

КОНФЕРЕНЦИИ И СИМПОЗИУМЫ

Объединенная научная сессия Отделения физических наук Российской академии наук и Объединенного физического общества Российской Федерации

(30 октября 2002 г.)

30 октября 2002 г. в конференц-зале Физического института им. П.Н. Лебедева РАН состоялась Объединенная научная сессия Отделения физических наук Российской академии наук и Объединенного физического общества Российской Федерации. На сессии были заслушаны доклады:

1. **Рубаков В.А.** (Институт ядерных исследований РАН, Москва). *Многомерные модели физики частиц.*

2. **Васильев М.А.** (Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва). *Калибровочная теория высших спинов.*

Краткие содержания докладов публикуются ниже.

PACS numbers: 04.50.+h, 11.25.Mj, 11.25.Uv

Многомерные модели физики частиц

В.А. Рубаков

1. Введение

В настоящем докладе на примере простых моделей с дополнительными измерениями пространства и "миром на бране" обсуждаются возможные экзотические явления как в физике частиц при высоких энергиях, так и в классической физике на больших расстояниях.

Физические теории в четырехмерном пространстве-времени имеют ряд общих свойств, которые чрезвычайно трудно, если вообще возможно, подвергнуть ревизии. Среди этих свойств выделяются следующие:

— Существование дальнедействующих сил, связанных с калибровочными полями (электродинамика, хромодинамика, гравитация), требует сохранения соответствующих зарядов. Например, одно из уравнений Максвелла в электродинамике,

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi\rho,$$

не содержит производных электрического поля по времени, т.е. является "мгновенным" уравнением. Поэтому нарушение закона сохранения электрического заряда приводило бы к мгновенному изменению электрического поля во всем пространстве и, таким образом, противоречило бы принципу причинности. Аналогично,

нарушение закона сохранения энергии приводило бы к мгновенному изменению гравитационного поля всюду в пространстве.

— Геометрическая природа гравитации требует выполнения принципа эквивалентности гравитационной и инертной масс.

— Гравитационный масштаб энергий характеризуется величиной $M_{\text{Pl}} = 1/\sqrt{G} \sim 10^{19}$ ГэВ, где G — ньютоновская гравитационная постоянная (здесь и далее используется система единиц $\hbar = c = 1$). Этот масштаб — масса Планка — гораздо больше других известных масштабов физики частиц, а именно, масштаба сильных взаимодействий, по порядку величины равного массе протона $m_p \sim 1$ ГэВ, и масштаба электро-слабых взаимодействий, который по порядку величины определяется массами W -, Z -бозонов, $m_{W,Z} \sim 100$ ГэВ. Таким образом, в природе имеется иерархия масштабов

$$m_Z \ll M_{\text{Pl}},$$

требующая своего объяснения.

— Столь большой энергетический масштаб гравитационных взаимодействий приводит к тому, что гравитация описывается общей теорией относительности и является слабой вплоть до планковских расстояний

$$l_{\text{Pl}} \sim \frac{1}{M_{\text{Pl}}} \sim 10^{-33} \text{ см.}$$

Лишь на расстояниях $r \lesssim l_{\text{Pl}}$, и соответственно при энергиях (точнее, переданных импульсах) $E \gtrsim M_{\text{Pl}}$ гравитационное взаимодействие сравнимо по силе с другими известными взаимодействиями в физике частиц. В то же время, гравитационные взаимодействия экспериментально исследованы лишь на весьма больших (с точки зрения физики частиц) расстояниях: экспериментально проверено [1], что закон Ньютона выполняется на расстояниях $r = 0,02$ см и больше, а как выглядит гравитационное взаимодействие на меньших расстояниях — из эксперимента неизвестно. Таким образом, представление о том, что общая теория относительности справедлива вплоть до планковских расстояний — это экстраполяция на 31 порядок величины; тем не менее непротиворечивым образом отказаться от этого пред-

ставления, оставаясь в рамках четырехмерных теорий, вряд ли возможно.

— Что касается больших расстояний, то в четырехмерных теориях существует представление о том, что закон Кулона и закон Ньютона (точнее, классическая электродинамика и общая теория относительности) выполняются на сколь угодно больших расстояниях. Этому представлению, правда, имеются альтернативы: в электродинамике возможно ввести малую массу фотона (и слабое несохранение электрического заряда) ценой введения гипотетических частиц с зарядом меньше $10^{-3}e$, где e — заряд электрона [2]; гравитон также можно сделать массивным ценой отказа от геометрической трактовки гравитации (см., например, [3]).

До недавнего времени все эти общие представления редко подвергались сомнению. Ситуация кардинально изменилась в связи с детальным обсуждением моделей с дополнительными измерениями пространства, основанных на идее "мира на бране".

Рассмотрение многомерных моделей стимулировано, в основном, теорией суперструн и ее обобщением — М-теорией, которая сегодня является единственной квантовой теорией, включающей в себя, хотя бы в принципе, все взаимодействия (в том числе гравитационное), и непротиворечивой, по-видимому, на сколь угодно малых расстояниях (см., например, [4]). Теория суперструн и М-теория наиболее естественным образом формулируются в пространстве-времени размерности $D = 10$ и $D = 11$, соответственно, и именно это обстоятельство указывает на возможность существования дополнительных измерений. Более того, в теории суперструн калибровочные поля и взаимодействующие с ними частицы локализованы на D-бранах — гиперповерхностях, вообще говоря, меньшей размерности, вложенных в $(D - 1)$ -мерное пространство. Так в теории суперструн возникает представление о мире на бране.

