Сентябрь 2002 г. **Том 172, № 9**

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Кинетика слабостолкновительной плазмы

В.П. Силин

В условиях, которые обычно соотносятся с бесстолкновительной плазмой, когда средняя длина свободного пробега заряженных частиц намного превышает характерный размер пространственной неоднородности явлений, в плазме всегда имеются медленные частицы, длина свободного пробега которых, пропорциональная четвертой степени их скорости, оказывается меньше масштаба неоднородности. В подобной плазме, которую называют слабостолкновительной, такие медленные подтепловые частицы играют определяющую роль, несмотря на то, что их относительно немного. Излагаемые результаты аналитической кинетической теории плазмы устанавливают определяющую роль медленных столкновительных частиц в проблематике таких явлений, как затухание ионного звука и нелинейное возмущение плотности электронов, обусловленное неоднородной интенсивностью греющего плазму электромагнитного поля. Показано, как из-за влияния подтепловых электронов на эти свойства плазмы возникает соответствующее влияние на параметрические неустойчивости, например, на филаментацию излучения в плазме и на вынужденное рассеяние Мандельштама – Бриллюэна. Результаты теории сравниваются с результатами численных решений уравнения Больцмана. Обсуждаются вопросы привлекавшихся для понимания таких решений представлений о нелокальном переносе в плазме.

PACS numbers: 52.20.Hv, 52.35.Fp, 52.38.Bv

Содержание

В.П. Силин. Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Ленинский просп. 53, Российская Федерация
Тел. (095) 132-50-54. Факс (095) 938-22-51
E-mail: silin@sci.lebedev.ru

Статья поступила 21 ноября 2001 г., после доработки 21 декабря 2001 г.

1. Введение

Развитие теории параметрического воздействия электромагнитного излучения на полностью ионизованную плазму привело к понятию о слабостолкновительной плазме, для которой были обнаружены новые специфические проявления столкновений заряженных частиц [1–30]. Такие проявления установлены в своеобразных закономерностях, характеризующих нелинейное возмущение плотности плазмы, которое определяет развитие филаментации электромагнитного поля накачки и вынужденного рассеяния Мандельштама – Бриллюэна (ВРМБ), а также в новой зависимости от столкновений затухания ионно-звуковых волн плазмы, определяющего порог вынужденного рассеяния Мандельштама – Бриллюэна. Прежде всего, следует дать то качественное определение понятия слабостолкновительной плазмы, которое определяется кулоновским законом взаимодействия заряженных частиц — электронов и ионов полностью ионизованной плазмы. По своей сути понятие слабостолкновительной плазмы является промежуточным между понятием о бесстолкновительной плазме и понятием о сильностолкновительной, или, как обычно говорят, столкновительной плазме. Говоря о пределе бесстолкновительной плазмы, обычно имеют в виду такую ситуацию, когда характерный масштаб неоднородности $\lambdabar (\equiv k^{-1})$ оказывается много меньше длины свободного пробега $l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]$ теплового (т.е. имеющего тепловую скорость $V_{\mathrm{Te}} = (\kappa_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{e}}/m_{\mathrm{e}})^{1/2}$) электрона:

$$\lambdabar \equiv \frac{1}{k} \ll l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}] = \frac{V_{\mathrm{Te}}}{\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]} = \frac{3 m_{\mathrm{e}}^2 V_{\mathrm{Te}}^4}{\sum_{\mathrm{i}} 4\sqrt{2\pi}\, e^2 e_{\mathrm{i}}^2 n_{\mathrm{i}} \Lambda} \,. \tag{1.1}$$

Здесь e и e_{i} — электрические заряды электрона и иона, m_{e} — масса электрона, T_{e} — температура электронов, n_{i} — плотность числа ионов, Λ — кулоновский логарифм [31]; суммирование выполняется по всем сортам ионов плазмы. Удобно использовать эффективную кратность ионизации Z_{eff}, определяемую соотношением

$$Z_{\mathrm{eff}} = \frac{\sum_{\mathrm{i}} e_{\mathrm{i}}^2 n_{\mathrm{i}}}{e^2 n_{\mathrm{e}}}\,, \tag{1.2}$$

где n_{e} — плотность числа электронов. В обсуждаемом материале нашего аналитического изложения ниже всюду будут рассматриваться условия, в которых эффективная кратность ионизации велика:

$$Z_{\mathrm{eff}} \gg 1\,. \tag{1.3}$$

В этой связи следует заметить, что выписанная в правой части неравенства (1.1) длина свободного пробега теплового электрона относительно его столкновений с ионами оказывается малой по сравнению с длиной l_{ee} свободного пробега теплового электрона относительно его столкновений с тепловыми электронами:

$$l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}] \ll l_{\mathrm{ee}}[V_{\mathrm{Te}}] = \frac{3m_{\mathrm{e}}^2 V_{\mathrm{Te}}^4}{4\sqrt{2\pi}\, e^4 n_{\mathrm{e}} \Lambda}\,. \tag{1.4}$$

С другой стороны, о сильностолкновительной плазме говорят тогда, когда имеет место неравенство

$$\lambda\!\!\!^{-} \gg l_{\mathrm{ee}}[V_{\mathrm{Te}}] \gg l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\,. \tag{1.5}$$

В последнем случае описание плазмы проводится в рамках гидродинамических представлений о вязкости, теплопроводности и проводимости плазмы, в отличие от бесстолкновительного предела (1.1), когда описание плазмы основывается на бесстолкновительном кинетическом уравнении с самосогласованным полем Власова.

Настоящий обзор посвящен теории явлений, обусловленных столкновениями заряженных частиц в условиях (1.1), когда обычно плазму называют бесстолкновительной. Такое, звучащее, на первый взгляд, парадоксально утверждение основывается на том, что сечение резерфордовского рассеяния сталкивающихся заряженных частиц плазмы, определяющееся их кулоновским взаимодействием

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{ab}}{\mathrm{d}o_{\mathbf{n}}} = \left(\frac{e_a e_b}{2\mu_{ab}}\right)^2 \frac{1}{V_{ab}^4 \sin^4(\Theta/2)}\,, \tag{1.6}$$

обратно пропорционально четвертой степени скорости V_{ab} относительного движения сталкивающихся частиц. В формуле (1.6) e_a и e_b — электрические заряды, μ_{ab} — приведенная масса сталкивающихся частиц, а Θ — угол рассеяния. Зависимость сечения (1.6) от скорости приводит к тому, что, например, длина свободного пробега электрона, обладающего скоростью V, относительно его столкновений с ионами может быть записана в виде

$$l_{\mathrm{ei}}[V] = \left(\frac{V}{V_{\mathrm{Te}}}\right)^4 l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\,. \tag{1.7}$$

Прямая пропорциональность длины свободного пробега четвертой степени скорости электрона приводит к тому, что в плазме всегда имеются настолько медленные электроны, что для них оказывается выполненным условие частых столкновений:

$$\lambda\!\!\!^{-} \gg l_{\mathrm{ei}}[V]\,. \tag{1.8}$$

Скорости таких электронов, для которых будем использовать название "сильностолкновительные", удовлетворяют неравенству

$$V < V_{\mathrm{Te}} \left(\frac{\lambda\!\!\!^{-}}{l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]}\right)^{1/4} \equiv V_{\bullet}\,. \tag{1.9}$$

В условиях (1.1) справедливо неравенство

$$V_{\bullet} \ll V_{\mathrm{Te}}\,, \tag{1.10}$$

что в нашем рассмотрении означает необходимость не забывать о столкновениях с ионами сравнительно малой доли холодных (или подтепловых) столкновительных электронов со скоростями, удовлетворяющими неравенству (1.9). Если столкновения таких подтепловых электронов оказываются существенными для тех или иных физических явлений в плазме, то ниже мы будем называть такую плазму слабостолкновительной.

При выполнении неравенства (1.1) подразделение электронов так называемой бесстолкновительной плазмы на тепловые бесстолкновительные и на подтепловые столкновительные, проведенное в работе [12], составляет ту физическую основу, которая приводит к возможности построения аналитической кинетической теории явлений в слабостолкновительной плазме. Материал последующих разделов основывается на такой кинетической теории.

Следует подчеркнуть, что формула (1.9) пригодна тогда, когда скорость медленных подтепловых столкновительных электронов превышает тепловую скорость ионов $V_{\mathrm{Ti}} = (\kappa_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{i}}/M_{\mathrm{i}})^{1/2}$. Для этого необходимо, чтобы

$$1 \ll \frac{l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]}{\lambda\!\!\!^{-}} \ll \frac{T_{\mathrm{e}}^2 M_{\mathrm{i}}^2}{T_{\mathrm{i}}^2 m_{\mathrm{e}}^2}\,. \tag{1.11}$$

Очевидно, что область, определяемая неравенствами (1.11), является весьма широкой. В такой широкой области параметров интеграл столкновений электронов с ионами может быть представлен в следующем виде:

$$J_{\mathrm{ei}}[f] = \sum_{\mathrm{i}} \frac{2\pi e^2 e_{\mathrm{i}}^2 n_{\mathrm{i}} \Lambda}{m_{\mathrm{e}}^2 V^3} \frac{\partial}{\partial V_k} \left[(V^2 \delta_{kj} - V_k V_j) \frac{\partial f}{\partial V_j}\right], \tag{1.12}$$

где f — функция распределения электронов. Эта формула описывает передачу импульса при столкновениях электронов с ионами. Малый, определяющийся отношением масс электрона и иона эффект передачи энергии от электронов к ионам формула (1.12) не описывает. Этот эффект несущественен для дальнейшего рассмотрения.

Используя обозначение

$$\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}] = \sum_{\mathrm{i}} \frac{4\sqrt{2\pi}\, e^2 e_{\mathrm{i}}^2 n_{\mathrm{i}} \Lambda}{3m_{\mathrm{e}}^2 V_{\mathrm{Te}}^3} = \frac{4\sqrt{2\pi}\, e^4 n_{\mathrm{e}} Z_{\mathrm{eff}} \Lambda}{3m_{\mathrm{e}}^2 V_{\mathrm{Te}}^3} \tag{1.13}$$

для частоты электрон-ионных столкновений, можно представить формулу (1.12) в виде

$$J_{\mathrm{ei}}[f] = \sqrt{\frac{9\pi}{8}} \frac{V_{\mathrm{Te}}^3 \nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]}{V^3} \frac{\partial}{\partial V_k} \left[(V^2 \delta_{kj} - V_k V_j) \frac{\partial f}{\partial V_j}\right]. \tag{1.14}$$

Отсюда нетрудно видеть, что с уменьшением скорости электрона эффективная частота столкновений растет по закону

$$\left(\frac{V_{\mathrm{Te}}}{V}\right)^3 . \tag{1.15}$$

Остановимся теперь на весьма существенном для слабостолкновительной плазмы описании столкновений медленных подтепловых электронов с основной массой тепловых электронов. Поскольку относительная скорость сталкивающихся подтеплового и теплового электрона оказывается порядка V_{Te}, то в силу (1.4) при выполнении условия бесстолкновительности (1.1) заведомо выполнено условие

$$\hat{\lambda} \ll l_{\mathrm{ee}}[V_{\mathrm{Te}}] . \tag{1.16}$$

Это, казалось бы, позволяет пренебречь электрон-электронными столкновениями. Однако все не так просто. Дело заключается в том, что интеграл столкновений холодных подтепловых электронов с тепловыми электронами, составляющими в интересующих нас условиях основную массу электронного распределения, может быть записан в виде

$$J_{\mathrm{ee}}[f] = \nu_{\mathrm{ee}}[V_{\mathrm{Te}}]\,\mathrm{div}_{\mathbf{V}}\,(V_{\mathrm{Te}}^2\,\mathrm{grad}_{\mathbf{V}}\,f + \mathbf{V}f) , \tag{1.17}$$

где f — функция распределения подтепловых электронов. Векторные операции дивергенции и градиента в формуле (1.17) производятся в пространстве скоростей электронов, а эффективная частота электрон-электронных столкновений тепловых электронов определена соотношением

$$\nu_{\mathrm{ee}}[V_{\mathrm{Te}}] = \frac{4\sqrt{2\pi}\,e^4 n_{\mathrm{e}} \Lambda}{3m_{\mathrm{e}}^2 V_{\mathrm{Te}}^3} = \frac{\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]}{Z_{\mathrm{eff}}} . \tag{1.18}$$

Старшее слагаемое правой части (1.17) описывает диффузию в пространстве скоростей. Соответствующий коэффициент диффузии, отвечающий влиянию столкновений, определяется тепловыми электронами:

$$D = V_{\mathrm{Te}}^2 \nu_{\mathrm{ee}}[V_{\mathrm{Te}}] . \tag{1.19}$$

В то же время дифференциальный оператор $\Delta_{\mathbf{V}}$ в области скоростей (1.9) приводит к тому, что для подтепловых электронов эффективная частота электрон-электронных столкновений оказывается значительно больше, чем в выражении (1.18), а именно:

$$\nu_{\mathrm{ee,\,eff}}[V] \sim \frac{D}{V^2} > \frac{D}{V_{\bullet}^2} \sim \left(\frac{l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]}{\hat{\lambda}}\right)^{1/2} \nu_{\mathrm{ee}}[V_{\mathrm{Te}}] . \tag{1.20}$$

Последнее указывает на возможное увеличение роли электрон-электронных столкновений для подтепловых электронов слабостолкновительной плазмы по сравнению со столкновениями только тепловых электронов между собой. Следует подчеркнуть, что сравнение интегралов столкновений (1.14) и (1.17) показывает, что в интересующих нас условиях медленных подтепловых электронов, когда с уменьшением их скорости электрон-ионный интеграл столкновений (1.14) растет обратно пропорционально кубу скорости, согласно (1.20) электрон-электронный интеграл столкновений растет обратно пропорционально квадрату скорости. Поэтому электрон-электронный интеграл столкновений оказывается меньше электрон-ионного в меру малости отношения скорости подтепловых электронов к их тепловой скорости (V/V_{Te}). В интересующих нас условиях выполнения неравенства (1.3) вторая причина аналогичной малости обусловлена большим значением эффективной кратности ионизации. Эти рассуждения позволяют пренебрегать электрон-электронными столкновениями тогда, когда они выступают в конкуренции с электрон-ионными столкновениями. Последнее имеет место, если электронная функция распределения анизотропна в пространстве скоростей. Напротив, изотропная функция распределения электронов обращает в нуль выражение (1.12) для электрон-ионного интеграла столкновений. Тогда именно электрон-электронные столкновения определяют вид функции распределения электронов.

Это является причиной последовательного учета электрон-электронных столкновений в излагаемом материале. Сравнительно простая форма линейных дифференциальных операторов, какими являются интегралы столкновений (1.14) и (1.17), позволяет, как показано в настоящем обзоре, построить аналитическую теорию кинетических явлений в слабостолкновительной плазме.

В рамках изложенных здесь идей материал нашего обзора позволяет увидеть условия существования слабостолкновительной плазмы, в которой наряду с бесстолкновительными эффектами, обусловленными тепловыми электронами, реализуются столкновительные эффекты, обусловленные подтепловыми электронами. Тем самым реализуется конкуренция столкновительных и бесстолкновительных процессов в тех условиях (1.11), в которых обычно плазма считается бесстолкновительной.

Развитие теории слабостолкновительной плазмы происходило в увязывании получаемых результатов с представлениями о так называемом нелокальном электронном переносе тепла в плазме. В связи с этим остановимся здесь на таких представлениях.

Прежде всего подчеркнем, что обычный закон Фурье – Фика

$$\mathbf{q}(\mathbf{r}) = -\chi\,\mathrm{grad}\,T(\mathbf{r}) \tag{1.21}$$

связывает плотность потока тепла $\mathbf{q}(\mathbf{r})$ с градиентом температуры $T(\mathbf{r})$ в той же точке пространства $\mathbf{r}$. Последнее, как это известно из подхода Гильберта – Чепмена – Энскога к выводу уравнений гидрогазодинамики из кинетической теории Больцмана, определяется малостью отклонения распределения частиц от локального максвелловского, что связано с малостью длины свободного пробега частиц по сравнению с характерным масштабом пространственной неоднородности гидрогазодинамических величин. Поэтому в случае слабостолкновительной плазмы, когда длина свободного пробега теплового электрона оказывается большой по сравнению с масштабом неоднородности температуры, локальная пространственная связь плотности электронного потока тепла и электронной температуры, характерная для закона Фурье – Фика, не представляется естественной.

С другой стороны, уже в 1974 г. Р.Л. Морзе в Лос-Аламосской лаборатории при объяснении экспериментальных результатов, полученных в исследованиях по программе лазерного термоядерного синтеза, установвил, что электронный поток тепла оказывается много меньше того, который отвечает закону Фурье–Фика (1.21) (см. об этом [32]). Заметим, что еще в 1973 г. Бикертон [33] видел причину возможного ограничения электронного теплопереноса в ионно-звуковой неустойчивости. Однако последний вопрос выходит за рамки нашей статьи и должен рассматриваться специально, хотя он также связан с представлением о нелокальном переносе тепла. Это представление, в частности, отвечает так называемому кнудсеновскому бесстолкновительному режиму переноса тепла, отвечающему идеям Д. Бернулли о свободном бесстолкновительном движении частиц газа. Такие частицы, летящие от горячей стенки с температурой T к холодной стенке с пренебрежимо малой температурой, создают, в частности, плотность потока тепла электронов

$$q = \phi n_{\mathrm{e}} V_{\mathrm{Te}} \kappa_{\mathrm{B}} T \,, \tag{1.22}$$

где n_{e} — плотность числа частиц, V_{Te} — их тепловая скорость, ϕ — численный коэффициент, который для максвелловского распределения частиц оказывается порядка единицы. Записанная формула для плотности потока тепла в данной точке характеризуется температурой, отвечающей температуре горячей стенки (или, в более общем случае, горячей области). Поскольку плотность потока тепла в данной точке определяется температурой в горячей области, расположенной на значительном расстоянии, то закон теплопереноса (1.22) является нелокальным. Заметим здесь, что в соответствии с представлением о температуре в горячей области поток тепла (1.22) определяется только теми частицами, которые прилетают из этой горячей области, а это только одна "часть" максвелловского распределения частиц со скоростями, имеющими компоненты в направлении из горячей области в область переноса тепла. В этом смысле бесстолкновительный кнудсеновский перенос характеризуется распределением частиц, сильно отличающимся от максвелловского, что и является одной из причин качественного различия законов (1.21) и (1.22).

Однако анализ экспериментов по исследованию лазерной плазмы показал, что использование закона (1.22) в условиях нарушения применимости закона Фурье–Фика (1.21) приводит к разумным результатам только тогда, когда в формуле (1.22) коэффициент ϕ оказывается малым:

$$\phi \ll 1 \,. \tag{1.23}$$

Это свойство электронного переноса в лазерной плазме получило название "ограничение электронного потока тепла" [34]. Для коэффициента ϕ, называемого коэффициентом ограничения теплопереноса, в пионерской работе Малоне, МакКрори и Морзе были предложены значения 0,01–0,03 [34].

В интересующих нас условиях, когда для описания параметрических неустойчивостей представляют интерес слабые, хотя и нелокальные, т.е. резко изменяющиеся в пространстве, отклонения (например, δT_{e}) от пространственно-однородного равновесия, пишут следующую интерполяционную формулу (см., например, [35]):

$$\mathbf{q} = \frac{-\chi \nabla \delta T_{\mathrm{e}}}{1 + \chi |\nabla \delta T_{\mathrm{e}}| / \phi n_{\mathrm{e}} V_{\mathrm{Te}} \kappa_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{e}}} \,. \tag{1.24}$$

В пределе, когда столкновительный перенос из-за малости пространственного градиента весьма мал, знаменатель правой части в (1.24) слабо отличается от единицы. Тогда формула (1.24) переходит в (1.21). Напротив, когда пространственный градиент велик, знаменатель в (1.24) велик по сравнению с единицей. Соответственно этому плотность потока тепла оказывается значительно меньше, чем величина, которую дает закон Фурье–Фика. Однако наличие малого коэффициента ограничения ϕ приводит, согласно (1.24), к формуле (1.22), которая при условии (1.23) дает поток тепла, много меньший обычного свободного молекулярного значения, отвечающего $\phi \sim 1$. Таковы свойства явления ограничения электронного теплопереноса, характеризуемые формулой (1.24).

Для возмущений температуры с пространственной зависимостью $\delta T_{\mathrm{e}} \exp(\mathrm{i}\mathbf{kr})$ вместо интерполяционной формулы (1.24) используют

$$\mathbf{q} = -\mathrm{i}\mathbf{k}\chi(k)\,\delta T \,, \tag{1.25}$$

где $\chi(k)$ — нелокальный коэффициент электронной теплопроводности. При этом здесь и ниже $k = |\mathbf{k}|$. В случае (1.24)

$$\chi(k) = \frac{\chi_{\mathrm{SH}}}{1 + \chi_{\mathrm{SH}} k\,\delta T_{\mathrm{e}} / \phi n_{\mathrm{e}} \kappa_{\mathrm{B}}\,\delta T_{\mathrm{e}}\,V_{\mathrm{Te}}} = \frac{\chi_{\mathrm{SH}}}{1 + (128/3\pi\phi) k l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]} \,. \tag{1.26}$$

Здесь и ниже χ_{SH} — обычный коэффициент локальной электронной теплопроводности, который при условии (1.3), согласно [36, 37], имеет вид

$$\chi_{\mathrm{SH}} = \frac{128}{3\pi} \frac{n_{\mathrm{e}} \kappa_{\mathrm{B}} V_{\mathrm{Te}}^2}{\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]} \,. \tag{1.27}$$

Для значений коэффициента ограничения электронного потока тепла, принимаемых в настоящее время равными 0,1–0,03 (см., например, [38]), нелокальный коэффициент эффективной электронной теплопроводности оказывается заметно меньше локального коэффициента χ_{SH} тогда, когда произведение $k l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]$ достигает соответственно значений 0,0074–0,0022.

