

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Барионы с двумя тяжелыми кварками

В.В. Киселев, А.К. Лиходед

Рассмотрены основные физические характеристики дваждытяжелых барионов: спектроскопия в рамках потенциального подхода и правил сумм КХД, механизмы образования в различных взаимодействиях на основе модели фрагментации и с учетом предасимптотических поправок высшего твиста по поперечному импульсу бариона, инклюзивные распады и времена жизни в операторном разложении по обратным степеням масс тяжелых кварков, эксклюзивные распады в правилах сумм КХД. Обобщены методы эффективной теории тяжелых кварков на системы с двумя тяжелыми и легким кварками. Сделаны расчеты масс, ширины распадов и выходов барионов с двумя тяжелыми кварками на действующих и планируемых экспериментальных установках. Обсуждены перспективы их поиска и регистрации. Рассмотрены наиболее яркие физические эффекты для адронов и их место в системе теоретического описания динамики тяжелых кварков.

PACS numbers: 12.38.Aw, 12.39.-x, 14.20.Lq, 14.20.Mr

Содержание

1. Введение (497).
2. Спектроскопия дваждытяжелых барионов: потенциальный подход (501).
 - 2.1. Нерелятивистская потенциальная модель. 2.2. Численные результаты. 2.3. Обсуждение.
3. Правила сумм нерелятивистской КХД: двухточечные корреляторы (513).
 - 3.1. Правила сумм для барионов с двумя тяжелыми кварками. 3.2. Численные оценки. 3.3. Обсуждение.
4. Процессы образования барионов (522).
 - 4.1. Образование дваждытяжелых барионов в e^+e^- -аннигиляции. 4.2. Пертурбативная фрагментация дикварка. 4.3. Адронное образование.
5. Времена жизни и распады барионов $\Xi_{QQ'}$ (534).
 - 5.1. Операторное разложение для тяжелых барионов. 5.2. Адронные матричные элементы. 5.3. Численные оценки. 5.4. Эксклюзивные распады в правилах сумм NRQCD. 5.5. Обсуждение.
6. Заключение (546).
7. Приложения (547).
 - 7.1. Коэффициенты спектральных плотностей. 7.2. Распределение по поперечному импульсу. 7.3. Спектаторные эффекты в распадах барионов.

Список литературы (549).

В.В. Киселев, А.К. Лиходед. Государственный научный центр — Институт физики высоких энергий,
142284 Протвино, Московская обл., Российская Федерация
Тел. (0967) 71-37-80. Факс (0967) 74-28-24
E-mail: kiselev@th1.ihep.su

Статья поступила 23 февраля 2001 г.,
после доработки 10 октября 2001 г.

1. Введение

После прецизионных исследований нейтрального промежуточного Z-бозона на LEP (CERN) и открытия t-кварка во FNAL изучение электрослабых взаимодействий в секторе тяжелых кварков — одна из актуальнейших проблем в физике элементарных частиц. Именно в этих исследованиях в рамках Стандартной модели [1] может быть получена полная картина эффектов, связанных с необратимостью времени при энергиях ниже масштаба нарушения электрослабой симметрии.

Сравнительный анализ процессов распада адронов, содержащих тяжелые кварки, с нарушениями комбинированной CP-четности по отношению к инверсии заряда (C) и зеркального отражения пространства (P) становится сейчас доступен для достаточно точных измерений благодаря вводу в строй специализированных установок Belle (KEK) и BaBar (SLAC) наряду с модернизированными детекторами CDF и D0 во FNAL. Результаты таких экспериментов позволят, вероятно, добавить существенное недостающее звено в Стандартную модель взаимодействий — полностью описать заряженные токи трех поколений кварков [2], что представляет собой важнейшую проблему, стоящую в одном ряду с наблюдением скалярных частиц Хиггса, которые обеспечивают механизм нарушения электрослабой симметрии, и с исследованием токов нейтрино.

Задача прецизионного изучения электрослабых свойств тяжелых кварков поднимает глубокую теоретическую проблему, а именно описание динамики сильных взаимодействий кварков, обуславливающих образование связанных состояний — адронов: мезонов и барионов, так как наблюдаемые характеристики (в частности, редкие распады с эффектами нарушения CP-симметрии) относятся именно к связанным состояниям и необходимо иметь четкие и надежные представления о связи

этих характеристик непосредственно с параметрами взаимодействий тяжелых кварков. При этом тонкие эффекты электрослабой физики могут быть выделены лишь при высокоточном описании доминирующих вкладов квантовой хромодинамики (КХД).

По сути мы имеем дело с общей проблемой описания конфайнмента кварков в КХД, которая продуктивно может исследоваться не только в спектроскопии и в процессах образования и распадов экзотических гибридных и глюобольных состояний [3], но и при изучении характеристик адронов с тяжелыми кварками. На практике измеряемые асимметрии распадов тяжелых адронов и т.п. выражаются в виде функций от характеристик, скажем, заряженных токов тяжелых кварков, причем эти функции параметрически зависят от адронных матричных элементов неких кварковых операторов, которые часто не могут быть определены непосредственно из широкого набора разносторонних экспериментальных данных, так что необходим детальный теоретический анализ подобных матричных элементов в КХД.

Чем полнее изучаемый набор связанных состояний тяжелых кварков, тем шире область вариации условий, в которых на тяжелые кварки действуют силы КХД, и тем совершеннее должны становиться теоретические методы описания адронов, содержащих тяжелые кварки, для того чтобы получать согласованное описание различных кварковых систем. В этом плане, как нам кажется, новое поле деятельности — это барионы, содержащие два тяжелых кварка. Интересной и актуальной представляется задача теоретического предсказания их характеристик.

Дваждытяжелые барионы естественным образом продолжают ряд долгоживущих тяжелых адронов как с одним тяжелым кварком (мезоны D , B и барионы Λ_c , Σ_c , Ξ_c , Ω_c , Λ_b), так и с двумя тяжелыми кварками (мезон B_c) и по характеру сильных взаимодействий могут иметь схожие черты с тяжелыми кваркониями $\bar{c}c$ и $\bar{b}b$. С практической точки зрения следует ожидать экспериментального наблюдения дваждытяжелых барионов в современных экспериментах на адронных коллайдерах высокой светимости (Tevatron, LHC), так как их выход должен быть сравним с выходом дваждытяжелого мезона, содержащего кварки разного аромата (B_c -мезона¹), а методы регистрации редких распадов тяжелых частиц в последнее время достигли большой эффективности благодаря развитию техники вершинных детекторов, что и было удачно продемонстрировано при первом экспериментальном наблюдении B_c -мезона коллаборацией CDF [5].

В основе построения теоретических методов описания динамики КХД для тяжелых кварков лежит физически ясное определение: кварк Q является тяжелым, если его масса m_Q много больше масштаба конфайнмента кварков в связанном состоянии $\Lambda_{\text{КХД}}$: $m_Q \gg \Lambda_{\text{КХД}}$. Таким образом, в задаче о сильных взаимодействиях тяжелых кварков, т.е. при вычислении адронных матричных элементов для кварковых операторов, имеется малый параметр $\Lambda_{\text{КХД}}/m_Q \ll 1$, который может служить для развития формальных приближенных методов. Так, в жестких подпроцессах с виртуальностями порядка масс тяжелых кварков, например при рожде-

нии тяжелых кварков, малá константа связи КХД ($\alpha_s \propto \ln^{-1}(m_Q/\Lambda_{\text{КХД}})$) и применима стандартная техника *теории возмущений* по константе связи.

Другим продуктивным методом является *операторное разложение* по обратным степеням массы тяжелого кварка. В таком подходе расчет адронного матричного элемента для кваркового оператора приводит к суммированию матричных элементов операторов, свойства которых предполагают наличие иерархии по отношению к малому параметру $\Lambda_{\text{КХД}}/m_Q \ll 1$, т.е. подавление ряда вкладов степенями $\Lambda_{\text{КХД}}/m_Q$, так как взаимодействие в связанном состоянии, содержащем тяжелый кварк, характеризуется энергиями, близкими к $\Lambda_{\text{КХД}}$, т.е. обратным размером адрона. Это разложение дает полное описание адронных систем, содержащих один тяжелый кварк.

При наличии двух тяжелых кварков в адроне (наряду с масштабом непертурбативных взаимодействий) имеется и такая энергетическая характеристика, как передача импульса при кулоноподобном взаимодействии, т.е. с виртуальностью $\mu \sim \alpha_s m_Q$, причем относительная скорость движения двух тяжелых кварков в адроне v определяется сравнительно малой константой связи КХД: $v \sim \alpha_s$, где константа связи α_s берется на масштабе виртуальностей, характерных для кулоноподобного взаимодействия. Таким образом, в тяжелом кварконии $\bar{Q}Q'$, например, дополнительным малым параметром является относительная скорость нерелятивистских кварков v , которая может быть использована в операторном разложении при вычислениях адронных матричных элементов.

В соответствии с указанным подходом выделяют три метода расчетов свойств связанных состояний, содержащих тяжелые кварки:

операторное разложение по обратной массе тяжелого кварка в КХД при вычислениях инклюзивных ширин и времен жизни тяжелых адронов, где поправочные к лидирующему члену задаются внешними параметрами [6];

правила сумм КХД и нерелятивистской КХД для двухточечных корреляторов кварковых токов в спектроскопических расчетах и для трехточечных корреляторов в оценках формфакторов эксклюзивных мод распадов [7];

потенциальные модели, которые используются для вычислений эксклюзивных характеристик адронов с тяжелыми кварками [8].

Следует отметить, что правила сумм в своей основе опираются также на операторное разложение, но в них внешними параметрами являются лишь фундаментальные величины, такие как массы тяжелых кварков, нормировка константы связи КХД и кварк-глюонные вакуумные конденсаты (в отличие от инклюзивных оценок в операторном разложении, в котором необходимо задавать, например, значения энергии связи тяжелого кварка в адроне, среднего квадрата импульса тяжелого кварка и т.п.).

Другое замечание состоит в том, что в методах расчетов с разложением по обратным степеням массы тяжелого кварка и относительной скорости тяжелых кварков в адроне по-прежнему актуальной остается теория возмущений и ренормгрупповые соотношения, которые необходимы для вычисления коэффициентов Вильсона в операторном разложении, так как эти коэффициенты входят в виде факторов перед операторами или матричными элементами в разложении.

¹ Обзор физики B_c -мезонов см. в [4].

Важно подчеркнуть, что в методе операторного разложения для тяжелых кварков можно рассматривать некий актуальный оператор, скажем, ток слабого распада или произведение токов, как в правилах сумм КХД, с последующим его разложением. Однако весьма полезным оказывается и метод эффективной теории поля, в котором начальной точкой построения формально является разложение непосредственно лагранжиана КХД для тяжелых кварков. В этом подходе можно выделить ведущий член в эффективном лагранжиане и трактовать последующие члены разложения в качестве возмущения. При этом лидирующий член определяется характером задачи, т.е. фактической сходимостью оценок физических величин, рассчитанных в эффективном лагранжиане.