Экспериментальных свидетельств о дополнительных измерениях, разумеется, не существует (пока?). С точки зрения феноменологии некоторая, довольно слабая, мотивировка рассмотрения многомерных моделей связана с существованием уже упоминавшейся иерархии $m_Z \ll M_{\text{Pl}}$ и с наблюдениями [5], дающими серьезные указания на наличие в природе ненулевого космологического Λ -члена (в качестве обзора см., например, [6]),

$$\Lambda \sim (10^{-3} \text{ эВ})^4 \sim 10^{-48} \text{ ГэВ}^4.$$

Столь малое, но в то же время ненулевое значение Λ -члена чрезвычайно трудно объяснить в рамках четырехмерных теорий. Следует подчеркнуть, что оба этих феноменологических соображения ни в коей мере нельзя рассматривать как сколько-нибудь прямое указание на существование дополнительных измерений пространства: иерархия $m_Z \ll M_{\text{Pl}}$ имеет красивое объяснение в четырехмерных теориях Великого объединения (см. обзор [7]), а убедительное решение проблемы Λ -члена до сих пор не найдено и в многомерных теориях, хотя в них появляются интересные подходы к этой проблеме (см. ниже, а также [8] и обзор [9]).

2. Мир на бране

В моделях "мира на бране" предполагается, что все частицы, за исключением гравитона, локализованы

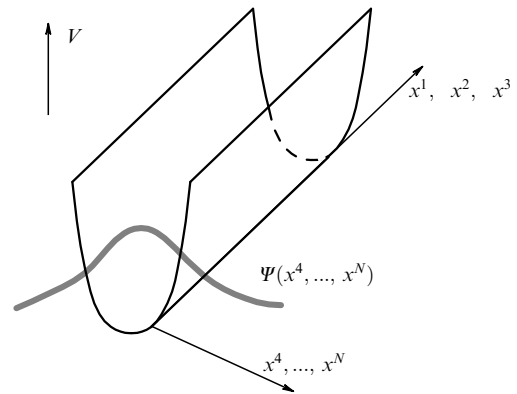


Рис. 1.

на трехмерной гиперповерхности (бране), вложенной в N -мерное объемлющее пространство. В простейшем случае эта гиперповерхность плоская, и физика на бране обладает свойством четырехмерной лоренц-инвариантности. "Мир на бране" был предложен довольно давно [10], однако эта возможность стала интенсивно обсуждаться лишь в последнее время, в первую очередь, в связи с появлением представления о D-бранах в теории суперструн. Существует целый ряд теоретико-полевых и струнных механизмов локализации частиц на бране, но так или иначе дело сводится к тому, что имеется потенциальная яма в направлениях, перпендикулярных к бране, которая и локализует волновые функции частиц (рис. 1). Несколько упрощая ситуацию, запишем уравнение для волновой функции частицы:

$$[\square^{(N+1)} + V(\mathbf{y})] \Psi(x^\mu, \mathbf{y}) = 0, \quad (1)$$

где x^0 — временная координата, $x^i = (x^1, x^2, x^3)$ — пространственные координаты на бране, $\mu = 0, 1, 2, 3$; $\mathbf{y} = (x^4, \dots, x^N)$ — радиус-вектор в поперечном направлении, $V(\mathbf{y})$ — потенциал и $\square^{(N+1)}$ — волновой оператор в $(N + 1)$ -мерном пространстве-времени,

$$\square^{(N+1)} = \frac{\partial^2}{\partial (x^0)^2} - \Delta^{(N)},$$

$\Delta^{(N)}$ — лапласиан в N -мерном пространстве. Решения уравнения (1) — это линейные комбинации волновых функций вида

$$\Psi(x^\mu, \mathbf{y}) = \exp(i\omega t - i p_i x^i) \Psi_M(\mathbf{y}), \quad (2)$$

причем квадрат четырехмерного импульса равен

$${}^{(4)}p^2 \equiv \omega^2 - {}^{(3)}\mathbf{p}^2 = M^2, \quad (3)$$

а Ψ_M и M — собственные функции и собственные значения поперечного уравнения

$$[\Delta_{\mathbf{y}}^{(N-3)} + V(\mathbf{y})] \Psi_M(\mathbf{y}) = M^2 \Psi_M(\mathbf{y}). \quad (4)$$

Такая конструкция феноменологически приемлема, если а) низший уровень в яме имеет $M^2 \approx 0$: в соответствии с (2), (3), частицы, находящиеся на этом уровне, распространяются вдоль браны, и с четырехмерной точки зрения имеют малые массы — они соответствуют известным, относительно легким частицам; б) возбуж-

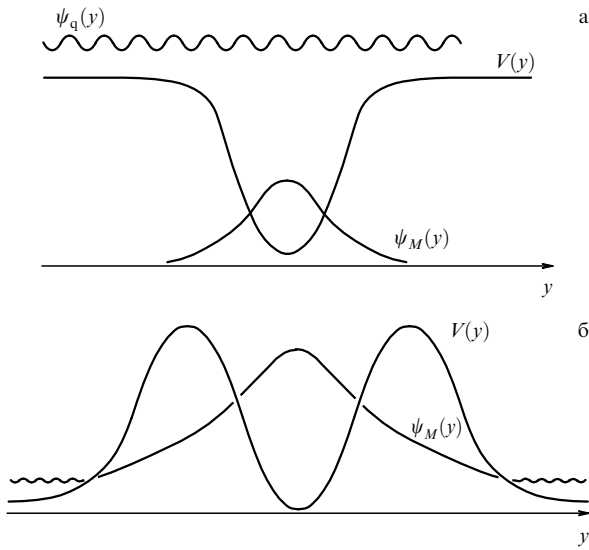


Рис. 2.

денные уровни имеют $M \gtrsim \text{ТэВ}$, им соответствовали бы тяжелые аналоги известных частиц (тяжелые электроны, кварки и т.д.).

Ситуация, подобная "миру на бране", хорошо известна в физике конденсированных сред; прямым аналогом мира на бране является, например, квантовая яма.

