Март 2003 г. **Том 173, № 3**

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

ИЗ ИСТОРИИ ФИЗИКИ

Загадки диффузии и лабиринты судьбы

О.Г. Бакунин

В статье кратко рассмотрено развитие идей диффузии, связанных с именем талантливого советского физика В.И. Давыдова. Использование дополнительных частных производных в диффузионных уравнениях и распространении диффузионных представлений на фазовое пространство было предложено им в 30-х годах XX столетия.

PACS numbers: **01.65.+g**, 05.20.Dd, 52.25.Dg

Давыдов Борис Иосифович (1908–1963 гг.) — один из классиков советской физики. Его работа "О распределении скоростей электронов, движущихся в электрическом поле" помещена в юбилейном сборнике *УФН* в 1967 г. [1]. В этот выпуск *УФН*, посвященный пятидесятилетию советской физики, включены лучшие статьи отечественных ученых, выбранные редакцией.

Б.И. Давыдов принадлежал к ленинградской школе физиков. В середине 30-х годов он выполнил свои наиболее известные работы, связанные с развитием идей диффузии [4–7]. В течение следующих 10 лет он активно занимался физикой полупроводников [9–19]. Важность его работ в этой области была отмечена Ж.И. Алферовым на конференции в РНЦ "Курчатовский институт". Его интересовали проблемы необратимости в статистической физике и квантовой механике [22–25]. В начале 50-х годов он активно включился в работы по управляемому термоядерному синтезу (УТС). Б.И. Давыдов был научным руководителем С.И. Брагинского, который определил потоки частиц и тепла в полностью ионизованной двухтемпературной плазме [36]. Сам он занимался в это время изучением влияния на теплопроводность и электропроводность плазмы ее колебаний [27]. Имя Б.И. Давыдова как ответственного исполнителя неоднократно упоминается в Приложении №1 к историческому Постановлению Совета Министров СССР от 5 мая 1951 г. "План теоретических исследований по выяснению возможности осуществления магнитного термоядерного реактора" [37].

Однако сведения о Б.И. Давыдове отсутствуют в справочнике советских и российских физиков [38]. Этот удивительный факт — результат не только случайной ошибки в личном деле, где были перепутаны его инициалы. Время, в которое он жил и работал, наложило трагический отпечаток на его научную карьеру. В 1952 г. он был уволен из Курчатовского института как "неблагонадежный", но смог продолжить работу в Институте физики Земли над вопросами гидродинамической турбулентности [29–32]. Сегодня его идеи широко используются для описания сильно неравновесных систем. Удивительная физическая ясность его работ делает их

Давыдов Борис Иосифович
(1908–1963 гг.)

О.Г. Бакунин. Российский научный центр "Курчатовский институт",
Институт ядерного синтеза,
123182 Москва, пл. Курчатова 1, Российская Федерация
Тел. (095) 492-42-65
E-mail: bakunin@rijnh.nl; bakunin@nfi.kiae.ru

Статья поступила 6 августа 2002 г.

особенно привлекательными сейчас, когда число публикаций в научных журналах громадно, а смысл часто скрыт множеством деталей. В этой статье мы кратко обсудим только четыре работы Б.И. Давыдова, но приведем весь список его публикаций.

В 1934 г. Давыдов опубликовал небольшую статью [5], в которой он предложил модифицировать стандартное уравнение диффузии:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D\,\frac{\partial^2 n}{\partial x^2}\,. \tag{1}$$

Его идея основывалась на включении дополнительных частных производных в классическое уравнение с целью описать быстрые процессы переноса. Такая задача была актуальной в связи с исследованиями турбулентной диффузии, выполненными Ричардсоном в 1926 г. [39], который обнаружил существенное отличие законов диффузии от классического:

$$R^2 \propto t^3 \gg t \quad \text{или} \quad D \approx \frac{R^2}{t} \propto R^{4/3}\,. \tag{2}$$

Давыдов использовал феноменологическую систему уравнений для плотности частиц $n\,(x,t)$:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0\,; \quad \frac{\partial q}{\partial t} = \frac{q_0 - q}{\tau}\,, \tag{3}$$

где $q_0 = -D(\partial n/\partial x)$. Формальные вычисления приводят к телеграфному уравнению

