

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Рассеяние поляризованных нейтронов в магнетиках

С.В. Малеев

Излагаются основные принципы магнитного рассеяния поляризованных нейтронов, обсуждаются основные области их применения. Показывается, что использование поляризованных нейтронов в физике магнетизма наиболее эффективно при наличии в системе какого-либо аксиально-векторного взаимодействия. Рассматриваются примеры магнитного поля, взаимодействия Дзялошинского–Мория и деформации кручения. Во всех этих случаях удастся получить новую информацию, недоступную другим методам исследования. Теоретический анализ проблем иллюстрируется результатами соответствующих экспериментальных исследований, среди которых наиболее яркими являются подтверждение предсказаний операторной алгебры Полякова–Каданова–Вильсона для трехспиновых критических флуктуаций в железе, первое измерение киральных критических индексов в антиферромагнетиках с треугольной решеткой, определение неколлинеарных магнитных структур ряда антиферромагнетиков.

PACS numbers: 75.25.+z, 75.40.Gb, 75.50.-y, 75.60.Ch

Содержание

1. Введение (617).
 2. Экспериментальные методы изучения нейтронной поляризации (618).
 3. Нейтронная поляризация: теория (619).
 4. Киральное рассеяние. Магнитные спирали (623).
 5. Киральное рассеяние в парамагнитной фазе (626).
 6. Динамическая киральность: теория (628).
 7. Динамическая киральность в ферромагнетиках: эксперимент (632).
 8. Антиферромагнетики с треугольной решеткой: эксперимент (635).
 9. Ядерно-магнитная интерференция при упругом рассеянии (638).
 10. Ядерно-магнитная интерференция при неупругом рассеянии (641).
 11. Заключение (644).
- Список литературы (644).

Никто не обнимет необъятного!
Козьма Прутков

1. Введение

Поляризованное электромагнитное излучение (свет, рентген, синхротронное излучение и т.д.) широко используется в исследованиях конденсированного состояния вещества. Соответствующие теоретические представления и основные результаты общеизвестны. Иначе обстоит дело с поляризованными нейтронами. Основ-

ные принципы их использования, полученные результаты и возможности дальнейших исследований являются достоянием узкого круга специалистов.

Вместе с тем поляризованные нейтроны находят все большее применение в физике конденсированного состояния. Регулярно проводятся конференции на эту тему (Polarized Neutrons for Condensed Matter Investigations — PNCMI). Последняя такая конференция (PNCMI-2000) состоялась летом 2000 г. в Петербургском институте ядерной физики (Гатчина). Следующая конференция намечена на сентябрь 2002 г. в Институте исследования твердого тела (Юлих, Германия).

Основные области использования поляризованных нейтронов, по-видимому, лучше всего проиллюстрировать, используя программу конференции PNCMI-2000, материалы которой опубликованы (*Physica B* 297 (2001)). На этой конференции рассматривались следующие проблемы.

1. Упругое и неупругое рассеяние поляризованных нейтронов в магнетиках в целях изучения магнитных структур и возбуждений. При этом специально выделяется малоугловое рассеяние в неупорядоченных средах, позволяющее изучать в отдельности крупномасштабные ядерные и магнитные неоднородности вещества.

2. Деполяризация нейтронов в магнетиках. Она используется для исследования очень крупномасштабных (1 мкм и более) магнитных неоднородностей внутри массивных образцов, которые невозможно разрешить методами рассеяния.

3. Изучение поверхностей и многослойных структур методами зеркального и незеркального отражения нейтронов (нейтронная рефлектометрия). В результате удастся исследовать совершенство поверхностей раздела, а также обменное взаимодействие в многослойных структурах типа Fe/Cr. Последнее важно для понимания механизма гигантского магнетосопротивления.

С.В. Малеев. Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константинова РАН, 188300 Гатчина, Ленинградская обл., Российская Федерация
Тел. (812-71) 460-96. Факс (812-71) 319-63
E-mail: maleyev@thd.pnpi.spb.ru

Статья поступила 22 мая 2001 г., после доработки 6 ноября 2001 г.

4. Ядерное рассеяние поляризованных нейтронов. Оно позволяет, во-первых, исследовать пространственные и временные явления, связанные с поляризацией ядерных спинов, и, во-вторых, изучать некогерентное рассеяние на ядрах, дающее, в частности, информацию об энергетической плотности состояний в системе.

5. Изучение спиновой плотности методом упругого рассеяния поляризованных нейтронов образцами, находящимися во внешнем магнитном поле.

6. Нейтронное спиновое эхо. Эта методика дает возможность изучать спектры магнитных и немагнитных веществ (например, He II, полимеры) в области очень низких энергий (10^{-6} эВ) и на расстояниях, сравнимых с межатомными.

7. Несколько экзотическая область — проверка основных принципов квантовой механики в основном с помощью нейтронной интерферометрии.

Очевидно, в одном обзоре невозможно дать представление обо всех перечисленных областях применения поляризованных нейтронов. Поэтому мы ограничимся описанием упругого и неупругого рассеяния поляризованных нейтронов в магнитных веществах. Общие принципы такого рассеяния мы проиллюстрируем конкретными примерами из различных областей физики магнетизма.

При чтении настоящего обзора надо иметь в виду следующее. Мы кратко останавливаемся на экспериментальных методах работы с поляризованными нейтронами, формулируем только основные физические представления, на которых они основаны. Это связано, во-первых, с ограниченным объемом обзора и, во-вторых, с тем, что автор, будучи теоретиком, не считает себя специалистом в области экспериментальных методик.

2. Экспериментальные методы изучения нейтронной поляризации

Спин нейтрона $s = 1/2$ описывается оператором $\sigma/2$, где σ — вектор Паули. Поляризацией нейтронов называется i -нечетный аксиальный вектор $\mathbf{P} = \hat{\sigma}$, где черта над символом обозначает усреднение по спиновым состояниям нейтронного пучка. Существуют три основных метода получения пучков поляризованных нейтронов и измерения их поляризации после рассеяния.

1. *Брэгговское отражение от ферромагнитных кристаллов.* При использовании интерференции магнитного и ядерного рассеяния оказывается, что можно почти полностью подавить рассеяние с одной из проекций поляризации на направление намагниченности образца. (Это явление подробно рассматривается в начале раздела 9.)

2. *Отражение от намагниченных зеркал.* Суть этого явления заключается в следующем [1–3]. Входя в вещество, нейтронный пучок преломляется. Квадрат коэффициента преломления имеет вид

$$n_0^2 = 1 - 2\pi \frac{N_0 b}{ME},$$

где N_0 — плотность вещества, M и E — масса и энергия нейтрона, b — длина рассеяния нейтрона ядрами вещества, отличающаяся знаком от амплитуды рассеяния. Обычно отличие n_0^2 от единицы очень мало (порядка 10^{-4} – 10^{-6}), поэтому в нейтронной оптике имеют дело с малыми углами скольжения.

В случае намагниченной среды появляется дополнительное взаимодействие спина нейтрона с магнитным полем в образце:

$$V(\mathbf{r}) = -\mu_n \boldsymbol{\sigma} \mathbf{B}(\mathbf{r}), \quad (1)$$

где $\mu_n = -1,91\mu_N$, $\mu_N = \mu_B m_e / M_p$ — ядерный магнетон. В результате коэффициент преломления оказывается зависящим от взаимной ориентации магнитной индукции и спина нейтрона: $n_{\pm}^2 = n_0^2 \pm |\mu_n| B/E$, и при соответствующем угле скольжения (обычно порядка десятков минут) нейтроны с одной проекцией спина полностью отражаются, а с другой — входят в образец. Другими словами, пучок неполяризованных нейтронов разделяется на две полностью поляризованные части.

3. *Фильтры из поляризованных ядер изотопа ^3He .* Ядра ^3He сильно поглощают нейтроны, только если спин нейтронов антипараллелен спину ядер [4]. Поэтому такой фильтр пропускает нейтроны, спин которых параллелен спину ядер ^3He . Поляризация ядер ^3He получается методом оптической накачки разреженного газа с последующим его сжатием до нескольких атмосфер. Спины ядер ^3He релаксируют в фильтре со временем порядка 100 часов.

Методы управления нейтронной поляризацией. В процессе работы с поляризованными нейтронами возникает необходимость изменения направления их вектора поляризации \mathbf{P} , а также введения нейтронов в определенные области пространства (например, с нулевым магнитным полем) без изменения их поляризации. Такие задачи решаются с помощью специально подобранных магнитных полей на пути нейтронного пучка. Это оказывается возможным благодаря вращению вектора поляризации в магнитном поле, которое описывается следующим из (1) уравнением движения:

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = -2\mu_n [\mathbf{B}(\mathbf{r}) \times \mathbf{P}]. \quad (2)$$

В формуле (2) $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ — магнитная индукция в месте нахождения нейтрона (здесь и ниже мы используем систему единиц, в которой $\hbar = 1$). Если нейтрон движется со скоростью \mathbf{v} , то в уравнении (2) $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}t$, и можно считать, что спин нейтрона находится в зависящем от времени магнитном поле.

Экспериментально осуществляется один из двух режимов движения нейтрона: адиабатический и неадиабатический [5]. Первый имеет место при выполнении условия адиабатичности $\omega_L \tau \gg 1$, где $\omega_L = 2|\mu_n| |\mathbf{B}|$ — ларморовская частота вращения спина нейтрона в поле \mathbf{B} , а τ — характерное время изменения поля на величину порядка $|\mathbf{B}|$ по модулю или направлению. В этом режиме вектор \mathbf{P} следует за направлением поля. Таким образом можно повернуть поляризацию на заданный угол.

В обратном предельном случае $\omega_L \tau \ll 1$ вектор поляризации не успевает следить за направлением поля и не меняется. В частности, с помощью неадиабатического прохождения через магнитный экран можно произвольным образом задать направление вектора поляризации нейтронов, падающих на образец, находящийся в нулевом поле, и вывести за экран рассеянные нейтроны без изменения направления их вектора поляризации. Дополнительным методом воздействия на спин нейтрона является резонансное ($\omega = \omega_L$) высокочастотное поле, позволяющее повернуть спин нейтрона на заданный

угол (обычно 90° и 180°) [6]. Такой поворачивающий поляризацию блок называется флиппером (flipper).

К настоящему времени создано очень много различных экспериментальных установок для работы с поляризованными нейтронами, описание которых выходит за рамки настоящего обзора. Интересующихся читателей можно отослать к трудам конференций PNCMI-98 и PNCMI-2000, опубликованных в *Physica B* **267–268** (1999), **297** (2001).

Существуют два основных метода изучения поляризации рассеянных нейтронов, получивших название линейной нейтронной поляриметрии и трехмерного анализа поляризации (или сферической нейтронной поляриметрии).

Линейная нейтронная поляриметрия. Суть метода, развитого в классической работе [6], состоит в следующем. Образец находится в слабом ведущем магнитном поле, фиксирующем направление поляризации \mathbf{P}_0 падающих нейтронов. Измеряются сечения рассеяния с изменением поляризации (spin-flip scattering) и без изменения поляризации (non-spin-flip scattering). Схема соответствующей установки показана на рис. 1.

Если принять направление ведущего поля за ось z , то имеются две вероятности n_+ и n_- того, что спин до рассеяния направлен вдоль (n_+) и против (n_-) поля. Они связаны условием нормировки $n_+ + n_- = 1$, и проекция вектора поляризации на ось z имеет вид $P_z = n_+ - n_-$. Очевидно, имеются четыре сечения рассеяния: два σ_{++} , σ_{--} без переворота спина и два σ_{+-} , σ_{-+} с переворотом спина, где правый (первый) и левый (второй) индексы соответствуют проекциям спина до и после рассеяния.

Сечение σ_{++} измеряется, когда не включены флипперы 1 и 2 на рис. 1 и через установку проходят только нейтроны со спинами, направленными вверх. Сечение σ_{-+} измеряется, если включен флиппер 2, меняющий направление спина нейтронов, имевших вначале спин вверх и рассеянных с переворотом спина. Аналогично, сечение σ_{+-} измеряется при включении флиппера 1, а сечение σ_{--} измеряется, если включены оба флиппера.

Для сечения рассеяния и проекции P_z поляризации рассеянных нейтронов имеем

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{1}{2}(\sigma_{++} + \sigma_{--} + \sigma_{-+} + \sigma_{+-}) + \\ &+ \frac{1}{2} P_0(\sigma_{++} + \sigma_{--} - \sigma_{+-} - \sigma_{-+}), \\ \sigma P_z &= \frac{1}{2}(\sigma_{++} - \sigma_{--} + \sigma_{+-} - \sigma_{-+}) + \\ &+ \frac{1}{2} P_0(\sigma_{++} + \sigma_{--} - \sigma_{-+} - \sigma_{+-}). \end{aligned} \quad (3)$$

Обычно зеемановская энергия нейтрона в поле пренебрежимо мала по сравнению с его кинетической энергией. В этом случае $\sigma_{++} = \sigma_{--} = \sigma_{\text{nsf}}$, где σ_{nsf} — сечение без переворота спина.

В результате из (3) следует

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_{\text{nsf}} + \sigma_{\text{sf}} + \frac{1}{2} P_0(\sigma_{-+} - \sigma_{+-}), \\ \sigma P_z &= \frac{1}{2}(\sigma_{+-} - \sigma_{-+}) + \frac{1}{2} P_0(\sigma_{\text{nsf}} - \sigma_{\text{sf}}), \end{aligned}$$

где $\sigma_{\text{sf}} = \sigma_{+-} + \sigma_{-+}$ — полное сечение с переворотом спина. Сечение является скаляром, а поляризация — аксиальным вектором. Поэтому сечение может зависеть

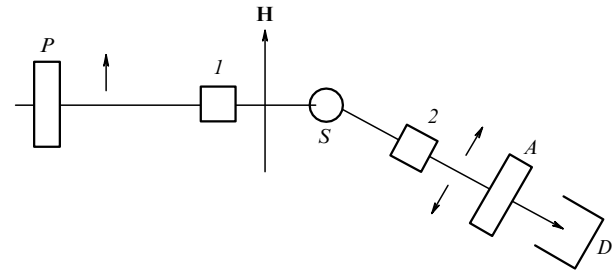


Рис. 1. Схема установки для линейной нейтронной поляриметрии: P — поляризатор, 1 и 2 — флипперы, меняющие направление поляризации на противоположное, S — образец, находящийся в магнитном поле \mathbf{H} , A — анализатор, D — детектор. Стрелками показаны направление начальной поляризации \mathbf{P}_0 и два возможных направления поляризации после рассеяния.

от поляризации P_0 только при наличии в системе аксиального вектора. При этом же условии нейтроны могут поляризоваться при рассеянии.

Недостатком метода линейной нейтронной поляриметрии является то, что невозможно отличить поворот вектора поляризации от изменения его длины. Поэтому был разработан метод трехмерного анализа поляризации.

Трехмерный анализ поляризации. Этот метод использовался в начале 70-х годов Реквельдтом для анализа поляризации прошедшего пучка нейтронов [7] и Драбкиным и Огороковым с сотрудниками для малоуглового рассеяния [8, 9]. В 1989 г. Тассе с сотрудниками создал оригинальную установку CRYOPAD для трехмерного анализа при рассеянии на больших углах, названного ими сферической нейтронной поляриметрией [4, 10, 11].

При трехмерном анализе начальная поляризация нейтронов задается последовательно вдоль трех взаимно перпендикулярных направлений x , y и z , а затем после рассеяния на образце, находящемся в нулевом магнитном поле, измеряются все три компоненты вектора поляризации рассеянных нейтронов. Таким образом определяется поляризационная матрица P_{ij} , где индексы "i" и "j", указывающие на конечную и начальную поляризации, пробегает значения x , y и z . В результате наряду с диагональными компонентами P_{xx} , P_{yy} и P_{zz} , измеряемыми при линейном анализе поляризации, определяются также недиагональные компоненты P_{xy} и т.д., описывающие поворот поляризации при рассеянии.

Установка для малоуглового трехмерного анализа поляризации, описанная в работе [9], показана на рис. 2. К сожалению, трехмерный анализ требует значительного времени измерения и большой интенсивности нейтронных пучков. Поэтому он пока не использовался для неупругого рассеяния с измерением переданной энергии.

3. Нейтронная поляризация: теория

В случае неполяризованных нейтронов сечение рассеяния является суммой ядерного и магнитного вкладов. Но намагниченность — это вектор. Поэтому, изучая только сечение магнитного рассеяния, невозможно получить полную информацию о распределении средней намагниченности в образце и ее флуктуациях. Это можно сделать, используя поляризованные нейтроны.

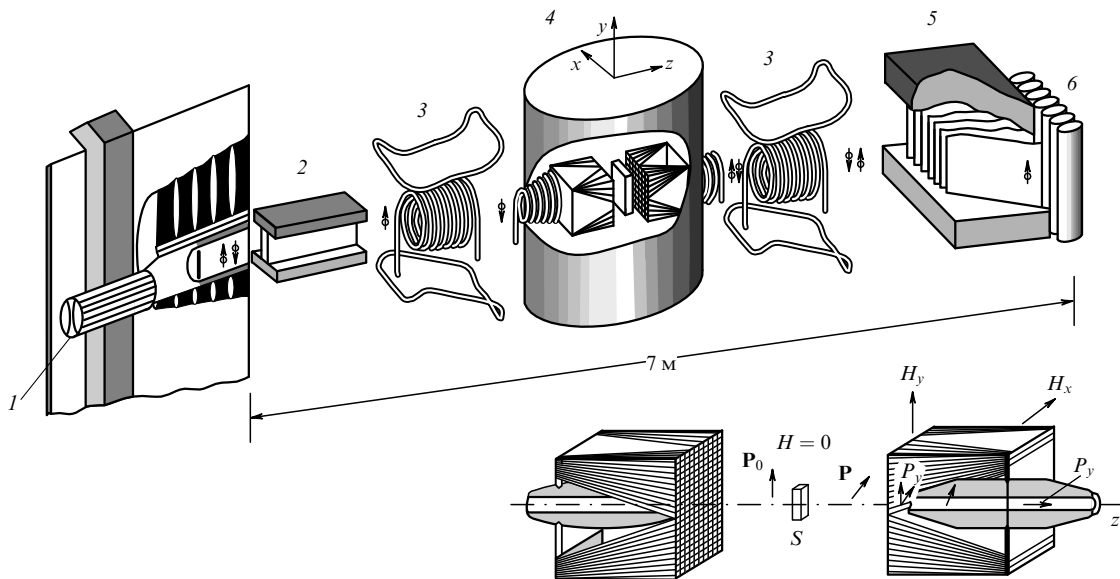


Рис. 2. Установка для трехмерного анализа поляризации при малоугловом рассеянии [9]: 1 — коллиматор, 2 — зеркальный поляризатор, 3 — флипперы, 4 — модуль "Вектор", 5 — двадцатиканальный зеркальный анализатор, 6 — детекторы. Внизу показаны задающий и анализирующий блоки модуля "Вектор", состоящие из взаимно перпендикулярных соленоидов прямоугольного сечения в случае измерения составляющей P_y поляризации (S — образец в нулевом поле).

Основные теоретические представления для анализа экспериментов по рассеянию поляризованных нейтронов были развиты много лет назад в работах [12–19] (см. также [20–23]). Как отмечалось выше, при рассеянии нейтронов измеряются сечение рассеяния и поляризация рассеянных нейтронов.

Для сечения неупругого рассеяния в общем виде можно написать

$$\sigma(\mathbf{Q}, \omega) = \sigma_0(\mathbf{Q}, \omega) + \mathbf{P}_0 \Sigma_0(\mathbf{Q}, \omega), \quad (4)$$

где $\mathbf{Q} = \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_f$, $\omega = E_i - E_f$ — импульс и энергия, переданные нейтроном образцу при рассеянии. Очевидно, в упругом случае зависимости от ω в формуле (4) нет. Поскольку \mathbf{P}_0 является аксиальным вектором, зависимость сечения от \mathbf{P}_0 может возникнуть, только если в системе имеется какое-либо псевдовекторное взаимодействие. Это может быть взаимодействие с внешним магнитным полем, спонтанная намагниченность, взаимодействие Дзялошинского – Мориа, деформация кручения, спиновая спираль и т.д. Все эти случаи мы подробно рассмотрим ниже.

Аналогичное выражение для поляризации рассеянных нейтронов имеет вид

$$\mathbf{P}\sigma(\mathbf{Q}, \omega) = T(\mathbf{Q}, \omega) \mathbf{P}_0 + \Sigma_1(\mathbf{Q}, \omega). \quad (5)$$

В формуле (5) T — тензор второго ранга, действующий на вектор \mathbf{P}_0 согласно правилу $(T\mathbf{P}_0)_\alpha = T_{\alpha\beta} P_{0\beta}$, где $\alpha, \beta = x, y, z$. Здесь и ниже подразумевается суммирование по повторяющимся индексам. Тензор $T_{\alpha\beta}$ может иметь симметричную и антисимметричную части.

В общем виде тензор $T_{\alpha\beta}$ можно записать как

$$T_{\alpha\beta} = T_{\alpha\beta}^{(S)} + \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} A_\gamma,$$

где $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$ — единичный псевдотензор третьего ранга, A_γ — аксиальный вектор. В результате вместо (5) имеем

$$\mathbf{P}\sigma = T^{(S)} \mathbf{P}_0 + \mathbf{A} \times \mathbf{P}_0 + \Sigma_1. \quad (6)$$

Вообще говоря, выражения (4) и (6) содержат 16 величин, однако на практике независимых величин значительно меньше. Отметим еще одно очевидное ограничение: $|\mathbf{P}| \leq 1$.

Амплитуда рассеяния. Перейдем к микроскопическому описанию нейтронного рассеяния. Если ядра имеют спин, то амплитуда ядерного рассеяния состоит из двух частей, одна из которых пропорциональна произведению спинов нейтрона и ядра. Когда ядра не поляризованы, эта часть дает слабо зависящий от импульса \mathbf{Q} некогерентный фон, которым при исследовании магнетиков обычно пренебрегают. Поэтому амплитуду ядерного рассеяния можно записать как

$$N_{\mathbf{Q}} = -N^{-1/2} \sum_n b_n \exp(i\mathbf{Q}\mathbf{R}_n), \quad (7)$$

где \mathbf{R}_n и b_n — координата и длина рассеяния n -го ядра в системе, N — полное число ядер.

Амплитуда магнитного рассеяния легко вычисляется в борновском приближении, если в формулу (1) подставить известное выражение для магнитного поля

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{c} \int d\mathbf{r}' \frac{\mathbf{R} \times \mathbf{j}(\mathbf{r}')}{R^3}, \quad (8)$$

где $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$, а $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ — ток, состоящий из спиновой и орбитальной частей [24]. В результате амплитуду магнитного рассеяния можно представить в виде

$$F_m = \sigma \mathbf{M}_{\mathbf{Q}}^\perp. \quad (9)$$

В формуле (9) $\mathbf{M}_Q^\perp = \mathbf{M}_Q - (\hat{Q}\mathbf{M}_Q)\hat{Q}$ — перпендикулярная импульсу \mathbf{Q} часть вектора \mathbf{M}_Q , определенного равенством

$$\mathbf{M}_Q = rN^{-1/2} \sum_j \exp(i\mathbf{Q}\mathbf{r}_j) \left(\mathbf{s}_j - i \frac{\mathbf{Q} \times \mathbf{p}_j}{Q^2} \right), \quad (10)$$

где $r = 5,4 \times 10^{-13}$ см, а \mathbf{s}_j и $\mathbf{p}_j = -i\nabla_j$ — спин и импульс j -го электрона в системе; здесь и ниже $\hat{Q} = \mathbf{Q}/Q$.

В формуле (10) для \mathbf{M}_Q первое и второе слагаемые описывают рассеяние на спинах и орбитальном токе соответственно. Основные особенности этой формулы следующие. Амплитуда магнитного рассеяния пропорциональна спине нейтрона и определяется перпендикулярной переданному импульсу частью компоненты Фурье плотности намагниченности. Поэтому зависимость от \mathbf{Q} не исчезает даже в пределе $\mathbf{Q} \rightarrow 0$, что важно для малоуглового рассеяния (см. ниже). Зависимость от направления \mathbf{Q} является следствием слабого убывания магнитного взаимодействия с расстоянием и описывает эффект размагничивания при конечных \mathbf{Q} , когда $|\mathbf{Q}| > 1/L$, где L — размер образца.

В большом числе случаев можно пренебречь орбитальной частью рассеяния (d -электронный магнетизм). Тогда формула для \mathbf{M}_Q приобретает вид [12]

$$\mathbf{M}_Q = rN^{-1/2} \sum_m \exp(i\mathbf{Q}\mathbf{R}_m) F_m(\mathbf{Q}) \mathbf{S}_m = r F(\mathbf{Q}) \mathbf{S}_Q, \quad (11)$$

$$F_m(\mathbf{Q}) = \int d\tau \psi_m^*(\tau) \sum_j \exp(i\mathbf{Q}\mathbf{r}_j) \frac{(\mathbf{S}_j \mathbf{S}_m) \psi_m(\tau)}{S_m(S_m + 1)}.$$

Здесь \mathbf{R}_m и \mathbf{S}_m — координата и спин m -го магнитного атома, а $F_m(\mathbf{Q})$ — его магнитный формфактор. Правая часть выражения (11) для \mathbf{M}_Q написана для случая, когда все магнитные атомы одинаковы, и определяет соответствующую компоненту Фурье \mathbf{S}_Q .

В ряде случаев важным является орбитальное рассеяние (f -электроны редких земель и актинидов, манганиты), которое имеет довольно сложный вид [25]:

$$\mathbf{M}_Q^L = rN^{-1/2} \sum_m \exp(i\mathbf{Q}\mathbf{R}_m) \mathbf{L}_m(\mathbf{Q}),$$

$$\mathbf{L}_m(\mathbf{Q}) = \int d\tau \psi_m^*(\tau) \sum_j \mathbf{I}_j(\mathbf{Q}) \psi(\tau), \quad (12)$$

$$\mathbf{I}_j(\mathbf{Q}) = \frac{1}{2} [\mathbf{I}_j h(i\mathbf{Q}\mathbf{r}_j) + h(i\mathbf{Q}\mathbf{r}_j) \mathbf{I}_j].$$

Здесь \mathbf{I}_j — оператор орбитального момента j -го электрона атома, $h(x) = [1 - (1-x)\exp x]x^{-2}$. Как и следовало ожидать, при малых \mathbf{Q} вектор $\mathbf{L}_m(\mathbf{Q})$ переходит в половину полного орбитального момента иона.

Однако формулами (12) не исчерпывается весь вклад орбитального тока в магнитное рассеяние. Остается еще малая добавка, пропорциональная m^*/MQ^2 , где m^* — эффективная масса носителей, M — масса нейтрона. Эта добавка может быть существенной при $Q \rightarrow 0$ [26–28], но, насколько нам известно, экспериментально она не исследовалась, хотя может быть весьма информативной для тяжело-фермионных систем.

