Ноябрь 2003 г. **УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК** *Том 173, № 11*

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Макроскопическое представление поля вектора намагниченности магнетика

Л.И. Антонов

На основании модели точечных магнитных моментов получены выражения для параметров макроскопического поля вектора намагниченности. Показано, что поле вектора намагниченности состоит из вихревой и потенциальной частей. Вид полученного разложения зависит от выбранной системы единиц. Проведено сравнение магнитного поля вектора намагниченности с электрическим полем вектора поляризации и показана их эквивалентность. По обсуждаемым проблемам сформулированы методические положения преподавания раздела "Электричество и магнетизм" в курсе физики.

PACS numbers: **01.40.–d**, 03.50.De

Содержание

1. **Введение (1241).**
2. **Разложение поля вектора намагниченности (1242).**
3. **Анализ и обсуждение результатов (1243).**
4. **Заключение (1244).**

Список литературы (1245).

1. Введение

В разделе "Электричество и магнетизм" курса физики традиционно рассматривается множество практических задач, которые с той или иной степенью успеха описываются различными идеализированными моделями. Важное место среди таких задач занимает макроскопическая магнитодинамика, в которой изучаются магнитные поля в пространстве, заполненном веществом.

Вид уравнений магнитодинамики, а также смысл входящих в них величин зависят от физической природы материальной среды. Однако имеется одно уравнение, которое справедливо для любой достаточно плотной среды. В рамках дипольной модели оно связывает намагниченность **M**, как плотность магнитного момента, вектор индукции **B** и вектор напряженности **H** магнитного поля в веществе. В гауссовой системе единиц (СГС) и в системе Хевисайда – Лоренца (Кона) это уравнение имеет соответственно вид

$$\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M} \quad [1, \text{с.}\,26,\ 46,\ 415]\,, \qquad \mathbf{B} = \mathbf{H} + \mathbf{M} \quad [2, \text{с.}\,76]\,. \tag{1а}$$

Л.И. Антонов. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет, 119899 Москва, Воробьевы горы, Российская Федерация
Тел. (095) 939-36-47. E-mail: lev@genphys.phys.msu.ru

Статья поступила 20 сентября 2002 г., после доработки 29 августа 2003 г.

В системе СИ в различных учебниках оно записывается по-разному:

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad [3, \text{с.}\,269]\,, \qquad \mathbf{B} = \mathbf{H} + \mu_0\mathbf{M} \quad [4, \text{с.}\,142]\,, \qquad \mathbf{B} = \mu_0\mathbf{H} + \mathbf{M} \quad [5, \text{с.}\,260]\,, \tag{1б}$$

где μ_0 — магнитная постоянная.

Проблема заключается не только в том, что существующие методические указания, предложенные Международным союзом чистой и прикладной физики IUPAP [6], рекомендуют использовать единую форму записи уравнений, но и, главное, в неоднозначности определения физических величин, входящих в (1).

В частности, при *микроскопическом обосновании* уравнений Максвелла в веществе в [7, с. 154] сказано: "...среднее значение напряженности микроскопического поля $\langle \mathbf{H}_{\text{micro}} \rangle$ называют магнитной индукцией и обозначают буквой $\mathbf{B} = \langle \mathbf{H}_{\text{micro}} \rangle$" и далее "...напряженность макроскопического поля **H** в магнетиках определяется соотношением $\mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi\mathbf{M}$ ...".

Аналогично определяется *магнитная индукция* в [28, с. 494]: "Вектор магнитной индукции **B** — силовая характеристика магнитного поля, представляющая собой среднее значение суммарной напряженности микроскопических магнитных полей, созданных отдельными электронами и другими элементарными частицами". То же говорится в [29, с. 153]: "Среднюю напряженность магнитного поля принято называть магнитной индукцией и обозначать посредством $\vec{\mathbf{h}} = \mathbf{B}$". Такое же определение дано в разделе "Индукция" [31, Т. II, с. 179].

В то же время согласно [8, с. 210] "...магнитная индукция в магнетике равна среднему по объему от микроскопического значения магнитной индукции внутри магнетика, $\mathbf{B} = \langle \mathbf{B} \rangle_{\text{micro}}$" и "...среднее значение магнитной индукции $\bar{\mathbf{B}}_{\text{M}}$ складывается из индукции $\mu_0\mathbf{H}$, создаваемой намагничивающей катушкой, и индукции, создаваемой поверхностными токами магнетика $\mu_0 \mathbf{I}$ ...", т.е. $\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{I})$.

