

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Множественное рождение частиц и квантовая хромодинамика

И.М. Дремин

Теория сильных взаимодействий — квантовая хромодинамика (КХД) — успешно предсказывает и описывает многие характеристики процессов множественного рождения частиц при высоких энергиях. Кратко изложены основные теоретические подходы пертурбативной КХД к трактовке таких процессов (в основном в e^+e^- -аннигиляции) и указано на возникающие при этом проблемы. Показано, что аналитические расчеты на партонном уровне с обрезанием на малых поперечных импульсах удивительно хорошо воспроизводят экспериментальные данные об адронных конечных состояниях в процессах множественного рождения частиц при высоких энергиях, несмотря на то, что параметр разложения по теории возмущений оказывается не таким уж и маленьким. И что представляется еще более важным, в рамках пертурбативной КХД удастся не только опираться уже имеющиеся данные, но и предсказать много ярких качественно новых эффектов.

PACS numbers: 12.38-t, 13.65.+i, 13.87.-a

Содержание

1. Введение (551).
 2. Уравнения квантовой хромодинамики (553).
 3. Сопоставление с экспериментом (557).
 - 3.1. Зависимость средней множественности от энергии.
 - 3.2. Различие между кварковыми и глюонными струями.
 - 3.3. Осцилляции кумулянтных моментов.
 - 3.4. Двугорбое плато.
 - 3.5. Различие между струями, вызванными тяжелыми и легкими кварками.
 - 3.6. Цветовая когерентность в трехструйных событиях.
 - 3.7. Переменяемость и фрактальность.
 - 3.8. Зависимость высших моментов распределений по множественности от энергии.
 - 3.9. Множественности подструй.
 - 3.10. Универсальность струй.
 4. Заключение и перспективы (568).
- Список литературы (570).

1. Введение

Процессы множественного рождения частиц являются основными при взаимодействиях частиц высоких энергий. Изучая такие процессы, мы надеемся получить сведения о применимости наших представлений о строении вещества на самых малых расстояниях, о возможных новых состояниях материи, которые могли бы образо-

ваться при столь экстремальных условиях, об асимптотических свойствах сильных взаимодействий, об удержании кварков внутри адронов и т.п. Понимание таких процессов необходимо и для того, чтобы отделить возможные свидетельства в пользу новых физических законов от сведений, которые можно объяснить в рамках общепринятых представлений, в частности, с помощью обычной квантовой хромодинамики, а потому такое понимание важно и для планирования новых экспериментов.

По мере изучения космических лучей, а затем повышения энергий частиц на ускорителях и соответственно роста интереса к процессам множественного рождения частиц теоретическая интерпретация этого явления прошла несколько этапов, подробно описанных ранее во многих обзорных статьях и монографиях: от статистического и гидродинамического подходов до периферической, мультипериферической, реджевской, партонной моделей и квантовой хромодинамики. Следует отметить, что все они в той или иной мере (зачастую в различных комбинациях при описании разных стадий процесса) используются и сейчас при разработке монтекарловских программ, применяемых для детального сопоставления теории с экспериментальными данными об этих процессах.

Идеи квантовой хромодинамики, где в качестве партонных выступают кварки и глюоны, доминируют сейчас и при формулировке феноменологических моделей. Однако ни эти модели, ни практически используемый в квантовой хромодинамике пертурбативный подход не могут избежать важной проблемы перехода от партонного языка к реально наблюдаемому на опыте частицам. Во всех случаях этот этап процесса описывается феноменологически в рамках некоторых гипотез. В результате

И.М. Дремин. Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Ленинский просп. 53, Российская Федерация
Тел. (095) 132-29-29
E-mail: dremin@lpi.ru

Статья поступила 28 августа 2001 г.,
после доработки 8 ноября 2001 г.

приходится вводить дополнительные параметры, которые в принципе могут дать нам указания на свойства удержания кварков и глюонов, но иногда их влияние трудно контролировать и выделить в явном виде.

В целом процессы множественного рождения рассматриваются как каскады струйного типа с последовательным испусканием партонов, приводящих затем к наблюдаемым на опыте частицам. Струи, образованные рожденными вначале кварками, впервые наблюдались в процессах e^+e^- -столкновений в 1975 г., и их угловое распределение оказалось в точности соответствующим предсказанному для кварков со спином $1/2$. Последующий процесс испускания кварками глюонов с большими поперечными импульсами можно описывать в рамках теории возмущений в квантовой хромодинамике ввиду свойства асимптотической свободы, согласно которому "константа" связи в этой теории уменьшается по мере роста передаваемого импульса. Такие события используются для измерения бегущей константы связи. Однако можно попытаться перейти к меньшим передаваемым импульсам, когда рождается много струй (и соответственно адронов). Именно эти процессы и будут основным предметом данного обзора.

Главное внимание будет уделено e^+e^- -аннигиляции при высоких энергиях, где сталкиваются две точечные частицы и рожденное начальное состояние задается временноподобной кварк-антикварковой парой, эволюция которой и приводит к возникновению новых струй. Пертурбативная КХД широко применяется для описания таких процессов (а также для жестких струй, появляющихся в конечных состояниях в ep , $p\bar{p}$ и других событиях). Ее предсказания и сопоставление их с экспериментальными данными приведены в монографиях [1–5] и недавних обзорных статьях [6–10]. Применение идей квантовой хромодинамики к сравнительно мягким процессам при адронных и ядерных столкновениях требует некоторого видоизменения подхода с учетом внутреннего строения сталкивающихся объектов (структурных функций), как это изложено, например, в обзорах [11–16].

Доступные для сравнения с экспериментом результаты квантовой хромодинамики представляются либо в аналитической форме, либо в численном виде компьютерных расчетов по моделям Монте-Карло.

Монте-карловский подход имеет дело обычно с матричными элементами (точнее, с вероятностями) процессов сначала на партонном уровне, а затем учитывается и адронизация с использованием либо модели струны [17], либо модели фрагментации адронных кластеров [18, 19]. Законы сохранения энергии-импульса учитываются достаточно точно, поскольку характеристики эксклюзивного процесса разыгрываются на компьютере. В результате вычисляются все возможные свойства при данной энергии, но нет сведений об их асимптотическом поведении. Следует подчеркнуть, что существует довольно много монте-карловских моделей, отличающихся друг от друга относительной ролью партонного и адронизационного этапов и соответственно наборами используемых параметров, которые могут оказаться взаимно связанными и трудно контролируемы. Некоторая свобода в их выборе предопределяет и различия в предсказаниях этих моделей.

В свою очередь аналитический подход в КХД, наоборот, начинается с асимптотических свойств, когда законами сохранения энергии-импульса в первом приближе-

нии можно пренебречь, и продвигается к более низким энергиям путем учета законов сохранения, пертурбативных поправок высшего порядка и простейших непертурбативных эффектов. При аналитических вычислениях по теории возмущений пертурбативный этап эволюции струи, на котором происходит постепенное уменьшение виртуальности начального партона за счет испускания других партонов, обрывается на некотором небольшом значении поперечных импульсов или виртуальностей партонов Q_0 порядка нескольких сотен МэВ. Некоторые наблюдаемые величины (например, траст или потоки энергии) нечувствительны к этому "инфракрасному" обрезанию, т.е. не меняются при испускании коллинеарного или мягкого партона.

Для других (например, для инклюзивных распределений) предполагается так называемая локальная партон-адронная дуальность [20] (LPHD — local parton-hadron duality). Согласно этой гипотезе считается, что вычисленные распределения на партонном уровне описывают наблюдаемые адронные распределения с точностью до некоторого постоянного множителя. Аргументы в пользу такого предположения могут быть найдены в свойстве преконфайнмента [21–23], т.е. в локальной компенсации цветовых зарядов и, как следствие, в стремлении кварков и глюонов объединяться в нейтральные по цвету кластеры. Конечно, для подобия распределения партонов и адронов весьма важно то, что физика удержания цвета определяется довольно мягкими процессами с малыми передачами импульса. Такая гипотеза удивительно хорошо оправдывает себя при сопоставлении теоретических партонных распределений с наблюдаемыми адронными характеристиками. При этом не используется никакой феноменологической модели адронизации. Вместе с тем, некоторые специфические эффекты (например, бозе-эйнштейновские корреляции, обусловленные тождественностью мезонов) остаются за рамками такой трактовки. Это допустимо только в случае малости таких эффектов.

Еще более удивительными представляются две других особенности пертурбативного подхода КХД: вероятностное описание процессов и его применимость даже к довольно мягким событиям с малыми поперечными импульсами¹. В физической калибровке ведущие по энергии члены появляются как вклады от квадратов модулей амплитуд, т.е. в вероятностном виде. При высоких энергиях квантовая интерференция различных амплитуд рождения партонов приводит к угловому упорядочению (а точнее, к упорядочению по поперечным импульсам) последовательного излучения глюонов, которое в свою очередь также не нарушает вероятностного характера уравнений для описания таких процессов.

Решения этих уравнений, полученные с помощью разложения в ряд модифицированной теории возмущений, оказываются применимыми иногда даже к довольно мягким процессам, где параметр разложения по теории возмущений отнюдь не мал и, более того, умножается на некоторые большие множители, растущие с ростом энергии. Такой подход оказывается оправдан только потому, что вначале производится суммирование некоторых "внутренних" рядов в асимптотическом ряде теории возмущений (отсюда и термин "модифицированная" теория возмущений), упорядоченных в соот-

¹ Подробнее см. в [5, 9].

ветствии с их поведением при высоких энергиях, а затем производится обрывание асимптотического ряда в соответствующем приближении.

Конечно, вероятностная интерпретация служит лишь первым приближением к полной картине процесса в том случае, когда цветовая когерентность несущественна, не учитывается нелинейность процесса, вызванная, скажем, высокой плотностью глюонов, и связанная с ней унитаризация и т.п. Если же необходимо учитывать какие-то из этих эффектов, то обычно оказывается предпочтительным пользоваться непосредственно соответствующими диаграммами Фейнмана, так как влияние этих специфических эффектов в терминах производящих функционалов учесть заметно труднее. К сожалению, при этом оказывается более громоздким путь к вычислению характеристик в высших порядках. С помощью такого совместного изучения уравнений для производящих функционалов и интерференционных эффектов в фейнмановских диаграммах квантовая хромодинамика продемонстрировала исключительно высокие предсказательные возможности.

В этом обзоре в сжатой форме изложены основные полученные физические результаты по описанию процессов рождения адронных струй, в основном в e^+e^- -аннигиляции при высоких энергиях, без подробного обсуждения конкретных частных деталей теории и эксперимента. Главная цель состоит в том, чтобы дать читателю краткий путеводитель в этой обширной области, не упуская, по возможности, существенных результатов и не избегая возникающих проблем. Я глубоко сожалею, если что-то важное пропущено, и приношу свои извинения авторам тех работ, которые не попали в ограниченный объем этой обзорной статьи.

Что касается, в частности, теоретических подходов, то после их краткого описания приведены только основные уравнения, вкратце упомянуты методы их решения и, по возможности, полнее описаны получаемые результаты, их соответствие экспериментальным данным и физическое значение. Это позволит читателю быстро ознакомиться с общим состоянием проблемы и по приведенным многочисленным ссылкам на оригинальные работы, более обширные обзоры и монографии изучить ее подробнее при непосредственной заинтересованности в том или ином разделе. Сравнение теоретических результатов с экспериментальными данными демонстрируется лишь небольшим числом рисунков из того огромного количества, которое доступно сейчас в литературе.

Таким образом, обзор рассчитан на тех, кто интересуется основными достижениями и проблемами в приложении квантовой хромодинамики к описанию процессов множественного рождения частиц при высоких энергиях, кто только начинает заниматься физикой частиц высоких энергий или работает в смежных областях физики.

2. Уравнения квантовой хромодинамики

Наиболее общая вычислительная схема получения характеристик процессов множественного рождения частиц при аналитическом подходе состоит в записи их производящего функционала [24, 25], формулировке уравнений для него в рамках выбранной теоретической схемы и последующем решении этих уравнений. Про-

изводящий функционал содержит полную информацию о всех процессах и определяется формулой

$$G(\{u\}, y) = \sum_n \int d^3k_1 \dots d^3k_n u(k_1) \dots u(k_n) P_n(k_1, \dots, k_n; y), \quad (1)$$

где $P_n(k_1, \dots, k_n; y)$ представляет собой плотность вероятности эксклюзивного рождения n частиц с импульсами k_1, \dots, k_n при начальной виртуальности (энергии), пропорциональной величине $\exp(y)$, а $u(k)$ является вспомогательной функцией. Когда эта функция сводится к постоянной $u(k) = \text{const}$, тогда имеют дело с производящей функцией распределения по множественности $P_n(y)$:

$$G(u, y) = \sum_{n=0}^{\infty} u^n P_n(y). \quad (2)$$

Варьирование $G(\{u\}, y)$ по $u(k)$ (или дифференцирование $G(u, y)$ при постоянном u) позволяет получить любые инклюзивные и эксклюзивные распределения (в том числе средние значения и корреляции произвольного порядка), т.е. полную информацию о всех характеристиках процесса. Однако эта информация недоступна, пока не сформулированы и не решены уравнения, которым подчиняется производящий функционал. Эти уравнения, естественно, зависят от того, в рамках какой теории производится описание изучаемых процессов.

Предложены два уравнения, описывающих процессы множественного рождения в квантовой хромодинамике в разных кинематических областях. Сокращенно их называют по первым буквам фамилий тех, кто их сформулировал — это уравнения ДГЛАП [26–28] и уравнения БФКЛ [29–31]. С помощью уравнений ДГЛАП описывается процесс эволюции системы по виртуальности или поперечному импульсу, а с помощью уравнений БФКЛ — по продольному импульсу. Соответственно уравнения ДГЛАП используются при рассмотрении развития струй партонов, когда эволюционирует начальный сильно виртуальный партон², в частности, в глубоко-неупругих процессах или, например, в e^+e^- -аннигиляции при высоких энергиях и для описания жестких струй в адронных процессах (см. обзорные статьи [6–10]). В свою очередь эволюция по продольным импульсам характерна для мягких³ обменов в t -канале между взаимодействующими частицами мультипериферического типа с перерасеяниями (см. обзорные статьи [11–16]). Имеются также разные предложения по интерполяции между указанными выше областями фазового пространства [32, 33].

Эти уравнения были выведены вначале с помощью фейнмановской диаграммной техники путем суммирования определенных подпоследовательностей из полного ряда теории возмущений. Их справедливость была доказана в лидирующем и следующем за ним порядке модифицированной теории возмущений (подробнее см. ниже). Оба уравнения применимы к процессам, в которых плотность глюонного поля сравнительно невелика и можно пренебречь многопартонными взаимодействиями и экранировкой. Они успешно применяются при

² С большим квадратом 4-импульса $|Q^2|$.

³ Когда доли передаваемых продольных импульсов x малы; $x \ll 1$.

интерпретации многих экспериментальных результатов и для предсказания новых свойств различных распределений частиц.

Однако в этом упрощенном варианте у каждого из уравнений имеется много нерешенных проблем. Для случая уравнений ДГЛАП они будут вкратце обсуждены в этом обзоре. Что касается уравнений БФКЛ, то упомянем только об одной, но важной проблеме, связанной с предсказанием степенного роста полных сечений, нарушающего условие унитарности и противоречащего ограничению Фруассара. Согласно этому ограничению полные сечения адронных процессов должны расти с ростом энергии s не быстрее, чем $\sigma \propto \log^2 s$. В лидирующем порядке модифицированной теории возмущений уравнение БФКЛ предсказывает степенной рост сечений с очень большим показателем степени $\sigma \propto s^{0.5}$, что противоречит не только теоретическим ограничениям, но и всем современным экспериментальным данным. Недавно было показано [34, 35], что в следующем приближении поправки оказываются большими, и хотя степенной характер поведения сечений не меняется, показатель роста становится заметно меньше $\sigma \propto s^{0.17}$. Такой рост уже приближается к феноменологическим подгонкам экспериментальных данных при современных энергиях, дающим показатели роста в интервале от 0,08 до 0,12. Высказываются надежды, что высшие поправки могут привести к дальнейшему снижению этого показателя, а суммирование подрядов — даже к удовлетворению условия Фруассара.

