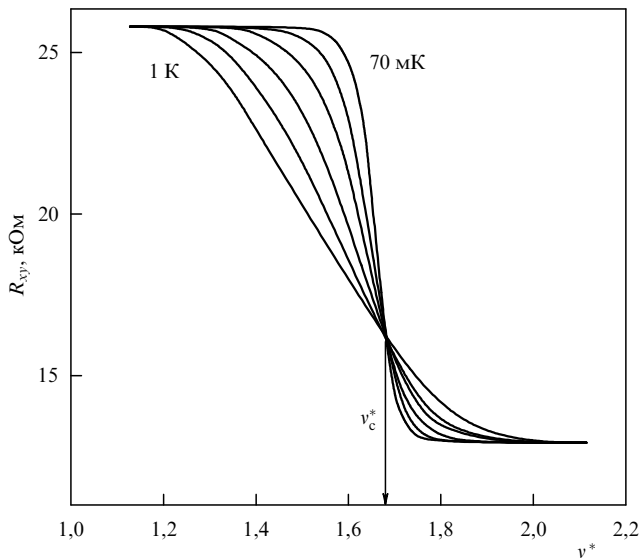


Рис. 11. Целочисленный квантовый эффект Холла в двумерной дырочной системе $\text{Si}/\text{Si}_{0,87}\text{Ge}_{0,13}$ [38]. Представлены зависимости холловского сопротивления R_{xy} от фактора заполнения ν^* при температурах 70, 190, 330, 500, 700 и 1000 мК. Стрелкой отмечено критическое значение фактора заполнения, соответствующее квантовому фазовому переходу между состояниями холловского диэлектрика с $i = 2$ и $i = 1$.

критическому фактору заполнения $\nu_c^* \approx 1,68$ для квантового фазового перехода между холловскими диэлектриками с $i = 1$ и $i = 2$. В диэлектрических состояниях с $i = 1$ и $i = 2$ холловские сопротивления R_{xy} составляют $h/e^2 \approx 26$ кОм и $h/2e^2 \approx 13$ кОм соответственно.

На основе данных, представленных на рис. 11, можно построить фазовую диаграмму, подобную изображенной на рис. 7, 8. Отклонение холловского сопротивления от квантованных значений h/ie^2 соответствует металлическому состоянию системы, отделенному от диэлектрических состояний линиями фазовых переходов (рис. 12). Границы квантовой критической области при произвольной температуре $\nu^*(T)$ можно определить по совпадению холловского сопротивления, измеренного при максимальной температуре опыта $T = T_{\max}$, с холловским сопротивлением при T , нормируя одно из сопротивлений на отношение $(T_{\max}/T)^{p/2\nu}$. Определенные таким образом границы квантовой критической области обозначены на рис. 12 штриховой линией.

Движение по горизонтали на рис. 12 при фиксированной температуре перемещает уровень Ферми из одной зоны локализованных состояний в другую с пересечением делокализованного состояния с бесконечной длиной локализации. При конечной температуре такое поведение уровня Ферми соответствует последовательности фазовых переходов из диэлектрического состояния $i = 1$ с холловской проводимостью $\sigma_{xy} = e^2/h$ в металлическое состояние, а затем в новое диэлектрическое состояние с $i = 2$.

В работах [38, 39] показано, что для структур $\text{Si}/\text{Si}_{0,87}\text{Ge}_{0,13}$ в квантовой критической области действительно выполняются скейлинговые соотношения (3) с показателем степени $k = 0,70 \pm 0,05$ [39] на переходе между холловскими диэлектриками с $i = 1$, $i = 2$ и с показателем степени $k = 0,68 \pm 0,05$ [38] в случае перехода с $i = 0$ и $i = 1$. Анализ экспериментальных данных