Так, для адронов с одним тяжелым кварком была развита эффективная теория тяжелых кварков (HQET) [9], в лидирующем члене которой можно пренебречь энергией связи тяжелого кварка в адроне, в частности кинетической энергией. Важно отметить, что, во-первых, в ведущем приближении HQET эффективный лагранжиан обладает симметрией: тяжелые кварки, имеющие одинаковые скорости, равные скорости адрона, в котором они связаны, могут подвергаться перестановкам (симметрия по ароматам тяжелых кварков) и спин тяжелого кварка отщеплен от взаимодействия с мало-виртуальными глюонами, так как ток задается скоростью кварка v_v (спиновая симметрия).

Во-вторых, лидирующий член эффективного лагранжиана приводит к ренормгрупповому поведению, отличному от полной КХД. В частности, токи, сохраняющиеся в полной КХД и, следовательно, имеющие нулевые аномальные размерности, после перехода к полям эффективной теории становятся расходящимися. То же относится и к поправочным членам эффективного лагранжиана: соответствующие коэффициенты Вильсона в эффективной теории имеют ненулевые аномальные размерности. Таким образом, мы приходим к ситуации, в которой для определения теории необходимо задать бесконечное число нормировочных условий для аномальных в ренормгрупповом отношении коэффициентов Вильсона.

Проблема имеет вполне ясную физическую причину: в эффективной теории, построенной для полей с малыми виртуальностями, необходимо ввести обрезание в ультрафиолетовой области на масштабе порядка массы тяжелого кварка, так как при больших виртуальностях сделанные при выводе теории предположения неверны. Поскольку эффективная теория получена из полной КХД, конструктивно следует считать равными лагранжианы полной КХД и эффективной теории на масштабе μ_{hard} порядка массы кварка m_Q . Это означает, что в данном порядке по константе связи КХД необходимо вычислить (с учетом соответствующих петлевых поправок) эффективное действие в КХД и перейти в нем к разложению по обратным степеням масс тяжелых кварков. Полученный лагранжиан следует приравнять эффективному лагранжиану, рассчитанному в эффективной теории в том же порядке по константе связи с аномальными коэффициентами Вильсона на масштабе μ_{hard} , что приводит к условиям сшивки неизвестных констант интегрирования ренормгрупповых уравнений для коэффициентов Вильсона в эффективной теории. После сшивки мы снимаем произвол в выборе конечных

членов перенормировки в эффективном лагранжиане, т.е. он определяется для μ ниже масштаба сшивки μ_{hard} с полной КХД. Таким образом, для адронных систем, содержащих один тяжелый кварк наряду с легкими, развита согласованная схема эффективной теории HQET.

Для тяжелых кваркониев, состоящих из тяжелого кварка и тяжелого антикварка, имеет место несколько иная физическая ситуация. Действительно, кулоновское взаимодействие нерелятивистских тяжелых кварков приводит к тому, что кинетическая энергия кварков оказывается сравнимой с их потенциальной энергией, в то время как наивно можно было бы ожидать, что кинетический член $p^2/2m_Q$ должен быть подавлен обратной массой тяжелого кварка. Однако, так как при кулоновском обмене $p \sim \alpha_s m_Q$, такого подавления кинетической энергии нет, и волновые функции тяжелых кваркониев зависят от масс кварков, т.е. от аромата.

В формальном подходе эффективной теории для нерелятивистских кварков в тяжелом кварконии ведущий член лагранжиана определяется с учетом вклада кинетической энергии и мы приходим к нерелятивистской КХД (NRQCD) [10]. В отличие от HQET в NRQCD сохраняется спиновая симметрия лидирующего члена эффективного лагранжиана, но нет симметрии по ароматам тяжелых кварков, так как вклад кинетической энергии явно зависит от масс кварков. Так же как и в HQET, коэффициенты Вильсона в эффективном лагранжиане NRQCD необходимо сшить с полной КХД на масштабе порядка массы тяжелого кварка, причем, вообще говоря, вильсоновские коэффициенты имеют аномальные размерности, отличные от аномальных размерностей в HQET, так как кинетическая энергия приводит к отличному от HQET ультрафиолетовому поведению кварковых операторов.

В основе потенциального подхода также лежит операторное разложение. Так, статический потенциал означает разложение эффективного действия КХД для двух бесконечно тяжелых источников j , расположенных на фиксированном расстоянии r , так что для эффективного действия имеет место выражение $\Gamma(j) = -V(r) T$, где $T \rightarrow \infty$ — время действия источников. Для реальных задач большое время означает, что виртуальности внешних глюонных полей, взаимодействующих с тяжелыми кварками, много меньше обратных расстояний, т.е. $\mu \ll 1/r \sim m_{QV}$. Данное условие применимости потенциального подхода может быть выражено в терминах эффективной теории, которую называют потенциальной нерелятивистской КХД (pNRQCD) [11].

Построение теории pNRQCD основано на сшивке при $\mu \sim m_{QV}$ действия NRQCD и эффективного действия с внешними сверхмягкими полями в мультипольном разложении КХД и нерелятивистскими кварками с лидирующим членом, определяемым как кинетической энергией, так и коэффициентом Вильсона, имеющим смысл статического потенциала, который зависит от расстояния r между кварками. Таким образом, потенциальный подход имеет статус операторного разложения, а статическое приближение для потенциала определяется сходимостью этого разложения в pNRQCD.

Барионы с двумя тяжелыми кварками интересны для теоретического рассмотрения еще и потому, что для их описания необходимо разработать и применить комбинированный подход, объединяющий особенности HQET,

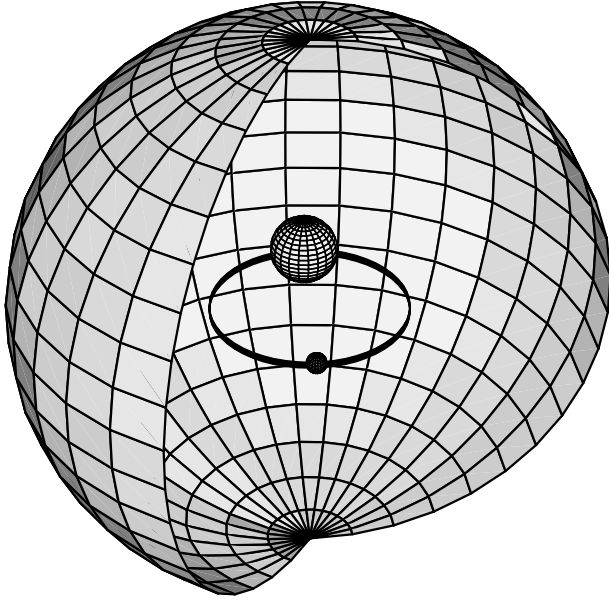


Рис. 1. Характер сильных взаимодействий в дваждытяжелом барионе Ξ_{bc} . Комптоновские длины кварков $\lambda_Q = 1/m_Q$, размер тяжелого дикварка $r_{bc} \sim 1/(m_Q v)$ и масштаб непертурбативного конфайнмента легкого кварка $r_{KXD} = 1/\Lambda_{KXD}$ упорядочены, как $\lambda_b \approx \lambda_c/3 \approx r_{bc}/9 \approx r_{KXD}/27$.

NRQCD и pNRQCD, поскольку в системе существенны как взаимодействие легкого кварка с тяжелыми, так и взаимодействие двух тяжелых кварков (рис. 1).

В данном обзоре мы решаем задачу описания связанных барионных состояний $QQ'q = \Xi_{QQ'}$ с двумя тяжелыми кварками Q, Q' и легким кварком $q = u, d$ на основе факторизации взаимодействий с виртуальностями, которые определяются:

масштабом конфайнмента Λ_{KXD} для непертурбативных взаимодействий тяжелых кварков с легким и кварков с вакуумными кварк-глюонными конденсатами;

размером тяжелого дикварка $r_{diq} \sim 1/(m_{Q,Q'} v)$ (где $diq = QQ'$), составленного из двух нерелятивистских тяжелых кварков, которые движутся с малой относительной скоростью $v \ll 1$, для взаимодействий между тяжелыми кварками;

масштабом жестких глюонных поправок при энергиях порядка масс тяжелых кварков, причем ведущим считается приближение, в котором имеет место иерархия масштабов взаимодействий КХД в $\Xi_{QQ'}$, т.е.

$$\Lambda_{KXD} \ll m_Q v \ll m_Q. \quad (1.1)$$

При таком подходе дваждытяжелый дикварк воспринимается легким кварком как локальный тяжелый источник глюонного поля (антитриплет по цветовой группе КХД), а сам дикварк является системой двух нерелятивистских кварков в слабоменяющемся низкочастотном поле легкого кварка. Таким образом, для движения легкого кварка и дикварка применима эффективная теория HQET, в то время как для движения тяжелых кварков в дикварке следует модифицировать NRQCD и pNRQCD, с тем чтобы рассмотреть нерелятивистские состояния поля тяжелых кварков не в синглетном, а в антитриплетном состоянии.

На основе кварк-дикварковой картины взаимодействий мы рассматриваем различные физические аспекты барионов с двумя тяжелыми кварками. В разделе 2

построен спектр масс барионов $\Xi_{QQ'}$ в потенциальном подходе, рассчитаны характеристики основного и возбужденных уровней как в системе тяжелого дикварка, так и в системе легкий кварк–дикварк. Мы показываем, что имеется целое семейство уровней $\Xi_{QQ'}$ с квазистабильными состояниями для тяжелого дикварка, составленного из тождественных тяжелых кварков. В этом случае принцип запрета Паули диктует вполне определенные значения суммарного спина кварков: спин равен единице для P -четных координатных волновых функций и нулю для P -нечетных, так как антитриплетное цветное состояние дикварка антисимметрично по перестановке цветовых индексов тяжелых кварков. С учетом малого размера дикварка, нерелятивистского движения тяжелых кварков и малого отношения Λ_{KXD}/m_Q операторы перехода возбужденного P -волнового дикварка на основной S -волновой уровень с излучением π -мезона оказываются подавленными, поскольку при таком переходе должны измениться и спиновое, и орбитальное состояния тяжелого дикварка. Мы определяем область применимости кварк-дикваркового приближения для расчета спектров масс $\Xi_{QQ'}$ в потенциальном подходе.