Единое теоретико-полевое описание обоих подходов пытаются получить путем построения правильного эффективного действия теории [34–39]. В частности, в работах [36–39] помимо стандартного янг-миллсовского глюонного действия вводится член, отвечающий неабелевому эйкональному взаимодействию быстрых источников с соответствующей компонентой глюонного поля. Теоретико-полевое описание с эффективным действием позволяет обобщить эти уравнения на нелинейный случай и вывести в рамках вильсоновского ренорм-группового метода единое функциональное нелинейное уравнение КХД [37, 38] в главном логарифмическом приближении по энергии, учитывающее высшие порядки по партонной плотности и приводящее к цепочке зацепляющихся уравнений для партонных корреляторов произвольного порядка. Однако на этом пути предстоит еще большая работа как по переходу к высшим приближениям, так и по выяснению роли механизма нелинейных взаимодействий и унитарности.

Как уже упоминалось, в этом обзоре основное внимание будет уделено процессам e^+e^- -аннигиляции, о которых имеются наиболее точные и обширные экспериментальные сведения. Поэтому решение уравнений развития партонных струй составит основу излагаемого здесь теоретического подхода⁴.

В квантовой хромодинамике общая структура уравнения для производящего функционала, описывающего эволюцию струи, содержащей партоны одного вида, может быть записана в символической форме следую-

щим образом:

$$G' \sim \int \alpha_S K [G \otimes G - G] d\Omega. \quad (3)$$

Отсюда видно, что эволюция функционала G , указанная его производной G' по параметру эволюции (поперечному импульсу или энергии), определяется каскадным процессом рождения двух партонов одним сильно виртуальным времени-подобным партоном (член $G \otimes G$), обеспечивающим приток партонов в заданную область фазового объема $d\Omega$, и исчезновением отдельного партона (член G) из этой области фазового пространства.

Таким образом, уравнение содержит вклады, соответствующие притоку и оттоку партонов и фактически является кинетическим уравнением, правая часть которого есть интеграл столкновений. Весовые множители задаются постоянной связи α_S и вершинной функцией K расщепления одного партона в два, определяемой из лагранжиана взаимодействия. Интегрирование ведется по всем внутренним переменным, а символ \otimes показывает, что рожденные партоны делят между собой импульс их родителя. Начальное условие для уравнения (3) состоит в том, что струя возникает из одного начального партона, т.е.

$$P_n = \delta_{n1}; \quad G_0 = u(k). \quad (4)$$

Из этой записи видно, что мы имеем дело с нелинейным интегро-дифференциальным вероятностным уравнением со смещенными аргументами в члене $G \otimes G$ под знаком интеграла.

Для кварковых и глюонных струй выписывается система из двух связанных уравнений. Соответственно их решения и дают все характеристики кварковых и глюонных струй, что позволяет провести сравнение с экспериментальными данными. Запишем их в явном виде для производящих функций:

$$G'_G = \int_0^1 dx K_G^G(x) \gamma_0^2 [G_G(y + \ln x) G_G(y + \ln(1-x)) - G_G(y)] + n_f \int_0^1 dx K_G^F(x) \gamma_0^2 [G_F(y + \ln x) \times G_F(y + \ln(1-x)) - G_G(y)], \quad (5)$$

$$G'_F = \int_0^1 dx K_F^G(x) \gamma_0^2 [G_G(y + \ln x) \times G_F(y + \ln(1-x)) - G_F(y)]. \quad (6)$$

Здесь $G'(y) = dG/dy$, $y = \ln(p\Theta/Q_0) = \ln(2Q/Q_0)$ — переменная эволюции струи, определяющая энергетическую шкалу; p — импульс начального партона; Θ — угол раствора струи, обычно предполагаемый фиксированным; Q — виртуальность начального партона (струи), $Q_0 = \text{const}$; n_f — число активных ароматов,

$$\gamma_0^2 = \frac{2N_c \alpha_S}{\pi}. \quad (7)$$

Бегущая константа связи в двухпетлевом приближении записывается как

$$\alpha_S(y) = \frac{2\pi}{\beta_0 y} \left(1 - \frac{\beta_1}{\beta_0^2} \frac{\ln 2y}{y} \right) + O(y^{-3}), \quad (8)$$

⁴ В последующих выпусках *УФН* предполагается опубликовать статьи об эффективном действии и описании мягких процессов в квантовой хромодинамике, т.е. о физике малых x и ее связи с реджевским подходом.

где

$$\beta_0 = \frac{11N_c - 2n_f}{3}, \quad \beta_1 = \frac{17N_c^2 - n_f(5N_c + 3C_F)}{3}. \quad (9)$$

Индексы G и F отвечают глюонам и кваркам, и ядра уравнений задаются в виде

$$K_G^G(x) = \frac{1}{x} - (1-x)[2 - x(1-x)], \quad (10)$$

$$K_G^F(x) = \frac{1}{4N_c} [x^2 + (1-x)^2], \quad (11)$$

$$K_F^G(x) = \frac{C_F}{N_c} \left[\frac{1}{x} - 1 + \frac{x}{2} \right], \quad (12)$$

$N_c = 3$ — число цветов и $C_F = (N_c^2 - 1)/2N_c = 4/3$ в КХД. Асимметричный вид выражения (10) для трехглюонной вершины может быть использован вследствие свойств симметрии полного уравнения. Если положить $n_f = 0$ в уравнении (5) и не рассматривать уравнение (6), то оставшееся уравнение отвечает случаю глюодинамики, схематически описанному вначале. Вспомогательная переменная u временно опущена в производящих функциях, чтобы не загромождать уравнения.

Типичной особенностью любой теории поля с безразмерной константой связи и безмассовыми векторными частицами (в частности, квантовой хромодинамики) является наличие сингулярных членов при $x \rightarrow 0$ в ядрах (10), (12) уравнений. Они подчеркивают неравенство при разделе энергии между вновь рождающимися струями и играют важную роль в эволюции струй, увеличивая конечную множественность по сравнению со случаем равноправного дележа энергии в отсутствие таких сингулярностей.

Отметим, что эти уравнения могут быть преобразованы в линейные уравнения для моментов распределения по множественности (см. разделы 3.1 и 3.3). В случае бегущей константы связи (8) их удается решить только по теории возмущений. Систематический метод, предложенный в работе [40], состоит в том, чтобы использовать разложение в ряд Тейлора в подынтегральном выражении, что приводит к модифицированному пертурбативному разложению для физических измеряемых величин. Именно такие решения обычно используются при сопоставлении теоретических предсказаний с экспериментальными данными.

В то же время эти уравнения удается точно решить для случая фиксированной (не зависящей от y) константы связи [41, 42], т.е. если положить $\alpha_S = \text{const}$ вместо формулы (8). Это оказывается возможным благодаря свойству скейлинга — степенного поведения средней множественности и всех моментов при постоянной константе связи. Такое поведение отличается от тех зависимостей, которые получаются при бегущей константе связи (см. раздел 3.1). Таким образом, несмотря на медленность логарифмического спада силы связи с ростом передаваемого импульса, оно существенным образом сказывается на развитии партонных каскадов.

Хотя система уравнений (5), (6) и выглядит весьма убедительной, она не является абсолютно точной, т.е. она не выведена из первых принципов квантовой хромодинамики. Это легко заметить, поскольку, например, в

ней не содержится четырехглюонного взаимодействия, которое в явном виде представлено в лагранжиане КХД. Это взаимодействие должно было бы, видимо, отвечать за вклад в уравнения, пропорциональный произведению трех производящих функций с соответствующим весовым множителем. Такой член не приводит к сингулярному ядру и потому им можно пренебречь в низших приближениях теории возмущений. Попыток учесть этот вклад в высших порядках теории возмущений пока не предпринималось.

Вместе с тем модифицированный ряд теории возмущений с трехглюонными вершинами хорошо воспроизводится такими уравнениями вплоть до членов, учитывающих двух- и трехпетлевые поправки. Было показано (см., например, [5]), что опущенные члены привели бы к вкладам на уровне произведения по крайней мере пяти производящих функций. Физическая интерпретация соответствующих фейнмановских диаграмм потребовала бы рассмотрения "цветовой поляризуемости" струй.

Эти уравнения оправданы только вплоть до некоторого приближения модифицированной теории возмущений КХД (см. ниже), потому что они учитывают только те фейнмановские диаграммы, в которых глюоны строго упорядочены, т.е. упорядочены поперечные импульсы двух глюонов, и они не находятся слишком близко к границам кинематически разрешенной области. Помимо этого они учитывают непертурбативные эффекты (например, особенности вакуума КХД) лишь путем простого обрывания каскада на величине Q_0 . В принципе, вместо используемого при решении уравнений параметра обрезания Q_0 можно применить эффективную формулу для константы связи, не содержащую сингулярных членов (полюса Ландау) [43]. Она должна быть универсальной для разных процессов и приводить к постоянному значению константы связи при малых виртуальностях. Такое постоянное среднее значение в этой области использовалось в работах [44, 45], имеющих дело с непертурбативными поправками. Однако поведением константы связи относительно не исчерпываются все непертурбативные поправки, и потому мы будем придерживаться традиционного пертурбативного подхода. Более детально непертурбативные поправки в трехструйных событиях изучались недавно в работах [46].

Кроме того, имеются проблемы с определением параметра эволюции, с предасимптотическими поправками и т.д. Например, нижний и верхний пределы интегрирования по x в уравнениях (5), (6) фиксированы и положены равными их асимптотическим значениям. На самом деле они изменяются в предасимптотической области. Они задаются условием, наложенным на поперечный импульс, в виде

$$k_t = x(1-x)p\theta' > \frac{Q_0}{2}. \quad (13)$$

Это условие получается из требования, чтобы время формирования глюона ($t_{\text{form}} \sim k/k_t^2$) было меньше времени его адронизации ($t_{\text{had}} \sim kR^2 \sim k/Q_0^2$), которое необходимо наложить, чтобы можно было использовать пертурбативный подход в КХД. Оно приводит к требованию положительности аргументов производящих функций в уравнениях (5), (6). Поэтому область интегрирования по x в них становится ограниченной снизу величиной $\exp(-y)$, а сверху — величиной $1 - \exp(-y)$.

Как видим, при высоких энергиях ($y \rightarrow \infty$) эти пределы стремятся к 0 и 1 соответственно. Отброшенные члены падают с энергией степенным образом. Поэтому представляется разумным изучить вначале решения уравнений (5), (6) вблизи асимптотической области с учетом пертурбативных (логарифмически убывающих) поправок и лишь потом учесть отброшенные члены в качестве степенных поправок к полученным решениям.

Более того, различие в пределах интегрирования имеет и физический смысл. При наложении пределов в виде от $\exp(-y)$ до $1 - \exp(-y)$ партонный каскад останавливается на пертурбативном уровне при $Q_0/2$, как это вытекает из приведенных аргументов производящих функций под знаком интеграла. С пределами от 0 до 1 мы продлеваем каскад в непертурбативную область малых виртуальностей $Q_1 \approx xp\theta/2$ и $Q_2 \approx (1-x)p\theta/2$, меньших, нежели $Q_0/2$. Именно эта область приводит к вкладу порядка $\exp(-y)$, подавленному степенным образом с ростом энергии. Сейчас не ясно, справедливы ли уравнения и гипотеза локальной партон-адронной дуальности только вплоть до некоторого значения Q_0 или можно рассматривать и непертурбативную область.

При решении уравнений с бегущей константой связи приходится использовать некоторые приближения. Разложение в ряд Тейлора [40] автоматически приводит, как будет показано ниже, к ряду теории возмущений в показателе экспоненты для физических величин, т.е. к суммированию определенных рядов внутри того ряда, который получился бы при разложении самой величины по константе связи. В этом смысле и употребляется термин "модифицированная теория возмущений". Более того, разложение ведется не по самой α_S , а по квадратному корню из нее γ_0 . Асимптотические (по энергии) результаты получаются в так называемом дважды логарифмическом приближении (DLA или DLLA — double logarithmic (leading) approximation), или, по-другому, в лидирующем порядке (LO — leading order), когда суммируются члены вида $(\alpha_S \ln^2 s)^n$. Здесь s обозначает квадрат энергии в системе центра масс. Испускаемые глюоны считаются настолько низкоэнергичными, что законами сохранения энергии-импульса можно пренебречь.

Поправки, учитывающие законы сохранения в члене $G \otimes G$, т.е. различие в аргументах каждого из сомножителей, в явной форме представлено в уравнениях (5), (6), а также члены высшего порядка в весовом множителе $\alpha_S K$ (в частности, несингулярные члены в ядрах K , а также возникающие из-за учета зависимости α_S от поперечного импульса k_t (13)) появляются в следующем (NLO — next-to-leading order или MLLA (NLLA) — modified (next-to) leading logarithmic approximation) или высших (2NLO, 3NLO, ...) порядках. Строго говоря, приведенные выше уравнения были доказаны только в следующем за лидирующим порядке (NLO) модифицированной теории возмущений КХД. Однако можно эти уравнения представлять себе как кинетические уравнения и решать их в высших порядках в надежде получить из найденных решений и их сравнения с экспериментом указания на роль сделанных предположений.

С целью понять те неопределенности, которые возникают в высших порядках теории возмущений, можно пытаться обобщать эти уравнения, включая в них указанные эффекты более точно, нежели это сделано выше. Однако единого рецепта для такой процедуры не

существует. Не ясно и то, как можно модифицировать их, чтобы учесть непертурбативные эффекты, цветовую когерентность, нелинейность при высоких плотностях и т.д., хотя первые феноменологические попытки и были предприняты [47, 48, 32, 49–52, 33, 53]. Простейшее предложение заключается в том, чтобы сравнить два альтернативных уравнения эволюции, использующих несколько разные предположения и приводящие к различающимся вкладом в высших порядках, как это, например, было проделано в работах [52, 53].

В конце раздела отметим, что непосредственного решения нелинейных уравнений (5), (6) для производящих функций G , зависящих от обеих переменных u и y , не получено. Такие решения могли бы представлять интерес для нахождения положения и характера сингулярностей G в комплексной плоскости u , что важно в связи с поведением моментов распределения (см. ниже формулы (26), (27)) и некоторыми аналогиями из статистической физики, где такие сингулярности в статистической сумме указывают на точку фазового перехода [54, 55]. Лишь в низшем порядке модифицированной теории возмущений удалось найти соответствующие сингулярности. Оказалось, что они расположены в точке $u = 1 + z_0$, где $z_0 = C/\langle n \rangle$ ($C \approx 2,552$) стремится к нулю при высоких энергиях. Сингулярная часть G в этой точке выглядит следующим образом:

$$G(u, y) = \frac{2z_0^2}{(u-1-z_0)^2} + \frac{2z_0}{u-1-z_0} - \frac{2}{3} \log \frac{z_0+1-u}{z_0} + O(1). \quad (14)$$

Структура особенностей довольно сложная. Они близки к точке $u = 1$, где вычисляются все моменты распределений. Более того, с ростом энергии сингулярности приближаются к этой точке и асимптотически совпадают с ней. Однако особых причин для беспокойства при вычислении моментов нет, так как согласно определению производящая функция равна 1 при $u = 1$, и, значит, происходит компенсация всех сингулярностей. Это свойство видно также и из приведенного выше выражения. Вместе с тем это указывает на совершенно другую структуру тех сингулярностей в u -плоскости, которые мы получаем в низшем порядке теории возмущений, по сравнению с окончательным результатом.

На эксперименте всегда имеется обрезание в суммировании по множественности в формуле для производящей функции (2) на некоторой максимальной множественности n_{\max} , определяемой законами сохранения энергии и импульса либо конкретными условиями данного эксперимента. При этом производящая функция становится полиномом порядка n_{\max} с положительными коэффициентами и, естественно, обладает именно таким количеством комплексно-сопряженных корней. Поэтому по экспериментальным данным определить положение сингулярности можно, лишь увеличивая энергию (а тем самым и n_{\max}) и следя за движением этих корней. Согласно работам [54, 55] комплексно-сопряженные корни статистической суммы большого канонического ансамбля зажимают вещественную ось u при предельном переходе к бесконечному объему именно в точке сингулярности. Поведение аналогичного типа было продемонстрировано и в экспериментах с множественным рождением частиц при росте n_{\max} (см. подробнее в обзоре [8]).

3. Сопоставление с экспериментом

Перейдем теперь непосредственно к сравнению полученных теоретических результатов с экспериментальными данными. Основная часть экспериментальных данных получена в e^+e^- -процессах при энергии Z^0 , и многие из них можно найти уже в компиляции [56].

