

## КОНФЕРЕНЦИИ И СИМПОЗИУМЫ

**Объединенная научная сессия  
Отделения физических наук Российской академии наук  
и Объединенного физического общества Российской Федерации  
"Блоховские осцилляции"**

(26 февраля 2003 г.)

26 февраля 2003 г. в конференц-зале Физического института им. П.Н. Лебедева РАН состоялась Объединенная научная сессия Отделения физических наук Российской академии наук и Объединенного физического общества Российской Федерации "Блоховские осцилляции".

На сессии были заслушаны доклады:

1. **Сури Р.А., Дмитриев И.А.** (Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург). *Блоховские осцилляции в сверхрешетках из квантовых точек.*

2. **Елсин В.Ф.** (Московский инженерно-физический институт, Москва), **Копяев Ю.В.** (Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва). *Лазер на "штарковской лестнице" с когерентной электронной подсистемой.*

3. **Копьев П.С., Жуков А.Е., Устинов В.М.** (Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург), **Игнатов А.А.** (Институт физики микроструктур РАН, Нижний Новгород), **Павельев Д.Г.** (Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород). *Генерация, умножение и детектирование СВЧ-излучения в сверхрешетках с широкими минимумами.*

4. **Андронов А.А., Дроздов М.Н., Зинченко Д.И.** (Институт физики микроструктур РАН, Нижний Новгород), **Мармалюк А.А.** (ООО "Сигм Плюс", Москва), **Нефедов И.М., Ноздрин Ю.Н.** (Институт физики микроструктур РАН, Нижний Новгород), **Падалица А.А.** (ООО "Сигм Плюс", Москва), **Соснин А.В., Устинов А.В., Шашкин В.И.** (Институт физики микроструктур РАН, Нижний Новгород). *Транспорт в сверхрешетках со слабыми барьерами и проблема терагерцового блоховского генератора.*

Краткие содержания докладов (за исключением доклада 3) публикуются ниже.

PACS numbers: 71.70.Ej, 73.21.Cd, 73.63.Kv

**Блоховские осцилляции  
в сверхрешетках из квантовых точек**

Р.А. Сури, И.А. Дмитриев

**1. Введение**

В настоящей работе показано, что спектр электронов в идеальных двумерных и трехмерных сверхрешетках из квантовых точек в постоянном электрическом поле может быть дискретным или непрерывным в зависимости от ориентации поля относительно кристаллографических осей сверхрешетки. В случае непрерывного спектра ширина образующейся поперечной минимизоны экспоненциально зависит от кристаллографического индекса направления поля. Построена квантовая теория затухания блоховских осцилляций в таких сверхрешетках. Показано, что в отличие от сверхрешеток из квантовых ям в сверхрешетках из квантовых точек рассеяние осциллирующих электронов на фонах может быть сильно подавлено надлежащим выбором величины и направления поля. В результате даже при комнатной температуре время затухания блоховских осцилляций может составлять сотни периодов.

Чрезвычайно большой интерес к квантовым точкам в полупроводниковых гетероструктурах обусловлен значительным отличием дискретного спектра носителей в квантовой точке от спектра объемного кристалла или квантовой ямы, где этот спектр непрерывный. В качестве примера практической демонстрации преимуществ, обусловленных этой особенностью, можно привести инжекционные лазеры на квантовых точках, в которых использование активной среды с чисто дискретным спектром позволяет достигнуть кардинального понижения и высокой температурной стабильности плотности порогового тока по сравнению с лазерами на квантовых ямах [1–6].

Весьма перспективным может также оказаться использование квантовых точек в униполярных приборах,

например, каскадных лазерах, в которых генерация излучения происходит за счет переходов между состояниями носителей одного типа (например, электронов). Концепция униполярного полупроводникового лазера, впервые выдвинутая в работах [7–9] в виде идеи стимулированного излучения в сверхрешетке, была впоследствии воплощена в каскадном лазере на квантовых ямах [10, 11]. При использовании упорядоченных массивов квантовых точек, по-видимому, может быть существенно повышена эффективность и каскадных лазеров [12–15].

Потребовались значительные усилия для практической реализации массивов квантовых точек с достаточно большой поверхностной концентрацией, совершенных в структурном отношении и однородных по размерам и форме [16]. И сейчас можно ожидать, что в недалеком будущем станет реальным изготовление совершенных периодических полупроводниковых структур, представляющих собой решетки квантовых точек. Как мы покажем ниже, в таких структурах можно возбуждать блоховские осцилляции на частотах терагерцового диапазона, обладающие чрезвычайно высокой добротностью. В настоящем докладе будут представлены результаты работ [17–19], в которых была построена теория локализации носителей постоянным электрическим полем в идеальных двумерных и трехмерных сверхрешетках из квантовых точек (2D и 3D СРКТ) и теория затухания блоховских осцилляций в таких сверхрешетках. Мы продемонстрируем, что по сравнению со сверхрешетками из квантовых ям в СРКТ появляются новые привлекательные возможности управления спектром, областью локализации и рассеянием носителей путем выбора величины электрического поля и его ориентации относительно главных осей СРКТ.

## 2. Спектр и локализация носителей

**в идеальных двумерных и трехмерных сверхрешетках из квантовых точек в постоянном электрическом поле**  
Исследуемая нами система — это массив слабо связанных одинаковых квантовых точек, строго периодически расположенных в пространстве и образующих, таким образом, идеальную одномерную, двумерную или трехмерную сверхрешетку из квантовых точек. На рисунке 1 в качестве примера изображена квадратная двумерная СРКТ. Мы полагаем, что каждая квантовая точка образует потенциальную яму для электронов подобно тому, что имеет место в лазерных структурах. Спектр электронов в каждой яме чисто дискретный. В отсутствие электрического поля спектр электронов в сверхрешетке представляет собой набор минизон, возникающих из-за туннельной связи между образующими ее квантовыми точками. Отметим, что на замечательную особенность электрических свойств слоистых периодических структур — возможность появления отрицательной дифференциальной проводимости — впервые указал Келдыш [20], а в работе Эсаки и Цу [21] была дана экспериментальная реализация этого эффекта на слоистых полупроводниковых гетероструктурах — одномерных полупроводниковых сверхрешетках. В нашей работе далее мы будем полагать, что величины электрического поля и резонансных интегралов между квантовыми точками настолько малы, что условие "изолированности" минизоны [22], т.е. отсутствия переходов между минизонами под действием постоянного электрического

поля  $F$ ,  $\hbar\Omega\Delta \ll W^2$ , выполнено и применимо одноминизонное приближение<sup>1</sup>. Здесь  $\hbar\Omega = eFa$  — штарковская частота, т.е. электростатическая энергия, набираемая на периоде сверхрешетки в направлении электрического поля  $a$ ,  $\Delta$  — ширина минизоны разрешенных энергий,  $W$  — величина энергетической щели между минизонами. Для определенности в дальнейшем мы будем рассматривать минизону, образующуюся из основного уровня квантования в изолированной квантовой точке.