В разделе 3 рассмотрены двухточечные правила сумм NRQCD для барионных токов с двумя тяжелыми кварками и критерий стабильности результатов правил сумм для масс и констант связи барионов $\Xi_{QQ'}$. Надежные результаты могут быть получены при учете как кваркового и глюонного конденсатов, так и их произведения, т.е. комбинированного конденсата высшей размерности. Рассчитаны массы и константы связи основных состояний барионов $\Xi_{QQ'}$ и дваждытяжелых барионов со странностью $\Omega_{QQ'}$, сделаны надежные предсказания для расщепления масс $M[\Xi_{QQ'}] - M[\Omega_{QQ'}]$. Получены аномальные размерности барионных токов в NRQCD в двухпетлевом приближении, что позволяет сделать оценки констант связи барионов с барионными токами не только в NRQCD, но и в полной КХД.

Механизмам образования барионов $\Xi_{QQ'}$ посвящен раздел 4. В e^+e^- -аннигиляции инклюзивное рождение дваждытяжелых барионов (в силу факторизации взаимодействий в кварк-дикварковом подходе) при высоких энергиях можно описать в виде последовательной фрагментации тяжелого кварка в тяжелый дикварк и дикварка в барион. При этом виртуальности в первом подпроцессе определяются массами тяжелых кварков, и после факторизации мягкого движения тяжелых кварков в дикварке можно применить теорию возмущений КХД и получить аналитический вид функций фрагментации в состояния с различным спином и орбитальным квантовым числом дикварка. С учетом различия в цветовой структуре дикварка и тяжелого кваркового такие расчеты повторяют вычисления фрагментации в дваждытяжелые мезоны с точностью до цветового фактора. В предположении о локальном поле тяжелого дикварка в его взаимодействиях с легким кварком и при аппроксимации полевых компонент бариона в приближении доминирующего вклада быстрых валентных кварков развита мотивированная в КХД пертурбативная модель фрагментации дикварка в барион и вычислен аналитический вид функций фрагментации векторного и скалярного дикварков в барион $\Xi_{QQ'}$ со спином $1/2$. Сделаны расчеты сечений эксклюзивного парного рождения барионов в e^+e^- -аннигиляции вблизи порога.

Более сложным оказывается анализ механизма образования барионов $\Xi_{QQ'}$ в адронных столкновениях в подпроцессах кварк-антикварковой аннигиляции (низкие энергии, эксперименты на фиксированной мишени) и глюон-глюонного слияния (высокие энергии, адронные коллайдеры). Усложнение связано с большим количеством диаграмм в ведущем приближении — в четвертом порядке по константе связи КХД. Применяя численный метод, мы показываем, что при высоких энергиях партонного подпроцесса и при поперечных импульсах, много больших массы бариона, полный набор диаграмм в данном порядке теории возмущений КХД приводит к факторизации адронного рождения тяжелого кварка и его последующей фрагментации в дваждытяжелый дикварк с универсальной функцией фрагментации, рассчитанной аналитически в пертурбативной КХД. Это говорит о самосогласованности используемого подхода в теории возмущений.

Преимуществом рассмотрения полного набора диаграмм, который диктуется калибровочной инвариантностью, является возможность вычисления не только лидирующего по поперечному импульсу $p_\perp$ вклада фрагментации с зависимостью $1/p_\perp^4$, но и поправочных членов — высших твистов по поперечному импульсу. При этом удается получить определенную оценку поперечного импульса, разделяющего область фрагментации и рекомбинации (высших твистов), и становится ясно, что статистика событий с рождением дваждытяжелых барионов $\Xi_{QQ'}$ набирается преобладающим образом при малых поперечных импульсах, т.е. в области рекомбинации. Сделаны оценки полных и дифференциальных сечений образования барионов $\Xi_{QQ'}$ в адронных экспериментах при различных энергиях, а также парного эксклюзивного образования дваждытяжелых дикварков в кварк-антикварковой аннигиляции.

Метод операторного разложения по обратным степеням масс тяжелых кварков в разделе 5 применяется для детального анализа времен жизни и инклюзивных ширин распадов барионов $\Xi_{QQ'}$. В анализе механизмов распадов тяжелых кварков, входящих в состав дваждытяжелых барионов, существенную роль играют три физических эффекта:

значительные поправки к спекторным ширинам распадов тяжелых кварков возникают при учете движения кварков в тяжелом дикварке, размер которого мал, и, следовательно, относительные импульсы кварков $p \sim m_Q v$ заметно больше, чем импульс тяжелого кварка в адроне с одним тяжелым кварком $k \sim \Lambda_{\text{КХД}}$, так как $m_Q v \gg \Lambda_{\text{КХД}}$;

неспекторные вклады за счет интерференции Паули между продуктами распада тяжелого кварка и валентными кварками в начальном состоянии могут составлять до 30–50 % от полной ширины, причем особенностью антисимметричной цветовой функции бариона является возможность как положительного, так и отрицательного общего знака члена с интерференцией²;

слабое перерасcеяние кварков в начальном состоянии (наряду с интерференцией Паули) возникает в операторном разложении как оператор высшей размерности, усиленный двухчастичным фазовым объемом по сравне-

нию с другими операторами той же размерности, для которых трехчастичный фазовый объем в конечном состоянии подавлен, если его выразить в единицах массы тяжелого кварка; этот вклад дает до 30 % полной ширины для барионов с очарованным кварком.

Таким образом, показано, как возникает упорядочение полных времен жизни для барионов с двумя тяжелыми кварками, выявлена параметрическая зависимость оценок полных и инклюзивных ширин от физических параметров адронной системы: компактность тяжелого дикварка определяет его волновую функцию — фактор в оценке неспекторных распадов, массы тяжелых кварков в операторном разложении существенно коррелированы для адронов с различным кварковым составом, так что известные экспериментальные данные о полулептонных, нелептонных и полных ширинах снижают неопределенность оценок. Вместе с тем экспериментальные данные об инклюзивных ширинах и временах жизни дваждытяжелых барионов способны значительно улучшить качественные и количественные знания о динамике тяжелых кварков, особенно при согласованном анализе данных о тяжелых адронах с одним и двумя тяжелыми кварками.

Исследование эксклюзивных полулептонных и нелептонных распадов в предположении факторизации в рамках трехчастичных правил сумм NRQCD позволяет получить соотношения для формфакторов переходов (т.е. адронных матричных элементов) из спиновой симметрии эффективного лагранжиана, провести анализ неопределенностей расчетов и сравнение с предсказаниями потенциальных моделей для эксклюзивных распадов.

В заключении мы суммируем наши результаты по физике барионов с двумя тяжелыми кварками. Сделанные предсказания не только указывают путь для целенаправленного поиска таких барионов, но и закладывают основу для более детального теоретического анализа представляющих несомненный интерес физических эффектов в адронных системах с двумя тяжелыми кварками, в особенности для надежных предсказаний полных и эксклюзивных ширин. Мы анализируем также возможности экспериментального наблюдения дваждытяжелых барионов.

2. Спектроскопия дваждытяжелых барионов: потенциальный подход

В данном разделе мы проводим анализ основных спектроскопических характеристик семейств дваждытяжелых барионов $\Xi_{QQ'} = QQ'q$ (где $q = u, d$) и $\Omega_{QQ'} = QQ's$.

При описании барионов в кварковой потенциальной модели обычно обсуждаются две гипотезы: о парных межкварковых потенциалах и о струноподобной картине со струнным узлом. Последняя мотивирована рассмотрением петли Вильсона, тогда как модель с парными взаимодействиями имеет, скорее, феноменологическое обоснование (по аналогии с простым представлением о линейной суперпозиции двухкварковых сил). С нашей точки зрения, такая линейаризация в условиях явно нелинейного характера непертурбативного конфайнмента кварков является весьма грубым приближением, в том числе и в случае, когда два из составляющих барион кварка являются тяжелыми. Тем не менее, не вдаваясь в детали моделей с парными взаимодей-

² Общий знак определяется множителями антисимметричной перестановки фермионов и цветového фактора.

ствиями в барионах, отметим, что после проведения программы детальных количественных спектроскопических предсказаний обе гипотезы допускают предметное сравнение, которое станет актуальным после получения первых экспериментальных данных, так как по ряду позиций теоретические построения приводят к ясно определяемым различиям.

Общий подход в потенциальных моделях к вычислению масс барионов, содержащих два тяжелых кварка, рассмотрен в работах [12], где физическое обоснование базировалось на гипотезе парного взаимодействия между кварками, составляющими барион, и затем применялось в рамках задачи трех тел. Исходя из этого выведены ясные следствия для спектров масс дваждытяжелых барионов. Так, для заданных масс очарованного и прелестного кварков приближение факторизации для движения дваждытяжелого дикварка и легкого кварка оказалось довольно грубым: оно приводило к массе основного состояния и массам возбужденных уровней, которые существенно отличались от оценок в методе расчета соответствующей задачи трех тел. Например, легко показать, что в осцилляторном потенциале парных взаимодействий обычное введение переменных Якоби приводит к изменению частоты колебаний $\omega \rightarrow \sqrt{3/2}\omega$ по сравнению с наивными ожиданиями дикварковой факторизации.

Существует другой взгляд на проблему трехкварковых связанных состояний в КХД: представление о кварк-глюонной струне. В струноподобной картине дваждытяжелого бариона, изображенной на рис. 2, приведенные выше выводы о структуре спектров масс таких барионов, которые были получены на основе гипотезы о парном взаимодействии, существенно модифицируются. В самом деле, вводя в рассмотрение центр струны (рис. 2), который очень близок к центру масс дваждытяжелого дикварка, мы видим, что легкий кварк взаимодействует с тяжелым дикварком как с целым, т.е. с натяжением струны, совпадающим по величине с натяжением в тяжело-легком мезоне $Q\bar{q}$. Следовательно, две гипотезы о природе сильных взаимодействий в барионах, содержащих два тяжелых кварка (парные взаимодействия или струноподобная картина), приводят к отчетливым отличиям в предсказаниях для массовых спектров дваждытяжелых барионов как для основного состояния, так и для возбужденных уровней. Единственным критерием проверки этих предположений является экспериментальное наблюдение и измерения.

В данном обзоре мы следуем приближению дваждытяжелого дикварка, что вполне резонно, как мы уже

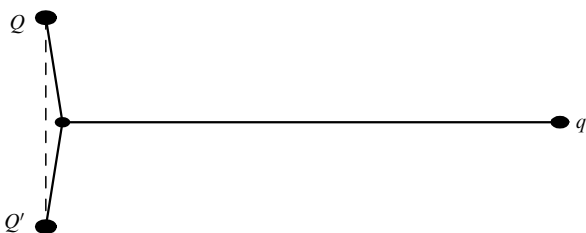


Рис. 2. Представление бариона $QQ'q$, содержащего два тяжелых кварка, с цветовыми полями, образующими струны между тяжелыми и легким кварками, так что нарушается картина парных взаимодействий и вводится дополнительная точка центра масс, которая близка к центру масс системы двух тяжелых кварков.