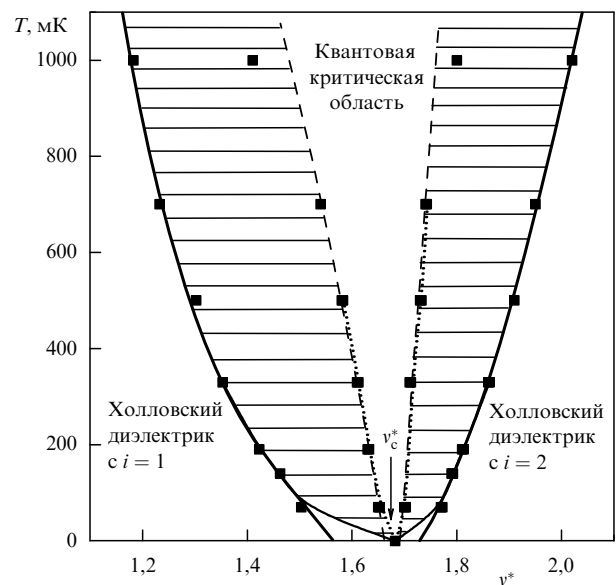


Рис. 12. Диаграмма непрерывного фазового перехода между холловскими диэлектриками с $i = 1$ и $i = 2$ через термически разупорядоченную фазу с металлической проводимостью (по данным работы [38]). Сплошные кривые — линии фазовых переходов, штриховой линией выделены границы квантовой критической области. Горизонтальной штриховкой отмечена область фазовой диаграммы, соответствующая термически разупорядоченной фазе с металлической проводимостью.

был основан на предположении, что все изображенные на рис. 12 фазовые границы при понижении температуры стянута в одну точку так, как это показано тонкой сплошной линией и пунктиром на рисунке. Это предположение соответствует наличию только одного делокализованного состояния с бесконечной длиной локализации на каждом из квантовых уровней и может быть обосновано только для невзаимодействующих электронов в длиннопериодном хаотическом потенциале.

Представляется естественным экстраполировать фазовые границы к нулевой температуре в соответствии с экспериментально наблюдаемым законом, который, как видно из рис. 12, близок к линейному. Если такая экстраполяция правильна, то следует сделать вывод о конечности ширины полосы металлических состояний при нулевой температуре и, соответственно, о наличии двух квантовых фазовых переходов в промежутках между диэлектрическими фазами. Хотя экспериментальные указания на конечную ширину полосы металлических состояний при абсолютном нуле температуры были обнаружены в ряде работ [40–43], ни в одной из работ не был выполнен скейлинговый анализ в предположении о последовательности двух квантовых фазовых переходов.

Вслед за пионерской работой [44] анализ экспериментальных данных в предположении одного протяженного состояния на квантовом уровне был выполнен для двумерных систем InGaAs/InP [45–49], $\text{AlGaAs}/\text{GaAs}$ [50, 51], GeSi/Ge [52]. Во всех этих работах показатель степени составлял $k = 0,42–0,46$. В работе [53] для переходов между холловскими диэлектриками с $i = 1$ и $i = 0$ в системе InGaAs/InP получено значение $k = 0,57$. При переходах между вырожденными по спину диэлектрическими состояниями ЦКЭХ обнаружено примерно вдвое меньшее значение показателя степени $k \approx 0,2$ [45,

46]. В экспериментах по наблюдению ЦКЭХ в МОП-Si [54] и двумерных системах AlGaAs/GaAs, различающихся по типу и концентрации легирующей примеси [55], наблюдалась зависимость величины k от номера уровня Ландау, подвижности носителей и параметров легирования.

Разброс значений скейлингового показателя степени объясняют различием механизмов неупругого рассеяния в различных системах, определяющих значение показателя p в температурной зависимости длины когерентности [39], или принадлежностью переходов к разным классам универсальности [47]. Принципиальный вопрос о ширине полосы делокализованных состояний, особенно в системах с выраженными эффектами межэлектронного взаимодействия, остался вне поля зрения большинства исследователей. Более того, несмотря на обилие экспериментальных работ, ни в одной из них не было проверено, действительно ли обнаруженные скейлинговые соотношения наблюдаются исключительно в пределах квантовой критической области.

4. Переход металл – диэлектрик в двумерных системах

Возможен ли фазовый переход металл – диэлектрик в двумерной системе в пределе нулевого магнитного поля? Тридцать пять лет назад ответ не вызывал сомнений: переход возможен, и это переход Мотта – Андерсона. В 1979 г. публикация теоретической работы [26] радикально изменила ответ на этот вопрос. Авторы [26] использовали скейлинговый подход к анализу проводимости систем в приближении невзаимодействующих носителей. В соответствии со скейлинговой гипотезой, логарифмическая производная безразмерного кондактанса $g = 2\hbar G/e^2$ по размеру системы L при нулевой температуре является функцией только самого кондактанса. Для двумерных систем в отсутствие спин-орбитального взаимодействия эта производная отрицательна во всем диапазоне значений безразмерного кондактанса. Это означает, что при неограниченном увеличении размера системы ее кондактанс непрерывно уменьшается, т.е. двумерная система бесконечных размеров при нулевой температуре находится в диэлектрическом состоянии с нулевым кондактансом вне зависимости от того, как велик был стартовый кондактанс системы ограниченного размера. Электрон-электронное взаимодействие в "грязном" пределе дополнительно усиливает локализацию носителей [56]. Теория квантовых поправок к проводимости [26, 56–61], рассматривающая явление слабой локализации и электрон-электронные взаимодействия в разупорядоченных системах, подтвердила асимптотический вид скейлинговой функции при больших значениях кондактанса.