Итак, из (7) и (9) для амплитуды рассеяния получаем

$$F_Q = N_Q + \mathbf{M}_Q^\perp \boldsymbol{\sigma}, \quad (13)$$

откуда следует, что как сечение, так и поляризация рассеянных нейтронов состоят из трех частей: ядерной, магнитной и ядерно-магнитной интерференции.

В настоящем обзоре мы рассмотрим неупругое рассеяние, а затем укажем те изменения в формулах, которые нужно сделать, чтобы получить выражение для упругого рассеяния. Подчеркнем, что при выводе приведенных ниже формул мы используем не специфику конкретных физических систем, а только выражение (13) для F_Q , общие принципы статистической физики и алгебру матриц Паули.

Функции ван Хова и обобщенные восприимчивости. В литературе принято выражать сечение рассеяния через так называемые функции ван Хова [29] или же через обобщенные восприимчивости [1, 30]. При этом обычное ядерное и магнитное рассеяние выражается через мнимые части соответствующих обобщенных восприимчивостей. Однако это имеет место только в диагональных случаях, например для чисто ядерного рассеяния или когда магнитная восприимчивость $\chi_{\alpha\beta}$ является симметричным тензором второго ранга (см. ниже). Если же $\chi_{\alpha\beta}$ имеет антисимметричную часть или же нас интересует ядерно-магнитная интерференция, необходим несколько более сложный формализм.

Функции ван Хова определяются следующим образом [29, 30]:

$$\begin{aligned} H_{AB}(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp(i\omega t) \langle A(t) B(0) \rangle = \\ &= Z^{-1} \sum_{a,b} \exp\left(-\frac{E_a}{T}\right) A_{ab} B_{ba} \delta(\omega + E_{ab}). \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь угловые скобки обозначают термодинамическое усреднение, индексы a и b нумеруют состояние системы, $E_{a,b}$ — соответствующие энергии, $E_{ab} = E_a - E_b$, $Z = \sum \exp(-E_a/T)$ — статистическая сумма.

Для обобщенных восприимчивостей имеет место выражение [31]

$$\begin{aligned} \langle A, B \rangle_\omega &= i \int_0^\infty dt \exp(i\omega t) \langle [A(t), B(0)] \rangle = \\ &= -Z^{-1} \sum_{a,b} \exp\left(-\frac{E_a}{T}\right) A_{ab} B_{ba} \left[1 - \exp\left(\frac{E_{ab}}{T}\right) \right] \times \\ &\times (\omega + E_{ab} + i\delta)^{-1}, \quad \delta \rightarrow +0. \end{aligned} \quad (15)$$

Используя известную формулу $1/(x + i\delta) = P/x - i\pi\delta(x)$, где P — главное значение, легко убедиться в том, что

$$\pi H_{AB}(\omega) = \left[1 - \exp\left(-\frac{\omega}{T}\right) \right]^{-1} \langle A, B \rangle_\omega''. \quad (16)$$

Здесь $\langle A, B \rangle_\omega''$ — так называемая абсорбционная часть восприимчивости $\langle A, B \rangle_\omega$, определяемая δ -функциональным вкладом в (15) согласно правилу

$$\langle A, B \rangle_\omega = \langle A, B \rangle_\omega' + i \langle A, B \rangle_\omega'', \quad (17)$$

где $\langle A, B \rangle_\omega'$ — дисперсионная часть, связанная со знаменателем $P/(\omega + E_{ab})$. Если $A = B^+$, то $\langle B^+, B \rangle_\omega''$ совпадает с мнимой частью восприимчивости $\langle B^+, B \rangle_\omega$. В общем случае функция $\langle A, B \rangle_\omega''$ может быть комплексной.

Абсорбционные части восприимчивостей имеют более простые свойства симметрии, чем функции ван Хоа. Сформулируем эти важные для дальнейшего свойства. Из симметрии по отношению к отражению времени имеем [31]

$$\langle A, B \rangle_{\omega, \mathbf{H}} = \pm \langle B, A \rangle_{\omega, -\mathbf{H}}. \quad (18)$$

В формуле (18) \mathbf{H} — внешнее магнитное поле или спонтанная намагниченность, знак плюс соответствует величинам, имеющим одинаковую временную четность, а знак минус — разную временную четность. Далее, используя (15), легко проверить, что

$$\begin{aligned} \langle A, B \rangle_{\omega+i\delta} &= \langle B, A \rangle_{-\omega-i\delta}, \\ \langle A, B \rangle'_{\omega} &= \langle B, A \rangle'_{-\omega}, \\ \langle A, B \rangle''_{\omega} &= -\langle B, A \rangle''_{-\omega}. \end{aligned} \quad (19)$$

Сечение и поляризация рассеянных нейтронов. Используя стандартную процедуру [1, 29, 30] и определение (17) для абсорбционных частей обобщенных восприимчивостей, получаем следующие выражения [22, 23]:

$$\begin{aligned} \sigma(\mathbf{Q}, \omega) &= \frac{1}{\pi} \frac{k_f}{k_i} \left[1 - \exp\left(-\frac{\omega}{T}\right) \right]^{-1} \times \\ &\times \{ \langle N_{-\mathbf{Q}}, N_{\mathbf{Q}} \rangle''_{\omega} + \langle \mathbf{M}_{-\mathbf{Q}}^{\perp}, \mathbf{M}_{\mathbf{Q}}^{\perp} \rangle''_{\omega} + i\mathbf{P}_0 \langle \mathbf{M}_{-\mathbf{Q}}^{\perp} \times \mathbf{M}_{\mathbf{Q}}^{\perp} \rangle''_{\omega} + \\ &+ \mathbf{P}_0 \langle N_{-\mathbf{Q}}, \mathbf{M}_{\mathbf{Q}}^{\perp} + \mathbf{M}_{-\mathbf{Q}}^{\perp}, N_{\mathbf{Q}} \rangle''_{\omega} \}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}\sigma(\mathbf{Q}, \omega) &= \frac{1}{\pi} \frac{k_f}{k_i} \left[1 - \exp\left(-\frac{\omega}{T}\right) \right]^{-1} \{ \langle N_{-\mathbf{Q}}, N_{\mathbf{Q}} \rangle''_{\omega} \mathbf{P}_0 + \\ &+ [\langle (\mathbf{P}_0 \mathbf{M}_{-\mathbf{Q}}^{\perp}), \mathbf{M}_{\mathbf{Q}}^{\perp} \rangle''_{\omega} + \langle \mathbf{M}_{-\mathbf{Q}}^{\perp}, (\mathbf{M}_{\mathbf{Q}}^{\perp} \mathbf{P}_0) \rangle''_{\omega} - \\ &- \langle (\mathbf{M}_{-\mathbf{Q}}^{\perp}, \mathbf{M}_{\mathbf{Q}}^{\perp}) \rangle''_{\omega} \mathbf{P}_0] - i \langle \mathbf{M}_{-\mathbf{Q}}^{\perp} \times \mathbf{M}_{\mathbf{Q}}^{\perp} \rangle''_{\omega} + \\ &+ \langle N_{-\mathbf{Q}}, \mathbf{M}_{\mathbf{Q}}^{\perp} + \mathbf{M}_{-\mathbf{Q}}^{\perp}, N_{\mathbf{Q}} \rangle''_{\omega} + \\ &+ i \langle N_{-\mathbf{Q}}, \mathbf{M}_{\mathbf{Q}}^{\perp} - \mathbf{M}_{-\mathbf{Q}}^{\perp}, N_{\mathbf{Q}} \rangle''_{\omega} \times \mathbf{P}_0 \}. \end{aligned} \quad (21)$$

Формулы (20) и (21) можно существенно упростить, введя симметричную и антисимметричную части магнитной восприимчивости:

$$\langle S_{-\mathbf{Q}}^z, S_{\mathbf{Q}}^{\beta} \rangle_{\omega} = \chi_{\alpha\beta}(\mathbf{Q}, \omega) = \chi_{\alpha\beta}^{(S)}(\mathbf{Q}, \omega) + \chi_{\alpha\beta}^{(A)}(\mathbf{Q}, \omega), \quad (22)$$

где $\chi_{\alpha\beta}^{(S)} = \chi_{\beta\alpha}^{(S)}$ и $\chi_{\alpha\beta}^{(A)} = -\chi_{\beta\alpha}^{(A)}$. Так как любой антисимметричный тензор второго ранга однозначно связан с аксиальным вектором, можно написать [32]

$$\chi_{\alpha\beta}^{(A)}(\mathbf{Q}, \omega) = -i\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} C_{\gamma}(\mathbf{Q}, \omega). \quad (23)$$

Здесь $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$ — единичный псевдотензор третьего ранга, \mathbf{C} — аксиальный вектор, который мы будем называть вектором киральности или киральностью.

Таким образом, сечение рассеяния зависит от поляризации нейтронов, если не равен нулю вектор киральности \mathbf{C} . Физический смысл разделения восприимчивости на симметричную и антисимметричную (киральную) части состоит в следующем: симметричная часть описывает флуктуации намагниченности вдоль осей x, y, z , а киральная — винтовые флуктуации.

Пользуясь формулами (15) и (17), нетрудно показать, что абсорбционные части $\chi_{\alpha\beta}^{(S)}$ и C_{γ} совпадают с $\text{Im} \chi_{\alpha\beta}^{(S)}$ и

$\text{Im} C_{\gamma}$. В результате вместо (20) мы имеем

$$\begin{aligned} \sigma(\mathbf{Q}, \omega) &= \frac{1}{\pi} \frac{k_f}{k_i} \left[1 - \exp\left(-\frac{\omega}{T}\right) \right]^{-1} \times \\ &\times \{ \langle N_{-\mathbf{Q}}, N_{\mathbf{Q}} \rangle''_{\omega} + r^2 F_m^2 \text{Im} \chi_{\alpha\beta}^{(S)}(\mathbf{Q}, \omega) (\delta_{\alpha\beta} - \hat{Q}_{\alpha} \hat{Q}_{\beta}) + \\ &+ 2r^2 F_m^2 (\mathbf{P}_0 \hat{Q}) (\hat{Q} \text{Im} \mathbf{C}(\mathbf{Q}, \omega)) + \\ &+ \mathbf{P}_0 \langle N_{-\mathbf{Q}}, \mathbf{M}_{\mathbf{Q}}^{\perp} + \mathbf{M}_{-\mathbf{Q}}^{\perp}, N_{\mathbf{Q}} \rangle''_{\omega} \}, \end{aligned} \quad (24)$$

где F_m^2 — магнитный формфактор иона. Если в системе нет псевдовектора, то остаются только два первых слагаемых, отвечающих за ядерное и обычное магнитное рассеяние, и сечение не зависит от поляризации \mathbf{P}_0 .

В случае магнитной изотропии рассеивателя магнитная восприимчивость имеет вид

$$\chi_{\alpha\beta} = \chi \delta_{\alpha\beta}, \quad (25)$$

и второе слагаемое в (24) оказывается равным $2r^2 F_m^2 \text{Im} \chi$. Это имеет место, например, в кубических кристаллах в парамагнитной фазе (ферромагнетики выше точки Кюри). Третье слагаемое в (24) описывает киральные (винтовые) спиновые флуктуации [32]. Наконец, последнее слагаемое в (24) ответственно за интерференцию магнитного и ядерного рассеяния. Необходимо отметить, что векторы, определяющие киральное и интерференционное рассеяние, взаимно перпендикулярны. Таким образом, направляя, например, поляризацию \mathbf{P}_0 вдоль переданного импульса \mathbf{Q} , можно избавиться от интерференционного вклада в сечение. Впервые это отмечалось в работе [33] для неупругого рассеяния в ферромагнетиках.

Аналогичным образом для поляризации рассеянных нейтронов имеем

$$\begin{aligned} \mathbf{P}\sigma(\mathbf{Q}, \omega) &= \frac{1}{\pi} \frac{k_f}{k_i} \left[1 - \exp\left(-\frac{\omega}{T}\right) \right]^{-1} \{ \langle N_{-\mathbf{Q}}, N_{\mathbf{Q}} \rangle''_{\omega} \mathbf{P}_0 + \\ &+ r^2 F_m^2 [2 \text{Im} \chi_{\perp}^{(S)}(\mathbf{Q}, \omega) \mathbf{P}_0 - \text{Im} \chi_{\perp\alpha\alpha}^{(S)} \mathbf{P}_0 - \\ &- 2\hat{Q} (\hat{Q} \text{Im} \mathbf{C}(\mathbf{Q}, \omega))] + \langle N_{-\mathbf{Q}}, \mathbf{M}_{\mathbf{Q}}^{\perp} + \mathbf{M}_{-\mathbf{Q}}^{\perp}, N_{\mathbf{Q}} \rangle''_{\omega} + \\ &+ i \langle N_{-\mathbf{Q}}, \mathbf{M}_{\mathbf{Q}}^{\perp} - \mathbf{M}_{-\mathbf{Q}}^{\perp}, N_{\mathbf{Q}} \rangle''_{\omega} \times \mathbf{P}_0 \}. \end{aligned} \quad (26)$$

Здесь первое слагаемое — вклад ядерного рассеяния, не меняющий поляризацию нейтронов. Два следующих слагаемых описывают изменение нейтронной поляризации при обычном магнитном рассеянии, где $\chi_{\perp}^{(S)}(\mathbf{Q}, \omega)$ — тензор с компонентами

$$\chi_{\perp\alpha\beta}^{(S)}(\mathbf{Q}, \omega) = (\delta_{\alpha\alpha_1} - \hat{Q}_{\alpha} \hat{Q}_{\alpha_1}) \chi_{\alpha_1\beta_1}^{(S)} (\delta_{\beta_1\beta} - \hat{Q}_{\beta_1} \hat{Q}_{\beta}), \quad (27)$$

перпендикулярный вектору \hat{Q} : $\chi_{\perp} \hat{Q} = \hat{Q} \chi_{\perp} = 0$. Возникновение поляризации при рассеянии описывается киральным слагаемым, а также интерференцией между ядерным и магнитным рассеянием. Наконец, последнее слагаемое определяет интерференционный поворот вектора поляризации \mathbf{P}_0 . Подчеркнем, что как киральное рассеяние, так и интерференционные члены возникают только при наличии в системе аксиального вектора.

Если падающие нейтроны поляризованы вдоль переданного импульса, поляризация при обычном магнитном рассеянии меняет знак и имеет место равенство

$$\mathbf{P} = \frac{\sigma_n - \sigma_m}{\sigma_n + \sigma_m} \mathbf{P}_0, \quad (28)$$

где σ_n и σ_m — сечения ядерного и магнитного рассеяния соответственно.

Метод выделения рассеяния с переворотом и без переворота спина как способ изучения отдельно ядерного и магнитного рассеяния, а также различных вкладов последнего предложен в работе [6] и с тех пор стал стандартным. Часто магнитное рассеяние оказывается значительно больше ядерного. Это имеет место, например, для критического рассеяния в ферромагнетиках, рассеяния в антиферромагнетиках около магнитных брэгговских пиков и т.д. В этом случае для магнитоизотропных образцов из (25) и (26) следует простая формула [12]:

$$\mathbf{P} = -\hat{Q}(\hat{Q}\mathbf{P}_0). \quad (29)$$

Впервые соответствующее изменение знака поляризации экспериментально наблюдалось при малоугловом критическом рассеянии в никеле [34] и использовалось для изучения критических флуктуаций в железе (см. работу [35] и ссылки в ней).

Выражение (29) оказалось также полезным для описания деполяризации нейтронов, возникающей при прохождении среды с крупномасштабными магнитными неоднородностями. В работе [36] показано, что деполяризация зависит от взаимной ориентации скорости нейтронов и их поляризации, что экспериментально подтверждено в работе [8]. Эти работы явились основой метода изучения магнитных текстур с помощью деполяризации нейтронов [37, 38]. Комбинация метода деполяризации с малоугловым рассеянием позволила обнаружить две корреляционные длины в критической области в железо-никелевом инваре [39–41], а также определить ширину области размытости температуры Кюри, связанную с внутренней неоднородностью этого сплава [42].

В случае упругого рассеяния формулы для сечения и поляризации имеют ту же структуру, что и выражения (20) и (21), и получаются из них заменой

$$\frac{1}{\pi} \frac{k_f}{k_i} \left[1 - \exp\left(-\frac{\omega}{T}\right) \right]^{-1} \langle A, B \rangle''_{\omega} \rightarrow \langle A \rangle \langle B \rangle, \quad (30)$$

где угловые скобки обозначают термодинамическое усреднение.

Отметим еще одно важное обстоятельство, которое используется в дальнейшем. Часто на эксперименте измеряется рассеяние в заданном направлении (без измерения переданной энергии), т.е. проинтегрированное по переданной энергии ω . Если при этом характерная передаваемая энергия мала по сравнению с T и E_i , то стоящий в (20) и (21) множитель

$$\frac{1}{\pi} \frac{k_f}{k_i} \left[1 - \exp\left(-\frac{\omega}{T}\right) \right]^{-1}$$

можно заменить на $T/\pi\omega$ и в соответствующие выражения для сечения и поляризации будут входить интегралы вида

$$\frac{T}{\pi} \int \frac{d\omega}{\omega} \langle A, B \rangle''_{\mathbf{Q}, \omega}.$$

Пренебрегая в этих интегралах зависимостью переданного импульса от ω (экспериментально фиксируется угол рассеяния, а не \mathbf{Q}), имеем равенство [31]

$$\langle AB \rangle_{\omega=0} = \frac{T}{\pi} \int \frac{d\omega}{\omega} \langle A, B \rangle''_{\omega}. \quad (31)$$

Здесь слева стоит обобщенная восприимчивость при $\omega = 0$, называемая статической восприимчивостью. Соответствующие выражения для сечения и поляризации мы будем называть статическими (не путать с упругими!).

Как уже отмечалось, при отсутствии в системе аксиально-векторных взаимодействий сечение магнитного рассеяния не зависит от поляризации \mathbf{P}_0 , и при магнитном рассеянии происходит поворот вектора поляризации, описываемый в (21) выражением в квадратных скобках. В результате возникают процессы рассеяния без поворота и с поворотом спина нейтрона, экспериментальное изучение которых является стандартным методом отделения магнитного рассеяния от ядерного и разделения разных вкладов в магнитное рассеяние. Мы не будем приводить здесь многочисленные примеры такого разделения, а рассмотрим менее тривиальные случаи кирального рассеяния и ядерно-магнитной интерференции, которые возникают при наличии в системе того или иного аксиально-векторного взаимодействия. На ряде примеров мы покажем ниже, что экспериментальное изучение соответствующих явлений позволяет получить новую информацию по сравнению с обычным магнитным рассеянием.

4. Киральное рассеяние. Магнитные спирали

В этом разделе мы рассмотрим киральное рассеяние на спиральных магнитных структурах в упорядоченных магнетиках. Неупругому киральному рассеянию, связанному со взаимодействием Дзялошинского–Мория, и киральному рассеянию намагниченными образцами (динамической киральности [32]), посвящены разделы 5 и 6.

Как отмечалось выше, киральное рассеяние возникает вследствие винтовых спиновых флуктуаций. Магнитные спирали (замороженные флуктуации) приводят к упругому киральному рассеянию, причем направление вращения спирали является аксиальным вектором, определяющим спиновую киральность. Из формул (20) и (21) следует, что киральное рассеяние приводит к зависимости сечения от начальной поляризации \mathbf{P}_0 и к возникновению поляризации при рассеянии. Оба эти эффекта определяются одной и той же векторной величиной. Поэтому ниже мы ограничимся изучением кирального вклада в сечение, который проще изучать экспериментально.

Начнем с упругого рассеяния на магнитной спирали. В этом случае средний спин магнитного атома на узле \mathbf{S}_m и вектор \mathbf{M}_Q имеют вид¹

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_m &= \frac{1}{2} [\mathbf{S} \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{R}_m) + \mathbf{S}^* \exp(i\mathbf{k}\mathbf{R}_m)] = \\ &= \mathbf{S}_1 \cos(\mathbf{k}\mathbf{R}_m) + \mathbf{S}_2 \sin(\mathbf{k}\mathbf{R}_m), \end{aligned} \quad (32)$$

$$\mathbf{M}_Q = \frac{r}{2N} F(\mathbf{Q}) \sum_{\tau} (\mathbf{S} \delta_{\mathbf{Q}-\mathbf{k}, \tau} + \mathbf{S}^* \delta_{\mathbf{Q}+\mathbf{k}, \tau}), \quad (33)$$

где \mathbf{R}_m — координата узла m , τ — вектор обратной решетки.

¹ Здесь и ниже, для определенности, мы говорим о среднем спине, хотя фактически во многих случаях, например для ионов редких земель, мы имеем дело с полным моментом \mathbf{J}_m .

Используя выражение (33), общую формулу (20) и правило (30) для вычисления упругого рассеяния, получаем [17, 18]

$$\sigma_{el} = \left[\frac{r}{2} F(\mathbf{Q}) \right]^2 \{ [\mathbf{S}_1^2 - (\mathbf{S}_1, \hat{\mathbf{Q}})^2 + \mathbf{S}_2^2 - (\mathbf{S}_2, \hat{\mathbf{Q}})^2] \times \\ \times (\Delta_{\mathbf{Q}+\mathbf{k}} + \Delta_{\mathbf{Q}-\mathbf{k}}) + 2(\mathbf{P}_0 \hat{\mathbf{Q}}) ([\mathbf{S}_1 \times \mathbf{S}_2] \hat{\mathbf{Q}}) (\Delta_{\mathbf{Q}+\mathbf{k}} - \Delta_{\mathbf{Q}-\mathbf{k}}) \}. \quad (34)$$

Здесь функции

$$\Delta_{\mathbf{Q} \pm \mathbf{k}} = \frac{(2\pi)^3}{V_0} \sum_{\boldsymbol{\tau}} \delta(\mathbf{Q} \pm \mathbf{k} - \boldsymbol{\tau})$$

описывают сверхструктурные пики при $\mathbf{Q} = \pm \mathbf{k} + \boldsymbol{\tau}$, V_0 — объем элементарной ячейки. Последнее слагаемое в (34) имеет вид, отличный от общепринятого [17, 18]. В традиционной форме оно пропорционально $\mathbf{P}_0 [\mathbf{S}_1^\perp \times \mathbf{S}_2^\perp]$. Стоящее в (34) более простое выражение является следствием тождества $\mathbf{A}_\perp \times \mathbf{B}_\perp = \hat{\mathbf{Q}}([\mathbf{A} \times \mathbf{B}] \hat{\mathbf{Q}})$ [21]. Отметим, что выражение для поляризации, возникающей при рассеянии на спирали, впервые было получено в работе [16]. Последнее слагаемое в (34) пропорционально векторному произведению средних значений спинов \mathbf{S}_1 и \mathbf{S}_2 . Строго говоря, его надо заменить на фурье-образ статической киральности

$$\mathbf{C}_{m_1 m_2} = \langle \mathbf{S}_{m_1} \times \mathbf{S}_{m_2} \rangle, \quad (35)$$

и эти величины не обязаны совпадать (см. раздел 8).

Ниже мы будем называть спираль правовращающейся (правой) или левовращающейся (левой) в соответствии с тем, правую или левую систему координат образуют векторы \mathbf{S}_1 , \mathbf{S}_2 и \mathbf{k} , если их сделать взаимно перпендикулярными, поворачивая на углы, меньшие 90° [18]. Это определение становится прозрачным для простой спирали, когда $|\mathbf{S}_1| = |\mathbf{S}_2|$ и все три вектора взаимно перпендикулярны. В этом важном для дальнейшего случае вместо формулы (34) имеем [17, 18]

$$\sigma_{el} = \left[\frac{rS}{2} F(\mathbf{Q}) \right]^2 \{ [1 + (\hat{\mathbf{Q}}\hat{m})^2 + 2(\mathbf{P}_0 \hat{\mathbf{Q}})(\hat{\mathbf{Q}}\hat{m})] \Delta_{\mathbf{Q}+\mathbf{k}} + \\ + [1 + (\hat{\mathbf{Q}}\hat{m})^2 - 2(\mathbf{P}_0 \hat{\mathbf{Q}})(\hat{\mathbf{Q}}\hat{m})] \Delta_{\mathbf{Q}-\mathbf{k}} \}, \quad (36)$$

где $\hat{m} = [\mathbf{S}_1 \times \mathbf{S}_2]/S^2$, а вектор \mathbf{k} параллелен или антипараллелен \hat{m} (правая или левая спираль).

Из (34) и (36) следует, что рассеяние поляризованных нейтронов позволяет определить направление вращения спирали. Однако в реальном образце могут быть домены с разными направлениями вращения. В этом случае зависящая от поляризации часть сечения пропорциональна разности заселенностей $n_R - n_L$ "правых" и "левых" доменов ($n_R + n_L = 1$).

Если симметрия кристалла такова, что его энергия не зависит от направления вращения спирали, неравенство заселенностей $n_R \neq n_L$ может возникнуть только случайно и поэтому в среднем сечение не зависит от \mathbf{P}_0 . Такая зависимость является результатом флуктуации, которую можно заметить лишь в случае крупных доменов, сравнимых с размером образца. Действительно, если в образце имеется N случайно образовавшихся доменов, то, очевидно, разность заселенностей $n_R - n_L \propto N^{-1/2}$.

Ситуация меняется при наличии взаимодействия Дзялошинского–Мория

$$V_{DM} = \frac{1}{2} \sum_{m_1, m_2} \mathbf{D}_{m_1 m_2} [\mathbf{S}_{m_1} \times \mathbf{S}_{m_2}]. \quad (37)$$

В этом выражении суммирование идет по тем параметрам, между которыми симметрия разрешает существование аксиального вектора $\mathbf{D}_{m_1 m_2}$. В 1964 г. Дзялошинский [43] впервые показал (см. также [44–46]), что взаимодействие (37) фиксирует направление вращения спирали, и поэтому сечение рассеяния в направлении сверхструктурных пиков $\mathbf{Q} = \mp \mathbf{k} + \boldsymbol{\tau}$ должно зависеть от начальной поляризации нейтронов. В частности, как следует из (36), в случае простой спирали (при $\boldsymbol{\tau} = 0$) для нейтронов, полностью поляризованных вдоль вектора $\mathbf{Q} = \mathbf{k}$, один из сверхструктурных пиков должен исчезнуть.

Зависимость сечения от поляризации \mathbf{P}_0 в нецентросимметричном кубическом кристалле MnSi исследовалась экспериментально в работах [47, 48]. В этом веществе, имеющем структуру $P2_13$ (T^4), при $T_c = 29$ К возникает простая спираль с $\mathbf{k} = (2\pi/a)(\xi, \xi, \xi)$, где $\xi = 0,017$. На рисунке 3, взятом из работы [48], показана зависимость интенсивности рассеяния вправо ($\mathbf{Q} = -\mathbf{k}$) при $T = 16$ К для нейтронов, поляризованных вдоль и против направления \mathbf{k} . Такая зависимость от направления \mathbf{P}_0 соответствует левовращающейся спирали. Небольшое рассеяние при $\mathbf{P}_0 \parallel -\mathbf{k}$ связано с неполной поляризацией нейтронов ($P_0 = 0,91$).