Формула (1.26) представляет собой интерполяционное следствие экспериментальных указаний. С другой стороны, в работах [38, 40] возникло предложение о нелокальном описании электронного теплопереноса на основании результатов столкновительной кинетической теории газов, базирующейся на методе Гильберта–Чепмена–Энскога. Для того чтобы пояснить подход работ [38–40], укажем, что учет высших производных температуры при определении плотности электронного потока тепла дает [41]

$$\mathbf{q} = -13{,}6\left(1 - \frac{4{,}20}{Z_{\mathrm{eff}}}\right) n_{\mathrm{e}} \kappa_{\mathrm{B}} V_{\mathrm{Te}} l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}] \times \\ \times \left\{\nabla T_{\mathrm{e}} + 264 (Z_{\mathrm{eff}} - 6{,}47) l_{\mathrm{ei}}^2[V_{\mathrm{Te}}]\,\nabla(\Delta T_{\mathrm{e}})\right\} . \tag{1.28}$$

В пределе $Z_{\mathrm{eff}} \gg 10$ эта формула приводит к соотношению

$$\chi(k) = \chi_{\mathrm{SH}}\left[1 - 264 Z_{\mathrm{eff}}\left(k l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\right)^2\right] . \tag{1.29}$$

В работах [38, 39] было использовано приближение Паде–Бореля, согласно которому вместо формулы

(1.29) следует использовать

$$\chi(k) = \frac{\chi_{\mathrm{SH}}}{1 + 264 Z_{\mathrm{eff}} \big(k l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\big)^2}\,. \tag{1.30}$$

Второе слагаемое в знаменателе этой формулы оказывается сравнимым с единицей тогда, когда $kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}] \sim \sim 0{,}06 Z_{\mathrm{eff}}^{-1/2}$. Как и в экспериментальном случае (1.26), параметр $kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]$ уже при весьма малых его значениях приводит к подавлению обычного столкновительного теплопереноса. Однако на этом сходство исчерпывается, поскольку функциональные зависимости формул (1.26) и (1.30) от аргумента $kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]$ оказываются существенно различными. Отметим, что возникновение большого коэффициента при старшей производной в (1.28) обусловлено вкладом электронов с большими скоростями V, что связано с отвечающими им большими длинами свободного пробега. Здесь будет своевременно заметить, что обычное кинетическое рассмотрение в рамках метода Гильберта – Чепмена – Энскога показывает, что вклад в теплоперенос от слагаемых с высшими производными формируется частицами со все бóльшими и бóльшими скоростями, т.е. все бóльшими длинами свободного пробега. По этой причине, как показано в работе А.В. Гуревича и Я.Н. Истомина [42], уже при не очень сильном градиенте температуры использование обычного метода Гильберта – Чепмена – Энскога становится неадекватным. Именно при достаточно больших градиентах температуры тепловой перенос не определяется теплопроводностью, а становится конвективным, описываемым кинетически. Соответственно, поток тепла определяется температурой частиц в горячей области, что позволяет говорить о переносе тепла в работе [42] как о нелокальном.

Понимание столкновительных закономерностей на основе представления о нелокальной теплопроводности в теории параметрических неустойчивостей было предложено в [1] при теоретическом изучении такой параметрической неустойчивости плазмы, какой является филаментационная неустойчивость. Ниже мы обсудим трудности этого подхода.

С другой стороны, в работах [43, 16] было выдвинуто предложение описывать с помощью системы уравнений моментов явления в сильно разреженной бесстолкновительной и слабостолкновительной плазме. При этом данная система уравнений, в отличие от возникающей в методе моментов Греда, содержит выражения для потоков, описывающие нелокальный перенос, а потому интегральным образом связанные с вызывающими такие потоки термодинамическими силами. В том числе эти уравнения содержат интегральную связь плотности электронного потока тепла с градиентом температуры. Такая, на первый взгляд, весьма привлекательная возможность описания плазмы, как мы увидим из излагаемого ниже материала, не оказывается адекватной следствиям кинетической теории слабостолкновительной плазмы. Более того, подобное описание может приводить к неверным следствиям.

Кратко остановимся на содержании последующих разделов обзора. В разделе 2 установлены условия, в которых для затухания ионно-звуковых плазменных волн имеет место конкуренция бесстолкновительного затухания Ландау, обусловленного черенковским эффектом на тепловых электронах, со столкновительным затуханием из-за медленных подтепловых электронов. Раздел 3 посвящен центральному для ряда параметрических неустойчивостей плазмы вопросу — теории нелинейного возмущения электронной плотности электромагнитным полем излучения накачки. Показано, как в формировании такого нелинейного возмущения возникает конкуренция влияния пондеромоторной силы, определяющегося бесстолкновительными тепловыми электронами, со столкновительным влиянием подтепловых электронов. В разделе 4 показано, как под влиянием сравнительно слабого электромагнитного поля высокой частоты происходит изменение распределения по скоростям подтепловых холодных электронов. Возникающее нелинейное влияние поля накачки на медленные электроны, как показано в разделе 5, приводит к такому нелинейному видоизменению нелинейного возмущения плотности, которое, во-первых, проявляется в специфической, дробно-степенным образом зависящей от интенсивности накачки нелинейности возмущения электронной плотности, а во-вторых, позволяет усмотреть, как с ростом интенсивности накачки влияние столкновений нелинейно подавляется и превалирующим оказывается влияние пондеромоторной силы. В разделе 6 на основе аналитической теории рассматривается влияние нелинейного изменения распределения электронов на столкновительное поглощение электронами ионно-звуковых волн. Разделы 7, 8 иллюстрируют использование результатов аналитической кинетической теории слабостолкновительной плазмы применительно к описанию таких параметрических неустойчивостей, как филаментация и ВРМБ. Наконец последний раздел представляет собой заключение.

2. Затухание ионно-звуковых волн

Конкретизацию представления о слабостолкновительной плазме начнем в этом разделе с рассмотрения явления затухания ионно-звуковых волн. Рассмотрим конкуренцию бесстолкновительного затухания Ландау, связанного с черенковским взаимодействием тепловых электронов с ионно-звуковыми волнами, с одной стороны, а с другой стороны, столкновительного затухания, обусловленного подтепловыми медленными электронами. Наше рассмотрение будет следовать аналитической теории [10, 11] в рамках идей работы [12] о возможности рассмотрения аддитивных вкладов как от тепловых бесстолкновительных электронов, так и от столкновительных подтепловых электронов. Исходным в таком рассмотрении является кинетическое уравнение Больцмана для функции f распределения электронов:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{V}\,\frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} - e\,\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{r}}\,\frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = J_{\mathrm{ei}}[f] + J_{\mathrm{ee}}[f,f]\,. \tag{2.1}$$

Здесь φ — потенциал электрического поля; электрон-ионный интеграл столкновений $J_{\mathrm{ei}}[f]$ дается формулой (1.14), а для электрон-электронного интеграла столкновений имеем стандартное выражение в форме Фоккера – Планка – Ландау (см., например, [31]):

$$J_{\mathrm{ee}}[f,f] = \frac{2\pi e^4 \Lambda}{m^2}\,\frac{\partial}{\partial V_k}\int \mathrm{d}\mathbf{V}'\,\times$$
$$\times\,\frac{(\mathbf{V}-\mathbf{V}')^2\delta_{kj} - (V_k - V_k')(V_j - V_j')}{|\mathbf{V}-\mathbf{V}'|^3}\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} - \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}'}\right)_j f(\mathbf{p}) f(\mathbf{p}')\,. \tag{2.2}$$

Простейшей является такая ситуация, когда в отсутствие электрического потенциала электроны имеют максвелловское распределение по скоростям, не зависящее от времени и пространственных координат. Тогда, приняв возмущающий плазму потенциал в виде

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \varphi \exp(-\mathrm{i}\omega t + \mathrm{i}\mathbf{kr}), \tag{2.3}$$

можно представить возмущенную функцию распределения электронов как

$$f(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) = f_{\mathrm{M}}(p) + \delta f(\mathbf{p}) \exp(-\mathrm{i}\omega t + \mathrm{i}\mathbf{kr}). \tag{2.4}$$

Линеаризуя уравнение (2.1) применительно к задаче о плазменных волнах, имеем

$$\begin{aligned} &- \mathrm{i}(\omega - \mathbf{kV})\, \delta f - \mathrm{i}e\varphi\mathbf{k}\, \frac{\partial f_{\mathrm{M}}}{\partial \mathbf{p}} = \\ &= J_{\mathrm{ei}}[\delta f] + J_{\mathrm{ee}}[f_{\mathrm{M}}, \delta f] + J_{\mathrm{ee}}[\delta f, f_{\mathrm{M}}]. \end{aligned} \tag{2.5}$$

Для наших целей удобно представить $\delta f(\mathbf{p})$ в следующем виде:

$$\delta f(\mathbf{p}) = -\frac{e\varphi}{\kappa_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{e}}}\, f_{\mathrm{M}} + \delta \bar{f}. \tag{2.6}$$

Первое слагаемое правой части формулы (2.6) дает такой вклад в возмущение электронной плотности, обусловленное возмущающим электрическим потенциалом:

$$\delta_1 n_{\mathrm{e}} = -\frac{e n_{\mathrm{e}} \varphi}{\kappa_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{e}}}. \tag{2.7}$$

Соответственно этому возникает следующий статический вклад электронов в продольную диэлектрическую постоянную:

$$\delta_1 \varepsilon_{\mathrm{l,e}} = -\frac{4\pi e \delta_1 n_{\mathrm{e}}}{k^2 \varphi} = \frac{4\pi e^2 n_{\mathrm{e}}}{\kappa_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{e}} k^2} \equiv \frac{1}{k^2 r_{\mathrm{De}}^2}. \tag{2.8}$$

Поскольку первое слагаемое правой части формулы (2.6) обращает в нуль правую часть уравнения (2.5), для функции $\delta\bar{f}$ получаем уравнение

$$\begin{aligned} &- \mathrm{i}(\omega - \mathbf{kV})\, \delta \bar{f} + \mathrm{i}\omega\, \frac{e\varphi}{\kappa_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{e}}}\, f_{\mathrm{M}} = \\ &= J_{\mathrm{ei}}[\delta \bar{f}] + J_{\mathrm{ee}}[f_{\mathrm{M}}, \delta \bar{f}] + J_{\mathrm{ee}}[\delta \bar{f}, f_{\mathrm{M}}]. \end{aligned} \tag{2.9}$$

Далее, поскольку скорость ионного звука мала по сравнению с тепловой скоростью электрона,

$$V_{\mathrm{s}} \ll V_{\mathrm{Te}}, \tag{2.10}$$

то выражение (2.8) с большой точностью представляет собой полный электронный вклад в действительную часть продольной диэлектрической постоянной. Соответствующий вклад ионов составляет [44]

$$\delta\varepsilon_{\mathrm{l,i}} = -\frac{\sum_{\mathrm{i}} \omega_{\mathrm{Li}}^2}{\omega^2} \equiv -\frac{\bar{\omega}_{\mathrm{Li}}^2}{\omega^2} \equiv -\frac{4\pi e^2 n_{\mathrm{e}} Z_{\mathrm{eff}}}{\omega^2 M_{\mathrm{eff}}}, \tag{2.11}$$

где $\omega_{\mathrm{Li}} = (4\pi e_{\mathrm{i}}^2 n_{\mathrm{i}}/M_{\mathrm{i}})^{1/2}$ — ионная ленгмюровская частота. Для частот ионного звука, меньших ионной ленгмюровской, из уравнения

$$\varepsilon_{\mathrm{l}}(\omega, k) = 1 + \delta_1 \varepsilon_{\mathrm{l,e}} + \delta\varepsilon_{\mathrm{l,i}} = 0 \tag{2.12}$$

получаем $\omega = kV_{\mathrm{s}} \equiv k\bar{\omega}_{\mathrm{Li}} r_{\mathrm{De}}$.

Затухание ионного звука определяется уравнением (2.9). Для тепловых электронов, полностью пренебрегая столкновениями, из (2.9) имеем следующее стандартное решение:

$$\delta \bar{f}_{\mathrm{T}} = \left(\frac{P}{\omega - \mathbf{kV}} - \mathrm{i}\pi\delta(\omega - \mathbf{kV})\right) \frac{\omega e\varphi}{\kappa_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{e}}}\, f_{\mathrm{M}}. \tag{2.13}$$

Здесь деление на нуль отвечает результату решения начальной задачи, устанавливающему факт наличия бесстолкновительного затухания Ландау. Формула (2.13) при условии (2.10) позволяет записать следующие выражения для обусловленных тепловыми электронами мнимых вкладов в возмущение электронной плотности и в комплексную продольную диэлектрическую постоянную:

$$\delta_{\mathrm{T}} n_{\mathrm{e}} = -\mathrm{i}\, \frac{e n_{\mathrm{e}} \varphi}{\kappa_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{e}}} \sqrt{\frac{\pi}{2}}\, \frac{\omega}{k V_{\mathrm{Te}}}, \tag{2.14}$$

$$\delta_{\mathrm{T}} \varepsilon_{\mathrm{l,e}}(\omega, k) = \frac{\mathrm{i}}{k^2 r_{\mathrm{De}}^2} \sqrt{\frac{\pi}{2}}\, \frac{\omega}{k V_{\mathrm{Te}}}. \tag{2.15}$$

Формулы (2.8) и (2.15) описывают обычный бесстолкновительный вклад электронов в продольную диэлектрическую постоянную (см., например, [44]).

Теперь пора перейти к рассмотрению столкновительных эффектов в условиях выполнения неравенства (1.1), которое обычно используют для пренебрежения столкновениями. Наше рассмотрение связывается со сравнительно небольшим числом подтепловых электронов, столкновения которых с основной массой тепловых электронов описываются интегралом столкновений (1.17). Обозначая через $\delta\bar{f}_{\mathrm{c}}$ вклад холодных электронов в возмущение электронной функции распределения $\delta\bar{f}$, можем теперь записать уравнение (2.9) в виде

$$-\mathrm{i}(\omega - \mathbf{kV})\, \delta \bar{f}_{\mathrm{c}} + \mathrm{i}\omega\, \frac{e\varphi}{\kappa_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{e}}}\, f_{\mathrm{M}} = J_{\mathrm{ei}}[\delta \bar{f}_{\mathrm{c}}] + J_{\mathrm{ee}}[\delta \bar{f}_{\mathrm{c}}]. \tag{2.16}$$

Для подтепловых электронов со скоростями, меньшими $V_{\bullet}$, роль столкновений является определяющей. Более того, столкновения приводят к тому, что $\delta\bar{f}_{\mathrm{c}}$ слабо отличается от изотропного в пространстве скоростей распределения. В таких условиях решение кинетического уравнения (2.16) представимо в виде суммы

$$\delta \bar{f}_{\mathrm{c}} = \delta \bar{f}_{\mathrm{c,s}} + \delta \bar{f}_{\mathrm{c,a}} \tag{2.17}$$

симметричной и малой антисимметричной частей. При этом последняя определяется условием равенства нулю результата усреднения ее по углам вектора электронной скорости:

$$\langle \delta \bar{f}_{\mathrm{c,a}} \rangle = \int \frac{\mathrm{d}o_{\mathbf{n}}}{4\pi}\, \delta \bar{f}_{\mathrm{c,a}} = 0.$$

Более того, существенная роль столкновений отражается неравенством

$$\delta \bar{f}_{\mathrm{c,s}} \gg \delta \bar{f}_{\mathrm{c,a}}. \tag{2.18}$$

Усреднение по углам уравнения (2.16) дает

$$-\mathrm{i}\omega\, \delta \bar{f}_{\mathrm{c,s}} + \langle \mathrm{i}\mathbf{kV}\, \delta \bar{f}_{\mathrm{c,a}} \rangle + \mathrm{i}\omega\, \frac{e\varphi}{\kappa_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{e}}}\, f_{\mathrm{M}} = J_{\mathrm{ee}}[\delta \bar{f}_{\mathrm{c,s}}]. \tag{2.19}$$

Вычитая это уравнение из (2.16) и используя неравенство (2.18), находим

$$-\mathrm{i}\omega\,\delta\bar{f}_{\mathrm{c,a}} + \mathrm{i}\mathbf{kV}\,\delta\bar{f}_{\mathrm{c,s}} = J_{\mathrm{ei}}[\delta\bar{f}_{\mathrm{c,a}}]\,. \tag{2.20}$$

В правой части последнего уравнения мы пренебрегли вкладом электрон-электронных столкновений по сравнению с вкладом электрон-ионных, поскольку считаем выполненным неравенство

$$\left(\frac{l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]}{\hat{\lambda}}\right)^{1/4} Z_{\mathrm{eff}} \gg 1\,. \tag{2.21}$$

Точное решение уравнения (2.20) имеет следующий простой вид:

$$\delta\bar{f}_{\mathrm{c,a}} = -\frac{\mathrm{i}\mathbf{kV}\,\delta\bar{f}_{\mathrm{c,s}}(V)}{\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]3\sqrt{\pi/2}\,(V_{\mathrm{Te}}^3/V^3) - \mathrm{i}\omega}\,. \tag{2.22}$$

В силу условия (1.10), которое в нашем случае, когда $\hat{\lambda} = 1/k$, имеет вид

$$V < \frac{V_{\mathrm{Te}}}{\left(kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\right)^{1/4}} \equiv V_{\bullet} \ll V_{\mathrm{Te}}\,, \tag{2.23}$$

частотой ω в знаменателе правой части (2.22) можно пренебречь при условии

$$kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}] < \left(\frac{9\pi}{2}\right)^2\left(\frac{M_{\mathrm{i}}}{Zm_{\mathrm{e}}}\right)^2 \approx 7\times 10^8\left(\frac{A_{\mathrm{eff}}}{Z_{\mathrm{eff}}}\right)^2, \tag{2.24}$$

где $A_{\mathrm{eff}} = M_{\mathrm{eff}}/M_{\mathrm{H}}$ и M_{H} — масса протона. Считая последнее легко выполнимое условие удовлетворенным, нетрудно видеть, что согласно (2.22) для подтепловых частиц со скоростями, меньшими $V_{\bullet}$, условие (2.18) выполнено. Это позволяет из уравнения (2.19) получить следующее уравнение для симметричной части возмущения функции распределения:

$$\left(-\mathrm{i}\omega + \frac{k^2V^5 l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]}{9\sqrt{\pi/2}\,V_{\mathrm{Te}}^4}\right)\delta\bar{f}_{\mathrm{c,s}} + \mathrm{i}\,\frac{\omega e\varphi}{\kappa_{\mathrm{B}}T_{\mathrm{e}}}\,f_{\mathrm{M}}(V) = = V_{\mathrm{Te}}^2\nu_{\mathrm{ee}}[V_{\mathrm{Te}}]\,\frac{1}{V^2}\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}V}\left(V^2\,\frac{\mathrm{d}\delta\bar{f}_{\mathrm{c,s}}}{\mathrm{d}V}\right). \tag{2.25}$$

Интересуясь влиянием электрон-ионных столкновений, будем считать малым вклад частоты ω в первое слагаемое левой части уравнения (2.25). Это накладывает следующее условие на скорость подтепловых электронов:

$$V > V_{\mathrm{Te}}\left(\frac{V_{\mathrm{s}}}{V_{\mathrm{Te}}}\,9\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\frac{1}{kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]}\right)^{1/5} \equiv V_{\omega}\,. \tag{2.26}$$

Для того чтобы электроны с такими скоростями оказались подтепловыми столкновительными, необходимо выполнение неравенства

$$V_{\bullet} = V_{\mathrm{Te}}\,\frac{1}{\left(kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\right)^{1/4}} \gg V_{\omega}\,, \tag{2.27}$$

которое сводится к условию

$$\frac{1}{kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]} \gg \frac{Z_{\mathrm{eff}}^2}{A_{\mathrm{eff}}^2}\times 4{,}57\times 10^{-3}\,. \tag{2.28}$$

Поскольку левая часть этого неравенства, согласно (1.1), мала по сравнению с единицей, постольку условие (2.27) может быть выполнено при небольшом отношении $Z_{\mathrm{eff}}/A_{\mathrm{eff}}$.