объяснили выше. Для убедительности отметим, что рассмотрение масс барионов с двумя тяжелыми кварками в правилах сумм КХД и NRQCD (см. раздел 3) приводит к массам основных состояний, которые хорошо согласуются со значениями, полученными в рамках потенциального подхода с факторизацией тяжелого дикварка.

Качественная картина формирования связанных состояний в системе $QQ'q$ определяется наличием двух масштабов расстояний, которые задаются размером r_{diq} подсистемы дваждытяжелого дикварка QQ' в антитриплетном по цвету состоянии и масштабом $A_{\text{КХД}}$ конфайнмента легкого кварка q :

$$r_{\text{diq}} A_{\text{КХД}} \ll 1, \quad A_{\text{КХД}} \ll m_Q.$$

При этих условиях компактный дикварк QQ' воспринимается легким кварком как статический источник цветового поля КХД в приближении локального поля дикварка. В этом смысле можно использовать ряд надежных результатов моделей тяжелых мезонов с одним тяжелым кварком (т.е. с локальным статическим источником в антитриплетном представлении группы $SU(3)_c$: потенциальных моделей [8] и эффективной теории тяжелых кварков (HQET) [9] в разложении по обратной массе тяжелого кварка.

Мы применяем нерелятивистскую кварковую модель с потенциалом Бухмюллера–Тая [13]. При этом *теоретически* можно говорить о грубом приближении для легкого ($m_q^{\text{КХД}} \ll A_{\text{КХД}}$) и поэтому релятивистского кварка в системе с конечным числом степеней свободы и с мгновенным взаимодействием $V(\mathbf{r})$. Это обусловлено тем, что конфайнмент предполагает одевание легкого кварка морем (бесконечным числом глюонов и кварковых пар) и непертурбативные эффекты с временами корреляции $\tau_{\text{КХД}} \sim 1/A_{\text{КХД}}$ остаются вне рамок потенциального подхода. Однако *феноменологически* введение конститuentной массы $m_q^{\text{NP}} \sim A_{\text{КХД}}$ в качестве главного определяющего параметра взаимодействия с конденсатами КХД позволяет успешно отбюстировать нерелятивистскую потенциальную модель с высокой точностью ($\delta M \approx 30\text{--}40$ МэВ) по имеющимся экспериментальным данным, что делает такой подход достаточно надежным инструментом предсказания масс адронов, содержащих тяжелые и легкие кварки.

Что же касается дикварка QQ' , то он вполне аналогичен тяжелому кварконию $Q\bar{Q}'$, за исключением двух весьма существенных особенностей: $QQ'[\bar{3}_c]$ — система с открытым цветом, и в случае кварков одного аромата ($Q = Q'$) необходимо учесть принцип запрета Паули для тождественных фермионов. Если вторая особенность приводит, как легко видеть, к запрету суммарного спина кварков ($S = 0$) для симметричных, P -четных пространственных волновых функций дикварка $\Psi_{\text{diq}}(\mathbf{r})$ (орбитальный момент $L_{\text{diq}} = 2n$, где $n = 0, 1, 2, \dots$ — неотрицательное целое число) и $S = 1$ для антисимметричных, P -нечетных функций $\Psi_{\text{diq}}(\mathbf{r})$, т.е. $L_{\text{diq}} = 2n + 1$, то ненулевой цветовой заряд системы поднимает две проблемы.

Во-первых, к взаимодействиям внутри такого объекта неприменима, вообще говоря, гипотеза конфайнмента в форме запирающего потенциала (бесконечный рост энергии с ростом размера системы). Однако физически сложно представить себе ситуацию, когда крупный цветовой объект размером $r > 1/A_{\text{КХД}}$ обладает огра-

ниченной энергией самодействия и в то же время, взаимодействуя с другим цветным источником внутри белого (синглетного по $SU(3)_c$) состояния, заперт в адроне размером $r \sim 1/\Lambda_{\text{КХД}}$. Кроме того, в рамках хорошо зарекомендовавшей себя картины адронной струны для барионов натяжение струны в дикварке с внешним концом лишь вдвое меньше, чем в кварк-антикварковой паре мезона qq' , а энергия дикварка также линейно растет с ростом его размера, так что имеет место эффект, аналогичный конфайнменту кварков.

Более того, в потенциальных моделях можно считать, что связь кварков осуществляется за счет эффективного одиночного обмена цветовым объектом в октетном представлении $SU(3)_c$ (обычно берется сумма скалярного и векторного обменов), так что опять потенциалы в синглетном ($\bar{q}q'$) и антитриплетном (qq') состояниях отличаются лишь цветовым фактором $1/2$, что означает наличие запирающего потенциала (линейно растущего члена) в КХД-мотивированной модели для тяжелого дикварка $QQ'[\bar{3}_c]$. В данном разделе мы и для дикварка используем нерелятивистскую модель с потенциалом Бухмюллера – Тая.

Во-вторых, в синглетном по цвету состоянии $\bar{Q}Q'$ отдельно сохраняются суммарные спин S и орбитальный момент L кварков, так как подавлены вклады КХД-операторов перехода между уровнями, определяемыми этими квантовыми числами. Действительно, в рамках мультипольного разложения КХД [14] амплитуды хромоманнитного и хромозлектрического дипольных переходов подавлены обратной массой тяжелого кварка, но, кроме того, решающее значение имеет излучение белого объекта, т.е. по меньшей мере излучение двух глюонов (лишний порядок по $1/m_Q$), и учет реального фазового объема в физическом спектре массивных адронов в отличие от случая безмассового глюона. Вероятность же примеси гибридного состояния, например, с октетной подсистемой $\bar{Q}Q'$ и дополнительным глюоном, т.е. фоковского состояния $|\bar{Q}Q'[\bar{3}_c]g\rangle$, подавлена за счет малого размера системы и нерелятивистского движения кварков (подробнее см. [10]).

В антитриплетном по цвету состоянии QQ' не запрещено излучение мягкого непертурбативного глюона между уровнями, определяемыми спином S_{diq} и орбитальным моментом L_{diq} в дикварке, если нет других запретов или малых параметров подавления. В случае тождественных ароматов кварков, составляющих дикварк, принцип запрета Паули приводит к тому, что переходы возможны лишь между уровнями, которые либо отличаются одновременно спином ($\Delta S_{\text{diq}} = 1$) и орбитальным моментом ($\Delta L_{\text{diq}} = 2n + 1$), либо стоят в одном ряду радиальных возбуждений или с $\Delta L_{\text{diq}} = 2n$.

Если во втором случае амплитуды перехода подавлены малым импульсом отдачи дикварка по сравнению с его массой, то в первом случае оператор перехода, изменяющий спин дикварка и его орбитальный момент, имеет лишний порядок малости либо из-за дополнительного фактора $1/m_Q$, либо из-за малого размера дикварка, что приводит к наличию квазистационарных состояний с квантовыми числами S_{diq} и L_{diq} . В дикварке bc с кварками разного аромата операторы дипольных переходов КХД с одиночным излучением мягкого глюона не запрещены, так что времена жизни уровней могут быть сравнимы с временами формирования свя-

занного состояния или с обратными расстояниями между самими уровнями, и в этом случае нельзя твердо говорить о наличии системы возбуждений дикварка с определенными квантовыми числами спина и орбитального момента³.

Таким образом, в данном обзоре наличие двух физических масштабов используется в форме факторизации волновой функции в задаче с тяжелым дикварком и легким конституентным кварком в рамках нерелятивистской кварковой модели, так что проблема расчета массового спектра и характеристик связанного состояния в системе дваждытяжелого бариона сводится к двум стандартным задачам поиска стационарных уровней энергии в системе двух тел. После этого учитываются релятивистские, зависящие от спина кварков поправки в каждой из двух исследуемых подсистем.

Естественной границей области существования стабильных состояний дваждытяжелых барионов можно считать пороговую энергию распада на тяжелый барион и тяжелый мезон. Как показано в работе [15], наличие подобного порога в различных системах может быть сопряжено с существованием универсальной характеристики конфайнмента в КХД — предельного расстояния между кварками, при увеличении которого кварк-глюонное поле становится нестабильным, т.е. происходит генерация валентных кварк-антикварковых пар из моря.

Другими словами, адронная струна, размер которой больше критической длины, с высокой вероятностью (близкой к единице) распадается на струны меньшего размера. В рамках потенциального подхода данный эффект может быть учтен тем, что рассмотрение возбужденных уровней дикварка ограничивается областью, где размер дикварка меньше критического расстояния: $r_{\text{diq}} < r_c \approx 1,4\text{--}1,5$ Фм. Кроме того, модель парных взаимодействий с выделенной структурой дикварка можно считать надежной, лишь когда размер дикварка меньше, чем расстояние до легкого кварка: $r_{\text{diq}} < r_1$.

Особенностью кварк-дикварковой картины дваждытяжелого бариона является возможность смешивания состояний высших возбуждений дикварка с различными квантовыми числами за счет взаимодействия с легким кварком, так что при этом сложно говорить об определенных квантовых числах возбуждений. Ниже мы подробно обсудим механизм и характер такого эффекта.

В разделе 2.1 описана общая процедура расчета спектра масс дваждытяжелых барионов в рамках сформулированных выше предположений с учетом зависящих от спина кварков поправок к потенциалу, мотивированному в КХД, в разделе 2.2 представлены результаты численных оценок, в разделе 2.3 кратко изложены наши выводы.

2.1. Нерелятивистская потенциальная модель

Как отмечалось во введении, задача расчета массового спектра барионов, содержащих два тяжелых кварка, сводится к последовательному вычислению уровней энергии дикварка и затем уровней энергии точечного дикварка с полученными параметрами и взаимодействующего с ним легкого конституентного кварка. На

³ Другими словами, наличие глюонного моря в барионе Ξ_{bc} приводит к переходам между состояниями с разными возбуждениями дикварка типа $|bc\rangle \rightarrow |bcg\rangle$ с $\Delta S_{\text{diq}} = 1$ или $\Delta L_{\text{diq}} = 1$, которые не подавлены.

каждом шаге расчетов мы выделяем два этапа в согласии с моделями разложения взаимодействия КХД в эффективной теории по обратной массе кварка, так что в первом приближении решается нерелятивистское уравнение Шрёдингера с модельным потенциалом, мотивированным в КХД, а в качестве возмущения вводятся подавленные массами кварков поправки, зависящие от спинов кварков.