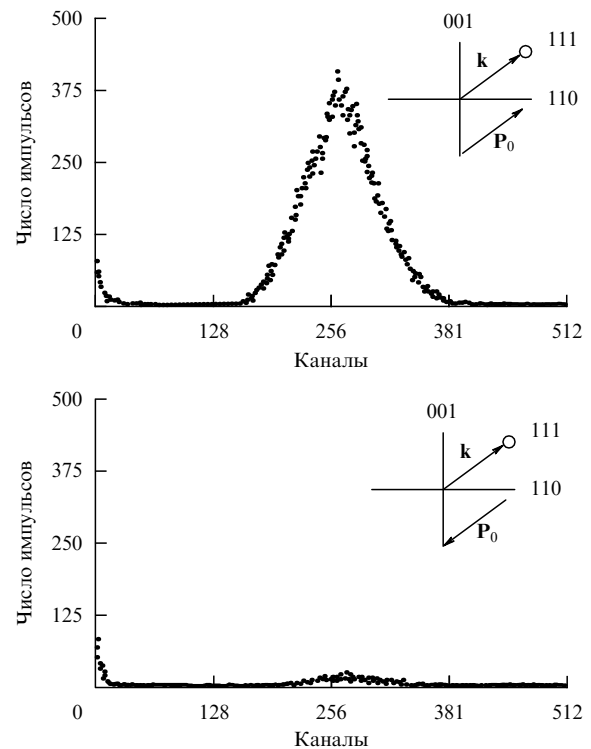


Рис. 3. Зависимость интенсивности сверхструктурного пика с $\mathbf{Q} = -\mathbf{k}$ (рассеяние вправо от прямого пучка) от поляризации нейтронов в MnSi [48]. Почти полное исчезновение рассеяния для поляризации \mathbf{P}_0 , противоположной направлению \mathbf{k} , отвечает левовращающейся спирали. Максимум кривой для $\mathbf{P}_0 \parallel \mathbf{k}$ соответствует условию Брэгга $|\mathbf{Q}| = |\mathbf{k}|$.

Итак, взаимодействие Дзялошинского–Мория фиксирует направление вращения спиновой спирали. Вместе с тем в большом числе случаев энергия кристалла не зависит от этого направления и, значит, сечение рассеяния не должно зависеть от \mathbf{P}_0 . В работе [49] показано, что несохранение пространственной четности в рамках стандартной модели слабого взаимодействия должно приводить к взаимодействию магнитных ионов в металлах друг с другом через обмен электрон-дырочной парой, аналогичному взаимодействию РККИ. В результате такого взаимодействия левая спираль должна иметь более низкую энергию, чем правая. Эта энергия очень мала (порядка 100 Гц на спин), однако в принципе должна приводить к ненулевой разности заселенностей $n_R - n_L$.

В работе [50] предпринималась попытка обнаружить этот эффект в гольмии путем изучения зависимости сечения рассеяния от \mathbf{P}_0 . Оказалось, что $n_R - n_L < 10^{-5}$. Аналогичный результат (хотя и с меньшей точностью) получен в работе [51] с помощью поляризованного синхротронного излучения. Одновременно было обнаружено [50], что деформация кручения приводит к ненулевой разности $n_R - n_L$. Таким образом, в гольмии имеется взаимодействие, пропорциональное произведению $\mathbf{C}\phi$, где \mathbf{C} — спиновая киральность и ϕ — деформация кручения. Остановимся на этом подробнее.

Гольмий имеет гексагональную структуру с плотной упаковкой. Магнитный порядок возникает при температуре $T_N \approx 133$ К, и в интервале $T_N > T > 86$ К существует простая магнитная спираль с вектором \mathbf{k} вдоль гексагональной оси \hat{c} и вращением спинов в плоскости ab . При этом длина вектора \mathbf{k} уменьшается с температурой и $k \approx 0,3(2\pi/c)$ при $T \approx T_N$ [52, 53].

В работе [50] измерения проводились на текстурированном образце гольмия с разориентацией направлений гексагональной оси порядка 15° . Исследовалось рассеяние с $\tau = 0$, т.е. с $|\mathbf{Q}| \approx |\mathbf{k}|$. Измерялась "поляризуемость" образца, определенная как

$$P(\pm\mathbf{k}) = \frac{1}{P_0} \frac{I^+(\pm\mathbf{k}) - I^-(\pm\mathbf{k})}{I^+(\pm\mathbf{k}) + I^-(\pm\mathbf{k})} = n_L - n_R, \quad (38)$$

где $I^\pm(\pm\mathbf{k})$ — интенсивности рассеяния влево ($\mathbf{k}_f = \mathbf{k}_i - \mathbf{k}$) и вправо ($\mathbf{k}_f = \mathbf{k}_i + \mathbf{k}$) от падающего пучка нейтронов, поляризованных вдоль (I^+) и против (I^-) направления \mathbf{Q} . Образец деформировался при $T > T_N$, а затем охлаждался ниже T_N . Зависимость поляризуемости от угла рассеяния показана на рис. 4, взятом из работы [50].

Полученная асимметрия поляризуемости обнаруживает влияние деформации кручения на заселенность доменов с разными направлениями вращения спинов. Различие в значениях поляризуемости при кручении образца влево, а затем после нагрева выше T_N вправо связано с тем, что для увеличения эффекта образец подвергался пластической деформации. В настоящее время планируется детальное изучение этого эффекта на монокристалле гольмия в режиме обратимой упругой деформации [54].

Из представленных на рис. 4 результатов ясно, что деформация кручения, нарушающая симметрию кристалла, приводит к появлению разности энергий правых и левых доменов, т.е. действует аналогично взаимодействию Дзялошинского–Мория. По существу это озна-

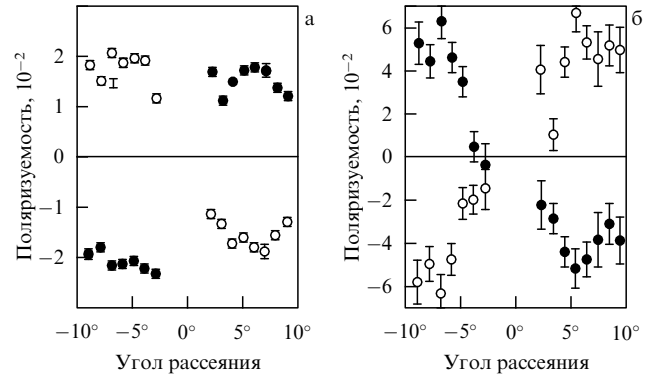


Рис. 4. Зависимость поляризуемости гольмия от деформации кручения вокруг оси текстуры влево (а), а затем вправо (б). Разница в значениях поляризуемости связана с пластической деформацией, возникающей при скручивании [50].

чает, что имеется взаимодействие между спиновой киральностью и деформацией кручения, которое феноменологически можно представить в виде [50]

$$W = \frac{1}{2} \sum_{m_1, m_2} g_{m_1 m_2} [\mathbf{S}_{m_1} \times \mathbf{S}_{m_2}] \cdot [\nabla \times (\mathbf{u}_{m_1} - \mathbf{u}_{m_2})], \quad (39)$$

где \mathbf{u}_{m_1, m_2} — смещения спинов из их положения равновесия в результате деформации, а константы $g_{m_1 m_2}$ определяют энергию взаимодействия.

В случае упругой деформации смещения спинов \mathbf{u}_m можно вычислить, используя результаты теории упругости [55]. Для закручивания вокруг оси z имеем

$$u_x = -\tau yz, \quad u_y = \tau zx, \quad u_z = \tau \psi(x, y),$$

где $\tau = \partial\phi/\partial z$ — угол поворота на единицу длины, ψ — функция кручения, вид которой зависит от конкретной формы образца [55]. В результате оказывается, что деформация кручения приводит к появлению вектора Дзялошинского

$$\mathbf{D}_{m_1 m_2} = \tau g_{m_1 m_2} \left(x_{m_1 m_2} - \frac{\partial\psi_{m_1 m_2}}{\partial y}, y_{m_1 m_2} + \frac{\partial\psi_{m_1 m_2}}{\partial x}, -2z_{m_1 m_2} \right), \quad (40)$$

$$\psi_{m_1 m_2} = \psi_{m_1} - \psi_{m_2}.$$

В случае простой спирали, вращающейся вдоль оси z , для энергии взаимодействия с деформацией кручения находим [50]

$$W = -2\tau [\mathbf{S}_1 \times \mathbf{S}_2]_z N_m \sum_{\mathbf{R}} g(\mathbf{R}) z \sin(\mathbf{k}\mathbf{R}), \quad (41)$$

где N_m — число магнитных атомов в образце. Вообще говоря, из-за малости τ эта энергия очень мала, но, как следует из приведенных выше экспериментальных результатов, ее достаточно для создания разности заселенностей $n_R - n_L$.

Очевидно, что локальные деформации кручения, возникающие при колебаниях решетки, значительно больше, чем те, которые можно создать при кручении образца. Выражение (39) описывает также взаимодействие спиновой киральности $\mathbf{S}_{m_1} \times \mathbf{S}_{m_2}$ с колебаниями решетки. Представляя обычным образом смещения \mathbf{u}_m в виде суммы операторов рождения и уничтожения фоно-

нов $b_{\mathbf{q}}$ и $b_{\mathbf{q}}^+$ (где \mathbf{q} обозначает волновой вектор фонона и его поляризацию [31]), получаем

$$W = 2 \sum_{\mathbf{q}} \frac{\mathbf{e}_{\mathbf{q}} \times \mathbf{q}}{(2MN\omega_{\mathbf{q}})^{1/2}} [b_{\mathbf{q}} C_{\mathbf{q}}(\mathbf{q}) + b_{\mathbf{q}}^+ C_{\mathbf{q}}(-\mathbf{q})]. \quad (42)$$

Здесь M — масса элементарной ячейки кристалла, $\omega_{\mathbf{q}}$ и $\mathbf{e}_{\mathbf{q}}$ — энергия и вектор поляризации фонона,

$$C_{\mathbf{q}}(\mathbf{Q}) = \sum_{m_1, m_2} g_{m_1 m_2} [\mathbf{S}_{m_1} \times \mathbf{S}_{m_2}] \times \exp \left[\frac{i}{2} \mathbf{Q}(\mathbf{R}_{m_1} + \mathbf{R}_{m_2}) \right] \sin(\mathbf{qR}_{m_2 m_1}). \quad (43)$$

Величину (43) можно рассматривать как оператор спиновой киральности, взаимодействующей с полем фононов. Следует отметить, что оператор $C_{\mathbf{q}}(\mathbf{Q})$ зависит от импульсов \mathbf{q} и \mathbf{Q} в отличие от большинства других операторов, встречающихся в теории. Эта двойная зависимость будет важна в дальнейшем при изучении динамической киральности.

Энергия (42) должна быть малой по сравнению с остальными спин-решеточными взаимодействиями. Однако при $\mathbf{q} \approx \mathbf{k}$ вблизи температуры Нееля T_N критические флуктуации киральности велики. Это теоретически предсказано в работах [56–59] и недавно подтверждено экспериментально [54, 60–63]. В результате возможна сильная перенормировка фононной энергии при $\mathbf{q} = \mathbf{k}$ или появление дополнительной мягкой моды. Качественное обсуждение этого вопроса имеется в работе [50].

Остается сказать несколько слов о возможной микроскопической природе взаимодействия (39). В редкоземельных металлах спин-орбитальное взаимодействие велико, и поэтому их магнетизм обусловлен полным моментом \mathbf{J} . В частности, в случае гольмия ионы Ho^{3+} находятся в состояниях 5I_8 с $J = 8$. Магнитная спираль ниже T_N образуется в результате вращения моментов, возникающего благодаря РККИ-взаимодействию между ними. Последнее является следствием обмена между локализованными f -электронами и электронами проводимости. Однако имеет место и так называемое винтовое рассеяние (skew scattering) электронов проводимости на f -электронах, энергия которого имеет вид [64]

$$V_s(\mathbf{r}) = V(r) \mathbf{L} \mathbf{l}, \quad (44)$$

где \mathbf{L} и \mathbf{l} — орбитальные моменты f -электронов и зонных электронов соответственно. В \mathbf{k} -пространстве $\mathbf{l}_{\mathbf{k}'\mathbf{k}} = i[\mathbf{k}' \times \mathbf{k}]$.

Учитывая (44) во втором порядке теории возмущений, получаем поправку к РККИ-взаимодействию полных моментов, а также их псевдодипольное взаимодействие, имеющее вид [65]

$$V_{m_1 m_2}^{\text{PD}} = V_{m_1 m_2}(\mathbf{R}_{m_1 m_2} \mathbf{J}_{m_1})(\mathbf{R}_{m_1 m_2} \mathbf{J}_{m_2}). \quad (45)$$

Деформация кручения возмущает зонную структуру металла. В результате периодический потенциал кристалла $U(\mathbf{r})$ заменяется на $U(\mathbf{r} + [\mathbf{r}\Phi])$. Это должно приводить во втором порядке по (44) к взаимодействию (39). В настоящее время соответствующая теоретическая задача не решена.

Для металлов деформация кручения является, по-видимому, единственным способом создания эффектив-

ного взаимодействия Дзялошинского–Мория, фиксирующего направление вращения магнитной спирали. Для диэлектриков это не так. В пионерской работе [66] показано, что, охлаждая кубическую шпинель ZnCr_2Se_4 ниже $T_N = 20$ К во взаимно перпендикулярных магнитном и электрическом полях, можно создать состояния только с правой или левой спиралью, меняя знак \mathbf{E} . Детальные исследования однодоменного спирального состояния в работе [66] не проводились, в частности не исследовалась температурная зависимость киральности вблизи T_N .

В работе [67] предложен метод создания взаимодействия Дзялошинского–Мория, в котором используется только внешнее электрическое поле. Соответствующий вклад в магнитную энергию, полученный на основании свойств симметрии, записывается как

$$V_E = \frac{1}{2} \sum_{m_1, m_2} C_{m_1 m_2} [\mathbf{p} \times \mathbf{R}_{m_1 m_2}] \cdot [\mathbf{S}_{m_1} \times \mathbf{S}_{m_2}], \quad (46)$$

где \mathbf{p} — поляризация образца, созданная полем \mathbf{E} . Таким методом действительно обнаружена небольшая разность заселенностей $n_R - n_L$ в слоистом антиферромагнетике с треугольной структурой CsMnBr_3 [68]. Однако при этом сильно изменились критические свойства системы: критический индекс β , определяющий среднюю намагниченность на узле вблизи T_N , уменьшился в полтора раза. С чем это связано, пока не ясно.

Следует отметить, что в ряде работ (см., например, [54, 63, 69, 70]) наблюдалась "естественная" разность заселенностей доменов, причины которой в настоящее время не выяснены: или это статистические флуктуации, которые обсуждались выше, или же имеются внутренние причины, например неоднородная деформация образца, приводящая неизбежно к локальным его скручиваниям.

Подводя итог, можно сказать следующее: возможность изучения спиральных магнитных структур с помощью поляризованных нейтронов продемонстрирована во многих случаях. Однако систематические исследования статической спиновой киральности пока не проведены. Исключение составляют CsMnBr_3 и гольмий [54, 63], но это подробно обсуждается в разделе 8.

5. Киральное рассеяние в парамагнитной фазе

Если в системе есть какой-либо аксиальный вектор, то может появиться неупругое киральное рассеяние в неупорядоченной фазе. Это, в частности, справедливо для взаимодействия Дзялошинского–Мория, а также при наличии внешнего магнитного поля. В этом разделе мы рассматриваем общие свойства такого рассеяния, вытекающие из свойств симметрии аксиально-векторных взаимодействий, а затем обсуждаем киральное рассеяние, связанное со взаимодействием Дзялошинского–Мория.

Следует отметить, что для веществ без дальнего магнитного порядка (низкоразмерные и сильнофрустрированные магнитные системы) экспериментальное исследование кирального рассеяния — это, по-видимому, наиболее прямой метод изучения взаимодействия Дзялошинского–Мория. Кроме того, в случае сильновзаимодействующих систем (окрестности критических точек) киральное рассеяние определяется спиновыми флуктуациями высших порядков (трехспиновыми для магнит-

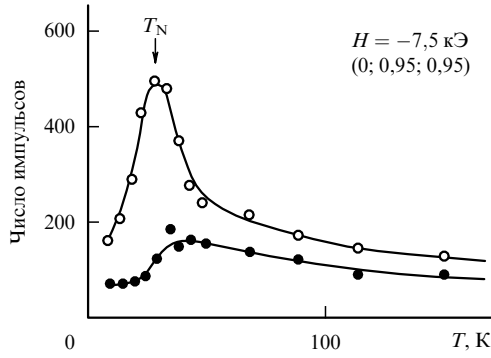


Рис. 5. Зависимость сечения от поляризации в MnSi выше T_N . Темные и светлые кружки соответствуют двум противоположным направлениям \mathbf{P}_0 .

ного поля и четырехспиновыми в случае взаимодействия Дзялошинского–Мория), недоступных для исследования неполяризованными нейтронами, которые чувствуют только парные корреляции спинов.

В работе [47] показано, что в MnSi зависимость сечения от поляризации остается и в парамагнитной фазе ($T > T_N$), где нет статической спиральной структуры (рис. 5). Это явление качественно объяснено в [47] на основании разложения Ландау–Гинзбурга для свободной энергии при наличии взаимодействия Дзялошинского–Мория [44, 46]. Мы получим этот результат и соответствующие формулы для сечения рассеяния, используя теорию возмущений [71]. Точное решение одномерной задачи приводит к аналогичным результатам [71, 72]. Однако предварительно необходимо выяснить некоторые общие свойства кирального рассеяния в тех случаях, когда оно не обусловлено статическими спиральными структурами.

Согласно (24) соответствующий вклад в сечение рассеяния имеет вид [32]

$$\sigma_{\text{ch}}(\mathbf{Q}, \omega) = \frac{2}{\pi} \frac{k_f}{k_i} r^2 F^2(\mathbf{Q}) \left[1 - \exp\left(-\frac{\omega}{T}\right) \right]^{-1} \times (\mathbf{P}_0 \hat{Q}) (\hat{Q} \text{Im } \mathbf{C}(\mathbf{Q}, \omega)). \quad (47)$$

Здесь вектор $\mathbf{C}(\mathbf{Q}, \omega)$ определен равенством (23), связывающим его с антисимметричной частью магнитной восприимчивости. Учитывая определение (22) и свойство симметрии по отношению к отражению времени (18) для восприимчивости, получаем

$$\chi_{\alpha\beta}(\mathbf{Q}, \mathbf{H}, \omega) = \chi_{\beta\alpha}(-\mathbf{Q}, -\mathbf{H}, \omega), \quad (48)$$

откуда сразу следует, что при наличии центра инверсии антисимметричная часть $\chi_{\alpha\beta}$ появляется только в магнитном поле.

Как известно, вектор Дзялошинского отличен от нуля, если соединяющая два иона прямая линия не содержит центра инверсии [73]. Другими словами, магнитные ионы не находятся в центросимметричном окружении. Разумеется, при этом центр инверсии может существовать для кристалла в целом (см. [44]). Ниже, если это не оговорено особо, мы будем говорить о центросимметричном и нецентросимметричном случаях, имея в виду подсистему магнитных ионов.

Из (48) следует, что при наличии взаимодействия Дзялошинского–Мория и $\mathbf{H} = \mathbf{0}$ антисимметричная

часть восприимчивости является нечетной функцией \mathbf{Q} . Очевидно, то же справедливо и для функции $\mathbf{C}(\mathbf{Q}, \omega)$ в (23). Далее, используя (19), находим, что $\text{Im } \mathbf{C}(\mathbf{Q}, \omega)$ является нечетной функцией ω и, следовательно,

$$\text{Im } C_\gamma(\mathbf{Q}, \omega) = -\text{Im } C_\gamma(-\mathbf{Q}, \omega) = -\text{Im } C_\gamma(\mathbf{Q}, -\omega). \quad (49)$$

Аналогично, при наличии центра инверсии и $\mathbf{H} \neq \mathbf{0}$ получаем

$$\begin{aligned} \text{Im } C_\gamma(\mathbf{Q}, \omega, \mathbf{H}) &= \text{Im } C_\gamma(-\mathbf{Q}, \omega, \mathbf{H}) = \\ &= \text{Im } C_\gamma(\mathbf{Q}, -\omega, \mathbf{H}) = -\text{Im } C_\gamma(\mathbf{Q}, \omega, -\mathbf{H}), \end{aligned} \quad (50)$$

т.е. в этом случае $\text{Im } C_\gamma$ является четной функцией ω и нечетной функцией \mathbf{H} . Разная ω -четность $\text{Im } C_\gamma$ в двух рассмотренных случаях является следствием того, что вектор Дзялошинского t -четен, а магнитное поле t -нечетно.

Отметим еще, что $C_\gamma(\omega)$ является аналитической функцией частоты. Поэтому $\text{Im } C_\gamma(\omega)$ и $\text{Re } C_\gamma(\omega)$ имеют разную ω -четность. Это непосредственно следует из дисперсионных соотношений Крамерса–Кронига. Четность функции $\text{Im } C_\gamma(\omega)$ весьма важна для дальнейшего.

Действительно, допустим, что характерные переданные при рассеянии энергии малы по сравнению с температурой. Тогда $\sigma_{\text{ch}} \sim (T/\omega) \text{Im } C_\gamma(\mathbf{Q}, \omega)$. В случае взаимодействия Дзялошинского–Мория σ_{ch} — четная функция ω и поэтому проинтегрированное по переданной энергии статическое киральное сечение отлично от нуля; в случае магнитного поля σ_{ch} — нечетная функция ω и после интегрирования по ω обращается в нуль.

Перейдем теперь к вычислению σ_{ch} для взаимодействия Дзялошинского–Мория, учитывая его по теории возмущений. Мы увидим, что киральное рассеяние в парамагнитной фазе возникает только в случае, если вектор Дзялошинского $\mathbf{D}_{m_1 m_2}$ в (37) имеет однородную составляющую, одинаковую для всех пар ионов. Такая ситуация имеет место для MnSi, слабых ферромагнетиков FeGe, F_2O_3 , низкоразмерных антиферромагнетиков CsCuCl_3 [74], $\text{Ba}_2\text{CuGeO}_7$ [75] и т.д.

Итак, принимая направление вектора $\mathbf{D}_{m_1 m_2}$ за ось z и переходя к компонентам Фурье из (37), в однородном случае получаем

$$V_{\text{DM}} = i \sum_{\mathbf{q}} d_{\mathbf{q}}^z S_{\mathbf{q}}^x S_{-\mathbf{q}}^y, \quad (51)$$

где

$$d_{\mathbf{q}}^z = \sum_{m_2} D_{m_1 m_2}^z \sin(\mathbf{q} \mathbf{R}_{m_1 m_2}). \quad (52)$$

При выводе (51) и (52) учтено, что $\mathbf{D}_{m_2 m_1} = -\mathbf{D}_{m_1 m_2}$.

Для простоты будем считать, что в отсутствие взаимодействия Дзялошинского–Мория магнитная восприимчивость изотропна, т.е.

$$\chi_{\alpha\beta}^{(0)}(\mathbf{Q}, \omega) = \chi_0(\mathbf{Q}, \omega) \delta_{\alpha\beta}. \quad (53)$$

Тогда нетрудно показать, что в первом порядке по взаимодействию (51) для компонент тензора восприимчивости имеются уравнения

$$\chi_{xx} = \chi_0 - i\chi_0 d_{\mathbf{q}} \chi_{yx}, \quad \chi_{yx} = i\chi_0 d_{\mathbf{q}} \chi_{xx} \quad (54)$$

и аналогичные выражения для χ_{yy} и χ_{xy} . Решая эти уравнения, находим

$$\begin{aligned}\chi_{\perp} &= \chi_{xx} = \chi_{yy} = \chi_0 [1 - d_q^2 \chi_0^2]^{-1}, \\ \chi_{xy} &= -\chi_{yx} = i \chi_0^2 d_q [1 - d_q^2 \chi_0^2]^{-1}.\end{aligned}\quad (55)$$

Таким образом, мы видим, что взаимодействие Дзялошинского–Мория приводит к появлению недиагональной антисимметричной части восприимчивости.

Используя определение (23), формулы (55) удобно переписать в виде

$$\begin{aligned}\chi_{\perp} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\chi_0^{-1} - d} + \frac{1}{\chi_0^{-1} + d} \right), \\ C_z &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\chi_0^{-1} + d} - \frac{1}{\chi_0^{-1} - d} \right).\end{aligned}\quad (56)$$

Проиллюстрируем эти выражения примером критических флуктуаций. Как известно [76, 77], в статическом пределе, т.е. когда регистрируются все рассеянные нейтроны независимо от переданной энергии ω , восприимчивость χ_0 хорошо описывается формулой Орнштейна–Цернике:

$$\chi_0(\mathbf{Q}) = \frac{Z}{q^2 + \varkappa^2}.\quad (57)$$

Здесь $\mathbf{q} = \mathbf{Q} - \boldsymbol{\tau}$ — расстояние до ближайшего брэгговского отражения магнитной структуры (ферромагнитной или антиферромагнитной), \varkappa — обратная корреляционная длина.

В большинстве случаев $d_{\mathbf{z}}^z = 0$, поэтому при малых \mathbf{q} имеем

$$d_{\mathbf{Q}}^z = 2d_0 \mathbf{q} \hat{n},\quad (58)$$

где \hat{n} — единичный вектор в направлении связи, вдоль которой разрешено взаимодействие Дзялошинского–Мория. Подставляя (57) и (58) в (56), для сечения рассеяния находим [71]

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma}{d\Omega} &= [rF(\mathbf{Q})]^2 \left\{ [1 + (\hat{Q}\hat{z})^2] \times \right. \\ &\times \left[\frac{1}{(\mathbf{q} + \alpha\hat{n})^2 + \varkappa_z^2} + \frac{1}{(\mathbf{q} - \alpha\hat{n})^2 + \varkappa_z^2} \right] + \\ &+ 2(\mathbf{P}_0\hat{Q})(\hat{Q}\hat{z}) \left[\frac{1}{(\mathbf{q} + \alpha\hat{n})^2 + \varkappa_z^2} - \frac{1}{(\mathbf{q} - \alpha\hat{n})^2 + \varkappa_z^2} \right] \left. \right\}, \quad (59) \\ \alpha &= \frac{d_0}{ZT_c}, \quad \varkappa_z^2 = \varkappa^2 - \alpha^2.\end{aligned}$$

Появление множителя T_c^{-1} (где T_c — температура Кюри или Нееля) в формуле для α необходимо из соображений размерности и может быть обосновано с помощью соотношений Крамерса–Кронига.