Оригинальное определение дано в [30, с. 351]: "В состоянии намагничения магнетик дает добавочную напряженность магнитного поля $\mathbf{H}'$, которая складывается с первоначальной напряженностью $\mathbf{H}$ магнитного поля, вызванного текущими по проводам токами. Векторную сумму этих напряженностей..., по причинам исторического характера, называют вектором магнитной индукции $\mathbf{B} = \mathbf{H} + \mathbf{H}'$".

Любопытные замечания приведены в [9, с. 387]: "Мы считаем $\mathbf{B}$ *фундаментальной величиной магнитного поля*, так как отсутствие магнитного заряда означает, что $\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$. Из условия $\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$ следует, что среднее макроскопическое поле внутри вещества равно $\mathbf{B}$, а не $\mathbf{H}$... В некоторых старых книгах величина $\mathbf{H}$ трактуется как *первичное магнитное поле*, а величина $\mathbf{B}$ определяется выражением $\mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M}$ и называется магнитной индукцией. Даже некоторые современные авторы, считающие $\mathbf{B}$ первичным полем, чувствуют себя обязанными называть его магнитной индукцией... Мы предлагаем для $\mathbf{B}$ сохранить название магнитное поле, а $\mathbf{H}$ будем называть полем $\mathbf{H}$ или даже магнитным полем $\mathbf{H}$".

Аналогичные замечания в [3, с. 269] сводятся к следующему: "...$\mathbf{H}$ не является чисто полевой величиной, поскольку включает в себя вектор $\mathbf{M}$, характеризующий намагниченность среды". В то же время в [10, с. 254] сказано: "...из $\mathbf{H}$ выпадают токи намагничивания, остаются только токи проводимости...". В [22, с. 294] и [12, с. 222] соотношения (1) используются для определения вектора намагниченности. В [32, с. 21] говорится: "Индукцию магнитного поля называют напряженностью магнитного поля".

Нет единства мнений и *для единиц измерения полей* $\mathbf{B}$ и $\mathbf{H}$. Так, в [4, с. 142, 143] сказано: "...я думаю, что $\mathbf{H}$ удобно измерять в тех же единицах, что и $\mathbf{B}$, а не в единицах $\mathbf{M}$... На самом деле это одна и та же единица, равная 10^{-4} единиц СИ". Аналогично в [10, с. 254]: "...между гауссом и эрстедом абсолютно нет никакой разницы. Это — разные названия одной и той же единицы. Следовало бы сохранить только одно из этих названий — либо гаусс, либо эрстед". То же самое отмечается и в [9, с. 387]: "Нет никакой необходимости в другом названии единицы $\mathbf{H}$. Тем не менее люди, которые любят давать названия вещам, дали единице $\mathbf{H}$ собственное название — эрстед". Однако авторы [11] и [12] имеют противоположное мнение. Так, в [12, с. 222] утверждается: "...Различие размерностей напряженности и индукции в системе единиц СИ отражает различие физического смысла этих величин, не существенное в случае вакуума, но не учитываемое в гауссовой системе также и в применении к материальным средам, когда его следует постоянно иметь в виду".

Для того чтобы как-то выделить те или иные свойства полей $\mathbf{B}$ и $\mathbf{H}$, во многих учебниках проводят *их сравнения с соответствующими электростатическими полями* напряженности $\mathbf{E}$ и индукции $\mathbf{D}$ в материальной среде. Так, в [7, с. 291] сказано: "...при формальном сравнении уравнений электрического и магнитного полей

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}\,, \qquad \mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M}$$

создается впечатление о сходстве величин $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$, с одной стороны, и величин $\mathbf{D}$ и $\mathbf{B}$, с другой, тогда как по существу аналогом напряженности макроскопического электрического поля $\mathbf{E}$ является магнитная индукция $\mathbf{B}$, а аналогом электрической индукции $\mathbf{D}$ — напряженность макроскопического магнитного поля $\mathbf{H}$". Коротко это соответствие записывается в форме

$$\mathbf{H} \leftrightarrow \mathbf{D}\,, \quad \mathbf{B} \leftrightarrow \mathbf{E}\,. \tag{2}$$