2.1.1. Потенциал. Потенциал статических тяжелых кварков проявляет в себе наиболее важные особенности динамики КХД: асимптотическую свободу и конфайнмент. В ведущем порядке теории возмущений КХД на малых расстояниях и с линейным запирающим взаимодействием в инфракрасной области потенциал статических тяжелых кварков был рассмотрен в корнелльской модели [16], в которой введена простая суперпозиция обоих асимптотических пределов (эффективного кулоновского и струноподобного взаимодействий). Наблюдаемые тяжелые кварконии расположены в промежуточной области расстояний, где вклады обоих членов потенциала важны при определении спектров масс (рис. 3). Вследствие этого достаточно успешно могли применяться феноменологические аппроксимации потенциала (логарифмический и степенной законы [17, 18]), которые учитывали регулярности массовых спектров [8].

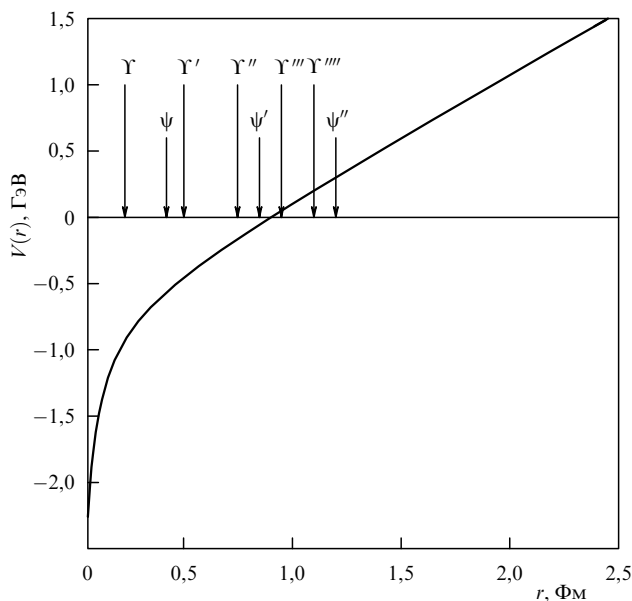


Рис. 3. Корнелльская модель статического потенциала и размеры ряда наблюдаемых тяжелых кваркониев с очарованными (семейство ψ) и прелестными (семейство Υ) кварками.

Величинами, более чувствительными к глобальным свойствам потенциала, являются волновые функции кваркониев в нуле, которые связаны с лептонными константами и нормировками сечений образования кваркониев. Потенциалы, которые согласуются как с асимптотической свободой в одной и двух петлях, так и с линейным видом конфайнмента, были предложены Ричардсоном [19], Бухмюллером и Таем [13].

В КХД статический потенциал определяется в явно калибровочно-инвариантном виде через вакуумное ожи-

дание петли Вильсона [20]:

$$V(r) = - \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{iT} \ln \langle W_T \rangle, \quad W_T = \text{Tr} \mathcal{P} \exp \left(ig \oint_{\Gamma} dx_{\mu} A^{\mu} \right). \quad (2.1)$$

Здесь Γ — прямоугольный контур со сторонами T во времени и r в пространстве. Калибровочные поля A_{μ} упорядочены по пути (символ $\mathcal{P}$), в то время как цветовой след нормирован согласно $\text{Tr}(\dots) = \text{Tr}(\dots)/\text{Tr} \mathbf{1}$.

Отметим, что определение (2.1) соответствует расчету эффективного действия для случая двух внешних источников, зафиксированных на расстоянии r в течение бесконечно большого промежутка времени T , так что упорядочивание по времени в данном случае совпадает с упорядочиванием по пути (символ $\mathcal{P}$). Кроме того, вкладом в эффективное действие от участков пути, где заряды были разведены за конечное время на конечное расстояние, можно пренебречь по сравнению с неограниченным вкладом $V(r)T$. Следует особо подчеркнуть, что определенный статический потенциал является, по построению, ренорминвариантной величиной, так как по определению действие не зависит от точки нормировки.

Обычно рассматривают V -схему для эффективной константы связи, определяя потенциал статических кварков в импульсном пространстве со стандартными обозначениями структурных констант группы $SU(N)$ посредством формулы

$$V(\mathbf{q}^2) = -C_F \frac{4\pi\alpha_V(\mathbf{q}^2)}{\mathbf{q}^2}, \quad (2.2)$$

так что вновь введенная величина α_V может быть вычислена как при больших виртуальностях в теории возмущений КХД, так и на малых переданных импульсах в предположении линейного запирающего кварки потенциала в режиме конфайнмента.

В данном разделе мы обсуждаем два режима для сил КХД между статическими тяжелыми кварками: асимптотическую свободу и конфайнмент. Затем, следуя методу Бухмюллера и Тая, мы формулируем, как эти режимы могут быть представлены в единой β -функции для величины α_V , удовлетворяющей обоим пределам при малых и больших значениях константы связи в КХД.

2.1.2. Пертурбативные результаты на малых расстояниях.

Технически в заданной схеме регуляризации (скажем, $\overline{MS}$) следует вычислить пертурбативное разложение потенциала статических кварков, так что этот потенциал может быть записан в форме кулоновского с бегущей константой в так называемой V -схеме. В итоге расчеты в теории возмущений дают условия сшивки $\overline{MS}$ - и V -схем. Расчеты с бегущей константой $\alpha_s^{\overline{MS}}$ в n петлях требуют сшивки с α_V в $n-1$ петлях. Заметим, что два начальных коэффициента соответствующих β -функций являются величинами, не зависящими от схемы регуляризации и калибровки вычислений, в то время как остальные коэффициенты, вообще говоря, зависят от процедуры расчетов. Схема V определена для наблюдаемой величины, так что ее β -функция калибровочно-инвариантна.

В теории возмущений КХД величина α_V может быть сшита с $\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}$:

$$\begin{aligned}\alpha_V(q^2) &= \alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(\mu^2) \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{a}_n \left(\frac{\mu^2}{q^2} \right) \left(\frac{\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(\mu^2)}{4\pi} \right)^n = \\ &= \alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(q^2) \sum_{n=0}^{\infty} a_n \left(\frac{\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(q^2)}{4\pi} \right)^n.\end{aligned}\quad (2.3)$$

К моменту опубликования результатов Бухмюллера и Тая были известны лишь двухпетлевая β -функция и условия однопетлевой сшивки с потенциалом. В последнее время произошел заметный прогресс в вычислениях: двухпетлевые условия сшивки V - и $\overline{\text{MS}}$ -схем [21, 22] могут быть объединены с трехпетлевой бегущей константой $\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}$. В разложении (2.3) известны коэффициенты древесного приближения a_0 , однопетлевого вклада a_1 и новые результаты двухпетлевого вклада a_2 (см. [21, 22]).

После введения $\hat{\alpha} = \alpha/(4\pi)$ функция β определяется как производная в виде

$$\frac{d\hat{\alpha}(\mu^2)}{d \ln \mu^2} = \beta(\hat{\alpha}) = - \sum_{n=0}^{\infty} \beta_n \hat{\alpha}^{n+2}(\mu^2), \quad (2.4)$$

так что

$$\beta_{0,1}^V = \beta_{0,1}^{\overline{\text{MS}}}, \quad \beta_2^V = \beta_2^{\overline{\text{MS}}} - a_1 \beta_1^{\overline{\text{MS}}} + (a_2 - a_1^2) \beta_0^{\overline{\text{MS}}}.$$

Преобразование Фурье приводит к выражению для потенциала в координатном пространстве [21]

$$\begin{aligned}V(r) &= -C_F \frac{\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(\mu^2)}{r} \left\{ 1 + \frac{\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(\mu^2)}{4\pi} (2\beta_0 \ln(\mu r') + a_1) + \right. \\ &+ \left(\frac{\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(\mu^2)}{4\pi} \right)^2 \left[\beta_0^2 \left(4 \ln^2(\mu r') + \frac{\pi^2}{3} \right) + \right. \\ &\left. \left. + 2(\beta_1 + 2\beta_0 a_1) \ln(\mu r') + a_2 \right] \right\},\end{aligned}\quad (2.5)$$

где $r' \equiv r \exp \gamma_E$.

После определения новой бегущей константы, зависящей от расстояния:

$$V(r) = -C_F \frac{\bar{\alpha}_V(1/r^2)}{r}, \quad (2.6)$$

из (2.5) можно вычислить ее β -функцию [21]:

$$\bar{\beta}_2^V = \beta_2^V + \frac{\pi^2}{3} \beta_0^3, \quad (2.7)$$

и младшие коэффициенты $\bar{\beta}_{0,1}^V$ равны известным значениям, не зависящим от схемы.

Заметим, что по построению пертурбативный потенциал (2.5) не зависит от точки нормировки, т.е. является ренорминвариантной величиной. Однако в рассматриваемом случае обрывание ряда теории возмущений КХД, в котором коэффициенты не уменьшаются⁴, приводит к сильной остаточной зависимости от точки нормировки. Так, при выборе точки нормировки μ в

области массы очарованного кварка двухпетлевой потенциал с трехпетлевой бегущей константой $\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}$ имеет неустраняемый аддитивный сдвиг, зависящий от μ , который варьируется в широких пределах. Это является выражением присутствия инфракрасной сингулярности в константе связи КХД, так что зависящий от μ сдвиг потенциала имеет форму полюса в точке $\Lambda_{\text{КХД}}$.

Для однозначности статического потенциала в КХД необходимо иметь дело с инфракрасно-стабильными величинами. Мотивация Бухмюллера и Тая состояла в том, чтобы написать такую β -функцию для α_V , которая была бы согласована с известными асимптотическими режимами на малых и больших расстояниях. Они предложили записать функции, приводящую к инфракрасно-стабильному эффективному заряду, который определяется только двумя параметрами: пертурбативным — шкалой в бегущей константе при больших виртуальностях и непертурбативным — натяжением кварк-глюонной струны.

Для полной определенности необходимо также задать коэффициенты β -функции. Параметры потенциала Бухмюллера–Тая фиксировались при фитировании в потенциальной модели спектров масс чармония и боттомония [23]. В частности, в таком феноменологическом подходе определялась шкала $\Lambda_{n_f=4}^{\overline{\text{MS}}} \approx 510$ МэВ, задающая асимптотическое поведение константы связи КХД при больших виртуальностях. Это значение находится в противоречии с современными данными по константе связи КХД $\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}$ [23]. Кроме того, легко заметить, что предполагаемое в модели Бухмюллера–Тая значение трехпетлевого коэффициента β -функции β_2^V имеет неверный знак и абсолютную величину в сравнении с вычисленной недавно в работах [21, 22].

Таким образом, чрезвычайно интересно провести модификацию потенциала Бухмюллера–Тая (ВТ) для статических кварков в согласии с сегодняшним статусом пертурбативных вычислений.

Для нормировки констант связи в глубокопертурбативной области в дальнейшем мы используем соотношение (2.3) при $q^2 = m_Z^2$.