Последующие почти два десятилетия можно назвать временем триумфа теории квантовых поправок (ТКП). Эта теория позволила объяснить и классифицировать обнаруженные экспериментально низкотемпературные аномалии в кинетических эффектах, в частности, отрицательное магнетосопротивление и логарифмическую температурную зависимость проводимости "грязных" полупроводниковых систем с двумерным электронным или дырочным газом. Первые наблюдения предсказываемой ТКП логарифмической зависимости проводимости от температуры кремниевых МДП-структур выполнены в

работах [62, 63]. Наблюдавшееся в эксперименте отрицательное магнетосопротивление Si МДП-систем [64–67] также было проанализировано с точки зрения ТКП. Определены характерные размеры самопересекающихся траекторий, времена релаксации фазы волновой функции электрона вследствие межэлектронных и электрон-фононных столкновений, константа межэлектронного взаимодействия в диффузионном канале. Идентифицированы механизмы энергетической релаксации электронов в классически слабом и квантующем магнитных полях [68]. Итак, выполненные в 1980-е гг. эксперименты свидетельствовали о том, что ТКП достаточно полно описывает низкотемпературные гальваномагнитные и кинетические эффекты в слабо разупорядоченных двумерных системах. Таким образом, вопрос о природе основного состояния двумерной системы в нулевом магнитном поле в течение почти двух десятилетий считался однозначно решенным: при абсолютном нуле температуры не следует ожидать ничего, кроме диэлектрического состояния.

На фоне многочисленных экспериментальных подтверждений выводов работы [26] о диэлектрических свойствах основного состояния двумерной системы исследования проводимости кремниевых МОП-транзисторов с высокой ($3 \times 10^4 \text{ см}^2 \text{ В}^{-1} \text{ с}^{-1}$) подвижностью электронов в двумерном канале имели революционный характер. В работах [69, 70] измерена температурная зависимость сопротивления кремниевых МОП-транзисторов с двумерным электронным газом в области достаточно низких электронных концентраций $n_s \leq 10^{11} \text{ см}^{-2}$. Структуры с концентрацией электронов $\leq 10^{11} \text{ см}^{-2}$ демонстрировали обычную для локализованных состояний отрицательную производную сопротивления по температуре: $dR/dT < 0$. Однако при некотором критическом значении электронной концентрации $n_c \approx 10^{11} \text{ см}^{-2}$ сопротивление МОП-транзисторов имело приблизительно температурно-независимое значение $R \sim 2h/e^2$. Еще более неожиданным фактом оказалось резкое уменьшение сопротивления структур с электронной концентрацией $n_s > n_c$ с уменьшением температуры, наблюдавшееся вплоть до минимально достижимых в эксперименте температур 200 мК в отсутствие каких-либо признаков электронной локализации (рис. 13). Концентрация n_c , соответствующая смене знака производной dR/dT , сильно варьировалась от образца к образцу в зависимости от беспорядка в исследуемой электронной системе. Подобное изменение знака производной dR/dT , соответствующее критической концентрации носителей $n_c(p_c)$, было обнаружено затем в гетероструктурах AlGaAs/GaAs с двумерным электронным [71, 72] и дырочным [73–80] газом, квантовых ямах AlAs с двумерным электронным газом [81], квантовых ямах SiGe с двумерным электронным [82] и дырочным [83, 84] газом. Однако температурная зависимость сопротивления этих низкоразмерных систем в области температур $T < 1 \text{ К}$ оказалась заметно менее выраженной по отношению к температурной зависимости сопротивления кремниевых МДП-структур (рис. 14).