Уравнение Шрёдингера для электрона в выбранной минизоне СРКТ, описываемой гамильтонианом  $\hat{H}_0$  в отсутствие электрического поля, в постоянном электрическом поле имеет вид

$$\hat{H}_F\Psi = (\hat{H}_0 + e\mathbf{F} \cdot \mathbf{r})\Psi = E\Psi. \quad (1)$$

Для его решения удобно в качестве базиса использовать функции Ванье рассматриваемой минизоны, которые в случае сильной связи близки к волновым функциям в изолированных квантовых точках и определяются соотношением [23]

$$|\rho\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} \exp[i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho})] u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \quad (2)$$

где  $N$  — полное число узлов СРКТ,  $\boldsymbol{\rho} = \sum_i n_i \mathbf{a}_i$  — векторы узлов СРКТ,  $\mathbf{a}_i$  — базисные векторы СРКТ, суммирование ведется по разрешенным значениям волнового вектора  $\mathbf{k}$ , лежащим в пределах первой зоны Бриллюэна СРКТ,  $\exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$  — блоховские собственные функции гамильтониана  $\hat{H}_0$ . Подставляя в (1) волновую функцию в виде разложения по функциям Ванье  $\Psi = \sum C_{\rho} |\rho\rangle$ , получим для амплитуд  $C_{\rho}$  уравнение

$$(E - e\mathbf{F} \cdot \boldsymbol{\rho}) C_{\rho} - \sum_{\rho_1} \frac{1}{4} \Delta_{\rho-\rho_1} C_{\rho_1} = 0, \quad (3)$$

где величины  $\Delta_{\rho}/4$  суть модифицированные полем резонансные интегралы, связывающие квантовые точки, разнесенные на вектор СРКТ  $\boldsymbol{\rho}$ .

Решения уравнения (3) качественно различны для двух классов направлений электрического поля [17]. Если все отношения проекций поля на базисные векторы СРКТ  $\mathbf{F} \cdot \mathbf{a}_i / \mathbf{F} \cdot \mathbf{a}_k$ ,  $i \neq k$ , при данной ориентации поля иррациональны ( $F_{\text{irr}}$  на рис. 1), то электрические потенциалы всех узлов СРКТ оказываются различными. Спектр в этом случае дискретен и образует двумерную (2D СРКТ) или трехмерную (3D СРКТ) лестницу Ванье – Штарка:

$$\varepsilon_{\mathbf{R}} = -e\mathbf{F} \cdot \mathbf{R} = - \sum n_i (e\mathbf{F} \cdot \mathbf{a}_i). \quad (4)$$

В случае, когда отношение проекций электрического поля на базисные векторы СРКТ оказывается рациональным числом (рациональные направления поля), в перпендикулярном к полю направлении возникают цепочки квантовых точек с одинаковым электрическим потенциалом (рис. 1). Пренебрежение возможностью туннелирования между квантовыми точками в этих цепочках ведет к вырожденному дискретному спектру носителей (4). Учет резонансных интегралов между

<sup>1</sup> Чтобы получить из результатов работы [22] условие изолированности минизоны в написанном здесь виде, нужно учесть, что эффективная масса электрона в минизоне связана с ее шириной соотношением  $m \approx \hbar^2/\Delta a^2$ .

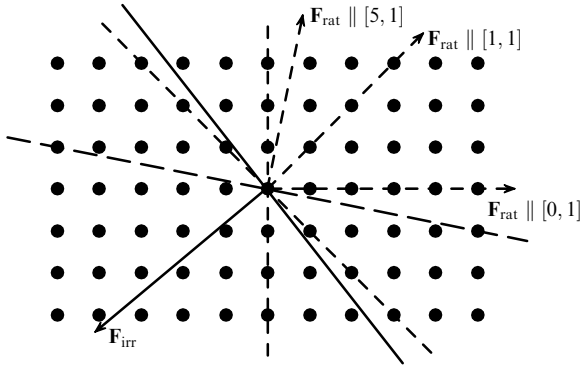


Рис. 1. Примеры рациональных  $F_{\text{rat}}$  и иррационального  $F_{\text{irr}}$  направлений поля в квадратной двумерной сверхрешетке из квантовых точек.

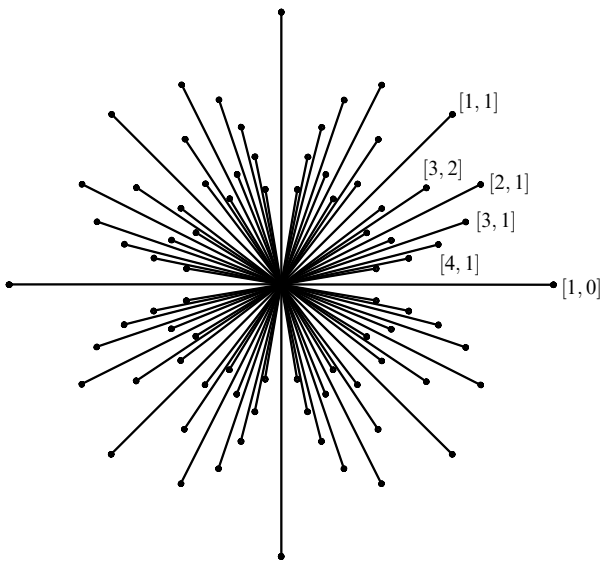


Рис. 2. Зависимость ширины поперечных минизон в двумерной сверхрешетке из квантовых точек от кристаллографического индекса направления электрического поля (в логарифмическом масштабе).