На эксперименте регистрируются в конечном состоянии рожденные частицы, в основном адроны. В полученные данные вводятся поправки на эффективность детекторов, возможное излучение фотонов перед столкновением и т.п. В то же время, как было сказано выше, из теории мы получаем сведения о кварковых и глюонных струях и о распределениях партонов, рождающихся в процессе эволюции струй. Таким образом, возникает проблема соответствия получаемых теоретически сведений экспериментальным данным, т.е. адекватного выделения струй и создания "словаря" для перевода с партонного на адронный "язык".

Поскольку при e^+e^- -аннигиляции вначале рождается кварк-антикварковая пара, измерение, скажем, множественности кварковой струи не представляет проблемы, так как она просто вдвое меньше полной множественности или равна множественности в одной из полусфер. На языке производящих функций это выражается равенством

$$G_{e^+e^-} \approx G_F^2. \quad (15)$$

Для получения аналогичных данных о глюонной струе надо иметь сведения о рождении пары глюонных струй из нейтрального по цвету источника, чтобы было полное соответствие условиям теории. Выделить достаточно точно такие события удается либо в распаде

$$Y \rightarrow \gamma g g \rightarrow \gamma + \text{адроны}$$

[57], либо в редких событиях с отбором почти параллельно летящих в одной полусфере тяжелого кварка и антикварка и летящего в противоположную полусферу глюона [58–60]. Большая статистика эксперимента при энергии Z^0 позволяет сделать такую процедуру. При других энергиях, где число наблюдаемых событий заметно меньше, выделение глюонных струй с помощью методов, не зависящих от выбранного алгоритма (так называемых "unbiased jets"), стало возможным лишь недавно с применением специального анализа двух- и трехструйных событий по двум переменным (поперечному импульсу и энергии), предложенного в работах [58, 61, 62] и использованного в работе [63] (см. раздел 3.6). Зачастую выделение кварковых и глюонных струй проводится с помощью специальных алгоритмов⁵, применение которых может приводить иногда к некоторому несоответствию с чисто теоретическим определением (так называемые "biased jets"). Тогда приходится проводить сравнение только с результатами моделей Монте-Карло, в которых учтен использованный алгоритм выделения струй. Выбор алгоритма определяется тем, насколько он обоснован физически, удобен для аналитических оценок и сколь велика при этом роль поправок за счет адронизации.

⁵ Наиболее популярен среди них метод выделения струй по относительно поперечному импульсу — так называемый k_t -алгоритм, или Дарем-алгоритм (Durham-algorithm) [64].

Что касается стадии адронизации, т.е. перехода партонов в адроны, то в моделях Монте-Карло используются разные феноменологические подходы, вкратце упомянутые выше. При аналитических расчетах варьирование параметра Q_0 в сочетании с гипотезой локальной партон-адронной дуальности обычно играет роль необходимого "словаря" и приводит к неплохим результатам.

3.1. Зависимость средней множественности от энергии

Уравнения для средней множественности в струях получаются из системы уравнений (5), (6) путем разложения производящих функций в ряд по $u-1$ при сохранении только членов с $q=0$ и $q=1$ и учета определения средней множественности $\langle n \rangle$ в виде

$$\left. \frac{dG}{du} \right|_{u=1} = \sum n P_n = \langle n \rangle. \quad (16)$$

В результате для средних множественностей получаем линейные интегро-дифференциальные уравнения со смещенными аргументами под знаком интеграла

$$\begin{aligned} \langle n_G(y) \rangle' = & \int dx \gamma_0^2 \left[K_G^G(x) (\langle n_G(y + \ln x) \rangle + \right. \\ & + \langle n_G(y + \ln(1-x)) \rangle) - \langle n_G(y) \rangle + \\ & + n_f K_G^F(x) (\langle n_F(y + \ln x) \rangle + \\ & \left. + \langle n_F(y + \ln(1-x)) \rangle) - \langle n_G(y) \rangle \right], \quad (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle n_F(y) \rangle' = & \int dx \gamma_0^2 K_F^G(x) (\langle n_G(y + \ln x) \rangle + \\ & + \langle n_F(y + \ln(1-x)) \rangle) - \langle n_F(y) \rangle. \quad (18) \end{aligned}$$

Решая эти уравнения, можно получить сведения о поведении с ростом энергии отношения средних множественностей в глюонных и кварковых струях r и o так называемой аномальной размерности КХД γ (производной от логарифма средней множественности в глюонной струе), определяемых соотношениями

$$r = \frac{\langle n_G \rangle}{\langle n_F \rangle}, \quad \gamma = \frac{\langle n_G \rangle'}{\langle n_G \rangle} = (\ln \langle n_G \rangle)'. \quad (19)$$

Именно эти величины обычно записываются в виде пертурбативных разложений при больших энергиях (т.е. большом y) как

$$\gamma = \gamma_0(1 - a_1 \gamma_0 - a_2 \gamma_0^2 - a_3 \gamma_0^3) + O(\gamma_0^5), \quad (20)$$

$$r = r_0(1 - r_1 \gamma_0 - r_2 \gamma_0^2 - r_3 \gamma_0^3) + O(\gamma_0^4). \quad (21)$$

Применяя в уравнениях (17), (18) разложение $\langle n \rangle$ при больших y в ряд Тейлора [40] с учетом соотношений (20), (21) и приравнивая члены одного порядка по γ_0 с обеих сторон, получаем значения коэффициентов a_i, r_i , приведенные в таблице ($r_0 = 9/4$).

Таблица

n_f	r_1	r_2	r_3	a_1	a_2	a_3
3	0,185	0,426	0,189	0,280	-0,379	0,209
4	0,191	0,468	0,080	0,297	-0,339	0,162
5	0,198	0,510	-0,041	0,314	-0,301	0,112

Величина γ входит в экспоненту, характеризующую среднюю множественность глюонной струи:

$$\langle n_G \rangle = \exp \left(\int^y \gamma(y') dy' \right), \quad (22)$$

а потому ее пертурбативное разложение по γ_0 соответствует в каждом данном порядке по γ_0 суммированию некоторых рядов в выражении для средней множественности, т.е. модифицированной теории возмущений для этой физической величины. Выбор глюонной струи связан прежде всего с тем, что вначале обычно изучают случай глюодинамики, когда $n_f = 0$, т.е. кварки и соответственно уравнение (18) не рассматриваются. Это оправдано также и тем фактом, что в низших приближениях (включая NLO поправки) зависимости от энергии средних множественностей в кварковой и глюонной струях не отличаются друг от друга (подробнее см. в следующем разделе).

Одно из наиболее ярких предсказаний КХД гласит, что в лидирующем порядке (асимптотически), где $\gamma = \gamma_0$, средние множественности должны расти с энергией [65–67] по закону $\exp[2c\sqrt{\log s}]$ с теоретически вычисляемой постоянной c . Это поведение оказалось промежуточным между степенными и логарифмическими закономерностями, предсказываемыми соответственно в гидродинамической и мультипериферической моделях⁶. В следующем порядке (NLO) результаты учитывают член с a_1 в уравнении (20) [68–70] и приводят к дополнительному сомножителю, который падает логарифмически с ростом энергии. Именно эти два члена определяют основную зависимость от энергии и одинаковы в кварковых и глюонных струях. Поправки высших порядков практически не изменяют эту зависимость [71, 72]:

$$\langle n_G \rangle = Ky^{-a_1 c^2} \exp \left\{ 2c\sqrt{y} + \frac{c}{\sqrt{y}} \left[2a_2 c^2 + \frac{\beta_1}{\beta_0} (\ln 2y + 2) \right] + \frac{c^2}{y} \left[a_3 c^2 - \frac{a_1 \beta_1}{\beta_0^2} (\ln 2y + 1) \right] \right\}, \quad (23)$$

где $c = (4N_c/\beta_0)^{1/2}$. При $n_f = 0$ получаются формулы глюодинамики с учетом этого также в аналитических выражениях для a_i , приведенных в работе [72].

В полученных выражениях свободными подгоночными параметрами являются общий нормировочный множитель K , который определяется конфайнментом⁷, и шкала обрезания $Q_0 = 2\Lambda$. Данные о e^+e^- -аннигиляции в интервале энергий от Υ -резонанса до LEP-2 (т.е. примерно от 10 до 200 ГэВ) хорошо описываются такой зависимостью, как это видно на рис. 1. Кривая, состоящая из точек, использует оба свободных подгоночных параметра. Штриховая кривая показывает, сколь точно эти сведения воспроизводятся в модели Монте-Карло HERWIG. Остальные кривые, связанные с различием между кварковыми и глюонными струями, поясняются в следующем разделе.

Отметим, что параметр разложения γ довольно большой при современных энергиях и меняется в преде-

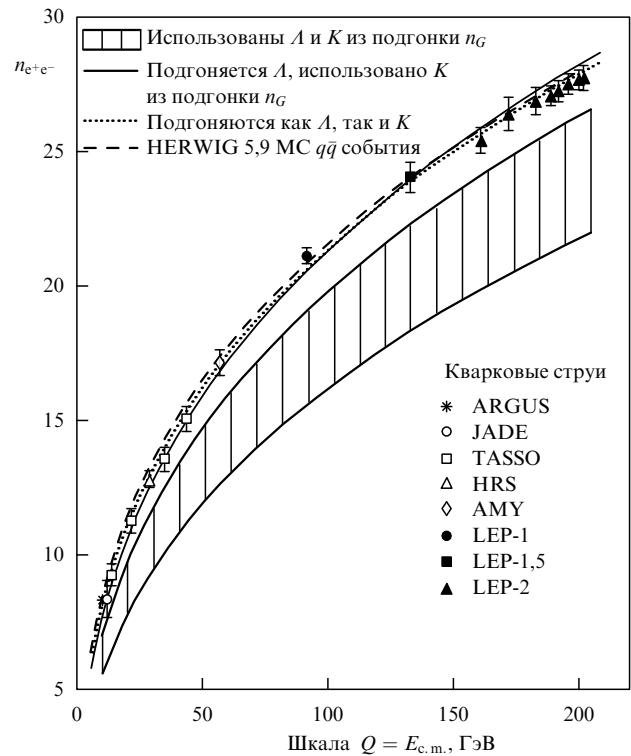


Рис. 1. Зависимость средней множественности заряженных частиц от энергии в процессе e^+e^- -аннигиляции. Показаны результаты различных подгонок по формулам теории возмущений и моделям Монте-Карло (сплошная и точечная кривые — подгонка по формуле (23) с одним и двумя подгоночными параметрами, штриховая кривая — модель HERWIG; вертикально заштрихованная область — данные о глюонных струях, умноженные на теоретическое значение r (21)).

лах от 0,4 до 0,5. Полученные выражения справедливы при высоких энергиях и не претендуют на описание поведения средней множественности вблизи порога. Численные решения уравнений (5), (6) на компьютере [73, 74] приводят к удовлетворительному согласию с экспериментом и при более низких энергиях.

В случае фиксированной константы связи уравнения (17), (18) можно решить точно [41, 42] благодаря свойству масштабной инвариантности, согласно которому имеет место соотношение

$$\frac{\langle n(y + \ln x) \rangle}{\langle n(y) \rangle} = x^\gamma \quad (24)$$

с $\gamma = \text{const}$, и интегро-дифференциальные уравнения (17), (18) сводятся к системе легко решаемых линейных алгебраических уравнений. Рост множественности с энергией получается степенным, так как показатель экспоненты имеет общую структуру типа $\gamma_0 \ln s$.

3.2. Различие между кварковыми и глюонными струями

Система двух уравнений для кварковых и глюонных струй предсказывает, что асимптотические зависимости средних множественностей от энергии в них должны быть одинаковыми. Более того, это совпадение остается точным и в следующем приближении модифицированной теории возмущений. Дальнейшие поправки, хотя и нарушают его, оказываются сравнительно слабыми в этой функциональной зависимости от энергии. Именно

⁶ Однако не исключено, что нелинейные поправки, возникающие, скажем, вследствие большой плотности глюонов, приведут к унитаризации этого приближения и к логарифмическим законам роста множественности в асимптотике [11, 37, 39].

⁷ Именно поэтому не фиксирован нижний предел интегрирования по y' в формуле (22).

этим объясняется первоначальный успех в описании энергетического поведения средних множественностей в e^+e^- -аннигиляции в рамках глюодинамики.

Абсолютная нормировка остается произвольной, но относительная нормировка множественностей в кварковых и глюонных струях, задаваемая величиной r (21), может быть вычислена. Глюонные струи оказываются активнее кварковых. Отношение $r = \langle n_G \rangle / \langle n_F \rangle$ средних множественностей в глюонных и кварковых струях должно стремиться при высоких энергиях [75] к отношению операторов Казимира $r_0 = C_A/C_F = 9/4$.

И вновь при сопоставлении с экспериментом мы обнаруживаем, насколько далеки наши энергии от асимптотики. Хотя качественно это предсказание, полученное в лидирующем приближении (LO), правильно, в количественном выражении оно все еще не достаточно близко к экспериментальным значениям, равным примерно 1,5 при энергии Z^0 и еще меньше при более низких энергиях. Поправки высших порядков⁸ теории возмущений [76–78, 68, 72, 79] оказываются довольно существенными именно для этой величины. Они вычислены теперь вплоть до 3NLO (или 4NLO; см. сноску⁸) членов (см. таблицу) и приближают теоретические оценки к экспериментальным цифрам при энергии Z^0 с точностью порядка 15%, как это видно из рис. 2, где использованы старые обозначения для порядка приближения.

Подчеркнем, что именно отношение множественностей r , а не энергетическое поведение по отдельности $\langle n_G \rangle$ и $\langle n_F \rangle$ оказывается чувствительным к этим поправкам, поскольку основные LO и NLO члены сокращаются в нем и отличие от постоянной $r_0 = 2,25$ определяется только высшими поправками. Это отличие может подсказать дальнейшие пути как для обобщения используемых уравнений, так и для учета непертурбативных эффектов.

Конечно, в высших порядках слегка изменяется и поведение с энергией кварковых струй по сравнению с глюонными⁹, что также наблюдается на опыте. Однако одновременное описание множественностей в кварковых и глюонных струях с помощью одного и того же набора параметров даже в рамках 3NLO приближения не достаточно точно, как это следует из заштрихованной области на рис. 1. Она демонстрирует попытку такого описания, когда данные по глюонным струям просто делятся на теоретически вычисленное при аналитическом подходе значение отношения r . Опять-таки неточность, указанная сдвигом заштрихованной области по отношению к экспериментальным точкам и ее большой шириной, вызвана недостаточно аккуратным воспроизведением отношения r . Согласие по множественности с экспериментом в e^+e^- достигается либо в том случае, когда сохраняется нормировка по глюонным струям, и единственным свободным параметром остается параметр обрезания $Q_0 = 2A$ (сплошная кривая на рис. 1), либо когда оба параметра свободные (точечная кривая).

⁸ Обсуждение разницы в определении "порядка" в аномальной размерности γ и отношении множественностей r проведено в работе [72]. В частности, член с r_3 в r надо на самом деле рассматривать как поправку порядка 4NLO, а не 3NLO, поскольку он добавляется в выражении для аномальной размерности кварковой струи γ_F к пока еще не вычисленному члену a_4 и, следовательно, влияет на ее множественность именно в этом порядке.

⁹ Величина γ в (22) заменяется для них на $\gamma_F = \gamma - r'/r$, отличающуюся от γ только в высших приближениях, как это легко оценить, если учесть, что $r' \sim \gamma'_0 \sim \gamma_0^3$ (см. формулу (25)).

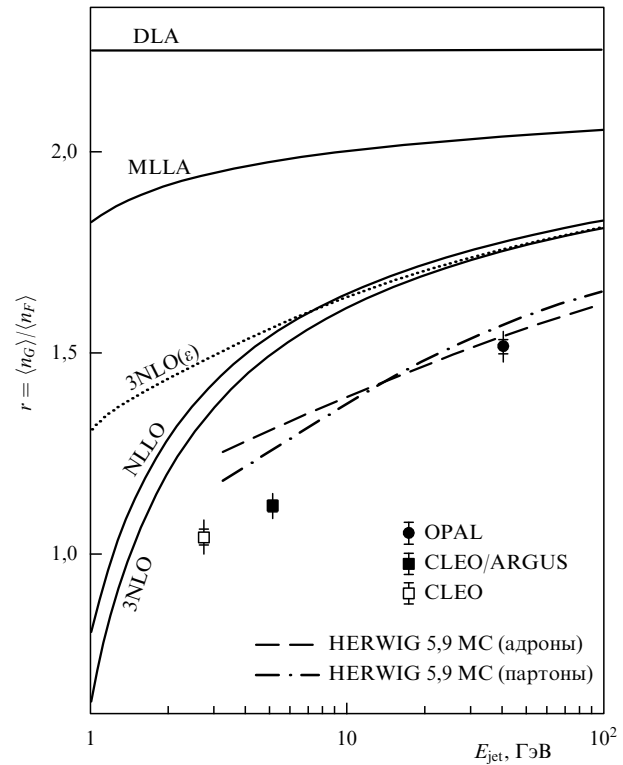


Рис. 2. Экспериментально измеренное отношение множественностей в глюонных и кварковых струях при энергиях Υ и Z^0 как функция энергии в сравнении с предсказаниями аналитической КХД и модели Монте-Карло HERWIG (различные приближения КХД, описанные в тексте статьи, а также 3NLO(ε) с пределами интегрирования $\exp(-y)$ и $1 - \exp(-y)$ в (5), (6) указаны у соответствующих кривых).