Подобное утверждение впервые сформулировано в учебнике [11], написанном по материалам лекций, прочитанных еще в начале прошлого века. В нем, в частности, указано на соответствие между величинами $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$, названными *силовыми*, а также между величинами $\mathbf{D}$ и $\mathbf{H}$, названными *количественными* (записанные выше аналогии (2) приведены на с. 69). Далее же в учебнике [11] утверждается, что аналогия (2) не имеет места для произвольного случая. В частности, в § 13 сказано: "...займемся поведением *произвольных* тел во внешнем магнитном поле... Действующие здесь законы аналогичны законам электростатики, при этом

$$\mathbf{H} \leftrightarrow \mathbf{E}\,, \quad \mathbf{B} \leftrightarrow \mathbf{D}\text{"}. \tag{3}$$

Замечание, аналогичное (3), сделано и в работе [7]. Отметим, что в учебниках, написанных в более позднее время, замечание (3) в большинстве случаев не приводится, а указанные выше аналогии (2) рассматриваются как имеющие общий характер.

Можно и далее приводить примеры несоответствия, которые имеют место в различных учебниках. Однако уже представленных достаточно, чтобы запутать читателя. Отметим, что записанные здесь выдержки из различных учебников в большинстве своем физически обоснованы и не вызывают сомнений. Методическое изложение, однако, построено по внутренней логике каждого учебника, которая не соответствует логике других учебников, что и приводит к подобному результату. Эти несоответствия чрезвычайно затрудняют преподавание курса физики. Их можно исключить, если соотношение типа (1) получить, опираясь на теорему о разложении поля вектора намагниченности на вихревую и потенциальную части. Термин "разложение поля вектора" намагниченности соответствует терминологии векторного анализа, где согласно теореме Гельмгольца [27, 33] поле любого вектора $\mathbf{a}$ можно представить как результат суперпозиции его вихревой $\mathbf{a}_{\mathrm{v}}$ ($\operatorname{div} \mathbf{a}_{\mathrm{v}} = 0$) и потенциальной $\mathbf{a}_{\mathrm{p}}$ ($\operatorname{rot} \mathbf{a}_{\mathrm{p}} = 0$) частей, т.е. $\mathbf{a} = \mathbf{a}_{\mathrm{v}} + \mathbf{a}_{\mathrm{p}}$.

2. Разложение поля вектора намагниченности

По определению макропараметром является намагниченность магнетика

$$\mathbf{M} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{m}}{\mathrm{d}\tau}\,,$$

где $\mathrm{d}\mathbf{m}$ — суммарный магнитный момент атомов магнетика в предельно малом, но макроскопическом объеме $\mathrm{d}\tau$ [15].

Для описания магнитного поля вектора намагниченности магнетика, занимающего объем τ, в дипольном приближении вводится магнитный потенциал Герца $\mathbf{Z}_{\mathrm{m}}$, который, по определению, в точке A равен [21] (рис. 1)

$$\mathrm{Z}_{\mathrm{m}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\tau} \frac{\mathbf{M}}{r}\,\mathrm{d}\tau\,. \tag{4}$$

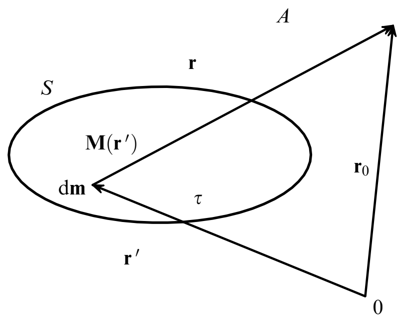

Рис. 1. К определению координат $\mathbf{r}$, $\mathbf{r}_0$ и $\mathbf{r}'$.

Это соотношение является результатом решения уравнения

$$\nabla^2 \mathbf{Z}_\mathrm{m} = -\mu_0 \mathbf{M}\,. \tag{5}$$

Смысл потенциала Герца состоит в том, что его вихри и истоки определяют соответственно векторный $(\mathbf{A}_\mathrm{m})$ и скалярный (φ_m) магнитные потенциалы [13, 24] вектора намагниченности:

$$\mathbf{A}_\mathrm{m} = \mathrm{rot}\,\mathbf{Z}_\mathrm{m}\,, \qquad \varphi_\mathrm{m} = -\frac{1}{\mu_0}\,\mathrm{div}\,\mathbf{Z}_\mathrm{m}\,. \tag{6}$$