В окрестности критической концентрации сопротивление МОП-систем демонстрировало скейлинг по температуре

$$R(T, n_s) = f_1 \left(\frac{|n_s - n_c|}{T^{1/z\nu}} \right)$$

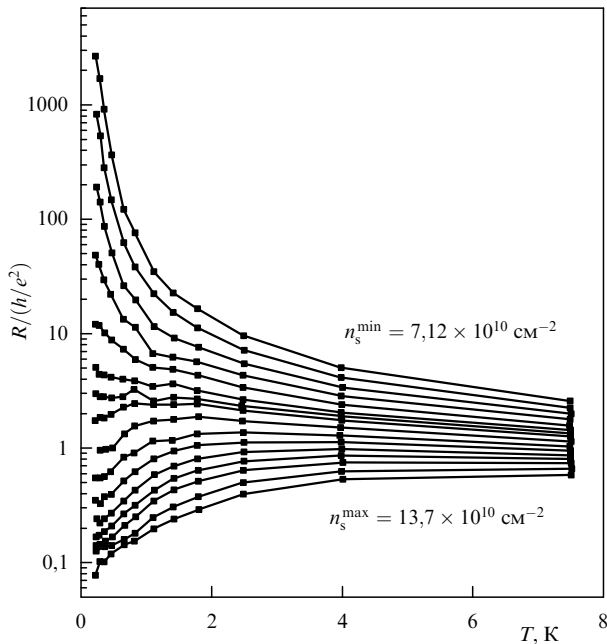


Рис. 13. Температурные зависимости сопротивления кремниевой МОП-структуры с концентрацией двумерных электронов, изменяемой в диапазоне $(7,12 - 13,7) \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$, в нулевом магнитном поле [70].

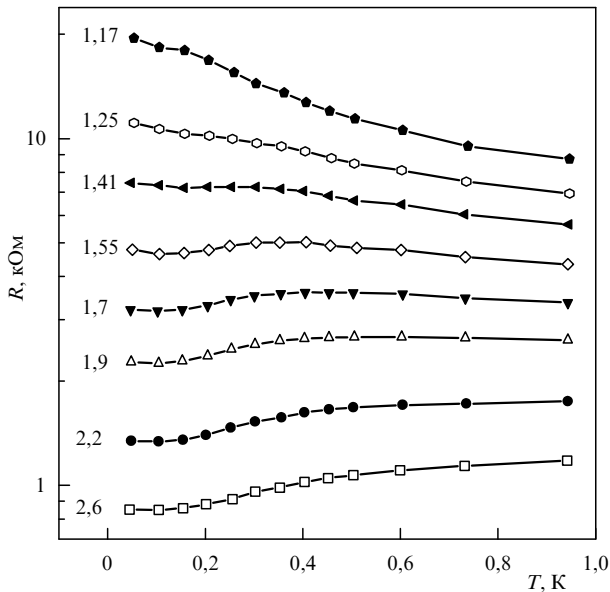


Рис. 14. Температурные зависимости сопротивления гетероструктуры GaAs/AlGaAs с концентрацией двумерных дырок, изменяемой в диапазоне $(1,17 - 2,6) \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$, в нулевом магнитном поле [79].

и электрическому полю

$$R(E, n_s) = f_2 \left(\frac{|n_s - n_c|}{E^{1/(z+1)v}} \right)$$

с показателями степени $z = 0,8 \pm 0,1$, $v = 1,5 \pm 0,1$ [70, 85]. Значение произведения критических индексов в кремниевых МДП-структурах составляло $zv = 1,4 - 1,7$ [86]. В экспериментах по исследованию низкотемпературного транспорта в МОП-Si с различной пиковой подвижностью наблюдалась зависимость величины zv от вре-

мени релаксации импульса электронов и критической концентрации n_c [87]. В системах AlGaAs/GaAs с двумерным электронным газом анализ скейлинга по температуре и электрическому полю позволил определить значения критических индексов $z = 1,4 \pm 1,0$ и $v = 1,9 \pm 0,9$ [72]. В гетероструктурах AlGaAs/GaAs с проводимостью р-типа произведение критических индексов составляет $zv = 7,0 \pm 1,5$ и $zv = 3,8 \pm 0,4$ для систем с концентрацией двумерных дырок $p > p_c$ и $p < p_c$ соответственно [74]. В квантовых ямах SiGe с двумерным электронным газом с концентрацией $n_s < n_c$ произведение критических индексов $zv = 1,6 \pm 0,2$ [82]. Для двумерного дырочного газа в квантовых ямах SiGe значения произведения критических индексов, полученные различными авторами, составляют $zv = 1,6 - 2,0$ [83] и $zv = 2,24 \pm 0,20$ [84].