В то же время точное численное решение уравнений с помощью компьютера [74] приводит к прекрасному согласию с опытом отношения r при энергии Z^0 и оставляет разницу всего лишь около 20% даже при столь низких энергиях, как масса Υ -резонанса. Хорошее согласие аналитических расчетов величины r с экспериментом при энергии Z^0 достигается, только если использовать модифицированные уравнения эволюции, полученные в картине дипольного каскада при струнном подходе [52] с учетом ограничений на допустимый фазовый объем за счет законов сохранения. Однако при таком аналитическом подходе возникают проблемы с описанием высших моментов распределений по множественности [53].

Из уравнения (21) следует, что отношение r растет с ростом энергии за счет уменьшения γ_0 (асимптотическая свобода), но скорость роста падает. Экспериментальные значения также растут с энергией, как это видно из рис. 2. Однако, несмотря на общность тенденций и качественное согласие, говорить о количественном согласии результатов аналитических расчетов с экспериментом по величине r можно только на уровне 15–25%.

Более детальные характеристики поведения струй можно получить, изучая скорость и кривизну роста множественностей с энергией [80, 72]. Недавно были получены и экспериментальные данные об этих характеристиках [63].

Наклон зависимости отношения множественностей в глюонных и кварковых струях r от энергии, т.е. производная r' ("наклон отношения"), согласно разложе-

нию (21) падает с энергией как $\ln^{-3/2} s$ и очень чувствителен к поправкам еще более высокого порядка [80, 72], прежде всего из-за большой величины отношения r_2/r_1 :

$$r' = Br_0 r_1 \gamma_0^3 \left[1 + \frac{2r_2 \gamma_0}{r_1} + \left(\frac{3r_3}{r_1} + B_1 \right) \gamma_0^2 + O(\gamma_0^3) \right], \quad (25)$$

где $B = \beta_0/(8N_c)$, $B_1 = \beta_1/(4N_c\beta_0)$. Поэтому его использование для сопоставления с экспериментом не представляется достаточно информативным.

В то же время в "отношении наклонов" для глюонных и кварковых струй $r^{(1)} = \langle n_G \rangle' / \langle n_F \rangle'$ такие поправки частично сокращаются [80, 72]. Значит, отношение наклонов должно слабо зависеть от энергии, что и было обнаружено на опыте. Первое сравнение [8] с экспериментальными данными по величине этого отношения [81, 82] показало достаточно хорошее согласие с теорией в пределах еще довольно больших экспериментальных погрешностей. Недавняя более точная обработка экспериментальных результатов с корректным выделением глюонных струй [63] позволила найти значения не только отношений r и $r^{(1)}$ при энергиях от Υ до Z^0 (включая и промежуточные энергии), но и впервые найти отношения вторых производных (кривизны) $r^{(2)} = \langle n_G \rangle'' / \langle n_F \rangle''$. Предсказываемые асимптотические значения этих величин одинаковы и равны 2,25. Соответствующие значения при энергии 30 ГэВ адронной компоненты в gg -системе равны

$$r = 1,422 \pm 0,051, \quad r^{(1)} = 1,761 \pm 0,071, \quad r^{(2)} = 1,92 \pm 0,13$$

и при 80 ГэВ —

$$r = 1,548 \pm 0,042, \quad r^{(1)} = 1,834 \pm 0,09, \quad r^{(2)} = 2,04 \pm 0,14.$$

Неточности связаны в основном с систематическими погрешностями. Эти результаты находятся в согласии с теоретическими предсказаниями КХД [80, 72] о том, что при современных энергиях $r^{(2)}$ должно быть ближе к асимптотическому значению 2,25, чем $r^{(1)}$, а $r^{(1)}$ в свою очередь ближе к 2,25, чем r , т.е. выполняются неравенства $r < r^{(1)} < r^{(2)}$. Полученные экспериментальные значения отношений наклонов и кривизн энергетических зависимостей глюонных и кварковых струй и их сопоставление с результатами теоретических расчетов приводятся на рис. 3 и рис. 4.

Можно надеяться, что при конечных энергиях приблизиться к асимптотическим значениям величины r

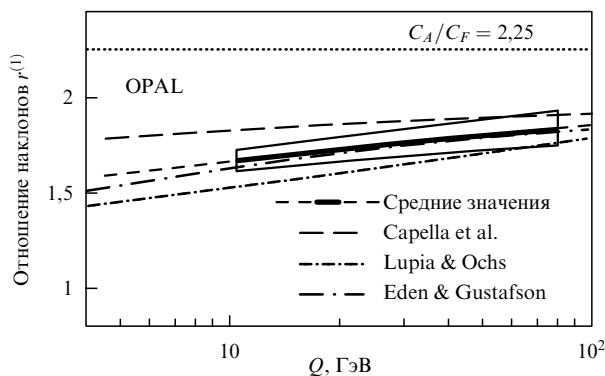


Рис. 3. Отношение наклонов энергетического поведения средних множественностей для глюонных и кварковых струй на эксперименте и в различных теоретических расчетах.

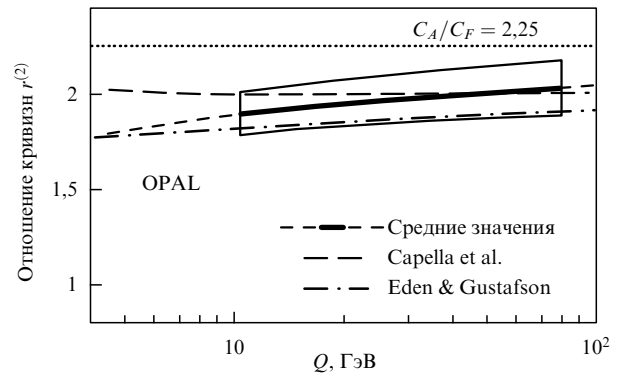


Рис. 4. Отношение кривизн энергетического поведения средних множественностей для глюонных и кварковых струй на эксперименте и в различных теоретических расчетах.

удастся, если выделить только мягкие частицы, энергия которых много меньше полной энергии струи [83, 84]. Этот эффект действительно имеет место, однако сближение не очень существенно. Отношение r при малых импульсах частиц оказывается равным всего лишь 1,8 [85].

Интересно, что в монте-карловской модели HERWIG, точно воспроизводящей это отношение для мягких адронов, соответствующее отношение для мягких партонов получается равным как раз 2,25. Таким образом, роль этапа адронизации оказывается весьма существенной для этой величины в данной конкретной модели. Подчеркнем, что ситуация здесь отличается от случая, когда проводится усреднение по всем импульсам, показанного на рис. 2, где кривые модели HERWIG практически неразличимы для партонов и частиц. Это связано с сильным различием в характере спектров, которые в этой модели оказываются довольно мягкими для адронов и намного более жесткими для партонов (см. подробнее в обзоре [8]). Непосредственное применение гипотезы о локальной партон-адронной дуальности здесь неправомерно из-за большой величины параметра обрезания Q_0 , на котором заканчивается партонный этап¹⁰.

Попытаться выделить партонный этап развития струи, в то время как изучаются только конечные адроны, можно следующим образом. Партонный каскад в модели предполагается заканчивающимся при $Q_0 = 0,8$ ГэВ, т.е. он приводит к большим поперечным импульсам. Поэтому надо отобрать адроны также с достаточно большими поперечными импульсами. Анализ данных о сравнительно мягких ($p < 4$ ГэВ/с) адронах с довольно большими поперечными импульсами $p_t > 0,8$ ГэВ/с привел к выводу [85] об отношении $r = 2,29 \pm 0,017$ в этой области, согласующемся с асимптотическими предсказаниями. В свою очередь эти выводы можно согласовать с результатами компьютерных решений уравнений (5), (6) и гипотезой локальной партон-адронной дуальности, только если считать, что продолжение "партонного" этапа в компьютерных расчетах в области $Q_0 < 0,8$ ГэВ играет ту же роль, что и этап "адронизации" в модели HERWIG, где такое продолжение партонного каскада выполнить невозможно.

¹⁰ Я благодарен Биллу Гари за обсуждение этого вопроса.

Ширины распределений по множественности отличаются в кварковых и глюонных струях. Кварковые струи обладают более широким распределением. На качественном уровне КХД описывает это соотношение, но количественные оценки заметно менее определены, как это обсуждается более подробно в разделе 3.8.

3.3. Осцилляции кумулянтных моментов

Форма распределения по множественности может быть описана с помощью ее высших моментов, связанных с шириной и асимметрией распределения. Уравнения для момента распределения по множественности q -го ранга получаются из системы уравнений (5), (6) при сохранении членов типа $(u-1)^q$ в обеих частях этих уравнений. Производная q -го порядка от производящей функции определяет факториальный момент F_q , а соответствующая производная от ее логарифма отвечает так называемому кумулянтному моменту (или, просто, кумулянту) K_q . Кумулянты описывают истинные корреляции в изучаемой системе, не сводимые к произведениям корреляций низшего ранга (вспомните о связанных фейнмановских диаграммах):

$$F_q = \frac{\sum_n P_n n(n-1)\dots(n-q+1)}{(\sum_n P_n n)^q} = \frac{1}{\langle n \rangle^q} \left. \frac{d^q G(z)}{du^q} \right|_{u=1}, \quad (26)$$

$$K_q = \frac{1}{\langle n \rangle^q} \left. \frac{d^q \ln G(z)}{du^q} \right|_{u=1}. \quad (27)$$

Эти моменты не независимы. Они связаны определенными соотношениями, которые легко получаются из их определений в терминах производящих функций

$$F_q = \sum_{m=0}^{q-1} C_{q-1}^m K_{q-m} F_m, \quad (28)$$

и являются просто соотношениями между производными функции и ее логарифма в точке, где сама функция равна единице. Здесь

$$C_{q-1}^m = \frac{(q-1)!}{m!(q-m-1)!} = \frac{\Gamma(q)}{\Gamma(m+1)\Gamma(q-m)} = \frac{1}{mB(q,m)} \quad (29)$$

— биномиальные коэффициенты, а Γ и B обозначают гамма- и бета-функции соответственно. Таким образом, в соотношениях (28) содержатся лишь числовые коэффициенты, и итерационное решение (быстро выполняемое на компьютере) воспроизводит все кумулянты, если известны факториальные моменты, и наоборот. В этом смысле кумулянты и факториальные моменты одинаково пригодны для анализа распределений. Для моментов низких рангов соотношения имеют вид

$$\begin{aligned} F_1 &= K_1 = 1, \\ F_2 &= K_2 + 1, \\ F_3 &= K_3 + 3K_2 + 1. \end{aligned} \quad (30)$$

При разложении в ряд Тейлора в уравнениях (5), (6) в правой части возникает $G(y)$. Поделив на нее левую часть $G'(y)$, естественно получим производную по y от логарифма производящей функции. В лидирующем порядке

уравнение глюодинамики сводится к дифференциальному уравнению второго порядка

$$(\ln G(y))'' = \gamma_0^2(G(y) - 1); \quad G(0) = u, \quad G'(0) = 0. \quad (31)$$

Производные по u от обеих частей уравнения, взятые в точке $u=1$, приведут естественным образом к предсказаниям [40, 41, 79] о поведении отношения $H_q = K_q/F_q$. При асимптотически высоких энергиях это отношение как функция ранга q должно падать¹¹ по закону q^{-2} , т.е. роль истинных корреляций в системах из большого числа частиц становится заметно меньше.

Однако достигнутые энергии еще слишком далеки от асимптотики. Согласно КХД, при современных энергиях это отношение должно иметь минимум при $q \approx 5$ и осциллировать при больших рангах. В глюодинамике минимум расположен при

$$q_{\min} \approx \frac{24}{11\gamma_0} + 0,5 + O(\gamma_0). \quad (32)$$

Это удивительное предсказание [40] качественно нового типа поведения моментов было подтверждено экспериментальными результатами (впервые это было продемонстрировано в работе [86]) как в e^+e^- (рис. 5, взятый из работы [87]), так и в адронных процессах [88]. Ясно виден предсказанный отрицательный минимум H_q . Физически это может указывать на замену сил притяжения (кластеризация) отталкиванием (между кластерами) в системах с разным числом частиц. Заметим, что обсуждаемая ниже цветовая когерентность в КХД

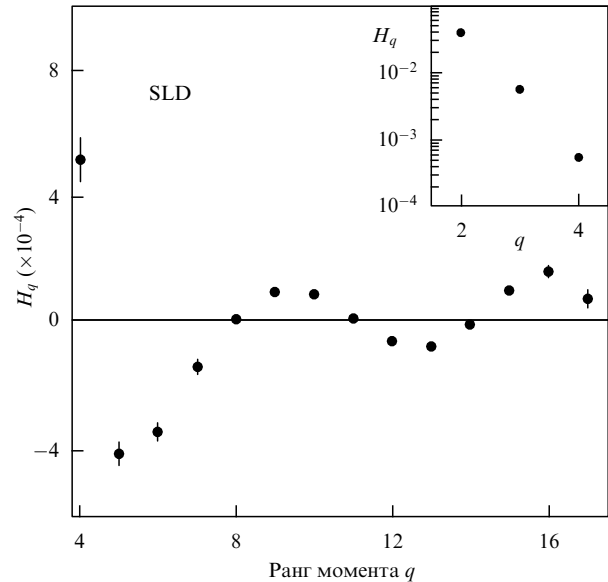


Рис. 5. Измеренное отношение H_q кумулянтных и факториальных моментов осциллирует как функция ранга q согласно экспериментальным данным о распределении заряженных частиц по множественности в e^+e^- -аннигиляции при энергии Z^0 (на врезке в правом верхнем углу приведены данные для моментов ранга 2, 3 и 4).

¹¹ Это видно непосредственно из уравнения (31), поскольку каждое дифференцирование по y в левой части приводит к множителю qy , и слева также появляется K_q , а справа F_q в виде соответствующих производных по u .

также предсказывает наличие как притяжения, так и отталкивания в системах цветных партонов.

С ростом энергии должны сначала исчезать осцилляции при больших рангах и лишь потом — первый минимум, который начнет уменьшаться и смещаться к большим q от начального положения при $q \approx 5$ при энергии Z^0 за счет уменьшения γ_0 (см. уравнение (32)). В результате H_q будет медленно стремиться к асимптотической функции q^{-2} .

Положение минимума слегка меняется с энергией и с изменением размера анализируемого интервала быстрой, поскольку оно оказывается (см. [40, 89]) обратно пропорциональным квадратному корню из бегущей константы связи, т.е. γ_0 . Для некоторых специфических процессов смещение может оказаться особенно сильным (например, для инстантонных процессов [90] минимум сдвигается в точку $q \approx 2$ из-за того, что распределение по множественности в таких процессах оказывается очень узким). Вместе с тем обработка экспериментальных данных показала, что на качественном уровне осцилляции сохраняются в разных процессах, т.е. носят некий универсальный характер [88]. Графическое представление отношения H_q , а не самих моментов, удобно тем, что моменты очень быстро растут с ростом q , а в их отношении этот рост сокращается. Отметим, однако, что еще более наглядным было бы откладывать по оси ординат не сами H_q , а их произведения с q^2 , т.е. величины $D_q = q^2 H_q$, которые равны 1 асимптотически. Такого представления экспериментальных данных пока не приводилось.

Аналитические оценки не всегда точны количественно, прежде всего потому, что параметр разложения становится равным $q\gamma$, т.е. оказывается близким к 1 или даже больше 1 при всех $q > 1$. Поэтому пертурбативный подход, строго говоря, неприменим к этой проблеме. Однако можно использовать некоторые методы его улучшения, например, Паде-приближение. Кроме того, численное решение уравнений на компьютере [73, 74] хорошо воспроизводит эти осцилляции.