В зависимости от модели потенциальная яма может быть бесконечной высоты или могут реализовываться ситуации, изображенные на рис. 2а,б. Непрерывный спектр при этом соответствует частицам, распространяющимся во всем N -мерном пространстве. В случае, изображенном на рис. 2а, образование таких частиц возможно при высоких энергиях; для нас, наблюдателей, составленных из локализованных на бране частиц, это означает, что при высоких энергиях возможны процессы типа

$$e^+e^- \rightarrow \text{ничто}, \tag{5}$$

где "ничто" обозначает частицы, покидающие брану и не регистрируемые наблюдателем, находящимся на бране. В ситуации, изображенной на рис. 2б, даже легкие частицы имеют конечную вероятность покинуть брану, т.е. возможны процессы типа распадов

$$n \rightarrow \text{ничто}, \tag{6}$$

где n обозначает нейтральную частицу (нейтрон, нейтрино, Z -бозон), или даже распад электрона

$$e^- \rightarrow \text{ничто}. \tag{7}$$

Во всех этих процессах наблюдатель на бране обнаружил бы видимое несохранение энергии, а в последнем случае — и видимое несохранение электрического заряда. Уместно задать вопрос, а как такая возможность согласуется с четырехмерным характером гравитации на бране (а в случае несохранения электрического заряда — и с четырехмерным характером электродинамики на бране), иными словами, действительно ли изложенный во введении аргумент, требующий сохранения заряда и

энергии, может не работать в многомерных моделях. Мы рассмотрим этот вопрос в разделе 4, а сейчас обсудим простую модель, иллюстрирующую возможность нового подхода к проблеме иерархии $m_Z \ll M_{\text{Pl}}$.

3. Дополнительные измерения большого размера

До сих пор мы оставляли в стороне вопрос о том, каким образом гравитация для частиц на бране становится эффективно четырехмерной. Возможных ответов на этот вопрос несколько [11–14]. Простая возможность [11] состоит в том, что дополнительные измерения компактны¹ и характеризуются размером R . Пример изображен на рис. 3; дополнительные измерения в этом примере плоские и представляют собой окружности радиуса R . Отвлекаясь от тензорной структуры, линеаризованные уравнения Эйнштейна в последнем случае можно записать схематически в виде

$$\left[\square^{(4)} - \frac{\partial^2}{\partial(x^4)^2} - \dots - \frac{\partial^2}{\partial(x^N)^2} \right] h = 0,$$

где h — отклонение метрики от плоской. Решения этого уравнения — это суперпозиции волн вида

$$h_n = \exp(i\omega t - i p_i x^i) \exp\left(-i \frac{x^4}{R} n_4\right) \dots \exp\left(-i \frac{x^N}{R} n_N\right),$$

где n_4, \dots, n_N — целые числа (угловые моменты вдоль компактных измерений), а квадрат четырехимпульса равен

$${}^{(4)}p^2 \equiv \omega^2 - {}^{(3)}\mathbf{p}^2 = \frac{\mathbf{n}^2}{R^2}. \tag{8}$$

Состояние с $\mathbf{n} = 0$ имеет нулевую четырехмерную массу, это обычный гравитон. Массивные гравитоны с $\mathbf{n} \neq 0$ не дают вклада в гравитационные взаимодействия на больших расстояниях, поскольку они приводят к потенциалу типа Юкавы, экспоненциально спадающему при $r \gg R$.



Рис. 3.

Таким образом, гравитация в этой модели является четырехмерной при $r \gg R$, но перестает быть четырехмерной при $r \sim R$.

¹ Модели с компактными дополнительными измерениями появились задолго до возникновения представления о мире на бране. Это — модели типа Калуцы–Кляйна [15], в которых компактность дополнительных измерений целиком ответственна за то, что физика является четырехмерной при не слишком высоких энергиях. Отсутствие тяжелых партнеров обычных частиц в исследованной области масс, $m \lesssim \text{ТэВ}$, объясняется в моделях Калуцы–Кляйна малым размером дополнительных измерений: нужно предположить, что $R \lesssim (\text{ТэВ})^{-1} \sim 10^{-17}$ см (см. формулу (8)).

При $r \ll R$ справедлив N -мерный закон Ньютона:

$$V(r) = G_* \frac{m_1 m_2}{r^{1+d}}, \quad (9)$$

где G_* — фундаментальная гравитационная постоянная теории в $(N+1)$ -мерном пространстве-времени, $d = N - 3$ — количество дополнительных измерений. При $r \gg R$ справедлив четырехмерный закон Ньютона,

$$V(r) = G \frac{m_1 m_2}{r}, \quad (10)$$

где G — обычная постоянная Ньютона. Сшивку потенциалов (9) и (10) при $r \sim R$ дает

$$\frac{G_*}{R^d} \sim G. \quad (11)$$

Если ввести фундаментальную массу M_* , которая связана с G_* как

$$G_* = \frac{1}{M_*^{2+d}}$$

(из размерных соображений), то из (11) получим

$$(RM_*)^d = \frac{M_{\text{Pl}}^2}{M_*^2}. \quad (12)$$

Таким образом, четырехмерная гравитационная постоянная G и масса Планка M_{Pl} являются в этой модели эффективными величинами, и M_{Pl} вполне может не совпадать с фундаментальной массой M_* . Это позволяет подойти к проблеме иерархии $m_Z \ll M_{\text{Pl}}$ с неожиданной стороны. Можно предположить, что фундаментальный масштаб M_* совпадает по порядку величины с электрослабым масштабом, т.е. выбрать $M_* \sim \text{ТэВ}$. Тогда соотношение (12) будет определять размер R дополнительных измерений. При $d=1$ получается неприемлемо большое значение $R \sim 10^{15}$ см; при $d=2$ имеем $R \sim 0,1$ см, что интересно с точки зрения проверки закона Ньютона на малых расстояниях (он нарушается в обсуждаемой модели при $r \sim R$, а субмиллиметровая область расстояний доступна изучению: мы уже упоминали, что на сегодня закон Ньютона проверен вплоть до расстояний 0,02 см). При $d=3$ получается $R \sim 10^{-7}$ см, а при $d > 3$ — еще меньшие значения R , так что в этих случаях отклонения от закона Ньютона на расстояниях порядка R обнаружить крайне трудно, если вообще возможно.