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \tau\,\frac{\partial^2 n}{\partial t^2} = D\,\frac{\partial^2 n}{\partial x^2}\,. \tag{4}$$

Это уравнение гиперболического типа, что открывает дополнительные возможности использования характеристик для описания нелокальных эффектов. Давыдов предложил применить его для учета конечной скорости частиц v при молекулярной диффузии. Классическое уравнение диффузии параболического типа получится из телеграфного в пределе $\tau \to 0$; $D \approx v^2\tau \to \mathrm{const}$. Как и следовало ожидать, в обычном случае

$$v \propto \sqrt{\frac{D}{\tau}} \quad \text{или} \quad R^2 \propto t\,; \quad v \propto \frac{1}{\sqrt{\tau}} \to \infty\,.$$

Позднее телеграфное уравнение для описания диффузии применили Каттанео [40], Гольдштейн [41], Дэвис [42], Ляпин [43], Монин [44].

Физический смысл представления Давыдова для потока частиц q легко понять, записав формальное решение

$$q = \int_0^t q_0 \exp\left[-\frac{t-t'}{\tau}\right]\frac{\mathrm{d}t'}{\tau}\,. \tag{5}$$

Очевидно, что выражение для потока содержит эффекты "памяти". Эта формула впоследствии неоднократно обобщалась с использованием вместо экспоненциальной произвольной функции памяти $M(t-t')$:

$$q = \int_0^t q_0 M(t-t')\,\frac{\mathrm{d}t'}{\tau}\,. \tag{6}$$

Используя преобразование Фурье по координате, получим для общего случая

$$\frac{\partial \tilde n_k(t)}{\partial t} = -k^2 \int_0^t \tilde n_k(t)\,M(t-t')\,\frac{\mathrm{d}t'}{\tau} = -k^2 M(t) * \tilde n_k(t)\,. \tag{7}$$

Здесь усматривается тесная связь идей Давыдова с функционалом Эйнштейна – Смолуховского. В простейшем случае функционал имеет вид

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \int_{-\infty}^{+\infty} G(x-x')\,n(x')\,\mathrm{d}x'\,. \tag{8}$$

Фурье-представление этого нелокального функционала по переменной x ведет к выражению

$$\frac{\partial \tilde n_k(t)}{\partial t} = \widetilde G(k)\,\tilde n_k(t)\,, \tag{9}$$

которое указывает на отсутствие эффектов памяти для фурье-гармоник. Классическому уравнению диффузии с учетом преобразования Лапласа здесь соответствует

$$\widetilde G(k,\omega)\tilde n_{k,\omega} = -Dk^2 \tilde n_{k,\omega}\,. \tag{10}$$

В случае Давыдова эффекты памяти сохранены:

$$\widetilde G(k,\omega)\tilde n_{k,\omega} = -\frac{Dk^2}{1-\mathrm{i}\omega\tau}\,\tilde n_{k,\omega}\,. \tag{11}$$

Такая форма записи наверняка была известна Давыдову в связи с исследованиями Колмогорова [45], посвященными уравнениям Фоккера – Планка, которыми в то время интересовался Давыдов [4], а также благодаря его редакторской деятельности [33]. Уже в 1937 г. идея модификации уравнения диффузии получила дальнейшее развитие в работах Леви и Хинчина [46]. Они использовали аппроксимацию вида

$$\frac{\partial \tilde n_k(t)}{\partial t} = -k^\alpha \tilde n_k(t)\,, \quad 0 < \alpha \leqslant 2\,. \tag{12}$$

Работы Монина [44] в этом направлении предвосхитили современное развитие идей по использованию дополнительных дробных частных производных в диффузионных уравнениях. Опираясь на идеи Колмогорова об универсальных свойствах турбулентности, он получил из соображений подобия для турбулентной диффузии

$$\widetilde G(k) \propto G(\varepsilon,k) = \varepsilon^{1/3}k^{2/3}\,. \tag{13}$$