Можно ли рассматривать переход между режимами с $dR/dT < 0$ и $dR/dT > 0$, наблюдаемый при конечных температурах, как свидетельство квантового фазового перехода двумерной системы из металлического состояния в диэлектрическое в нулевом магнитном поле? Этот вопрос имеет смысл ставить и решать в первую очередь по отношению к кремниевым (100) МДП-структурам. Для такого заключения имеется ряд причин. Изменение знака низкотемпературной производной dR/dT при некоторой критической концентрации в кремниевых МОП-транзисторах — экспериментальный факт, надежно установленный независимыми группами исследователей [69, 70, 85–89]. В других системах, например, в AlGaAs/GaAs и SiGe с двумерными электронами либо дырками, температурная зависимость проводимости на "металлической" стороне перехода значительно более слабая по отношению к кремниевым структурам (см. рис. 13, 14). Дальнейшее охлаждение этих систем ниже критической температуры приводит к тому, что некоторые (прежде "металлические") температурные зависимости сопротивления насыщаются, а затем переходят в режим с $dR/dT < 0$. Подобный эффект наблюдался в гетероструктурах AlGaAs/GaAs с двумерным электронным [72] и дырочным [79] газом, а также для двумерных дырок в SiGe [90] и двумерного электронного газа на вицинальных гранях Si [91].

В многочисленных опытах на кремниевых транзисторах [69, 70, 85–89] установлено, что критическая концентрация, соответствующая смене знака производной dR/dT , определяется качеством образца. Поэтому можно считать скалирование зависимостей $R(T)$ случайным [12]. Однако аномально резкое возрастание проводимости образцов с типично металлической проводимостью при уменьшении температуры не укладывается в рамки классической теории Друде. Гигантское изменение проводимости может быть обусловлено изменением экранирующих свойств двумерной системы [92] при резком уменьшении фермиевской энергии.

В новых экспериментальных работах [88, 93] исследована температурная зависимость проводимости кремниевых МОП-систем с подвижностью двумерных электронов порядка $10^4 \text{ см}^2 \text{ В}^{-1} \text{ с}^{-1}$, в которых наблюдается смена знака dR/dT при различных критических концентрациях в области сверхнизких температур до $T \approx 30 \text{ мК}$. Структуры с концентрацией двумерных электронов выше критической демонстрировали резкое линейное возрастание нормированной проводимости $\sigma(T)/\sigma_0$ с уменьшением температуры в достаточно широком интервале температур (рис. 15). Интерпретация экспери-

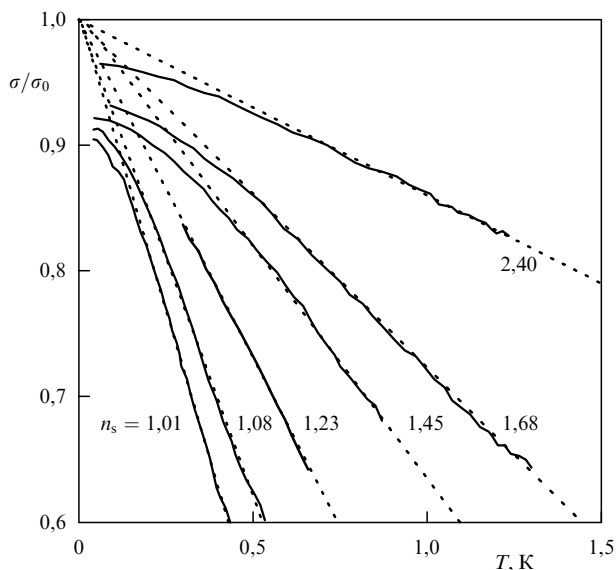


Рис. 15. Температурные зависимости нормированной проводимости кремниевой МДП-структуры с концентрацией двумерных электронов, изменяемой в диапазоне $(1,01-2,4) \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$, в нулевом магнитном поле [93]. Пунктиром обозначена линейная экстраполяция температурной зависимости проводимости к пределу абсолютного нуля температуры.

ментально обнаруженной линейной температурной зависимости "металлической" проводимости в терминах работы [94] выявила сильное возрастание эффективной массы в кремниевых МДП-структурах по мере приближения электронной плотности к значению $0,8 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$, практически совпадавшему с n_c в лучших из исследованных образцов [93]. Подобное поведение циклотронной массы найдено в независимых экспериментах [95] по измерению температурной зависимости осцилляций Шубникова–де Гааза. Анализ экспериментальных данных, аналогичный проделанному в работе [93], но выполненный в противоположном пределе по отношению энергии долинного расщепления к температуре с использованием данных других экспериментальных групп и образцов из других источников [96, 97], подтвердил универсальность кривой $m^*(n_s)$ (рис. 16).