В свою очередь вектор индукции $\mathbf{B}_\mathrm{m}$ и вектор напряженности $\mathbf{H}_\mathrm{m}$ поля, созданного распределением вектора намагниченности, определяются соотношениями

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_\mathrm{m} &= \mathrm{rot}\,\mathbf{A}_\mathrm{m} = \mathrm{rot}\,(\mathrm{rot}\,\mathbf{Z}_\mathrm{m})\,, \\ \mathbf{H}_\mathrm{m} &= -\mathrm{grad}\,\varphi_\mathrm{m} = \frac{1}{\mu_0}\,\mathrm{grad}\,(\mathrm{div}\,\mathbf{Z}_\mathrm{m})\,. \end{aligned} \tag{7}$$

Используя известное тождество

$$\nabla^2 \mathbf{Z}_\mathrm{m} = \mathrm{grad}\,(\mathrm{div}\,\mathbf{Z}_\mathrm{m}) - \mathrm{rot}\,(\mathrm{rot}\,\mathbf{Z}_\mathrm{m})\,, \tag{8}$$

можно записать в системе СИ

$$\begin{aligned} &\mathbf{M}_\mathrm{v} = \frac{1}{\mu_0}\,\mathbf{B}_\mathrm{m}\,, \quad \mathbf{M}_\mathrm{p} = -\mathbf{H}_\mathrm{m}\,, \quad \mathbf{M} = \frac{1}{\mu_0}\,\mathbf{B}_\mathrm{m} - \mathbf{H}_\mathrm{m}\,, \\ &\mathbf{Z}_\mathrm{m} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_\tau \frac{\mathbf{M}}{r}\,\mathrm{d}\tau\,; \end{aligned} \tag{9}$$

в системе СГСМ

$$\begin{aligned} &\mathbf{M}_\mathrm{v} = \frac{1}{4\pi}\,\mathbf{B}_\mathrm{m}\,, \quad \mathbf{M}_\mathrm{p} = -\frac{1}{4\pi}\,\mathbf{H}_\mathrm{m}\,, \quad \mathbf{M} = \frac{1}{4\pi}\,\mathbf{B}_\mathrm{m} - \frac{1}{4\pi}\,\mathbf{H}_\mathrm{m}\,, \\ &\mathbf{Z}_\mathrm{m} = \int_\tau \frac{\mathbf{M}}{r}\,\mathrm{d}\tau\,; \end{aligned} \tag{10}$$

в системе Хевисайда – Лоренца (Кона) [10, с. 372; 34]

$$\begin{aligned} &\mathbf{M}_\mathrm{v} = \mathbf{B}_\mathrm{m}\,, \quad \mathbf{M}_\mathrm{p} = -\mathbf{H}_\mathrm{m}\,, \quad \mathbf{M} = \mathbf{B}_\mathrm{m} - \mathbf{H}_\mathrm{m}\,, \\ &\mathbf{Z}_\mathrm{m} = \frac{1}{4\pi}\int_\tau \frac{\mathbf{M}}{r}\,\mathrm{d}\tau\,. \end{aligned} \tag{11}$$

В соотношениях (9) – (11) $\mathbf{M}_\mathrm{v}$ и $\mathbf{M}_\mathrm{p}$ обозначают вихревую и потенциальную части поля вектора намагниченности соответственно:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_\mathrm{v} + \mathbf{M}_\mathrm{p}\,.$$

3. Анализ и обсуждение результатов

1. Обычно соотношения (9), (10) или (11) записывают в форме, когда, кроме составляющих поля вектора намагниченности (вектора индукции $\mathbf{B}_\mathrm{m}$ и вектора напряженности $\mathbf{H}_\mathrm{m}$), присутствуют магнитные поля внешних (сторонних) вихрей, например "свободных" электрических токов плотностью $\mathbf{j}_\mathrm{m}$ или токов смещения $\mathbf{j}_\mathrm{dc} = \varepsilon_0\,\partial\mathbf{E}/\partial t$ и поляризации $\mathbf{j}_\mathrm{p} = \partial\mathbf{P}/\partial t$ [25, с. 13; 14, 26]. Тогда в соответствии с уравнением Максвелла, записанным в форме Д'Аламбера [21, с. 133] имеем

$$\begin{aligned} \mathrm{rot}\,\mathbf{H}_0 &= \mathbf{j}_0 + \mathbf{j}_\mathrm{dc} + \mathbf{j}_\mathrm{p}\,, \\ \mathrm{rot}\,\mathbf{B}_0 &= \mu_0(\mathbf{j}_0 + \mathbf{j}_\mathrm{dc} + \mathbf{j}_\mathrm{p})\,. \end{aligned}$$

Здесь учтено, что вектор $\mathbf{B}_0 = \mu_0\mathbf{H}_0$. При сложении с (9) это дает

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M})\,,$$

где $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_\mathrm{m}$ и $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_\mathrm{m}$ (в системе Хевисайда – Лоренца или СГС $\mathbf{B}_0 = \mathbf{H}_0$).