Обнаруженные новые закономерности отличаются от свойств всех широко использовавшихся ранее распределений теории вероятностей, в частности, таких ранее популярных в физике частиц, как пуассоновское и отрицательное биномиальное распределения. Характеристики, которыми должно обладать такое распределение при больших энергиях, обсуждаются в работе [91].

3.4. Двугорбое плато

Переходя к инклюзивным распределениям партонов в струях по скорости или по доле (x) уносимой партоном энергии струи, необходимо решать уравнения вида (3) для производящего функционала. Варьирование по вспомогательной функции $u(k)$ приводит к интегро-дифференциальным уравнениям для одночастичных распределений и корреляционных функций. В лидирующем порядке в глюодинамике уравнение для функции распределения $D(x, y)$ имеет вид

$$\frac{d(xD(x, y))}{dy} = \frac{1}{4N_c} \int_0^1 dz \gamma_0^2 K(z) \left[\frac{x}{z} D\left(\frac{x}{z}, y + \ln z\right) \right] \quad (33)$$

с граничным условием $xD(x, 0) = \delta(1 - x)$. Здесь $x = k/E_j$, k — импульс частицы, E_j — энергия струи,

$K(z) = K_G^G(z)$. В КХД записываются два уравнения для кварковых и глюонных струй. Последующее использование преобразования Меллина позволяет в низших порядках свести их к решаемым дифференциальным уравнениям. Удалось получить решения вплоть до NLO порядка (см. [5, 9]).

Квантовая хромодинамика предсказывает, что импульсные спектры (точнее, распределения по доле импульса x_c ¹²) частиц в e^+e^- -аннигиляции должны иметь вид двугорбого плато [92, 66, 67, 20]. Это удивительное предсказание пертурбативной КХД отличается от ранее популярного плоского плато, предложенного Фейнманом. Эксперимент подтвердил это предсказание. Провал между двумя горбами выявляется вследствие углового упорядочения и эффектов цветовой когерентности в КХД. Горбы имеют приблизительно гауссову форму (distorted Gaussian) вблизи от их максимумов, если используется переменная $\xi = \ln(1/x)$. Это предсказание было получено сначала в лидирующем порядке (LO), а затем уточнено более аккуратными выражениями и в следующем (NLO) порядке [93, 94].

Положение максимума ξ_0 в распределении по ξ должно смещаться с ростом энергии почти по логарифмическому закону с поправками вида $O(\ln^{-1/2} s)$:

$$\xi_0 = y \left[\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{C}{y} - \frac{C}{y}} \right], \quad (34)$$

где

$$C = \frac{a^2}{16N_c\beta_0} (\approx 0,3), \quad a = \frac{11}{3} N_c + \frac{2n_f}{3N_c^2}.$$

Вычислены моменты этих распределений вплоть до моментов четвертого ранга. Спектр резко спадает при малых импульсах, что является следствием когерентного испускания все более мягких глюонов и особенно четко проявляется при использовании переменной ξ . В отсутствие когерентности форма распределения вблизи максимумов перестает быть гауссовой, а сами максимумы сдвигаются в область малых x (больших ξ), т.е. спектр становится заметно мягче.

Сравнение предсказаний КХД с экспериментальными данными при разных энергиях выявило хорошее согласие как в форме спектра (рис. 6 для e^+e^- из работы [95]), так и по энергетической зависимости положения пиков (рис. 7 для e^+e^- , pp , $p\bar{p}$ из работы [96]) и величинам ширин.

Для мягких частиц спектр становится не зависящим от энергии [20] и имеет вид [97, 98, 83, 84]

$$\frac{dn}{dy_c d \ln k_t} \propto \alpha_S(k_t). \quad (35)$$

Этим объясняется и отмеченная выше возможность наблюдения уже при конечных энергиях асимптотической величины отношения $r_0 = 9/4$ для мягких частиц с $k_t \rightarrow Q_0$. Физической причиной этого является то обстоятельство, что мягкие партоны способны разрешать лишь полный цветовой заряд струи (т.е. вызвавшего ее партона), а не ее внутреннюю структуру.

¹² Индекс c указывает на значения в системе центра масс.

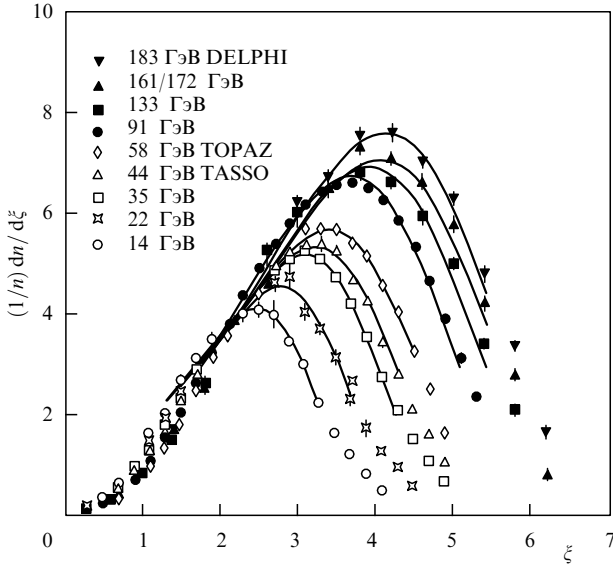


Рис. 6. Пик по переменной ξ при всех энергиях описывается слегка видоизмененным гауссовым распределением с моментами, предсказанными в рамках NLO приближения пертурбативной КХД (подгоночные кривые проведены согласно работам [93] при $\Lambda = 210$ МэВ).

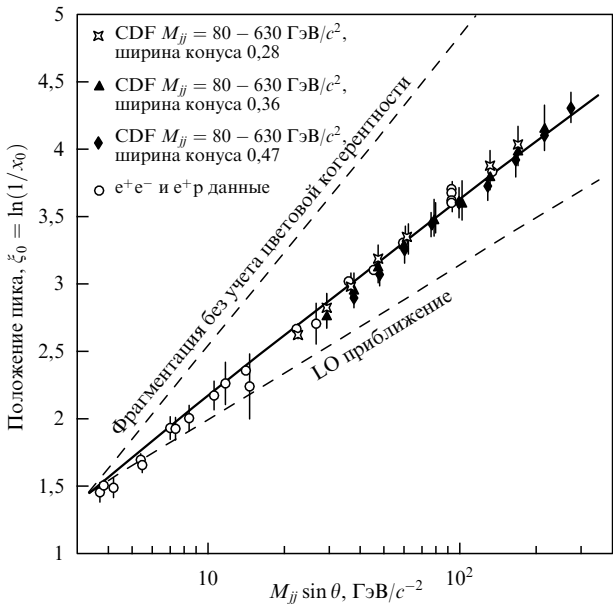


Рис. 7. Положение пика экспериментального инклюзивного распределения в функции массы двух струй сопоставлено с NLO предсказаниями (центральная кривая проведена при подгонке только по данным CDF коллаборации). Предсказания низшего порядка (LO) указаны линией внизу, а ожидаемое поведение в отсутствие когерентности — кривой сверху.

3.5. Различие между струями, вызванными тяжелыми и легкими кварками

Другим наглядным предсказанием КХД является отличие спектров и множественностей в струях, инициированных тяжелыми и легкими кварками. На качественном уровне это соответствует различию в тормозном излучении мюонов и электронов. Испускание фотонов на малые углы сильно подавлено у мюонов по сравнению с электронами из-за большой массы в пропагаторе мюонов. Поэтому интенсивность их излучения ниже в отношении квадратов масс. Подавление излучения фотонов

на малые углы предлагалось использовать [99] и для топ-кварков, где оно особенно сильно из-за большой массы кварка. Однако по той же причине интенсивность излучения будет очень низкой.

Когерентность мягких глюонов также играет важную роль в КХД. Для тяжелых кварков сопровождающее их излучение глюонов должно быть подавлено сильнее вблизи направления вперед (так называемый мертвый конус, или кольцевое излучение), хотя на больших углах различия в излучении глюонов тяжелыми и легкими кварками практически нет. Несмотря на близкую аналогию, имеется и заметное отличие квантовой хромодинамики от квантовой электродинамики, связанное с тем, что у глюонов есть самодействие, тогда как у фотонов такого точечного взаимодействия друг с другом нет.

Было предсказано [94, 100, 101], что из-за когерентности мягких глюонов должна возникнуть не зависящая от энергии разница в средних множественностях сопровождающей адронной компоненты в событиях, вызванных тяжелыми и легкими кварками при одинаковой энергии. Сопровождающая адронная множественность тяжелого кварка определяется как полная множественность вызванной им струи за вычетом постоянной множественности n^{dc} при его распаде в системе покоя (равной $11,0 \pm 0,2$ для b-кварка и $5,2 \pm 0,3$ для c-кварка). Соответственная разница в полных средних множественностях n записывается в виде

$$n_{QQ}(E) - n_{q\bar{q}}(E) = n_{QQ}^{dc}(M) - n_{q\bar{q}}(\sqrt{\epsilon}M) [1 + O(\alpha_s(M))]. \tag{36}$$

Здесь q, Q обозначают соответственно легкий и тяжелый кварки, E — их энергии, M — масса тяжелого кварка, $\sqrt{\epsilon} \approx 1,65$. Наивная модель простого пересчета шкалы энергий [102, 103] предсказывает уменьшение этой разницы с ростом энергии. Экспериментальные данные (см. рис. 8 из работы [104]) по сопоставлению множественно-

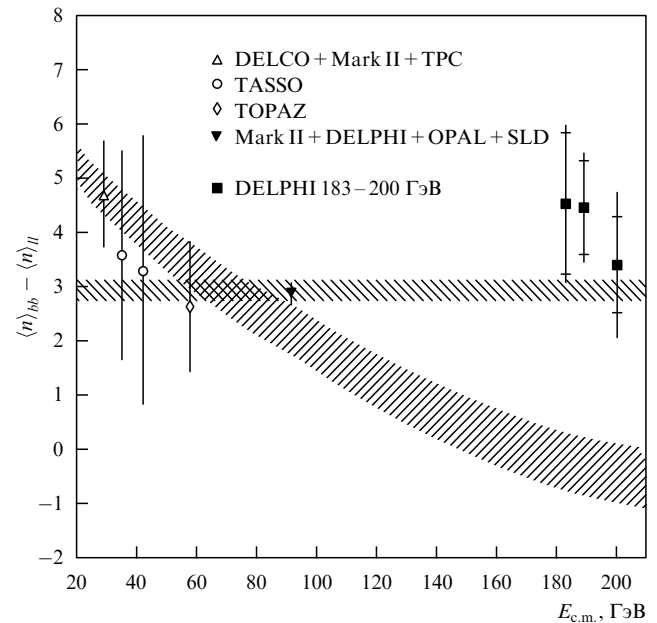


Рис. 8. Разница между средними множественностями заряженных частиц в событиях с b- и (u, d, s)-кварками как функция от энергии. Показаны предсказания КХД (горизонтальная полоса) и модели с простым изменением шкалы энергий (спадающая полоса).

сти адронов в струях, инициированных легкими (u, d, s) и тяжелыми (b, c) кварками, свидетельствуют в пользу КХД.

Другим следствием такого различия является эффект лидирования для тяжелых кварков, т.е. сохранения ими достаточно большой доли первичного импульса в процессе испускания ими глюонов. Это связано с тем, что подавлено излучение жестких глюонов с малыми поперечными импульсами, а следовательно, и потери энергии тяжелым кварком. Такой эффект в e^+e^- -аннигиляции также наблюдался [105]. Инклюзивные спектры b -кварковой струи при энергии Z^0 имеют максимум при $x_Q \approx 0,8 - 0,9$. В адронных процессах этот эффект использовался ранее для объяснения явления "длинно-пробежных лавин" в космических лучах при энергии около 100 ТэВ [106]. В результате был получен вывод о сильном росте сечения рождения тяжелых кварков в интервале энергий до 100 ТэВ, находящий сейчас свое непосредственное экспериментальное подтверждение.

Замечено было [107] и то, что импульсные спектры в b -струях значительно мягче, чем в струях, вызванных легкими кварками, как это и предсказывается в КХД [94] при учете когерентности.

Относительно разницы в угловом распределении глюонов, излученных первичными тяжелым и легким кварками, лежащей в основе этих эффектов, имеются лишь предварительные результаты [108, 104], поддерживающие предсказания КХД. Большой фон за счет распадных процессов затрудняет выделение кольцевой структуры углового распределения.

Отметим, что в адронных процессах кольцевая структура может наблюдаться и в распределении по полярному углу излучения струй, т.е. партонов, их инициирующих, если ограничена длина излучения или имеет место глюонный черенковский эффект [109, 110], что в "операционалистском" смысле соответствует появлению эффективной массы.

3.6. Цветовая когерентность в трехструйных событиях

Когда в процессе сильного взаимодействия участвуют три или более партонов, необходимо учитывать интерференционные эффекты цветовой когерентности. Они зависят от топологии события и, естественно, усиливаются при уменьшении угла между двумя струями [58]. Например, в случае цветных зарядов, летящих достаточно близко один от другого, надо рассматривать их взаимную экранировку, приводящую к тому, что для "разрешения" такой пары необходим довольно "жесткий пробник". Мягкие пробники будут чувствовать только суммарный цветовой заряд пары. Из-за этого, в частности, появляется "цветовая прозрачность" такой пары при ее прохождении через адронную среду. В электродинамике подобный эффект взаимной экранировки электрического заряда проявляется у летящих под малым углом электрона и позитрона, пока они не разойдутся на достаточно большое расстояние. Он известен под названием эффекта Чудакова [111].

В уравнениях для производящих функционалов надо учесть те корреляции между струями, которые появляются при рассмотрении фейнмановских диаграмм. Однако вероятностная интерпретация в рамках уравнений (5), (6) в некотором приближении может оказаться несправедливой для таких эффектов. Поэтому для изучения эффектов цветовой когерентности предпоч-

тительно работать непосредственно с диаграммами Фейнмана.

Несколько таких КХД эффектов уже были наблюдаемы. В частности, полную множественность нельзя представить в виде простой суммы потоков от независимых партонов. В терминах наблюдаемой множественности $n_{e^+e^-}$ в процессах аннигиляции множественность в трехструйном событии $n_{q\bar{q}g}$ можно записать [7] в виде

$$n_{q\bar{q}g} = [n_{e^+e^-}(2E_q) + 0,5r(p_t)n_{e^+e^-}(p_t)](1 + O(\alpha_s)), \quad (37)$$

где E_q — энергия кварка и p_t — поперечный импульс глюона в системе центра масс $q\bar{q}$. Отношение множественностей в глюонной и кварковой струях r берется при энергии, равной поперечному импульсу глюона, который в свою очередь связан с виртуальностью испускающего его кварка. Отсюда видно появление двух масштабов в трехструйных процессах. Проверка формулы (37) показала [112, 113], что она справедлива при больших углах между струями.

КХД предсказывает, что потоки частиц должны быть повышенными в направлении испущенных партонов и пониженными в промежутках между ними. Особенно интересным представляется предсказание о том, что из-за отрицательной интерференции это подавление должно быть сильнее между $q\bar{q}$ -парой, нежели между gq и $g\bar{q}$ в жестком процессе $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$, когда все углы между партонами достаточно велики. Это явление известно как эффект "струны" (string [114]) или "вытягивания" (drag [115]). Все эти предсказания были подтверждены на опыте (рис. 9 из работы [116]). В событиях $q\bar{q}g$ число частиц в промежутке qg оказалось на опыте больше, чем в интервале $q\bar{q}$, в $2,23 \pm 0,37$ раза, что можно сопоставить с теоретическим предсказанием 2,4. Более того, из КХД следует, что наблюдаемая форма не должна изменяться с ростом энергии, а будет меняться лишь общая нормировка.

Отметим, что в случае процесса $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ испускание дополнительных фотонов было бы подавлено как в направлении первичного фотона, так и в противоположном ему. В отличие от этого, в случае излучения глюона мы наблюдаем эффект струны (вытягивания) с увеличенной множественностью в его направлении и более сильное подавление в противоположном. Это подавление характеризуется отношением соответствующих множественностей в области $q\bar{q}$

$$R_\gamma = \frac{n_{q\bar{q}}(q\bar{q}g)}{n_{q\bar{q}}(q\bar{q}\gamma)}, \quad (38)$$

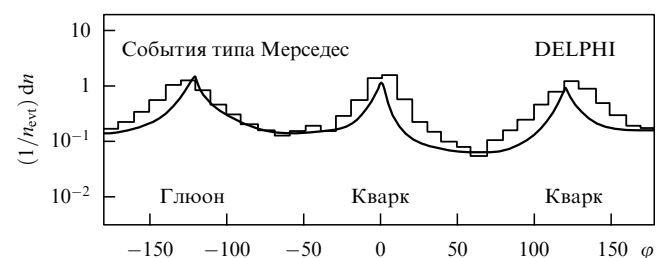


Рис. 9. Потоки заряженных частиц в трехструйных событиях (гистограмма) сопоставлены с предсказаниями аналитической КХД (сплошная кривая) в функции от угла вылета струй.