Выражение, аналогичное (59), можно получить также методом работы [47]. Из (59) следует, что однородное взаимодействие Дзялошинского–Мория приводит к несоизмеримым спиновым флуктуациям при $\mathbf{q} = \pm\alpha\hat{n}$. Кроме того, \varkappa_z обращается в нуль при $T > T_c$, что указывает на возможность фазового перехода первого рода. Однако учет членов порядка α^2 в нашем приближе-

нии является превышением точности. В работе [45] методом ренормгруппы показано, что взаимодействие Дзялошинского–Мория действительно приводит к переходу первого рода. Экспериментально это утверждение не проверялось.

Здесь следует отметить, что при выводе формулы (54) мы практически расцепили четырехспиновую корреляционную функцию на произведение двух парных корреляций. Это можно делать только вдали от критических точек. Поэтому изучение киральных флуктуаций в критической области позволяет исследовать четырехспиновые флуктуации.

Таким образом, взаимодействие Дзялошинского–Мория в парамагнитной фазе приводит к несоизмеримым спиновым флуктуациям, период которых определяется этим взаимодействием, и к появлению зависимости сечения от поляризации нейтронов. При этом, так же как и в случае магнитной спирали, при определенной геометрии можно полностью подавить один из несоизмеримых пиков рассеяния. Эти выводы, полученные по теории возмущений, подтверждаются точным решением одномерной задачи [71, 72]. Отметим еще, что появление у восприимчивости антисимметричной части из-за взаимодействия Дзялошинского–Мория в одномерном случае впервые показано в работе [78]. К сожалению, за исключением работы [47], нет никаких экспериментальных исследований несоизмеримого критического рассеяния, связанного со взаимодействием Дзялошинского–Мория.

В ряде веществ взаимодействие Дзялошинского–Мория является знакопеременным:

$$D_{m_1+b, m_2+b} = -D_{m_1 m_2},$$

где вектор \mathbf{b} определяет длину и направление соответствующей связи. В качестве примеров укажем бензолат меди [79] и спин-пайерлсовское соединение CuGeO_3 , в которых вектор \mathbf{b} совпадает с половиной периода вдоль оси \hat{b} [22]. В этом случае вместо (51) имеем

$$V_{\text{DM}} = i \sum_{\mathbf{q}} d_{\mathbf{q}}^z S_{\mathbf{q}}^x S_{-\mathbf{q}-\mathbf{k}_0}^y,\quad (60)$$

где \mathbf{k}_0 — соответствующий \mathbf{b} вектор обратной решетки. В результате восприимчивость χ_{xy} зависит от векторов \mathbf{q} и $\mathbf{q} + \mathbf{k}_0$ и не дает вклада в нейтронное рассеяние.

Резюмируя, можно сказать, что исследования киральных флуктуаций, связанных со взаимодействием Дзялошинского–Мория в парамагнитной фазе вблизи критических точек методом рассеяния поляризованных нейтронов, может стать новым шагом в экспериментальном изучении критических явлений. В особенности это относится к низкоразмерным магнетикам, когда дальнего магнитного порядка нет вплоть до самых низких температур и мы имеем дело с квантовой критичностью.

6. Динамическая киральность: теория

Динамической киральностью мы называем неупругое киральное рассеяние, возникающее в магнитном поле или при наличии спонтанной намагниченности. Динамическая киральность изучалась экспериментально вблизи точки Кюри [80–83] в ферромагнетиках и в спин-волновой области [84, 85] в антиферромагнетиках с треугольной решеткой, а также в гольмии [54, 60–63]. Оба цикла

работ дали нетривиальную информацию, которую вряд ли можно получить иными методами. Следуя работам [32, 86–88], мы сформулируем здесь соответствующие теоретические представления, а в разделах 7 и 8 опишем экспериментальные результаты.

Магнитное поле определяет направление вектора киральности $\mathbf{C}(\mathbf{Q}, \omega)$. Из соображений симметрии для одноосных кристаллов имеем

$$\mathbf{C} = C_{\mathbf{H}}\hat{h} + C_{XY}(\hat{h}\hat{c}), \quad (61)$$

где $\hat{h} = \mathbf{H}/H$, а \hat{c} — единичный вектор в направлении выделенной оси. В кубических кристаллах остается только первое слагаемое. Только оно имеется и в случае изотропного гейзенберговского взаимодействия, а в XY-системах выживает только второе слагаемое. Очевидно также, что динамической киральности не может быть в системах, описываемых моделью Изинга.

Из (61) и (24) находим

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{ch}}(\mathbf{Q}, \omega) &= \frac{2}{\pi} \frac{k_{\Gamma}}{k_i} \left[1 - \exp\left(-\frac{\omega}{T}\right) \right]^{-1} [rF(\mathbf{Q})]^2 P_0 \times \\ &\times [(\hat{Q}\hat{h})^2 \text{Im} C_{\mathbf{H}}(\hat{Q}, \omega) + (\hat{h}\hat{Q})(\hat{Q}\hat{c})(\hat{c}\hat{h}) \text{Im} C_{XY}(\mathbf{Q}, \omega)]. \end{aligned} \quad (62)$$

В выражении (62) мы положили $\mathbf{P}_0 = P_0\hat{h}$, так как только в этом случае нет трудно контролируемого вращения поляризации вокруг поля. Как следует из (50), динамическая киральность $\text{Im} \mathbf{C}$ является нечетной функцией \mathbf{H} и в слабом поле линейна по \mathbf{H} .

Взаимодействие с магнитным полем имеет вид

$$V_{\mathbf{H}} = g\mu_{\mathbf{B}}\mathbf{H} \sum_m \mathbf{S}_m = g\mu_{\mathbf{B}}N^{1/2}\mathbf{H}\mathbf{S}_0, \quad (63)$$

где $\mu_{\mathbf{B}}$ — магнетон Бора ($g\mu_{\mathbf{B}} > 0$), \mathbf{S}_0 — компонента Фурье спиновой плотности $\mathbf{S}_{\mathbf{Q}}$ при $\mathbf{Q} = 0$, определяемая правой частью формулы (11). Используя общие принципы статистической физики [89] для $\text{Im} \mathbf{C}$ в линейном по полю приближении, можно написать несколько символическое выражение:

$$\begin{aligned} \text{Im} C_{\gamma}(\mathbf{Q}, \omega) &= g\mu_{\mathbf{B}}N^{1/2}H_{\mu} \text{Im} \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \times \\ &\times i \int_0^{1/T} dt \tau_1 \exp[(\omega + i\delta)\tau] \langle T_{\tau} S_{\mathbf{Q}}^{\alpha}(\tau) S_0^{\beta}(\tau_1) S_{\mathbf{Q}}^{\beta}(0) \rangle. \end{aligned} \quad (64)$$

Здесь T_{τ} обозначает упорядочение по "временам" τ и τ_1 и формально произведено аналитическое продолжение с дискретных мнимых частот $i\omega_n = 2\pi nT$ (где n — целое число) на вещественную ось посредством замены $i\omega_n$ на $\omega + i\delta$.

Громоздкое выражение (64) имеет простую физическую интерпретацию. В линейном по полю приближении киральное рассеяние определяется трехспиновыми флуктуациями. Этим оно отличается от обычного магнитного рассеяния, обусловленного парными корреляциями спинов [1, 2]. Таким образом, динамическая киральность $\mathbf{C}(\mathbf{Q}, \omega)$ — это новый физический объект, экспериментальное изучение которого должно давать дополнительную информацию по сравнению с обычным магнитным рассеянием.

Исходя из общих принципов диаграммной техники [89], выражение (64) можно рассматривать как результат рассеяния спинового возбуждения на однородном поле

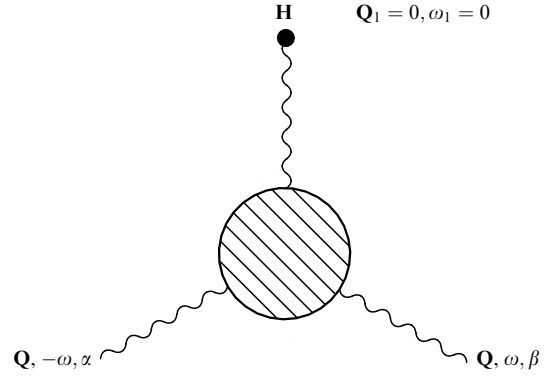


Рис. 6. Графическое изображение динамической киральности в слабом поле: волнистые линии — спиновые функции Грина $G_{\mu\nu}(\mathbf{Q}, \omega) = -\chi_{\mu\nu}(\mathbf{Q}, \omega)$; заштрихована трехспиновая вершинная часть, которую можно рассматривать как амплитуду рассеяния спинового возбуждения на однородном магнитном поле.

(рис. 6). Соответствующее аналитическое выражение имеет вид

$$\begin{aligned} C_{\gamma}(\mathbf{Q}, \omega) &= i\epsilon_{\alpha\beta\gamma}\chi_{\alpha\alpha_1}(\mathbf{Q}, \omega) \Gamma_{\alpha_1\beta_1}^{\mu_1}(\mathbf{Q}, \omega, 0, 0) \times \\ &\times \chi_{\mu_1\mu}(0, 0) H_{\mu}\chi_{\beta_1\beta}(\mathbf{Q}, \omega), \end{aligned} \quad (65)$$

где $\chi_{\mu\nu}$ — тензор магнитной восприимчивости при $\mathbf{H} = 0$, отличающийся знаком от стандартного определения спиновых функций Грина, $\Gamma_{\alpha_1\beta_1}^{\mu_1}(\mathbf{Q}, \omega, 0, 0)$ — трехспиновая вершинная часть, описывающая взаимодействие спиновых возбуждений с (\mathbf{Q}, ω) и $(\mathbf{Q}_1 = 0, \omega_1 = 0)$. Поэтому величину $\Gamma_{\chi}(0, 0)H$ можно рассматривать в качестве амплитуды рассеяния спинового возбуждения с импульсом \mathbf{Q} и энергией ω на однородном статическом магнитном поле. Выражение (65) понадобится нам в дальнейшем: при анализе динамической киральности в антиферромагнетиках с треугольной решеткой.

Микроскопическое вычисление вектора $\mathbf{C}(\mathbf{Q}, \omega)$ возможно только в магнитоупорядоченной фазе на основании теории спиновых волн, для ферромагнетиков оно тривиально (см. ниже). Результаты работы [32] для двухподрешеточных антиферромагнетиков должны быть пересмотрены. Для антиферромагнетиков с треугольной решеткой таких вычислений пока нет. В парамагнитной фазе вычисление вектора \mathbf{C} наталкивается на те же трудности, что и расчет спиновой функции Грина.

Вместе с тем в критической области вблизи температуры фазового перехода второго рода, функцию $\mathbf{C}(\mathbf{Q}, \omega)$ удастся достаточно полно проанализировать, исходя из представлений статического и динамического скейлинга [32, 54, 60, 61, 88]. Ниже мы представим такой анализ для ферромагнетиков и антиферромагнетиков с треугольной решеткой. При этом мы в основном ограничимся формальной стороной вопроса. Детальное обсуждение соответствующих физических проблем приводится в разделах 7 и 8, в которых анализируются экспериментальные результаты.

Как известно, в основе современной теории фазовых переходов второго рода лежит представление о корреляционной длине ξ и аномальной размерности физических величин (см., например, [76, 77]). Вблизи температуры перехода T_c корреляционная длина записывается как

$$\xi = \kappa^{-1} = a\tau^{-\nu}. \quad (66)$$

Здесь a — длина порядка межатомной, $\tau = |T - T_c|/T_c$, а ν — критический индекс корреляционной длины. В теории Ландау $\nu = 1/2$ [31]. Учет флуктуаций меняет индекс ν , и, как правило, $1 > \nu > 1/2$.

Аномальная размерность A_A каждой флуктуирующей физической величины $A(\mathbf{x})$, где \mathbf{x} — пространственная координата, определяется равенством

$$A(\lambda\mathbf{x}) = \lambda^{-A_A} A(\mathbf{x}), \quad (67)$$

из которого следует, что корреляционная функция двух величин $A(\mathbf{x})$ и $B(\mathbf{y})$ с расстоянием между \mathbf{x} и \mathbf{y} меньше ξ имеет вид

$$G_{AB}(\mathbf{x} - \mathbf{y}) = Z|\mathbf{x} - \mathbf{y}|^{-(A_A + A_B)}, \quad (68)$$

где Z — постоянная. Заметим, что обычно координатную зависимость корреляционной функции критической переменной записывают в виде $|\mathbf{x} - \mathbf{y}|^{-(1+\eta)}$ с так называемым индексом Фишера η [76, 77]. Из (67) и (68) следует, что для каждой сильно флуктуирующей величины имеется свой индекс Фишера, определяемый равенством $A_A = (1 + \eta_A)/2$.

Если расстояние $r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}| > \xi$, функция G_{AB} убывает экспоненциально, как $\exp(-r/\xi)$. Эти свойства в импульсном пространстве для интересующих нас трехмерных систем можно записать в виде

$$G_{AB}(q) = (qa)^{A_A + A_B - 3} \phi_{AB}\left(\frac{q}{\kappa}\right). \quad (69)$$

Здесь κ — обратная корреляционная длина, q — расстояние до ближайшего брэгговского отражения магнитной структуры, возникающей при $T < T_c$. Разумеется, формула (69) верна при $qa \ll 1$ и $\kappa a \ll 1$. Асимптотические свойства функции ϕ_{AB} таковы, что

$$G_{AB}(q) = \begin{cases} (\kappa a)^{A_A + A_B - 3} \phi_{AB}(0), & q \ll \kappa, \\ (qa)^{A_A + A_B - 3} \phi_{AB}(\infty), & q \gg \kappa, \end{cases} \quad (70)$$

причем $\phi_{AB}(0) \sim \phi_{AB}(\infty) \sim 1/T_c$.

Функция $G_{AB}(q)$ совпадает со статическим пределом обобщенной восприимчивости (31):

$$G_{AB}(q) = \langle A, B \rangle_0 = \chi_{AB}(q, 0).$$

Обобщение на конечные частоты осуществляется с помощью гипотезы динамического скейлинга [76, 77, 90]. Для этого вводится понятие характерной частоты критических флуктуаций с импульсом q :

$$\Omega(q) = T_c(qa)^z. \quad (71)$$

Здесь z — новый динамический критический индекс. В результате имеем

$$\chi_{AB}(q, \omega) = G_{AB}(q) F\left(\frac{\omega}{\Omega(q)}, \frac{q}{\kappa}\right), \quad (72)$$

где $F(0, q/\kappa) = 1$ и в соответствии с общими представлениями скейлинга при $q \gg \kappa$ зависимость от κ исчезает.

В обратном предельном случае ($q \ll \kappa$) функция F зависит лишь от отношения $\omega/\Omega(q)$. Исключение состав-

ляют ферромагнетики в приближении, когда можно пренебречь слабыми релятивистскими взаимодействиями (магнитным дипольным, анизотропией) и ограничиться только изотропным гейзенберговским обменом. В этом случае в силу закона сохранения полного спина магнитная восприимчивость $\chi(0, \omega) \equiv 0$ при всех $\omega \neq 0$ и зависимость от q при $q \ll \kappa$ остается [91, 92].

Ниже обсуждаются экспериментальные результаты, полученные при критическом рассеянии в изотропных (кубических) ферромагнетиках и в антиферромагнетиках с треугольной решеткой. Последующий теоретический анализ надо проводить отдельно для этих двух систем.

Ферромагнетики. Прежде всего, заметим, что в любой сильно коррелированной спиновой системе всегда имеются нетривиальные спиновые корреляции высших порядков. В теории скейлинга их размерность определяется аномальной размерностью соответствующих физических величин. В ферромагнетиках \mathbf{S}_Q , а также однородная спиновая плотность \mathbf{S}_0 являются критическими переменными. В координатном пространстве их размерность $A = (1 + \eta)/2$, где индекс Фишера η — величина, меньшая 0,1 [76, 77]. Таким образом, полная размерность трехспинового коррелятора в координатном пространстве равна $3A$. В силу однородности пространства она зависит только от двух разностей: \mathbf{x}_{12} и \mathbf{x}_{23} . При переходе в импульсное пространство необходимо интегрировать по этим двум разностям. В результате для вектора \mathbf{C} , определенного равенством (64), получаем выражение, учитывающее динамический скейлинг:

$$\mathbf{C}(\mathbf{Q}, \omega) = \frac{g\mu_B \mathbf{H}_{in}}{T_c^2 (\kappa a)^{6-3A}} f\left(\frac{\omega}{\Omega(q)}, \frac{q}{\kappa}\right). \quad (73)$$

Здесь q — расстояние от вектора \mathbf{Q} до ближайшего узла τ обратной решетки, $(\kappa a)^{-6+3A} \approx \tau^{(-3\nu/2)(3-\eta)} \approx \tau^{-3}$ (если пренебречь η и считать $\nu \approx 2/3$), \mathbf{H}_{in} — внутреннее поле в образце.

В ферромагнетиках вблизи точки Кюри магнитная восприимчивость велика и необходимо различать внешнее поле \mathbf{H} и внутреннее поле \mathbf{H}_{in} , связанное с \mathbf{H} соотношением $\mathbf{H}_{in} = \mathbf{H}(1 + 4\pi\chi N)^{-1}$, где N — коэффициент размагничивания образца. Критерий слабого поля в этом случае имеет вид $g\mu_B H_{in} \ll T_c (\kappa a)^{(5-\eta)/2}$. Отметим еще, что $\mathbf{C}(\mathbf{Q}, 0) = 0$. Есть только одно исключение: ферромагнетик в обменном приближении при $\mathbf{Q} = \tau$, когда $\mathbf{C}(\tau, \omega) \sim 1/\omega$ и $\text{Im } \mathbf{C} = 0$. Это — следствие закона сохранения полного спина, в силу которого однородная намагниченность не релаксирует (см., например, работу [92]).

При $q \gg \kappa$ зависимость от κ , т.е. от τ , в парной корреляционной функции исчезает. В случае динамической киральности это не так. Дело в том, что одна из критических переменных в (64), а именно \mathbf{S}_0 , имеет нулевой импульс (см. рис. 6). Поэтому и при $q \gg \kappa$, и при $\kappa \neq 0$ зависимость от τ полностью исчезнуть не может. Выяснить характер зависимости от τ позволяет так называемый принцип слияния корреляций [93], получивший название операторной алгебры Полякова – Каданова – Вильсона [94, 95] (см. также [92]).

В основе принципа слияния корреляций лежит простая идея. Если два спина находятся близко, то они должны флуктуировать как одна величина, имеющая размерность плотности энергии $\varepsilon(\mathbf{x})$. Это связано с тем, что в обменном приближении плотность энергии про-

порциональна произведению двух близких спинов. Математически это выражается так:

$$\begin{aligned} \langle S_x(\mathbf{x}_1) S_y(\mathbf{x}_2) S_z(\mathbf{x}_3) \rangle &\sim \frac{\langle \varepsilon(\mathbf{x}_2) S_z(\mathbf{x}_3) \rangle}{|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|^{2\Delta - \Delta_\varepsilon}} \approx \\ &\approx \frac{A}{|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|^{2\Delta - \Delta_\varepsilon} |\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_3|^{\Delta + \Delta_\varepsilon}}. \end{aligned} \quad (74)$$

Здесь $\xi \ll x_{12} \ll x_{23}$, $\Delta_\varepsilon = 3 - 1/\nu$ — размерность плотности энергии. Размерность Δ_ε определяется, исходя из известного термодинамического равенства [31] $\langle (\Delta E)^2 \rangle = T^2 C(\tau)$ и факта, что теплоемкость $C(\tau) \sim \tau^{-\alpha}$, где $\alpha = 2 - 3\nu$.

В статической теории для трехспинового коррелятора выражение (74) ничего не дает, так как $\varepsilon(\mathbf{x}_2)$ и $S_z(\mathbf{x}_3)$ имеют разную t -четность и поэтому $A = 0$. В динамической теории аномальная размерность операторов остается той же, что и в статике, поэтому из (73) и (74) при $q \gg \kappa$ мы имеем [88, 92]

$$C(\mathbf{Q}, \omega) = \frac{g\mu_B \mathbf{H} f[\omega/\Omega(q)]}{T_c^2 (qa)^{5-\eta-1/\nu} (\kappa a)^{1/\nu-(1+\eta)/2}}. \quad (75)$$

Полагая $\eta = 0$ и $\nu = 2/3$, получаем $C \sim q^{-7/2} \tau^{-2/3}$. Таким образом, при $q \gg \kappa$ имеется критическая факторизация, т.е. функция, описывающая трехспиновые флуктуации, распадается на два множителя, зависящих от (q, ω) и τ соответственно.

По поводу выражения (75) необходимо отметить следующее.

1. Строго говоря, в работах [93–95] рассматривались статические флуктуации и скалярное поле. Поэтому перераспределение размерностей в (75) следует считать дополнительной гипотезой, требующей своего теоретического обоснования. Оставаясь в рамках теории динамического скейлинга, надо показать, что в (75) действительно стоит $\Delta_\varepsilon = 3 - 1/\nu$, а не какая-то другая комбинация критических индексов. Пока это не сделано.

2. Принцип слияния корреляций (алгебра Полякова – Каданова – Вильсона), очевидно, требует экспериментальной проверки. Насколько нам известно, работа [82] единственная, где это сделано. Полученная экспериментально температурная зависимость кирального рассеяния оказалась в хорошем соответствии с формулой (75) (см. раздел 7).

Антиферромагнетики с треугольной решеткой. В работах [56–59] высказаны соображения в пользу того, что фазовый переход в антиферромагнетиках с треугольной решеткой — это переход второго рода, а спиновая киральность, наряду с намагниченностью подрешеток, является критической переменной. Методом Монте-Карло для моделей Гейзенберга и XY в этих работах вычислялись критические индексы, в том числе характеризующие киральные флуктуации. Более подробно аргументация работ [56–59], а также их критика приводится в разделе 8. Здесь же, следуя [32], мы ограничимся вопросом о том, к чему приводят соображения скейлинга для динамической киральности, и покажем, что рассеяние поляризованных нейтронов — это пока единственный способ определения киральных критических индексов. Это связано с тем, что киральная восприимчивость является корреляционной функцией четырех спинов, и в настоящее время не существует экспериментальных

методов ее изучения. Поэтому в литературе киральность до сих пор рассматривалась только как объект теории. Вместе с тем экспериментальное изучение киральных флуктуаций, в частности измерение киральной экспоненты Δ_c , необходимо для полного выяснения правильности теории.

В координатном пространстве оператор спиновой киральности имеет вид

$$C_{m_1 m_2} = S_{m_1} \times S_{m_2}. \quad (76)$$

Оператор (76) зависит от координат центра масс $\mathbf{R} = (\mathbf{R}_{m_1} + \mathbf{R}_{m_2})/2$ и относительного расстояния $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{R}_{m_1} - \mathbf{R}_{m_2}$. В работах [56–59] киральная восприимчивость определялась как

$$\chi_c(\mathbf{Q}) = \sum_{\mathbf{R}} \langle C(\mathbf{R}) C(0) \rangle \exp(i\mathbf{Q}\mathbf{R}) = g \left(\frac{q}{\kappa_c} \right) \tau^{-\gamma_c}, \quad (77)$$

где $C(\mathbf{R}) = \sum_{\boldsymbol{\rho}} C(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho})$ — оператор кирального поля, $\kappa_c = a^{-1} \tau^{\nu_c}$ — обратная корреляционная длина, ν_c и γ_c — критические индексы корреляционной длины и киральной восприимчивости, причем индекс γ_c связан с ν_c и аномальной размерностью стандартным образом: $\gamma_c = \nu_c(3 - 2\Delta_c)$. Согласно [56–59] индексы корреляционных длин киральных и антиферромагнитных флуктуаций должны совпадать.

Из (77) следует, что киральные флуктуации связаны с \mathbf{R} -зависимостью $C(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho})$, и по аналогии с (67) мы имеем

$$C(\lambda \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = \lambda^{-\Delta_c} C(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}). \quad (78)$$

Вектор динамической киральности $C(\mathbf{q}, \omega)$ — это обобщенная восприимчивость:

$$\langle C(0, \mathbf{Q}), S_{0\beta} \rangle_{\omega} H_{\beta}, \quad C(0, \mathbf{Q}) = \sum_{\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}} \exp(i\mathbf{Q}\mathbf{R}) C(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}).$$

В антиферромагнетиках с треугольной решеткой однородная намагниченность не является критической переменной и ее аномальная размерность равна нулю. Используя (61), (68) и (72), получаем

$$C(\mathbf{Q}, \omega) = \frac{g\mu_B H}{T_N^2 (\kappa_c a)^{3-\Delta_c}} [\hat{h} C_H(q, \omega) + \hat{c}(\hat{h}\hat{c}) C_{XY}(q, \omega)]. \quad (79)$$

В выражении (79) критическое поведение киральности определяется множителем $(\kappa_c a)^{3-\Delta_c}$, что связано с нулевым импульсом магнитного поля, а множитель T_N^{-2} выделен из соображений размерности. Вид функций C_H и C_{XY} можно определить, основываясь на описанной выше картине рассеяния антиферромагнитных флуктуаций на магнитном поле (см. рис. 6). Входящие в (65) магнитные восприимчивости χ_0 диагональны. В гейзенберговском случае антиферромагнитные флуктуации изотропны ($\chi_{\alpha\beta} \sim \delta_{\alpha\beta}$), а для XY-модели они поляризованы в плоскости xy .

Для определенности будем считать, что $\mathbf{H} \parallel \hat{c}$. Тогда в обоих случаях вершина Γ в (65) описывает превращение флуктуации, поляризованной вдоль оси $y(x)$, во флуктуацию, поляризованную вдоль $x(y)$, но при этом $\chi_{xx} = \chi_{yy}$. В результате оказывается, что выражение (79) пропорционально $\chi^2 [q/\kappa, \omega/\Omega(q)] \chi^{-2}(0, 0)$, где κ и $\Omega(q)$ —

обратная корреляционная длина и характерная энергия антиферромагнитных флуктуаций, а множитель $\chi^{-2}(0, 0)$ обеспечивает нулевую скейлинговую размерность функций C_H и C_{XY} . Однако этот множитель не может описывать ω -зависимость вектора C , так как $\text{Re} \chi^2$ и $\text{Im} \chi^2$ не имеют нужной ω -четности (см. (50)).