Величину $\mathbf{H}_0$ следовало бы называть не напряженностью, а индукцией магнитного поля макроскопических токов, поскольку по смыслу вектор $\mathbf{H}_0$ является переобозначенным вектором $\mathbf{B}_0$ или (как это имеет место в системе СИ) перенормированным вектором $\mathbf{B}_0$. Однако использование термина "напряженность" $\mathbf{H}_0$ для описания вихревого поля токов имеет исторические корни [7, с. 204] и широко используется в учебной литературе.

Вместе с тем "истинная" напряженность может быть только потенциальным вектором, как это имеет место, например, в электростатике "свободного заряда", где потенциальный вектор $\mathbf{E}_0$ называют напряженностью электрического поля макроскопических "свободных" зарядов.

Таким образом, в пространстве, где *одновременно существуют поле макроскопических токов*, характеризуемое вектором $\mathbf{B}_0$ (или в единицах СИ $\mathbf{H}_0 = (1/\mu_0)\mathbf{B}_0$), и *поле намагниченных магнетиков*, состоящее из вихревой $(\mathbf{B}_\mathrm{m})$ и потенциальной $(\mathbf{H}_\mathrm{m})$ частей, поле

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_\mathrm{m}$$

всегда вихревое, а поле

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0}\,\mathbf{B}_0 + \mathbf{H}_\mathrm{m} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_\mathrm{m}$$

(или $\mathbf{H} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{H}_\mathrm{m}$ в единицах СГС) сложное.

Попытки придать полю $\mathbf{B}$ или его составляющим $\mathbf{B}_0$ и $\mathbf{B}_\mathrm{m}$, так же как полю $\mathbf{H}$ или его составляющим $\mathbf{H}_0$ и $\mathbf{H}_\mathrm{m}$, иной смысл лишены оснований и только запутывают читателя.

2. Соотношения, аналогичные (9), имеются в электростатике диэлектриков, когда поле вектора поляризации $\mathbf{P}$ представляется в виде суперпозиции его составляющих: вектора индукции $\mathbf{D}_\mathrm{e}$ и вектора напряженности $\mathbf{E}_\mathrm{e}$ [18]:

$$\mathbf{P} = \mathbf{D}_\mathrm{e} - \varepsilon_0\mathbf{E}_\mathrm{e}\,. \tag{12}$$

Для внешнего (стороннего) поля, как правило, поля "свободных" электрических зарядов

$$\mathbf{D}_0 = \varepsilon_0 \mathbf{E}_0 \,, \tag{13}$$

где ε_0 — электрическая постоянная. Индукция $\mathbf{D}_0$ (или напряженность $\mathbf{E}_0$) стороннего поля является чисто потенциальным вектором:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E}_0 = \operatorname{rot} \mathbf{D}_0 = 0 \,.$$

Поэтому в уравнении

$$\mathbf{P} = \mathbf{D} - \varepsilon_0 \mathbf{E} \,,$$

где $\mathbf{D} = \mathbf{D}_0 + \mathbf{D}_\mathrm{e}$ и $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_\mathrm{e}$, поле вектора $\mathbf{D}$ сложное, состоящее из вихревой ($\mathbf{D}_\mathrm{e}$) и потенциальной ($\mathbf{D}_0$) частей, а поле вектора $\mathbf{E}$ всегда потенциальное, кроме случая электромагнитной индукции, когда $\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B}/\partial t$.