которое оказывается равным $0,58 \pm 0,06$ на опыте при теоретическом предсказании 0,61.

Цветовая когерентность проявляет себя как внутри струй, так и между ними. Она должна подавлять полную множественность в событиях $q\bar{q}g$, а также выход частиц в поперечном направлении по отношению к $q\bar{q}g$ плоскости при уменьшении угла раствора между низкоэнергичными струями. По мере того, как жесткий глюон теряет энергию, цветовая когерентность начинает определять, например, азимутальные корреляции двух глюонов в четырехструйной системе $q\bar{q}gg$. В частности, конфигурация с разлетом в противоположных направлениях ($\varphi \sim 180^\circ$) подавлена множителем $\sim 0,785$ согласно экспериментальным данным, тогда как монте-карловская модель HERWIG дает оценку 0,8, а аналитическая КХД приводит число 0,9.

Еще раз подчеркнем, что цветовая когерентность определяет зависимость свойств струй от их топологии, предопределяемой теоретически партонными диаграммами. Интерференция между глюонами, испущенными $q\bar{q}$ -парами, не связанными по цвету, подавлена множителем $1/N_c^2$. Эта интерференция не учитывается в моделях, использующих метод Монте-Карло. Поэтому успех этих моделей в описании экспериментальных данных свидетельствует в пользу ее малости.

Тем не менее малые эффекты, подавленные по цвету, т.е. исчезающие в теории при $N_c \rightarrow \infty$, могут оказаться на самом деле важными для обнаружения различия между аналитическим диаграммным подходом в КХД и строго вероятностными схемами Монте-Карло [117]. Изучение индивидуальных событий с большой множественностью может оказаться решающим для получения определенных выводов. Наиболее важный урок, извлекаемый из соответствия теории и эксперимента, в данном случае состоит в том, что цветовая когерентность партонов приводит к явлениям, наблюдаемым на уровне адронов, а не подавляется на этапе адронизации. Распределения адронов зависят от топологии партонного этапа с жесткими цветными объектами, что дает дополнительное оправдание гипотезе локальной партон-адронной дуальности.

Были выдвинуты предложения о модификации формулы (37) с более точным учетом фазового объема и о специальном двумерном (по энергии и поперечному импульсу) анализе трехструйных событий при наложении определенных условий на поперечный импульс глюонной струи [58, 61, 62]. Это отвечает одновременному анализу по энергии и виртуальности рожденных вначале кварка и антикварка. Первая апробация этого предложения [118] показала правомочность такой модификации. Она связана с решением проблемы однозначного отбора трехструйных событий по кинематике на партонном уровне и четкого выделения в них глюонной струи. В общем случае выделение струй может приводить к ошибкам, поскольку сам отбор событий вносит ошибки в их множественности. Свойства струй зависят от двух переменных — поперечного импульса и доступной области быстрот. Для сравнения с теорией необходимо получать данные, соответствующие теоретическим определениям струй. Для глюонных струй такие данные были получены недавно в уже обсуждавшейся работе [63], в которой была использована следующая формула:

$$n_{gg}(p_t) = 2[n_{q\bar{q}g}(s, p_t) - n_{q\bar{q}}(s, p_t)], \quad (39)$$

где поперечный импульс глюона задавался формулой

$$p_t^2 s = s_{qg} s_{\bar{q}g} \quad (40)$$

и s_{ig} — квадрат энергии системы ig в ее системе покоя. Эта множественность зависит от одной переменной, тогда как в разности справа каждый член зависит и от энергии. Это означает, что при правильном определении зависимости от алгоритма отбора струйных событий исчезает. Именно учет зависимости от обрезания по поперечному импульсу, ниже которого глюонная струя не наблюдается и система рассматривается как $q\bar{q}$ -пара, приводит в результате к независимости множественности глюонной струи от принятого алгоритма выделения струй.

Отметим, что быстрая расходимость ряда теории возмущений с ростом порядка n типа $n!$, связываемая с понятием о ренормалонах [119], приводит к большим непертурбативным поправкам. Эта расходимость была отмечена выше в виде появления $q\bar{q}$ в качестве параметра разложения при высоких моментах распределения. Остановимся кратко на непертурбативных поправках к форме событий (в частности, трехструйных). Именно здесь они оказываются особенно заметными и при этом имеется много экспериментальных данных. В отличие от логарифмических зависимостей пертурбативного подхода, непертурбативные поправки падают с ростом передаваемого импульса степенным образом. Они могут быть записаны для разных величин v_i универсальным способом в виде [46, 120]

$$\delta v_i \propto c_i \left(\frac{A_{\text{eff}}(p)}{Q^2} \right)^p, \quad (41)$$

где параметр A_{eff} не зависит от рассматриваемой характеристики формы струи v_i , в качестве которой выбираются, например, такие величины, как масса струи, траст, уширение струи и т.п. Величины c_i вычисляются теоретически [120].

Несмотря на успехи такого подхода в более точном описании экспериментальных данных, здесь имеется много нерешенных проблем. В частности, не ясно, на каком порядке надо обрывать ряд модифицированной теории возмущений и "пришивать" к нему степенные поправки, какова относительная роль поправок с увеличивающимися значениями p при уменьшении Q^2 и где вообще должно происходить насыщение (выполживание) такого поведения (41) при малых передачах импульса. Более того, недавно было высказано предложение [121] использовать ренормгрупповое улучшение пертурбативного ряда и было показано, что такое улучшение приводит к очень хорошему описанию экспериментальных данных.

Данные, полученные о струях в ep и $p\bar{p}$ процессах, также свидетельствуют в пользу теоретических ожиданий о роли эффектов когерентности при излучении мягких глюонов, хотя анализ и усложняется наличием внутренней структуры у сталкивающихся частиц. Особый интерес с точки зрения теории [122] представляют данные [123] о топологии $p\bar{p}$ -событий с рождением W -мезона и кварковой или глюонной струи либо с рождением двух адронных струй [83, 124].

3.7. Перемежаемость и фрактальность

Самоподобие партонного каскада приводит к специфическим многопартонным корреляциям. Его строение типа "струя внутри струи внутри струи...", обусловленное

угловым упорядочением, вызвало ассоциации с турбулентностью ("вихрь внутри вихря внутри вихря ...") и использованием идеи перемежаемости [125], согласно которой увеличение флуктуаций при уменьшении изучаемого фазового объема (например, интервала быстрот δy) должно вызывать рост факториальных моментов по степенному закону

$$F_q \propto (\delta y)^{-\varphi(q)}. \quad (42)$$

В свою очередь такая самоподобная структура партонного ливня должна приводить к определенной геометрической картине — фрактальному распределению частиц в доступном им фазовом пространстве [126]. Понятие о фрактальности позволяет приписать четкие количественные характеристики процессу, связанные с его фрактальными или мультифрактальными (Реньи) размерностями. Особенно важным представляется тот факт, что геометрические размерности оказываются связанными с физической характеристикой — показателем перемежаемости $\varphi(q)$, т.е. со скоростью роста факториальных моментов в дважды логарифмическом масштабе (см. уравнение (42)). Наклоны кривых (показатели перемежаемости) $\varphi(q)$ при разных рангах q связаны с размерностями Реньи D_q следующим образом:

$$\varphi(q) = (q-1)(D - D_q), \quad (43)$$

где D — топологическая размерность анализируемых окон (например, $D = 1$, если изучается поведение факториальных моментов только в функции от длины исследуемого интервала быстрот).

Для вычисления этих характеристик обычно используется диаграммный подход, аналогично тому, как это описывалось выше при обсуждении эффектов цветовой когерентности. Дело в том, что теперь приходится иметь дело лишь с малой частью из полного числа партонов, попадающей в данный малый интервал фазового объема. Фрактальное поведение можно обнаружить по зависимости логарифма факториальных моментов в функции от логарифма размера наблюдаемой области фазового объема. Моменты растут линейно (в дважды логарифмическом масштабе) с уменьшением фазового окна, т.е. флуктуации усиливаются в малых окнах самоподобным степенным образом, если изучается (моно)фрактальное поведение (см. обзорную статью [127]).

В КХД такое степенное поведение моментов в функции от размера окна появляется в режиме с фиксированной константой связи [41]. При фиксированной константе связи имеет место монофрактальность с постоянной размерностью Реньи, равной

$$D_q = \frac{q+1}{q} \gamma_0, \quad (44)$$

и соответственно постоянство наклона $\varphi(q) = \text{const}$ при данном ранге q .

Наличие масштаба в бегущей константе связи приводит к отклонениям от самоподобного (монофрактального) поведения. В случае бегущей константы связи в КХД этот рост выполаживается [128–130] при малых окнах, т.е. начинает проявлять себя мультифрактальное поведение.

На эксперименте отмечен как линейный рост (в дважды логарифмической шкале) при уменьшающихся, но еще сравнительно больших интервалах, так и его

выполаживание на малых интервалах (см. рис. 10 из статьи [131]). Однако можно говорить лишь о качественном согласии с аналитическими предсказаниями. Расчеты в высших порядках весьма сложны, и потому в основном пока ограничиваются только лидирующим приближением либо учетом простейших вкладов следующего приближения. В то же время на опыте приходится делать некоторые обрезания, которые усложняют непосредственное сравнение. Однако модели Монте-Карло, в которых аналогичные обрезания можно проделать, согласуются с экспериментом лучше. Относительная роль партонного этапа развития ливня и адронизации в формировании такой картины, а также применимость гипотезы локальной партон-адронной дуальности к корреляционным характеристикам процессов интенсивно обсуждаются.

Наглядная интерпретация наблюдаемого эффекта в терминах фрактального фазового объема была предложена в лундской дипольной каскадной модели [132, 133].

3.8. Зависимость высших моментов распределений по множественности от энергии

Дифференцируя обе части уравнений (5), (6) по u и используя формулы (26), (27), можно получить уравнения для моментов распределений по множественности любого ранга. Их решения дадут сведения о флуктуациях множественности. Оказывается, что флуктуации множественности в отдельных событиях должны быть больше при испускании кварковых струй по сравнению с глюонными струями, т.е. моменты распределений в кварковых струях выше моментов в глюонных струях. Эта тенденция отмечена и в экспериментальных данных [116]. Факториальные моменты растут как с увеличением их ранга, так и с ростом энергии. В пертурбативных разложениях получаются выражения [134], аналогичные формуле (21) для r , и рост с энергией также определяется уменьшением γ_0 . Соответствующие коэффициенты перед членами типа γ_0^n вычислены в [134]. По упомянутому выше поведению H_q -моментов нетрудно догадаться, что кумулянтные моменты ведут себя подобным, но несколько отличным образом.

Экспериментальные результаты для факториальных моментов второго ранга у глюонных струй с энергией 41,8 ГэВ $F_2^G = 1,023$ и у кварковых uds струй при 45,6 ГэВ $F_2^F = 1,082$ намного меньше асимптотических ожиданий, известных уже довольно давно (см., например, [1]) и равных соответственно 1,33 и 1,75. Ситуация с описанием экспериментальных значений улучшается в NLO приближении по сравнению с результатами в лидирующем порядке. Если принять эффективную величину α_S , усредненную по всем энергиям партонов в процессе их эволюции в струе, равной $\alpha_S \approx 0,2$, то получаются [134] такие NLO результаты при этих энергиях $F_2^G \approx 1,039$ и $F_2^F \approx 1,068$, которые довольно близки к экспериментальным значениям. С этой оговоркой можно сказать, что NLO предсказания описывают ширины распределений по множественности в кварковых и глюонных струях при энергии Z^0 с точностью около 10 %.

К сожалению, 2NLO и 3NLO члены ухудшают согласие с данными по сравнению с NLO (но не с LO) результатами [134]. Тот же вывод получается и для высших моментов. В связи с этим возникает общая теоретическая проблема сходимости разложения по теории возмущений при довольно большом параметре

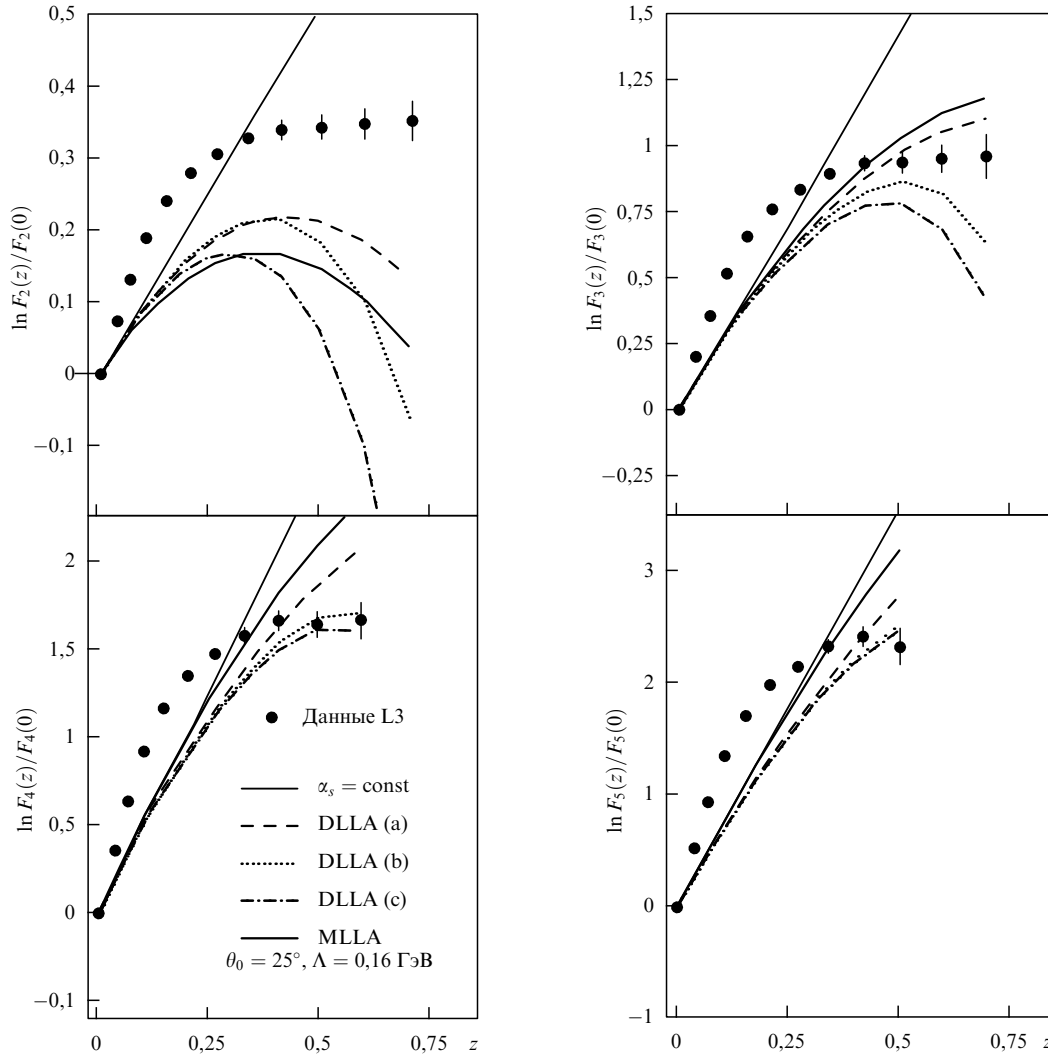


Рис. 10. Нормированные факториальные моменты разных рангов как функции шкалы (размера фазового окна, уменьшающегося вправо по оси абсцисс). Разные аналитические аппроксимации сопоставлены с данными эксперимента; LO приближение (DLLA): (а) — работа [128], (б) — [130], (с) — [129]; NLO приближение (MLLA) — [128]. Видно качественное согласие в общих закономерностях, но количественного совпадения пока не достигнуто.