С другой стороны, мы еще не учли вклад от некритической переменной S_0 . Простейшее предположение, обеспечивающее нужную ω -четность вектора C , сводится к введению дополнительного множителя ω/T_N . В итоге для поля вдоль оси \hat{c} получается

$$C(q, \omega) = \frac{g\mu H \hat{z} \omega C \chi^2 [q/\chi, \omega/\Omega(q)]}{T_N^3 (\chi_c a)^{3-4c} \chi^2(0, 0)}, \quad (80)$$

где C — константа порядка единицы. Как мы увидим ниже, формула (80) хорошо описывает экспериментальные результаты, она имеет более детальный вид по сравнению с формулой (12) из работы [32]. Вместе с тем формула (14) этой работы не верна, так как противоречит нулевой скейлинговой размерности функций C . Более общий случай наклонного поля для XY -модели требует дополнительного анализа, который в настоящее время отсутствует.

До сих пор мы исследовали динамическую киральность при критическом рассеянии, когда $\omega \ll T$. Вместе с тем представляет большой интерес динамическая киральность в квантовом пределе ($\omega > T$), когда $\sigma_{ch}(\omega)$ уже нельзя считать нечетной функцией ω и проинтегрированная по частоте динамическая киральность отлична от нуля. Соответствующие экспериментальные исследования были бы крайне важны вблизи квантовых критических точек. Представляет также интерес исследование динамической киральности в спин-пайерлсовском соединении CuGeO_3 . Разумеется, во всех этих случаях для интерпретации экспериментальных результатов необходим теоретический анализ, аналогичный приведенному выше.

7. Динамическая киральность в ферромагнетиках: эксперимент

Метод наклонного поля. Динамическая киральность в ферромагнетиках изучалась экспериментально методом малоуглового рассеяния нейтронов как при $T \approx T_c$, так и в спин-волновой области. Во всех случаях характерная переданная энергия ω была мала по сравнению с температурой. Поэтому сечение рассеяния $\sigma_{ch}(\omega)$ должно быть нечетной функцией ω . Однако для малоуглового рассеяния это верно, только если магнитное поле параллельно или перпендикулярно падающему пучку нейтронов из-за фактора $(\hat{Q}\hat{h})^2$ в (62) [88]. (Ниже рассматриваются только кубические и аморфные ферромагнетики, где $C_{XY} = 0$.)

Кинематика малоуглового рассеяния показана на рис. 7, из которого следует, что если угол рассеяния $\vartheta \ll 1$ и $\omega \ll E$ (где E — начальная энергия нейтронов), то

$$\begin{aligned} Q &= k \left[\vartheta^2 + \left(\frac{\omega}{2E} \right)^2 \right]^{1/2}, \\ Q_x &= 2E\vartheta [(2E\vartheta)^2 + \omega^2]^{-1/2}, \\ Q_z &= \omega [(2E\vartheta)^2 + \omega^2]^{-1/2}. \end{aligned} \quad (81)$$

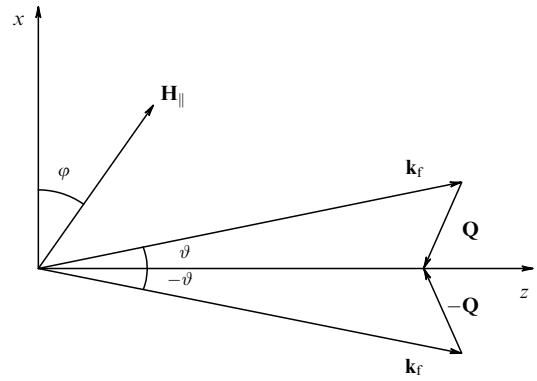


Рис. 7. Кинематика малоуглового рассеяния в магнитном поле (H_{\parallel} — проекция поля на плоскость рассеяния). Показано рассеяние вправо и влево от прямого пучка.

В результате имеем

$$(\hat{Q}\hat{h})^2 = \frac{(2E\vartheta)^2 \cos^2 \varphi + \omega^2 \sin^2 \varphi + 2E\vartheta\omega \sin 2\varphi}{\omega^2 + (2E\vartheta)^2}. \quad (82)$$

В выражении (82) третье слагаемое нечетно по ω , поэтому при $\varphi \neq 0^\circ, 90^\circ$ в $\sigma_{ch}(\omega)$ появляется ω -четный вклад. Зависимость от угла φ спектров нейтронов, рассеянных в железе при $T \approx T_c$, исследовалась в работе [81]. Полученные результаты подтверждают вывод теории (рис. 8). В итоге для статической киральности

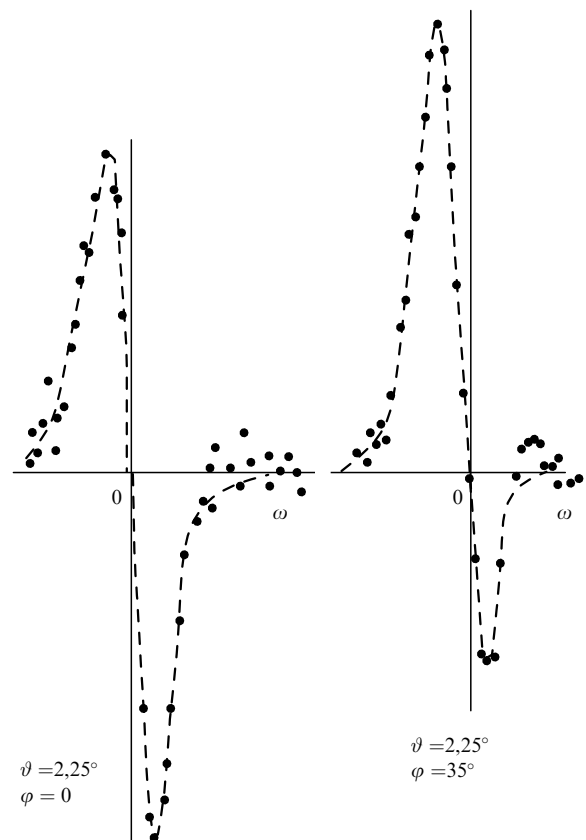


Рис. 8. Спектры малоуглового кирального рассеяния поляризованных нейтронов в железе при $T \approx T_c$ в зависимости от угла φ между магнитным полем и направлением, перпендикулярным падающему пучку нейтронов [81].

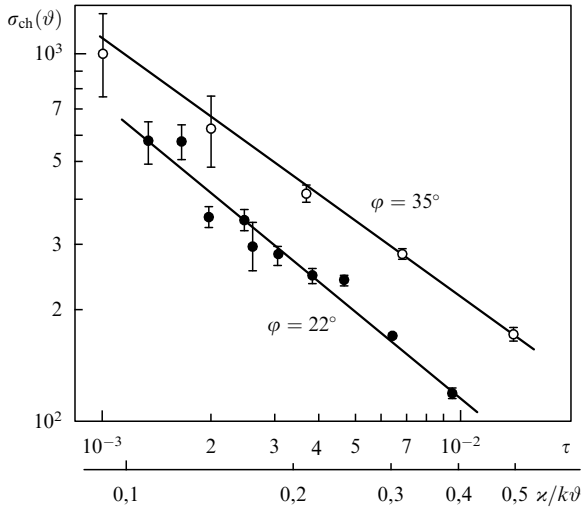


Рис. 9. Температурная зависимость динамической киральности для критического рассеяния в железе при $k\vartheta \gg \kappa$ и $g\mu_B H < g\mu_B H_c = T_c(\kappa a)^{5/2}$ для разных значений φ .

имеем

$$\sigma_{ch}(\vartheta) = r^2 T P_0 \sin 2\varphi \int d\omega \frac{2E\vartheta}{\omega^2 + (2E\vartheta)^2} \text{Im } C(\mathbf{Q}, \omega). \quad (83)$$

Таким образом, функция $\sigma_{ch}(\vartheta)$ меняет знак при изменении знака ϑ . Поэтому динамическую киральность экспериментально можно отделить от остальных видов рассеяния, не только изменяя знак P_0 , но и исследуя правую асимметрию рассеяния.

Экспериментальная проверка алгебры Полякова–Каданова–Вильсона. Если $k\vartheta \gg \kappa$, то в слабом магнитном поле для $\text{Im } C$ можно использовать асимптотическую формулу (75). В результате температурная зависимость $\sigma_{ch}(\vartheta)$ определяется фактором $(\kappa a)^{-1/\nu+(1+\eta)/2} \approx \tau^{-2/3}$. Это предсказание теории экспериментально проверялось в работе [82]. Полученные результаты (рис. 9) описываются зависимостью $\tau^{-(0.67 \pm 0.07)}$ в согласии с предсказаниями теории. Насколько нам известно, это единственный случай, когда выводы алгебры Полякова–Каданова–Вильсона проверялись экспериментально. Более того, совершенно непонятно, как это можно сделать, не используя динамическую киральность, так как во всех других случаях исследуется парная корреляционная функция.

Кроссовер к дипольной динамике в киральном канале. Выражение (75) позволяет также исследовать характерную энергию критических флуктуаций при переходе в область импульсов и температур, где существенную роль играет магнитное дипольное взаимодействие [88]. Суть проблемы состоит в следующем. Если учитывать только изотропное гейзенберговское взаимодействие, то характерная энергия критических флуктуаций имеет вид

$$\Omega_c(Q) = T_c(Qa)^{z_c}, \quad (84)$$

где $z_c = (5 - \eta)/2$ — критический индекс обменной динамики [76, 77, 90, 92]. Несмотря на свою малость, магнитное дипольное взаимодействие приводит к двум явлениям: 1) нарушается закон сохранения полного спина, на котором основан вывод формулы (84); 2) из-за дальнего действия возникают эффекты размагничивания,

которые важны при условии $4\pi\chi_0(\mathbf{Q}) \gg 1$, где χ_0 — безразмерная статическая восприимчивость [91, 92]. В этой области температур и импульсов уже нельзя пользоваться формулой (84) для энергии критических флуктуаций.

Определенная равенством (22) статическая восприимчивость $\chi(\mathbf{Q}) = \langle \mathbf{S}_{-\mathbf{Q}}, \mathbf{S}_{\mathbf{Q}} \rangle_0 / 3$ связана с χ_0 соотношением $\chi_0 = (\omega_0 / 4\pi)\chi$, где $\omega_0 = 4\pi(g\mu_B)^2 v_0^{-1}$, v_0 — объем элементарной ячейки. В результате из (70) следует, что размагничивание велико, если выполнены условия

$$\tau^{-\gamma} \frac{\omega_0}{T_c} \gg 1, \quad \kappa \leq Q < q_d = a^{-1} \left(\frac{\omega_0}{T_c} \right)^{1/2}. \quad (85)$$

Здесь $\gamma = (2 - \eta)\nu$ — критический индекс восприимчивости, а в выражении для дипольного импульса q_d мы пренебрегли η . Для ряда ферромагнетиков значения ω_0 , q_d и a можно найти в работе [92].

В дипольной области импульсов и температур меняются все критические индексы ν , η , γ и z . Однако в работе [96] показано, что изменение ν и η очень мало и им можно пренебречь. В то же время изменение z значительно. Это связано с тем, что в дипольной области становится существенной энергия неоднородного магнитного поля, возникающего около критической флуктуации.

В итоге вместо (84) мы имеем

$$\Omega_d(Q) = T_c(q_d a)^{z_c - z_d} (Qa)^{z_d}, \quad (86)$$

где z_d — новый критический индекс дипольной динамики [91, 92, 97, 98], а множитель $(q_d a)^{z_c - z_d}$ обеспечивает сшивку с обменной областью. Таким образом, оказывается $\Omega_d(Q) \gg \Omega_c(Q)$. В настоящее время в литературе обсуждаются два значения z_d : значение $z_d = 2 - \eta$ соответствует предположению ван Хофа $\Omega \sim \chi^{-1}$ [76, 77, 97, 98], а значение $z_d = (5 - \eta)/2 - 1/\nu \approx 1$ — так называемой жесткой дипольной динамике [91, 92].

Попытка обнаружить переход к дипольной динамике при рассеянии неполяризованных нейтронов в железе оказалась безуспешной [99]. Это связано с тем, что очень трудно измерять ω -зависимость рассеяния при $Q \ll q_d$. Более того, как показано теоретически [100], имеется дополнительная численная малость, приводящая к тому, что реальный переход к дипольной динамике при $Q \gg \kappa$ происходит при переданных импульсах, значительно меньших q_d . Покажем, что, используя (75), можно сравнительно просто изучать этот переход в киральном канале, где, кстати, нет оснований ожидать упомянутой выше численной малости.

Положим для простоты $\eta = 0$ и $\nu = 2/3$, подставим (75) в (83) и пренебрежем также в выражении (81) для Q энергией ω по сравнению с $2E\vartheta$, т.е. будем считать рассеяние квазиупругим. В результате получаем [88]

$$\sigma_{ch}(\vartheta) = r^2 P_0 \sin 2\varphi \frac{g\mu_B H_{in} f_0}{2E(ka)\vartheta^2 \tau^{2/3}} \frac{\Omega(k\vartheta)}{\Omega_c(k\vartheta)} \text{sgn } \vartheta. \quad (87)$$

Здесь $\Omega(k\vartheta)$ — характерная энергия критических флуктуаций, энергия Ω_c определена равенством (84), $f_0 = \int dx f(x) \sim 1$. Можно показать, что этот интеграл сходится. Таким образом, в квазиупругом приближении динамическая киральность пропорциональна отношению Ω/Ω_c , а сечение рассеяния неполяризованных нейт-

ронов имеет вид

$$\sigma(\vartheta) = \frac{2r\varphi(\infty)}{3(ka\vartheta)^2}. \quad (88)$$

Квазиупругое приближение справедливо, если время взаимодействия нейтрона с магнитной флуктуацией размера Q^{-1} меньше ее времени жизни $\Omega^{-1}(Q)$ (в системе единиц, в которой $\hbar = 1$). В этом случае для нейтрона неоднородность является квазистатической. Очевидно, время взаимодействия равно $(Qv)^{-1}$, где v — скорость нейтрона. Используя для Ω обменное выражение (84), мы приходим к условию квазиупругости

$$k\vartheta < q_{in} = a^{-1} \left(\frac{2E}{T_c k a} \right)^{2/3}, \quad (89)$$

где q_{in} — импульс неупругости. Очевидно, что это ограничение представляет интерес, только если $q_{in} > q_d$.

При $k\vartheta > q_{in}$ необходимо учитывать ω^2 -член в выражении (81) для Q . В работе [88] показано, что при $k\vartheta \gg q_{in}$ сечения σ_{ch} и σ приобретают, соответственно, малые множители $(q_{in}/k\vartheta)^{9/2}$ и $(q_{in}/k\vartheta)^{3/2}$ и поэтому быстро убывают с ростом ϑ . В работах [83, 84] экспериментально исследовалась динамическая киральность при критическом рассеянии в железе. Изучалась величина

$$P_S = \frac{|\vartheta\sigma_{ch}(k\vartheta)|}{\sigma(k\vartheta)}. \quad (90)$$

Из приведенных результатов следует, что в обменном приближении величина P_S имеет максимум при $k\vartheta \approx q_{in}$ и убывает как ϑ вплоть до $k\vartheta \approx \kappa$. В работе [88] показано, что при меньших ϑ величина P_S сначала постоянна, а затем пропорциональна ϑ^2 .

Таким образом, в обменном приближении величина P_S имеет только один максимум: при $k\vartheta \approx q_{in}$. Соответствующие экспериментальные результаты показаны на рис. 10. Имеются два четких максимума: при $k\vartheta \approx q_{in}$ и в интервале между κ и q_d . Второй максимум можно объяснить, если допустить, что $z_d < 3/2$. Таким образом, полученный результат находится в качественном согласии с жестким вариантом дипольной динамики, в котором $z_d \approx 1$.

К сожалению, в эксперименте [83] значения q_d и q_{in} различались 1,5–2 раза, поэтому количественные

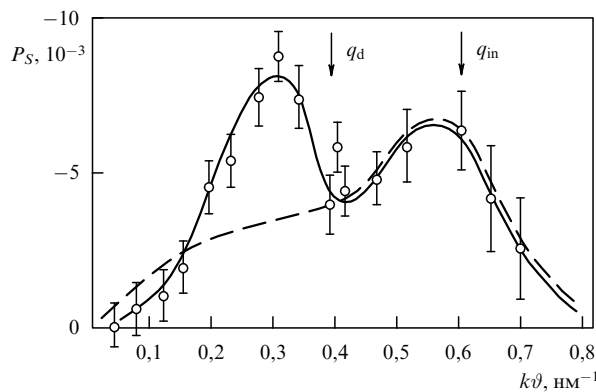


Рис. 10. Зависимость $P_S = |\vartheta\sigma_{ch}|/\sigma$ от $k\vartheta$ для критического рассеяния в железе при $T - T_c = 1$ К, $\kappa \approx 1 \times 10^{-3}$ нм $^{-1}$, $H = 16$ Э [83]; сплошная кривая — жесткая динамика, штриховая — обменная.

выводы делать нельзя, но факт перехода к дипольной динамике с $z_d < 3/2$ представляется несомненным. Было бы важно повторить соответствующие эксперименты, используя более жесткие нейтроны и ферромагнетики с меньшим значением T_c и тем самым увеличить отношение q_{in}/q_d . Следует также отметить, что в работе [92] высказаны соображения в пользу того, что кроссовер к дипольной динамике должен сильно зависеть от спина S ионов. Поэтому представляет интерес экспериментальное изучение динамической киральности в ферромагнетиках EuS и EuO с $S = 7/2$ и низкой температурой Кюри.

Спиновые волны в аморфных ферромагнетиках. В аморфных ферромагнетиках изучение спиновых волн методом стандартной нейтронной спектроскопии сильно затруднено в связи с тем, что отсутствуют брэгговские отражения. В результате приходится изучать неупругое рассеяние в области малых Q , где имеются сильное упругое ядерное и магнитное рассеяния, связанные с пространственной неоднородностью образца. Поэтому возникает необходимость выделения слабого неупругого магнитного рассеяния из этого упругого фона. Метод наклонного поля позволяет легко выделить ϑ -нечетный вклад динамической киральности в неупругое рассеяние, который содержит всю необходимую информацию о спектре спиновых волн. Это было сделано для аморфных ферромагнетиков Fe $_{50}$ Ni $_{22}$ Cr $_{10}$ P $_{18}$ и Fe $_{48}$ Ni $_{34}$ P $_{18}$ в работах [84, 85]. Мы начнем с изложения теоретических представлений, на которых основаны эти исследования, а затем приведем соответствующие экспериментальные результаты.

Как известно, спиновые волны в ферромагнетиках имеют квадратичный закон дисперсии:

$$\varepsilon_q = Dq^2, \quad (91)$$

где D — спин-волновая жесткость, которую удобно записать как $D = 1/2m_{sw}$, где m_{sw} — эффективная масса спиновой волны. В линейной теории спиновых волн (см., например, [101]) антисимметричная часть восприимчивости записывается в виде

$$\chi_{xy} = -\chi_{yx} = \frac{i}{2} \langle S \rangle [(\omega - \varepsilon_q + i\delta)^{-1} + (\omega + \varepsilon_q + i\delta)^{-1}], \quad (92)$$

где ось z направлена вдоль намагниченности образца, $\langle S \rangle$ — среднее значение атомного спина. Учитывая (83), получаем

$$\sigma_{ch}(\vartheta) = r^2 T \langle S \rangle P_0 \sin 2\varphi \int d\omega \frac{2E\vartheta}{\omega^2 + (2E\vartheta)^2} \times [\delta(\omega - DQ^2) + \delta(\omega + DQ^2)]. \quad (93)$$

Если воспользоваться выражением (81) для Q , то интеграл в (93) легко берется, и мы имеем

$$\sigma_{ch}(\vartheta) = \frac{r^2 \langle S \rangle P_0 T \sin 2\varphi}{2E\vartheta\vartheta_0(\vartheta_0^2 - \vartheta^2)^{1/2}}. \quad (94)$$

Здесь $\vartheta_0 = (2MD)^{-1} = m_{sw}/M \ll 1$, M — масса нейтрона. Из формулы (94) следует, что угол рассеяния нейтрона с возбуждением или поглощением спиновой волны не может превышать угла отсечки ϑ_0 [102–105]. Физически такой результат очевиден: возбуждение спиновой волны

кинематически эквивалентно рассеянию тяжелого шара на покоящемся легком шаре. Очевидно, при этом тяжелый шар отклоняется на угол, не превышающий отношения масс двух шаров. Экспериментально существование угла отсечки ϑ_0 подтверждено при рассеянии нейтронов в железе [105]. При малых ϑ формула (91) неприменима из-за необходимости учета дипольного взаимодействия. Можно, однако, показать, что она верна при $\vartheta \rightarrow \vartheta_0$.

Из экспериментальных результатов работы [84], показанных на рис. 11, видно, что динамическая киральность уверенно отделяется от остальных видов рассеяния, несмотря на ее малую величину. Исследование угла отсечки ϑ_0 вблизи температуры Кюри позволило определить температурную зависимость спин-волновой жесткости D для аморфных ферромагнетиков $\text{Fe}_{50}\text{Ni}_{22}\text{Cr}_{10}\text{P}_{18}$ и $\text{Fe}_{48}\text{Ni}_{34}\text{P}_{18}$. Оказалось, что $D \sim \tau^x$, где $x = 0,36 \pm 0,025$ и $x = 0,31 \pm 0,02$ для первого и второго ферромагнетиков соответственно. Эти значения x находятся в хорошем согласии с предсказаниями динамического скейлинга. Действительно, из (84) при $T < T_c$ для коэффициента спиновой жесткости имеем $D \sim (\chi a)^{(1-\eta)/2} \approx \tau^{0,37}$, если положить $\eta = 0$ и $\nu = 2/3$.

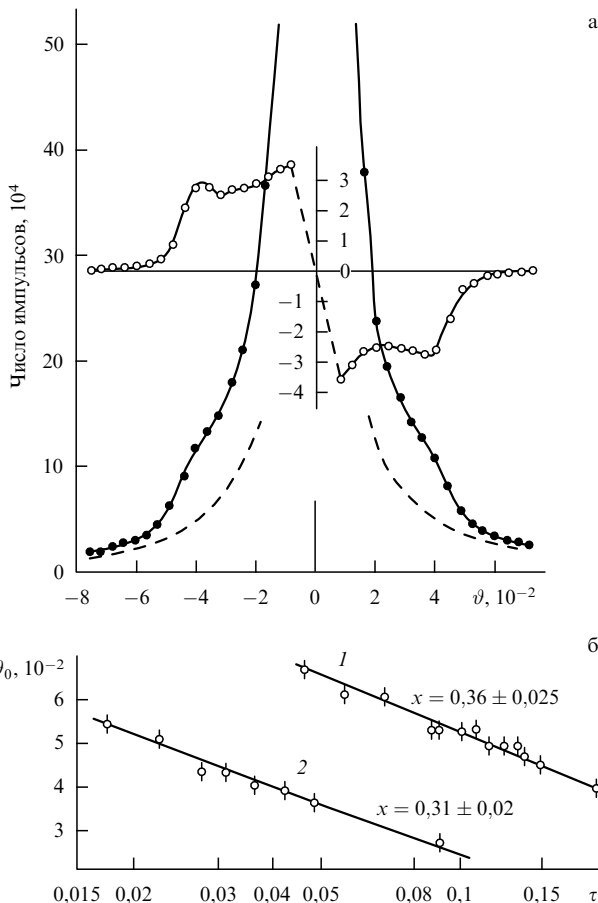


Рис. 11. (а) Рассеяние нейтронов на спиновых волнах в аморфном сплаве $\text{Fe}_{50}\text{Ni}_{22}\text{Cr}_{10}\text{P}_{18}$: темные кружки — полная интенсивность рассеяния, светлые кружки — киральная часть рассеяния, штриховая линия — контур прямого пучка. (б) Температурная зависимость спин-волновой жесткости как функция $\tau = |T_c - T|/T_c$, полученная из измерений угла отсечки ϑ_0 вблизи температуры Кюри: 1 — $\text{Fe}_{50}\text{Ni}_{22}\text{Cr}_{10}\text{P}_{18}$, 2 — $\text{Fe}_{48}\text{Ni}_{34}\text{P}_{18}$, x — показатель степени в зависимости $D = D_0 \tau^x$ [84].

Таким образом, предсказание теории динамического скейлинга оказалось справедливым и для аморфных ферромагнетиков $\text{Fe}_{50}\text{Ni}_{22}\text{Cr}_{10}\text{P}_{18}$ и $\text{Fe}_{48}\text{Ni}_{34}\text{P}_{18}$.

Как уже отмечалось, при $\vartheta \ll \vartheta_0$ становится существенным влияние дипольных сил. Это явление изучалось в работе [85] с помощью квадратного детектора нейтронов. Наблюдавшаяся сильная зависимость динамической киральности от угла между плоскостью рассеяния и магнитным полем находится в хорошем согласии с теорией спиновых волн.

8. Антиферромагнетики с треугольной решеткой: эксперимент

Перейдем к описанию результатов исследования динамической киральности в слоистых антиферромагнетиках с треугольной решеткой CsMnBr_3 и CsNiCl_3 , а также в гольмии. Однако предварительно объясним, почему это представляет интерес. Антиферромагнетики с треугольной решеткой являются фрустрированными магнетиками. В отличие от обычных слоистых антиферромагнетиков (например, купратов, где основной элемент магнитной структуры — четырехугольник) в антиферромагнетиках с треугольной решеткой основным элементом является равносторонний треугольник со спинами в каждой из вершин. В таком треугольнике обычно антиферромагнитное взаимодействие приводит к фрустрации (рис. 12а): если спины 1 и 2 антипараллельны, то спин 3 оказывается в нулевом молекулярном поле, т.е. его направление не определено (это называется фрустрацией).

В результате классическим ($S \rightarrow \infty$) основным состоянием является 120° -ная структура (рис. 12б, в). Однако это состояние оказывается вырожденным: обменная энергия для спиновых конфигураций на рис. 12б, в одинакова, но эти конфигурации различны. При обходе против часовой стрелки углы между двумя соседними спинами равны 120° (б) и 240° (в). Это различие описывается вектором киральности

$$C_{123} = S_1 \times S_2 + S_2 \times S_3 + S_3 \times S_1. \tag{95}$$

Чисто условно можно говорить, что конфигурации на рис. 12б, в имеют положительную и отрицательную киральность. Очевидно, в общем случае векторы S_1, S_2

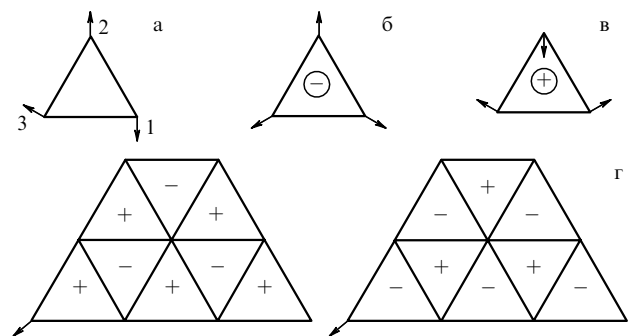


Рис. 12. Элементарный спиновый треугольник в антиферромагнетиках с треугольной решеткой: (а) фрустрация при антипараллельной ориентации двух спинов, (б, в) 120° -ная структура с положительной и отрицательной киральностью соответственно, (г) две возможные спиновые структуры при одном и том же направлении спина в выделенном узле.