Фактически такое представление удовлетворяет результатам Ричардсона, полученным в 1926 г. [39] и бывших предметом анализа Давыдова. Если считать, что $\widetilde G(k) = -D(k)k^2$, то

$$D(k) \approx \frac{R^2}{t} \propto R^{4/3} \propto k^{-4/3}\,. \tag{14}$$

Кроме того, по современной терминологии [47] уравнение

$$\frac{\partial \tilde n_k(t)}{\partial t} = -k^{2/3}\tilde n_k(t) \tag{15}$$

есть уравнение с дробной производной по x:

$$\frac{\partial^\alpha n}{\partial x^\alpha} \propto \frac{n}{(\Delta x)^\alpha} \propto k^\alpha n\,,$$

где $\alpha = 2/3$. Однако Монин не удовлетворился такой формой. Желая получить уравнение столь же ясное, как телеграфное, он, использовав двукратное дифференцирование по времени, привел свое уравнение к виду

$$\frac{\partial^3 n}{\partial t^3} = \varepsilon \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \,. \tag{16}$$

Сейчас мы видим, что спустя много лет после теоретической работы Давыдова, уравнения диффузии неоднократно "дополнялись" различными частными производными:

$$\frac{\partial^2 n}{\partial t^2}\,, \quad \frac{\partial^3 n}{\partial t^3}\,, \quad \frac{\partial^\alpha n}{\partial t^\alpha}\,; \quad \frac{\partial^\beta n}{\partial x^\beta} \tag{17}$$

с целью описать эффекты нелокальности и памяти. Несложно обобщить оба случая, представив эффекты памяти и нелокальности в одном уравнении:

$$\frac{\partial \tilde{n}_k(t)}{\partial t} = -k^2 \int_0^t \tilde{n}_k(t) \widetilde{D}(k, t - t')\,\frac{\mathrm{d}t'}{\tau} = -k^2 \widetilde{D}(k, t) * \tilde{n}_k(t)\,, \tag{18}$$

или с учетом преобразования Лапласа по времени

$$-k^2 D \to -k^2 \widetilde{D}(k, \omega)\,. \tag{19}$$

Несомненно, что Давыдов понимал "формальность" использования телеграфного уравнения для описания сложных процессов диффузии. Физика сильно неравновесных систем должна быть тесно связана с функцией распределения частиц по скоростям, существенно отличной от максвелловской. Прекрасным примером являлась функция распределения Дрювестейна. Именно ей Давыдов в 1936 г. посвятил свою классическую работу [6]. В ней он рассмотрел кинетическое уравнение для электронов в стационарных условиях в слабоионизованной плазме

$$-\frac{e\mathbf{E}}{m}\,\frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = \mathrm{St}_{\mathrm{e-a}}[f]\,, \tag{20}$$

где $\mathrm{St}_{\mathrm{e-a}}[f]$ — интеграл столкновений электронов с атомами.

В отличие от предшественников, Давыдов учел в интеграле столкновений не только потери энергии электронов за счет "трения" об атомы, но и диффузионный набор энергии. Для симметричной части функции распределения электронов он получил выражение

$$\mathrm{St}_{\mathrm{e-a}}[f] = \frac{1}{v^2}\,\frac{\partial}{\partial v}\left[\frac{m}{M}\,v^3 \nu(v)\left(\frac{T_{\mathrm{a}}}{mv}\,\frac{\partial f}{\partial v} + f\right)\right]. \tag{21}$$

Действительно, элементарные оценки дают одинаковый порядок величины для обоих процессов. Однако очень важно и то, что условие $\mathrm{St}_{\mathrm{e-a}}[f] = 0$ должно приводить к максвелловской функции для электронов с температурой T_{a}. Это условие Давыдов получил без феноменологических предположений, решая кинетическое уравнение с использованием разложения функции распределения по полиномам Лежандра:

$$f(\mathbf{v}) = F_0(v) + F_1(v)\cos\theta\,. \tag{22}$$

После преобразований (22) Давыдов представил уравнение дивергентного вида для потоков в пространстве скоростей как

$$\frac{1}{v^2}\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v}\left[v^2 J(v)\right] = 0\,. \tag{23}$$