квантовыми точками в цепочках приводит к качественному изменению спектра и волновых функций. Движение в поперечных цепочках не квантуется, и возникают поперечные минизоны. Резонансные интегралы между квантовыми точками в поперечных цепочках экспоненциально быстро уменьшаются с ростом расстояния между квантовыми точками, таким образом, *ширина поперечных минизон экспоненциально зависит от направления поля*: чем больше период поперечных цепочек квантовых точек  $d_{\perp}$ , тем меньше ширина поперечной минизоны  $\Delta_{\perp}$ , равная умноженному на четыре резонансному интегралу между ближайшими квантовыми точками в поперечных цепочках (рис. 1, 2). С учетом квантования продольного движения носителей спектр образует одномерную штарковскую лестницу состояний (рис. 3б):

$$\begin{aligned} \varepsilon_N(k) &= \frac{1}{2} \Delta_{\perp} \cos(kd_{\perp}) - NeFd_{\parallel}, \\ \Delta_{\perp} &\propto \exp(-\alpha d_{\perp}), \end{aligned} \quad (5)$$

где число  $N$  нумерует ступени штарковской лестницы,  $k$  — волновой вектор поперечного движения вдоль

6\*

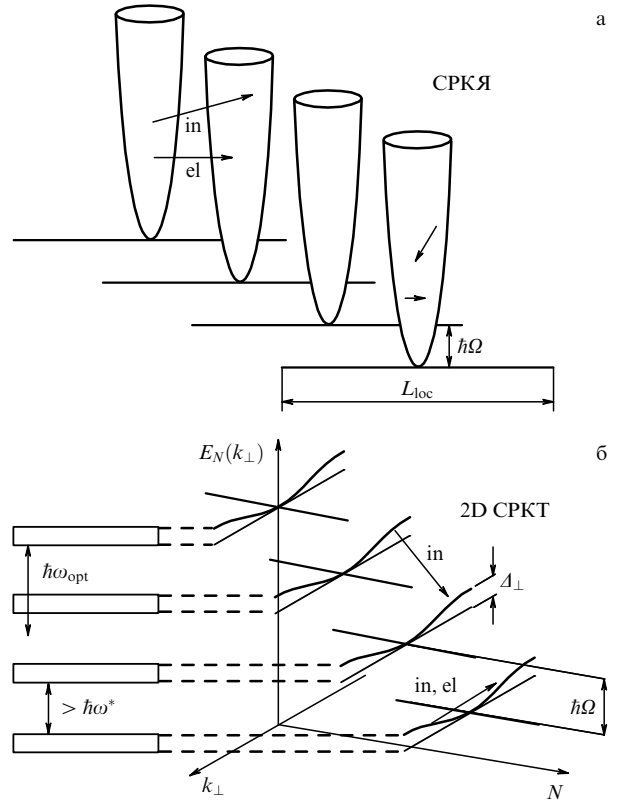


Рис. 3. Спектр и каналы неупругого (in) и упругого (el) рассеяния в слоистой сверхрешетке из квантовых точек (СРКЯ) в постоянном электрическом поле (а) и в двумерной сверхрешетке из квантовых точек при рациональных направлениях поля (б) ( $\hbar\Omega = eFa$  — расстояние между уровнями штарковской лестницы,  $\Delta_{\perp}$  — ширина поперечных минизон,  $\hbar\omega_{\text{opt}}$  — энергия оптических фононов,  $\hbar\omega^* = \hbar\pi/R_D$  — верхняя граница энергий актуальных акустических фононов).

цепочек,  $d_{\parallel}$  — расстояние между соседними поперечными цепочками КТ,  $\alpha$  — положительный коэффициент, зависящий от материальных параметров и геометрии конкретной структуры.

До сих пор речь шла об идеальной СРКТ. Но в такой сложной с технологической точки зрения структуре с множеством гетерограниц неизбежен некоторый разброс параметров, приводящий к дисперсии энергий размерного квантования и резонансных интегралов. Кроме того реальные структуры пространственно ограничены, и число рациональных направлений поля конечно. В работе [24] показано, что при слабом диагональном беспорядке в цепочке, описываемой в модели сильной связи, электрон локализуется на длине  $l_{\text{loc}} = d(\Delta_{\perp}/2)^2 / \langle \delta\varepsilon^2 \rangle$ , где  $d$  — период цепочки,  $\langle \delta\varepsilon^2 \rangle$  — среднеквадратичная дисперсия уровней квантования в КТ. Обозначим через  $L$  линейный размер СРКТ в поперечном к полю направлении. Очевидно, что говорить о непрерывном поперечном спектре можно лишь при выполнении условия  $l_{\text{loc}} \gg L \gg d$ . Если же соотношение дисперсии и ширины поперечных минизон  $\Delta_{\perp}$  таково, что  $l_{\text{loc}} < d$ , то происходит полная локализация в поперечном к электрическому полю направлении, и соответствующим резонансным интегралом можно пренебречь. В промежуточной области  $d < l_{\text{loc}} < L$  длина локализации в поперечном направлении определяется величиной разброса уровней квантования. Мы полу-

чаем, что в реальных СРКТ для всех рациональных направлений поля, кроме нескольких главных, делокализации в поперечном к электрическому полю направлении не происходит. За исключением этих главных рациональных направлений в достаточно сильном поле для описания спектра и волновых функций достаточно приближения ближайших соседей.

### 3. Блоховские осцилляции

Задача о движении электрона в идеальной периодической решетке кристалла, находящегося в постоянном однородном электрическом поле, была в центре внимания исследователей с самого начала построения квантовой теории твердого тела. В своей фундаментальной работе 1928 г. [25], заложившей основы этой теории, Блох, используя квазиклассические соображения, показал, что электрон в такой системе в отсутствие рассеяния и переходов между зонами разрешенной энергии будет испытывать осцилляции (как в импульсном, так и в координатном пространстве) с частотой

$$f = \frac{eFa}{h}, \quad (6)$$

где  $F$  — напряженность электрического поля,  $a$  — период кристалла в направлении электрического поля,  $h$  — постоянная Планка.