и S_3 не обязаны лежать в плоскости рисунка. Поэтому вектор киральности C_{123} для 120° -ной структуры может иметь любое направление, но при этом вырождение сохраняется.

Таким образом, антиферромагнетики с треугольной решеткой принципиально отличаются от обычных ферро- или антиферромагнетиков, где задание направления спина в одном из узлов полностью определяет структуру. В случае антиферромагнетиков с треугольной решеткой при заданном направлении спина одного из узлов возможны две различных структуры. Можно построить так называемую дуальную решетку с узлами в центрах треугольников (рис. 12г). Тогда киральность будет вести себя точно так же, как изинговский спин, т.е. принимать два различных значения: "+" и "-". Эти соображения привели Кавамуру к представлению о новом классе универсальности при фазовых переходах второго рода [56–59].

Как известно, в современной теории фазовых переходов второго рода критические индексы флуктуирующих величин определяются только размерностью параметра порядка n (так называемой $O(n)$ -класс универсальности) [76, 77]. Для гейзенберговских магнетиков $n = 3$, для XU -систем $n = 2$. В первом случае симметрия параметра порядка совпадает с симметрией сферы единичного радиуса ($SO(3)$), а во втором — с симметрией окружности (S_1). В антиферромагнетиках с треугольной решеткой связанное с киральностью двукратное вырождение меняет симметрию параметра порядка на $Z_2 \times SO(3)$ и $Z_2 S_1$ в первом и втором случаях соответственно, где Z_2 — двухэлементная группа, отвечающая изинговскому спину. Аналогичная ситуация имеет место и в спиральных магнетиках, где группа Z_2 отвечает за два возможных направления вращения спирали (см. раздел 4).

Таким образом, согласно работам [56–59] антиферромагнетики с треугольной решеткой и спиральные магнетики должны принадлежать к киральным классам универсальности $O(3)$ и $O(2)$. Первый реализуется в случае изотропного взаимодействия Гейзенберга, второй — при наличии сильной легкоплоскостной анизотропии (XU -модель). Соответственно, критические индексы теплоемкости, намагниченности, восприимчивости и корреляционной длины ($\alpha, \beta, \gamma, \nu$) должны отличаться от индексов гейзенберговских магнетиков, XU -ферро- и XU -антиферромагнетиков.

В работах [56–59] приведены результаты вычислений методом Монте-Карло и методами продолжения по размерности пространства (разложение $4 - \epsilon$) и разложения по $1/n$, подтвердившие это утверждение. Особенно сильно различаются индексы теплоемкости: $\alpha = 0,24 \pm 0,08$ ($n = 3$) и $\alpha = 0,34 \pm 0,06$ ($n = 2$) в случае киральной универсальности в отличие от $\alpha \approx -0,12$ и $\alpha \approx -0,02$ соответственно для обычных магнетиков. Это предсказание теории хорошо согласуется с результатами многочисленных экспериментов (см. обзор [59]).

Однако результаты работ Кавамуры неоднократно подвергались сомнению как на основании ренорм-групповых, так и численных расчетов [106–109], хотя в последнем случае критические индексы незначительно отличались от полученных в работах [56–59]. По существу главный вывод этих работ состоит в том, что реально имеет место фазовый переход первого рода, но очень близкий ко второму. Кроме того, делались экзотические

утверждения о том, что температуры переходов в киральное и антиферромагнитное состояния не совпадают и что различны индексы корреляционных длин киральных и антиферромагнитных флуктуаций. Проверка всех этих утверждений, по-видимому, находится за пределами точности современных экспериментов.

Наиболее нетривиальным качественным результатом работ [56–59] является вывод о том, что наряду с вектором антиферромагнетизма критической величиной является спиновая киральность, флуктуации которой определяются новыми критическими индексами β_c, γ_c и ν_c . При этом индекс β_c , характеризующий температурную зависимость киральности ниже T_N , не обязан быть равным 2β , как это следует из наивной картины, представленной в разделе 4.

Как уже отмечалось, индекс β_c можно определить по температурной зависимости части интенсивности рассеяния ниже T_N , пропорциональной P_0 . Однако определение ν_c и γ_c значительно сложнее, так как необходимо изучить T - и Q -зависимости четырехспинового коррелятора (77). Вместе с тем, исследуя температурную зависимость динамической киральности, можно определить сумму $\gamma_c + \beta_c = \varphi_c$. Действительно, согласно (80) эта зависимость имеет вид $\tau^{-\varphi_c}$, где $\varphi_c = \nu_c(3 - \Delta_c)$. Если вспомнить, что в соответствии с представлениями скейлинга $\gamma_c = \nu_c(2 - \eta_c)$ и $\beta_c = \nu_c \Delta_c = \nu_c(1 + \eta_c)/2$, то можно сразу получить $\varphi_c = \beta_c + \gamma_c$. Таким образом, поляризованные нейтроны позволяют определить два киральных критических индекса из трех.

С другой стороны, если верна картина скейлинга для антиферромагнетиков с треугольной решеткой, то выполняется соотношение [56–59]

$$\alpha + 2\beta_c + \gamma_c = 2, \quad (96)$$

где $\alpha = 2 - 3\nu$ — индекс теплоемкости, из которого следует, что $\nu_c = \nu$. Следовательно, исходя из скейлинга и используя поляризованные нейтроны, можно определить все критические индексы. Отметим, что индекс φ_c определяет размерность поля, сопряженного оператору киральности (76). В [110] показано, что в случае XU -системы магнитное поле в XU -плоскости подавляет киральные флуктуации и антиферромагнетик с треугольной решеткой становится обычным антиферромагнетиком с двумерным параметром порядка при выполнении условия

$$g\mu_B H \gg T_N \tau^{\varphi_c/2}. \quad (97)$$

В качестве первого объекта экспериментального исследования киральности в антиферромагнетиках с треугольной решеткой был выбран XU -антиферромагнетик $CsMnBr_3$. Это вещество имеет гексагональную структуру $P6_3/mmc_1$. Антиферромагнетизм в плоскости ab возникает при $T_N \approx 8,3$ К. Этот фазовый переход хорошо изучен экспериментально [111–116]. В таблице приведены экспериментально определенные критические индексы теплоемкости, корреляционной длины, восприимчивости и намагниченности подрешеток: α, ν, γ и β соответственно. Последние три индекса определялись из данных по рассеянию неполяризованных нейтронов. Представленные в таблице результаты расчетов методом Монте-Карло [57, 108] хорошо согласуются с полученными экспериментально. Неупругое рассеяние

Таблица. Критические индексы XY-антиферромагнетиков с треугольной решеткой, рассчитанные методом Монте-Карло и полученные экспериментально для CsMnBr₃ при T_N ≈ 8,3 К

	Расчет [57; 108]	Эксперимент
α	0,34(6); 0,46(10)	0,39(9) [111]; 0,40(5) [112]
ν	0,54(2); 0,50(1)	0,54(3) [113]; 0,57(3) [114]
γ	1,13(5); 1,03(4)	1,01(8) [113]; 1,10(5) [114]
β	0,253(10); 0,24(2)	0,21(2) [113]; 0,25(1) [115]
ν_c	0,55(2); 0,55(1)	
γ_c	0,77(5); 0,90(2)	0,84(7) [63]
β_c	0,45(2); 0,38(2)	0,44(2) [63]
φ_c	1,22(6); 1,28(9)	1,29(7) [61, 63]

нейтронов позволило определить и динамический критический индекс $z = 1,47(6)$ [116].

Фазовая диаграмма CsMnBr₃ в магнитном поле определена экспериментально в работах [117, 118]. Показано, что если поле перпендикулярно гексагональной оси \hat{c} , то точка ($H = 0, T = T_N$) является тетракритической. В то же время, если $\mathbf{H} \parallel \hat{c}$, симметрия системы не меняется и поле не влияет на критическое поведение. Измерение теплоемкости подтвердили этот вывод [114].

В CsMnBr₃ 120°-ной структуре соответствует волновой вектор $\mathbf{k} = (1/3, 1/3, 0)$. В работах [54, 60–63] измерены статической и динамической киральности проводились в брэгговской позиции: $\mathbf{Q} = (1/3, 1/3, 1)$.

Для измерения статической киральности использовались два образца, имеющие размеры $10 \times 3 \times 5$ мм³ (кристалл 1) и $10 \times 2 \times 2$ мм³ (кристалл 2). В обоих случаях имела место отличная от нуля разность заселенностей киральных доменов $n_R - n_L$, которая для меньшего кристалла (2) достигла 10%. Как отмечалось в разделе 4, если разность заселенностей имеет случайное происхождение, то она порядка $N^{-1/2}$, где N — полное число доменов. В этом случае в кристалле 2 объем отдельного домена должен быть около 0,4 мм³. Результаты измерений статической киральности показаны на рис. 13. На их основании в работе [63] предложено значение $\beta_c = 0,44(2)$. Из-за наличия сильного квазиупругого рассеяния, не зависящего от \mathbf{P}_0 , не удалось определить индекс намагниченности β и проверить,

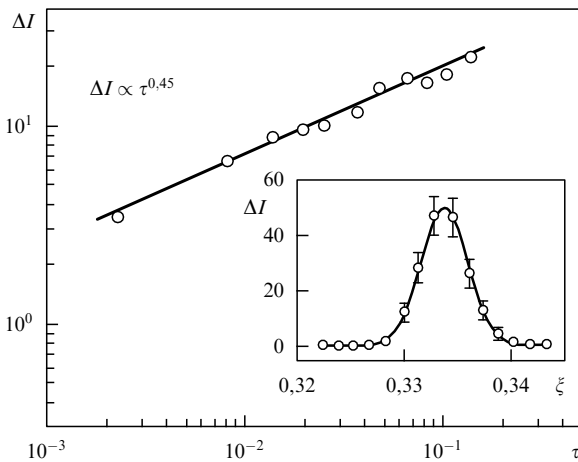


Рис. 13. Зависимость $\Delta I = I_\uparrow - I_\downarrow$ от τ при $T < T_N$ в CsMnBr₃; I_\uparrow и I_\downarrow — интенсивности рассеяния с поляризацией \mathbf{P}_0 , параллельной и антипараллельной вектору рассеяния $\mathbf{Q} = (1/3, 1/3, 1)$; на вставке — профили разности $I_\uparrow(\xi) - I_\downarrow(\xi)$ для продольного сканирования отклонения [54].

выполняется ли соотношение $\beta_c = 2\beta$. Однако из результатов других работ (см. таблицу) видно, что в пределах погрешностей измерений это равенство выполняется.

Анализ экспериментальных результатов по динамической киральности существенно опирается на данные работы [116], в которой показано, что энергетическая зависимость неупругого рассеяния при $T = T_N$ ($q > \kappa$) описывается лоренцианом $\Gamma/(\omega^2 + \Gamma_q^2)$. Предполагая такую же зависимость при всех q , для восприимчивости в выражении (80) получаем

$$\chi(q, \omega) = \frac{Z}{q^2 + \kappa^2} \frac{i\Gamma_q}{\omega + i\Gamma_q}, \quad (98)$$

где, как обычно, мы записали статический фактор в орнштейн-церниковском виде.

В результате для динамической киральности находим

$$C(q, \omega) = \left(\frac{\kappa^2}{q^2 + \kappa^2} \right)^2 \left(\frac{i\Gamma_q}{\omega + i\Gamma_q} \right)^2 \frac{Cg\mu_B H \omega}{T_N^3 \tau^{\varphi_c}}, \quad (99)$$

откуда для зависящей от поляризации части интенсивности рассеяния имеем

$$\Delta I \sim A \left(\frac{\kappa^2}{q^2 + \kappa^2} \right)^2 \frac{\omega/\Gamma}{[1 + (\omega/\Gamma)^2]^2}, \quad (100)$$

где $A \sim \tau^{-\varphi_c}$. Соответствующие экспериментальные результаты показаны на рис. 14. Оказалось, что для $\tau > 0,1$ показатель $\varphi_c = 1,28(7)$. Используя это значение φ_c , а также полученное ранее значение β_c , находим, что $\gamma_c = \varphi_c - \beta_c = 0,84(7)$. С учетом значения $\alpha = 0,40(5)$ из

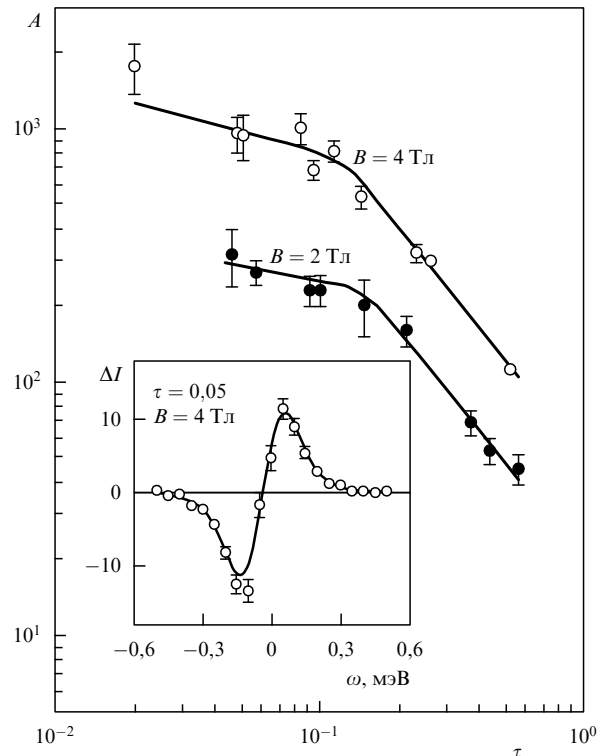


Рис. 14. Амплитуды A поляризационно-зависимой части рассеяния в CsMnBr₃ при $\mathbf{Q} = (1/3, 1/3, 1)$ как функция $\tau = (T - T_N)/T_N$; на вставке — пример энергетической зависимости ΔI и соответствующая теоретическая кривая [63].

таблицы получаем $\alpha + 2\beta_c + \gamma_c = 2,12(9)$, что в пределах погрешности измерений совпадает с соотношением скейлинга (96).

Излом в зависимости $A(\tau)$ при $\tau \approx 0,1$ на рис. 14, по-видимому, объясняется конечным импульсным разрешением установки, в силу которого измеряется интенсивность ΔI , проинтегрированная по $q dq$ от нуля до q_{\max} . Если $q_{\max} < \kappa$, то интегрирование ничего не дает. Однако при $q_{\max} \gg \kappa$ основную роль в интеграле играют $q \sim \kappa$ и фактор $[\kappa^2/(q^2 + \kappa^2)]^2$ в (100) заменяется на величину порядка κ^2 . Поэтому с понижением температуры τ зависимость ΔI неизбежно должна изменяться. Учитывая, что $\kappa \sim \tau^\gamma$, при малых τ имеем $\Delta I \sim \tau^{-x}$, где $x = \varphi_c - \gamma$ принимает значения 0,28(11) и 0,24(9) для двух экспериментальных значений γ из таблицы, которые хорошо согласуются со значением $x = 0,3$ из [63].

В работе [54] приведены результаты аналогичного исследования квазиодномерного антиферромагнетика с треугольной решеткой CsNiCl_3 с $S = 1$. Это вещество имеет весьма сложную диаграмму состояний [110]. Однако в поле $B > B_m = 2,25$ Тл, направленном вдоль оси \hat{c} , фазовый переход в упорядоченную фазу принадлежит тому же киральному XY-классу универсальности, что и в CsMnBr_3 . Измеренное значение критического индекса $\varphi_c = 1,24(7)$ также близко к расчетным значениям из таблицы, а в зависимости $A(\tau)$ имеется излом при $\tau \approx 0,1$, по-видимому, той же природы, что и в CsMnBr_3 . В поле $B = 1$ Тл $< B_m$ зависимость динамической киральности от ω иная; в частности, имеются экстремумы при $\omega \neq 0$, соответствующие холдейновским возбуждениям, характерным для одномерных цепочек спинов с $S = 1$.

В работе [54] приведены также предварительные результаты по изучению динамической киральности в гольмии. Оказалось, что в этом случае значение индекса $\varphi_c = 1,58(4)$, т.е. сильно отличается от расчетного значения для XY-системы. С чем это связано, пока не ясно.

Итак, мы видим, что уже в первых экспериментах по изучению спиновой киральности с помощью поляризованных нейтронов получены новые нетривиальные результаты. Несомненно, что этот метод исследования в ближайшее время получит широкое распространение.

9. Ядерно-магнитная интерференция при упругом рассеянии

Опишем некоторые результаты исследований магнетиков с использованием интерференции ядерного и магнитного рассеяния (см. также раздел 10). Поскольку амплитуда магнитного рассеяния пропорциональна спину нейтрона, в сечении рассеяния поляризованных нейтронов появляется интерференция, которая может привести к возникновению поляризации при рассеянии и ее повороту.

Очевидно, такая интерференция имеет место, только если состояние рассеивающего образца характеризуется каким-либо аксиальным вектором, например намагниченностью. При этом в случае упругого рассеяния соответствующий аксиальный вектор должен быть t -нечетен, чтобы при обращении времени сечение рассеяния не изменялось, а поляризация рассеянных нейтронов меняла знак. Взаимодействие Дзялошинского–Мория не может привести к упругой интерференции. Вместе с тем при неупругом рассеянии это не так, поскольку

разная t -четность аксиальных векторов компенсируется ω -четностью соответствующих корреляционных функций аналогично тому, как это происходит при киральном рассеянии (см. (49) и (50)).

Ядерно-магнитная интерференция возникает, только если оба типа рассеяния осуществляются в одной и той же области Q -пространства. Для упругого рассеяния это возможно в двух случаях: 1) малоугловое рассеяние в неупорядоченных средах; 2) рассеяние в кристаллах, магнитная структура которых характеризуется нулевым волновым вектором (ферромагнетики, парамагнетики во внешнем поле, антиферромагнетики с $\mathbf{k}_{\text{AF}} = 0$). Используя уравнения (20), (21) и (30), получаем

$$\sigma_{\mathbf{Q}} = N_{-\mathbf{Q}}N_{\mathbf{Q}} + \mathbf{M}_{-\mathbf{Q}}^{\perp}\mathbf{M}_{\mathbf{Q}}^{\perp} + \mathbf{P}_0(N_{-\mathbf{Q}}\mathbf{M}_{\mathbf{Q}}^{\perp} + \mathbf{M}_{-\mathbf{Q}}^{\perp}N_{\mathbf{Q}}) + i(\mathbf{P}_0\hat{Q})([\mathbf{M}_{-\mathbf{Q}} \times \mathbf{M}_{\mathbf{Q}}]\hat{Q}), \quad (101)$$

$$\mathbf{P}\sigma_{\mathbf{Q}} = N_{-\mathbf{Q}}N_{\mathbf{Q}}\mathbf{P}_0 + \mathbf{M}_{-\mathbf{Q}}^{\perp}(\mathbf{M}_{\mathbf{Q}}^{\perp}\mathbf{P}_0) + (\mathbf{P}_0\mathbf{M}_{-\mathbf{Q}}^{\perp})\mathbf{M}_{\mathbf{Q}}^{\perp} - (\mathbf{M}_{-\mathbf{Q}}^{\perp}\mathbf{M}_{\mathbf{Q}}^{\perp})\mathbf{P}_0 - i\hat{Q}([\mathbf{M}_{-\mathbf{Q}} \times \mathbf{M}_{\mathbf{Q}}]\hat{Q}) + N_{-\mathbf{Q}}\mathbf{M}_{\mathbf{Q}}^{\perp} + \mathbf{M}_{-\mathbf{Q}}^{\perp}N_{\mathbf{Q}} + i[(N_{-\mathbf{Q}}\mathbf{M}_{\mathbf{Q}}^{\perp} - \mathbf{M}_{-\mathbf{Q}}^{\perp}N_{\mathbf{Q}}) \times \mathbf{P}_0], \quad (102)$$

где для краткости опущены угловые скобки, обозначающие термодинамическое усреднение.

Кроме того, выражения (101) и (102) следует усреднить по доменной структуре образца. В случае малоуглового рассеяния в неупорядоченных средах необходимо также усреднение по пространственному беспорядку. В результате интерференционные члены отличны от нуля в области Q -пространства, определяемой наиболее крупномасштабной из двух подсистем: ядерной и магнитной. Однако мы не будем рассматривать малоугловую интерференцию; ей посвящена обширная литература (см., например, работы [119, 120] и ссылки в них).

В случае кристаллов $N_{\mathbf{Q}}$ и $\mathbf{M}_{\mathbf{Q}}^{\perp}$ — это ядерный и магнитный структурные факторы химической элементарной ячейки, так что в (101) и (102) опущен стандартный множитель $[(2\pi)^3/v_0] \delta(\mathbf{Q} - \boldsymbol{\tau})$, обеспечивающий выполнение условия Брэгга.

Упругая ядерно-магнитная интерференция в ферромагнетиках. Возникновение поляризации при брэгговском рассеянии в ферромагнетиках является первым классическим примером ядерно-магнитной интерференции [121]. Она используется в настоящее время для получения монохроматических пучков поляризованных нейтронов. В случае ферромагнетика с одним атомом в элементарной ячейке для амплитуд рассеяния нейтронов со спинами вдоль (+) и против (−) намагниченности образца \hat{m} имеем

$$f_{\pm} = -\{b \pm rF(\mathbf{Q})\bar{S}[1 - (\hat{Q}\hat{m})^2]\}, \quad (103)$$

где \bar{S} — средний спин атома. Если подобрать \mathbf{Q} и \bar{S} так, чтобы амплитуда f_{-} обратилась в нуль, то брэгговское рассеяние испытывают только нейтроны, поляризованные вдоль поля. Это имеет место в сплаве $\text{Co}_{92}\text{Fe}_8$. Для сплава Гейслера, наоборот, отражение (111) приводит к рассеянию с поляризацией против поля [47].

Карты магнитной плотности. Если парамагнитный кристалл поместить в магнитное поле, то электронные оболочки атомов слегка подмагничиваются. В результате возникает вклад в рассеяние, зависящий от взаимной ориентации спина нейтрона и магнитного поля [122]. Обычно исследуют отношение интенсивностей рассеяния

нейтронов поляризованных вдоль и против поля — так называемое флипперное отношение²

$$R = \frac{\sigma_Q^{(+)}}{\sigma_Q^{(-)}} = \frac{|N_Q|^2 + 2 \operatorname{Re} N_Q M_Q \sin^2 \alpha + |M_Q|^2 \sin^2 \alpha}{|N_Q|^2 - 2 \operatorname{Re} N_Q M_Q \sin^2 \alpha + |M_Q|^2 \sin^2 \alpha} \approx \approx 1 + 4 \operatorname{Re} \frac{N_Q M_Q \sin^2 \alpha}{|N_Q|^2}. \quad (104)$$

Здесь M_Q — направленный вдоль поля магнитный структурный фактор элементарной ячейки, α — угол между направлениями поля и вектора Q .

Приближенное равенство в (104) имеет место, поскольку в парамагнитной фазе $|M_Q| \ll |N_Q|$. Экспериментально изучается отношение R для большой совокупности брэгговских отражений τ . Как правило, зная структуру кристалла, можно рассчитать значения N_τ . Поэтому эксперимент позволяет найти набор значений M_τ , связанный с магнитной (спиновой) плотностью $M(\mathbf{r})$ преобразованием Фурье:

$$M_\tau = \int d\mathbf{r} \exp(i\tau\mathbf{r}) M(\mathbf{r}), \quad (105)$$

где интегрирование проводится по объему элементарной ячейки.

Обратное преобразование Фурье, в принципе, позволяет найти распределение спиновой плотности $M(\mathbf{r})$. Однако, как известно, такое преобразование неустойчиво: малые экспериментальные погрешности и конечный набор измеренных отражений τ приводит к неконтролируемым погрешностям в определении $M(\mathbf{r})$. Поэтому в работах [123, 124] предложен способ регуляризации обратного преобразования, получивший название метода максимальной энтропии. Таким методом найдены карты спиновой плотности в большом числе химических соединений; см., например, работы [125, 126] и статьи в трудах конференции PNCFI-98 (*Physica B* 267–268 (1999)).

В данном обзоре соответствующие результаты подробно не обсуждаются, тем более что автор не является специалистом в этой области. Приведем в качестве примера результаты определения спиновой плотности в CuGeO_3 [126]. В последние годы это вещество привлекает большое внимание, так как в нем обнаружен спин-пайерлсовский переход с удвоением периода вдоль осей a и c и появлением щели в спектре спиновых возбуждений при $T < 14$ К [127, 128].

Выше T_{SP} структура CuGeO_3 описывается пространственной группой $Pbmm$ с элементарной ячейкой (рис. 15), содержащей две формульные единицы [129]. Характерной особенностью структуры являются цепочки ионов Cu^{2+} с $S = 1/2$ вдоль оси c , окруженных четырьмя ионами кислорода O^{2-} (O_2 на рисунке). Спин-пайерлсовский переход состоит в димеризации цепочек с одновременным появлением щели $\Delta_{SP} = 2,0 \pm 0,05$ мэВ в спектре спиновых возбуждений при $T \ll T_{SP}$ и удвоением периода вдоль осей a и c [127–131].

Полученные методом максимальной энтропии карты спиновой плотности в $\text{CuGe}_{0,997}\text{Si}_{0,003}\text{O}_3$ при $B = 4,6$ Тл, $T = 15$ К и $T_{PS} = 12$ К показаны на рис. 16, взятом из работы [126]. Значения магнитных моментов ионов (в

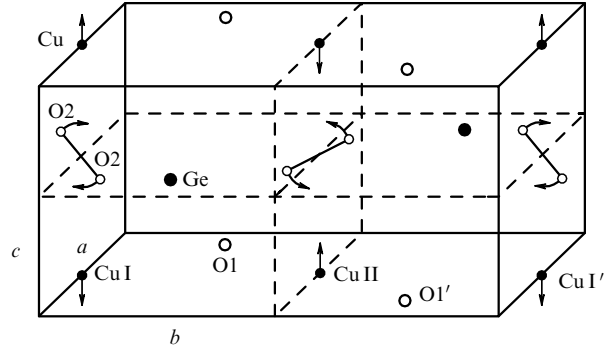


Рис. 15. Элементарная ячейка CuGeO_3 выше $T_{SP} \approx 14,3$ К. Стрелками показаны направления смещения ионов, приводящих к удвоению периодов вдоль осей a и c .