Считая условие (2.23) выполненным, введем безразмерную переменную

$$\xi = \frac{V^2}{2V_{\mathrm{Te}}^2}\,N^{2/7}\,; \qquad N = \frac{4Z_{\mathrm{eff}}}{9\sqrt{\pi}}\left(kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\right)^2, \tag{2.29}$$

а также используем соотношение

$$\delta\bar{f}_{\mathrm{c,s}}(V) = f_{\mathrm{M}}(V)\,\frac{\mathrm{i}\omega}{\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]}\,\frac{e\varphi}{\kappa_{\mathrm{B}}T_{\mathrm{e}}}\,\frac{9\sqrt{\pi}}{8k^2 l_{\mathrm{ei}}^2[V_{\mathrm{Te}}]}\,N^{5/7}\Psi_{1/2}(\xi)\,. \tag{2.30}$$

Тогда уравнение (2.25) дает

$$L_{\xi}\left[\Psi_{1/2}(\xi)\right] \equiv \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi}\left(\xi^{3/2}\,\frac{\mathrm{d}\Psi_{1/2}(\xi)}{\mathrm{d}\xi}\right) = \xi^3\Psi_{1/2}(\xi) + \sqrt{\xi}\,. \tag{2.31}$$

Это уравнение имеет следующее точное решение [10]:

$$\Psi_{1/2}(\xi) = -\frac{4}{7\xi^{1/4}}\left[K_{1/7}\left(\frac{4}{7}\,\xi^{7/4}\right)\int_0^{\xi}\mathrm{d}\zeta\,\zeta^{1/4}I_{1/7}\left(\frac{4}{7}\,\zeta^{7/4}\right) + I_{1/7}\left(\frac{4}{7}\,\xi^{7/4}\right)\int_{\xi}^{\infty}\mathrm{d}\zeta\,\zeta^{1/4}K\left(\frac{4}{7}\,\zeta^{7/4}\right)\right]. \tag{2.32}$$

Здесь и ниже $K_{\nu}(z)$ и $I_{\nu}(z)$ — функции Бесселя мнимого аргумента. Это решение позволяет записать следующее выражение для возмущения плотности электрическим потенциалом, обусловленное подтепловыми столкновительными электронами [10]:

$$\delta n_{\mathrm{e,c}} = -n_{\mathrm{e}}\,\frac{\mathrm{i}\omega}{\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]}\,\frac{e\varphi}{\kappa_{\mathrm{B}}T_{\mathrm{e}}}\,\frac{Z_{\mathrm{eff}}C_{\varepsilon}}{N^{5/7}}\,, \tag{2.33}$$

где

$$C_{\varepsilon} = \frac{8}{7\sqrt{\pi}}\int_0^{\infty}\mathrm{d}\xi\,\xi^{1/4}K_{1/7}\left(\frac{4}{7}\,\xi^{7/4}\right)\times \int_0^{\xi}\mathrm{d}y\,y^{1/4}I_{1/7}\left(\frac{4}{7}\,y^{7/4}\right) = 0{,}8\,. \tag{2.34}$$

В соответствии с формулами (2.29)–(2.33) неравенство (2.26) можно записать в виде

$$V_{\mathrm{c}} = \frac{\sqrt{2}\,V_{\mathrm{Te}}}{N^{1/7}} > V_{\omega}\,, \tag{2.35}$$

что эквивалентно следующему условию:

$$\frac{1}{\left(kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\right)^{1/4}} > 0{,}21\times Z_{\mathrm{eff}}^{5/12}\left(\frac{Z_{\mathrm{eff}}}{A_{\mathrm{eff}}}\right)^{7/24}. \tag{2.36}$$

Условие $V_{\mathrm{c}} < V_{\bullet}$ сводится к легко выполнимому неравенству

$$\frac{1}{\left(kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\right)^{1/4}} \ll \frac{Z_{\mathrm{eff}}}{45}\,. \tag{2.37}$$

Совместное выполнение условий (2.36) и (2.37) требует выполнения следующего неравенства:

$$Z_{\text{eff}} A_{\text{eff}} \gg 2200\,. \tag{2.38}$$

В частном случае, когда ионы плазмы являются ионами золота ($A_{\text{eff}} = 197$), последнее условие сводится к неравенству $Z_{\text{eff}} \gg 12$.

Соотношение (2.33) приводит нас к следующему вкладу подтепловых электронов в мнимую часть продольной диэлектрической постоянной [10]:

$$\delta\varepsilon_{\text{l, ec}}(\omega, k) = \frac{\mathrm{i}\omega}{\nu_{\text{ei}}[V_{\text{Te}}]}\,\frac{1}{k^2 r_{\text{De}}^2}\,\frac{Z_{\text{eff}} C_\varepsilon}{N^{5/7}}\,. \tag{2.39}$$

В целом, суммируя выражения (2.8), (2.15) и (2.38), получаем следующий электронный вклад в продольную диэлектрическую постоянную плазмы [11]:

$$\delta\varepsilon_{\text{l, e}}(\omega, k) = \frac{1}{k^2 r_{\text{De}}^2}\times \\ \times\left\{1 + \mathrm{i}\,\frac{\omega}{k V_{\text{Te}}}\left[\sqrt{\frac{\pi}{2}} + 2{,}17\left(\frac{Z_{\text{eff}}^2}{k^3 l_{\text{ei}}^3[V_{\text{Te}}]}\right)^{1/7}\right]\right\}. \tag{2.40}$$

Используя формулы (2.11), (2.12) и (2.40), для декремента затухания ионного звука, обусловленного электронами, получаем следующее выражение [11]:

$$\gamma_{\text{e}} = \frac{k V_{\text{s}}^2}{V_{\text{Te}}}\left[\sqrt{\frac{\pi}{8}} + 1{,}1\left(\frac{Z_{\text{eff}}^2}{k^3 l_{\text{ei}}^3[V_{\text{Te}}]}\right)^{1/7}\right]. \tag{2.41}$$

Первое слагаемое в квадратной скобке правой части формулы (2.41) оказывается не больше второго столкновительного тогда, когда

$$1 > \frac{1}{\big(k l_{\text{ei}}[V_{\text{Te}}]\big)} > \frac{0{,}27}{Z_{\text{eff}}^{2/3}}\,. \tag{2.42}$$

В частности, при $Z_{\text{eff}} > 27$ правая часть последнего неравенства оказывается меньше 0,03, что указывает на реальность конкуренции столкновительного и бесстолкновительного эффектов в определении величины затухания ионно-звуковых волн в условиях так называемой бесстолкновительности плазмы (1.1), когда длина волны ионно-звуковых волн мала по сравнению с длиной свободного пробега теплового электрона. Аналитические результаты этого раздела мы сравним с численными результатами ниже.

3. Нелинейное возмущение электронной плотности неоднородной интенсивностью поля накачки. Случай слабого поля

В этом разделе мы перейдем к изложению теории таких явлений, которые обусловлены влиянием воздействующего на плазму электромагнитного поля высокой частоты. При этом в нашем рассмотрении принимается, что частота ω_0 такого поля не только, как это обычно предполагается (см., например, [31, 44]), много больше эффективной частоты столкновений тепловых электронов с ионами,

$$\omega_0 \gg \nu_{\text{ei}}[V_{\text{Te}}]\,,$$

но и много больше соответствующей частоты столкновений подтепловых электронов с характерной скоростью V_{c}:

$$\omega_0 \gg \nu_{\text{ei}}[V_{\text{Te}}]\left(\frac{V_{\text{Te}}}{V_{\text{c}}}\right)^3 \sim \nu_{\text{ei}}[V_{\text{Te}}]\big(k l_{\text{ee}}[V_{\text{Te}}] k l_{\text{ei}}[V_{\text{Te}}]\big)^{3/7}\,. \tag{3.1}$$

В интересующих нас условиях правая часть соотношения (3.1) значительно превышает $\nu_{\text{ei}}[V_{\text{Te}}]$. В этом случае теория воздействия высокочастотного поля на полностью ионизованную плазму позволяет представить электронную функцию распределения в виде суммы

$$f + \tilde{f},$$

где f — мало меняющаяся за период $2\pi/\omega_0$ часть функции распределения, а $\tilde{f}$ — высокочастотная часть.

Запишем напряженность высокочастотного электрического поля в виде

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}\left[\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)\exp(-\mathrm{i}\omega_0 t) + \mathbf{E}^*(\mathbf{r}, t)\exp(\mathrm{i}\omega_0 t)\right], \tag{3.2}$$

где $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ медленно изменяется во времени по сравнению с $\exp(-\mathrm{i}\omega_0 t)$. Обозначим через $V_E = |eE/m\omega_0|$ характерную амплитуду скорости осцилляций электрона в электромагнитном поле. При этом будем считать высокочастотное поле сравнительно слабым, когда выполняется неравенство

$$V_E \ll V_{\text{Te}}\,. \tag{3.3}$$

Тогда для описания мало изменяющейся за период высокочастотного поля функции распределения f можно использовать подход [45, 41], который дает следующее кинетическое уравнение:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{V}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + e\mathbf{E}_0\frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} - J_{\text{ei}}[f] - J_{\text{ee}}[f, f] = \frac{e^2}{4\omega_0^2}\left(\frac{1}{m}\,\frac{\partial|\mathbf{E}|^2}{\partial \mathbf{r}}\,\frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} + \right. \\ + \frac{1}{2}\,\frac{\partial^2 f}{\partial p_k\,\partial p_j}\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}\,\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}\right)(E_k E_j^* + E_k^* E_j) + \\ + (E_k E_j^* + E_k^* E_j)\left\{\frac{1}{m}\,\frac{\partial^2 f}{\partial r_k\,\partial p_j} + \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}\,\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}\right)\frac{\partial^2 f}{\partial p_k\,\partial p_j} - \right. \\ \left.\left. - \frac{\partial}{\partial p_k}\,J_{\text{ei}}\left[\frac{\partial f}{\partial p_j}\right] - J_{\text{ee}}\left[\frac{\partial f}{\partial p_k}\,,\,\frac{\partial f}{\partial p_j}\right]\right\}\right), \tag{3.4}$$

где $\mathbf{E}_0$ — медленно изменяющееся (низкочастотное) электрическое поле.

Уравнение (3.4) несколько сложнее кинетического уравнения (2.1), положенного в основу рассмотрения в разделе 2. Соответственно этому из уравнения (3.4) возникает больше интересных следствий. В данном разделе мы ограничимся случаем $\mathbf{E}_0 = 0$ и рассмотрим то нелинейное воздействие высокочастотного поля на электронное распределение, которое отличает такое распределение от не зависящего от координат и времени максвелловского в квадратичном по напряженности высокочастотного поля приближении, когда

$$f(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) = f_{\text{M}}(p) + \delta f(\mathbf{p})\exp(\mathrm{i}\mathbf{k}\mathbf{r})\,, \\ E_k E_j^* \to E_k E_j^* + \delta(E_k E_j^*)_{\mathbf{k}}\exp(\mathrm{i}\mathbf{k}\mathbf{r})\,. \tag{3.5}$$

При этом изменением во времени E_i и $\delta f(\mathbf{p})$ пренебрежем. Тогда из (3.4) следует уравнение

$$\mathbf{ikV}\,\delta f - J_{\mathrm{ei}}[\delta f] - J_{\mathrm{ee}}[f_{\mathrm{M}}, \delta f] - J_{\mathrm{ee}}]\delta f, f_{\mathrm{M}}] = \\ = \frac{e^2}{4\omega_0^2}\left(-\frac{\mathbf{ikV}}{m\kappa_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{e}}} f_{\mathrm{M}}\,\delta|\mathbf{E}|^2_{\mathbf{k}} + \delta(E_k E_j^* + E_k^* E_j)_{\mathbf{k}} \times \right. \\ \left. \times \left\{\frac{1}{2}\,\mathbf{ikV}\left[-\delta_{kj}\,\frac{1}{m\kappa_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{e}}} + \frac{V_k V_j}{(\kappa_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{e}})^2}\right] f_{\mathrm{M}} + \frac{\partial}{\partial p_k}\,J_{\mathrm{ei}}\left[\frac{V_j f_{\mathrm{M}}}{\kappa_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{e}}}\right]\right\}\right). \tag{3.6}$$

Здесь учтено, что

$$J_{\mathrm{ee}}\left[\frac{\partial f_{\mathrm{M}}}{\partial p_k}, \frac{\partial f_{\mathrm{M}}}{\partial p_j}\right] = 0\,.$$

Подобно тому, как это было проделано в разделе 2, рассмотрим сначала вклад в возмущение электронной плотности тепловых электронов со скоростями $\sim V_{\mathrm{Te}}$. Имея в виду условие (1.1) так называемой бесстолкновительности, пренебрежем в уравнении (3.6) всеми слагаемыми, содержащими интегралы столкновений. Тогда уравнение (3.6) сводится к соотношению

$$\delta_{\mathrm{T}} f = \frac{e^2 f_{\mathrm{M}}}{4\omega_0^2 m\kappa_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{e}}}\left[-\delta|\mathbf{E}|^2_{\mathbf{k}} + \frac{1}{2}\left(-\delta_{rs} + \frac{mV_r V_s}{\kappa_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{e}}}\right) \times \right. \\ \left. \times\,\delta(E_r E_s^* + E_r^* E_s)_{\mathbf{k}}\right]. \tag{3.7}$$

Последнее соотношение позволяет записать следующее выражение:

$$\delta n_{\mathrm{e,T}} = -\frac{e^2 n_{\mathrm{e}}\,\delta|\mathbf{E}|^2_{\mathbf{k}}}{4\omega_0^2 V_{\mathrm{Te}}^2} \tag{3.8}$$

для обусловленного тепловыми электронами нелинейного возмущения плотности числа электронов. Формула (3.8) характеризует то нелинейное возмущение, которое определяется пондеромоторной силой, или силой Миллера [46].

Обратимся теперь к рассмотрению соответствующего вклада, обусловленного подтепловыми электронами со скоростями порядка V_{c} (2.35). В этом случае, во-первых, в правой части (3.6) можно пренебречь всеми слагаемыми, кроме содержащего вклад электрон-ионных столкновений. Удержание такого слагаемого отвечает, в частности, описанию нагрева электронов благодаря обратному тормозному поглощению высокочастотного поля. Во-вторых, для описания подтепловых электронов в (3.6) электрон-электронный интеграл столкновений достаточно использовать в виде (1.17). Тогда имеем

$$\mathbf{ikV}\,\delta f_{\mathrm{c}} - J_{\mathrm{ei}}[\delta f_{\mathrm{c}}] - J_{\mathrm{ee}}[\delta f_{\mathrm{c}}] = \\ = \frac{e^2}{4\omega_0^2 \kappa_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{e}}}\,\delta(E_r E_s^* + E_r^* E_s)_{\mathbf{k}}\,\frac{\partial}{\partial p_r}\,J_{\mathrm{ei}}[V_s f_{\mathrm{M}}]\,. \tag{3.9}$$

При решении уравнения (3.9), подобно тому, как это делалось при решении (2.19), во-первых, снова будем считать выполненным условие (1.3). Во-вторых, представив возмущение функции распределения в виде суммы симметричной и асимметричной частей

$$\delta f_{\mathrm{c}} = \delta f_{\mathrm{c,s}} + \delta f_{\mathrm{c,a}}\,, \tag{3.10}$$

будем считать, что

$$\delta f_{\mathrm{c,s}} \gg \delta f_{\mathrm{c,a}}\,. \tag{3.11}$$

Тогда из уравнения (3.9) следует

$$\mathrm{i}\langle \mathbf{kV}\,\delta f_{\mathrm{c,a}}\rangle - \nu_{\mathrm{ee}}[V_{\mathrm{Te}}] V_{\mathrm{Te}}^2\,\frac{1}{V^2}\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}V}\left(V^2\,\frac{\mathrm{d}\delta f_{\mathrm{c,s}}}{\mathrm{d}V}\right) = \\ = -\sqrt{2\pi}\,\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\,\frac{e^2 V_{\mathrm{Te}}\,\delta|E|^2_{\mathbf{k}}}{4m^2\omega_0^2}\,f_{\mathrm{M}} 4\pi\delta(\mathbf{V})\,, \tag{3.12}$$

$$\mathbf{ikV}\,\delta f_{\mathrm{c,s}} - J_{\mathrm{ei}}[\delta f_{\mathrm{c,a}}] = 3\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\left(\frac{\delta_{rs}}{V^3} - \frac{3V_r V_s}{V^3}\right) \times \\ \times \frac{e^2 f_{\mathrm{M}}}{4m^2\omega_0^2 V_{\mathrm{Te}}^2}\,\delta\left(E_r E_s^* + E_r^* E_s - \frac{2}{3}\,\delta_{rs}|E|^2\right)_{\mathbf{k}}. \tag{3.13}$$

Уравнение (3.13) решается непосредственно:

$$\delta f_{\mathrm{c,a}} = -\frac{\mathbf{ikV}\,\delta f_{\mathrm{c,s}}(V)}{\nu_{\mathrm{ei}}(V_{\mathrm{Te}}) 3\sqrt{\pi/2}\,(V_{\mathrm{Te}}^3/V^3)} + \\ + \frac{1}{3}\left(\delta_{rs} - 3\,\frac{V_r V_s}{V^2}\right)\frac{e^2 f_{\mathrm{M}}}{4m^2\omega_0^2 V_{\mathrm{Te}}^2} \times \\ \times\,\delta\left(E_r E_s^* + E_r^* E_s - \frac{2}{3}\,|E|^2\delta_{rs}\right)_{\mathbf{k}}. \tag{3.14}$$

Первое слагаемое правой части (3.14) мало по сравнению с $\delta f_{\mathrm{c,s}}$. Относительно малости второго слагаемого поговорим позже. Сейчас же заметим, что оно не дает вклада в уравнение (3.12), которое теперь можно записать в следующем виде:

$$\left(\frac{k^2 V^5 l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]}{9\sqrt{\pi/2}\,V_{\mathrm{Te}}^4}\right)\delta f_{\mathrm{c,s}} - V_{\mathrm{Te}}^2 \nu_{\mathrm{ee}}[V_{\mathrm{Te}}]\,\frac{1}{V^2}\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}V}\left(V^2\,\frac{\mathrm{d}\delta f_{\mathrm{c,s}}}{\mathrm{d}V}\right) = \\ = -\sqrt{2\pi}\,\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\,\frac{e^2\,\delta|E|^2_{\mathbf{k}}}{4m^2\omega_0^2}\,f_{\mathrm{M}}\,\frac{V_{\mathrm{Te}}}{V^2}\,\delta(V)\,. \tag{3.15}$$

Это уравнение отличается от (2.25), в частности, своей неоднородной частью. Поэтому, подобно решению уравнения (2.25), представим решение (3.15) в виде

$$\delta f_{\mathrm{c,s}}(V) = f_{\mathrm{M}}(V)\,\frac{9\sqrt{\pi}}{8k^2 l_{\mathrm{ei}}^2[V_{\mathrm{Te}}]}\,\frac{e^2\,\delta|E|^2_{\mathbf{k}}}{4m^2\omega_0^2 V_{\mathrm{Te}}^2}\,F_\delta\left(\frac{V^2}{2V_{\mathrm{Te}}^2}\right). \tag{3.16}$$

Это приводит к следующему соотношению, определяющему возмущение электронной плотности:

$$\delta n_{\mathrm{c}} = n_{\mathrm{e}}\,\frac{Z_{\mathrm{eff}}}{N}\,\frac{e^2\,\delta|E|^2_{\mathbf{k}}}{4m^2\omega_0^2 V_{\mathrm{Te}}^2}\int_0^\infty \mathrm{d}x\,\sqrt{x}\,F_\delta(x)\,. \tag{3.17}$$

Соответственно для функции $F_\delta(x)$ из (3.15) следует уравнение

$$\frac{1}{N}\,L_x\big[F_\delta(x)\big] - x^3 F_\delta(x) = \sqrt{\pi}\,\delta(x)\,. \tag{3.18}$$

Используя замену переменной (2.29) и

$$F_\delta(x) = N^{8/7}\Psi_\delta(\xi)\,, \tag{3.19}$$

получаем

$$L_\xi\big[\Psi_\delta(\xi)\big] - \xi^3\Psi_\delta(\xi) = \sqrt{\pi}\,\delta(\xi)\,. \tag{3.20}$$

Теперь можно сравнить второе слагаемое формулы (3.14) с $\delta f_{c,s}(V)$. Как нетрудно видеть, из (3.16) и (3.19) следует, что $\delta f_{c,s}(V)$ оказывается больше $Z_{\text{eff}} N^{1/7} \gg 1$. Это обосновывает правильность уравнения (3.15), а поэтому и (3.20).