Приведем здесь это простейшее описание блоховских осцилляций для случая СРКТ. Спектр выбранной мини-зоны СРКТ в приближении сильной связи имеет вид

$$\mathcal{E}(\mathbf{K}) = \sum_{\mathbf{R}} \frac{A_{\mathbf{R}}}{4} \exp(i\mathbf{K} \cdot \mathbf{R}), \quad (7)$$

где  $\mathbf{K}$  — волновой вектор, лежащий в первой зоне Бриллюэна СРКТ. Если мгновенно включить электрическое поле, то изначально электроны будут равномерно распределены по блоховским состояниям мини-зоны. Под действием поля электроны будут двигаться в  $\mathbf{K}$ -пространстве с постоянной скоростью  $e\mathbf{F}t/\hbar$ , претерпевая брэгговские отражения на границе зоны Бриллюэна, что соответствует осцилляциям в пространстве координат. Применяя к электронам законы квазиклассической динамики

$$\hbar\mathbf{v}(\mathbf{K}) = \nabla_{\mathbf{K}}\mathcal{E}(\mathbf{K}), \quad \frac{\partial}{\partial t}(\hbar\mathbf{K}) = e\mathbf{F}, \quad (8)$$

с учетом (7) получим ток блоховских осцилляций в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{j}(t) &= en_e \int d\mathbf{K} \mathbf{v} \left( \mathbf{K} + \frac{e\mathbf{F}t}{\hbar} \right) f(\mathbf{K}) = \\ &= \sum_{\mathbf{R}} \frac{en_e A_{\mathbf{R}}}{2\hbar} \langle \cos(\mathbf{K} \cdot \mathbf{R}) \rangle \sin(\Omega_{\mathbf{R}}t), \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\Omega_{\mathbf{R}} = e\mathbf{F} \cdot \mathbf{R} = \sum n_i(e\mathbf{F} \cdot \mathbf{a}_i) = \sum n_i\Omega_i$  — штарковские частоты СРКТ;  $n_e$  — концентрация электронов;  $f(\mathbf{K})$  — функция начального распределения электронов, нормированная на один электрон; угловые скобки означают усреднение с функцией распределения.

Из формулы (9) можно увидеть существенные преимущества использования СРКТ для практических применений блоховских осцилляций перед слоистыми сверхрешетками, образованными квантовыми ямами. В слоистых сверхрешетках осцилляции происходят на одной частоте  $\Omega = eFa/\hbar$ , где  $a$  — период сверхрешетки. В

СРКТ спектр осцилляций состоит из двух (2D СРКТ) или трех (3D СРКТ) базовых частот  $\Omega_i$  (резонансные интегралы  $\Delta_{\mathbf{R}}/4$  экспоненциально убывают с ростом расстояния между квантовыми точками  $|\mathbf{R}|$ , соответственно, амплитуда других гармоник экспоненциально меньше амплитуд базовых слагаемых). Оперировав ориентацией электрического поля относительно базовых векторов СРКТ и его величиной, мы имеем возможность независимо менять базовые частоты [12].

Возможен другой способ описания блоховских осцилляций, основанный на штарковском представлении собственных функций гамильтониана  $\hat{H}_F$  для СРКТ в постоянном электрическом поле. В этом формализме блоховские осцилляции представляют собой квантовые биения между состояниями штарковской лестницы. Пусть в начальный момент времени волновая функция электрона образует когерентную смесь штарковских состояний (5):

$$\Psi(t=0) = \sum \chi_{N,k}^0 |N, k\rangle. \quad (10)$$

Временная эволюция штарковских состояний известна, и можно сразу написать решение нестационарного уравнения Шрёдингера в виде

$$\Psi(t) = \sum \chi_{N,k}^0 \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \varepsilon_{N,k}^k t\right) |N, k\rangle. \quad (11)$$

Поскольку уровни штарковской лестницы эквидистантны, отсюда видно, что в результате квантовых биений электронная плотность в каждой квантовой точке осциллирует со штарковской частотой. При мгновенном включении поля изначально электроны равномерно распределены по блоховским состояниям мини-зоны СРКТ. В этом случае для тока можно получить выражение, совпадающее с полученным ранее в квазиклассическом приближении (9), однако его смысл становится другим. Блоховские осцилляции при таком описании являются квантовыми биениями и возникают при когерентном возбуждении носителей в состоянии штарковской лестницы.

Известно, что экспериментальное наблюдение явления блоховских осцилляций крайне затруднено из-за необходимости выполнения чрезвычайно жестких условий слабости рассеяния за период осцилляций,

$$\tau_{\text{eff}}^{-1} < \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{eFa}{h}, \quad (12)$$

где  $\tau_{\text{eff}}^{-1}$  — эффективная частота столкновений. Поэтому первые наблюдения таких осцилляций, теоретически предсказанных Блохом в 1928 г. [25], были выполнены только в начале 90-х годов прошлого века в идеальном чистых и периодических слоистых гетероструктурах — сверхрешетках из квантовых ям на основе полупроводниковых соединений  $A^{\text{III}}B^{\text{V}}$  [26, 27]. В сверхрешетках период пространственной периодичности в десятки раз превосходит межатомные расстояния, и условие (12) может выполняться уже при приемлемой величине электрического поля, составляющей десятки кВ см<sup>-1</sup>; при этом частота осцилляций оказывается порядка терагерц. Отсюда огромный практический интерес к явлению блоховских осцилляций в сверхрешетках: он обусловлен прежде всего возможностью создания источников и приемников излучения в терагерцовом частотном диапазоне.

Однако в слоистых сверхрешетках, как и в объемных полупроводниках, при любой величине электрического поля остается сильное неустранимое рассеяние носителей на колебаниях решетки, приводящее к быстрому затуханию осцилляций. Даже в области очень низких температур  $T \simeq 10$  К время жизни блоховских осцилляций составляет всего десяток периодов осцилляций [28]. Далее мы покажем, что в отличие от слоистых сверхрешеток в СРКТ есть возможность сильного подавления всех каналов рассеяния за счет эффективного управления спектром электронов путем изменения величины и направления постоянного электрического поля. Наш анализ показывает, что в технологически совершенных СРКТ становится возможным наблюдение сотен периодов блоховских осцилляций при комнатной температуре. Для сравнения, в слоистых сверхрешетках при комнатной температуре блоховские осцилляции практически полностью затухают за один период [29].

#### 4. Рассеяние носителей в слоистых сверхрешетках и сверхрешетках из квантовых точек

Проведем теперь сравнительный анализ возможностей подавления рассеяния в слоистых сверхрешетках и СРКТ. На рисунке 3а показан спектр слоистой сверхрешетки в электрическом поле. Параболоиды на каждой ступени штарковской лестницы описывают зависимость энергии электрона от его импульса в плоскости квантовой ямы. Именно благодаря широкому энергетическому спектру, соответствующему движению электронов вдоль квантовых ям, рассеяние остается сильным при любой величине электрического поля. Энергетическое перекрытие состояний различных ступеней штарковской лестницы делает возможным как упругое рассеяние, так и рассеяние с участием оптических и акустических фононов.