Из условия отсутствия источника частиц при импульсе $p \to 0$ Давыдов вывел уравнение для потока частиц диффузионного вида:

$$J(v) = \frac{2}{3}\,\frac{e^2 E^2}{m_{\mathrm{e}}^2 v_T^2}\,\frac{\mathrm{d}F_0}{\mathrm{d}v} + \chi_{\mathrm{e-a}}\left(vF_0 + \frac{T_{\mathrm{a}}}{m_{\mathrm{e}}}\,\frac{\mathrm{d}F_0}{\mathrm{d}v}\right) = 0\,. \tag{24}$$

Давыдову удалось не только перенести идеи диффузии из обычного пространства в фазовое, но и получить изящное решение уравнения Фоккера – Планка для симметричной части функции распределения электронов:

$$F_0(v) = A\exp\left\{-\int_0^v \frac{m_{\mathrm{e}} v\,\mathrm{d}v}{T_{\mathrm{a}} + 2e^2E^2/3\chi_{\mathrm{e-a}} v_T^2 m_{\mathrm{e}}}\right\}. \tag{25}$$

Здесь ясно видна природа отличия температуры электронов от температуры атомов. Это решение стало прочной основой для изучения неравновесных явлений в слабоионизованной плазме.

В следующей работе [7] Давыдов использовал наглядные идеи источников и стоков в фазовом пространстве для кинетического описания процессов ионизации атомов электронами. Так, в случае, когда средняя температура электронов много больше температуры атомов, для электронов с энергиями ниже порога ионизации имеем

$$-\frac{1}{3v^2}\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v}\left(\frac{e^2E^2}{m_{\mathrm{e}}^2 v_T}\,v^2\,\frac{\mathrm{d}F_0}{\mathrm{d}v}\right) = \\ = \frac{1}{2v^2}\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v}\left(\chi_{\mathrm{e-a}} v_T v^3 F_0\right) + \frac{Q}{4\pi v^2}\,\delta(v)\,. \tag{26}$$

Здесь Q — полное число неупругих столкновений в единицу времени. Давыдов осуществил "сшивку" решений, полученных в разных диапазонах скоростей, используя "потоковые" идеи в фазовом пространстве. Тем самым в его работах были заложены основы методов решения конкретных уравнений Фоккера – Планка.

Наиболее яркое развитие идеи Давыдова получили в статьях Гуревича [48, 49], посвященных убегающим электронам. В этих работах построено решение кинетического уравнения для быстрых электронов в сильноионизованной плазме в присутствии постоянного электрического поля.

$$-\frac{eE}{m_{\mathrm{e}}}\left(\mu\frac{\partial f}{\partial v} + \frac{1-\mu^2}{v}\,\frac{\partial f}{\partial \mu}\right) = \\ = \frac{1}{v^2}\,\frac{\partial}{\partial v}\left[v^2 \nu_{\mathrm{e}}(v)\left(vf + \frac{T_{\mathrm{e}}}{m}\,\frac{\partial f}{\partial v}\right)\right] + \\ + \beta\nu_{\mathrm{e}}(v)\frac{\partial}{\partial \mu}\left[(1-\mu^2)\frac{\partial f}{\partial \mu}\right]. \tag{27}$$

Здесь

$$\beta = \frac{1 + Z_{\mathrm{eff}}}{2}\,, \quad Z_{\mathrm{eff}} = \frac{1}{n_{\mathrm{e}}}\sum_i Z_i n_i\,,$$

$$\nu_{\mathrm{e}}(v) = \frac{4\pi e^4 \Lambda n_{\mathrm{e}}(x)}{m_{\mathrm{e}}^2 v^3}\,, \quad \mu = \cos\theta\,.$$

Представления о диффузии в фазовом пространстве позволили найти аналитическое решение для функции распределения и потока убегающих частиц. Здесь были использованы трудоемкие асимптотические разложения. Решения строились уже в нескольких областях и сшивались с целью получить оценки полного потока убегающих электронов. Такой подход, берущий свое начало с работ Давыдова, стал сейчас классикой.