магнетонах Бора) оказались равными

$$\begin{aligned} \mu_{\text{Cu}} &= 0,0078(5), & \mu_{\text{Ge}} &= 0,0027(4), \\ \mu_{\text{O1}} &= 0,049(7), & \mu_{\text{O2}} &= -0,0001(5). \end{aligned}$$

Как и следовало ожидать, наибольшая часть намагниченности локализована на ионах меди. Кроме того, довольно сильно намагничены ионы Ge^{4+} и O1 , так что $\mu_{\text{Ge}} + \mu_{\text{O1}} > \mu_{\text{Cu}}$. Вместе с тем оказались не намагничиваются ионы O2 , ответственные за сверхобмен вдоль цепочек.

Полученный результат, на первый взгляд, представляется несколько неожиданным, так как, казалось бы, максимальная спиновая плотность должна быть на ионах кислорода O_2 , ответственных за наиболее сильный сверхобмен вдоль цепочек. Однако при изучении локальных намагниченностей ионов в поле исследуется не значение нескомпенсированной спиновой плотности на узле, а степень ее намагничивания внешним полем, т.е. магнитная мягкость. Только в пределе изолированных спинов локальная намагниченность пропорциональна намагниченности свободного иона $S(S+1)g\mu_B H/3T$. При высоких температурах и в пределе сильной связи она должна быть пропорциональна не T^{-1} , а $(T - T_{CW})^{-1}$, где T_{CW} — температура Кюри–Вейса. В промежуточных случаях необходимы детальные теоретические расчеты, основанные на специфике конкретных систем. Насколько нам известно, в настоящее время работ на эту тему нет. Точно так же отсутствуют экспериментальные исследования температурных и полевых зависимостей локальных намагниченностей.

Вместе с тем экспериментальное наблюдение большой намагничиваемости ионов O1 и Ge^{4+} ставит интересный физический вопрос. Дело в том, что сверхобмен через эти ионы должен приводить к взаимодействию Дзялошинского–Мория с вектором \mathbf{D} , имеющим компоненты по осям a и c . В этом нетрудно убедиться, используя правило Москвина [132], согласно которому направление вектора Дзялошинского определяется произведением радиус-векторов, направленных из промежуточного иона, через который происходит сверхобмен, к магнитным ионам.

В нашем случае промежуточными ионами являются O1 и Ge^{4+} . В первом случае вектор \mathbf{D} направлен вдоль оси c , во втором он имеет компоненты вдоль осей a и c . При этом для пар ионов $(\text{CuI}, \text{CuII})$ и $(\text{CuII}, \text{CuI}')$ на рис. 15 векторы Дзялошинского направлены в разные

² Этот термин связан с тем, что изучается отношение интенсивностей, измеренных с включенным и выключенным флиппером.

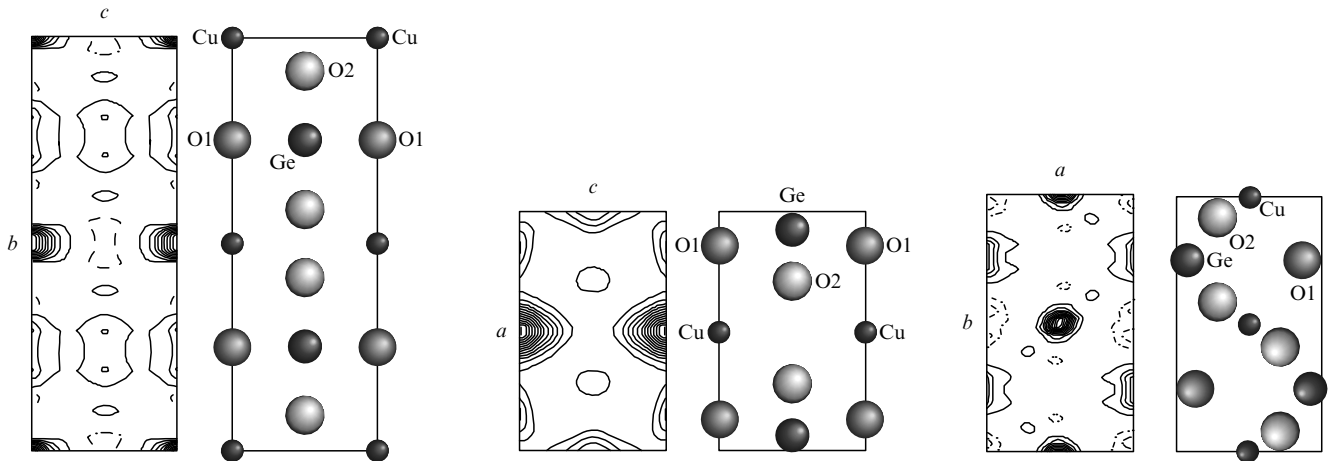


Рис. 16. Проекция спиновой плотности и атомных положений вдоль осей a , b и c (слева направо). Уровни плотности лежат в интервале $-0,03, 0,27 \mu_B/\text{нм}$ с шагом $0,02 \mu_B/\text{нм}$. Штриховые и сплошные линии соответствуют отрицательным и положительным спиновым плотностям. $T = 15 \text{ К}$, $B = 4,6 \text{ Тл}$, $T_{\text{PS}} = 12 \text{ К}$.

стороны, поэтому кирального рассеяния не возникает (см. раздел 5). В силу отмеченной выше сильной намагничиваемости ионов O1 и Ge^{4+} следует ожидать аномально большого взаимодействия Дзялошинского–Мория в CuGeO_3 и, соответственно, заметной ядерно-магнитной интерференции при неупругом рассеянии поляризованных нейтронов. В настоящее время в Институте Лауэ–Ланжевена предпринимаются интенсивные поиски такой интерференции (L.-P. Regnault, F. Tasset et al.).

Антиферромагнетики с $\mathbf{k}_{\text{AF}} = \mathbf{0}$. В простейших случаях коллинеарных антиферромагнетиков с одним магнитным атомом в элементарной ячейке для определения магнитной структуры поляризационный анализ не нужен. Достаточно исследовать несколько дополнительных брэгговских отражений, возникающих ниже температуры Нееля T_N . В более сложных случаях этого может оказаться недостаточно. Дело в том, что в общем случае для каждого магнитного отражения вектор $\mathbf{M}_{\mathbf{Q}}^{\perp}$ имеет две компоненты в перпендикулярной вектору \mathbf{Q} плоскости, которые могут быть комплексными. Сечение рассеяния неполяризованных нейтронов определяется величиной $|\mathbf{M}_{\mathbf{Q}}^{\perp}|^2$. Поэтому оно не содержит всю необходимую информацию о магнитной структуре.

Сферическая нейтронная поляриметрия (трехмерный анализ поляризации при рассеянии на большие углы) открывает новые возможности для исследования магнитных структур сложных антиферромагнетиков [4, 10, 11, 133–136]. К настоящему времени этот метод позволил определить структуры ряда антиферромагнетиков: CuO , UGePt , $\text{U}_{14}\text{Au}_{51}$ и др. (см. работы [133–136] и ссылки в них).

В случае антиферромагнетиков с $\mathbf{k}_{\text{AF}} = \mathbf{0}$, когда магнитные и ядерные рефлексы совпадают, расшифровка магнитных структур оказывается возможной благодаря интерференции ядерного и магнитного рассеяния. Одновременно удастся изучить доменную структуру и влияние на нее внешних воздействий.

В методе сферической нейтронной поляриметрии принято пользоваться правой системой координат с осями $x \parallel \mathbf{Q}$ и y в плоскости рассеяния и осью z , перпендикулярной ей. В этой системе вектор $\mathbf{M}_{\mathbf{Q}}^{\perp}$ лежит в плоскости yz , ниже мы опускаем индекс " \perp ", имея в виду, что $\mathbf{M}_{\mathbf{Q}}^{\perp}$ не имеет x -компоненты. Учитывая также,

что $N_{-\mathbf{Q}}, \mathbf{M}_{-\mathbf{Q}} = N_{\mathbf{Q}}^*, \mathbf{M}_{\mathbf{Q}}^*$ и опуская индекс \mathbf{Q} , уравнения (101) и (102) можно представить как [136]

$$\begin{aligned} \sigma &= |N|^2 + |M|^2 + \mathbf{P}_0(\Sigma_{\text{ch}} + \Sigma_{\text{In}}), \\ \mathbf{P}\sigma &= (S + A)\mathbf{P}_0 + \mathbf{P}_1, \\ \mathbf{P}_1 &= -\Sigma_{\text{ch}} + \Sigma_{\text{In}}. \end{aligned} \quad (106)$$

Здесь симметричный и антисимметричный тензоры второго ранга, действующие на начальную поляризацию \mathbf{P}_0 , имеют вид

$$\begin{aligned} S &= \begin{vmatrix} |N|^2 - |M_y|^2 - |M_z|^2 & 0 & 0 \\ 0 & |N|^2 - |M_z|^2 + |M_y|^2 & M_y^* M_z + M_z^* M_y \\ 0 & M_y^* M_z + M_z^* M_y & |N|^2 - |M_y|^2 + |M_z|^2 \end{vmatrix}, \\ A &= \begin{vmatrix} 0 & 2 \text{Im} N^* M_z & -2 \text{Im} N^* M_y \\ -2 \text{Im} N^* M_z & 0 & 0 \\ 2 \text{Im} N^* M_y & 0 & 0 \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (107)$$

Вектор $\Sigma_{\text{ch}} = \mathbf{M}^* \times \mathbf{M}$ направлен вдоль оси x , $\Sigma_{\text{In}} = 2 \text{Re} N^* \mathbf{M}$. Очевидно, что тензор S можно привести к диагональному виду поворотом системы координат в плоскости yz .

Как уже отмечалось, формулы (106) надо усреднить по доменной структуре образца. В случае киральных доменов проблема такого усреднения обсуждалась в разделе 4, где, в частности, показано, что в гольмии деформация кручения меняет относительную заселенность правых и левых доменов. Приведем результаты исследования доменной структуры в Cr_2O_3 , который является классическим антиферромагнетиком с $\mathbf{k}_{\text{AF}} = \mathbf{0}$ [44, 69, 135] и имеет кристаллическую структуру $R\bar{3}c$. В элементарной ячейке этого вещества имеются четыре иона Cr^{2+} , спины которых направлены вдоль тригональной оси, как это показано на рис. 17. Таким образом, имеются два возможных типа антиферромагнитных доменов, переходящих друг в друга при отражении времени R (180° -ные домены).

Вместе с тем спиновая структура остается неизменной при преобразовании IR , где I — инверсия. Поэтому кристалл Cr_2O_3 является магнитоэлектриком, т.е. его свободная энергия имеет слагаемое [44]

$$\Phi_{\text{ме}} = -\alpha_{\parallel} E_c H_c - \alpha_{\perp} (E_x H_x + E_y H_y), \quad (108)$$

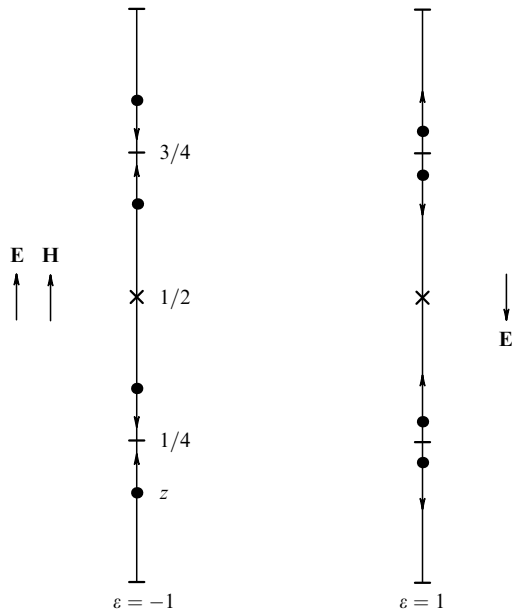


Рис. 17. Две возможные ориентации спинов ионов хрома в элементарной ячейке Cr_2O_3 и взаимные ориентации полей \mathbf{E} и \mathbf{H} , приводящие к ним при охлаждении ниже T_N [69, 136]. Центр инверсии отмечен крестиком.

где ось c параллельна тригональной оси. Компоненты магнитоэлектрического тензора $\alpha_{\parallel,\perp}$ меняют знак при отражении времени и, значит, должны быть пропорциональны вектору антиферромагнетизма. Поэтому охлаждение системы ниже T_N в параллельных магнитном и электрическом полях приводит к одной из двух доменных структур, показанных на рис. 17.

Предсказание теории экспериментально подтверждено методом сферической нейтронной поляриметрии [69, 135]. Кристалл Cr_2O_3 ориентировался так, чтобы тригональная ось c лежала в плоскости рассеяния. В этом случае $M_z = 0$, а для M_y из (106) и (107) находим

$$M_y = 4irF(\mathbf{Q})S\epsilon[1 + \exp(inl)] \sin(2\pi lz) = i\epsilon M_0. \quad (109)$$

Здесь l — индекс Миллера вдоль оси c , z — положение иона хрома на этой оси, S — значение его спина, ϵ — тип домена ($\epsilon = \pm 1$).

Таким образом, магнитный структурный фактор элементарной ячейки является мнимой величиной. В то же время ядерный структурный фактор $N_{\mathbf{Q}}$ веществен, поскольку химическая элементарная ячейка имеет центр инверсии. В результате сечение не зависит от начальной поляризации \mathbf{P}_0 , а компоненты тензоров S и A имеют вид

$$S_{xx} = S_{zz} = \frac{1 - \gamma^2}{1 + \gamma^2}, \quad S_{yy} = 1, \quad A_{xz} = -A_{zx} = -\frac{i\eta\gamma}{1 + \gamma^2}, \quad (110)$$

где $\gamma = M_0/N_{\mathbf{Q}}$, а $\eta = n_+ - n_-$ — относительная заселенность доменов с $\epsilon = 1$ и $\epsilon = -1$ (см. рис. 17). Из формул (110) следует, что вектор поляризации при рассеянии поворачивается, только если $\eta \neq 0$, т.е. если заселенности доменов не равны.

В кристалле Cr_2O_3 при $T = 290$ К для отражения $(1, 0, 2)$ значение $\gamma = 1$. В этом случае однодоменный образец должен поворачивать поляризацию рассеянных

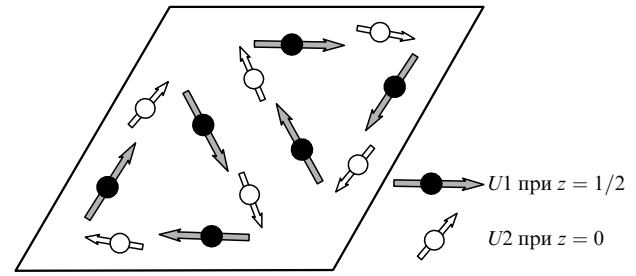


Рис. 18. Проекция на плоскость $(0, 0, 1)$ магнитной структуры $\text{U}_{14}\text{Au}_{51}$, демонстрирующая относительную ориентацию магнитных моментов атомов $U1$ и $U2$ [137].

нейтронов на 90° в плоскости xz . В работах [69, 135] показано, что охлаждение кристалла Cr_2O_3 ниже $T_N = 310$ К в полях $E = 750$ В мм^{-1} и $B = 0,68$ Тл, параллельных тригональной оси, действительно приводит к такому вращению поляризации, т.е. к возникновению однодоменного образца, причем тип домена зависит от взаимной ориентации полей \mathbf{E} и \mathbf{H} , как это показано на рис. 17.

Наиболее сложным примером использования сферической нейтронной поляриметрии является, по-видимому, расшифровка неколлинеарной магнитной структуры в $\text{U}_{14}\text{Au}_{51}$. Это тяжелофермионный антиферромагнетик с $T_N \approx 22$ К. Коэффициент γ в выражении для теплоемкости $C = \gamma T$ равен 300 мДж К^{-2} моль $^{-1}$. Кристалл $\text{U}_{14}\text{Au}_{51}$ имеет гексагональную структуру $P6/m$, в которой атомы урана занимают три различные позиции: $U1$, $U2$ и $U3$. Оказалось, что атомы $U3$ не имеют магнитного момента, а моменты атомов $U1$ и $U2$ ориентированы так, как показано на рис. 18. Подробности восстановления этой структуры можно найти в работе [136].

10. Ядерно-магнитная интерференция при неупругом рассеянии

Возможности использования поляризованных нейтронов в физике магнетизма сильно ограничиваются проблемами, связанными с интенсивностью нейтронных пучков. Неупругое рассеяние требует значительно больших интенсивностей, чем упругое. Этим, по существу, объясняется то, что, несмотря на большие усилия, пока не удалось наблюдать такую интерференцию.

Вместе с тем очевидно, что неупругая интерференция будет обнаружена в ближайшее время, и необходимо понять, как она возникает. Следуя в основном работам [22, 23], мы это покажем ниже, опуская технические подробности (их можно найти в [22]). Оказывается, что неупругая интерференция является результатом спинрешеточного взаимодействия, при котором фонон или другое возбуждение решетки превращается в возбуждение спиновой подсистемы. При этом в зависимости от симметрии проблемы выживают те или иные интерференционные вклады в выражениях (20) и (21).

В случае упругой интерференции дело обстоит очень просто: необходимо, чтобы вектор $\langle \mathbf{M}_{\mathbf{Q}}^\perp \rangle$ был отличен от нуля, а ядерное и магнитное рассеяния имели место в одной и той же области пространства. Вместе с тем может оказаться, что дальний магнитный порядок вообще не существует, а неупругая интерференция

может быть. Ситуация здесь близка к случаю кирального рассеяния в парамагнитной фазе, рассмотренного в разделе 5. Из-за взаимодействия Дзялошинского–Мория в системе существует аксиальный вектор \mathbf{D} , "неправильная" t -четность которого компенсируется соответствующей ω -четностью функций $\langle N_{-\mathbf{Q}}, \mathbf{M}_{\mathbf{Q}} \rangle''_{\omega}$ и $\langle \mathbf{M}_{-\mathbf{Q}}, N_{\mathbf{Q}} \rangle''_{\omega}$ (см. (20), (21) и (49)). Такая ситуация имеет место в упомянутом выше спин-пайерлсовском соединении CuGeO_3 . Разумеется, неупругая интерференция должна быть и в упорядоченных магнетиках. Установим условия возникновения этой неупругой интерференции и выясним, какого рода информацию можно получить из ее изучения.

Согласно (20) и (21) интерференционный вклад в сечение неупругого рассеяния и поляризацию рассеянных нейтронов можно представить в виде

$$\sigma_1(\mathbf{Q}, \omega) = rF(\mathbf{Q}) \frac{k_f}{k_i} \left[1 - \exp\left(-\frac{\omega}{T}\right) \right]^{-1} \boldsymbol{\Sigma}_+(\mathbf{Q}, \omega) \cdot \mathbf{P}_0,$$

$$\mathbf{P}_1\sigma(\mathbf{Q}, \omega) = rF(\mathbf{Q}) \frac{k_f}{k_i} \left[1 - \exp\left(-\frac{\omega}{T}\right) \right]^{-1} \times \\ \times \{ \boldsymbol{\Sigma}_+(\mathbf{Q}, \omega) + i[\boldsymbol{\Sigma}_-(\mathbf{Q}, \omega) \times \mathbf{P}_0] \}, \quad (111)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\pm}(\mathbf{Q}, \omega) = \langle N_{-\mathbf{Q}}, \mathbf{S}_{\mathbf{Q}}^{\pm} \rangle''_{\omega} \pm \langle \mathbf{S}_{-\mathbf{Q}}^{\pm}, N_{\mathbf{Q}} \rangle''_{\omega}. \quad (112)$$

Таким образом, неупругая интерференция возникает, если отлична от нуля обобщенная восприимчивость $\langle N_{-\mathbf{Q}}, \mathbf{S}_{\mathbf{Q}} \rangle_{\omega}$. Для этого необходимо спин-решеточное взаимодействие, благодаря которому возбуждения спиновой подсистемы передаются колебаниям решетки и наоборот. Ниже мы рассмотрим обменное взаимодействие и взаимодействие Дзялошинского–Мория. В обоих случаях связь спиновых степеней свободы с колебаниями решетки возникает из-за модуляции последними обменного интеграла J или же вектора Дзялошинского \mathbf{D} .

Обменное взаимодействие и взаимодействие Дзялошинского–Мория можно записать как

$$V_{\text{SL}} = \frac{1}{2} \sum_{m_1, m_2} V_{m_1 m_2}^{\alpha\beta} S_{m_1}^{\alpha} S_{m_2}^{\beta}, \quad (113)$$

где $V_{m_1 m_2}^{\alpha\beta}$ — это $J_{m_1 m_2}^{\beta} \delta_{\alpha\beta}$ или $D_{m_1 m_2}^{\gamma} \varepsilon_{\gamma\alpha\beta}$. Используя стандартную процедуру теории возмущений [89] в первом порядке по V_{SL} , находим [22, 23]

$$\langle N_{-\mathbf{Q}} \mathbf{S}_{\mathbf{Q}} \rangle_{\omega} = N^{-1/2} \sum_{n, m_1, m_2} b_n \langle \exp(-i\mathbf{Q}\mathbf{R}_n), V_{m_1 m_2}^{\alpha\beta} \rangle_{\omega} \times \\ \times \langle S_{m_1}^{\alpha} S_{m_2}^{\beta}, \mathbf{S}_{\mathbf{Q}} \rangle_{\omega}. \quad (114)$$

Здесь выражение в первых угловых скобках справа отлично от нуля только благодаря колебаниям решетки, модулирующим как \mathbf{R}_n , так и V .

Несколько громоздкое выражение (114) имеет простой физический смысл: оно описывает превращение спинового возбуждения в фотон из-за взаимодействия спин-решетка. В результате векторы $\boldsymbol{\Sigma}_{\pm}$ схематически можно представить в виде графического уравнения

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\pm} = \sim \bullet \text{---} \pm \text{---} \bullet \sim, \quad (115)$$

где волнистая и штриховая линии описывают распространение фонона и спинового возбуждения соответственно, а темный кружок — спин-решеточное взаимодействие.

Из уравнения (114) видно, что неупругая интерференция, так же как и динамическая киральность, связана с трехспиновыми восприимчивостями. Однако физически эти восприимчивости различны. Действительно, из (114) следует, что спином \mathbf{S}_{m_1} и \mathbf{S}_{m_2} соответствует одно и то же время, а в случае динамической киральности все три времени различны (см. (64)). Ниже мы будем считать, что магнитное поле $\mathbf{H} = 0$.

Трехспиновая восприимчивость в (114), очевидно, является псевдотензором третьего ранга. В парамагнитной фазе, где нет выделенного направления, она может быть пропорциональна только единичному антисимметричному псевдотензору $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$. Поэтому в случае обменного взаимодействия неупругая интерференция отсутствует, а для взаимодействия Дзялошинского–Мория (114) можно записать

$$\langle N_{-\mathbf{Q}} \mathbf{S}_{\mathbf{Q}} \rangle_{\omega} = \frac{1}{2} \sum_{m_1, m_2} \langle N_{-\mathbf{Q}}, \mathbf{D}_{m_1 m_2} \rangle_{\omega} T_{m_1 m_2}(\mathbf{Q}, \omega). \quad (116)$$

Здесь $T_{m_1 m_2}(\mathbf{Q}, \omega)$ — координатная часть восприимчивости.

В упорядоченной фазе имеется аксиальный вектор \hat{m} ($\hat{m}^2 = 1$), определяющий направление намагниченности или вектора антиферромагнетизма. Поэтому трехспиновая восприимчивость пропорциональна псевдотензору $\hat{m}_{\gamma} \delta_{\alpha\beta}$ и вместо (116) мы имеем

$$\langle N_{-\mathbf{Q}}, \mathbf{S}_{\mathbf{Q}} \rangle_{\omega} = \frac{1}{2} \sum_{m_1, m_2} \langle N_{-\mathbf{Q}}, J_{m_1 m_2} \rangle_{\omega} \langle (\mathbf{S}_{m_1} \mathbf{S}_{m_2}), \mathbf{S}_{\mathbf{Q}} \rangle_{\omega}, \quad (117)$$

при этом вектор спиновой восприимчивости направлен вдоль \hat{m} .

В обоих случаях интерференция связана с модуляцией \mathbf{R}_n и V колебаниями решетки. Разлагая их по малым отклонениям \mathbf{u} от положения равновесия, получаем

$$\langle N_{-\mathbf{Q}} \mathbf{S}_{\mathbf{Q}} \rangle = -N^{-1/2} \sum_n b_n \exp(-i\mathbf{Q}\mathbf{R}_n) (iQ_{\rho}) \langle u_n^{\rho}, u_j^{\rho} \rangle_{\omega} \times \\ \times V_{m_1 m_2, j}^{\alpha\beta, \varphi} \langle S_{m_1}^{\alpha} S_{m_2}^{\beta}, \mathbf{S}_{\mathbf{Q}} \rangle_{\omega}. \quad (118)$$

Теперь \mathbf{R}_n — это координаты узлов в положении равновесия, $V_{m_1 m_2, j}^{\alpha\beta, \varphi}$ — коэффициенты разложения $V_{m_1 m_2}^{\alpha\beta}$ по смещениям \mathbf{u}_j ионов, участвующих в сверхобмене и, наконец, $\langle u_n^{\rho}, u_j^{\rho} \rangle_{\omega}$ описывают распространение фононов от узла n к узлу j .

Для дальнейшего удобно переписать выражение (118) в импульсном пространстве. Определим преобразование Фурье для \mathbf{u}_n и \mathbf{S}_m следующим образом:

$$\mathbf{u}_{n\nu} = N^{-1/2} \sum_{\mathbf{k}} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{R}_n) \mathbf{u}_{\mathbf{k}\nu}, \\ \mathbf{S}_{m\mu} = N^{-1/2} \sum_{\mathbf{k}} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{R}_m) \mathbf{S}_{\mathbf{k}\mu}. \quad (119)$$

Здесь \mathbf{R}_n и \mathbf{R}_m определяют положения элементарных ячеек, а ν и μ нумеруют ядра и спины внутри ячейки.

В результате получаем [22, 23]

$$\langle N_{-\mathbf{Q}}, \mathbf{S}_{\mathbf{Q}} \rangle_{\omega} = iN^{-1/2} \sum_{\nu, \mu_1, \mu_2, \nu_j, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2} b_{\nu} \exp(-i\mathbf{Q}\mathbf{r}_{\nu}) Q^{\rho} \times \\ \times D_{\nu\nu_j}^{\rho\varphi}(\mathbf{Q}, \omega) V_{\mu_1 \mu_2, \nu_j}^{\alpha\beta, \varphi}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) \delta_{\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2, \mathbf{Q} + \tau} \langle S_{\mathbf{k}_1 \mu_1}^{\alpha} S_{\mathbf{k}_2 \mu_2}^{\beta}, \mathbf{S}_{-\mathbf{Q}\mu} \rangle_{\omega}. \quad (120)$$

В формуле (120) τ — вектор обратной решетки, ν_j нумерует ионы вдоль пути сверхобмена,

$$V_{\mu_1\mu_2, \nu_j}^{\alpha\beta, \varphi}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) \delta_{\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2, \mathbf{Q}+\tau} = N^{-1} \sum_{j, m_1, m_2} \exp(-i\mathbf{Q}\mathbf{R}_j + i\mathbf{k}_1\mathbf{R}_{m_1} + i\mathbf{k}_2\mathbf{R}_{m_2}) V_{m_1\mu_1, m_2\mu_2, \nu_j}^{\alpha\beta, \varphi}, \quad (121)$$

фононная функция Грина определена стандартным образом:

$$D_{\nu'\nu}^{\rho\varphi}(\mathbf{Q}, \omega) = \sum_{\lambda} e_{\lambda\nu'\rho}^*(\mathbf{Q}) e_{\lambda\nu\varphi}(\mathbf{Q}) \{M[\omega^2 - \omega_{\lambda}^2(\mathbf{Q})]\}^{-1}, \quad (122)$$

где $e_{\lambda\nu\varphi}(\mathbf{Q})$ — векторы поляризации фононов, M — масса элементарной ячейки, λ нумерует ветви спектра.