Разумеется, такой подход дает не решение, а переформулировку проблемы иерархий: она превращается в вопрос, почему размер дополнительных измерений велик по сравнению с фундаментальным масштабом $l_* \sim M_*^{-1} \sim 10^{-17}$ см. И все же этот подход представляет интерес, тем более, что в других моделях с компактными дополнительными измерениями иерархия между фундаментальным масштабом l_* и размером дополнительных измерений может быть не столь значительной [12].

Для описанного здесь подхода к проблеме иерархий характерно то, что гравитационные взаимодействия становятся сильными не на масштабе энергий M_{Pl} , а на фундаментальном масштабе $M_* \sim \text{ТэВ}$. Такая возможность допускает проверку в экспериментах на будущих коллайдерах (в первую очередь, на протон-протонном коллайдере ЛНС, строящемся в ЦЕРНе), которые будут

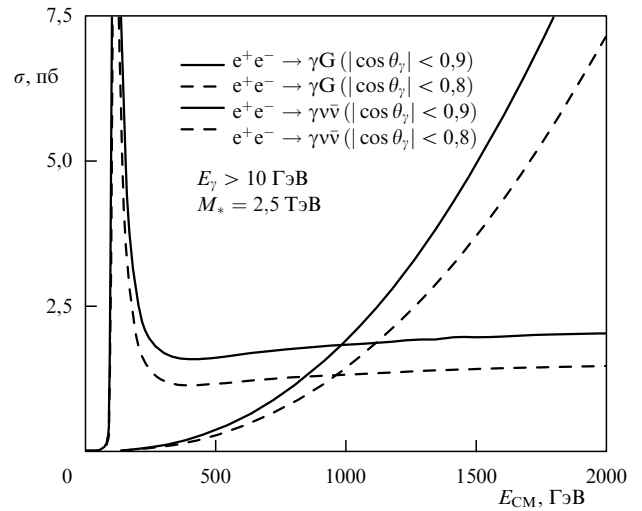


Рис. 4. Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \gamma + G$ в сравнении с сечением фонового процесса $e^+e^- \rightarrow \gamma + \nu\bar{\nu}$ при двух возможных ограничениях на угол вылета фотона.

исследовать тэвную область энергий. Примерами процессов, где могут проявиться гравитационные взаимодействия при $M_* \sim \text{ТэВ}$, служат

$$q\bar{q} \rightarrow g + G, \quad (13)$$

где q , \bar{q} , g и G обозначают кварк, антикварк, глюон и гравитон соответственно, а на e^+e^- -коллайдере —

$$e^+e^- \rightarrow \gamma + G. \quad (14)$$

Гравитон в этих процессах не детектируется и проявляется как "потерянная энергия". В качестве примера на рис. 4 изображено сечение [16] процесса (14) в зависимости от энергии в системе центра масс для обсуждаемой модели с $M_* = 2,5 \text{ ТэВ}$ и сечении фонового процесса $e^+e^- \rightarrow \gamma + \nu\bar{\nu}$ (с учетом необходимых ограничений на энергию и угол вылета фотона). Сечение процесса (14) растет, как и должно быть для процессов с участием гравитонов, и заметно превышает сечение фонового процесса при достаточно больших энергиях сталкивающихся частиц.

В других моделях с фундаментальным гравитационным масштабом $M_* \sim \text{ТэВ}$ картина может быть несколько иной. Например, в модели [12] возникают тяжелые гравитоны с массой порядка M_* . В коллайдерных экспериментах они будут проявляться, например, как резонансы в рассеянии:

$$gg \rightarrow G \rightarrow e^+e^-, \mu^+\mu^-.$$

В качестве примера на рис. 5 изображена [17] зависимость сечения рождения лептонной пары при энергиях ЛНС в модели [12] от инвариантной массы лептонной пары в случае $M_* = 1,5 \text{ ТэВ}$. Пики в сечении соответствуют тяжелым гравитонам; их можно будет уверенно зарегистрировать, если действительно фундаментальная масса M_* столь мала.

Имеются и другие возможности поиска гравитационных эффектов на коллайдерах, но мы не будем здесь на них останавливаться (см. обзор [18]). Общий вывод

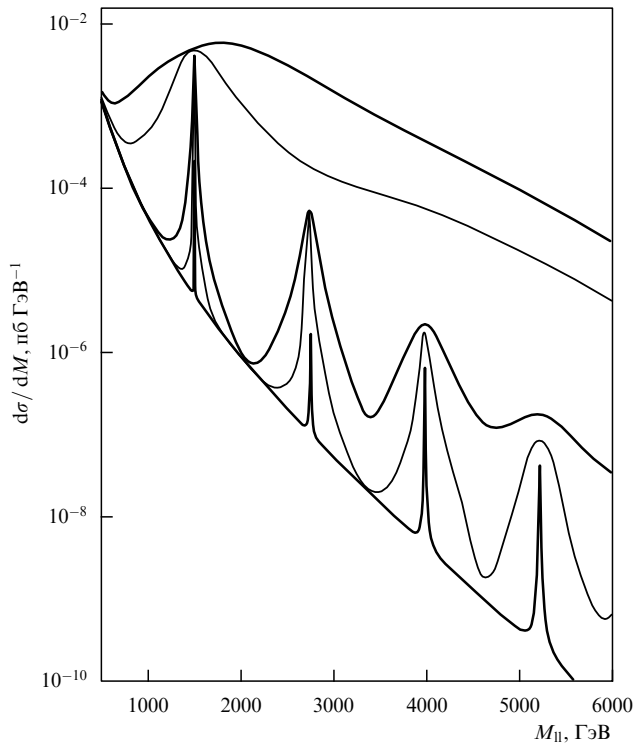


Рис. 5. Образование лептонной пары в протон-протонных столкновениях при энергии LHC для различных значений параметров модели.

таков, что модели с $M_* \lesssim 2-5$ ТэВ (точное значение зависит от модели) вполне допускают проверку в коллайдерных экспериментах.