Как уже упоминалось, вывод, который должен быть сделан из недавних экспериментальных результатов, состоит в том, что изменение знака производной dR/dT при некоторой концентрации так же, как и скейлинг проводимости, не могут рассматриваться как убедительное свидетельство обусловленного беспорядком квантового фазового перехода. Критическая концентрация n_c , соответствующая точке смены знака производной dR/dT , изменяется от образца к образцу. Однако концентрация n_c^* , оцениваемая по расходимости эффективной массы, по-видимому, имеет универсальное значение или слабо изменяется при переходе от образца к образцу. На самых лучших образцах в окрестности этой концентрации исчезает эффект отрицательного магнетосопротивления [98]. Если существует квантовый фазовый переход в МОП-системах, то следует полагать, что n_c^* и есть точка квантового фазового перехода. Такой фазовый переход является скорее свойством чистых, без беспорядка, двумерных систем с сильным межчастичным взаимодействием, в частности, наиболее совершенных МОП-структур с низкой концентрацией электронов [99].

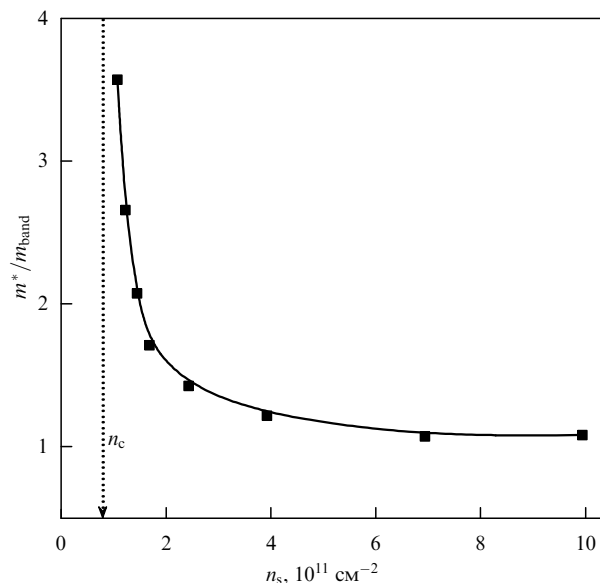


Рис. 16. Нормированная эффективная масса как функция электронной плотности в кремниевой МДП-структуре с пиковой подвижностью $3 \times 10^4 \text{ см}^2 \text{ В}^{-1} \text{ с}^{-1}$ [93]; $m_{\text{band}} = 0,19m_e$, где m_e — масса свободного электрона.

5. Заключение

В многочисленных экспериментальных исследованиях квантовых фазовых переходов в двумерных электронных системах, на наш взгляд, в основном акцентируются факты, подтверждающие теорию. Факты, плохо укладывающиеся в теоретические представления, молчаливо игнорируются. Полные фазовые диаграммы, подобные приведенной на рис. 1, насколько нам известно, вообще впервые построены по экспериментальным данным только в настоящем обзоре (см. рис. 7, 8, 12). Закон, описывающий границу квантовой критической области, может быть найден из эксперимента и использован для независимого контроля скейлинговых соотношений. Тем не менее эта возможность независимого контроля ни разу не была использована при обработке экспериментальных данных. Более того, при скалировании экспериментальных данных в соответствии с соотношением (2) ни в одной из известных нам экспериментальных работ не проверено, что скалирование действительно проводится в квантовой критической области.

Таким образом, имеющиеся теоретические представления, успешно предсказавшие и объяснившие ряд экспериментальных наблюдений, сегодня вряд ли можно считать надежно подтвержденными экспериментом.

Авторы выражают свою искреннюю благодарность В.Ф. Гантмахеру, С.Н. Молоткову и В.В. Рязанову за многочисленные ценные замечания. Работа поддержана РФФИ (гранты 01-02-16424 и 03-02-17482), Министерством промышленности, науки и технологий РФ (программы "Мезоскопика" и "Физика твердотельных наноструктур") и Государственной программой поддержки научных школ.