Правая часть уравнения (3.20) отвечает граничному условию

$$\xi^{3/2} \left. \frac{d\Psi_\delta(\xi)}{d\xi} \right|_{\xi \to 0} = \sqrt{\pi}\,. \tag{3.21}$$

Этому граничному условию удовлетворяет ограниченное на бесконечности решение

$$\Psi_\delta(\xi) = -\frac{4\sqrt{\pi}}{\Gamma(1/7)\xi^{1/4}} \left(\frac{2}{7}\right)^{1/7} K_{1/7}\left(\frac{4}{7}\,\xi^{7/4}\right). \tag{3.22}$$

Последнее выражение при учете (3.19) и (3.16) позволяет окончательно найти определяющееся подтепловыми электронами искомое возмущение электронной плотности [7]:

$$\delta n_c = -\frac{e^2 n_e\, \delta|E|^2_{\mathbf{k}}}{4\omega_0^2 m^2 V_{\text{Te}}^2} \frac{Z_{\text{eff}}}{N^{2/7}} \left(\frac{1024}{343}\right)^{1/7} \frac{\Gamma(2/7)\Gamma(3/7)}{\Gamma(1/7)}\,. \tag{3.23}$$

Суммируя вклад тепловых (3.8) и подтепловых (3.23) электронов, получаем для полного нелинейного возмущения электронной плотности следующее выражение [7]:

$$\delta n_e = -\frac{e^2 n_e\, \delta|E|^2_{\mathbf{k}}}{4\omega_0^2 m^2 V_{\text{Te}}^2} \left[1 + \frac{Z_{\text{eff}} C}{\left(k l_{\text{ei}}[V_{\text{Te}}]\right)^{4/7}}\right], \tag{3.24}$$

где

$$C = \left(\frac{5184\pi}{343}\right)^{1/7} \frac{\Gamma(2/7)\Gamma(3/7)}{\Gamma(1/7)} \cong 1{,}73\,. \tag{3.25}$$

Первое слагаемое в правой части формулы (3.24) отвечает пондеромоторному выдавливанию электронов электромагнитным полем, обусловленному силой Миллера [46]. Этот бесстолкновительный вклад оказывается меньше обусловленного обратным тормозным поглощением столкновительного вклада тогда, когда

$$1 \ll k l_{\text{ei}}[V_{\text{Te}}] < 2{,}6 Z_{\text{eff}}^{5/4}\,. \tag{3.26}$$

Последнее соотношение для условий неравенства (1.3) имеет широкую область выполнения. Тем самым показано, что столкновения электронов успешно конкурируют с воздействием силы Миллера на электроны при определении нелинейного электронного возмущения неоднородным электромагнитным полем в условиях (1.1), когда обычно плазма считается бесстолкновительной.

4. Изменение распределения подтепловых электронов плазмы в слабом греющем электромагнитном поле, вызванное обратным тормозным поглощением

В этом разделе речь пойдет о том отличии от распределения Максвелла, которое возникает для медленных подтепловых электронов под воздействием электромагнитного поля, нагревающего плазму. Нас будут интересовать условия, в которых интенсивность греющего плазму поля будет настолько невелика, что, помимо условия (3.3), выполняется условие

$$Z_{\text{eff}} V_E^2 \ll V_{\text{Te}}^2\,. \tag{4.1}$$

Известно, что при выполнении неравенства (3.3) и условия, противоположного неравенству (4.1), распределение нагревающихся благодаря обратному тормозному поглощению электронов по скоростям качественно отличается от распределения Максвелла практически во всем фазовом пространстве скоростей. Тогда вместо распределения Максвелла реализуется распределение Лангдона [47–50]. В рассматриваемом нами пределе достаточно слабого греющего поля (4.1), как мы увидим ниже, отличие от максвелловского распределения возникает для сравнительно небольшой группы подтепловых электронов. Однако это, как можно догадываться на основании материала предыдущих разделов, оказывает существенное влияние на те свойства плазмы, которые определяются медленными подтепловыми электронами.

В этом разделе нас будет интересовать воздействие на плазму греющего высокочастотного поля с пространственно однородной интенсивностью, когда из уравнения (3.4) при отсутствии поля $\mathbf{E}_0$ и при выполнении (1.3) и (3.3) вытекает возможность использования следующего уравнения:

$$\frac{\partial f}{\partial t} - J_{\text{ei}}[f] - J_{\text{ee}}[f,f] = \\ = -\frac{e^2}{4m^2\omega_0^2}\left(E_k E_j^* + E_k^* E_j\right) \frac{\partial}{\partial p_k} J_{\text{ei}}\left[\frac{\partial f}{\partial p_j}\right]. \tag{4.2}$$

Описываемое уравнением (4.2) нестационарное и анизотропное по скоростям распределение электронов становится изотропным за время $\sim \nu_{\text{ei}}^{-1}[V_{\text{Te}}]$ для тепловых электронов, а для существенных для нашего рассмотрения подтепловых электронов со скоростями V изотропизация распределения устанавливается за еще более короткое время $(V/V_{\text{Te}})^3 \nu_{\text{ei}}^{-1}[V_{\text{Te}}]$. Возникающее при этом изотропное распределение удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial f_{0s}}{\partial t} - J_{\text{ee}}[f_{0s}, f_{0s}] = \frac{V_E^2}{3V^2} \frac{\partial}{\partial V}\left(V^2 \nu[V] \frac{\partial f_{0s}}{\partial V}\right), \tag{4.3}$$

где

$$\nu[V] = 3\sqrt{\frac{\pi}{8}}\, \nu_{\text{ei}}[V_{\text{Te}}]\, \frac{V_{\text{Te}}^3}{V^3}\,. \tag{4.4}$$

Уравнение (4.3) возникает как результат усреднения (4.2) по углам вектора скорости электронов.

В условиях слабого поля накачки (4.1) и в предположении медленного нагрева электронов уравнение (4.3) сводится к уравнению

$$J_{\text{ee}}[f_{0s}, f_{0s}] = 0\,,$$

чему отвечает максвелловское распределение электронов по скоростям. Полагая, по крайней мере, для тепловых электронов такое распределение реализующимся, для изменения во времени тепловой скорости (а потому и температуры) электронов получаем из (4.3) следующее уравнение:

$$V_{\mathrm{Te}}\,\frac{\mathrm{d}V_{\mathrm{Te}}}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{6}\,\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]V_E^2\,. \tag{4.5}$$

Отсюда, в частности, следует, что характерное время нагрева тепловых электронов

$$t_{\mathrm{HT}}=\frac{V_{\mathrm{Te}}^2}{V_E^2}\left(\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\right)^{-1} \tag{4.6}$$

в условиях выполнения неравенства (3.3) значительно превышает время их изотропизации $\nu_{\mathrm{ei}}^{-1}[V_{\mathrm{Te}}]$. Для нас специальный интерес представляет распределение по скоростям сравнительно небольшой части подтепловых электронов, на которые из-за их малой скорости поле накачки влияет особенно сильно и распределение которых оказывается отличающимся от максвелловского. При этом электрон-электронный интеграл столкновений описывает, согласно (1.17), столкновения подтепловых электронов с основной массой тепловых частиц. Тогда для функции распределения холодных электронов из (4.3) имеем [27]

$$\frac{\partial f_{0,\,\mathrm{sc}}}{\partial t}-\nu_{\mathrm{ee}}[V_{\mathrm{Te}}]V_{\mathrm{Te}}^2\,\frac{1}{V^2}\,\frac{\partial}{\partial V}\left[V^3\left(\frac{1}{V}\,\frac{\partial f_{0,\,\mathrm{sc}}}{\partial V}+\frac{f_{0,\,\mathrm{sc}}}{V_{\mathrm{Te}}^2}\right)\right]=$$
$$=\sqrt{\frac{\pi}{3}}\,V_E^2\,\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\,\frac{V_{\mathrm{Te}}^3}{V^2}\,\frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{1}{V}\,\frac{\partial f_{0,\,\mathrm{sc}}}{\partial V}\right). \tag{4.7}$$

Когда изменение во времени электронной функции распределения определяется нагревом электронов с характерным временем (4.6), производная по времени функции распределения в (4.7) мала по сравнению со вторым слагаемым. Также мал в условиях (4.1) вклад в изменение во времени правой части (4.7). Соответственно этому наше рассмотрение сводится к квазистационарному рассмотрению, согласно которому из (4.7) имеем следующее уравнение в обыкновенных производных:

$$\frac{1}{V^2}\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}V}\left[V^3\left(\frac{1}{V}\,\frac{\mathrm{d}f_{0,\,\mathrm{sc}}}{\mathrm{d}V}+\frac{f_{0,\,\mathrm{sc}}}{V_{\mathrm{Te}}^2}\right)+\frac{V_{\mathrm{L}}^3}{V}\,\frac{\mathrm{d}f_{0,\,\mathrm{sc}}}{\mathrm{d}V}\right]=0\,, \tag{4.8}$$

где

$$V_{\mathrm{L}}=\left(\sqrt{\frac{\pi}{8}}\,Z_{\mathrm{eff}}V_E^2V_{\mathrm{Te}}\right)^{1/3} \tag{4.9}$$

называют скоростью Лангдона [47]. Условие отсутствия источника электронов при равной нулю скорости отвечает граничному условию

$$\frac{1}{V}\,\frac{\mathrm{d}f_{0,\,\mathrm{sc}}}{\mathrm{d}V}=0\,. \tag{4.10}$$

Удовлетворяющее этому граничному условию решение уравнения (4.8) имеет вид

$$f_{0,\,\mathrm{sc}}(V)=f_{0,\,\mathrm{sc}}(0)\exp\left(-\frac{1}{V_{\mathrm{Te}}^2}\int_0^V\frac{u^4\,\mathrm{d}u}{u^3+V_{\mathrm{L}}^3}\right). \tag{4.10}$$

Имея в виду, что согласно (4.1)

$$V_{\mathrm{L}}^2\ll V_{\mathrm{Te}}^2\,, \tag{4.11}$$

можно использовать выражение [25–27]

$$f_{0,\,\mathrm{sc}}(V)=\frac{n_{\mathrm{e}}}{(2\pi)^{3/2}V_{\mathrm{Te}}^3}\,\exp\left(-\frac{1}{V_{\mathrm{Te}}^2}\int_0^V\frac{u^4\,\mathrm{d}u}{u^3+V_{\mathrm{L}}^3}\right) \tag{4.12}$$

в качестве той функции распределения электронов по скоростям, которая для скоростей, много больших лангдоновской (4.9), отвечает распределению Максвелла, а для скоростей, меньших лангдоновской, описывает распределение

$$f_{0,\,\mathrm{sc}}(V)=\frac{n_{\mathrm{e}}}{(2\pi)^{3/2}V_{\mathrm{Te}}^3}\left(1-\frac{V^5}{5V_{\mathrm{Te}}^2V_{\mathrm{L}}^3}\right). \tag{4.13}$$

Ниже мы также воспользуемся несколько более сложным распределением для подтепловых электронов, когда, согласно (4.12), имеем

$$f_{0,\,\mathrm{sc}}(V)=\frac{n_{\mathrm{e}}}{(2\pi)^{3/2}V_{\mathrm{Te}}^3}\left(1-\frac{1}{V_{\mathrm{Te}}^2}\int_0^V\frac{u^4\,\mathrm{d}u}{u^3+V_{\mathrm{L}}^3}\right). \tag{4.14}$$

Из формул (4.13) и (4.14) непосредственно видно, что они относятся к малой доле электронного распределения подтепловых частиц.

Изложенный в этом разделе материал позволяет сделать важное замечание об условиях применимости результатов разделов 2, 3 к описанию плазмы, находящейся в греющем ее поле высокой частоты. Характерная скорость тех подтепловых электронов, которые определяют рассмотренные в предыдущих разделах слабостолкновительные эффекты, составляет

$$V_{\mathrm{c}}=V_{\mathrm{Te}}\left[\frac{9\sqrt{8\pi}}{Z_{\mathrm{eff}}\left(kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\right)^2}\right]^{1/7}. \tag{4.15}$$

Эта скорость в нашем рассмотрении много меньше тепловой. В то же время из распределения (4.14) видно, что для подтепловых электронов использованное в разделах 2 и 3 максвелловское распределение электронов по скоростям при наличии греющего излучения имеет место только при скоростях, которые много больше скорости Лангдона. Иными словами, результаты этих разделов пригодны, естественно, при отсутствии греющего плазму поля, а при наличии такого поля — лишь при достаточно малых значениях интенсивности греющего плазму поля излучения, когда скорость (4.15) может считаться много большей скорости Лангдона. Это отвечает следующему неравенству, ограничивающему интенсивность греющего поля:

$$\frac{V_E^2}{V_{\mathrm{Te}}^2}\ll\frac{8}{Z_{\mathrm{eff}}^{10/7}\left(kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\right)^{6/7}}\ll 1\,. \tag{4.16}$$

Малость правой части (4.16) указывает на возможность проявления в плазме новых нелинейных закономерностей при весьма слабых греющих плазму полях, когда нарушается условие (4.16), т.е. тогда, когда необходимо учитывать отличие распределения (4.14) от максвелловского и когда скорость Лангдона не является пренебрежимо малой:

$$V_{\mathrm{L}}>V_{\mathrm{c}}\,. \tag{4.17}$$

Два последующих раздела содержат необходимое в этом случае рассмотрение, распространяющее теорию разделов 2 и 3 на случай такого греющего поля, когда существенно проявление изменения распределения подтепловых электронов по скоростям, обусловленное обратным тормозным нагревом.

5. Нелинейное возмущение электронной плотности неоднородной интенсивностью поля накачки. Нелинейный случай не очень слабого поля

Полученное в предыдущем разделе распределение подтепловых электронов (4.13) используем теперь для рассмотрения соответствующего изменения нелинейного возмущения электронной плотности, вызванного наличием пространственно-неоднородного возмущения высокочастотного поля. Поэтому в дополнение к пространственно-однородному возмущению, рассмотренному в предыдущем разделе, добавим пространственно-неоднородную добавку:

$$E_k E_j^* + E_k^* E_j \to E_k E_j^* + E_k^* E_j + \delta(E_k E_j^* + E_k^* E_j)_{\mathbf{k}} \exp(\mathrm{i}\mathbf{kr}) \,. \tag{5.1}$$

Соответственно этому для электронной функции распределения имеем (ср. формулу (3.5))

$$f(\mathbf{p},\mathbf{r},t) = f_{0\mathrm{s}}(p) + \delta f(\mathbf{p}) \exp(\mathrm{i}\mathbf{kr}) \,. \tag{5.2}$$

По аналогии с уравнением (3.6) можем теперь записать:

$$\begin{aligned} \mathrm{i}\mathbf{kV}\,\delta f - J_{\mathrm{ei}}[\delta f] - J_{\mathrm{ee}}[\delta f] = \frac{e^2}{4m^2\omega_0^2} \Bigg\{ \mathrm{i}\mathbf{k}\,\frac{\partial f_{0\mathrm{s}}}{\partial \mathbf{V}}\,\delta|E|^2_{\mathbf{k}} + \\ + \delta(E_k E_j^* + E_k^* E_j)_{\mathbf{k}} \left(\frac{1}{2}\,\mathrm{i}\mathbf{kV}\,\frac{\partial^2 f_{0\mathrm{s}}}{\partial V_k \partial V_j} - \frac{\partial}{\partial V_k}\,J_{\mathrm{ei}}\left[\frac{\partial f_{0\mathrm{s}}}{\partial V_j}\right]\right) - \\ - (E_k E_j^* + E_k^* E_j)\,\frac{\partial}{\partial V_k}\,J_{\mathrm{ei}}\left[\frac{\partial \delta f}{\partial V_j}\right] \Bigg\} \,. \end{aligned} \tag{5.3}$$

Поскольку для тепловых электронов равновесная функция распределения практически не отличается от максвелловского распределения, то из (5.1) следует (3.7) и, соответственно, для возмущения электронной плотности — формула (3.8).

Для подтепловых электронов, скорость которых будем считать малой по сравнению с лангдоновской,

$$V \ll V_{\mathrm{L}} \,, \tag{5.4}$$

можем использовать функцию распределения (4.13). Последнее, в частности, дает

$$\begin{aligned} \frac{e^2}{4m^2\omega_0^2}\,\delta(E_k E_j^* + E_k^* E_j)_{\mathbf{k}}\,\frac{\partial}{\partial V_k}\,J_{\mathrm{ei}}\left[\frac{\partial f_{0\mathrm{s}}}{\partial V_j}\right] = \\ = \frac{e^2\,\delta|E|^2_{\mathbf{k}}}{4m^2\omega_0^2}\,\frac{n_{\mathrm{e}}\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]}{V_{\mathrm{Te}}^2 V_{\mathrm{L}}^3}\,\frac{3}{2\pi} \,. \end{aligned} \tag{5.5}$$

В условиях выполнения неравенства (5.4) электрон-электронный интеграл столкновений в левой части уравнения (5.3) оказывается малым по сравнению с последним слагаемым правой части этого уравнения. Поэтому для столкновительных подтепловых электронов из (5.3) следует

$$\begin{aligned} \mathrm{i}\mathbf{kV}\,\delta f_{\mathrm{c}} - J_{\mathrm{ei}}[\delta f_{\mathrm{c}}] + \frac{e^2}{4m^2\omega_0^2}\,(E_k E_j^* + E_k^* E_j)\,\frac{\partial}{\partial V_k}\,J_{\mathrm{ei}}\left[\frac{\partial \delta f}{\partial V_j}\right] = \\ = -\frac{e^2\,\delta|E|^2_{\mathbf{k}}}{4m^2\omega_0^2}\,\frac{n_{\mathrm{e}}\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]}{V_{\mathrm{Te}}^2 V_{\mathrm{L}}^3}\,\frac{3}{2\pi} \,. \end{aligned} \tag{5.6}$$

Подставляя δf_{c} в виде суммы симметричной и асимметричной функций (ср. формулу (3.10)), а также используя предположение о малости асимметричной функции, из (5.6) получаем следующую систему двух уравнений:

$$\begin{aligned} \mathrm{i}\langle \mathbf{kV}\,\delta f_{\mathrm{c,a}} \rangle - \nu_{\mathrm{ee}}[V_{\mathrm{Te}}]\sqrt{\frac{\pi}{8}}\,V_{\mathrm{Te}}^3 V_E^2 \left(\frac{1}{V^3}\,\frac{\mathrm{d}^2\delta f_{\mathrm{c,s}}}{\mathrm{d}V^2} - \frac{1}{V^4}\,\frac{\mathrm{d}\delta f_{\mathrm{c,s}}}{\mathrm{d}V} \right) = \\ = -\frac{e^2\,\delta|E|^2_{\mathbf{k}}}{4m^2\omega_0^2}\,\frac{3n_{\mathrm{e}}\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]}{2\pi V_{\mathrm{Te}}^2 V_{\mathrm{L}}^3} \,, \end{aligned} \tag{5.7}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{i}\mathbf{kV}\,\delta f_{\mathrm{c,s}} - J_{\mathrm{ei}}[\delta f_{\mathrm{c,a}}] = 3\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}] \left(V_r V_s - \frac{1}{3}\,\delta_{rs} V^2 \right) \frac{V_{\mathrm{Te}}^3}{V} \times \\ \times \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}V} \left(\frac{1}{V^4}\,\frac{\mathrm{d}\delta f_{\mathrm{c,s}}}{\mathrm{d}V} \right) \frac{e^2}{4m^2\omega_0^2} \left(E_r E_s^* + E_r^* E_s - \frac{2}{3}\,\delta_{rs}|E|^2 \right). \end{aligned} \tag{5.8}$$

Решение уравнения (5.8) имеет вид

$$\begin{aligned} \delta f_{\mathrm{c,a}} = -\frac{\mathrm{i}\mathbf{kV}\,\delta f_{\mathrm{c,s}}(V)}{\nu_{\mathrm{ei}}(V_{\mathrm{Te}})3\sqrt{\pi/2}\,(V_{\mathrm{Te}}^3/V^3)} + \frac{V^2}{3} \left(\delta_{rs} - 3\,\frac{V_r V_s}{V^2} \right) \times \\ \times \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}V} \left(\frac{1}{V^4}\,\frac{\mathrm{d}\delta f_{\mathrm{c,s}}}{\mathrm{d}V} \right) \frac{e^2}{4m^2\omega_0^2} \left(E_r E_s^* + E_r^* E_s - \frac{2}{3}\,|E|^2 \delta_{rs} \right). \end{aligned} \tag{5.9}$$

Второе слагаемое в правой части формулы (5.9) оказывается малым по сравнению с $\delta f_{\mathrm{c,s}}$ при условии

$$V_E < V \,. \tag{5.10}$$

Это слагаемое не дает вклада в уравнение (5.7). В результате (5.7) принимает вид (ср. [27])

$$\begin{aligned} \left(\frac{k^2 V^5 l_{\mathrm{ei}}^2[V_{\mathrm{Te}}]}{9\sqrt{\pi/2}\,V_{\mathrm{Te}}^5} \right) \delta f_{\mathrm{c,s}} - \\ - \sqrt{\frac{\pi}{8}}\,V_{\mathrm{Te}}^3 V_E^2 \left(\frac{1}{V^3}\,\frac{\mathrm{d}^2\delta f_{\mathrm{c,s}}}{\mathrm{d}V^2} - \frac{1}{V^4}\,\frac{\mathrm{d}\delta f_{\mathrm{c,s}}}{\mathrm{d}V} \right) = \frac{e^2\,\delta|E|^2_{\mathbf{k}}}{4m^2\omega_0^2}\,\frac{n_{\mathrm{e}}}{V_{\mathrm{Te}}^2 V_{\mathrm{L}}^3} \,. \end{aligned} \tag{5.11}$$

Сделав замену переменных

$$\begin{aligned} V = V_2 x^{1/5} = V_{\mathrm{Te}} \left[\frac{V_E}{V_{\mathrm{Te}}}\,\frac{1}{k l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]}\,\frac{15\sqrt{\pi}}{2} \right]^{1/5} x^{1/5} \,, \\ \delta f_{\mathrm{c,s}}(V) = x^{1/5} \Phi^{(1)}(x)\,\frac{9n_{\mathrm{e}}\,\delta|V_E|^2_{\mathbf{k}}}{10\pi^{3/2} k l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}] V_E^3 V_{\mathrm{Te}}^2} \,, \end{aligned} \tag{5.12}$$