Сознавая необходимость связать кинетическое описание с диффузионным уравнением в обычном координатном пространстве, Давыдов в 1937 г. рассмотрел пространственно неоднородную кинетическую задачу [8]

$$\mathbf{v}\,\frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} - \frac{e\mathbf{E}}{m}\,\frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = \mathrm{St}_{\mathrm{e-a}}[f]\,. \tag{28}$$

Однако полученный им результат только частично решал поставленную задачу. В 1940 г. Крамерс [50] указал на трудности, возникающие при попытке получить уравнение диффузии в обычном координатном пространстве

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}\,(Un) + D\,\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \tag{29}$$

из простейшего кинетического уравнения, учитывающего пространственную неоднородность,

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v\,\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{F(x)}{m}\,\frac{\partial f}{\partial v} = \frac{1}{\tau}\,\frac{\partial}{\partial v}\left(vf + \frac{kT}{m}\,\frac{\partial f}{\partial v}\right). \tag{30}$$

Уже здесь потребовался "хитрый трюк" с интегрированием вдоль траектории вместо "обычного усреднения". Однако тогда это не стало веской причиной для внесения эвристических поправок в кинетическое уравнение. Фактически Крамерс указал на условность используемого уравнения диффузии и его тесную связь с представлениями о характере поведения корреляционных функций.

В 50–90-е годы была проделана громадная работа как в направлении получения гидродинамических уравнений, так и в совершенствовании самих кинетических уравнений [58–61]. Интересное развитие получила задача описания кинетики быстрых электронов в пространственно неоднородной плазме в работе Албриттона [51]. Использовав стандартную технику и переменную $W = mv^2/2$, он рассмотрел уравнение для симметричной части функции распределения электронов в виде

$$\frac{\partial^2 F_0}{\partial x^2} + \frac{1}{W^3}\,\frac{\partial}{\partial W}\left(F_0 + T_{\mathrm{e}}(x)\,\frac{\partial F_0}{\partial W}\right) = 0\,. \tag{31}$$

Стремление сделать уравнение узнаваемым, привело к упрощению:

$$\frac{\partial F_0}{\partial W} \to \frac{\partial F_{\mathrm{Maxwell}}}{\partial W}\,. \tag{32}$$

В результате этих преобразований получилось параболическое уравнение диффузии с источником, где в качестве времени выступает параметр $\xi = W^4$:

$$\frac{\partial^2 F_0}{\partial x^2} + \beta\,\frac{\partial F_0}{\partial \xi} = Q\big(\xi(W), x\big) = -\frac{T_{\mathrm{e}}(x)}{W^3}\,\frac{\partial^2 F_{\mathrm{Maxwell}}}{\partial W^2}\,. \tag{33}$$

Решение этого уравнения находится с помощью функции Грина. Однако несмотря на интегральную форму решения, нелокальные эффекты в этом параболическом уравнении остались во многом утрачены, так как занижен вклад быстрых электронов.

Стремление улучшить кинетическое описание сильно неравновесных систем привело, в последнее время, к "переносу" методов описания аномальной диффузии в обычном пространстве на фазовое пространство. В 80-х и 90-х годах прошлого века все большее число авторов настойчиво предлагали модифицировать ставшие классическими уравнения. Например, предлагалось [52] дополнить кинетическое уравнение членом $\partial^2 f/\partial t^2$. Это, как и упомянутое выше телеграфное уравнение, возможно, обеспечит описание "быстрых процессов" в кинетике. В [37] предлагается дополнить кинетическое уравнение членом вида $\partial^2 f/\partial x^2$ для описания пространственной нелокальности [54, 53]. В книге [50] рассмотрена возможность дополнить кинетическое уравнение членами

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\,, \quad \frac{\partial^3 f}{\partial x^2 \partial t}\,, \quad \frac{\partial^3 f}{\partial x^3}\,.$$

Это, возможно, позволит описать негауссовы случайные источники в уравнениях Ланжевена. Активно изучается [56, 57] использование "арсенала" дробных производных

$$\frac{\partial^\alpha f}{\partial v^\alpha}\,, \quad \frac{\partial^\alpha f}{\partial x^\alpha}\,, \quad \frac{\partial^\alpha f}{\partial t^\alpha}\,.$$

В действительности это лишь "аппроксимация нелокальных членов" с помощью различного вида частных производных от функции распределения. Рассмотренные здесь примеры указывают на актуальность развитых в 30-е годы Б.И. Давыдовым подходов и его интуицию.