Записанные выше условия для векторов $\mathbf{B}$, $\mathbf{H}$ и $\mathbf{D}$, $\mathbf{E}$ показывают, что их сравнение (т.е. установление их эквивалентности) в форме (2) или (3) невозможно в силу того, что они имеют различные составляющие. Например, сравнивать поля $\mathbf{B} \leftrightarrow \mathbf{E}$ нельзя, поскольку поле $\mathbf{B}$ чисто вихревое, а поле $\mathbf{E}$ чисто потенциальное. Об эквивалентности полей, составляющих вектор поляризации $\mathbf{D}_\mathrm{e}$ и $\mathbf{E}_\mathrm{e}$ и вектор намагниченности $\mathbf{B}_\mathrm{m}$ и $\mathbf{H}_\mathrm{m}$, можно говорить, когда $\mathbf{P} \leftrightarrow \mathbf{M}$, а

$$\mathbf{D}_\mathrm{e} \leftrightarrow \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B}_\mathrm{m} \,, \quad \varepsilon_0 \mathbf{E}_\mathrm{e} \leftrightarrow \mathbf{H}_\mathrm{m} \,, \tag{14}$$

так как они являются результатом решения эквивалентных уравнений [18]:

$$\mathbf{D}_\mathrm{e} = \varepsilon_0 \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{Z}_\mathrm{e}) \,, \quad \mathbf{E}_\mathrm{e} = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \mathbf{Z}_\mathrm{e}) \,,$$

$$\mathbf{Z}_\mathrm{e} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_\tau \frac{\mathbf{P}}{r} \, \mathrm{d}\tau \,;$$

$$\mathbf{B}_\mathrm{m} = \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{Z}_\mathrm{m}) \,, \quad \mathbf{H}_\mathrm{m} = \frac{1}{\mu_0} \operatorname{grad}(\operatorname{div} \mathbf{Z}_\mathrm{m}) \,,$$

$$\mathbf{Z}_\mathrm{m} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_\tau \frac{\mathbf{M}}{r} \, \mathrm{d}\tau \,.$$

Здесь $\mathbf{Z}_\mathrm{e}$ — электрический потенциал Герца.

3. Введение полей $\mathbf{B}$ и $\mathbf{H}$ имеет смысл только при описании поля вектора намагниченности в среде, когда $\mathbf{M} \neq 0$, ибо, когда в какой-то области $\mathbf{M} = 0$, поля $\mathbf{B}$ и $\mathbf{H}$ в этой области полностью эквивалентны. Можно показать также, что при анализе свойств магнетиков поля $\mathbf{B}$ и $\mathbf{H}$ имеют альтернативный смысл [19, 20], что позволяет применять в описании либо поле вектора $\mathbf{B}$, либо поле вектора $\mathbf{H}$.

4. При использовании приведенной здесь теоремы о разложении поля вектора намагниченности на вихревую и потенциальную части в педагогическом процессе удобно рассматривать частный случай разложения, когда намагниченность магнетика однородна. Поскольку $\mathbf{M} = \mathrm{const}$, имеем [21]

$$\begin{gathered} \mathbf{Z}_\mathrm{m} = \mu_0 \mathbf{M} \Psi \,, \quad \mathbf{A}_\mathrm{m} = \mu_0 [\mathbf{M}, \mathbf{h}] \,, \quad \varphi_\mathrm{m} = (\mathbf{M}, \mathbf{h}) \,, \\ \mathbf{B}_\mathrm{m} = \mu_0 \operatorname{rot}[\mathbf{M}, \mathbf{h}] \,, \quad \mathbf{H}_\mathrm{m} = -(\mathbf{M}, \nabla) \mathbf{h} \,, \end{gathered} \tag{15}$$

где

$$\Psi = \frac{1}{4\pi} \int_\tau \frac{1}{r} \, \mathrm{d}\tau \,,$$

$$\mathbf{h} = -\operatorname{grad} \Psi = \frac{1}{4\pi} \int_\tau \frac{\mathbf{r}}{r^3} \, \mathrm{d}\tau \,.$$

Учитывая, что $\operatorname{rot}[\mathbf{M}, \mathbf{h}] = -(\mathbf{M}, \nabla)\mathbf{h} + \mathbf{M} \operatorname{div} \mathbf{h}$ и что $\operatorname{div} \mathbf{h} = 1$, получаем соотношение (9).