разложения $g\gamma$, о чем уже упоминалось выше. Кроме того, не привели пока к успеху и попытки учесть аналитически более точно границу между пертурбативной и непертурбативной областями и законы сохранения в рамках модифицированных уравнений эволюции для высших моментов [53]. Вместе с тем замечательным фактом представляется то, что численные компьютерные решения КХД уравнений [73] приводят к достаточно хорошему описанию данных и о высших моментах. Это показывает, что неудачи аналитического подхода для высших моментов в основном связаны с техническими проблемами, обусловленными неадекватным учетом мягких глюонов и законов сохранения. Такой вывод поддерживается и успехом модели Монте-Карло ARIADNE [135] в описании этих характеристик.

В настоящее время имеются достаточно точные экспериментальные сведения о моментах распределений отсепарированных глюонных струй [136] вплоть до ранга 5, а в случае кварковых струй [87] даже до ранга 17, поскольку точность измерения распределения по множественности в них заметно выше из-за большой статистики данных.

Высшие моменты распределений по множественности являются интегралами от корреляционных функций партонов внутри струи, зависящих от их угловых распределений. Эти угловые корреляции также изучались [137]. Сопоставление с экспериментальными данными [138, 139] показывает, что согласие улучшается по мере роста энергии, хотя при малых углах оно все еще неудовлетворительное. Рассматривались и "инфракрасно" стабильные корреляции потоков энергии и множественности (см., например, [140, 141]), которые не требуют определения оси струи, как в случае угловых корреляций, где точность этого определения существенно сказывается на корреляциях при малых углах.

В случае фиксированной константы связи уравнения решаются точно [41, 42], и их решения как функции энергии обладают свойством масштабной инвариантности (скейлинга). Все моменты ведут себя степенным образом с изменением энергии.

В конце раздела сделаем также два небольших технических замечания. Все аналитические выражения должны удовлетворять требованиям предельного перехода к суперсимметричной КХД (более подробное обсуждение

этого вопроса и соответствующие формулы для коэффициентов a_i и r_i из таблицы см. в работе [72]). Факториальные моменты любого ранга всегда положительны согласно их определению. Эти два требования являются необходимыми, но, конечно, отнюдь не достаточными условиями правильности вычислений. Так, моменты, полученные в работе [78], не удовлетворяют второму условию. В то же время коэффициент r_2 , вычисленный в работе [77], проходит проверку суперсимметричной КХД (как и аналогичный, но численно отличающийся коэффициент в работе [72]), однако использованный в [77] метод ренормализационной группы не учитывает полностью законов сохранения и приводит к заниженному числовому значению этого коэффициента.

3.9. Множественности подструй

В процессе e^+e^- -аннигиляции рождается сначала только одна пара кварка и антикварка. При плохом угловом разрешении (т.е. при усреднении по большому углу) наблюдаются две струи. Если кварк или антикварк испускают глюон с большим поперечным импульсом, то ясно видны три струи. Однако такой процесс подавлен дополнительным множителем α_S , малым при больших поперечных импульсах. Такой процесс рассчитывают в рамках теории возмущений. В то же время при относительно малых передаваемых импульсах струи превращаются в систему подструй, упорядоченных по поперечным импульсам ("струя внутри струи внутри струи..."). Были предложены различные алгоритмы выделения таких подструй. Улучшая разрешение (т.е. выделяя все меньшие угловые интервалы), можно наблюдать все больше и больше струй. При очень высоком разрешении естественно будут определяться уже индивидуально конечные частицы. Критерии разрешения выбираются таким образом, чтобы результаты не зависели от инфракрасного обрезания (см., например, работы [64, 142–146]).

В частности, можно предсказать асимптотическую величину отношения множественности подструй в трех- и двухструйных событиях, если пренебречь цветовой когерентностью:

$$\frac{n_3^{s_j}}{n_2^{s_j}} = \frac{2C_F + C_A}{2C_F} = \frac{17}{8}. \quad (45)$$

На самом деле когерентность понижает на эксперименте эту величину до значений, меньших 1,5, при всех применимых параметрах разрешения. Теоретические результаты [70] количественно согласуются с экспериментом при низком разрешении, где это отношение равно 3/2, и только на качественном уровне — при более высоких разрешениях [147, 148]. Компьютерные расчеты [73, 74] приводят к хорошему согласию теории и эксперимента при разных параметрах разрешения, что подчеркивает важность точного учета законов сохранения.

Множественности подструй изучались и в наборах отсепарированных кварковых и глюонных струй. Аналитические расчеты [149] хорошо описывают экспериментальные данные при довольно больших значениях параметра разрешения y_0 , как это видно из рис. 11, приведенного в статье [150].

3.10. Универсальность струй

Согласно КХД, струи, рожденные в процессах столкновения разных частиц, должны быть универсальными и

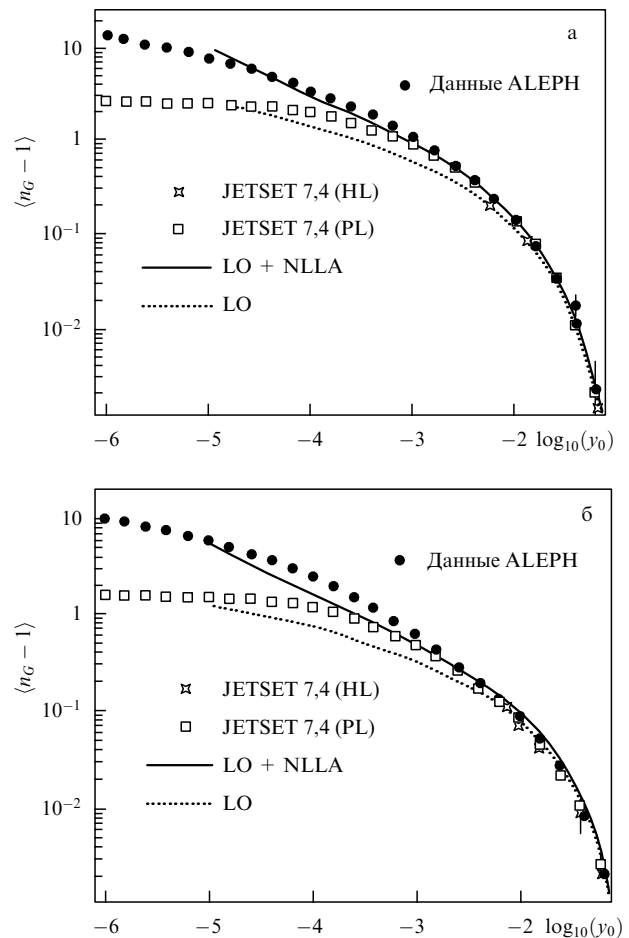


Рис. 11. Множественности подструй в отсепарированных глюонных (а) и кварковых (б) струях в зависимости от параметра разрешения y_0 сравниваются с аналитическими результатами и с предсказаниями модели Монте-Карло JETSET для адронов (HL) и партонов (PL).

зависеть только от их собственного прародителя (глюона, легкого или тяжелого кварка). Это предсказание нашло свое подтверждение во многих экспериментах. Например, это проявляет себя в совпадении множественностей во фрагментационной области в системе Брейта ер-соударений с соответствующими множественностями в e^+e^- -процессах при высоких энергиях (см. [151]). В этом обзоре универсальность струй уже упоминалась в нескольких разделах и демонстрировалась на рис. 7. Поэтому мы не будем обсуждать ее здесь более подробно, а лишь еще раз подчеркнем важность и нетривиальность такого предсказания. Вместе с тем заметим, что универсальность свойств рождающихся струй отнюдь не означает универсальности механизмов их рождения в различных процессах.

4. Заключение и перспективы

Список успешных предсказаний аналитической КХД можно было бы расширить. Выше было продемонстрировано, что квантовая хромодинамика уже предсказала многие яркие качественно новые характеристики сравнительно мягких процессов. На количественном уровне аналитические результаты показывают, что поправка следующего (NLO) порядка за асимптотическими (LO) предсказаниями всегда стремится улучшить согласие с

экспериментом. Достигаемая при этом точность чаще всего оказывается выше 20 % или даже 10 %, что само по себе представляется замечательным фактом, если принять во внимание, что параметр разложения по теории возмущений довольно большой. Некоторые характеристики оказываются весьма чувствительными к поправкам еще более высокого порядка, и их надо внимательно изучить. Впечатляющий успех численных решений на компьютерах и разработанных монте-карловских схем демонстрирует важность правильного учета границы между пертурбативным и непертурбативным режимами, которая в аналитическом подходе учитывается приближенно с помощью параметра обрезания Q_0 и граници интегрирования. Можно ожидать, что чисто пертурбативное описание окажется дуальным сумме по всем возможным адронным возбуждениям. В то же время соотношение между партономным этапом развития каскада и адронизацией не всегда однозначно определено на количественном уровне и требует дальнейшего рассмотрения и выработки единой точки зрения. В частности, оно проявляет себя по-разному не только при сопоставлении аналитических результатов с выводами моделей Монте-Карло, но даже и в различных схемах Монте-Карло.

Новая эра изучения процессов множественного рождения частиц открывается с поэтапным вводом в действие новых ускорителей RHIC, LHC, TESLA, NLC, JLC, CLIC. Мы приближаемся к асимптотической области¹³, хотя переход к асимптотическим закономерностям будет, видимо, очень медленным, поскольку предсказываемые зависимости физических величин от энергии очень слабые. Тем не менее некоторые предсказания уже различаются в разных теоретических приближениях и монте-карловских схемах и будут доступны проверке при этих энергиях, что позволит провести различие между ними. Качественные указания КХД свидетельствуют в пользу подхода к асимптотической области, где пертурбативные оценки становятся более точными.

Сильно вырастут средние множественности. Уже сейчас в соударениях ядер золота по золоту при энергии в системе центра масс 130 ГэВ на нуклон в RHIC средняя множественность заряженных частиц превышает 4000. Это показывает, что становится возможным пособытийный анализ различных структур, образуемых частицами в доступном фазовом пространстве. На его основе можно будет провести более подробную классификацию процессов множественного рождения, нежели, скажем, простейшее разбиение на дифракционные и недифракционные события, принятое сейчас в адронных взаимодействиях. Изучение топологии отдельных событий приведет к более богатой информации о динамике

процесса по сравнению с результатами измерений усредненных по всем событиям характеристик. Полученные сведения можно будет сравнить с эксклюзивными расчетами в рамках монте-карловских схем. Поиски суперсимметричных партнеров известных частиц, хиггсов, новых состояний вещества, новых коллективных и интерференционных эффектов, а также физика струй и мини-струй, несомненно, будут одними из важнейших направлений исследования.

Станет доступным более детальное изучение малых эффектов цветового подавления, где проявляется различие между пертурбативной КХД и монте-карловскими расчетами в отношении топологии событий, свойств мини-струй и кластеров (с переходом от притяжения к отталкиванию), других коллективных эффектов типа эллиптического потока (и даже высших фурье-компонент разложения азимутального распределения в отдельном событии), возможной азимутальной асимметрии угла раствора для индивидуальных струй, кольцевых событий как возможного проявления эффекта удержания и/или испускания "черенковских" глюонов, дальнейшей проверки разницы в излучении глюонов легкими и тяжелыми кварками (в частности, отличия в угловом распределении излучения в этих двух случаях) и т.п.

Принципиально важным станет исследование многочастичных корреляций. Использование традиционных формул для корреляторов затруднено из-за большого числа переменных, от которых эти корреляторы зависят. Несмотря на кажущуюся громоздкость, анализ экспериментальных эксклюзивных данных в индивидуальных событиях можно сделать доступным, количественным локально и статистически обеспеченным с использованием математического аппарата вейвлетов (которые иногда характеризуют как "математический микроскоп") для распознавания образов в фазовом пространстве данного события [152]. С помощью вейвлетов можно локально и в компактной форме выделять корреляции на разных уровнях — от короткодействующих до дальних корреляций. В принципе, распределения вейвлет-коэффициентов могут заменить сложные выражения для многочастичных корреляторов.

В то же время интригующие данные, полученные в космических лучах [153], говорят о том, что можно ожидать новых явлений во фрагментационной области адронных (и ядерных) взаимодействий, изучению которой в ускорительных экспериментах, к сожалению, пока уделяется мало внимания, поскольку большинство детекторов приспособлены для центральной области быстрот. В частности, интересно будет изучить поведение с энергией соотношения между барионной, мезонной и фотонной компонентами в множественном рождении частиц.

Возможно, новые эффекты могут ожидать нас и при взаимодействии сильных электромагнитных полей двух сталкивающихся с большой энергией ядер, обладающих очень большим зарядом, а также при прохождении частиц и ядер через интенсивные лазерные поля [154].

Конечно, по мере продвижения в область все более высоких энергий сопоставление предсказаний КХД с данными эксперимента будет определяющим и при поисках возможных новых состояний вещества. При этом важно будет отделить сигналы о новой физике от обычных сведений, описываемых в рамках квантовой хромодинамики.

¹³ Позволю себе сделать здесь небольшое историческое и лирическое отступление. Примерно 45 лет тому назад руководитель моей дипломной работы И.Я. Померанчук сказал мне, что с вводом в действие ускорителя в Дубне на 10 ГэВ мы уже вступаем в асимптотическую область, поскольку $10 \gg 1$. (Под 1 он имел в виду массу нуклона.) Возможно, что наши современные ощущения не более надежны, хотя и подтверждаются современным пониманием КХД. Однако возможные эффекты высокой партоновой плотности и нелинейности взаимодействий, пока не поддающиеся детальному изучению, могут изменить ситуацию при высоких энергиях кардинальным образом.

Благодарности. Я глубоко благодарен всем, с кем мне довелось работать над затронутыми в обзоре проблемами, а также авторам тех многочисленных статей, которые зачастую стимулировали эту деятельность. Особая благодарность А.Б. Кайдалову и В.А. Хозе за замечания по содержанию статьи.

Я рад, что этот номер *УФН* появится к 90-летию Евгения Львовича Фейнберга, и пользуюсь возможностью еще раз поблагодарить его и пожелать здоровья и успехов.

Работа поддержана грантами РФФИ 00-02-16101 и 02-02-16779.