получаем следующее простое дифференциальное уравнение [27]:

$$x^2 \Phi^{(1)\,\prime\prime}_{xx} + x \Phi^{(1)\,\prime}_{x} - \left(\frac{1}{25} + x^2 \right) \Phi^{(1)}(x) = x^{4/5} \,. \tag{5.13}$$

Регулярное на бесконечности решение этого уравнения имеет вид

$$\Phi^{(1)}(x) = C_1 K_{1/5}(x) - I_{1/5}(x)\int_x^{\infty}\frac{dz}{z^{1/5}}\,K_{1/5}(z) - \\ - K_{1/5}(x)\int_0^x \frac{dz}{z^{1/5}}\,I_{1/5}(z)\,. \tag{5.14}$$

Граничное условие $V^{-1}\,d\delta f_{c,s}/dV = 0$, отвечающее отсутствию источника потока частиц в пространстве скоростей при $V = 0$, позволяет найти постоянную C_1, для которой получаем следующее выражение:

$$C_1 = -\frac{1}{2^{1/5}\sqrt{\pi}}\,\Gamma\left(\frac{3}{10}\right)\sin\frac{\pi}{5}\,. \tag{5.15}$$

Формулы (5.12)–(5.15) позволяют найти то возмущение плотности электронов, которое определяется холодными подтепловыми частицами:

$$\delta n_c = -\frac{\delta|V_E|^2_{\mathbf{k}}}{4V^2_{\mathrm{Te}}}\left(\frac{V_{\mathrm{Te}}}{V_E}\right)^{12/5}\frac{C_0}{kl_{\mathrm{ee}}[V_{\mathrm{Te}}]\big(kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\big)^{3/5}}\,, \tag{5.16}$$

где

$$C_0 = -\frac{36}{5}\left(\frac{108}{25\pi}\right)^{1/5}\int_0^{\infty}\frac{dx}{x^{1/5}}\,\Phi^{(1)}(x) = 44\,.$$

Теперь пора уточнить условия применимости полученного решения (5.14) уравнения (5.11) и формулы (5.16). Прежде всего, остановимся на предположении о малости асимметричной части возмущения функции распределения подтепловых электронов по сравнению с симметричной. При этом мы используем тот факт, что характерные скорости электронов, дающих выражение (5.16), оказываются близки к V_2. Тогда условие (5.10) записывается в виде

$$\frac{V^2_E}{V^2_{\mathrm{Te}}} \ll \left(\frac{15\sqrt{\pi}}{2}\right)^{1/2}\frac{1}{\big(kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\big)^{1/2}} \approx \frac{3{,}6}{\big(kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\big)^{1/2}}\,. \tag{5.17}$$

Выполнение этого условия определяет возможность считать малым второе слагаемое (5.9) по сравнению с симметричной частью $\delta f_{c,s}$. Относительная малость первого слагаемого правой части (5.9),

$$\sim\frac{kV^4}{3\sqrt{\pi/2}\,\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]V^3_{\mathrm{Te}}}\,,$$

оправдывается при $V \approx V_2$ тогда, когда выполняется условие

$$\frac{V^2_E}{V^2_{\mathrm{Te}}} \ll \frac{0{,}05}{\big(kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\big)^{1/2}}\,. \tag{5.18}$$

Это условие является более жестким по сравнению с (5.17). Именно его выполнение мы должны иметь в виду, поскольку при выполнении неравенства (5.18) условие (5.17) выполняется автоматически.

Далее, рассматривая условия применимости (5.16), следует также иметь в виду, что характерная скорость электронного распределения должна быть меньше скорости Лангдона, что определяет возможность использования распределения (4.14). Соответственно из условия

$$V_2 < V_{\mathrm{L}} \tag{5.19}$$

следует

$$\frac{V^2_E}{V^2_{\mathrm{Te}}} \geqslant \frac{18}{Z^{10/7}_{\mathrm{eff}}\big(kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\big)^{6/7}}\,. \tag{5.20}$$

Итак, два условия (5.18) и (5.20) ограничивают с двух сторон те значения интенсивности греющего плазму поля, при которых имеет место соотношение (5.16). В то же время одновременное выполнение этих двух условий возможно только тогда, когда выполнено следующее соотношение:

$$Z_{\mathrm{eff}} > \frac{62}{\big(kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\big)^{1/4}}\,. \tag{5.21}$$

Иными словами, помимо выполнения условия бесстолкновительности тепловых электронов (1.1), выражение (5.16) реализуется при достаточно большом заряде ионов.

Полный вклад в возмущение электронной плотности пространственно-неоднородным высокочастотным электромагнитным полем, определяющийся пондеромоторным вкладом тепловых электронов (3.8) и рассмотренным в этом разделе столкновительным вкладом подтепловых электронов, дается следующей формулой [25–27]:

$$\delta n_e = -n_e\,\frac{e^2\,\delta|E|^2_{\mathbf{k}}}{4m^2\omega_0^2 V^2_{\mathrm{Te}}}\times \\ \times\left\{1 + \frac{44}{kl_{\mathrm{ee}}[V_{\mathrm{Te}}]\big(kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\big)^{3/5}}\left(\frac{V_{\mathrm{Te}}}{V_E}\right)^{12/5}\right\}. \tag{5.22}$$

Второе, обусловленное подтепловыми столкновительными электронами слагаемое в фигурной скобке правой части последнего соотношения оказывается больше единицы (случай, отвечающий пондеромоторному эффекту) только при достаточно слабом греющем поле, когда выполнено соотношение

$$\frac{V^2_E}{V^2_{\mathrm{Te}}} < \frac{V^2_{E,\mathrm{d}}}{V^2_{\mathrm{Te}}} \equiv \frac{23}{Z^{5/6}_{\mathrm{eff}}\big(kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\big)^{4/3}}\,. \tag{5.23}$$

Имея в виду ограничение (5.20) на интенсивность греющего плазму излучения со стороны малых значений, нетрудно видеть, что условие (5.23), определяющее возможность пренебрежения пондеромоторным эффектом по сравнению со столкновительным, возможно лишь в условиях

$$Z_{\mathrm{eff}} > 0{,}7\big(kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\big)^{4/5}\,. \tag{5.24}$$

Последнее неравенство, естественно, является более жестким по сравнению с (5.21).

Приведем теперь формулу для нелинейного возмущения электронной плотности неоднородным высокочастотным полем, объединяющую результат рассмотрения этого раздела с результатом раздела 3:

$$\delta n_e = -n_e\,\frac{e^2\,\delta|E|^2_{\mathbf{k}}}{4m^2\omega_0^2 V^2_{\mathrm{Te}}}\times \\ \times\left\{1 + \frac{1{,}73Z^{5/7}_{\mathrm{eff}}/\big(kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\big)^{4/7}}{1 + 0{,}04Z^{12/7}_{\mathrm{eff}}(V_E/V_{\mathrm{Te}})^{12/5}\big(kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\big)^{36/35}}\right\}. \tag{5.25}$$

Согласно этой формуле, нелинейное изменение электронной функции распределения греющихся электронов при малых скоростях, обусловленное обратным тормозным поглощением пространственно-однородного поля излучения, рассмотренное в разделе 4, определяет нелинейное возмущение электронной плотности пространственно-неоднородным полем излучения тогда, когда выполнены неравенства (5.23) и (5.24).

Из формулы (5.25) очевидно, что увеличение слабого греющего поля излучения ведет к уменьшению (подавлению) столкновительного влияния на нелинейное возмущение электронной плотности плазмы. При этом, когда интенсивность греющего поля достигает значения, определяющегося соотношением $V_E = V_{E,\mathrm{d}}$ (см. формулу (5.23)), столкновительное влияние становится меньше пондеромоторного. При таком греющем поле для характерной скорости V_2 имеем

$$(V_2)_\mathrm{d} = \frac{2{,}3}{Z_\mathrm{eff}^{1/12}\big(kl_\mathrm{ei}[V_\mathrm{Te}]\big)^{1/3}} \,. \qquad (5.26)$$

Это выражение значительно превышает амплитуду скорости осцилляций электрона в греющем поле, поскольку

$$\frac{(V_2)_\mathrm{d}}{V_{E,\mathrm{d}}} \cong 0{,}5Z^{1/3}\big(kl_\mathrm{ei}[V_\mathrm{Te}]\big)^{1/3} \gg 1 \,. \qquad (5.27)$$

Поэтому описываемое законом (5.25) полное подавление вклада подтепловых столкновительных электронов в нелинейное возмущение плотности электронов происходит в условиях пригодности разложения интеграла столкновений Больцмана по степеням напряженности высокочастотного поля накачки. Иными словами, такое подавление имеет место в условиях применимости уравнений (4.1) и (5.3), положенных в основу нашего рассмотрения.

6. Влияние греющего высокочастотного поля на слабостолкновительную диссипацию ионно-звуковых волн

В предыдущем разделе мы видели, как в сравнительно слабом высокочастотном греющем электромагнитном поле в условиях (5.19)–(5.21) такое поле нелинейно видоизменяет столкновительный вклад в возмущение электронной плотности, возникающий под влиянием неоднородной интенсивности поля накачки. Этот эффект, обусловленный столкновительными подтепловыми электронами, возникает в условиях (1.1), которые обычно позволяют говорить о бесстолкновительной плазме. В нашем рассмотрении подтепловые электроны являются столкновительными, а слабое по интенсивности греющее поле, в соответствии с формулой (4.14), существенно нелинейно видоизменяет функциональную зависимость распределения подтепловых электронов от скорости. Влияние такого нелинейного изменения распределения электронов на столкновительное поглощение электронами ионно-звуковых волн рассматривается в настоящем разделе на основе аналитической теории [25–27].

Поскольку обсуждаемый нами в этом разделе эффект обусловлен только подтепловыми электронами, то вклад в продольную диэлектрическую постоянную тепловых бесстолкновительных электронов, на распределение которых слабое греющее поле практически не влияет, не претерпевает нелинейного изменения. Поэтому вклад тепловых электронов будем описывать формулами (2.10) и (2.15).

Для подтепловых электронов из уравнения (3.3) при $\mathbf{E}_0 = -\mathrm{grad}\,\varphi$ имеем

$$\begin{aligned} &-\mathrm{i}(\omega - \mathbf{kV})\delta f_\mathrm{c} - J_\mathrm{ee}[\delta f_\mathrm{c}] - J_\mathrm{ei}[\delta f_\mathrm{c}] = \\ &= -\frac{e^2}{4m^2\omega_0^2}(E_k E_j^* + E_k^* E_j)\frac{\partial}{\partial V_k} J_\mathrm{ei}\left[\frac{\partial \delta f}{\partial V_j}\right] + \\ &+ \frac{\mathrm{i}e\varphi\mathbf{kV}}{mV}\frac{\mathrm{d}f_{0\mathrm{s}}(V)}{\mathrm{d}V} \,. \end{aligned} \qquad (6.1)$$

Здесь $f_{0\mathrm{s}}$ описывается формулой (4.14). Помимо этого, в правой части уравнения (6.1) содержится слагаемое, нелинейное по напряженности электрического поля излучения, греющего плазму.

Для описания интересующих нас подтепловых столкновительных электронов используем обычное в нашем рассмотрении разложение

$$\delta f_\mathrm{c} = \delta f_{\mathrm{c,s}} + \delta f_{\mathrm{c,a}} \qquad (6.2)$$

возмущения функции распределения на симметричную и антисимметричную части. При этом будем считать, что

$$\delta f_{\mathrm{a,s}} \ll \delta f_{\mathrm{c,s}} - \frac{e\varphi}{mV}\frac{\mathrm{d}f_{\mathrm{s,c}}}{\mathrm{d}V} \,. \qquad (6.3)$$

Тогда из уравнения (6.1) получаем

$$\begin{aligned} &-\mathrm{i}\omega\,\delta f_{\mathrm{c,s}} + \mathrm{i}\langle\mathbf{kV}\,\delta f_{\mathrm{c,a}}\rangle - J_\mathrm{ee}[\delta f_{\mathrm{c,s}}] = \\ &= \nu_\mathrm{ee}[V_\mathrm{Te}]\sqrt{\frac{\pi}{8}}\,V_\mathrm{Te}^3 V_E^2\left(\frac{1}{V^3}\frac{\mathrm{d}^2\delta f_{\mathrm{c,s}}}{\mathrm{d}V^2} - \frac{1}{V^4}\frac{\mathrm{d}\delta f_{\mathrm{c,s}}}{\mathrm{d}V}\right), \end{aligned} \qquad (6.4)$$

$$\begin{aligned} &-\mathrm{i}\omega\,\delta f_{\mathrm{c,a}} - J_\mathrm{ei}[\delta f_{\mathrm{c,a}}] - \frac{3\sqrt{2\pi}}{4}\,\nu_\mathrm{ei}[V_\mathrm{Te}]\left(|\mathbf{VV}_E|^2 - \frac{1}{3}\,V^2V_E^2\right)\times \\ &\times\frac{V_\mathrm{Te}^3}{V}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}V}\left(\frac{1}{V^4}\frac{\mathrm{d}\delta f_{\mathrm{c,a}}}{\mathrm{d}V}\right) = -\mathrm{i}\mathbf{kV}\left[\delta f_{\mathrm{c,s}} - \frac{e\varphi}{mV}\frac{\mathrm{d}f_{0\mathrm{s}}(V)}{\mathrm{d}V}\right]. \end{aligned} \qquad (6.5)$$

Решение уравнения (6.5) может быть записано непосредственно в следующем виде:

$$\begin{aligned} \delta f_{\mathrm{c,a}} = &-\frac{\mathrm{i}\mathbf{kV}\big[\delta f_{\mathrm{c,s}}(V) - (e\varphi/mV)\,\mathrm{d}f_{\mathrm{c,s}}/\mathrm{d}V\big]}{\nu_\mathrm{ei}[V_\mathrm{Te}]3\sqrt{\pi/2}\,(V_\mathrm{Te}^3/V^3) - \mathrm{i}\omega} + \\ &+\frac{3\sqrt{\pi/8}\;V_\mathrm{Te}^3\nu_\mathrm{ei}[V_\mathrm{Te}]\big(|\mathbf{VV}_E|^2 - (1/3)V^2|V_E|^2\big)}{9\sqrt{\pi/2}\;\nu_\mathrm{ei}[V_\mathrm{Te}](V_\mathrm{Te}/V^3) - \mathrm{i}\omega}\times \\ &\times\frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}V}\left(\frac{1}{V^4}\frac{\mathrm{d}\delta f_{\mathrm{c,s}}}{\mathrm{d}V}\right). \end{aligned} \qquad (6.6)$$

Второе слагаемое в формуле (6.6), во-первых, мало по сравнению с $\delta f_{\mathrm{c,s}}$ в силу малости (V_E^2/V^2), а во-вторых, не дает вклада в уравнение (6.4). Поэтому теперь из (6.4) имеем

$$\begin{aligned} &-\mathrm{i}\omega\,\delta f_{\mathrm{c,s}} + \frac{k^2V^2\big[\delta f_{\mathrm{c,s}} - (e\varphi/mV)\,\mathrm{d}f_{0\mathrm{s}}/\mathrm{d}V\big]}{3\big\{\nu_\mathrm{ei}[V_\mathrm{Te}]3\sqrt{\pi/2}\,(V_\mathrm{Te}^3/V^3) - \mathrm{i}\omega\big\}} - \\ &-\sqrt{\frac{\pi}{8}}\,\nu_\mathrm{ei}[V_\mathrm{Te}]V_E^2\left(\frac{V_\mathrm{Te}^3}{V^3}\frac{\mathrm{d}^2\delta f_{\mathrm{c,s}}}{\mathrm{d}V^2} - \frac{V_\mathrm{Te}^3}{V^4}\frac{\mathrm{d}\delta f_{\mathrm{c,s}}}{\mathrm{d}V}\right) - \\ &-\nu_\mathrm{ee}[V_\mathrm{Te}]\,\frac{V_\mathrm{Te}^2}{V^2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}V}\left(V^2\frac{\mathrm{d}\delta f_{\mathrm{c,s}}}{\mathrm{d}V}\right) = 0 \,. \end{aligned} \qquad (6.7)$$

Для того чтобы с помощью уравнения (6.7) выявить роль подтепловых электронов со скоростями порядка и меньше лангдоновской, сделаем замену переменной:

$$\zeta = \frac{V}{V_{\rm L}}\,, \qquad \delta f_{\rm c,\,s}(V) = F_{\rm L}(\zeta)\,. \tag{6.8}$$

Тогда уравнение (6.7) можно записать в виде

$$\begin{aligned} &-\mathrm{i}\omega\,\frac{9\sqrt{\pi/2}\,\nu_{\rm ei}[V_{\rm Te}]}{k^2V^2}\left(\frac{V_{\rm Te}}{V}\right)^5 F_{\rm L}(\zeta) + \\ &+\zeta^5\left[F_{\rm L}(\zeta)+\frac{en_{\rm e}\varphi}{\kappa_{\rm B}T_{\rm e}}\,\frac{1}{(2\pi)^{3/2}V_{\rm Te}^3}\,\frac{\zeta^3}{\zeta^3+1}\right]\times \\ &\times\left[1-\mathrm{i}\,\frac{\omega\zeta^3}{\nu_{\rm ei}[V_{\rm Te}]3\sqrt{\pi/2}}\left(\frac{V_{\rm L}}{V_{\rm Te}}\right)^3\right]^{-1} - \\ &-\mu^{7/3}\left[\frac{1}{\zeta^2}\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\zeta}\left(\zeta^2\,\frac{\mathrm{d}F_{\rm L}}{\mathrm{d}\zeta}\right)+\frac{1}{\zeta^3}\,\frac{\mathrm{d}^2F_{\rm L}}{\mathrm{d}\zeta^2}-\frac{1}{\zeta^4}\,\frac{\mathrm{d}F_{\rm L}}{\mathrm{d}\zeta}\right]=0\,, \end{aligned} \tag{6.9}$$

где

$$\mu \cong \frac{5}{Z_{\rm eff}^{10/7}\big(kl_{\rm ei}[V_{\rm Te}]\big)^{6/7}}\,\frac{V_{\rm Te}^2}{V_E^2}\,. \tag{6.10}$$

Приближенно решая уравнение (6.9), прежде всего примем, что

$$1 \gg \frac{\omega}{\nu_{\rm ei}[V_{\rm Te}]3\sqrt{\pi/2}}\left(\frac{V_{\rm L}}{V_{\rm Te}}\right) \approx 4\times10^{-3}\,\frac{Z_{\rm eff}^{3/2}}{A_{\rm eff}^{1/2}}\,kl_{\rm ei}[V_{\rm Te}]\,\frac{V_E^2}{V_{\rm Te}^2}\,. \tag{6.11}$$

Это позволяет пренебречь в знаменателе второго слагаемого уравнения (6.9) выражением, пропорциональным частоте ω. Далее, напомним, что согласно (4.17) рассматриваемое нами влияние обратного тормозного поглощения на изменение распределения может проявляться только при нарушении левой части неравенства (4.16), что отвечает $\mu \gg 1$. Поэтому, стремясь рассмотреть противоположный предел, примем

$$\mu \ll 1\,. \tag{6.12}$$

В этом пределе можно пренебречь дифференциальным оператором в (6.9), что позволяет непосредственно записать решение возникающего при этом элементарного уравнения. Такое решение имеет следующий простой вид:

$$\begin{aligned} F_{\rm L}(\zeta) = &-\frac{e\varphi n_{\rm e}}{\kappa_{\rm B}T_{\rm e}}\,\frac{1}{(2\pi)^{3/2}V_{\rm Te}^3}\times \\ &\times\left\{\frac{\zeta^3}{1+\zeta^3}+\frac{1}{\zeta^2(1+\zeta^3)}\,\frac{\mathrm{i}\omega}{kV_{\rm Te}}\,\frac{9\sqrt{\pi/2}}{kl_{\rm ei}[V_{\rm Te}]}\left(\frac{V_{\rm Te}}{V_{\rm L}}\right)^5\right\} \end{aligned} \tag{6.13}$$

при условии выполнения неравенства

$$\frac{\omega}{kV_{\rm Te}}\,\frac{9\sqrt{\pi/2}}{kl_{\rm ei}[V_{\rm Te}]}\left(\frac{V_{\rm Te}}{V_{\rm L}}\right)^5 \ll 1\,. \tag{6.14}$$

Действительная часть формулы (6.13) после ее интегрирования по области скоростей подтепловых электронов дает вклад в действительную часть возмущения плотности, который является пренебрежимо малым по сравнению с бесстолкновительным вкладом тепловых электронов (2.7). Напротив, мнимая часть формулы (6.13) дает интересующий нас, обусловленный подтепловыми электронами столкновительный диссипативный вклад

$$\delta n_{\rm e,\,c} = -\frac{e\varphi n_{\rm e}}{\kappa_{\rm B}T_{\rm e}}\,\frac{\mathrm{i}\omega}{kV_{\rm Te}}\,\frac{4\sqrt{3}\,\pi^{2/3}}{kl_{\rm ei}[V_{\rm Te}]}\,\frac{1}{Z_{\rm eff}^{2/3}}\left(\frac{V_{\rm Te}}{V_E}\right)^{4/3}, \tag{6.15}$$

описывающий конкуренцию влияния столкновений и черенковского эффекта, отвечающего бесстолкновительному вкладу в возмущение плотности (2.14).