Ситуация кардинально меняется в СРКТ. Здесь, как мы убедились, можно варьировать ширину поперечных минизон, меняя ориентацию поля относительно главных осей СРКТ, и таким образом эффективно управлять спектром СРКТ в электрическом поле, а следовательно, и рассеянием.

Действительно, из рис. 3б видно, что рассеяние с участием оптических фононов внутри поперечных минизон невозможно, если ширина поперечной минизоны становится меньше энергии оптических фононов:

$$\hbar\omega_0 > \Delta_{\perp}. \quad (13)$$

Пусть теперь поперечные зоны не перекрываются энергетически, и для всех натуральных  $n$  выполнено условие

$$n\Omega + \frac{\Delta_{\perp}}{2\hbar} < \omega_0 < (n+1)\Omega - \frac{\Delta_{\perp}}{2\hbar}, \quad (14)$$

где  $\hbar\Omega = eFa_{\parallel}$  — расстояние между соседними ступенями штарковской лестницы,  $\Delta_{\perp}$  — ширина поперечных минизон. Тогда межминизонные процессы упругого рассеяния и рассеяния на оптических фононах также оказываются полностью подавленными (рис. 3б).

Боле того, оказывается возможным сколь угодно сильное подавление межминизонных процессов рассеяния на акустических фононах. Чтобы убедиться в этом, необходимо принять во внимание некоторые особенности взаимодействия с акустическими фононами в СРКТ.

Волновая функция электрона в состоянии штарковской лестницы (5) имеет два характерных масштаба. Это длина локализации носителей электрическим полем  $L_{\text{loc}} = \Delta_{\parallel}/eF$  и характерный масштаб функций Ванье, т.е. — в приближении сильной связи — размер квантовой точки  $R_D$ . Именно последний, самый малый масштаб определяет верхнюю границу волновых векторов фононов, эффективно взаимодействующих с электронами. В работе [18] показано, что вероятность испускания или излучения фонона электроном в СРКТ пропорциональна формфактору

$$Q(q) = |\langle \rho | \exp i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} | \rho \rangle|^2 \approx \begin{cases} 1, & q \ll q^*, \\ \left(\frac{q}{q^*}\right)^{-\beta}, & q \gg q^*, \end{cases} \quad (15)$$

где  $q^* = \pi/R_D$ , а показатель степени в (15)  $\beta = 8$ , если функция Ванье экспоненциально спадает за пределами квантовой точки и не имеет разрывов первой производной. Если же эффективные массы электрона внутри и снаружи квантовой точки различаются и возникает разрыв первой производной, то волна обрывает дает  $\beta = 6$ .

Такая сильная зависимость формфактора от волнового вектора фонона позволяет практически полностью подавить рассеяние на акустических фононах между поперечными минизонами штарковской лестницы (рис. 3б). Действительно, из (15) следует, что если энергетический зазор между поперечными минизонами превышает энергию актуальных акустических фононов  $\hbar\omega^* \equiv \hbar\pi/R_D$ , определяемую формфактором,

$$\hbar\Omega - \Delta_{\perp} > \hbar\omega^*, \quad (16)$$

то с увеличением энергетического зазора вероятность рассеяния на акустических фононах между минизонами падает как  $(\hbar\Omega - \Delta_{\perp})^{-\beta}$ ,  $\beta \geq 6$ .

При выполнении условий (13), (14), (16) единственным эффективным каналом рассеяния в идеальной СРКТ остается рассеяние на акустических фононах внутри поперечных минизон. Вообще говоря, отнюдь не очевидно, что такое рассеяние должно приводить к затуханию осцилляций, поскольку блоховским осцилляциям соответствует движение вдоль направления электрического поля, а рассеивается в этом канале лишь поперечное движение носителей. Поэтому для оценки скорости затухания осцилляций при рассеянии внутри поперечных минизон совершенно недостаточно вычисления вероятностей переходов. Необходима более строгая и последовательная теория. Поскольку в штарковском представлении блоховские осцилляции являются квантовыми биениями между состояниями штарковской лестницы, затухание осцилляций в этом представлении есть следствие потери когерентности между данными состояниями при переходах электронов между состояниями с излучением или испусканием фонона. Тогда естественным способом описания затухания блоховских осцилляций является формализм матрицы плотности, недиагональные элементы которой как раз и описывают степень когерентности состояний.

#### 5. Теория затухания блоховских осцилляций в сверхрешетках. Квантовое кинетическое уравнение, описывающее фазовую релаксацию

При построении квантового уравнения релаксации, описывающего затухание осцилляций, в [18] мы в основном

следуем процедуре, развитой Коном и Латтинджером [30], и затем, в частности, примененной для анализа кинетики носителей в слоистых сверхрешетках [7–9, 31]. Мы исходим из предположения о слабости рассеяния за период осцилляций (12). Это условие позволяет получить замкнутую систему линейных уравнений для элементов матрицы плотности в штарковском представлении (5),  $\rho_{N, N'}^{k, k'}$ , недиагональных по штарковским индексам  $N, N'$  и диагональных по волновым векторам движения в поперечных минизонах  $k$ . В отсутствие рассеяния эти матричные элементы осциллируют со штарковской частотой,  $\rho_{N, N'}^{k, k'} = \rho_{N, N'}^{k, k'}|_{t=0} \exp[-i(N - N')\Omega t]$ , что для случая мгновенного включения электрического поля дает полученное ранее в квазиклассическом пределе выражение для тока осцилляций (9).