Список литературы

1. Sachdev S *Quantum Phase Transitions* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1999)

2. Sachdev S, cond-mat/0110161
3. Sachdev S *Physica A* **313** 252 (2002); cond-mat/0109419
4. Lavagna M *Philos. Mag. B* **81** 1469 (2001); cond-mat/0102119
5. Vojta T, cond-mat/0010285
6. Schakel A M J, in *Correlations, Coherence, and Order* (Eds D V Shopova, D I Uzunov) (New York: Kluwer Acad./Plenum Publ., 1999) p. 295; cond-mat/9811393
7. Sachdev S, Vojta M *Physica B* **280** 333 (2000); cond-mat/9908008
8. Schakel A M J *Acta Phys. Pol. B* **31** 2899 (2000); cond-mat/0011030
9. Vojta T *Ann. Phys. (Leipzig)* **9** 403 (2000); cond-mat/9910514
10. Andrews T *Philos. Trans. R. Soc. London* **159** 575 (1869)
11. Das Sarma S, Hwang E H *Phys. Rev. Lett.* **83** 164 (1999)
12. Altshuler B L, Maslov D L, Pudalov V M *Physica E* **9** 209 (2001)
13. Березинский В Л *ЖЭТФ* **59** 907 (1970); **61** 1144 (1971)
14. Kosterlitz J M, Thouless D J *J. Phys. C: Solid State Phys.* **6** 1181 (1973)
15. Kosterlitz J M *J. Phys. C: Solid State Phys.* **7** 1046 (1974)
16. Hebard A F, Paalanan M A *Phys. Rev. B* **30** 4063 (1984)
17. Markovic N, Christiansen C, Goldman A M *Phys. Rev. Lett.* **81** 5217 (1998)
18. Gantmakher V F et al. *Письма в ЖЭТФ* **71** 231 (2000)
19. Fisher M P A *Phys. Rev. Lett.* **65** 923 (1990)
20. Gantmakher V F et al. *Письма в ЖЭТФ* **71** 693 (2000)
21. Hebard A F, Paalanan M A *Phys. Rev. Lett.* **65** 927 (1990)
22. Yazdani A, Kapitulnik A *Phys. Rev. Lett.* **74** 3037 (1995)
23. Okuma S, Kokubo N *Solid State Commun.* **93** 1019 (1995)
24. Ichikawa F et al. *Solid State Commun.* **98** 139 (1996)
25. Markovic N et al. *Phys. Rev. B* **60** 4320 (1999)
26. Abrahams E et al. *Phys. Rev. Lett.* **42** 673 (1979)
27. v. Klitzing K, Dorda G, Pepper M *Phys. Rev. Lett.* **45** 494 (1980)
28. Pruisken A M *Phys. Rev. Lett.* **61** 1297 (1988)
29. Thouless D J *Phys. Rev. Lett.* **71** 1879 (1993)
30. Levine H, Libby S B, Pruisken A M M *Phys. Rev. Lett.* **51** 1915 (1983)
31. Khmel'nitskii D E *Helv. Phys. Acta* **65** 164 (1992)
32. Shashkin A A, Kravchenko G V, Dolgoplov V T *Письма в ЖЭТФ* **58** 215 (1993)
33. Jiang H W et al. *Phys. Rev. Lett.* **71** 1439 (1993)
34. Dultz S C, Jiang H W *Phys. Rev. Lett.* **84** 4689 (2000)
35. Huckestein B *Phys. Rev. Lett.* **84** 3141 (2000)
36. Iordansky S V *Solid State Commun.* **43** 1 (1982)
37. Abrahams E et al. *Phys. Rev. B* **24** 6783 (1981)
38. Dunford R B et al. *Physica E* **6** 297 (2000)
39. Dunford R B et al. *Physica B* **298** 496 (2001)
40. Долгополов В Т и др. *ЖЭТФ* **99** 201 (1991)
41. Balaban N Q, Meirav U, Bar-Joseph I *Phys. Rev. Lett.* **81** 4967 (1998)
42. Shahar D et al. *Solid State Commun.* **107** 19 (1998)
43. Arapov Yu G et al., cond-mat/0111229
44. Wei H P et al. *Phys. Rev. Lett.* **61** 1294 (1988)
45. Wei H P et al. *Surf. Sci.* **229** 34 (1990)
46. Hwang S W et al. *Phys. Rev. B* **48** 11416 (1993)
47. Wei H P, Engel L W, Tsui D C *Phys. Rev. B* **50** 14609 (1994)
48. Pan W et al. *Phys. Rev. B* **55** 15431 (1997)
49. van Schaijk R T F et al. *Phys. Rev. Lett.* **84** 1567 (2000)
50. Wei H P et al. *Phys. Rev. B* **45** 3926 (1992)
51. Shahar D et al. *Phys. Rev. Lett.* **79** 479 (1997)
52. Coleridge P T *Phys. Rev. B* **60** 4493 (1999)
53. Pruisken A M M et al., cond-mat/0109043
54. Wakabayashi J, Yamane M, Kawaji S *J. Phys. Soc. Jpn.* **58** 1903 (1989)