Формула (6.15) совместно с (2.7) и (2.14) позволяет теперь записать следующее выражение для электронного вклада тепловых и подтепловых электронов в продольную диэлектрическую постоянную плазмы [25, 27]:

$$\begin{aligned} &\delta\varepsilon_{\rm l,\,e}(\omega,k) = \\ &= \frac{1}{k^2r_{\rm De}^2}\left(1+\frac{\mathrm{i}\omega}{kV_{\rm Te}}\left\{\sqrt{\frac{\pi}{2}}+\frac{4\sqrt{3}\,\pi^{2/3}}{kl_{\rm ei}[V_{\rm Te}]}\,\frac{1}{Z_{\rm eff}^{2/3}}\left(\frac{V_{\rm Te}}{V_E}\right)^{4/3}\right\}\right). \end{aligned} \tag{6.16}$$

Столкновительная диссипация оказывается более существенной, чем черенковская, только при сравнительно небольших интенсивностях поля греющего плазму излучения, когда

$$\frac{V_E^2}{V_{\rm Te}^2} < \frac{41}{Z_{\rm eff}\big(kl_{\rm ei}[V_{\rm Te}]\big)^{3/2}}\,. \tag{6.17}$$

Поскольку правая часть последнего неравенства весьма мала, то столкновительная диссипация становится несущественной при воздействии на плазму греющего поля весьма слабой интенсивности.

В условиях выполнения неравенства (6.17) правая часть (6.11) оказывается меньше, чем

$$0{,}016\left(\frac{Z_{\rm eff}}{A_{\rm eff}}\right)^{1/2}\frac{1}{\sqrt{kl_{\rm ei}[V_{\rm Te}]}}\,,$$

что делает неравенство (6.11) в условиях (1.1) всегда выполнимым.

Нам необходимо установить возможность сделанного выше предположения (6.14). Для этого заметим, что сравнение формул (6.16) и (2.40) указывает на то, что нелинейный столкновительный вклад в (6.16) подавляет линейный столкновительный вклад в (2.40), т.е. вместо (2.40) следует использовать (6.16) в случае, когда интенсивность греющего поля становится достаточно сильной:

$$\frac{V_E^2}{V_{\rm Te}^2} > \frac{18}{Z_{\rm eff}^{10/7}\big(kl_{\rm ei}[V_{\rm Te}]\big)^{6/7}}\,. \tag{6.18}$$

Тогда левая часть неравенства (6.14) оказывается меньше, чем

$$5\times10^{-3}\sqrt{\frac{Z_{\rm eff}}{A_{\rm eff}}}\,Z_{\rm eff}^{10/7}\big(kl_{\rm ei}[V_{\rm Te}]\big)^{3/7}\,. \tag{6.19}$$

С другой стороны, одновременное выполнение неравенств (6.17) и (6.18) налагает условие

$$kl_{\rm ei}[V_{\rm Te}] \ll 3{,}6Z_{\rm eff}^{2/3}\,.$$

Тогда выражение (6.19), а поэтому и левая часть неравенства (6.14), оказывается много меньше следующего выражения:

$$0{,}0086\sqrt{\frac{Z_{\text{eff}}}{A_{\text{eff}}}}\,Z_{\text{eff}} < \frac{Z_{\text{eff}}}{166}\,.$$

Последнее обеспечивает выполнение условия (6.14) и делает обоснованным решение (6.13), а поэтому и соотношений (6.15) и (6.16).

Используя формулы (2.11), (2.12) и (6.16), получаем для электронного вклада в декремент затухания ионно-звуковых волн следующее выражение [25, 26]:

$$\gamma = \frac{kV_{\text{s}}^2}{V_{\text{Te}}}\left\{\sqrt{\frac{\pi}{8}} + \frac{2\sqrt{3}\,\pi^{2/3}}{kl_{\text{ei}}[V_{\text{Te}}]}\,\frac{1}{Z_{\text{eff}}^{2/3}}\left(\frac{V_{\text{Te}}}{V_E}\right)^{4/3}\right\}. \qquad (6.20)$$

Качественное отличие этого выражения от формулы (2.41) обусловлено его нелинейной зависимостью от греющего поля.

В заключение этого раздела приведем итоговую для разделов 2 и 6 формулу, описывающую слабостолкновительный электронный вклад в продольную диэлектрическую постоянную при $\omega \ll kV_{\text{Te}}$:

$$\delta\varepsilon_{\text{l,e}}(\omega,k) = \frac{1}{k^2r_{\text{De}}^2}\left[1 + \text{i}\,\frac{\omega}{kV_{\text{Te}}}\left(\sqrt{\frac{\pi}{2}} + 2{,}17\left(\frac{Z_{\text{eff}}^2}{k^3l_{\text{ei}}^3[V_{\text{Te}}]}\right)^{1/7}\times\right.\right.$$
$$\times\left\{1 + 2{,}17\left(\frac{Z_{\text{eff}}^2}{k^3l_{\text{ei}}^3[V_{\text{Te}}]}\right)^{1/7}\times\right.$$
$$\left.\left.\left.\times\left[\frac{4\sqrt{3}\,\pi^{2/3}}{Z_{\text{eff}}^{2/3}kl_{\text{ei}}[V_{\text{Te}}]}\left(\frac{V_{\text{Te}}}{V_E}\right)^{4/3}\right]^{-1}\right\}^{-1}\right)\right]. \qquad (6.21)$$

Для весьма малых интенсивностей греющего электромагнитного поля формула (6.21) переходит в (2.40). Если же интенсивность греющего поля заведомо удовлетворяет условию (6.18), то (6.21) переходит в (6.16).

7. Филаментационная неустойчивость слабостолкновительной плазмы

Этот раздел мы посвятим филаментационной неустойчивости электромагнитного излучения в полностью ионизованной слабостолкновительной плазме. В основу нашего изложения теории такой неустойчивости кладется материал разделов 3 и 5. Рассматривая для иллюстрации эту неустойчивость в пространственно-однородной плазме, будем интересоваться неустойчивостью греющего плазму излучения, которому в формуле (3.2) поставим в соответствие

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) \to \mathbf{E}\exp(\text{i}\mathbf{k}_0\mathbf{r})\,. \qquad (7.1)$$

При этом частота греющего поля ω_0 и волновой вектор $\mathbf{k}_0$ связаны соотношением

$$\omega_0^2 = \omega_{\text{Le}}^2 + c^2k_0^2\,, \qquad (7.2)$$

где $\omega_{\text{Le}} = \sqrt{4\pi e^2 n_{\text{e0}}/m_{\text{e}}}$ — ленгмюровская электронная частота, а c — скорость света.

Филаментационная неустойчивость отвечает возникновению наряду с греющим плазму полем (7.1) также поля возмущения, соответствующего

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) \to \mathbf{E}\exp(\text{i}\mathbf{k}_0\mathbf{r}) + \big[\delta\mathbf{E}_+(\mathbf{r})\exp(\text{i}\mathbf{k}\mathbf{r}) +$$
$$+\,\delta\mathbf{E}_-(\mathbf{r})\exp(-\text{i}\mathbf{k}\mathbf{r})\big]\exp(\text{i}\mathbf{k}_0\mathbf{r})\,. \qquad (7.3)$$

Зависимость $\delta\mathbf{E}_\pm$ только от координат соответствует стационарной постановке задачи о филаментационной неустойчивости, когда развитие неустойчивости рассматривается в пространстве. Неустойчивость отвечает нарастанию в пространстве филаментационных возмущений. Удерживая лишь линейные слагаемые по полю возмущения, имеем

$$\big|\mathbf{E}(\mathbf{r},t)\big|^2 \to |\mathbf{E}_0|^2 + \delta|\mathbf{E}|^2_{\mathbf{k}}\exp(\text{i}\mathbf{k}\mathbf{r}) + \delta|\mathbf{E}|^2_{-\mathbf{k}}\exp(-\text{i}\mathbf{k}\mathbf{r}) \equiv$$
$$\equiv |\mathbf{E}_0|^2 + (\mathbf{E}_0^*\,\delta\mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_0\,\delta\mathbf{E}_-^*)\exp(\text{i}\mathbf{k}\mathbf{r}) +$$
$$+\,(\mathbf{E}_0\,\delta\mathbf{E}_+^* + \mathbf{E}_0^*\,\delta\mathbf{E}_-)\exp(-\text{i}\mathbf{k}\mathbf{r})\,. \qquad (7.4)$$

Имея в виду следствие уравнений Максвелла

$$\Delta\mathbf{E} + \frac{\omega_0^2}{c^2}\left\{1 - \frac{\omega_{\text{Le}}^2}{\omega_0^2}\left[1 + \frac{\delta n(\mathbf{r})}{n_{\text{e0}}}\right]\right\}\mathbf{E} = 0\,, \qquad (7.5)$$

где

$$\delta n(\mathbf{r}) = \delta n_{\mathbf{k}}\exp(\text{i}\mathbf{k}\mathbf{r}) + \delta n_{-\mathbf{k}}\exp(-\text{i}\mathbf{k}\mathbf{r})\,,$$

примем далее, что вектор $\mathbf{k}_0$ направлен вдоль оси z, а вектор $\mathbf{k}$ ортогонален этому направлению. Тогда, считая изменение $\delta\mathbf{E}_\pm$ малым на расстоянии $\lambda\!\!\!^-_0 = 1/k_0$, получаем из (7.5) следующие укороченные уравнения:

$$\left(2\text{i}k_0\,\frac{\text{d}}{\text{d}z} - k^2\right)\delta\mathbf{E}_\pm = \frac{\omega_{\text{Le}}^2\,\delta n_{\pm\mathbf{k}}}{c^2 n_{\text{e0}}}\,\mathbf{E}\,. \qquad (7.6)$$

В соответствии с результатами разделов 3 и 5 имеем

$$\frac{\delta n_{\pm\mathbf{k}}}{n_{\text{e0}}} = -\frac{e^2\,\delta|\mathbf{E}|^2_{\pm\mathbf{k}}}{4m_0^2\omega_0^2V_{\text{Te}}^2}\big[1 + F(k)\big]\,, \qquad (7.7)$$

где

$$F(k) =$$
$$= \frac{1{,}73Z_{\text{eff}}^{5/7}}{\big(kl_{\text{ei}}[V_{\text{Te}}]\big)^{4/7}\big[1 + 0{,}04Z_{\text{eff}}^{12/7}(V_E/V_{\text{Te}})^{12/5}\big(kl_{\text{ei}}[V_{\text{Te}}]\big)^{36/35}\big]}\,. \qquad (7.8)$$

Используя формулу (7.4), из (7.6) получаем систему двух уравнений:

$$\left(2\text{i}k_0\,\frac{\text{d}}{\text{d}z} - k^2\right)(\mathbf{E}^*\,\delta\mathbf{E}_+) =$$
$$= -\frac{\omega_{\text{Le}}^2V_E^2(1+F)}{4c^2V_{\text{Te}}^2}(\mathbf{E}^*\,\delta\mathbf{E}_+ + \mathbf{E}\,\delta\mathbf{E}_-^*)\,,$$
$$\left(-2\text{i}k_0\,\frac{\text{d}}{\text{d}z} - k^2\right)(\mathbf{E}\,\delta\mathbf{E}_-^*) =$$
$$= -\frac{\omega_{\text{Le}}^2V_E^2(1+F)}{4c^2V_{\text{Te}}^2}(\mathbf{E}^*\,\delta\mathbf{E}_+ + \mathbf{E}\,\delta\mathbf{E}_-^*)\,, \qquad (7.9)$$

где V_E — абсолютная величина амплитуды скорости осцилляций электрона в поле накачки. Решение этой системы имеет следующую координатную зависимость:

$$\exp Gz\,. \tag{7.10}$$

Здесь коэффициент пространственного усиления G определяется соотношением

$$G^2 = \frac{1}{4k_0^2}\left\{-k^4 + \frac{\omega_{\mathrm{Le}}^2 V_E^2 k^2}{2c^2 V_{\mathrm{Te}}^2}\left[1 + F(k)\right]\right\}. \tag{7.11}$$

Формулу (7.11) целесообразно переписать в несколько других обозначениях, что упростит ее сравнение с теоретическими результатами, полученными в различных работах. Однако перед этим необходимо сделать некоторое отступление от последовательности нашего изложения. Следует напомнить, что ранее обычно рассматривались две качественно различающиеся причины возникновения филаментации излучения в полностью ионизованной плазме [51, 52]. Одна из них связана с пондеромоторной силой (или силой Миллера), выталкивающей электроны плазмы из области сильного электромагнитного поля, что способствует увеличению интенсивности поля в области возникающего разрежения. Другая причина отождествляется с тепловым механизмом. Он заключается в том, что благодаря обратному тормозному поглощению излучения возрастает температура плазмы, и в условиях приблизительно постоянного давления это ведет к уменьшению плотности электронов, что снова способствует увеличению интенсивности поля. При этом в условиях теплового механизма возрастание температуры греющихся электронов пропорционально высокочастотной проводимости

$$\sigma_{\mathrm{hf}} = \frac{e^2 n_{\mathrm{e}}}{m_{\mathrm{e}}\omega_0^2}\,\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}] \tag{7.12}$$

и обратно пропорционально коэффициенту электронной теплопроводности, который в пределе $Z_{\mathrm{eff}} \gg 1$ имеет вид (1.27). Возникающий при учете пондеромоторного и теплового механизмов аналог формулы (7.11) записывается как

$$G^2 = \frac{1}{4k_0^2}\left[-k^4 + \frac{\omega_{\mathrm{Le}}^2}{c^2}\left(\frac{k^2 V_E^2}{2V_{\mathrm{Te}}^2} + \frac{\sigma_{\mathrm{hf}}|\mathbf{E}|^2}{\chi_{\mathrm{SH}} T_{\mathrm{e}}}\right)\right]. \tag{7.13}$$

В течение нескольких лет работы по теории филаментации в условиях (1.1) связывались с надеждами описания макроскопических движений в слабостолкновительной плазме на основе представления о нелокальной теплопроводности, с помощью которого обобщенный закон Фурье – Фика для пространственной зависимости возмущения температуры $\sim \delta T \exp(\mathrm{i}\mathbf{kr})$ записывается в виде (1.25). Соответственно этой формуле имеем следующее обобщение закономерности (7.13):

$$G^2 = \frac{1}{4k_0^2}\left\{-k^4 + \frac{\omega_{\mathrm{Le}}^2}{c^2}\left[\frac{k^2 V_E^2}{2V_{\mathrm{Te}}^2} + \frac{\sigma_{\mathrm{hf}}|\mathbf{E}|^2}{\chi(k) T_{\mathrm{e}}}\right]\right\}. \tag{7.14}$$

Связывая результат (7.11) с представлением о нелокальной теплопроводности, можно переписать (7.11) в виде (7.14), если принять

$$\chi(k) = \chi_{\mathrm{SH}}\,\frac{3\pi}{64k^2\left(l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\right)^2 F(k)}\,. \tag{7.15}$$

Обобщением формул (1.21) и (7.15), осуществляющим интерполяционную зависимость от величины волнового вектора k при переходе от слабостолкновительных условий (1.1) к сильностолкновительным условиям $kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}] \ll 1$, является соотношение

$$\chi(k) = \frac{\chi_{\mathrm{SH}}}{\Xi(k)}\,, \tag{7.16}$$

где

$$\Xi(k) = 1 + \frac{64}{3\pi}\left(kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\right)^2 F(k) \cong$$
$$\cong 1 + \frac{12\left(kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\right)^{10/7}}{1 + 0{,}04 Z_{\mathrm{eff}}^{12/7}(V_E/V_{\mathrm{Te}})^{12/5}\left(kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\right)^{36/35}}\,. \tag{7.17}$$

До работы [7], посвященной аналитической теории филаментации излучения в слабостолкновительной плазме, был целый ряд зарубежных теоретических исследований в этой области, основанных на численном решении кинетического уравнения Больцмана. Эти работы рассматривали лишь линейную теорию, в которой не было выявлено нелинейной зависимости (7.17) от интенсивности испытывающего филаментацию греющего поля. Иными словами, результаты зарубежных работ могут относиться лишь к слабым интенсивностям греющего плазму излучения, когда

$$Z_{\mathrm{eff}}\,\frac{V_E^2}{V_{\mathrm{Te}}^2} < \frac{15}{Z_{\mathrm{eff}}^{3/7}(kl_{\mathrm{ei}})^{6/7}} \ll 1\,. \tag{7.18}$$

Для таких слабых полей формула (7.17) имеет вид

$$\Xi_0(k) = 1 + a\left(\sqrt{Z_{\mathrm{eff}}}\,kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\right)^{\alpha}. \tag{7.19}$$

При этом, согласно формуле (7.17), имеем следующий результат аналитической теории: $a \cong 12$, $\alpha = 10/7 \cong 1{,}43$ [7].

В зарубежных исследованиях, основанных на решении уравнения Больцмана, приводились различные значения показателя α. Первое такое значение в работе [38], равное 2, связано с приближением Паде – Бореля (1.30), которое отвечает возникновению при использовании метода Гильберта – Чепмена – Энскога поправок к коэффициенту теплопроводности порядка $\left(kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\right)^2$ (см., например, [38, 39]). Далее, приведем здесь значения показателя α, полученные в специальных работах по численному решению уравнения Больцмана: $\alpha = 4/3$ [1], $\alpha = 1$ [2], $\alpha = 1{,}148$ [15], $\alpha = 1{,}15$ [16], наконец, $\alpha = 1{,}44$ и $a \cong 12$ в работе [6]. Численный результат [6] наиболее близок к аналитическому результату [7]. После появления аналитической теории филаментационной неустойчивости [7] работы по численному моделированию решений уравнения Больцмана применительно к этой задаче представлялись не столь уж необходимыми. Этим, в частности, можно объяснить отсутствие численных исследований для интенсивностей греющего излучения, нарушающих неравенство (7.18), т.е. в случае, когда лангдоновская скорость мала по сравнению с тепловой скоростью электрона. В этом смысле можно с уверенностью говорить об отсутствии в мировой литературе аналогов нелинейной закономерности (7.8), которая описывает подавление столкновительного влияния на явление филаментации благодаря сравнительно слабым полям накачки.