Автор благодарит В.Д. Шафранова, В.И. Когана и Э.И. Юрченко за помощь и неоднократное обсуждение работы.

Список литературы

1. Давыдов Б И *УФН* **93** 401 (1967)
2. Davydov B "Messungsmöglichkeit im relativistischen Quantengebiet" *Phys. Z. Sowjetunion* **2** 91 (1932)
3. Davydov B "Über die Rekombinationswahrscheinlichkeit freier Atomkerne" *Phys. Z. Sowjetunion* **5** 432 (1934)
4. Давыдов Б И "Уравнение Фоккера–Планка и время релаксации Максвелловского распределения" *ДАН СССР* **2** 212 (1934)
5. Давыдов Б И "Уравнения диффузии с учетом молекулярной скорости" *ДАН СССР* **2** 474 (1934)
6. Давыдов Б И "О распределении скоростей электронов, движущихся в электрическом поле" *ЖЭТФ* **6** 463 (1936)
7. Давыдов Б И "О распределении скоростей электронов, движущихся в электрическом поле. 2" *ЖЭТФ* **6** 471 (1936)
8. Давыдов Б И "К теории электрических зондов в трубках газового разряда" *ЖТФ* **6** 1244 (1936)
9. Давыдов Б И "К теории движения электронов в газах и в полупроводниках" *ЖЭТФ* **7** 1069 (1937)
10. Давыдов Б И "О фотоэлектродвижущей силе в полупроводниках" *ЖТФ* **7** 2212 (1937)
11. Давыдов Б И "О выпрямляющем действии полупроводников" *ЖТФ* **8** 3 (1938)
12. Давыдов Б И "О выпрямлении тока на границе между двумя полупроводниками" *ДАН СССР* **20** 279 (1938)
13. Давыдов Б И "К теории твердых выпрямителей" *ДАН СССР* **20** 283 (1938)
14. Блохинцев Д И, Давыдов Б И "К теории твердых выпрямителей" *ДАН СССР* **21** 22 (1938)
15. Давыдов Б И "О контактном сопротивлении полупроводников" *ЖЭТФ* **9** 451 (1939)
16. Давыдов Б И, Померанчук И Я "О влиянии магнитного поля на электропроводность монокристаллов висмута при низких температурах" *ЖЭТФ* **9** 1294 (1939)
17. Давыдов Б И, Шмушкевич И М "Электропроводность полупроводников с полной решеткой в сильных полях" *ЖЭТФ* **10** 1043 (1940)