2.1.3. Конфайнмент кварков. Непертурбативное поведение сил КХД между статическими тяжелыми кварками на больших расстояниях r обычно представляют в виде линейного потенциала (см. обсуждение в [25])

$$V^{\text{conf}}(r) = kr, \quad (2.8)$$

который соответствует закону площадей для петли Вильсона.

Потенциал (2.8) можно представить в терминах *постоянного хромоматричного поля* между источниками, находящимися в фундаментальном представлении $SU(N_c)$. Так, в калибровке фиксированной точки Фока–Швингера $x_\mu A^\mu(x) = 0$ глюонное поле можно выразить через тензор напряженности $A_\mu(x) \approx (1/2)x^\nu G_{\mu\nu}(0)$. Для статических кварков, разделенных расстоянием $\mathbf{r}$, поле ориентировано по направлению от кварка к антикварку, а для непертурбативной вершины кварк–кварк–глюон мы имеем единственное представление, удовлетворяющее требованию выстроенности глюонного поля и цветовой структуре кваркового поля: $\bar{Q}_i(0) G_{m0}^a(0) Q_j(0) = (\mathbf{r}_m/r) E T_{ij}^a$, где поля тяжелых кварков нормированы на единицу. Тогда запирающий кварки потенциал за-

⁴ Более того, согласно исследованиям ренормалона коэффициенты ряда теории возмущений в пертурбативном потенциале факториально растут, и ряд имеет смысл асимптотического.

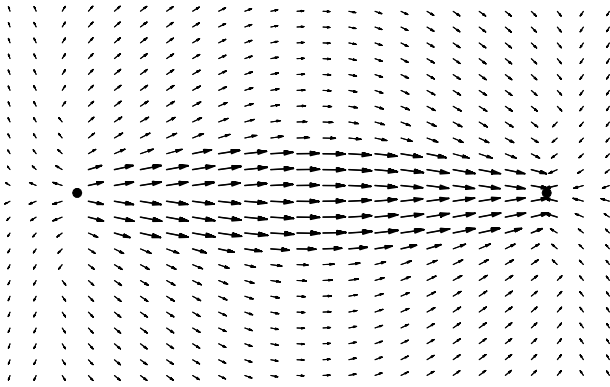


Рис. 4. Вакуумное хромозлектрическое поле, которое в присутствии заряженных источников "выстраивается" вдоль линии, соединяющей тяжелые кварки.

писывается в виде

$$V^{\text{conf}}(r) = \frac{1}{2} g C_F E r.$$

Полагая, что то же абсолютное значение напряженности поля отвечает формированию глюонного конденсата⁵ (рис. 4), и вводя стохастические цветовые источники n_i , которые должны быть усреднены по вакууму, легко находим

$$\langle G_{\mu\nu}^2 \rangle = 4C_F E^2 \langle \bar{n}n \rangle.$$

Для линейного члена потенциала рассмотрение в [24] приводит к соотношению

$$k = \frac{\pi}{2\sqrt{N_c}} C_F \left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G_{\mu\nu}^2 \right\rangle^{1/2}. \quad (2.9)$$

Величина k обычно выражается через параметр α'_R :

$$k = \frac{1}{2\pi\alpha'_R}.$$

Следуя Бухмюллеру и Таю, мы полагаем $\alpha'_R = 1,04 \text{ ГэВ}^{-2}$. Это значение натяжения струны, связанного с наклоном траекторий Редже, можно сравнить с оценкой, следующей из (2.9). При $\langle (\alpha_s/\pi) G_{\mu\nu}^2 \rangle = (1,6 \pm 0,1) \times 10^{-2} \text{ ГэВ}^4$ [7] имеем

$$\alpha'_R = 1,04 \pm 0,03 \text{ ГэВ}^{-2},$$

⁵ Мы имеем в виду модель вакуума, в которой хромозлектрическое поле по абсолютной величине равно среднему значению E , в то время как его ориентация произвольна и хаотически меняется, так что при введении статических источников на сравнительно большом расстоянии друг от друга, т.е. когда кулоновский вклад мал по сравнению с непертурбативным, происходит выстраивание хромозлектрического поля в выделенном направлении от кварка к антикварку. Отличие струнной конфигурации от вакуума определяется переходом от дисориентированной вакуумной фазы состояния глюонного поля к выстроенности при наличии внешнего источника, что напоминает ситуацию с намагничиванием металлов с той лишь разницей, что при снятии внешнего воздействия происходит восстановление дисориентированной фазы. Длины и времена корреляций вакуумных полей определяются энергетическим масштабом конфайнмента и не существенны для статических источников, хотя могут приводить к степенным поправкам в характеристиках быстро движущихся тяжелых кварков.

что находится в хорошем согласии с известным значением наклона траекторий Редже.

Форма (2.8) соответствует пределу, когда при малых виртуальностях ($q^2 \rightarrow 0$) константа связи

$$\alpha_V(q^2) \rightarrow \frac{K}{q^2},$$

причем

$$\frac{d\alpha_V(q^2)}{d \ln q^2} \rightarrow -\alpha_V(q^2), \quad (2.10)$$

что дает асимптотику конфайнмента для функции β^V .

2.1.4. Единая β -функция и потенциал. Бухмюллер и Тай предложили конструктивную процедуру для восстановления β -функции в полной области изменения заряда по известным пределам при асимптотической свободе в данном порядке теории возмущений по α_s и в режиме конфайнмента. Обобщение их метода приводит к тому, что функция β_{pert} , найденная в рамках асимптотической теории возмущений в трех петлях, преобразуется в β -функцию эффективного заряда:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\beta_{\text{pert}}(\hat{\alpha})} &= -\frac{1}{\beta_0 \hat{\alpha}^2} + \frac{\beta_1 + (\beta_2^V - \beta_1^2/\beta_0) \hat{\alpha}}{\beta_0^2 \hat{\alpha}} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{1}{\beta(\hat{\alpha})} = -\frac{1}{\beta_0 \hat{\alpha}^2} \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{\beta_0 \hat{\alpha}}\right) \right]^{-1} + \\ &+ \frac{\beta_1 + (\beta_2^V - \beta_1^2/\beta_0) \hat{\alpha}}{\beta_0^2 \hat{\alpha}} \exp\left(-\frac{1}{\beta_0 \hat{\alpha}}\right), \end{aligned} \quad (2.11)$$

где экспоненциальный фактор во втором члене определяет вклад только в порядке, следующем по точности за порядком трехпетлевого рассмотрения при $\hat{\alpha} \rightarrow 0$.

Функция (2.11) имеет существенную сингулярность при $\hat{\alpha} \rightarrow 0$, так что разложение дает асимптотический ряд по $\hat{\alpha}$. При $\hat{\alpha} \rightarrow \infty$ функция β стремится к пределу режима конфайнмента, как представлено в (2.10). Напомним, что одно- и двухпетлевые статические потенциалы, сшитые с членом линейного конфайнмента, при фитировании спектров масс тяжелых кваркониев приводят к противоречию со значением константы КХД на масштабе массы Z -бозона. Мы покажем, что статический потенциал в трехпетлевом приближении согласуется с изменениями константы связи КХД на больших виртуальностях.

В пертурбативном пределе обычное решение для бегущей константы связи

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}(\mu^2) &= \frac{1}{\beta_0 \ln(\mu^2/\Lambda^2)} \left[1 - \frac{\beta_1}{\beta_0^2} \frac{1}{\ln(\mu^2/\Lambda^2)} \ln \ln \frac{\mu^2}{\Lambda^2} + \right. \\ &+ \left. \frac{\beta_1^2}{\beta_0^4} \frac{1}{\ln^2(\mu^2/\Lambda^2)} \left(\ln^2 \ln \frac{\mu^2}{\Lambda^2} - \ln \ln \frac{\mu^2}{\Lambda^2} - 1 + \frac{\beta_2^V \beta_0}{\beta_1^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.12)$$

остается верным. Используя асимптотический предел (2.12), можно найти уравнение

$$\begin{aligned} \ln \frac{\mu^2}{\Lambda^2} &= \frac{1}{\beta_0 \hat{\alpha}(\mu^2)} + \frac{\beta_1}{\beta_0^2} \ln(\beta_0 \hat{\alpha}(\mu^2)) + \\ &+ \int_0^{\hat{\alpha}(\mu^2)} dx \left(\frac{1}{\beta_0 x^2} - \frac{\beta_1}{\beta_0^2 x} + \frac{1}{\beta(x)} \right), \end{aligned} \quad (2.13)$$

которое легко проинтегрировать и получить неявное решение для зависимости заряда от масштаба. Неявное уравнение может быть обращено методом итераций, так что приближенное решение имеет вид

$$\hat{\alpha}(\mu^2) = \frac{1}{\beta_0 \ln(1 + \eta(\mu^2)\mu^2/A^2)}, \quad (2.14)$$

где $\eta(\mu^2)$ выражается через коэффициенты пертурбативной β -функции. Параметр l , в свою очередь, связан с наклоном траекторий Редже и масштабом A (константой интегрирования) соотношением

$$\ln(4\pi^2 C_F \alpha'_R A^2) = \ln \beta_0 + \frac{\beta_1}{2\beta_0^2} \left(\gamma_E + \frac{l^2}{2\beta_0^2} \right) - \frac{\beta_2^V \beta_0 - \beta_1^2}{\beta_0^3} \frac{\sqrt{\pi/2}}{l}, \quad (2.15)$$

которое полностью фиксирует параметры в β -функции и заряд в терминах масштаба A и наклона α'_R .

2.1.5. Выбор масштабов. Как и выше, наклон траекторий Редже, определяющий линейную часть потенциала, прием равным $\alpha'_R = 1,04 \text{ ГэВ}^{-2}$. Используя измеренное значение константы связи КХД [23] и полагая

$$\alpha_s^{\overline{\text{MS}}}(m_Z^2) = 0,123$$

в качестве основного параметра потенциала, получаем значение $\alpha_V(m_Z^2) \approx 0,1306$, которое можно считать нормировочным условием для $\hat{\alpha}(m_Z^2) = \alpha_V(m_Z^2)/(4\pi)$. Затем мы вычисляем параметр A для эффективного заряда в зависимости от числа активных ароматов [24].

После определения импульсной зависимости заряда в результате преобразования Фурье находим

$$V(r) = kr - \frac{8C_F}{r} u(r) \quad (2.16)$$

с функцией

$$u(r) = \int_0^\infty dq \frac{1}{q} \left(\hat{\alpha}(q^2) - \frac{K}{q^2} \right) \sin(qr),$$

которая рассчитывается численно при $r > 0,01 \text{ Фм}$. На малых расстояниях поведение потенциала является чисто пертурбативным, так что при $r < 0,01 \text{ Фм}$ согласно (2.6) имеем

$$V(r) = -C_F \frac{\bar{\alpha}_V(1/r^2)}{r}.$$

Здесь бегущая константа $\bar{\alpha}_V(1/r^2)$ определена в уравнении (2.12) с соответствующим значением $\bar{\beta}_2^V$ при $n_f = 5$ и нормирована условием сшивки с потенциалом (2.16) при $r_s = 0,01 \text{ Фм}$. В итоге мы получаем значение $\bar{\alpha}_V(1/r_s^2) = 0,22213$, которое приводит к значению $A_{n_f=5}^V = 617,42 \text{ МэВ}$.