55. Koch S et al. *Phys. Rev. B* **43** 6828 (1991)
56. Altshuler B L, Aronov A G, Lee P A *Phys. Rev. Lett.* **44** 1288 (1980)
57. Hikami S, Larkin A I, Nagaoka Y *Prog. Theor. Phys.* **63** 707 (1980)
58. Kawabata A *J. Phys. Soc. Jpn.* **49** 628 (1980)
59. Altshuler B L, Aronov A G *Solid State Commun.* **38** 11 (1981)
60. Lee P A, Ramakrishnan T V *Phys. Rev. B* **26** 4009 (1982)
61. Финкельштейн А М *ЖЭТФ* **84** 168 (1983)
62. Uren M J, Davies R A, Pepper M *J. Phys. C: Solid State Phys.* **13** L985 (1980)
63. Bishop D J, Tsui D C, Dynes R C *Phys. Rev. Lett.* **44** 1153 (1980)
64. Uren M J et al. *J. Phys. C: Solid State Phys.* **14** L395 (1981)
65. Wheeler R G *Phys. Rev. B* **24** 4645 (1981)
66. Bishop D J, Dynes R C, Tsui D C *Phys. Rev. B* **26** 773 (1982)
67. Kawaguchi Y, Kawaji S *Surf. Sci.* **113** 505 (1982)
68. Савельев И Г, Полянская Т А, Шмарцев Ю В *ФТП* **21** 2096 (1987)
69. Kravchenko S V et al. *Phys. Rev. B* **50** 8039 (1994)
70. Kravchenko S V et al. *Phys. Rev. B* **51** 7038 (1995)
71. Hanein Y et al. *Phys. Rev. B* **58** R13338 (1998)
72. Ribeiro E et al. *Phys. Rev. Lett.* **82** 996 (1999)
73. Hanein Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **80** 1288 (1998)
74. Simmons M Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **80** 1292 (1998)
75. Hanein Y et al. *Phys. Rev. B* **58** R7520 (1998)
76. Hamilton A R et al. *Phys. Rev. Lett.* **82** 1542 (1999)
77. Yoon J et al. *Phys. Rev. Lett.* **82** 1744 (1999)
78. Simmons M Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **84** 2489 (2000)
79. Proskuryakov Y Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **86** 4895 (2001)
80. Hamilton A R et al. *Phys. Rev. Lett.* **87** 126802 (2001)
81. Papadakis S J, Shayegan M *Phys. Rev. B* **57** R15068 (1998)
82. Lam J et al. *Phys. Rev. B* **56** R12741 (1997)
83. Coleridge P T et al. *Phys. Rev. B* **56** R12764 (1997)
84. Leturcq R et al., cond-mat/0107457
85. Kravchenko S V et al. *Phys. Rev. Lett.* **77** 4938 (1996)
86. Popovic D, Fowler A B, Washburn S *Phys. Rev. Lett.* **79** 1543 (1997)
87. Pudalov V M et al. *Physica E* **3** 79 (1998)
88. Kravchenko S V, Klapwijk T M *Phys. Rev. Lett.* **84** 2909 (2000)
89. Shashkin A A, Kravchenko S V, Klapwijk T M *Phys. Rev. Lett.* **87** 266402 (2001)
90. Senz V et al. *Phys. Rev. B* **61** R5082 (2000)
91. Safonov S S et al. *Phys. Rev. Lett.* **86** 272 (2001)
92. Gold A, Dolgoplov V T *Phys. Rev. B* **33** 1076 (1986)
93. Shashkin A A et al. *Phys. Rev. B* **66** 073303 (2002)
94. Zala G, Narozhny B N, Aleiner I L *Phys. Rev. B* **64** 214204 (2001)
95. Pudalov V M et al. *Phys. Rev. Lett.* **88** 196404 (2002)
96. Vitkalov S A et al., cond-mat/0204566
97. Pudalov V M et al., cond-mat/0205449
98. Rahimi M et al., cond-mat/0210008
99. Abrahams E, Kravchenko S V, Sarachik M P *Rev. Mod. Phys.* **73** 251 (2001)

Quantum phase transitions in two-dimensional systems

E.L. Shangina, V.T. Dolgoplov

*Institute of Solid State Physics, Russian Academy of Sciences
142432 Chernogolovka, Moscow Region, Russian Federation
Tel. (7-095) 720-49 59 ext. 229-46. Fax (7-096) 524-97 01
E-mail: shangina@issp.ac.ru*

Experimental data on quantum phase transitions in two dimensions (superconductor–insulator, metal–insulator, and transitions in the integer quantum Hall effect regime) are analyzed critically.

PACS numbers: 73.40.–c, 73.43.Nq, 74.78.Dh

Bibliography — 99 references

Received 27 February 2003