18. Давыдов Б И "Переходные сопротивления в полупроводниках" *ЖЭТФ* **10** 1342 (1940)
19. Давыдов Б И, Гуревич Б Х "О флуктуациях напряжения в полупроводниках" *ЖТФ* **12** 31 (1942)
20. Davydov B I "The electric breakdown and cumulative ionization" *J. Phys. USSR* **7** 196 (1943)
21. Davydov B "The electric breakdown and cumulative ionization" *Phys. Rev.* **64** 156 (1943)
22. Давыдов Б И "К обоснованию статистической механики" *ДАН СССР* **50** 131 (1945)
23. Давыдов Б И "Квантовая механика и закон возрастания энтропии" *ДАН СССР* **50** 135 (1945)
24. Давыдов Б И "Квантовая механика и термодинамическая обратимость" *ЖЭТФ* **16** 105 (1946)
25. Давыдов Б И "Ответ на возражения Я.П. Терлецкого" *ЖЭТФ* **17** 845 (1947)
26. Давыдов Б И "Вариационный принцип и канонические уравнения для идеальной жидкости" *ДАН СССР* **69** 165 (1949)
27. Давыдов Б И "О влиянии колебаний плазмы на ее электропроводность и теплопроводность", в сб. *Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций* (Отв. ред. М А Леонтович) (М.: Изд-во АН СССР, 1958) с. 77
28. Давыдов Б И "О зажигании безэлектродного разряда", в сб. *Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций* (Отв. ред. М А Леонтович) (М.: Изд-во АН СССР, 1958) с. 89
29. Давыдов Б И "К статистической динамике несжимаемой турбулентной жидкости" *ДАН СССР* **127** 768 (1959)
30. Давыдов Б И "К статистической теории турбулентности" *ДАН СССР* **127** 980 (1959)
31. Давыдов Б И "К статистической динамике несжимаемой турбулентной жидкости" *ДАН СССР* **136** 47 (1961)
32. Давыдов Б И "Феноменологические уравнения статистической динамики несжимаемой турбулентной жидкости" *ЖЭТФ* **35** 527 (1958)
33. Эйнштейн А, Смолуховский М *Броуновское движение* Сб. статей (Под ред. Б И Давыдова) (М.-Л.: ОНТИ, 1936)
34. Давыдов Б И, в кн. Больцман Л *Лекции по теории газов* (Под ред. Б И Давыдова) (М.-Л.: ГИТТЛ, 1953)
35. Давыдов Б И, в кн. Больцман Л *Статьи и речи* (М.: Наука, 1970)
36. Брагинский С И, в сб. *Вопросы теории плазмы* Вып. 1 (Под ред. М А Леонтовича) (М.: Госатомиздат, 1963) с. 183
37. "Из Архива Президента Российской Федерации" *УФН* **171** 904 (2001)
38. Храмов Ю А *Физики* 2-е изд. (Под ред. А И Ахиезера) (М.: Наука, 1983)
39. Richardson L *Proc. R. Soc. London Ser. A* **110** 709 (1926)
40. Cattaneo C *Atti Sem. Mat. Fis. Univ. Modena* **3** 83 (1949)
41. Goldstein S *Q. J. Mech. Appl. Math.* **4** 129 (1951)
42. Davies R W *Phys. Rev.* **93** 1169 (1954)
43. *Тр. Главн. геофиз. обсерв.* (19 (81)) 175 (1950)
44. Монин А С *Изв. АН СССР* **3** 248 (1955)
45. Kolmogoroff A *Math. Ann.* **104** 415 (1931)
46. Khintchine A, Levy P *CR Acad. Sci.* **202** 374 (1936)
47. Чукбар К В *ЖЭТФ* **108** 1875 (1995)
48. Гуревич А В *ЖЭТФ* **38** 116 (1960)
49. Гуревич А В, Живлюк Ю Н *ЖЭТФ* **49** 225 (1965)
50. Kramers H A *Physica* **7** 284 (1940)
51. Albritton J R et al. *Phys. Rev. Lett.* **57** 1887 (1986)
52. Бакай А С "Умеренная турбулентность", в сб. *Новое в синергетике. Загадки мира неравновесных структур* (Сер. "Кибернетика: неограниченные возможности и возможные ограничения", Отв. ред. И М Макаров) (М.: Наука, 1996) с. 5
53. Климонтович Ю Л "Физика бесстолкновительной плазмы" *УФН* **167** 23 (1997)
54. Климонтович Ю Л *Статистическая теория открытых систем* Т. I (М.: "Янус", 1995)
55. Решетняк С А, Шелепин Л А *Квазистационарные распределения в кинетике* (М.: ИПО "Автор", 1996)
56. Zaslavsky G M *Chaos* **4** 25 (1994)
57. Chechkin A V, Gonchar V Yu *ЖЭТФ* **118** 730 (2000)
58. Власов А А *Теория многих частиц* (М.: "ГИТТЛ", 1950)
59. Власов А А *Статистические функции распределения* (М.: Наука, 1966)
60. Ван Кампен Н Г *Стохастические процессы в физике и химии* (М.: Высшая школа, 1990)
61. Силин В П *Введение в кинетическую теорию газов* (М.: Наука, 1971)

Mysteries of diffusion and labyrinths of fate

O.G. Bakunin
Russian Research Centre 'Kurchatov Institute', Nuclear Fusion Institute
pl. Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russian Federation
Tel. (7-095) 492-42 65
E-mail: bakunin@rijnh.nl; bakunin@nfi.kiae.ru

The role of prominent Soviet scientist B I Davydov in the development of our understanding of diffusion is briefly reviewed with emphasis on the ideas, he put forward in the 30s of the 20th century, of introducing additional partial derivatives into the diffusion equations and of extending diffusion concepts to phase space.

PACS numbers: : **01.65.+g**, 05.20.Dd, 52.25.Dg

Bibliography — 61 references

Received 6 August 2002