5. При помощи тождественных преобразований с использованием теорем о роторе и дивергенции можно показать [21], что составляющие поля вектора намагниченности, т.е. векторы $\mathbf{B}_\mathrm{m}$ и $\mathbf{H}_\mathrm{m}$ (или векторы $\mathbf{M}_\mathrm{v} = (1/\mu_0)\mathbf{B}_\mathrm{m}$ и $\mathbf{M}_\mathrm{p} = \mathbf{H}_\mathrm{m}$) могут быть представлены в *самосогласованном* виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_\mathrm{m} &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_\tau \frac{[\operatorname{rot} \mathbf{M}, \mathbf{r}]}{r^3} \, \mathrm{d}\tau + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_S \frac{[\mathbf{r}, [\mathbf{n}, \mathbf{M}]]}{r^3} \, \mathrm{d}S \,, \\ \mathbf{H}_\mathrm{m} &= \frac{1}{4\pi} \int_\tau (-\operatorname{div} \mathbf{M}) \, \frac{\mathbf{r}}{r^3} \, \mathrm{d}\tau + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_S (\mathbf{n}, \mathbf{M}) \, \frac{\mathbf{r}}{r^3} \, \mathrm{d}S \,. \end{aligned} \tag{16}$$

Здесь производные берутся по точке истока (координате $\mathbf{r}'$; см. рис. 1), $\mathbf{n}$ — единичная положительная нормаль к поверхности S, ограничивающей объем τ. Очень часто соотношения (16) используются в качестве определения полей $\mathbf{B}_\mathrm{m}$ и $\mathbf{H}_\mathrm{m}$. При этом значения производных $\operatorname{rot} \mathbf{M}$ и $-\operatorname{div} \mathbf{M}$, а также величин $-[\mathbf{n}, \mathbf{M}]$ и $(\mathbf{n}, \mathbf{M})$ постулируются, как это делается, например, для случая однородной намагниченности [21], что приводит к системе (15).

6. Отметим, что составляющие поля одного и того же вектора $\mathbf{M}$, т.е. величины $\mathbf{B}_\mathrm{m}$ и $\mathbf{H}_\mathrm{m}$, целесообразно измерять единицами одинаковой размерности, а называть их можно и по-разному, как это делается, например, в гауссовой системе единиц. В единицах системы СИ, которую мы здесь используем, размерность магнитного потенциала $\mathbf{Z}_\mathrm{m}$ не определена (см. рекомендации IUPAP [6]). Это, а также введение в формулы (8) размерной постоянной μ_0 приводят к произволу в выборе единиц измерения величин $\mathbf{Z}_\mathrm{m}$, φ_m, $\mathbf{A}_\mathrm{m}$, $\mathbf{H}_\mathrm{m}$ и $\mathbf{B}_\mathrm{m}$, как отмечено в формулах (1). Аналогичное обстоятельство имеет место и при описании поля поляризованного диэлектрика. Таким образом, в преподавании раздела "Электричество и магнетизм" курса физики применение системы СИ ограничивает логическое восприятие студентами физических моделей по сравнению с системами Гаусса или Хевисайда – Лоренца.

Детальное обсуждение представленных выше научно-методических проблем выполнено в работах [21, 18].

4. Заключение

В заключение отметим, что к настоящему времени назрела необходимость в написании нового учебника по разделу "Электричество и магнетизм", в котором были бы устранены все методические недостатки, включая и те, которые порождены историческими причинами. Таких недостатков достаточно много, особенно при описании электродинамики сплошных сред, и здесь нет необходимости о них говорить.

Вместе с тем современный учебник должен быть доступен для понимания студентами начальных курсов, и это требование должно составлять основу работы авторского коллектива. Наконец, все изложение должно базироваться на физических, а не на технических системах единиц. Приведенных во введении замечаний по этому поводу вполне достаточно, чтобы принять такое решение.