Рассмотрим далее закономерности для тех значений интенсивности поля накачки, которые отвечают порогу филаментационной неустойчивости. Считая равным L размер области плазмы, в которой вдоль оси z развивается нарастание филаментационных возмущений, определим, как обычно, порог условием

$$G_{\max} L = 2\pi \,. \tag{7.20}$$

Для сравнения с обычной теорией рассмотрим сначала следствия подхода, который не учитывает рассматриваемых нами слабостолкновительных эффектов, когда имеет место соотношение (7.13). Тогда для волнового вектора, при котором коэффициент пространственного усиления максимален, имеем

$$k_{\max}^2 = \frac{\omega_{\mathrm{Le}}^2 V_E^2}{4c^2 V_{\mathrm{Te}}^2}\,, \tag{7.21}$$

а для максимального коэффициента усиления получаем

$$G_{\max}^2 = \frac{\omega_{\mathrm{Le}}^2 V_{\mathrm{Te}}^2}{64 c^2 k_0^2 V_{\mathrm{Te}}^2} \left\{ \frac{\omega_{\mathrm{Le}}^2 V_E^2}{c^2 V_{\mathrm{Te}}^2} + \frac{3\pi}{8\big(l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\big)^2} \right\}. \tag{7.22}$$

В соответствии с последней формулой обычно принимается, что тепловой механизм сильностолкновительной плазмы является определяющим при

$$\frac{3\pi}{8}\,\frac{c^2}{\omega_{\mathrm{Le}}^2} \gg \frac{V_E^2}{V_{\mathrm{Te}}^2}\big(l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\big)^2 \tag{7.23}$$

для достаточно малых длин свободного пробега. При этом, согласно формуле (7.20), для порога филаментационной неустойчивости имеем

$$\frac{V_{E,\mathrm{th}}^2}{V_{\mathrm{Te}}^2} = \frac{2048\pi c^2 k_0^2 \big(l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\big)^2}{3\omega_{\mathrm{Le}}^2 L^2}\,. \tag{7.24}$$

Неравенство (7.23) при этом принимает вид

$$L > \frac{128}{3}\, k_0 \big(l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\big)^2\,. \tag{7.25}$$

В пределе, противоположном неравенству (7.23), когда определяющим филаментацию считается пондеромоторный механизм, для порога филаментационной неустойчивости имеем

$$\frac{V_{E,\mathrm{th}}^2}{V_{\mathrm{Te}}^2} = \frac{16\pi c^2 k_0^2}{\omega_{\mathrm{Le}}^2 (L k_0)}\,. \tag{7.26}$$

Обратимся теперь к тем следствиям теории слабостолкновительной плазмы, которые отвечают явлению филаментации излучения и позволяют описать переход от пондеромоторного механизма к тепловому более последовательно по сравнению с закономерностью (7.14), обозначившей только два соответствующих предела. Для этого используем формулы (7.14)–(7.17), которые позволяют записать следующее соотношение для пространственного коэффициента филаментационной неустойчивости:

$$G^2 = \frac{1}{4k_0^2}\left\{ -k^4 + \frac{\omega_{\mathrm{Le}}^2 V_E^2 k^2}{2c^2 V_{\mathrm{Te}}^2}\left[1 + F(k) + \frac{3\pi}{64\big(k l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\big)^2} \right] \right\}. \tag{7.27}$$

В пределе слабой интенсивности поля накачки (7.18) и при выполнении условия (1.1), т.е. условия слабостолкновительности, формула (7.27) дает

$$G^2 = \frac{1}{4k_0^2}\left\{ -k^4 + \frac{\omega_{\mathrm{Le}}^2 V_E^2 k^2}{2c^2 V_{\mathrm{Te}}^2}\left[1 + \frac{1{,}73 Z_{\mathrm{eff}}^{5/7}}{\big(k l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\big)^{4/7}} \right] \right\}. \tag{7.28}$$

Описываемый нами слабостолкновительный эффект превалирует над пондеромоторным (а также и над обычным тепловым), если

$$2{,}6 Z_{\mathrm{eff}}^{5/4} > k l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}] \gg 1\,. \tag{7.29}$$

Тогда инкремент максимален при

$$k_{\max} = \frac{0{,}66 Z_{\mathrm{eff}}^{5/18}}{\big(l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\big)^{2/9}} \left(\frac{\omega_{\mathrm{Le}}^2 V_E^2}{c^2 V_{\mathrm{Te}}^2} \right)^{7/18}, \tag{7.30}$$

когда

$$G_{\max}^2 = \frac{9k_{\max}^4}{k_0^2} = \frac{0{,}085 Z_{\mathrm{eff}}^{10/9}}{k_0^2 \big(l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\big)^{8/9}} \left(\frac{\omega_{\mathrm{Le}}^2 V_E^2}{c^2 V_{\mathrm{Te}}^2} \right)^{14/9}. \tag{7.31}$$

В соответствии с формулами (7.31) и (7.20) для порога филаментационной неустойчивости в линейном режиме слабого поля (7.18) получаем

$$\frac{V_{E,\mathrm{th}}^2}{V_{\mathrm{Te}}^2} \cong \frac{50 c^2 k_0^2 \big(l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]/L\big)^{4/7}}{Z_{\mathrm{eff}}^{5/7} \omega_{\mathrm{Le}}^2 (L k_0)^{5/7}}\,. \tag{7.32}$$

Сравнение формул (7.26), (7.24) и (7.32) показывает, что в пределе, когда пондеромоторный механизм является главным, низкий порог филаментации обеспечивается большой длиной области усиления филамента L по сравнению с длиной волны поля накачки $\lambda\!\!\!^{-}_0 = 1/k_0$. В противоположном пределе, когда тепловой механизм является главным, низкий порог филаментации обеспечивается большой длиной области усиления филамента L по сравнению с длиной свободного пробега теплового электрона $l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]$. В промежуточной области, которой отвечает формула (7.32), где проявляется слабостолкновительный механизм, область усиления филамента L может быть невелика по сравнению с длиной свободного пробега. Однако при этом порог филаментации снова оказывается низким за счет большого эффективного заряда ионов и большой длины области усиления по сравнению с длиной волны поля накачки.

Теперь, в отличие от случая (7.28) рассмотрим нелинейное влияние поля накачки на тепловой слабостолкновительный механизм филаментации, которое проявляется в подавлении такого теплового механизма в условиях сравнительно слабого поля накачки, когда выполнено условие

$$1 > Z_{\mathrm{eff}} \frac{V_E^2}{V_{\mathrm{Te}}^2} > \frac{15}{Z_{\mathrm{eff}}^{3/7} (k l_{\mathrm{ei}})^{6/7}}\,. \tag{7.33}$$

В этом случае имеем

$$F(k) \cong \frac{44}{Z_{\mathrm{eff}} \big(k l_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\big)^{8/5}} \left(\frac{V_{\mathrm{Te}}}{V_E} \right)^{12/5}, \tag{7.34}$$

а функция $\Xi(k)$, характеризующая нелокальную электронную теплопроводность, принимает вид [29]

$$\Xi_1(k) \cong 1 + \frac{2816\big(kl_{\rm ei}[V_{\rm Te}]\big)^{2/5}}{3\pi Z_{\rm eff}} \left(\frac{V_{\rm Te}}{V_E}\right)^{12/5}. \tag{7.35}$$

Соответственно этому инкремент пространственного усиления филамента определяется формулой

$$G^2(k) = \frac{1}{4k_0^2}\left\{-k^4 + \frac{\omega_{\rm Le}^2 V_E^2 k^2}{2c^2 V_{\rm Te}^2} \times \right.$$
$$\left. \times \left[1 + \frac{44}{Z_{\rm eff}\big(kl_{\rm ei}[V_{\rm Te}]\big)^{8/5}} \left(\frac{V_{\rm Te}}{V_E}\right)^{12/5}\right]\right\}. \tag{7.36}$$

Эта формула описывает конкуренцию пондеромоторного механизма филаментации и теплового слабостолкновительного механизма, когда последний в условиях (7.33) испытывает подавление полем накачки. Однако в условиях выполнения неравенства

$$\frac{10{,}6}{Z_{\rm eff}^{5/8}}\left(\frac{V_{\rm Te}}{V_E}\right)^{3/2} \gg kl_{\rm ei}[V_{\rm Te}] \gg 1 \tag{7.37}$$

слабостолкновительный тепловой механизм все еще остается более существенным, чем пондеромоторный. При этом инкремент филаментации оказывается максимальным при [29]

$$k = k_{\max} = 1{,}24\left(\frac{\omega_{\rm Le}^2}{c^2 Z_{\rm eff}}\right)^{5/18} \frac{1}{\big(l_{\rm ei}[V_{\rm Te}]\big)^{4/9}} \left(\frac{V_{\rm Te}}{V_E}\right)^{1/9}. \tag{7.38}$$

Формула (7.36) при пренебрежении пондеромоторным вкладом может быть представлена в виде

$$G^2(k) = \frac{k_{\max}^4}{4k_0^2}\left[10\,\frac{k^{2/5}}{k_{\max}^{2/5}} - \frac{k^4}{k_{\max}^4}\right]. \tag{7.39}$$

Соответственно [29]

$$G^2(k_{\max}) = \frac{9k_{\max}^4}{4k_0^2} \cong$$
$$\cong 5{,}3\left(\frac{\omega_{\rm Le}^2}{c^2 Z_{\rm eff}}\right)^{10/9} \frac{1}{k_0^2\big(l_{\rm ei}[V_{\rm Te}]\big)^{16/9}} \left(\frac{V_{\rm Te}}{V_E}\right)^{4/9}. \tag{7.40}$$

Последняя формула и соотношение (7.22) приводят к следующему выражению для порога филаментационной неустойчивости:

$$\frac{V_{E,\,\rm th}^2}{V_{\rm Te}^2} \cong \frac{1{,}2\times 10^{-4} L k_0}{Z_{\rm eff}^5}\left(\frac{L}{l_{\rm ei}[V_{\rm Te}]}\right)^8 \left(\frac{\omega_{\rm Le}^2}{c^2 k_0^2}\right)^5. \tag{7.41}$$

На пороге неустойчивости слабостолкновительный механизм более важен, чем пондеромоторный, когда

$$4Z_{\rm eff}^{1/2} \gg \left(\frac{\omega_{\rm Le}^2}{c^2 k_0^2}\right)^{3/5} \frac{Lk_0}{\big(k_0 l_{\rm ei}[V_{\rm Te}]\big)^{4/5}}.$$

8. Вынужденное рассеяние Мандельштама – Бриллюэна в слабостолкновительной плазме

Для простоты изложения будем рассматривать пространственно-однородную плазму, в которой распространяется греющее плазму излучение поля накачки, описываемое, как и в предыдущем разделе, формулами (7.1) и (7.2). В отличие от описания поля возмущения филаментационной неустойчивости с помощью выражения (7.3) в случае ВРМБ, наряду с греющим плазму полем рассматривается возмущение со сдвигом частоты

$$\omega_1 = \omega_0 - \omega\,. \tag{8.1}$$

Такая ситуация будет возникать тогда, когда в формуле (3.2) примем

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) \to \mathbf{E}\exp(\mathrm{i}\mathbf{kr}) + \delta\mathbf{E}(\mathbf{r},t)\exp\big[-\mathrm{i}(\omega_0-\omega)t + \mathrm{i}(\mathbf{k}_0-\mathbf{k})\mathbf{r}\big]. \tag{8.2}$$

Это означает, что возмущенное поле рассеянного излучения имеет частоту (8.1) и волновой вектор

$$\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_0 - \mathbf{k}\,. \tag{8.3}$$

Амплитуда поля возмущения медленно изменяется во времени и пространстве.

В линейной теории ВРМБ-неустойчивости имеем следующее линейное приближение:

$$\big|\mathbf{E}(\mathbf{r},t)\big|^2 \to |\mathbf{E}|^2 + \mathbf{E}^*\,\delta\mathbf{E}\exp\big[\mathrm{i}(\omega t - \mathbf{kr})\big] +$$
$$+ \mathbf{E}\,\delta\mathbf{E}^*\exp\big[-\mathrm{i}(\omega t - \mathbf{kr})\big]. \tag{8.4}$$

Эта формула позволяет использовать изложенные в разделах 3 и 5 результаты теории нелинейного возмущения электронной плотности, в которой

$$\begin{aligned} \delta|\mathbf{E}|_{\mathbf{k}}^2 &= \mathbf{E}\,\delta\mathbf{E}^*\exp\big[-\mathrm{i}(\omega t - \mathbf{kr})\big]\,,\\ \delta|\mathbf{E}|_{-\mathbf{k}}^2 &= \mathbf{E}^*\,\delta\mathbf{E}\exp\big[\mathrm{i}(\omega t - \mathbf{kr})\big]\,. \end{aligned} \tag{8.5}$$

Сдвиг частоты ω и волнового вектора $\mathbf{k}$, возникающий при ВРМБ в поле рассеянной волны, обусловлен распадом поперечной волны накачки на поперечную рассеянную волну и на низкочастотную продольную ионно-звуковую волну:

$$t \to t' + l\,. \tag{8.6}$$

Поле продольной волны является потенциальным $\mathbf{E} = -\mathrm{grad}\,\varphi = -\mathrm{i}\mathbf{k}\varphi_{\mathbf{k}}\exp\big[-\mathrm{i}(\omega t - \mathbf{kr})\big]$, и для него имеет место уравнение

$$-k^2\varepsilon_l(\omega,k)\varphi_{\rm k} = 4\pi e\,\delta n_{\mathbf{k}}\,, \tag{8.7}$$

где правая часть представляет собой возмущение плотности электронов возмущенным неоднородным полем накачки, которое, согласно (8.5) и (5.25), определяется возмущением $\delta|\mathbf{E}|_{\mathbf{k}}^2$. Иными словами, соотношения (5.25), (8.5) и (8.7) дают одно уравнение, описывающее, как под вынуждающим воздействием поля накачки при наличии рассеянного поля возникает низкочастотное плазменное возмущение — вынужденная ионно-звуковая волна.

Другое уравнение связи поля накачки и поля рассеянной волны с низкочастотной звуковой волной обусловлено тем, что поле рассеянной волны возникает из поля накачки из-за такого возмущения плотности электронов, которое определяется потенциальным полем звуковой волны. Это отвечает тому, что в уравнениях Максвелла в качестве плотности электронов следует использовать

$$n_{\mathrm{e}} \to n_{\mathrm{e}0} + \delta n = n_{\mathrm{e}0} + \frac{k^2\,\delta\varepsilon_{\mathrm{l,e}}(\omega,k)}{4\pi e}\,\varphi_{-\mathbf{k}} \exp\left[\mathrm{i}(\omega t - \mathbf{kr})\right]. \tag{8.8}$$

В соответствии с этим из уравнений Максвелла получаем

$$\begin{aligned} &c^2\left\{-(\mathbf{k}_0-\mathbf{k})^2 + 2\mathrm{i}(\mathbf{k}_0-\mathbf{k})\nabla + \Delta\right\}\delta\mathbf{E} + \\ &+\left\{(\omega_0-\omega)^2 - \omega_{\mathrm{Le}}^2\left(1-\mathrm{i}\,\frac{\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]}{\omega_0-\omega}\right)\right\}\delta\mathbf{E} = \\ &= \omega_{\mathrm{Le}}^2\,\frac{\delta n_{-\mathbf{k}}}{n_{\mathrm{e}0}}\,\mathbf{E} = -\frac{ek^2\delta\varepsilon_{\mathrm{l,e}}(\omega,k)}{m_{\mathrm{e}}}\,\varphi_{-\mathbf{k}}\mathbf{E}. \end{aligned} \tag{8.9}$$

Здесь в отличие от (7.5) учтено слабое столкновительное поглощение рассеянной волны $\sim \nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]$. Используя факт слабого изменения амплитуды рассеянной волны на расстоянии ее длины волны, пренебрежем второй производной в уравнении (8.9). Это позволяет получить следующее укороченное уравнение:

$$\begin{aligned} &c^2\left\{-(\mathbf{k}_0-\mathbf{k})^2 + 2\mathrm{i}(\mathbf{k}_0-\mathbf{k})\nabla\right\}\delta\mathbf{E} + \\ &+\left\{(\omega_0-\omega)^2 - \omega_{\mathrm{Le}}^2\left(1-\mathrm{i}\,\frac{\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]}{\omega_0-\omega}\right)\right\}\delta\mathbf{E} = \\ &= -\frac{ek^2\,\delta\varepsilon_{\mathrm{l,e}}(\omega,k)}{m_{\mathrm{e}}}\,\varphi_{-\mathbf{k}}\mathbf{E}. \end{aligned} \tag{8.10}$$

При написании правой части уравнения (8.10) учтено соотношение (8.9). Формула (7.7), второе соотношение (8.5), а также (7.2) при учете

$$\omega \ll \omega_0 \tag{8.11}$$

позволяют представить укороченное уравнение поля (8.10) в виде

$$\begin{aligned} &c^2\left\{(2\mathbf{k}\mathbf{k}_0 - k^2) + 2\mathrm{i}(\mathbf{k}_0-\mathbf{k})\nabla - \right.\\ &\left.-\frac{1}{c^2}\left[2\omega\omega_0 - \mathrm{i}\,\frac{\omega_{\mathrm{Le}}^2\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]}{\omega_0}\right]\right\}\delta\mathbf{E} = \\ &= -\frac{e^2\omega_{\mathrm{Le}}^2\,\delta\varepsilon_{\mathrm{l,e}}(\omega,k)}{4m_{\mathrm{e}}^2\omega_0^2V_{\mathrm{Te}}^2\varepsilon_{\mathrm{l}}(\omega,k)}\left[1+F(k)\right](\mathbf{E}^*\,\delta\mathbf{E})\mathbf{E}. \end{aligned} \tag{8.12}$$

Последнее уравнение для амплитуды рассеянной волны позволяет рассматривать пространственное усиление рассеянного поля, обусловленное ВРМБ-неустойчивостью. Для простоты изложения примем поляризации рассеянного поля и поля накачки совпадающими, а эволюцию рассеянного поля будем рассматривать вдоль направления вектора $\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}$, сориентировав вдоль него ось z. Тогда уравнение (8.12) может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} &\left\{c^2(2\mathbf{k}_0\mathbf{k} - k^2) - 2\omega_0\omega + \mathrm{i}\omega_{\mathrm{Le}}^2\,\frac{\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]}{\omega_0}\right\}\delta\mathbf{E} + \\ &+2\mathrm{i}|\mathbf{k}_0-\mathbf{k}|\,\frac{\mathrm{d}\delta\mathbf{E}}{\mathrm{d}z} = -\frac{\omega_{\mathrm{Le}}^2|V_E|^2}{4V_{\mathrm{Te}}^2}\,\frac{\delta\varepsilon_{\mathrm{l,e}}(\omega,k)}{\varepsilon_{\mathrm{l}}(\omega,k)}\left[1+F(k)\right]\delta\mathbf{E}. \end{aligned} \tag{8.13}$$

Решение этого уравнения пропорционально

$$\exp gz, \tag{8.14}$$

где

$$\begin{aligned} g = &\frac{-\mathrm{i}}{2|\mathbf{k}_0-\mathbf{k}|c^2}\left\{-\left[c^2(2\mathbf{k}_0\mathbf{k}-k^2) - 2\omega_0\omega + \mathrm{i}\omega_{\mathrm{Le}}^2\,\frac{\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]}{\omega_0}\right] - \right.\\ &\left.-\frac{\omega_{\mathrm{Le}}^2|\mathbf{V}_E|^2}{4V_{\mathrm{Te}}^2}\,\frac{\delta\varepsilon_{\mathrm{l,e}}(\omega,k)}{\varepsilon_{\mathrm{l}}(\omega,k)}\left[1+F(k)\right]\right\}. \end{aligned} \tag{8.15}$$

Рассмотрим следствия (8.15) в условиях, когда выполнено резонансное соотношение

$$c^2(2\mathbf{k}_0\mathbf{k} - k^2) - 2\omega_0\omega = 0. \tag{8.16}$$

В то же время будем считать, что низкочастотная волна отвечает ионному звуку, когда $\omega = kV_{\mathrm{s}}$. Последнее, согласно (2.8) и (2.11), отвечает условию

$$\operatorname{Re}\varepsilon_{\mathrm{l}}(\omega,k) = (kr_{\mathrm{De}})^{-2} - \frac{\bar{\omega}_{\mathrm{Li}}^2}{\omega^2} = 0. \tag{8.17}$$

Тогда в знаменателе последнего слагаемого правой части формулы (8.15) остается лишь малая мнимая часть, определяющаяся мнимой частью продольной диэлектрической постоянной:

$$\operatorname{Im}(\delta\varepsilon_{\mathrm{l,e}} + \delta\varepsilon_{\mathrm{l,i}}).$$

Выше мы интересовались вкладом электронов в мнимую часть, а ионным вкладом не интересовались. Для наших целей будет достаточно использовать соотношение

$$\operatorname{Im}(\delta\varepsilon_{\mathrm{l,e}} + \delta\varepsilon_{\mathrm{l,i}}) = \frac{1}{k^2r_{\mathrm{De}}^2}\,\frac{2(\gamma_{\mathrm{e}}+\gamma_{\mathrm{i}})}{kV_{\mathrm{s}}}, \tag{8.18}$$

где γ_{i} — вклад ионов в декремент затухания ионного звука, а γ_{e} — соответствующий вклад электронов, для которого, согласно формуле (6.21), можно записать

$$\gamma_{\mathrm{e}} = \frac{kV_{\mathrm{s}}^2}{2V_{\mathrm{Te}}}\left[\sqrt{\frac{\pi}{2}} + F_1(k)\right]. \tag{8.19}$$

Здесь

$$\begin{aligned} F_1(k) = &\,2{,}17\left(\frac{Z_{\mathrm{eff}}^2}{k^3l_{\mathrm{ei}}^3[V_{\mathrm{Te}}]}\right)^{1/7}\times \\ &\times\left\{1 + 2{,}17\left(\frac{Z_{\mathrm{eff}}^2}{k^3l_{\mathrm{ei}}^3[V_{\mathrm{Te}}]}\right)^{1/7}\left[\frac{4\sqrt{3}\,\pi^{2/3}}{kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]}\,\frac{1}{Z_{\mathrm{eff}}^{2/3}}\left(\frac{V_{\mathrm{Te}}}{V_E}\right)^{4/3}\right]^{-1}\right\}^{-1}. \end{aligned} \tag{8.20}$$

Все это позволяет записать для коэффициента пространственного усиления ВРМБ следующее выражение:

$$g = \frac{\omega_{\mathrm{Le}}^2}{2\omega_0c^2k_0}\left\{\frac{|V_E|^2}{8V_{\mathrm{Te}}^2}\,\frac{\left[1+F(k)\right]\omega_0kV_{\mathrm{s}}}{\gamma_{\mathrm{e}}+\gamma_{\mathrm{i}}} - \nu_{\mathrm{ei}}\right\}. \tag{8.21}$$

Порогу абсолютной ВРМБ-неустойчивости отвечает обращение в нуль правой части (8.21), когда

$$\frac{|V_E|_{\mathrm{abs.\,th}}^2}{V_{\mathrm{Te}}^2} = \frac{8\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]}{\omega_0\left[1+F(k)\right]}\left\{\frac{V_{\mathrm{s}}}{2V_{\mathrm{Te}}}\left[\sqrt{\frac{\pi}{2}} + F_1(k)\right] + \frac{\gamma_{\mathrm{i}}}{kV_{\mathrm{s}}}\right\}. \tag{8.22}$$

Порог конвективной ВРМБ-неустойчивости плазмы в слое толщиной L отвечает, аналогично (7.22), условию

$$gL = 2\pi\,. \tag{8.23}$$

Соответственно этому порог конвективной ВРМБ-неустойчивости дается соотношением

$$\frac{|V_E|^2_{\mathrm{conv.\,th}}}{V^2_{\mathrm{Te}}} = \frac{8(\gamma_{\mathrm{e}}+\gamma_{\mathrm{i}})\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]}{\omega_0 k V_{\mathrm{s}}\big[1+F(k)\big]}\left\{1+\frac{4\pi c^2}{L\omega^2_{\mathrm{Le}}}\,\frac{\omega_0}{\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]}\right\}. \tag{8.24}$$

Отсюда видно, что порог конвективной ВРМБ-неустойчивости превышает порог абсолютной ВРМБ-неустойчивости в меру того, насколько в фигурной скобке правой части формулы (8.24) последнее слагаемое, обратно пропорциональное размеру L области ВРМБ, велико по сравнению с единицей. Так как пространственное ослабление интенсивности поля накачки, обусловленное обратным тормозным поглощением, описывается экспоненциальным законом

$$\exp\left(-z\,\frac{\omega^2_{\mathrm{Le}}\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]}{c^2k_0\omega_0}\right), \tag{8.25}$$

очевидно, что конвективный порог существенно превышает порог абсолютной ВРМБ-неустойчивости всегда, когда поглощение накачки сравнительно невелико:

$$L\,\frac{\omega^2_{\mathrm{Le}}\nu_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]}{c^2k_0\omega_0} \ll 4\pi\,. \tag{8.26}$$

Тогда из формулы (8.24) следует

$$\frac{|V_E|^2_{\mathrm{conv.\,th}}}{V^2_{\mathrm{Te}}} = \frac{32\pi(\gamma_{\mathrm{e}}+\gamma_{\mathrm{i}})c^2k_0}{\omega^2_{\mathrm{Le}}LkV_{\mathrm{s}}\big[1+F(k)\big]} \gg \frac{|V_E|^2_{\mathrm{abs.\,th}}}{V^2_{\mathrm{Te}}}\,. \tag{8.27}$$

Установленные выше зависимости функций $F_1(k)$ и $F(k)$ от волнового вектора позволяют указать условия, при которых слабостолкновительный вклад электронов в инкремент ВРМБ-неустойчивости является существенным. В простейшем случае рассеяния назад $k \cong 2k_0$.