Общие уравнения, полученные в [18], достаточно сложны для анализа, поэтому здесь мы рассмотрим лишь случай, когда электрическое поле направлено вдоль одного из базисных векторов двумерной прямоугольной СРКТ и применимо приближение ближайших соседей. Для случая мгновенного включения поля матрица плотности пространственно однородна,

$$\rho_{N+n, N'+n}^{k, k'} = \rho_{N, N'}^{k, k'}, \quad (17)$$

а плотность тока в приближении ближайших соседей выражается через единственный элемент матрицы плотности  $\rho_{N, N+1}^{k, k'}$ , описывающий квантовые биения между соседними ступенями штарковской лестницы:

$$j = -e \operatorname{tr}(\hat{\rho} \hat{v}) \propto \int dk \operatorname{Im} \rho_{N, N+1}^{k, k'}. \quad (18)$$

Уравнение для  $\rho_{N, N+1}^{k, k'}(t)$  имеет следующий вид [18]:

$$\left(-\frac{\partial}{\partial t} - i\Omega\right) \rho_{N, N+1}^{k, k'} = \sum_{q, k'} [W_q^{k, k'} \rho_{N, N+1}^{k, k'} - \cos(q_{\parallel} a_{\parallel}) W_q^{k', k} \rho_{N, N+1}^{k', k'}]. \quad (19)$$

Здесь  $\Omega = eFa_{\parallel}/\hbar$  — штарковская частота,  $a_{\parallel}$  — период СРКТ в направлении электрического поля,  $q$  и  $q_{\parallel}$  — соответственно, волновой вектор фонона и его компонента вдоль поля. Правая часть (19) описывает потерю когерентности между штарковскими состояниями за счет взаимодействия с фононами (с волновым вектором  $q$ ). Первый член в правой части соответствует уходу электронов из состояний  $|N, k\rangle$ ,  $|N+1, k\rangle$  в любые другие состояния с вероятностью  $W_q^{k, k'}$ . При этом  $\rho_{N, N+1}^{k, k'}$  уменьшается просто за счет уменьшения числа электронов с поперечным волновым вектором  $k$ , участвующих в когерентной смеси, и фазовый множитель отсутствует. Напротив, при переходах электронов в состояния  $|N, k\rangle$ ,  $|N+1, k\rangle$  важна фаза, которую они приобретают при взаимодействии с фононом, описываемая множителем  $\cos q_{\parallel} a_{\parallel}$ .

Предположим, что масштаб неоднородности рассеивающего потенциала (в частности, для нашего случая — это длина волны фонона) в направлении электрического поля существенно превышает период СРКТ, или, в общем случае,  $q_{\parallel} a_{\parallel}$  кратно  $2\pi$ . Тогда продольный волновой вектор электрона практически не меняется при рассеянии, и фазовый множитель  $\cos q_{\parallel} a_{\parallel}$  близок к единице. Учитывая теперь, что ток осцилляций (18) пропорционален интегралу от функции  $\rho_{N, N+1}^{k, k'}$  по попе-

речным квазиимпульсам, и интегрируя обе части (19) по  $k$  при условии  $q_{\parallel} = 0$ , получим, что интеграл от правой части этих уравнений обращается в тождественный нуль — ток блоховских осцилляций в этих условиях не затухает. В этом отражается специфика фазового рассеяния: потери когерентности между штарковскими состояниями  $|N\rangle$  и  $|N+1\rangle$  не происходит, если возмущение одинаково действует на оба состояния. В частности, затухания осцилляций нет, если при рассеянии меняется лишь волновой вектор электрона в поперечном к электрическому полю направлении, а  $q_{\parallel} = 0$ . При квазиклассическом описании  $q_{\parallel}$  — это величина продольного импульса электрона, потерянного (приобретенного) при испускании (поглощении) фонона. Таким образом, скорость затухания осцилляций по своему физическому смыслу близка к скорости рассеяния продольного квазиимпульса электрона.

Такое представление, однако, легко может привести к недоразумениям. В сильном электрическом поле движение вдоль электрического поля квантуется, и понятие продольного квазиимпульса теряет физический смысл. Из вышесказанного может показаться, что рассеяние внутри поперечных зон штарковской лестницы (5) в отсутствие переходов между ними не должно приводить к затуханию осцилляций, поскольку это рассеяние поперечного движения носителей. Но это не так. При переходах внутри поперечных минизон продольная компонента импульса фонона, который испускает или поглощает электрон, может быть любой,  $q_{\parallel} \neq 0$ . Закон сохранения продольной компоненты импульса для СРКТ в целом соблюдается по-прежнему, однако импульс отдачи получает уже не локализованный электрическим полем электрон, а вся сверхрешетка в целом. Таким образом, при рассеянии внутри поперечных минизон  $\cos q_{\parallel} a_{\parallel} \neq 1$ , и такое рассеяние приводит к затуханию осцилляций.

Необходимо отметить, что при выводе квантового кинетического уравнения предполагалось, что в нулевой момент времени образована когерентная смесь штарковских состояний. Следовательно, ввиду слабости рассеяния, амплитуда тока блоховских осцилляций существенно больше постоянного тока, и последним можно пренебречь. Напротив, на больших временах, когда когерентность между штарковскими состояниями уже полностью разрушена, главными в правой части (19) становятся не учитываемые в данной работе диагональные элементы матрицы плотности, а недиагональные отличны от нуля лишь в меру рассеяния. Процедура получения уравнений для матрицы плотности на больших временах и вычисления постоянного тока в слоистых сверхрешетках с учетом разогрева электронов электрическим полем подробно изложена в [31] и с тем же успехом может использоваться и для вычисления статической вольт-амперной характеристики СРКТ.

## 6. Затухание блоховских осцилляций в одномерной цепочке квантовых точек

Уравнение (19), описывающее затухание блоховских осцилляций, возникающих при мгновенном включении поля, для одномерной цепочки квантовых точек с периодом  $a$  принимает простой вид:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + i\Omega + \gamma\right) \rho_{N, N+1}(t) = 0. \quad (20)$$

Блоховские осцилляции затухают экспоненциально со временем с декрементом

$$\gamma = \frac{\pi}{\hbar^2} \sum_{n,q} (2v_q + 1) |V_{N+1, N+1+n}^q - V_{N, N+n}^q|^2 \delta(n\Omega - \omega_q). \quad (21)$$

Здесь  $q$  по-прежнему обозначает волновой вектор фонона,  $V_n^q$  — матричный элемент перехода на  $n$  периодов цепочки со спонтанным испусканием фонона,  $v_q$  — фононные числа заполнения. В выражение для декремента затухания входит разность матричных элементов взаимодействия в соседних штарковских состояниях, потерю когерентности между которыми описывает уравнение (21). От обычной вероятности перехода электрона с поглощением или испусканием фонона,  $W_q^n$ , выражение для  $\gamma$  отличается фазовым множителем  $1 - \cos q_{\parallel}a$ : из (19) и (21) следует  $\gamma = \sum_{n,q} (1 - \cos q_{\parallel}a) W_q^n$ . Это отражает специфику фазового рассеяния: потери когерентности между состояниями  $|N\rangle$  и  $|N+1\rangle$  не происходит, если рассеивающий потенциал одинаково действует на оба состояния.