4. Индуцированная гравитация

Дополнительные измерения могут быть не только большого, но и бесконечного размера [13, 14]. В качестве примера рассмотрим модель [14, 19], в которой существенную роль играют слагаемые в эффективном гравитационном действии, индуцированные материей на бране. Будем считать, что исходное гравитационное действие в $(N+1)$ -мерном пространстве-времени

$$S_{\text{bulk}} = \int d^{N+1}x \mathcal{L}(g_{AB}) \quad (15)$$

характеризуется фундаментальным параметром M_* , который мал по сравнению с M_{Pl} . В частности, при энергиях, меньших M_* , эта часть действия имеет вид действия Эйнштейна – Гильберта

$$S_{\text{bulk}} = M_*^{N+2} \int d^{N+1}x \sqrt{(N+1)g}^{(N+1)} R + \dots,$$

где многоточие обозначает члены с высшими производными. Материю по-прежнему будем считать локализованной на трехмерной бране. В полной аналогии с известными работами по индуцированной гравитации [20] следует ожидать, что радиационные эффекты, связанные с этой материей, индуцируют дополнительные вклады в эффективное гравитационное действие (рис. 6). Эти вклады зависят только от значения метрики $g_{\mu\nu}$ на

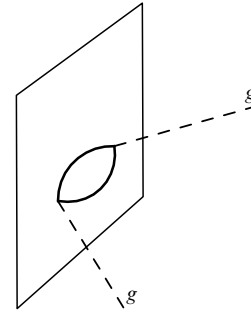


Рис. 6.

бране и характеризуются другим энергетическим масштабом — эффективным масштабом обрезания теории полей материи на бране. Этот масштаб отождествим с планковской массой и запишем из соображений симметрии² для указанных вкладов в эффективное действие:

$$S_{\text{brane}} = M_{\text{Pl}}^2 \int_{\text{brane}} d^4x \sqrt{(4)g}^{(4)} R \quad (16)$$

(возможные члены с высшими производными несущественны). Таким образом, полное эффективное действие имеет вид

$$S^{\text{eff}} = S_{\text{bulk}} + S_{\text{brane}}. \quad (17)$$

Идея состоит в том, что при $M_{\text{Pl}} \gg M_*$ индуцированный член S_{brane} доминирует для источников на бране и гравитация является эффективно четырехмерной.

Результат решения линеаризованных уравнений поля, соответствующих действию (17), довольно неожиданный (соответствующие выкладки приведены в приложении).

Во-первых, четырехмерный закон Ньютона для масс на бране выполняется лишь в ограниченной области расстояний:

$$r_{\text{min}} \ll r \ll r_{\text{max}}, \quad (18)$$

где [19]

$$r_{\text{max}} \sim \frac{M_{\text{Pl}}}{M_*^2}.$$

Космологически приемлемое значение $r_{\text{max}} \gtrsim 10^{28}$ см получается при $M_* \lesssim 10^{-3}$ эВ. Таким образом, модель является приемлемой, только если фундаментальный гравитационный масштаб энергий очень мал. Что касается r_{min} , то значение этого параметра сильно зависит от других параметров модели и может быть порядка M_*^{-1} или значительно меньше. В первом случае справедливость закона Ньютона на расстояниях свыше 0,02 см вместе с предыдущим ограничением дает

$$M_* \sim 10^{-3} \text{ эВ}.$$

² Предполагается, что космологическая постоянная не возникает ни на бране, ни вне ее.

Такая же оценка следует, независимо от значения r_{\min} , из астрофизических и коллайдерных ограничений [21].

Тот факт, что четырехмерный закон Ньютона перестает выполняться на сверхбольших расстояниях, можно пояснить следующим образом. Вдали от браны индуцированное слагаемое в действии несущественно, и существуют гравитоны, распространяющиеся во всем многомерном пространстве и имеющие сколь угодно малую энергию. С четырехмерной точки зрения это состояния в непрерывном спектре. Четырехмерный гравитон, распространяющийся вдоль браны, представляет собой резонанс в этом непрерывном спектре, т.е. он имеет конечную вероятность покинуть брану. Ситуация здесь в какой-то степени аналогична изображенной на рис. 2б. На сверхбольших временах и, соответственно, сверхбольших расстояниях гравитация на бране перестает быть четырехмерной. Отметим, что такая возможность возникала и в более ранних моделях [22].

Второй результат состоит в том, что четырехмерное гравитационное взаимодействие масс на бране на промежуточных расстояниях (18) зависит, вообще говоря, от формы поперечных волновых функций этих частиц (авторы модели это свойство не обсуждали, считая волновые функции фиксированными [19]), иначе говоря, от распределения плотности массы в направлении, поперечном к бране. Следовательно, в модели, вообще говоря, нарушается принцип эквивалентности гравитационной и инертной масс. Уровень этого нарушения составляет величину порядка $M_*^2 \Delta^2$, где Δ — толщина браны, и при $M_* \lesssim 10^{-3}$ эВ и $\Delta \lesssim 10^{-17}$ см он слишком мал для экспериментального обнаружения. Тем не менее сама возможность слабого нарушения принципа эквивалентности в геометрической теории гравитации представляет значительный интерес.

Еще одно свойство модели состоит в том, что видимое несохранение энергии на бране (за счет частиц, покидающих брану) вполне допустимо и не противоречит четырехмерному характеру гравитационных взаимодействий на бране (на промежуточных расстояниях). Это свойство характерно для многих моделей с дополнительными измерениями бесконечного размера и обусловлено тем, что для масс вне браны четырехмерное описание гравитации перестает быть справедливым и ситуация становится существенно многомерной (подробное обсуждение этого вопроса в модели [13] см. в работах [23]). Отметим в этой связи, что аналогичным образом может не сохраняться электрический заряд на бране; соответствующие модели приведены в [24].

Далее, гравитация вне браны становится сильной на низком масштабе энергий M_* . Гравитация же на бране остается слабой до значительно более высоких энергий, что связано с подавлением гравитационных флуктуаций на бране за счет индуцированного вклада (16) в действие. Тем не менее в модели появляется промежуточный масштаб $\sqrt{M_* M_{\text{Pl}}}$, на котором, по-видимому, следует ожидать возникновения гравитационных эффектов, наблюдаемых в экспериментах при высоких энергиях [21]. Интересно, что при $M_* \sim 10^{-3}$ эВ этот масштаб составляет величину порядка нескольких ТэВ, т.е. вновь попадает в область энергий будущих коллайдеров.