Список литературы

1. Терлецкий Я П, Рыбаков Ю П *Электродинамика* (М.: Высшая школа, 1990)
2. Можен Ж *Механика электромагнитных сплошных сред* (М.: Мир, 1991)
3. Матвеев А Н *Электричество и магнетизм* (М.: Высшая школа, 1983)
4. Фейнман Р, Лэйтон Р, Сэндс М *Фейнмановские лекции по физике* Т. 7 *Физика сплошных сред* (М.: Мир, 1977)
5. Телеснин Р В, Яковлев В Ф *Курс физики. Электричество* (М.: Просвещение, 1969)
6. "Обозначения, единицы измерения и терминология в физике (документ UIP 20, 1978)" *УФН* **129** 328 (1979)
7. Тамм И Е *Основы теории электричества* (М.: Наука, 1989)
8. Калашников С Г *Электричество* (М.: Наука, 1985)
9. Парселл Э *Электричество и магнетизм* (М.: Наука, 1983)
10. Сивухин Д В *Общий курс физики* Т. 3 *Электричество* (М.: Физматлит, Изд-во МФТИ, 2002)
11. Зоммерфельд А *Электродинамика* (М.: ИЛ, 1958)
12. Новожилов Ю В, Яппа Ю А *Электродинамика* (М.: Наука, 1978)
13. Ахиезер А И, Ахиезер И А *Электромагнетизм и электромагнитные волны* (М.: Высшая школа, 1985)
14. Де Гроот С Р, Сатторп Л Г *Электродинамика* (М.: Наука, 1982)
15. *Магнетизм и магнитные материалы*: *Терминологический справочник* (Под ред. Ф В Лисовского, Л И Антонова) (М.: Вагриус, 1997)
16. Антонов Л И и др. *Электростатические и магнитостатические поля макроскопических источников* (*описание задачи лабораторного практикума*) (М.: Физический факультет МГУ, 1997)
17. Антонов Л И, Миронова Г А, Лукашева Е В *Физическое образование в вузах* **3** (3) 43 (1997)
18. Антонов Л И и др. "Электростатика диэлектриков в курсе общей физики" Ч. 3 "Макроскопическое поле поляризованного диэлектрика", Препринт № 3/2001 (М.: Физический факультет МГУ, 2001)
19. Антонов Л И и др. "Энергия и силы в магнитостатике магнетиков", Препринт № 6/1999 (М.: Физический факультет МГУ, 1999)
20. Антонов Л И и др. "Изучение явления ферромагнитного резонанса (ФМР) и определение характера магнитной анизотропии ферромагнитного монокристалла", Препринт № 5/1999 (М.: Физический факультет МГУ, 1999)
21. Антонов Л И и др. "Методические проблемы преподавания раздела "Магнетизм" в курсе физики" Ч. 3 "Макроскопические свойства магнетиков", Препринт № 3/2002 (М.: Физический факультет МГУ, 2002)
22. Зильберман Г Е *Электричество и магнетизм* (М.: Наука, 1970)
23. Антонов Л И и др. "Изучение магнитного состояния ферромагнетика и определение его технических свойств", Препринт № 1/2000 (М.: Физический факультет МГУ, 2000)
24. Антонов Л И и др. "Векторный магнитный потенциал в курсе общей физики", Препринт № 11/1998 (М.: Физический факультет МГУ, 1998)
25. Денисов В И *Введение в электродинамику материальных сред* (М.: Изд-во Моск. ун-та, 1989)
26. Пановский В, Филипс М *Классическая электродинамика* (М.: Физматгиз, 1963)
27. Корн Г, Корн Т *Справочник по математике* (М.: Наука, 1974)
28. *Физика твердого тела*. Энциклопедический словарь (Гл. ред. В Г Барьяхтар) (Киев: Наукова думка, 1996)
29. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1982)
30. Фриш С Э, Тиморева А В *Курс общей физики* Т. 2 *Электрические и электромагнитные явления* (М.-Л.: Физматгиз, 1961)
31. *Физический энциклопедический словарь* (Гл. ред. А М Прохоров) (М.: Большая Российская энциклопедия, 1995)
32. Памятных Е А, Туров Е А *Основы электродинамики материальных сред* (М.: Наука. Физматлит, 2000)
33. *Математическая энциклопедия* Т. 1 (Гл. ред. И М Виноградов) (М.: Сов. энциклопедия, 1977)
34. Тикадзуми С *Физика ферромагнетизма. Магнитные свойства вещества* (М.: Мир, 1983)

Macroscopic representation of the magnetization vector field in a magnetic

L.I. Antonov
Physics Department, M.V. Lomonosov Moscow State University, Vorob'evy Gory, 119899 Moscow, Russian Federation
Tel. (*7-095*) *939-36 47*
E-mail: *lev@genphys.phys.msu.ru*

Expressions for the parameters of the macroscopic magnetization vector field are obtained based on a model of point magnetic moments. It is shown that the magnetization vector field consists of a vortex and a potential part. The form of the obtained expansion depends on the systems of units chosen. The magnetic field of the magnetization vector and the electric field of the polarization vector are compared and shown to be equivalent. In the light of the problems discussed, the methodological principles of teaching the 'Electricity and Magnetism' section of a physics course are formulated.

PACS numbers: **01.40.–d**, 03.50.De

Bibliography — 34 references

Received 20 September 2002, revised 29 August 2003