Благодаря отсутствию поперечных минизон, увеличивая поле, в идеальных одномерных СРКТ можно достигнуть сколь угодно большого времени жизни блоховских осцилляций: при выполнении условий (13), (14), (16) скорость рассеяния пропорциональна  $F^{-\beta}$ ,  $\beta > 6$ . Фактически в экспериментальных условиях это означает, что затухание осцилляций при  $\Omega \gg \pi/R_D$  будет определяться несовершенством реальной структуры, а не рассеянием на фононах.

### 7. Затухание блоховских осцилляций в двумерных и трехмерных сверхрешетках из квантовых точек

В двумерных и трехмерных СРКТ из-за возможности движения носителей в перпендикулярном к электрическому полю направлении затухание блоховских осцилляций уже не является экспоненциальным, и декремент затухания сам оказывается функцией времени. Величина скорости затухания,  $\Gamma(t) = -\partial/\partial t [\ln(j(t)/j_0(t))]$ , где  $j_0(t)$  — ток осцилляций в отсутствие рассеяния, по-прежнему определяется величиной  $\gamma(k)$ , по своей структуре и физическому смыслу сходной с декрементом затухания осцилляций  $\gamma$  (20) в одномерных СРКТ, но теперь уже зависящей от волнового вектора  $k$ , который характеризует движение электрона в поперечной минизоне. Однако кроме  $\gamma(k)$  квантовое уравнение релаксации в 2D и 3D СРКТ содержит члены, описывающие процессы перемешивания в поперечных минизонах. Само по себе это перемешивание не приводит к затуханию осцилляций, однако его влияние на характер временной зависимости затухания оказывается существенным. В работе [19] исследован характер временной зависимости скорости затухания осцилляций, проведен подробный анализ зависимости скорости затухания от ширины поперечных минизон и величины электрического поля при рассеянии носителей на акустических фононах внутри поперечных минизон штарковской лестницы. Здесь же мы приведем лишь результаты расчета максимальной по времени скорости затухания тока осцилляций в случае мгновенного включения электрического поля вдоль одного из базисных векторов двумерной прямоугольной СРКТ, считая, что условия (13), (14), (16) выполнены и существенно только рассеяние на акустических фононах внутри поперечных минизон.

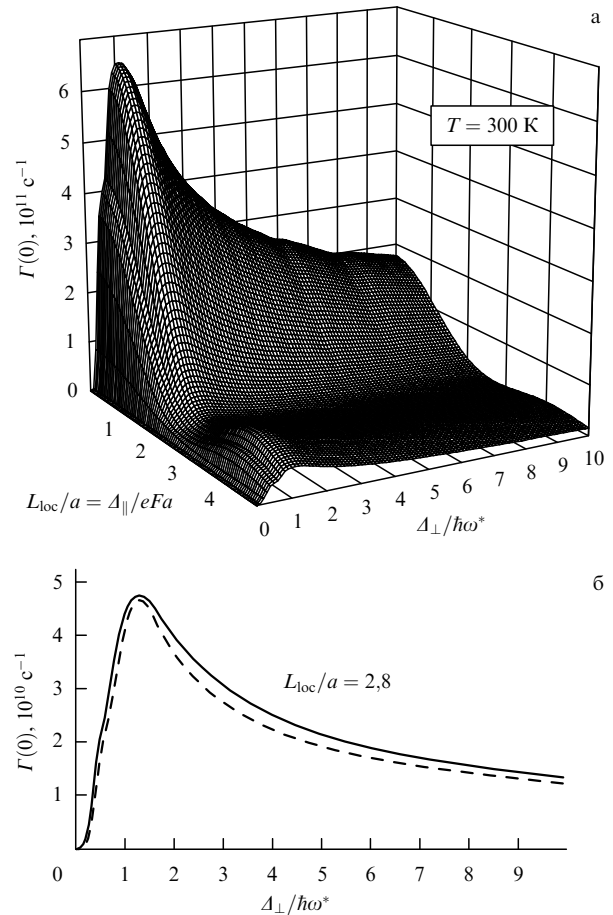


Рис. 4. (а) Максимальная скорость затухания блоховских осцилляций  $\Gamma(0)$  при комнатной температуре в квадратной двумерной сверхрешетке из квантовых точек на основе GaAs с периодом  $a = 100$  Å в зависимости от длины локализации электронов в электрическом поле (выраженной в периодах сверхрешетки  $a$ ) и ширины поперечной минизоны  $\Delta_{\perp}$  (в единицах  $\hbar\omega^* = \hbar\pi/R_D = 4,3$  мэВ),  $R_D = 25$  Å — размер КТ. (б) То же при фиксированной длине локализации в 3 периода сверхрешетки (верхняя кривая); нижняя кривая соответствует асимптотическому значению скорости затухания осцилляций на больших временах  $\Gamma(\infty)$ .

В этих условиях скорость затухания осцилляций  $\Gamma(t)$  максимальна сразу же после внезапного включения поля и стремится к постоянному значению при больших временах. Зависимость максимальной скорости затухания осцилляций  $\Gamma(0)$  от степени локализации электронов полем и ширины поперечных минизон при комнатной температуре приведена на рис. 4. Видно, что в области изменения параметров скорость затухания меняется на два порядка величины. Зная эту зависимость, выбором величины и направления электрического поля в 2D и 3D СРКТ можно добиться существенного подавления рассеяния и увеличения времени жизни блоховских осцилляций. Выполнение условия подавления рассеяния на акустических фононах между поперечными минизонами  $\hbar\Omega - \Delta_{\perp} > \hbar\omega^*$  при выбранных параметрах расчета означает, что частота блоховских осцилляций  $f_{\text{BO}} = \Omega/2\pi > 10^{12}$  Гц. Тогда из рис. 4б следует, что время жизни блоховских осцилляций в СРКТ может достигать сотен периодов осцилляций при комнатной температуре. Такое сильное подавление рассеяния принципиально недостижимо в слоистых сверхрешетках, где при комнат-

ной температуре осцилляции затухают за время порядка одного периода [29].