Уже отмечалось, что на малых расстояниях $r \lesssim r_{\min}$ четырехмерный закон Ньютона перестает выполняться. Интересно отметить, что соответствующие поправки к закону Ньютона зависят, вообще говоря, от распределе-

ния плотности массы в направлениях, поперечных к бране, т.е. от волновых функций частиц на бране. Таким образом, короткодействующие вклады зависят от типа частиц и являются аналогом "пятой силы".

Наконец, космологическое расширение в этой модели буквально соответствует движению браны в объемлющем плоском пространстве [25]. Поскольку четырехмерное описание гравитационных взаимодействий на бране работает на расстояниях $r > r_{\min}$, расширение Вселенной описывается стандартным уравнением Фридмана при достаточно малых значениях параметра Хаббла, $H \lesssim r_{\min}^{-1}$. На горячей стадии эволюции Вселенной параметр Хаббла связан с температурой, $H = \text{const} \cdot T^2 / M_{\text{Pl}}$, поэтому стандартная теория "большого взрыва" работает при

$$T \lesssim \sqrt{M_{\text{Pl}} r_{\min}^{-1}} < 3 \text{ ТэВ}.$$

Здесь мы учли, что $r_{\min} < 0,01$ см из экспериментов по проверке закона Ньютона. При температурах выше $(M_{\text{Pl}} r_{\min}^{-1})^{1/2}$ стандартная теория горячей Вселенной не работает, но это не противоречит никаким наблюдательным данным. Остаются, однако, вопросы о протекании инфляционной стадии, генерации первичных возмущений плотности и т.п. Отметим, что представление о Вселенной как бране, движущейся в фиксированном объемлющем пространстве, возникало и в более ранних моделях "мира на бране" [26, 27], причем в некоторых из них вопросы об инфляционной стадии и генерации возмущений решаются положительно, см., например, работы [28] и ссылки в них.

5. Заключение

Таким образом, традиционные представления перестают быть справедливыми в многомерных моделях с "миром на бране". Возвратимся к перечню этих представлений, приведенному во введении. Используя в качестве примера модели разделов 3 и 4, мы теперь можем заключить следующее.

— Четырехмерный характер далекодействующих сил между частицами на бране не исключает возможности видимого несохранения энергии, электрического заряда и, возможно, цвета в моделях с дополнительными измерениями бесконечного размера. Грубо говоря, четырехмерное уравнение $\text{div } \mathbf{E} = 4\pi\rho$ не выполняется для частиц, покинувших брану, и в связи с этим несохранение заряда не противоречит причинности.

— Геометрическая природа гравитации совместима с нарушением принципа эквивалентности гравитационной и инертной масс. Буквально в модели раздела 4 это нарушение слишком мало для экспериментального обнаружения, но не исключено, что в других моделях оно может быть заметным.

— Фундаментальный гравитационный масштаб энергий M_* может быть гораздо меньше M_{Pl} . Это может приводить к явлениям, обнаружимым на коллайдерах высоких энергий.

— Возможны отклонения от четырехмерного закона Ньютона на довольно больших расстояниях, сравнимых с экспериментальным пределом $r_{\min} = 0,02$ см.

— Закон Ньютона и описание в рамках четырехмерной общей теории относительности могут перестать быть справедливыми и на сверхбольших расстояниях. В

принципе, изменение гравитации на космологических масштабах длин может стать альтернативой космологическому Λ -члену.

Экспериментальное обнаружение любого из перечисленных свойств явилось бы серьезнейшим аргументом в пользу существования дополнительных измерений пространства. Дала ли нам природа такую возможность, или многомерные модели останутся умозрительными построениями, покажет будущее.

6. Приложение

Введем в модель с действием (17) источник гравитационного поля, локализованный на бране с функцией локализации $g(\mathbf{y})$, где $\mathbf{y} = (x^4, \dots, x^N)$ — координаты, поперечные к бране,

$$T_\mu^{\nu} \propto g(\mathbf{y}) \delta(x^\mu).$$

Тогда линеаризованные уравнения гравитационного поля в этой модели будут схематически иметь вид

$$[D_{\text{bulk}} + \delta(y) M_{\text{Pl}}^2 \square^{(4)}] h(x, y) = g(y) \delta(x), \quad (19)$$

где D_{bulk} — некоторый дифференциальный оператор в $(N+1)$ -мерном пространстве-времени, возникающий из линеаризованного действия (15), причем он содержит в себе масштаб энергий M_* и не содержит параметра M_{Pl} . В пределе низких энергий $D_{\text{bulk}} = M_*^{N+2} \square^{(N+1)}$. Решение уравнения (19) удобно искать в импульсном представлении по направлениям вдоль браны (включая время), т.е. вычислять $h(p, y)$. Пусть $D_*(p, y - y')$ — функция Грина оператора D_{bulk} в этом представлении (зависящая от параметра M_* и не зависящая от M_{Pl}). Введем обозначения

$$D_g(p, y) = \int d^N y' D_*(p, y - y') g(y'), \quad (20)$$

$$D_0(p) = D_*(p, y - y' = 0).$$

Предполагается, что $D_0(p)$ конечна [19]. Тогда решение уравнения (19) будет иметь вид

$$h(p, y) = \frac{D_g(p, y)}{1 + M_{\text{Pl}}^2 p^2 D_0(p)} + \frac{M_{\text{Pl}}^2 p^2}{1 + M_{\text{Pl}}^2 p^2 D_0(p)} [D_0(p) D_g(p, y) - D_g(p, 0) D_*(p, y)]. \quad (21)$$