Парамагнитная фаза. Из симметрии по отношению к обращению времени при $\mathbf{H} = 0$ получаем $\langle N_{-\mathbf{Q}}, \mathbf{S}_{\mathbf{Q}} \rangle_{\omega} = -\langle \mathbf{S}_{\mathbf{Q}}, N_{-\mathbf{Q}} \rangle_{\omega}$, и для (114) имеем

$$\Sigma_{\pm}(\mathbf{Q}, \omega) = \mp \Sigma_{\pm}(-\mathbf{Q}, \omega). \quad (123)$$

Отсюда следует, что для кристаллов с центром инверсии $\Sigma_{+} = 0$, а $\Sigma_{-}(\mathbf{Q}, \omega)$ — четная функция \mathbf{Q} . Поэтому интерференционное сечение равно нулю, и при рассеянии поляризация возникнуть не может. Кроме того, из (19) следует, что $\Sigma_{-}(\mathbf{Q}, \omega)$ является четной функцией ω . В отсутствие центра инверсии оба вектора Σ_{+} и Σ_{-} отличны от нуля, при этом Σ_{+} — нечетная функция ω .

Применим теперь общие результаты к CuGeO_3 . В этом веществе нет дальнего магнитного порядка и спиновые флуктуации при всех температурах имеют рассмотренную выше парамагнитную симметрию. Из-за наличия центра симметрии $\Sigma_{+} = 0$, а Σ_{-} является четной функцией \mathbf{Q} . Как уже отмечалось, в кристалле CuGeO_3 вектор Дзялошинского обусловлен взаимодействием соседних цепочек меди вдоль оси b и, кроме того, есть основания ожидать, что он аномально велик. Поэтому кристалл CuGeO_3 является хорошим кандидатом для поиска неупругой ядерно-магнитной интерференции³.

Системы с дальним магнитным порядком. Вычисление трехспиновой восприимчивости для CuGeO_3 является наиболее сложной проблемой. В случае упорядоченных магнетиков соответствующая проблема решается проще, поскольку можно воспользоваться теорией спиновых волн, хотя и тут возникают нерешенные теоретические трудности, связанные с инфракрасной расходимостью продольных (вдоль аксиального вектора) спиновых флуктуаций.

Следуя работам [33, 23], опишем кратко основные теоретические результаты для ферромагнетиков и антиферромагнетиков с $\mathbf{k}_{\text{AF}} = 0$. При этом мы ограничимся только centrosymmetric кристаллами.

Ферромагнетики с $\mathbf{k}_{\text{AF}} = 0$. В этом случае в выражении (111) отличен от нуля только вектор Σ_{+} , поэтому сечение зависит от \mathbf{P}_0 . Если $\mathbf{Q} \perp \hat{m}$, то зависимость сечения от

поляризации определяется интерференцией, а кирального вклада нет (см. (24)). Используя стандартную теорию спиновых волн [101], нетрудно показать, что трехспиновый коррелятор в (117) описывает процесс, в котором фонон превращается в две спиновые волны.

В обменном приближении, когда число спиновых волн сохраняется, интерференция исчезает при $T = 0$. Если учесть магнитное дипольное взаимодействие, нарушающее закон сохранения полного спина, то неупругая интерференция не исчезает и при $T = 0$. В этом случае при $\omega \rightarrow 0$ возникает инфракрасная расходимость, аналогичная той, которая имеет место для продольных флуктуаций намагниченностей, рассмотренных теоретически [137] и исследованных экспериментально в CdGr_2Se_4 [138].

Следует также отметить, что, поскольку спиновые возбуждения при заданном q значительно мягче, чем акустические фононы, в фононной функции Грина $D(\mathbf{Q}, \omega)$ в (120) можно опустить ω^2 , и тогда появляется множитель q^{-2} , усиливающий интерференцию при малых q . Конкретные формулы для неупругой интерференции в ферромагнетиках при учете дипольного взаимодействия можно найти в работе [33].

Антиферромагнетики с $\mathbf{k}_{\text{AF}} = 0$. Здесь мы ограничимся рассмотрением только магнитоэлектрических кристаллов. Как уже отмечалось, магнитоэлектрики инвариантны относительно преобразования RI , где I — инверсия, R — обращение времени. В результате вместо (18) имеем

$$\langle A_{-\mathbf{Q}}, B_{\mathbf{Q}} \rangle_{\omega} = \pm \langle B_{-\mathbf{Q}}, A_{\mathbf{Q}} \rangle_{\omega}. \quad (124)$$

Отсюда сразу следует, что в (111) $\Sigma_{+} = 0$ и антисимметричная часть восприимчивости равна нулю, т.е. нет кирального вклада в рассеяние. Таким образом, сечение не зависит от \mathbf{P}_0 и при рассеянии не может возникнуть поляризация.

Интересно отметить, что если направить ось z вдоль намагниченности подрешеток, то у восприимчивости появляется недиагональная часть, такая что $\text{Im} \chi^{xy}(\mathbf{Q}, \omega) = -\text{Im} \chi^{xy}(-\mathbf{Q}, -\omega)$. Это следует из соотношений (19) и (124). Расчеты для $\text{BaNi}_2(\text{PO}_4)_2$, основанные на теории спиновых волн, показывают, что $\text{Im} \chi^{xy}(\mathbf{Q}, \omega) = -\text{Im} \chi^{xy}(-\mathbf{Q}, -\omega)$, т.е. в сечении рассеяния нейтронов имеется нечетный по \mathbf{Q} вклад. Неупругая интерференция распадается на две части: в первой спины m_1 и m_2 принадлежат одной подрешетке, во второй — разным. Можно показать, что первый вклад \mathbf{Q} -нечетен, второй вклад \mathbf{Q} -четен. Это связано с различной взаимной ориентацией спинов в этих двух случаях.

Как отмечалось в разделе 9, отражение времени связывает два возможных типа антиферромагнитных доменов с $\varepsilon = \pm 1$ (см. рис. 17). Используя (18), получаем

$$\Sigma_{-}^{(+)}(\mathbf{Q}, \omega) = \Sigma_{-}^{(-)}(-\mathbf{Q}, \omega). \quad (125)$$

Это означает, что при равных заселенностях доменов неупругая интерференция должна быть четной функцией переданного импульса \mathbf{Q} .

Дальнейший анализ требует учета деталей, характеризующих конкретное вещество или класс веществ, что выходит за рамки настоящего обзора. Предварительные результаты для квазидвумерного антиферромагнетика $\text{BaNi}_2(\text{PO}_4)_2$ можно найти в работе [23]. Отметим

³ Ниже температуры T_{SP} появляется ось второго порядка, проходящая через середину прямой между ионами Cu^{2+} вдоль оси a . Поэтому может появиться вектор \mathbf{D} вдоль оси b . Однако взаимодействие ионов меди вдоль оси a слабо, и мы эту возможность не рассматриваем.

только, что, как и в случае ферромагнетиков, при малых q фононная функция Грина дает фактор усиления, пропорциональный q^{-2} .

11. Заключение

Завершая обзор, сделаем несколько дополнительных замечаний.

1. Мы сознательно исключили из рассмотрения результаты исследований методом разделения ядерного и магнитного вкладов путем измерения рассеяния с переворотом и без переворота спина нейтрона. Этим методом получено огромное количество результатов для самых разных магнитных систем, которые просто невозможно анализировать с какой-то единой точки зрения.

2. Мы надеемся, что в настоящем обзоре удалось достаточно четко провести точку зрения, согласно которой новые и интересные явления при рассеянии поляризованных нейтронов возникают тогда, когда в системе есть тот или иной аксиальный вектор. Это проиллюстрировано примерами магнитного поля, взаимодействия Дзялошинского – Мориа и деформацией кручения.

3. Рассеяние поляризованных нейтронов в магнитном поле дает возможность изучения нового физического объекта — трехспиновых киральных флуктуаций (динамической киральности). Они имеют место в любых сильно коррелированных спиновых системах, за исключением тех, которые описываются моделью Изинга. К настоящему времени трехспиновые киральные флуктуации исследованы только для ферромагнетиков и киральных антиферромагнетиков (CsMnBr_3 и др.). В обоих случаях получена нетривиальная информация. Безусловно, в ближайшие годы этим методом будут получены новые важные результаты. Большой интерес представляет исследование динамической киральности в квантовом пределе, когда переданная энергия велика по сравнению с температурой. В этой связи подходящим кандидатом является спин-пайерлсовское соединение CuGeO_3 со сложной фазовой диаграммой в магнитном поле.

4. В последнее время взаимодействие Дзялошинского – Мориа привлекает внимание в связи с изучением низкоразмерных систем, где нет дальнего порядка. Поляризованные нейтроны позволяют эффективно исследовать несоизмеримые спиновые флуктуации. К сожалению, такие экспериментальные исследования пока отсутствуют.

5. Ядерно-магнитная интерференция при упругом рассеянии поляризованных нейтронов позволяет изучать магнитную структуру вещества. Особо следует отметить карты намагниченности, получаемые при рассеянии в магнитном поле. С нашей точки зрения, их теоретической интерпретации не уделяется должного внимания, хотя они дают весьма полную информацию о свойствах сильно коррелированных электронных систем. В этой связи важно исследовать температурную эволюцию этих карт.

6. На ряде примеров в обзоре продемонстрировано, что рассеяние поляризованных нейтронов позволяет исследовать изменение доменной структуры антиферромагнетиков под влиянием внешних условий (деформации кручения, комбинации электрических и магнитных полей). Как правило, при этом изучаются нетермодина-

мические домены, образование которых не связано с выигрышем энергии, как в случае доменов в ферромагнетиках. По существу мы имеем дело с метастабильными макроскопическими неоднородностями, причины возникновения которых не ясны. Систематические исследования в этой области были бы весьма интересны.

7. Ядерно-магнитная интерференция при неупругом рассеянии пока еще не наблюдалась. Эта новая перспективная область исследования спин-решеточных взаимодействий требует совместных усилий экспериментаторов и теоретиков.

8. Из-за ограниченного объема обзора мы совершенно не касались вопросов, связанных с малоугловым упругим рассеянием поляризованных нейтронов и их деполаризацией при рассеянии.

9. На протяжении всего обзора мы записывали выражения для амплитуд рассеяния в борновском приближении. Для ядерного рассеяния это приближение является точным, если использовать экспериментальные значения длин рассеяния b_n . В случае магнитного рассеяния это не так. Как впервые показано в [140], поправки к борновской амплитуде по порядку величины равны $kr_0 \sim 10^{-4} - 10^{-5}$, где $r_0 = 2,8 \times 10^{-13}$ см — классический радиус электрона. Однако они приводят к появлению в выражении для сечения слагаемого, которое пропорционально $\mathbf{P}_0[\mathbf{k}_f \times \mathbf{k}_0]$ [86, 87] и возрастает с увеличением мягкости системы. Это подтверждено экспериментально для критического рассеяния в железе [141]. Следует ожидать, что в достаточно мягких магнитных системах этот вклад в сечение может достигать нескольких процентов и его экспериментальное изучение представляет большой интерес.

Автор выражает благодарность Г.М. Дробкину, А.И. Окорокову, В.П. Плахтию, Ю.А. Изюмову, А.В. Лазуте, Б.П. Топервергу, Д.Н. Аристову, В.В. Рунову, Г.П. Гордееву, С.В. Григорьеву, А.В. Сыромятникову, а также L.-P. Regnaut, J. Schweizer и F. Tasset за многочисленные обсуждения проблем, связанных с рассеянием поляризованных нейтронов.

Работа выполнена при поддержке грантов Российского фонда фундаментальных исследований (00-02-16873, 00-15-96814), Российских программ "Нейтронное исследование вещества", "Коллективные и квантовые эффекты в конденсированных средах" и "Квантовая микрофизика".

Примечание при корректуре. В работе [142] изучался киральный переход в гольмии и были определены соответствующие критические индексы, сильно отличающиеся от значений, полученных для CsMnBr_3 и CsNiCl_3 . Оказалось, что индекс статической киральности β_c заметно отличается от удвоенного индекса намагниченности подрешеток.

Список литературы

1. Lovesey S W *Theory of Neutron Scattering from Condensed Matter* (Oxford: Clarendon Press, 1984)
2. Изюмов Ю А, Найш В Е, Озеров Р П *Нейтроннография магнетиков* (М.: Атомиздат, 1981)
3. Дробкин Г М и др. *ЖЭТФ* **69** 1916 (1975)
4. Heil W et al. *Physica B* **267–268** 328 (1999)
5. Robiscoe R T *Am. J. Phys.* **39** 146 (1971)
6. Moon R M, Riste T, Koehler W C *Phys. Rev.* **181** 920 (1969)
7. Rekveldt M Th *J. Phys. Colloq. C1* (Paris) **32** C1-579 (1971)

8. Драбкин Г М, Окороков А И, Рунов В В *Письма в ЖЭТФ* **15** 458 (1972)
9. Окороков А И и др. *ЖЭТФ* **69** 590 (1975)
10. Tasset F *Physica B* **156–157** 627 (1989)
11. Tasset F et al. *Physica B* **267–268** 69 (1999)
12. Halpern O, Johnson M H *Phys. Rev.* **55** 898 (1939)
13. Halpern O, Holstein T *Phys. Rev.* **59** 960 (1941)
14. Малеев С В *ЖЭТФ* **40** 860 (1961)
15. Изюмов Ю А, Малеев С В *ЖЭТФ* **41** 1644 (1961)
16. Изюмов Ю А *ЖЭТФ* **42** 1673 (1962)
17. Малеев С В, Барьяхтар В Г, Сурис Р А *ФТТ* **4** 3461 (1962)
18. Blume M *Phys. Rev.* **130** 1670 (1963)
19. Blume M *Phys. Rev.* **133** A1366 (1964)
20. Blume M *Physica B* **267–268** 211 (1999)
21. Lovesey S W, Balcar E *Physica B* **267–268** 221 (1999)
22. Maleyev S V *Physica B* **267–268** 236 (1999)
23. Maleyev S V *Physica B* **297** 67 (2001)
24. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Квантовая механика* (М.: Наука, 1963)
25. Balcar E, Lovesey S W *Theory of Magnetic Neutron and Photon Scattering* (Oxford: Clarendon Press, 1989)
26. Elliott R J *Proc. R. Soc. London Ser. A* **235** 289 (1956)
27. Гинзбург С Л, Малеев С В *ФТТ* **7** 3063 (1965)
28. Гинзбург С Л, Малеев С В *ФТТ* **8** 2320 (1966)
29. Van Hove L *Phys. Rev.* **95** 249, 1374 (1954)
30. Изюмов Ю А, Черноплеков Н А *Нейтронная спектроскопия* (М.: Энергоатомиздат, 1983)
31. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Статистическая физика Ч. 1* (М.: Наука, 1964)
32. Maleyev S V *Phys. Rev. Lett.* **75** 4682 (1995)
33. Syromyatnikov A V, Maleyev S V *Physica B* **297** 82 (2001)
34. Драбкин Г М и др. *Письма в ЖЭТФ* **2** 541 (1965)
35. Окороков А И, Рупов В В *Physica B* **297** 239 (2001)
36. Малеев С В, Рубан В А *ЖЭТФ* **62** 416 (1972)
37. Гордеев Г П, Лазебник И М, Аксельрод Л А *ФТТ* **18** 2058 (1976)
38. Maleyev S V *J. Phys. Colloq. C7* (Paris) **43** 23 (1982)
39. Григорьев С В и др. *Письма в ЖЭТФ* **66** 53 (1997)
40. Grigoriev S V et al. *Physica B* **234–236** 586 (1997)
41. Grigoriev S V et al. *Physica B* **267–268** 84 (1999)
42. Grigoriev S V et al. *Phys. Rev. B* **58** 3206 (1998)
43. Дзялошинский И Е *ЖЭТФ* **46** 1420 (1964)
44. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1992)
45. Bak P, Jensen M H *J. Phys. C Solid State* **13** L881 (1980)
46. Nakamishi O et al. *Solid State Commun.* **35** 995 (1980)
47. Shirane G et al. *Phys. Rev. B* **28** 6251 (1983)
48. Ishida M et al. *J. Phys. Soc. Jpn.* **54** 2975 (1985)
49. Жижимов О Л, Хриплович И Б *ЖЭТФ* **84** 342 (1983)
50. Fedorov V I et al. *Phys. Lett. A* **224** 372 (1997)
51. Sutter C et al. *Phys. Rev. B* **55** 954 (1997)
52. Ole's A et al. *Magnetic Structures Determined by Neutron Diffraction* (Warszawa: Pa'nstwowe Wydawn. Naukowe, 1976)
53. Gibbs D et al. *Phys. Rev. B* **43** 5663 (1991)
54. Plakhty V P et al. *Physica B* **297** 60 (2001)
55. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория упругости* (М.: Наука, 1987)
56. Kawamura H *J. Phys. Soc. Jpn.* **54** 3220 (1988)
57. Kawamura H *J. Phys. Soc. Jpn.* **61** 1299 (1992)
58. Kawamura H *J. Phys. Soc. Jpn.* **60** 1839 (1991)
59. Kawamura H *J. Phys.: Condens. Mat.* **10** 4707 (1998)
60. Maleyev S V et al. *J. Phys.: Condens. Mat.* **10** 951 (1998)
61. Plakhty V P et al. *Europhys. Lett.* **48** 215 (1999)
62. Plakhty V P et al. *Physica B* **267–268** 259 (1999)
63. Plakhty V P et al. *Phys. Rev. Lett.* **85** 3942 (2000)
64. Kondo J *Prog. Theor. Phys.* **27** 772 (1962)
65. Малеев С В *Письма в ЖЭТФ* **61** 43 (1995)
66. Siratori K et al. *J. Phys. Soc. Jpn.* **48** 1111 (1980)
67. Plumer M L, Kawamura H, Caillé A *Phys. Rev. B* **43** 13786 (1991)
68. Visser D et al. *Ferroelectrics* **162** 147 (1994)
69. Brown P J, Forsyth J B, Tasset F *J. Phys. Condens. Mat.* **10** 663 (1998)
70. Fiebig M et al. *Appl. Phys. Lett.* **66** 2906 (1995)
71. Aristov D N, Maleyev S V *Physica B* **297** 78 (2001)
72. Aristov D N, Maleyev S V *Phys. Rev. B* **62** R751 (2000)
73. Moriya T *Phys. Rev.* **120** 91 (1960)
74. Ohyama T, Jacobs A E *Phys. Rev. B* **52** 4389 (1995)
75. Zheludev A et al. *Phys. Rev. Lett.* **78** 4857 (1997)
76. Паташинский А З, Покровский В Л *Флуктуационная теория фазовых переходов* (М.: Наука, 1982)
77. Ма Ш *Современная теория критических явлений* (М.: Мир, 1980)
78. Звягин А А *ЖЭТФ* **98** 1396 (1990)
79. Affleck I, Oshikawa M *Phys. Rev. B* **60** 1038 (1999)
80. Окороков А И и др. *ЖЭТФ* **81** 1462 (1981)
81. Гукасов А Г и др. *Письма в ЖЭТФ* **37** 432 (1983)
82. Окороков А И и др. *Письма в ЖЭТФ* **37** 269 (1983)
83. Окороков А И *Physica B* **276–278** 204 (2000)
84. Окороков А И и др. *Письма в ЖЭТФ* **43** 390 (1986)
85. Toperverg V P, Deriglazov V V, Mikhailova V E *Physica B* **183** 326 (1993)
86. Lazuta A V, Maleyev S V, Toperverg V P *Phys. Lett. A* **65** 348 (1978)
87. Лазута А В, Малеев С В, Топерверг В П *ЖЭТФ* **75** 764 (1978)
88. Лазута А В, Малеев С В, Топерверг В П *ЖЭТФ* **81** 1475 (1981)
89. Абрикосов А А, Горьков Л П, Дзялошинский И Е *Методы квантовой теории поля в статистической физике* (М.: Физматгиз, 1962)
90. Halperin I, Hohenberg P C *Phys. Rev.* **177** 952 (1969)
91. Малеев С В *ЖЭТФ* **66** 1809 (1974)
92. Maleyev S V *Sov. Sci. Reviews Sect. A Phys. Rev.* (Ed. I M Khalatnikov) **8** 323 (1987)
93. Поляков А М *ЖЭТФ* **57** 271 (1969)
94. Kadanoff L P *Phys. Rev. Lett.* **23** 1430 (1969)
95. Wilson K G *Phys. Rev. D* **3** 1818 (1971)
96. Aharony A, Fisher M E *Phys. Rev. B* **8** 3323 (1973)
97. Finger W *Phys. Lett. A* **60** 165 (1977)
98. Kötzler J, Scheithe W *Phys. Rev. B* **18** 1306 (1978)
99. Mezei F *Phys. Rev. Lett.* **49** 1096 (1982)
100. Frey E, Schwabl F, Thoma S *Phys. Rev. B* **40** 7199 (1989)
101. Ахизер А И, Барьяхтар В Г, Пелетминский С В *Спиновые волны* (М.: Наука, 1967)
102. Moorhouse R G *Proc. Phys. Soc. London Sect. A* **64** 1097 (1951)
103. Elliott R J, Lowde R D *Proc. R. Soc. London Ser. A* **230** 46 (1955)
104. Малеев С В *ЖЭТФ* **33** 1010 (1957)
105. Lowde R D *Proc. R. Soc. London Ser. A* **235** 305 (1956)
106. Loison D, Schotte K D *Eur. Phys. J. B* **5** 735 (1998)
107. Antonenko S A, Sokolov A I *Phys. Rev. B* **49** 15901 (1994)
108. Plumer M L, Mailhot A *Phys. Rev. B* **50** 16113 (1994)
109. Plumer M L, Mailhot A *J. Phys.: Condens. Mat.* **9** L165 (1997)
110. Kawamura H, Caillé A, Plumer M L *Phys. Rev. B* **41** 4416 (1990)
111. Wang J, Belanger D P, Gaulin B D *Phys. Rev. Lett.* **66** 3195 (1991)
112. Deutchmann R et al. *Europhys. Lett.* **17** 697 (1992)
113. Mason T E, Gaulin B D, Collins M F *Phys. Rev. B* **39** 586 (1989)
114. Kadowaki H et al. *J. Phys. Soc. Jpn.* **57** 2640 (1988)
115. Ajiro Y et al. *J. Phys. Soc. Jpn.* **57** 2648 (1988)
116. Mason T E et al. *J. Magn. Magn. Mater.* **104–107** 197 (1992)
117. Gaulin B D et al. *Phys. Rev. Lett.* **62** 1380 (1989)
118. Plumer M L, Caillé A *Phys. Rev. B* **41** 2543 (1990)
119. Wiedenmann A *Physica B* **297** 226 (2001)
120. Runov V V *Physica B* **297** 234 (2001)
121. Shull C G *Phys. Rev.* **81** 626 (1951)
122. Nathans R et al. *J. Phys. Chem. Solids* **10** 138 (1959)
123. Papoular R J, Gillon B *Europhys. Lett.* **13** 429 (1990)
124. Papoular R J, Delapalme A *Phys. Rev. Lett.* **72** 1486 (1994)
125. Schweizer J et al. *Physica B* **297** 213 (2001)
126. Grenier B et al. *Physica B* **297** 221 (2001)
127. Hase M, Terasaki I, Uchinokura K *Phys. Rev. Lett.* **70** 3651 (1993)
128. Lorenzo J E et al. *Phys. Rev. B* **50** 1278 (1994)

129. Braden M et al. *Phys. Rev. B* **54** 1105 (1996)
130. Regnault L P et al. *Phys. Rev. B* **53** 5579 (1996)
131. Boucher J P, Regnault L P *J. Phys. I (Paris)* **6** 1939 (1996)
132. Москвин А С *ФТТ* **14** 2535 (1972)
133. Brown P J, Forsyth J B, Tasset F *Proc. R. Soc. London Ser. A* **442** 147 (1993)
134. Tasset F *Physica B* **297** 1 (2001)
135. Brown P J *Physica B* **297** 198 (2001)
136. Brown P J et al. *J. Phys.: Condens. Mat.* **9** 4729 (1997)
137. Toperverg B P, Yashenkin A G *Phys. Rev. B* **48** 16505 (1993)
138. Luzyanin I D et al. *Phys. Rev. B* **60** R734 (1999)
139. Regnault L P, Rossat-Mignod J, in *Magnetic Properties of Layered Transition Metal Compounds* (Phys. and Chem. of Materials with Low-Dimensional Structures, Vol. 9, Ed. L J de Jongh) (Dordrecht: Kluwer Acad., 1990) p. 271
140. Бронштейн М П *ЖЭТФ* **7** 357 (1937)
141. Okorokov A I et al. *Phys. Lett. A* **65** 60 (1978)
142. Plakhty V P et al. *Phys. Rev. B* **64** R100402 (2001)

Polarized neutron scattering in magnets

S.V. Maleev

*B.P. Konstantinov Petersburg Nuclear Physics Institute, Russian Academy of Sciences,
188300 Gatchina, Leningrad Region, Russian Federation
Tel. (7-812-71) 460-96. Fax (7-812-71) 319-63
E-mail: maleev@thd.pnpi.spb.ru*

General principles of polarized neutron magnetic scattering are presented and their applications are considered. It is shown that this technique is especially useful if the system as a whole contains an axial vector interaction. The examples of the magnetic field, Dzyaloshinskii–Moriya interaction, and elastic torsion are considered. In all these cases polarized neutron scattering provides information unavailable with other experimental methods. The theory is illustrated by pertinent experimental results, notably the confirmation of the Polyakov–Kadanoff–Wilson algebra for critical three-spin fluctuations in iron; the first determination of chiral critical exponents in the triangular-lattice antiferromagnets; and the determination of noncollinear magnetic structure for a number of complex antiferromagnets.

PACS numbers: **75.25.+z**, **75.40.Gb**, **75.50.–y**, **75.60.Ch**

Bibliography — 142 references

Received 22 May 2001, revised 6 November 2001