Таким образом, мы полностью определили модель потенциала статических тяжелых кварков в КХД с трехпетлевой бегущей константой. При построении единой β -функции и потенциала режим конфайнмента был введен феноменологическим образом, и он, конечно, не является результатом эволюции, которая, тем не менее, при виртуальностях $q < 3 \text{ ГэВ}$ начинает чувство-

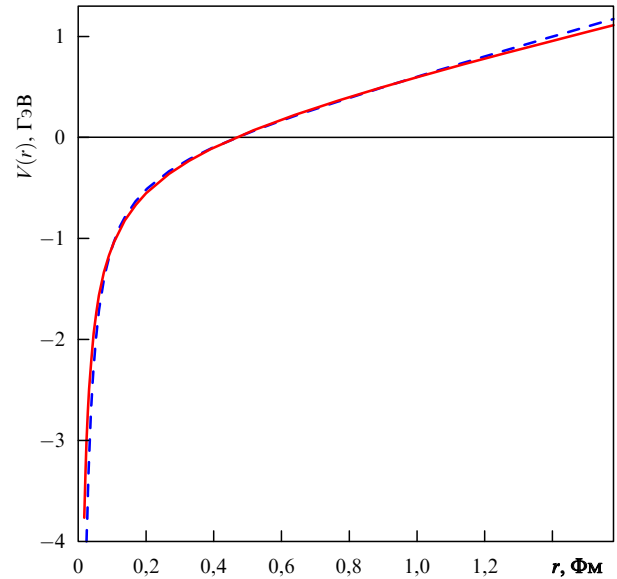


Рис. 5. Потенциал статических тяжелых кварков в КХД (сплошная линия) в сравнении с корнелльской моделью (штриховая линия) с точностью до аддитивного сдвига по шкале энергии.

вать введенные поправки за счет конфайнмента. В итоге мы получаем физически мотивированную и феноменологически приемлемую параметризацию потенциала как на малых, так и на больших расстояниях.

На рисунке 5 показан потенциал в зависимости от расстояния между кварками. Как видно из рисунка, рассчитанный потенциал близок к форме потенциала корнелльской модели, определенной феноменологическим путем посредством фитирования массовых спектров тяжелых кваркониев. В итоге можно сделать вывод о том, что с нормировкой константы связи КХД при виртуальности $q^2 = m_Z^2$ посредством трехпетлевой эволюции эффективного заряда, включающего в рассмотрение линейный конфайнмент кварков, получается статический потенциал, который согласуется с феноменологическими моделями, т.е. с расчетами спектров масс тяжелых кваркониев в нерелятивистском приближении.

Согласование потенциала с параметрами КХД стало возможным благодаря тому, что в статическом пределе двухпетлевое рассмотрение кулоновского потенциала приводит к существенным поправкам к β -функции эффективного заряда, так что $\Delta\beta/\beta \sim 10\%$. Подобная поправка важна для определения критической величины заряда, определяющей переходную область между режимом теории возмущений и непертурбативным пределом. Более того, двухпетлевое условие сшивки и трехпетлевая эволюция бегущей константы связи, нормированной согласно данным при высоких энергиях m_Z , фиксируют область энергетических масштабов, где происходит смена этих режимов. Этот масштаб сильно скоррелирован с данными по массовым спектрам тяжелых кваркониев. Действительно, он связан с расщеплением между уровнями $1S$ и $2S$. Подчеркнем, что двухпетлевая модификация приводит к верной нормировке эффективного кулоновского заряда на межкварковых расстояниях, характерных для средних размеров тяжелых кваркониев, и определяет эволюцию на малых расстояниях ($r < 0,08 \text{ Фм}$), что существенно при вычислениях лептонных констант, связанных с волновыми функциями в нуле.

Детальный анализ потенциала статических кварков при расчетах спектров масс тяжелых кваркониев и лептонных констант векторных состояний и определение масс тяжелых кварков в потенциальном подходе представлены в работе [24]. Отметим, что потенциал Бухмюллера–Тая был получен при фитировании экспериментальных спектров масс тяжелых кваркониев и численно очень близок к статическому потенциалу, полученному в этом обзоре и согласованному с нормировкой константы связи КХД на больших виртуальностях. Таким образом, потенциал Бухмюллера–Тая сохраняет свою феноменологическую применимость для вычисления уровней масс адронов, содержащих кварки s и b , с погрешностью до 40–70 МэВ, что является типичной неопределенностью потенциального подхода.

2.1.6. Система уровней. Следуя работе [26], в качестве модельного потенциала мы используем потенциал Бухмюллера–Тая, в котором учитываются кулоноподобные поправки в области малых расстояний с бегущей константой КХД в двухпетлевом приближении, а на больших расстояниях осуществляется линейный рост энергии взаимодействия, приводящий к конфайнменту. При этом оба режима являются предельными случаями для эффективной модельной β -функции Гелл-Мана–Лоу, которая приводится в явном виде. В антитриплетном состоянии следует учесть фактор $1/2$ за счет цветовой структуры связанного кварк-кваркового состояния. Во взаимодействии дикварка с легким конституентным кварком соответствующий фактор равен единице. Отметим, что, как показано в работе [27], непертурбативная конституентная добавка к массе нерелятивистского кварка в точности совпадает с аддитивной константой, вычитаемой из кулоноподобного потенциала.

Таким образом, из фитирования модели по реальному спектру чармония и боттомония можно фиксировать массы тяжелых кварков:

$$m_c = 1,486 \text{ ГэВ}, \quad m_b = 4,88 \text{ ГэВ}. \quad (2.17)$$

Масса уровня тяжелого кваркония (например, чармония) вычисляется согласно соотношению $M(\bar{c}c) = 2m_c + E$, где E — энергия статического решения уравнения Шрёдингера с модельным потенциалом V . Масса мезона с одним тяжелым кварком задается выражением $M(Q\bar{q}) = m_Q + m_q + E$, где уже $E = \langle T \rangle + \langle V - \delta V \rangle$, причем аддитивная добавка к потенциалу вводится из-за того, что конституентная масса определяется как часть энергии поля взаимодействия: $\delta V = m_q$, где согласно фиту для масс тяжелых мезонов $m_q = 0,385 \text{ ГэВ}$.

Результаты расчетов собственных уровней энергии в уравнении Шрёдингера с потенциалом Бухмюллера–Тая для различных систем приведены в табл. 1, а характеристики соответствующих волновых функций — в табл. 2. При этом с хорошей точностью энергия связи и волновая функция легкого кварка практически не зависят от ароматов тяжелых кварков, так как большая масса дикварков дает малый вклад в приведенную массу системы и приводит к несущественным поправкам в уравнении Шрёдингера.

В итоге энергии уровней легкого конституентного кварка для состояний, находящихся под порогом распада дваждытяжелого бариона на тяжелый барион и

Таблица 1. Спектры уровней дикварков bb , bc и cc без учета спиновых расщеплений

Уровень дикварка	M , ГэВ	$\langle r^2 \rangle^{1/2}$, Фм	Уровень дикварка	M , ГэВ	$\langle r^2 \rangle^{1/2}$, Фм
Дикварк bb					
$1S$	9,74	0,33	$2P$	9,95	0,54
$2S$	10,02	0,69	$3P$	10,15	0,86
$3S$	10,22	1,06	$4P$	10,31	1,14
$4S$	10,37	1,26	$5P$	10,45	1,39
$5S$	10,50	1,50	$6P$	10,58	1,61
$3D$	10,08	0,72	$4D$	10,25	1,01
$5D$	10,39	1,28	$6D$	10,53	1,51
$4F$	10,19	0,87	$5F$	10,34	1,15
$6F$	10,47	1,40	$5G$	10,28	1,01
$6G$	10,42	1,28	$6H$	10,37	1,15
Дикварк bc					
$1S$	6,48	0,48	$3P$	6,93	1,16
$2S$	6,79	0,95	$4P$	7,13	1,51
$3S$	7,01	1,33	$3D$	6,85	0,96
$2P$	6,69	0,74	$4D$	7,05	1,35
$4F$	6,97	1,16	$5F$	7,16	1,52
$5G$	7,09	1,34	$6H$	7,19	1,50
Дикварк cc					
$1S$	3,16	0,58	$3P$	3,66	1,36
$2S$	3,50	1,12	$4P$	3,90	1,86
$3S$	3,76	1,58	$3D$	3,56	1,13
$2P$	3,39	0,88	$4D$	3,80	1,59

Таблица 2. Характеристики радиальных волновых функций дикварков bb , bc и cc

nL	$R(0)$, ГэВ $^{3/2}$	nL	$R'(0)$, ГэВ $^{5/2}$
Дикварк bb			
$1S$	1,346	$2P$	0,479
$2S$	1,027	$3P$	0,539
$3S$	0,782	$4P$	0,585
$4S$	0,681	$5P$	0,343
Дикварк bc			
$1S$	0,726	$2P$	0,202
$2S$	0,601	$3P$	0,240
Дикварк cc			
$1S$	0,530	$2P$	0,128
$2S$	0,452	$3P$	0,158

тяжелый мезон, равны

$$E(1s) = 0,38 \text{ ГэВ}, \quad E(2s) = 1,09 \text{ ГэВ}, \quad E(2p) = 0,83 \text{ ГэВ},$$

где энергия уровня определялась как сумма конституентной массы и собственного значения энергии стационарного уравнения Шрёдингера. В теории HQET вводят $\bar{A} = E(1s)$. Отсюда можно заключить, что наша оценка хорошо согласуется с расчетами в других подходах. Это лишний раз свидетельствует о надежности подобного феноменологического предсказания. Для соответствующих волновых радиальных функций и их производных в нуле находим

$$R_{1s}(0) = 0,527 \text{ ГэВ}^{3/2},$$

$$R_{2s}(0) = 0,278 \text{ ГэВ}^{3/2},$$

$$R'_{2p}(0) = 0,127 \text{ ГэВ}^{5/2}.$$

Аналогичные характеристики связанного состояния c -кварка с дикварком bb имеют значения

$$E(1s) = 1,42 \text{ ГэВ}, \quad E(2s) = 1,99 \text{ ГэВ}, \quad E(2p) = 1,84 \text{ ГэВ}$$

с волновыми функциями

$$\begin{aligned} R_{1s}(0) &= 1,41 \text{ ГэВ}^{3/2}, \\ R_{2p}(0) &= 1,07 \text{ ГэВ}^{3/2}, \\ R'_{2d}(0) &= 0,511 \text{ ГэВ}^{5/2}. \end{aligned}$$

Для связи конституентного странного кварка мы добавляем токовую массу $m_s \approx 100 - 150 \text{ МэВ}$.