Если $D_0(p)$ конечна и при $p \rightarrow 0$, то при малых импульсах

$$p \ll M_* \quad (22)$$

имеем

$$D_0 = \text{const} \sim \frac{1}{M_*^4}. \quad (23)$$

Кроме того, если импульсы к тому же относительно большие, а именно,

$$p \gg \frac{M_*^2}{M_{\text{Pl}}}, \quad (24)$$

то единицей в знаменателях в (21) можно пренебречь, и гравитационное поле приобретет вид

$$h(p, y) = \frac{1}{M_{\text{Pl}}^2 p^2} \frac{D_g(p, y)}{D_0(p)} + \left[D_g(p, y) - \frac{D_g(p, 0) D_*(p, y)}{D_0(p)} \right]. \quad (25)$$

Взаимодействие источников с распределениями масс вблизи браны, характеризуемыми функциями $g(y)$ и $f(y)$, определяется сверткой решения (25) с функцией $f(y)$:

$$G_{gf}(p) = \frac{1}{M_{\text{Pl}}^2 p^2} \frac{D_{gf}(p)}{D_0(p)} + \left[D_{gf}(p) - \frac{D_g(p, 0) D_f(p, 0)}{D_0(p)} \right], \quad (26)$$

где

$$D_{gf}(p) = \int f(y) D_*(p, y - y') g(y') dy'.$$

Отметим, что для распределений $f(y)$ и $g(y)$, характеризующих шириной браны Δ , последняя свертка имеет вид

$$D_{gf} = (1 + M_*^2 \Delta_{gf}^2) D_0, \quad (27)$$

где $\Delta_{gf}^2 \sim \Delta^2$, а параметр M_*^2 появляется из соображений размерности. Таким образом, первое слагаемое в (26) при импульсах, удовлетворяющих (22) и (24), равно

$$\frac{1}{M_{\text{Pl}}^2 p^2} (1 + M_*^2 \Delta_{gf}^2).$$

Это слагаемое совпадает с функцией Грина четырехмерного волнового оператора и соответствует обычному закону Ньютона для частиц на бране. Поправка $M_*^2 \Delta_{gf}^2$ зависит от распределения масс в направлении, поперечном к бране, и приводит к слабому нарушению принципа эквивалентности.

Второе слагаемое в (26) описывает короткодействующую силу, зависящую от распределений масс $g(y)$ и $f(y)$. С учетом (27) это слагаемое имеет, вообще говоря, вид

$$C D_0(p),$$

где $C \sim M_*^2 \Delta^2$. На расстоянии $r \sim M_*^{-1}$ этот вклад приводит к поправке к потенциалу Ньютона порядка

$$\frac{1}{M_{\text{Pl}}^2 r} M_{\text{Pl}}^2 \Delta^2.$$

Необходимо, однако, отметить, что в этом слагаемом возможны сокращения; например, при точечном распределении $f(y) = g(y) = \delta(y)$ второй член в (26) тождественно обращается в нуль.

Выражение (26), а следовательно, обычный закон Ньютона, выполняется лишь при относительно больших импульсах (24), т.е. на расстояниях $r < r_{\text{max}} \sim M_{\text{Pl}}/M_*^2$. На сверхбольших расстояниях слагаемым с M_{Pl}^2 в знаменателях в решении (21) можно пренебречь, и доминирующий член имеет вид

$$h(p, y) = D_g(p, y) = \int D_*(p, y - y') g(y') dy'.$$

Полученная формула — это выражение для гравитационного поля источника $g(y) \delta(x)$ в $(N+1)$ -мерном пространстве-времени. Гравитация на сверхбольших расстояниях становится многомерной.