Список литературы

1. Андреев И В *Хромодинамика и жесткие процессы при высоких энергиях* (М.: Наука, 1981)
2. Иоффе Б Л, Липатов Л Н, Хозе В А *Глубоконеупругие процессы* (М.: Энергоатомиздат, 1983)
3. Ynduráin F J *Quantum Chromodynamics: An Introduction to the Theory of Quarks and Gluons* (New York: Springer-Verlag, 1983)
4. Волошин М Б, Тер-Мартirosян К А *Теория калибровочных взаимодействий элементарных частиц* (М.: Энергоатомиздат, 1984)
5. Dokshitzer Yu L et al. *Basics of Perturbative QCD* (Ed. J Tran Thanh Van) (Gif-sur-Yvette: Editions Frontières, 1991)
6. Дремин И М *УФН* **164** 785 (1994)
7. Khoze V A, Ochs W *Int. J. Mod. Phys. A* **12** 2949 (1997)
8. Dremmin I M, Gary J W *Phys. Rep.* **349** 301 (2001)
9. Khoze V A, Ochs W, Wosiek J, in *At the Frontier of Particle Physics: Handbook of QCD. Boris Joffe Festschrift* Vol. 2 (Ed. M Shifman) (Singapore: World Scientific, 2001) p. 1101
10. Stirling W J J. *Phys. G Nucl. Partic.* **26** 471 (2000)
11. Gribov L V, Levin E M, Ryskin M G *Phys. Rep.* **100** 1 (1983)
12. Levin E M, Ryskin M G *Phys. Rep.* **189** 267 (1990)
13. Lipatov L N *Phys. Rep.* **286** 131 (1997)
14. Frankfurt L L, Strikman M I *Phys. Rep.* **160** 235 (1988)
15. Wang X-N *Phys. Rep.* **280** 287 (1997)
16. Schmidt C R, in *Proc. of the 5th Intern. Symp. on Radiative Corrections: RADCOR 2000, Carmel, CA, USA, 2000* (Ed. H E Haber) (2001); hep-ph/0106181
17. Andersson B et al. *Phys. Rep.* **97** 31 (1983)
18. Marchesini G, Webber B *Nucl. Phys. B* **238** 1 (1984); **310** 461 (1988)
19. Marchesini G et al. *Comput. Phys. Commun.* **43** 465 (1992)
20. Azimov Ya I et al. *Z. Phys. C* **27** 65 (1985); **31** 213 (1986)
21. Amati D, Veneziano G *Phys. Lett. B* **83** 87 (1979)
22. Bassetto A, Ciafaloni M, Marchesini G *Phys. Lett. B* **83** 207 (1979)
23. Marchesini G, Trentadue L, Veneziano G *Nucl. Phys. B* **181** 335 (1981)
24. Konishi K, Ukawa A, Veneziano G *Nucl. Phys. B* **157** 45 (1979)
25. Mueller A H *Nucl. Phys. B* **213** 85 (1983); Erratum: **241** 141 (1984)
26. Грибов В Н, Липатов Л Н *ЯФ* **15** 1218 (1972)
27. Altarelli G, Parisi G *Nucl. Phys. B* **126** 298 (1977)
28. Докшицер Ю Л *ЖЭТФ* **73** 1216 (1977)
29. Липатов Л Н *ЯФ* **23** 642 (1976)
30. Кураев Э А, Липатов Л Н, Фадин В С *ЖЭТФ* **72** 377 (1977)
31. Балицкий Я Я, Липатов Л Н *ЯФ* **28** 1597 (1978)
32. Ciafaloni M *Nucl. Phys. B* **296** 49 (1988); Catani S, Fiorani F, Marchesini G *Phys. Lett. B* **234** 339 (1990); *Nucl. Phys. B* **336** 18 (1990)
33. Gustafson G, in *Proc. of the 30th Intern. Symp. on Multiparticle Dynamics, Tihany, Hungary, 9–15 Oct. 2000* (Eds T Csörgö, S Hegyi, W Kittel) (Singapore: World Scientific, 2001) p. 42; *Proc. of the XXXI Intern. Symp. on Multiparticle Dynamics, Datong, China, 1–7 Sept. 2001* (Eds L Liu, Y Wu) (Singapore: World Scientific, 2002) (to be published); hep-ph/0111451
34. Lipatov L N *Phys. B Proc. Suppl.* **99** 175 (2001)
35. de Vega H J, Lipatov L N *Phys. Rev. D* **64** 114019 (2001); hep-ph/0107225
36. McLerran L, Venugopalan R *Phys. Rev. D* **49** 3352 (1994)
37. Jalilian-Marian J et al. *Nucl. Phys. B* **504** 415 (1997)
38. Leonidov A, in *Quantization, Gauge Theory, and Strings: Proc. of the Intern. Conf. Dedicated to the Memory of Professor Efim Fradkin* (Eds A Semikhatov, M Vasiliev, V Zaikin) Vol. II (Moscow: Scientific World, 2001) p. 542
39. Jalilian-Marian J, Kovner A, Weigert H *Phys. Rev. D* **59** 014015 (1999)
40. Dremmin I M *Phys. Lett. B* **313** 209 (1993)
41. Dremmin I M, Hwa R C *Phys. Rev. D* **49** 5805 (1994)
42. Dremmin I M, Hwa R C *Phys. Lett. B* **324** 477 (1994)
43. Ширков Д В *ТМФ* **127** 3 (2001)
44. Marchesini G *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.* **71** 85 (1999)
45. Dokshitzer Yu L, Marchesini G, Webber B R *JHEP* **9907** 012 (1999)
46. Banfi A et al. *JHEP* **0007** 002 (2000); *Phys. Lett. B* **508** 269 (2001); *JHEP* **0103** 007 (2001)
47. Дремин И М *Письма в ЖЭТФ* **31** 215 (1980)
48. Дремин И М, Леонидов А В *ЯФ* **35** 288 (1982)
49. Леонидов А В, Островский Д М *ЯФ* **60** 119 (1997)
50. Ellis J, Geiger K *Phys. Rev. D* **52** 1500 (1995)
51. Geiger K, Ellis J *Nucl. Phys. A* **590** 609 (1995)
52. Eden P, in *Proc. of the XXXIV Rencontre de Moriond Conf. "QCD and Strong Interactions" March 1999* (Ed. J Tran Thanh Van) (Gif-sur-Yvette: Editions Frontières, 1999)
53. Dremmin I M, Edén P, in *Proc. of the XXXI Intern. Symp. on Multiparticle Dynamics, 1–7 Sept. 2001, Datong, China* (Eds L Liu, Y Wu) (Singapore: World Scientific, 2002) (to be published); hep-ph/0112175
54. Yang C N, Lee T D *Phys. Rev.* **87** 404 (1952)
55. Lee T D, Yang C N *Phys. Rev.* **87** 410 (1952)
56. Barnett R M et al. (Particle Data Group) *Phys. Rev. D* **54** 1 (1996)
57. Alam M S et al. (CLEO Collaboration) *Phys. Rev. D* **46** 4822 (1992); *Phys. Rev. D* **56** 17 (1997)
58. Докшицер Ю Л, Троян С И, Хозе В А *ЯФ* **47** 1010 (1988)
59. Gary J W *Phys. Rev. D* **49** 4503 (1994)
60. Alexander G et al. (OPAL Collaboration) *Phys. Lett. B* **388** 659 (1996)
61. Eden P, Gustafson G *JHEP* **9809** 015 (1998)
62. Edén P, Gustafson G, Khoze V *Eur. Phys. J. C* **11** 345 (1999)
63. Gary J W, in *Proc. of the XXXI Intern. Symp. on Multiparticle Dynamics, 1–7 Sept. 2001, Datong, China* (Eds L Liu, Y Wu) (Singapore: World Scientific, 2002) (to be published); hep-ph/0111438; (OPAL Collaboration) Physics Note PN488, 2001
64. Brown N, Stirling W J *Phys. Lett. B* **252** 657 (1990); *Z. Phys. C* **53** 629 (1992)
65. Mueller A H *Phys. Lett. B* **104** 161 (1981)
66. Dokshitzer Yu L, Fadin V S, Khoze V A *Z. Phys. C* **15** 335 (1982); **18** 83 (1983)
67. Bassetto A et al. *Nucl. Phys. B* **207** 189 (1982)
68. Webber B R *Phys. Lett. B* **143** 501 (1984)
69. Dokshitzer Yu L, Khoze V A, Troyan S I *Int. J. Mod. Phys. A* **7** 1875 (1992)
70. Catani S et al. *Nucl. Phys. B* **377** 445 (1992)
71. Dremmin I M, Gary J W *Phys. Lett. B* **459** 341 (1999)
72. Capella A et al. *Phys. Rev. D* **61** 074009 (2000)
73. Lupia S *Phys. Lett. B* **439** 150 (1998); in *Proc. of the XXXIII Rencontre de Moriond Conf. "QCD and Strong Interactions" March 1998* (Ed. J Tran Thanh Van) (Gif-sur-Yvette: Editions Frontières, 1998) p. 363
74. Lupia S, Ochs W *Phys. Lett. B* **418** 214 (1998); *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.* **64** 74 (1998)
75. Brodsky S J, Gunion J F *Phys. Rev. Lett.* **37** 402 (1976)
76. Mueller A H *Nucl. Phys. B* **241** 141 (1984)
77. Gaffney J B, Mueller A H *Nucl. Phys. B* **250** 109 (1985)
78. Malaza E D, Webber B R *Nucl. Phys. B* **267** 702 (1986)
79. Dremmin I M, Nechitailo V A *Mod. Phys. Lett. A* **9** 1471 (1994); *Письма в ЖЭТФ* **58** 945 (1993)
80. Dremmin I M *Письма в ЖЭТФ* **68** 635 (1998)
81. Abreu P et al. (DELPHI Collaboration) *Phys. Lett. B* **449** 383 (1999)
82. Abbiendi G et al. (OPAL Collaboration) *Eur. Phys. J. C* **17** 373 (2000); hep-ex/0007017; CERN-EP-2000-070
83. Khoze V A, Lupia S, Ochs W *Eur. Phys. J. C* **5** 77 (1998)
84. Khoze V A, Lupia S, Ochs W *Phys. Lett. B* **394** 179 (1997)
85. Abbiendi G et al. (OPAL Collaboration) *Eur. Phys. J. C* **11** 217 (1999)

86. Dremin I M, Arena V, Boca G et al. *Phys. Lett. B* **336** 119 (1994)
87. Abe K et al. (SLD Collaboration) *Phys. Lett. B* **371** 149 (1996)
88. Dremin I M et al. *Phys. Lett. B* **403** 149 (1997)
89. Dremin I M *Phys. Lett. B* **341** 95 (1994)
90. Kuvshinov V I, Shulyakovsky R *Acta Phys. Pol. B* **30** 69 (1999)
91. Brooks T C, Kowalski K L, Taylor C C *Phys. Rev. D* **56** 5857 (1997)
92. Азимов Я И, Докшицер Ю Л, Хозе В А *Письма в ЖЭТФ* **35** 390 (1982)
93. Fong C P, Webber B R *Phys. Lett. B* **229** 289 (1989); **241** 255 (1990); *Nucl. Phys. B* **355** 54 (1991)
94. Dokshitzer Yu L, Khoze V A, Troyan S I *J. Phys. G Nucl. Partic.* **17** 1481, 1602 (1991)
95. Abreu P et al. (DELPHI Collaboration) *Phys. Lett. B* **459** 397 (1999)
96. Safonov A N (CDF Collaboration) *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.* **86** 55 (2000)
97. Lupia S, Ochs W *Phys. Lett. B* **365** 339 (1996)
98. Lupia S, Ochs W *Eur. Phys. J. C* **2** 307 (1998)
99. Дремин И М, Назиров М Т, Саакян В А *ЯФ* **42** 1010 (1985)
100. Schumm B A et al. *Phys. Rev. Lett.* **69** 3025 (1992)
101. Petrov V A, Kisselev A V *Z. Phys. C* **66** 453 (1995)
102. Азимов Я И, Докшицер Ю Л, Хозе В А *ЯФ* **36** 1510 (1982)
103. Kisselev A V, Petrov V A, Yuschenko O P *Z. Phys. C* **41** 521 (1988)
104. Abreu P et al. (DELPHI Collaboration) *Phys. Lett. B* **479** 118 (2000); Erratum **492** 398 (2000)
105. Abreu P et al. (DELPHI Collaboration) *Z. Phys. C* **57** 181 (1993); Busculic D et al. (ALEPH Collaboration) *Phys. Lett. B* **357** 699 (1995); Alexander G et al. (OPAL Collaboration) *Phys. Lett. B* **364** 93 (1995); Akers R et al. (OPAL Collaboration) *Z. Phys. C* **67** 27 (1995); Abe K et al. (SLD Collaboration) *Phys. Rev. Lett.* **84** 4300 (2000)
106. Dremin I M, Yakovlev V I, in *Proc. of the 17th Intern. Symp. on Multiparticle Dynamics, Austria, 1986* (Ed. M Markytian) (Singapore: World Scientific, 1987) p. 849
107. Akerstaff K et al. (OPAL Collaboration) *Eur. Phys. J. C* **7** 369 (1999)
108. Nomokonov V (DELPHI Collaboration), in *Proc. of the Intern. Europhysics Conf. High Energy Physics 99, Tampere, Finland, July 1999*; hep-ex/9910059
109. Дремин И М *Письма в ЖЭТФ* **30** 154 (1979); *ЯФ* **33** 1357 (1981)
110. Dremin I M et al. *Phys. Lett. B* **499** 97 (2001)
111. Чудаков А Е *Изв. АН СССР, Сер. Физ.* **19** 650 (1955)
112. Abreu P et al. (DELPHI Collaboration) *Z. Phys. C* **56** 63 (1992)
113. Gary J W *Phys. Rev. D* **61** 114007 (2000)
114. Andersson B, Gustafson G, Sjöstrand T *Phys. Lett. B* **94** 211 (1980)
115. Azimov Ya I et al. *Phys. Lett. B* **165** 147 (1985); Азимов Я И и др. *ЯФ* **43** 149 (1986)
116. Abreu P et al. (DELPHI Collaboration) *Z. Phys. C* **70** 179 (1996)
117. Докшицер Ю Л, Хозе В А, Троян С И *ЯФ* **46** 1220 (1987)
118. (DELPHI Collaboration) CERN-OPEN-2000-134
119. Beneke M *Phys. Rep.* **317** 1 (1999)
120. Dokshitzer Yu L, in *IPPP Workshop on Multiparticle Production in QCD Jets, Durham, England, 2001*
121. Hamacher K, in *IPPP Workshop on Multiparticle Production in QCD Jets, Durham, England, 2001*
122. Khoze V A, Stirling W J Z. *Phys. C* **76** 59 (1997)
123. Abbott B et al. (D0 Collaboration) *Phys. Lett. B* **414** 419 (1997)
124. Butterworth J M, Khoze V A, Ochs W J. *Phys. G Nucl. Partic.* **25** 1457 (1999)
125. Bialas A, Peschanski R *Nucl. Phys. B* **273** 703 (1986)
126. Дремин И М *Письма в ЖЭТФ* **45** 505 (1987)
127. de Wolf A E, Dremin I M, Kittel W *Phys. Rep.* **270** 1 (1996)
128. Dokshitzer Yu L, Dremin I M *Nucl. Phys. B* **402** 139 (1993)
129. Ochs W, Wosiek J *Phys. Lett. B* **289** 159 (1992); **304** 144 (1993)
130. Brax Ph, Meunier J L, Peschanski R *Z. Phys. C* **62** 649 (1994)
131. Abbiendi G et al. (OPAL Collaboration) *Eur. Phys. J. C* **11** 239 (1999)
132. Andersson B, Dahlquist P, Gustafson G *Phys. Lett. B* **214** 604 (1988)
133. Dahlquist P, Andersson B, Gustafson G *Nucl. Phys. B* **238** 76 (1989)
134. Dremin I M, Lam C S, Nechitailo V A *Phys. Rev. D* **61** 074020 (2000)
135. Lupia S, Ochs W, Wosiek J *Nucl. Phys. B* **540** 405 (1999)
136. Akerstaff K et al. (OPAL Collaboration) *Eur. Phys. J. C* **1** 479 (1998)
137. Ochs W, Wosiek J *Phys. Lett. B* **304** 144 (1993)
138. Abreu P et al. (DELPHI Collaboration) *Phys. Lett. B* **440** 203 (1998)
139. Breitweg J et al. (ZEUS Collaboration) *Eur. Phys. J. C* **12** 53 (2000)
140. Dokshitzer Yu L et al. *Phys. Lett. B* **245** 243 (1990)
141. Ochs W, Wosiek J *Z. Phys. C* **72** 263 (1996)
142. Sterman G, Weinberg S *Phys. Rev. Lett.* **39** 1436 (1977)
143. Stirling W J J. *Phys. G Nucl. Partic.* **17** 1567 (1991)
144. Sjöstrand T *Comput. Phys. Commun.* **28** 229 (1983)
145. Bartel W et al. (JADE Collaboration) *Z. Phys. C* **33** 23 (1986); Bethke S et al. *Phys. Lett. B* **213** 235 (1988)
146. Dokshitzer Yu L et al. *JHEP* **9708** 001 (1997)
147. Adriani O et al. (L3 Collaboration) *Phys. Rep.* **236** 1 (1993)
148. Akers R et al. (OPAL Collaboration) *Z. Phys. C* **63** 363 (1994)
149. Seymour M H *Phys. Lett. B* **378** 279 (1996)
150. Busculic D et al. (ALEPH Collaboration) *Phys. Lett. B* **346** 389 (1995)
151. Adloff C et al. (H1 Collaboration) *Nucl. Phys. B* **504** 3 (1997)
152. Дремин И М, Иванов О В, Нечитайло В А *УФН* **171** 465 (2001)
153. Gladysz-Dziadus E *ЭЧАЯ* (2002) (to be published)
154. Dremin I M *Phys. Lett. B* (2002) (to be published); hep-ph/0202060

Multiparticle production and quantum chromodynamics

I.M. Dremin

*P.N. Lebedev Physics Institute, Russian Academy of Sciences,
Leninskii prosp. 53, 117934 Moscow, Russian Federation
Tel. (7-095) 132-29 29
E-mail: dremin@lpi.ru*

The theory of strong interactions, quantum chromodynamics (QCD), is quite successful in predicting and describing many features of multiparticle production processes at high energies. In this paper, the general perturbative QCD approach to these processes (primarily e^+e^- -annihilation) is briefly formulated, and associated problems are discussed. It is shown that analytical calculations at the parton level using a low-momentum cutoff are surprisingly adequate in describing experimental data on the final hadronic state in multiparticle production processes at high energies — even though the perturbative expansion parameter is not very small. More importantly, the perturbative QCD not only *describes* existing data but also *predicts* many qualitatively new and intriguing phenomena.

PACS numbers: **12.38–t**, **13.65. +i**, **13.87.–a**

Bibliography — 154 references

Received 28 August 2001, revised 8 November 2001