Отметим здесь, что теория ВРМБ-неустойчивости в слабостолкновительной плазме излагалась в [3, 4, 6, 14, 17, 28]. В работе [37] определяющая ВРМБ нелинейность, отвечающая возмущению электронной плотности, рассматривалась в рамках представления о нелокальном теплопереносе. При этом в соответствии с законом (7.19) считалось возможным использовать значения $\alpha = 1{,}44$ и $a \cong 12$. Использование таких параметров в [3] было подвергнуто критике в работе [4], где было указано на целесообразность использования значений параметров $\alpha = 4/3$ и $a \cong 16$. Далее, в работе [6] для параметров определяющей нелинейность нелокальной теплопроводности использовались значения, равные $\alpha = 1{,}44$ и $a \cong 12$ (ср. (7.19)), что наиболее близко к тем значениям параметров, которые отвечают аналитической теории слабостолкновительной плазмы. Затухание ионно-звуковых волн рассмотрено в [6] без учета слабостолкновительных эффектов. Далее, в работе [14] также не учитывалось влияние слабых столкновений на поглощение ионно-звуковых волн, а функция $F(k)$ рассматривалась в линейном приближении, пренебрегающем нелинейным видоизменением электронного распределения для подтепловых электронов. В таком же линейном приближении, но при учете влияния слабых столкновений на затухание ионно-звуковых волн, ВРМБ-неустойчивость рассмотрена в [17]. С точки зрения аналитической теории все эти результаты относятся к линейному рассмотрению, т.е. к случаю, когда поле накачки настолько слабо, что выполняется условие (4.16). Наконец, при учете нелинейного перераспределения подтепловых электронов теория ВРМБ в слабостолкновительной плазме рассмотрена в работе [28], когда с ростом интенсивности накачки уменьшается $F(k)$ и уменьшается инкремент ВРМБ-неустойчивости.

9. Заключение

В предыдущих разделах в условиях, когда обычно в силу выполнения неравенства (1.1) полностью ионизованная плазма считается бесстолкновительной, рассмотрено влияние столкновений медленных подтепловых электронов. При этом для подтепловых электронов со скоростями, удовлетворяющими (1.9) и (1.1), следует говорить о частых столкновениях. Выше мы убедились в том, что существуют условия, в которых вклады частых столкновений подтепловых электронов так называемой бесстолкновительной плазмы оказываются конкурирующими, а то и превышающими бесстолкновительные вклады в такие величины, как декремент затухания ионного звука и нелинейное возмущение плотности электронов пространственно-неоднородным электромагнитным полем накачки. Указанное возмущение определяет ту нелинейность, которая характеризует такие параметрические неустойчивости, как филаментация излучения плазмы и ВРМБ. Помимо аналитической теории, подробно изложенной выше, в литературе по рассмотренным в обзоре вопросам используется, как уже обсуждалось, подход численного решения кинетического уравнения Больцмана с интегралом столкновений в форме Фоккера–Планка–Ландау.

Можно считать, что численное исследование явлений, связанных с нелинейным возмущением плотности, было проведено наиболее тщательно. Как видно из обсуждения в тексте после формулы (7.19), а также в конце раздела 8, результаты такого численного решения уравнения Больцмана достаточно близки к результатам аналитической теории при описании нелинейного возмущения плотности. Однако все это относится только к случаю достаточно слабой интенсивности греющего плазму электромагнитного излучения поля накачки, когда выполняется условие (4.16). Это условие нарушается при сравнительно небольшой интенсивности накачки, когда имеет место неравенство

$$\bar{q} \equiv \left(\frac{q}{10^{14}\ \text{Вт см}^{-2}}\right)\left(\frac{\lambda}{1\ \text{мкм}}\right)^2\left(\frac{T_{\mathrm{e}}}{1\ \text{эВ}}\right)^{-1} > \\ > \frac{0{,}2}{Z^{10/7}_{\mathrm{eff}}\big(kl_{\mathrm{ei}}[V_{\mathrm{Te}}]\big)^{6/7}} \ll 1\,. \tag{9.1}$$

Заметим здесь, что мысль о нелинейном влиянии греющего плазму излучения на нелинейное возмущение плотности высказывалась в работе [3] и в комментарии к ней [4]. Именно авторы [3] склонялись к тому, что в формуле (7.19) предпочтительно значение показателя $\alpha = 1$ по сравнению с результатом работы [1], где $\alpha = 4/3$. Авторы работы [4] указали на то, что численное исследование кинетического уравнения Больцмана проводилось в условиях, в которых скорость Лангдона мала по сравнению с тепловой скоростью электрона, что по существовавшим тогда взглядам не должно было приводить к нелинейным изменениям показателя степени в формуле (7.19).

Вслед за дискуссией [3, 4] появилась работа [21], в которой были приведены результаты численного решения уравнения Больцмана в условиях, когда скорость Лангдона не считалась малой по сравнению с тепловой скоростью электрона. Для этого вместо максвелловской функции распределения электронов по скоростям использовались интерполяционные функции распределения из работы [53], переходящие с ростом интенсивности греющего поля от распределения Максвелла к распределению Лангдона. Работа [21] установила существенное видоизменение нелокальной теплопроводности, характеризующей нелинейное возмущение плотности электронов. За численными результатами [21] последовало аналитическое решение кинетического уравнения Больцмана в работе [22], которая констатировала факт подавления ограничения электронного теплопереноса достаточно сильным полем накачки. Однако в [21, 22] такое подавление рассматривалось при интенсивностях накачки, много больших тех, которые отвечают малой правой части неравенства (9.1).

Более интересным для рассматриваемой нами нелинейной по интенсивности накачки кинетической теории слабостолкновительной плазмы оказался шаг, который был сделан в работах [25–27] и который отражен в четвертом и последующих разделах нашего обзора. В этих работах явление нелинейного подавления слабостолкновительных эффектов обнаружено на уровне существенно меньшей интенсивности греющего излучения, чем это требовалось в работах [21, 22], а именно на уровне интенсивностей, характеризуемых неравенством (9.1). При этом, во-первых, как следует из формулы (7.35), показатель α вместо значения $10/7$ принял значение $2/5$. Кроме того, параметр a формулы (7.19) стал убывающей функцией интенсивности греющего плазму излучения. Последнее отвечает тому, что с ростом интенсивности накачки тепловой слабостолкновительный механизм филаментационной неустойчивости подавляется. Однако, согласно (7.37), тепловой механизм все еще остается важнее пондеромоторного при плотности потока греющего плазму излучения, удовлетворяющего неравенству

$$\bar{q} \equiv \left(\frac{q}{10^{14}\ \text{Вт см}^{-2}}\right)\left(\frac{\lambda}{1\ \text{мкм}}\right)^2\left(\frac{T_\text{e}}{1\ \text{эВ}}\right)^{-1} < \\ < \frac{0{,}62}{Z_\text{eff}^{5/6}\left(kl_\text{ei}[V_\text{Te}]\right)^{4/3}}\,. \tag{9.2}$$

Одновременное выполнение неравенств (9.1) и (9.2) имеет место при условии

$$12Z_\text{eff}^{5/4} \gg kl_\text{ei}[V_\text{Te}]\,, \tag{9.3}$$

которое при высокой кратности ионизации реализуется в широкой области параметров.

Обратимся теперь к сравнению изложенных выше результатов с данными численных исследований слабостолкновительной диссипации ионно-звуковых волн. Здесь численных результатов, с которыми можно было бы сравнить аналитические закономерности, заметно меньше. Выше уже отмечалось, что в теории ВРМБ слабостолкновительная диссипация ионно-звуковых волн учитывалась лишь в работах аналитического направления. Тем не менее, работа [18] была специально посвящена численному решению уравнения Больцмана для определения затухания ионного звука. Для ее обсуждения полезно напомнить о том, что в условиях частых столкновений поглощение ионно-звуковых волн определяется электронной теплопроводностью. Так, вклад электронов в продольную диэлектрическую проницаемость может быть представлен в виде (см., например, [11])

$$\delta\varepsilon_\text{e}(\omega,k) = \frac{1}{k^2r_\text{De}^2}\left\{1+\frac{\text{i}\omega}{kV_\text{Te}}\left[\frac{n_\text{e}\kappa_\text{B}V_\text{Te}}{k\chi(k)}\right]\right\}. \tag{9.4}$$

Здесь диссипация, отвечающая мнимому слагаемому в (9.4), описывается обычной электронной теплопроводностью, когда $\chi = \chi_\text{SH}$. Формула (9.4) записана в предположении, что и в случае слабостолкновительной плазмы диссипацию ионно-звуковых волн можно также описывать коэффициентом электронной теплопроводности, но теперь учитывающим нелокальность теплопереноса. Такое предположение возникло в подходе [42, 16], когда для описания процессов в полностью ионизованной плазме предлагалось использовать систему уравнений моментов, в которой термодинамические потоки нелокально связывались с термодинамическими силами. В частности, использовалась нелокальная теплопроводность. Среди возможных приложений такого, предолагавшегося общим, подхода, согласно [16], предлагалось использовать описание ионного звука, эквивалентное (9.4). Этот подход был подвергнут критике в работе [19], в которой проводилось сравнение известных к тому времени различных нелокальных электронных теплопроводностей, полученных в [1, 2, 7, 15, 16, 37], с результатом аналитической теории [10]. При этом констатировалось фактическое появление по меньшей мере двух различных теплопроводностей в предлагаемом в [42, 16] подходе к нелокальному описанию плазменных процессов.

Сделанное отступление необходимо, потому что в работе [18], во-первых, было сделано аналогичное утверждение о том, что для описания диссипации ионного звука нельзя использовать нелокальную теплопроводность. Это соответствует точке зрения статьи [19]. Однако, во-вторых, нельзя видеть совпадения функциональной зависимости [18] используемой в рамках подхода [43, 16] нелокальной электронной теплопроводности с аналитическим результатом. Действительно, согласно [10, 11, 17, 19], в асимптотическом пределе больших волновых чисел такая нелокальная теплопроводность ведет себя как $\sim k^{-4/7}$. В отличие от этого в работе [18] в таком же пределе нелокальная теплопроводность оказалась $\sim k^{-1}$. Заметим здесь, что последний результат, согласно (1.26), отвечает формуле для электронного потока тепла вида (1.22) с малым коэффициентом ограничения теплопереноса. Напротив, использование эффективной теплопроводности, отвечающей результату работ [10, 11, 17, 19] о диссипации ионно-звуковых волн, к соотношению вида (1.22) не приводит (ср. [9, 17]). Отметим, что при интенсивностях накачки, удовлетворяющих неравенству (9.1), эффективная теплопроводность нелокального подхода для затухания ионного звука принимает вполне локальный вид:

$$\frac{\chi_{\mathrm{SH}}}{1+200(Z_{\mathrm{eff}}V_E^2/V_{\mathrm{Te}}^2)^{2/3}}\,.$$

Из изложенного должно быть ясно, что теория слабостолкновительной плазмы не только дает аналитическое описание затухания ионного звука, плазменной нелинейности, отвечающей нелинейному возмущению электронной плотности пространственно-неоднородной интенсивностью электромагнитного поля, ВРМБ и филаментации, но она позволяет сделать общее заключение о рациональности нелокальной плазменной гидродинамики, представленной в [43, 16]. Именно необходимость использовать разные коэффициенты нелокальной теплопроводности для разных процессов ставит общий вопрос о возможности описания неизвестных процессов с помощью нелокальной гидродинамики, когда, вероятно, будет необходимо вводить новые коэффициенты нелокальной теплопроводности. Однако острая нужда в гидрогазодинамических уравнениях или в их аналогах привела к предложению [20] использовать такую систему моментов, которая, в частности, включает два различных по своему происхождению набора величин: две температуры, два потока тепла, два тензора напряжений и т.п. Пока такое направление развития не получило.

Остается подчеркнуть некое формальное своеобразие кинетики слабостолкновительной плазмы. В случае сильностолкновительной плазмы, в соответствии с методом Гильберта – Чепмена – Энскога решения уравнения Больцмана, возникновение поправок отвечает квадратичным слагаемым по степеням k. Это, в частности, нашло свое отражение в формуле (1.30), представляющей собой частичное суммирование высших приближений Гильберта – Чепмена – Энскога. В случае бесстолкновительной плазмы характерным является разложение типа ряда Лорана по обратным степеням k. В случае слабостолкновительной плазмы мы увидели возникновение дробно-степенных зависимостей, асимптотический вид которых (2.40), (3.24), (5.16) удается установить с помощью точно решаемых дифференциальных уравнений. Такие точные аналитические следствия появились в нашем рассмотрении благодаря тому, что для описания рассматриваемых задач оказалось достаточно использовать линейные уравнения. Однако естественно, что в развитии рассмотренного поля исследований будет необходимо перейти к нелинейному описанию, например, филаментации и ВРМБ, и в этом случае можно ожидать еще более своеобразных и интересных результатов. Для такого будущего подхода к нелинейной теории слабостолкновительной плазмы материал предложенного читателям обзора явится лишь предварительным шагом.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 99-02-180750), МНТЦ (проект 1253), CRDF (грант № RP1-2268), а также Программы государственной поддержки ведущих научных школ (грант № 00-15-96720).

Список литературы

1. Epperlein E M *Phys. Rev. Lett.* **65** 2145 (1990)
2. Epperlein E M, Short R W *Phys. Fluids B* **3** 3092 (1991)
3. Rose H A, DuBois D F *Phys. Fluids B* **4** 1394 (1992)
4. Epperlein E M, Short R W *Phys. Fluids B* **4** 4190 (1992)
5. Epperlein E M, Short R W *Phys. Fluids B* **4** 2211 (1992)
6. Short R W, Epperlein E M *Phys. Rev. Lett.* **68** 3307 (1992)
7. Максимов А В, Силин В П *ЖЭТФ* **103** 73 (1993)
8. Maximov A V, Silin V P *Phys. Lett. A* **173** 83 (1993)
9. Максимов А В, Силин В П *Письма в ЖЭТФ* **58** 264 (1993)
10. Максимов А В, Силин В П *ЖЭТФ* **105** 1242 (1994)
11. Максимов А В, Силин В П *Письма в ЖЭТФ* **59** 507 (1994)
12. Силин В П *ЖЭТФ* **106** 1398 (1994)
13. Силин В П *Письма в ЖЭТФ* **60** 766 (1994)
14. Shukla P K *Phys. Fluids B* **5** 4253 (1993)
15. Berger R L et al. *Phys. Fluids B* **5** 2243 (1993)
16. Kaiser T B et al. *Phys. Plasmas* **1** 1287 (1994)
17. Maximov A V, Silin V P *Phys. Lett. A* **192** 67 (1994)
18. Epperlein E M *Phys. Plasmas* **1** 109 (1994)
19. Maximov A V, Silin V P *Phys. Plasmas* **2** 1355 (1995)
20. Epperlein E M, Short R W *Phys. Plasmas* **1** 3003 (1994)
21. Epperlein E M, Short R W *Phys. Rev. E* **50** 1697 (1994)
22. Силин В П *ЖЭТФ* **108** 193 (1995)
23. Silin V P *Phys. Scripta* **T63** 148 (1996)
24. Овчинников К Н, Силин В П *Физ. плазмы* **22** 436 (1996)
25. Maximov A V et al. *Phys. Lett. A* **237** 63 (1997)
26. Максимов А В и др. *Доклады РАН* **358** 618 (1998)
27. Максимов А В и др. *ЖЭТФ* **113** 1299 (1998)
28. Максимов А В и др. *Физ. плазмы* **25** 779 (1999)
29. Максимов А В и др. *Физ. плазмы* **25** 448 (1999)
30. Овчинников К Н, Силин В П, Урюпин С А *Краткие сообщения по физике* (1) 36 (2000)
31. Силин В П *Введение в кинетическую теорию газов* (М.: Наука, 1971); 2-е изд. (М.: ФИАН, 1998)
32. McCall G H *Plasma Phys.* **25** 237 (1983)
33. Bickerton R J *Nucl. Fusion* **13** 457 (1973)
34. Malone R C, McCrory R L, Morse R L *Phys. Rev. Lett.* **34** 721 (1975)
35. Schmitt A J *Phys. Fluids* **31** 3079 (1988)
36. Spitzer L (Jr), Härm R *Phys. Rev.* **89** 977 (1953)
37. Landshoff R *Phys. Rev.* **76** 904 (1949)
38. Mora P, in *Proc. of the Intern. School of Plasma Physics "Piero Caldirola". ISPP-4. Inertial Confinement Fusion* (*Course and Workshop*), *Varenna, Italy, September 6 – 16, 1988* (Eds A Caruso, E Sindoni) (Bologna: Società Italiana di Fisica, 1988) p. 237
39. Luciani J F, Mora P *J. Stat. Phys.* **43** 281 (1986)
40. Luciani J F, Mora P *Phys. Lett. A* **116** 237 (1986)
41. Максимов А В, Силин В П, Чеготов М В *Физ. плазмы* **16** 575 (1990)
42. Гуревич А В, Истомин Я Н *ЖЭТФ* **77** 933 (1979)
43. Hammett G W, Perkins F W *Phys. Rev. Lett.* **64** 3019 (1990)
44. Александров А Ф, Рухадзе А А *Лекции по электродинамике плазмоподобных сред* (М.: Изд-во МГУ, 1999)
45. Перель В И, Пинский Я М *ЖЭТФ* **54** 1889 (1968)
46. Гапонов А В, Миллер М А *ЖЭТФ* **34** 242 (1958)
47. Langdon A B *Phys. Rev. Lett.* **44** 575 (1980)
48. Jones R D, Lee K *Phys. Fluids* **25** 2307 (1982)
49. Balescu R *J. Plasma Phys.* **27** 553 (1982)
50. Chichkov B N, Shumsky S A, Uryupin S A *Phys. Rev. A* **45** 7475 (1992)
51. Литвак А Г *Изв. вузов. Радиофиз.* **11** 1433 (1968)
52. Kruer W L *Comm. Plasma Phys. Contr. Fusion* **9** 63 (1985)
53. Matte J P et al. *Plasma Phys. Contr. Fusion* **30** 1665 (1988)

Kinetics of weakly collisional plasma

V.P. Silin
P.N. Lebedev Physics Institute, Russian Academy of Sciences,
Leninskiĭ prosp. 53, 119991 Moscow, Russian Federation
Tel. (*7-095*) *132-50 54*. *Fax* (*7-095*) *938-22 51*
E-mail: *silin@sci.lebedev.ru*

Under conditions which are usually associated with collisionless plasma, and in which the mean free path of charged particles exceeds the characteristic size of the spatial inhomogeneities involved, plasmas always contain slow particles whose mean free path, proportional to the fourth power of their velocity, is less than the inhomogeneity scale. Although relatively few in number, these subthermal particles play a dominant role in such 'weakly collisional' plasmas. In this paper, analytical kinetic theory results are discussed which highlight the determining role slow collisional particles play in such plasma phenomena as ion sound damping and nonlinear electron-density perturbations due to the inhomogeneous intensity of the heating electromagnetic field. It is shown that by affecting these plasma properties subthermal electrons affect parametric instabilities such as radiation filamentation and induced Mandelstam – Brillouin scattering. Theoretical predictions are compared with numerical solutions of the Boltzmann equation. The concept of nonlocal plasma transport, useful in the interpretation of such solutions, is discussed.

PACS numbers: 52.20.Hv, 52.35.Fp, 52.38.Bv

Bibliography — 53 references

Received 21 November 2001, revised 21 December 2001