### 8. Заключение

Мы убедились, что использование сверхрешеток из квантовых точек позволяет контролировать процессы рассеяния. Было показано, что время жизни блоховских осцилляций в таких сверхрешетках может быть увеличено на два порядка величины по отношению к случаю слоистых сверхрешеток, образованных квантовыми ямами, и составлять сотни периодов осцилляций при комнатной температуре. Столь сильное подавление рассеяния становится возможным за счет новых, отсутствующих в слоистых сверхрешетках возможностей управления спектром электронов путем изменения не только величины приложенного электрического поля, но и его ориентации по отношению к главным осям двумерной или трехмерной сверхрешетки из квантовых точек.

А именно, изменение величины и направления электрического поля в сверхрешетках из квантовых точек позволяет:

— варьировать в широких пределах ширину поперечных минизон, соответствующих движению в поперечном к электрическому полю направлении, поскольку она экспоненциально зависит от ориентации электрического поля;

— полностью подавить однофононные процессы рассеяния с участием оптических фононов, определяющие скорость рассеяния носителей в слоистых сверхрешетках на основе соединений  $A^{\text{III}}B^{\text{V}}$ ;

— практически полностью подавить рассеяние на акустических фононах между поперечными минизонами, которые относятся к различным ступеням штарковской лестницы состояний;

— надлежащим выбором направления и величины электрического поля сильно подавить рассеяние внутри поперечных минизон на акустических фононах.

Кроме того, в отличие от слоистых сверхрешеток, в двумерных и трехмерных сверхрешетках из квантовых точек спектр блоховских осцилляций состоит из двух или трех основных частот, которые можно независимо перестраивать путем изменения величины и направления электрического поля.

Все эти особенности делают двумерные и трехмерные сверхрешетки из квантовых точек весьма привлекательными для приборных применений в электронике и оптоэлектронике.

Работа была поддержана РФФИ (грант 02-02-17610), программой Президиума РАН "Низкоразмерные квантовые структуры" и программой "Твердотельные наноструктуры" Минпромнауки РФ.

### Список литературы

1. Arakawa Y, Sakaki H *Appl. Phys. Lett.* **40** 939 (1982)
2. Алфёров Ж И *УФН* **172** 1068 (2002)
3. Park G et al. *IEEE Photon. Technol. Lett.* **13** 230 (2000)
4. Asryan L V, Suris R A *Semicond. Sci. Technol.* **11** 554 (1996)
5. Maximov M V et al. *J. Appl. Phys.* **83** 5561 (1998)
6. Asryan L V, Suris R A, in *Quantum Dots* (Selected Topics in Electronics and Systems, Vol. 25, Eds E Borovitskaya, M S Shur) (Singapore: World Scientific, 2002) p. 75
7. Казаринов Р Ф, Сурис Р А *ФТП* **5** 797 (1971)
8. Казаринов Р Ф, Сурис Р А *ФТП* **6** 148 (1972)

9. Казаринов Р Ф, Сурис Р А *ФТП* **7** 488 (1973)
10. Faist J et al. *Science* **264** 553 (1994)
11. Faist J et al., in *Terahertz Sources and Systems* (NATO Sci. Series, Ser. II, Vol. 27, Eds R E Miles, P Harrison, D Lippens) (Boston: Kluwer Acad. Publ., 2001) p. 89
12. Suris R A, in *Future Trends in Microelectronics: Reflections on the Road to Nanotechnology* (NATO ASI Series, Ser. E, Vol. 323, Eds S Luryi, J Xu, A Zaslavsky) (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1996) p. 197
13. Wingreen N S, Stafford C A *IEEE J. Quantum Electron.* **33** 1170 (1997)
14. Singh J *IEEE Photon. Technol. Lett.* **8** 488 (1996)
15. Hsu C-F et al. *IEEE J. Select. Topics Quantum Electron.* **6** 491 (2000)
16. Bimberg D, Grundmann M, Ledentsov N N *Quantum Dot Heterostructures* (Chichester: John Wiley, 1999)
17. Дмитриев И А, Сурис Р А *ФТП* **35** 219 (2001)
18. Дмитриев И А, Сурис Р А *ФТП* **36** 1449 (2002)
19. Дмитриев И А, Сурис Р А *ФТП* **36** 1460 (2002)
20. Келдыш Л В *ФТТ* **4** 2265 (1962)
21. Esaki L, Tsu R *IBM J. Res. Dev.* **14** 61 (1970)
22. Houston W V *Phys. Rev.* **57** 184 (1940)
23. Wannier G H *Rev. Mod. Phys.* **34** 645 (1962)
24. Дмитриев А П *ЖЭТФ* **95** 234 (1989)
25. Bloch F *Z. Phys.* **52** 555 (1928)
26. Leo K *Semicond. Sci. Technol.* **13** 249 (1998)
27. Rossi F *Semicond. Sci. Technol.* **13** 147 (1998)
28. Feldmann J et al. *Phys. Rev. B* **46** 7252 (1992)
29. Dekorsy T et al. *Phys. Rev. B* **51** 17275 (1995)
30. Kohn W, Luttinger J M *Phys. Rev.* **108** 590 (1957)
31. Сурис Р А, Шамхалова Б С *ФТП* **18** 1178 (1984)

PACS numbers: **73.23.-b**, **79.60.Jv**

## Лазер на "штарковской лестнице" с когерентной электронной подсистемой

В.Ф. Елесин, Ю.В. Копаев

### 1. Введение

Как было показано теоретически много лет назад [1, 2], приложение постоянного электрического поля  $E_0$  к полупроводнику (или сверхрешетке [3, 4]) приводит к радикальному изменению электронного спектра: непрерывный спектр преобразуется в дискретный набор эквидистантных уровней (штарковская лестница, рис. 1), разделенных энергией  $\hbar\omega_B$  ( $\omega_B = eE_0a$  — блоховская частота,  $a$  — период кристалла или сверхрешетки). С тех пор предпринимаются попытки использовать межуровневые переходы для генерации электромагнитного поля. Но они встречают принципиальные трудности:

1. Рассеяние и диссипация приводят к уширению уровней.

2. Возможная генерация должна быть в лучшем случае поверхностной [5], так как вероятности перехода с излучением и поглощением поля компенсируют друг друга.

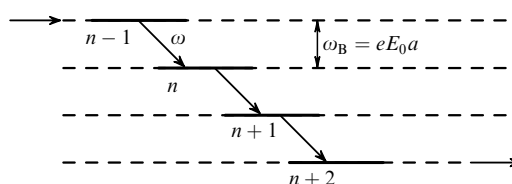


Рис. 1. Одноподзонная штарковская лестница.