Список литературы

1. Hoyle C D et al. *Phys. Rev. Lett.* **86** 1418 (2001); hep-ph/0011014; Chiaverini J et al. "New experimental constraints on non-Newtonian forces below 100 microns", hep-ph/0209325; Long J C et al. "New experimental limits on macroscopic forces below 100 microns", hep-ph/0210004
2. Okun L B, Zeldovich Ya B *Phys. Lett. B* **78** 597 (1978); Волошин М Б, Ожунь Л Б *Письма в ЖЭТФ* **28** 156 (1978); Ignatiev A Yu, Kuzmin V A, Shaposhnikov M E *Phys. Lett. B* **84** 315 (1979); Ignatev A Y, Kuzmin V A, Shaposhnikov M E "On the electric charge nonconservation in gauge theories and electron stability", in *Proc. of the 16th Intern. Cosmic Ray Conf., Kyoto, Japan, 1979* Vol. 7 (Ed. S Miyake) (Tokyo: Univ. of Tokyo Press, 1979) p. 400; "Electron stability and charge fragmentation in gauge theories", Preprint IYaI-P-0142 (Moscow: Institute for Nuclear Research, Academy of Sciences of the USSR, 1980); Mohapatra R N *Phys. Rev. Lett.* **59** 1510 (1987); Suzuki M *Phys. Rev. D* **38** 1544 (1988); Dobroliubov M I, Ignatiev A Yu *Phys. Rev. Lett.* **65** 679 (1990); Maruno M, Takasugi E, Tanaka M *Prog. Theor. Phys.* **86** 907 (1991); Mohapatra R N, Nussinov S *Int. J. Mod. Phys. A* **7** 3817 (1992)
3. Логунов А А *ЭЧАЯ* **29** 1 (1998); Герштейн С С, Логунов А А, Мествиришвили М А *Доклады РАН* **360** 332 (1998); Логунов А А *Теория гравитационного поля* (М.: Наука, 2001); Logunov A A "The theory of gravity" gr-qc/0210005
4. Маршаков А В *УФН* **172** 977 (2002)
5. Riess A G et al. (Supernova Search Team Collab.) *Astron. J.* **116** 1009 (1998); astro-ph/9805201; Perlmutter S et al. (The Supernova Cosmology Project Collab.) *Astrophys. J.* **517** 565 (1999); astro-ph/9812133
6. Sahni V, Starobinsky A *Int. J. Mod. Phys. D* **9** 373 (2000); astro-ph/9904398
7. Высоцкий М И, Невзоров Р Б *УФН* **171** 939 (2001)
8. Dvali G, Gabadadze G, Shifman M "Diluting cosmological constant in infinite volume extra dimensions", hep-th/0202174; "Diluting cosmological constant via large distance modification of gravity", hep-th/0208096
9. Рубаков В А *УФН* **171** 913 (2001)
10. Rubakov V A, Shaposhnikov M E *Phys. Lett. B* **125** 136 (1983); Akama K, in *Gauge Theory and Gravitation: Proc. of the Intern. Symp., Nara, Japan, 1982* (Lecture Notes in Physics, Vol. 176, Eds K Kikkawa, N Nakanishi, H Nariai) (Berlin: Springer-Verlag, 1983) p. 267
11. Arkani-Hamed N, Dimopoulos S, Dvali G *Phys. Lett. B* **429** 263 (1998); hep-ph/9803315; Antoniadis I et al. *Phys. Lett. B* **436** 257 (1998); hep-ph/9804398; Arkani-Hamed N, Dimopoulos S, Dvali G *Phys. Rev. D* **59** 086004 (1999); hep-ph/9807344
12. Randall L, Sundrum R *Phys. Rev. Lett.* **83** 3370 (1999); hep-ph/9905221
13. Randall L, Sundrum R *Phys. Rev. Lett.* **83** 4690 (1999); hep-th/9906064
14. Dvali G, Gabadadze G, Porrati M *Phys. Lett. B* **485** 208 (2000); hep-th/0005016
15. Kaluza T *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin, Math.-Phys. Kl.* (1) 966 (1921); Klein O *Z. Phys.* **37** 895 (1926); *Surv. High Energy Phys.* **5** 241 (1986)
16. Cheung K, Keung W-Y *Phys. Rev. D* **60** 112003 (1999); hep-ph/9903294
17. Davoudiasl H, Hewett J L, Rizzo T G *Phys. Lett. B* **473** 43 (2000); hep-ph/9911262
18. Kubyshin Yu A "Models with extra dimensions and their phenomenology", hep-ph/0111027
19. Dvali G, Gabadadze G *Phys. Rev. D* **63** 065007 (2001); hep-th/0008054; Dvali G et al. "See-saw modification of gravity", hep-th/0111266
20. Сахаров А Д *ДАН СССР* **177** 70 (1967); *УФН* **161** (5) 64 (1991); Adler S L *Rev. Mod. Phys.* **54** 729 (1982); Erratum: **55** 837 (1983); Zee A *Phys. Rev. Lett.* **48** 295 (1982)
21. Dvali G R et al. *Phys. Rev. D* **65** 024031 (2002); hep-th/0106058
22. Kogan I I et al. *Nucl. Phys. B* **584** 313 (2000); hep-ph/9912552; Gregory R, Rubakov V A, Sibiryakov S M *Phys. Rev. Lett.* **84** 5928 (2000); hep-th/0002072
23. Gregory R, Rubakov V A, Sibiryakov S M *Class. Quantum Grav.* **17** 4437 (2000); hep-th/0003109; Giddings S B, Katz E J. *Math. Phys.* **42** 3082 (2001); hep-th/0009176
24. Dubovsky S L, Rubakov V A, Tinyakov P G *JHEP* **0008** 041 (2000); hep-ph/0007179; Dubovsky S L, Rubakov V A "On electric charge non-conservation in brane world", hep-th/0204205
25. Deffayet C *Phys. Lett. B* **502** 199 (2001); hep-ph/0010186
26. Gogberashvili M *Europhys. Lett.* **49** 396 (2000); hep-ph/9812365
27. Bowcock P, Charmousis C, Gregory R *Class. Quantum Grav.* **17** 4745 (2000); hep-th/0007177
28. Wands D *Class. Quantum Grav.* **19** 3403 (2002); hep-th/0203107; Langlois D "Brane cosmology: an introduction", hep-th/0209261

PACS numbers: 11.15-q, 11.25.Tq, 12.60.Jv

Калибровочная теория высших спинов

М.А. Васильев

1. Стандартные калибровочные теории

Цель настоящего доклада — познакомить с ключевыми идеями и результатами калибровочной теории высших спинов, не вдаваясь в технические подробности конструкции. По сути, речь пойдет о построении модели теории поля, обладающей максимально высокой калибровочной симметрией. Ожидается, что теории этого класса позволят по-новому взглянуть на теорию суперструн, которая в настоящее время считается основным кандидатом на роль теории фундаментальных взаимодействий.

Как обычно, под калибровочными симметриями понимаются симметрии, параметры которых являются произвольными функциями координат пространства-времени x^ν . Исторически первым примером калибровочной теории поля была предложенная Максвеллом теория электромагнетизма. В этом случае калибровочное поле отождествляется с векторным потенциалом A_ν , который порождает напряженность поля

$$F_{\nu\mu} = \partial_\nu A_\mu - \partial_\mu A_\nu, \quad \partial_\nu = \frac{\partial}{\partial x^\nu}, \quad \nu = 0, 1, 2, 3, \quad (1)$$

инвариантную относительно калибровочных (градиентных) преобразований

$$\delta A_\nu = \partial_\nu \varepsilon \quad (2)$$

с произвольным калибровочным параметром $\varepsilon(x)$. Как известно, калибровочно-инвариантное действие Максвелла

$$S = -\frac{1}{4} \int d^4x F_{\nu\mu} F^{\nu\mu}, \quad \delta S = 0 \quad (3)$$

описывает безмассовые частицы спина 1 — фотоны.

Теория Максвелла может быть обобщена до теории Янга–Миллса путем введения системы взаимно заряженных частиц спина 1, описываемых матрично-значным потенциалом $A_{\nu i}^j$, принимающем значения в некоторой алгебре Ли h . Соответствующие напряженности, калибровочные преобразования и действие имеют вид

$$G_{\nu\mu} = \partial_\nu A_\mu - \partial_\mu A_\nu + g [A_\nu, A_\mu], \quad (4)$$

$$\delta A_\nu = \partial_\nu \varepsilon + g [A_\nu, \varepsilon], \quad (5)$$

$$S = -\frac{1}{4} \int d^4x \text{tr}(G_{\nu\mu} G^{\nu\mu}), \quad (6)$$