2.1.7. Зависящие от спина поправки. Согласно [28] введем два типа зависящих от спина поправок, обуславливающих расщепление nL -уровней в дикварке и в системе легкого конституентного кварка и дикварка ($n = n_r + L + 1$ — главное квантовое число, n_r — номер радиального возбуждения, L — орбитальный момент).

Для тяжелого дикварка с тождественными кварками

$$\begin{aligned} V_{sd}^{\text{diq}}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{2} \frac{\mathbf{L}_{\text{diq}} \mathbf{S}_{\text{diq}}}{2m_Q^2} \left(-\frac{1}{r} \frac{dV(r)}{dr} + \frac{8}{3} \alpha_s \frac{1}{r^3} \right) + \\ &+ \frac{2}{3} \alpha_s \frac{1}{m_Q^2} \frac{1}{r^3} \mathbf{L}_{\text{diq}} \mathbf{S}_{\text{diq}} + \frac{4}{3} \alpha_s \frac{1}{3m_Q^2} \mathbf{S}_{Q1} \mathbf{S}_{Q2} [4\pi\delta(\mathbf{r})] - \\ &- \frac{1}{3} \alpha_s \frac{1}{m_Q^2} \frac{1}{4L_{\text{diq}}^2 - 3} \frac{1}{r^3} [6(\mathbf{L}_{\text{diq}} \mathbf{S}_{\text{diq}})^2 + \\ &+ 3(\mathbf{L}_{\text{diq}} \mathbf{S}_{\text{diq}}) - 2L_{\text{diq}}^2 \mathbf{S}_{\text{diq}}^2], \end{aligned} \quad (2.18)$$

где $\mathbf{L}_{\text{diq}}$ и $\mathbf{S}_{\text{diq}}$ — орбитальный момент в системе дикварка и суммарный спин кварков, образующих дикварк, соответственно.

Учет взаимодействия с легким конституентным кварком дает ($\mathbf{S} = \mathbf{S}_{\text{diq}} + \mathbf{S}_1$)

$$\begin{aligned} V_{sd}^1(\mathbf{r}) &= \frac{1}{4} \left(\frac{\mathbf{L} \mathbf{S}_{\text{diq}}}{2m_Q^2} + \frac{2\mathbf{L} \mathbf{S}_1}{2m_1^2} \right) \left(-\frac{1}{r} \frac{dV(r)}{dr} + \frac{8}{3} \alpha_s \frac{1}{r^3} \right) + \\ &+ \frac{1}{3} \alpha_s \frac{1}{m_Q m_1} \frac{1}{r^3} (\mathbf{L} \mathbf{S}_{\text{diq}} + 2\mathbf{L} \mathbf{S}_1) + \\ &+ \frac{4}{3} \alpha_s \frac{1}{3m_Q m_1} (\mathbf{S}_{\text{diq}} + \mathbf{L}_{\text{diq}}) \mathbf{S}_1 [4\pi\delta(\mathbf{r})] - \\ &- \frac{1}{3} \alpha_s \frac{1}{m_Q m_1} \frac{1}{4L^2 - 3} \frac{1}{r^3} [6(\mathbf{L} \mathbf{S})^2 + 3(\mathbf{L} \mathbf{S}) - 2L^2 \mathbf{S}^2 - \\ &- 6(\mathbf{L} \mathbf{S}_{\text{diq}})^2 - 3(\mathbf{L} \mathbf{S}_{\text{diq}}) + 2L^2 \mathbf{S}_{\text{diq}}^2]. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Первый член в (2.19) отвечает релятивистской поправке к эффективному скалярному обмену, а последующие члены возникают за счет поправок к эффективному одноглюонному обмену с константой α_s .

Эффективный параметр α_s определим следующим образом. Расщепление в S -волновом тяжелом кваркони $\bar{Q}_1 Q_2$ задается выражением

$$\Delta M[nS] = \frac{8}{9} \alpha_s \frac{1}{m_1 m_2} |R_{nS}(0)|^2. \quad (2.20)$$

Здесь $R_{nS}(0)$ — радиальная волновая функция кваркония в нуле. Из экспериментальных данных в системе $\bar{c}c$

$$\Delta M[1S] = 117 \pm 2 \text{ МэВ} \quad (2.21)$$

и $R_{1S}(0)$, вычисленной в модели, находим $\alpha_s(\Psi)$.

Далее, учтем зависимость параметра α_s от приведенной массы системы μ_{red} в рамках однопетлевого приближения для бегущей константы КХД, когда

$$\alpha_s(p^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln(p^2/\Lambda_{\text{КХД}}^2)}, \quad (2.22)$$

причем $\beta_0 = 11 - 2n_f/3$ и $n_f = 3$ при $p^2 < m_c^2$. Из феноменологии потенциальных моделей известно, что средняя кинетическая энергия движения кварков в связанном состоянии практически не зависит от ароматов кварков и имеет значения

$$\langle T_{\text{diq}} \rangle \approx 0,2 \text{ ГэВ}, \quad (2.23)$$

$$\langle T_1 \rangle \approx 0,4 \text{ ГэВ} \quad (2.24)$$

для антитриплетной и синглетной связи соответственно. Подставляя в (2.22) определение нерелятивистской кинетической энергии

$$\langle T \rangle = \frac{\langle p^2 \rangle}{2\mu_{\text{red}}}, \quad (2.25)$$

получаем

$$\alpha_s(p^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln(\langle T \rangle \mu_{\text{red}} / \Lambda_{\text{КХД}}^2)}, \quad (2.26)$$

где согласно (2.21) численно $\Lambda_{\text{КХД}} \approx 113 \text{ МэВ}$.

Для тождественных кварков в дикварке применим хорошо знакомую по тяжелому кварконию схему расчета поправок LS -связи, в то время как для взаимодействия с легким кварком — схему jj -связи. В этом случае $\mathbf{L} \mathbf{S}_1$ диагонален при заданном $\mathbf{J}_1 = \mathbf{L} + \mathbf{S}_1$, $\mathbf{J} = \mathbf{J}_1 + \bar{\mathbf{J}}$, где $\mathbf{J}$ — полный спин бариона, а $\bar{\mathbf{J}} = \mathbf{S}_{\text{diq}} + \mathbf{L}_{\text{diq}}$ — полный момент дикварка.

Тогда для оценки различных вкладов и смешивания состояний можно использовать преобразования базисов ($\mathbf{S} = \mathbf{S}_1 + \bar{\mathbf{J}}$, $\mathbf{J}_{\text{diq}} = \mathbf{S}_{\text{diq}} + \mathbf{L}$)

$$\begin{aligned} |J; J_1\rangle &= \sum_S (-1)^{\bar{J}+S_1+L+J} \sqrt{(2S+1)(2J_1+1)} \times \\ &\times \begin{Bmatrix} \bar{J} & S_1 & S \\ L & J & J_1 \end{Bmatrix} |J; S\rangle, \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned} |J; J_1\rangle &= \sum_{J_{\text{diq}}} (-1)^{\bar{J}+S_1+L+J} \sqrt{(2J_{\text{diq}}+1)(2J_1+1)} \times \\ &\times \begin{Bmatrix} \bar{J} & L & J_{\text{diq}} \\ S_1 & J & J_1 \end{Bmatrix} |J; J_{\text{diq}}\rangle. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Таким образом, мы детально определили процедуру расчетов спектра масс дваждытяжелых барионов.

2.2. Численные результаты

В данном разделе приведены результаты расчета спектра масс с учетом зависящего от спина кварка расщепления уровней. При этом, как разъяснялось выше, дваждытяжелые барионы с тождественными тяжелыми кварками допускают достаточно надежную интерпретацию в терминах квантовых чисел возбуждений дикварка (полного спина и орбитального момента). Для бариона с дикварком bc рассчитано спиновое расщепление основного $1S$ -состояния, так как для высших возбуждений этого дикварка допустимое излучение мягкого глюона нарушает простую картину классификации уровней.

Очевидно, что кварк-дикварковая модель связанных состояний дваждытяжелых барионов приводит к наиболее надежным результатам в системе с большей массой кварка, т.е. в системе Ξ_{bb} .

Для классификации квантовых чисел уровней мы используем обозначение $n_{\text{diq}} L_{\text{diq}} n_l l$, т.е. указываем значения главного квантового числа в дикварке, орбитального момента в дикварке, главного квантового числа возбуждения легкого кварка и его орбитального момента. Расщепление уровней бариона Ξ_{bb} детально рассматривалось в работе [26]. Состояния с полным спином $J = 3/2$ (или $1/2$) могут иметь различные значения J_l и, таким образом, приобретают ненулевое смешивание при расчетах по теории возмущений, построенной по состояниям с определенным полным моментом легкого конститuentного кварка. Для $J = 3/2$ матрицу смешивания с высокой точностью можно считать диагональной, для $J = 1/2$ смешивание состояний с различными значениями полного момента легкого кварка является сильным.

Сравнительный анализ для уровней $1S2p$ и $2S2p$ в системе Ξ_{bb} , проведенный в работе [26], показал, что различие в волновых функциях, обусловленное разницей в массах дикварковой подсистемы, действительно малосущественно. Расщепление D - и G -уровней дикварка $\Delta^{(J_{\text{diq}})}$ подавлено ($\Delta^{(J_{\text{diq}})} < 11$ МэВ), так что подобные поправки для возбуждений дикварка, размеры которого меньше, чем расстояние до легкого кварка (т.е. с небольшим значением главного квантового числа), в рамках точности метода пренебрежимо малы ($\delta M \approx 30 - 40$ МэВ).

Сверхтонкое спин-спиновое расщепление системы кварк – дикварк

$$\Delta_{\text{hf}}^1 = \frac{2}{9} \left[J(J+1) - \bar{J}(\bar{J}+1) - \frac{3}{4} \right] \alpha_s (2\mu_{\text{red}} T_1) \frac{1}{m_b m_l} |R_l(0)|^2, \quad (2.29)$$

где $R_l(0)$ — радиальная волновая функция легкого конститuentного кварка в нуле, а сдвиг уровня дикварка

$$\Delta_{\text{hf}}^{\text{diq}} = \frac{1}{9} \alpha_s (2\mu_{\text{red}} T_{\text{diq}}) \frac{1}{m_b} |R_{\text{diq}}(0)|^2. \quad (2.30)$$

Спектр масс барионов Ξ_{bb}^- и Ξ_{bb}^0 показан на рис. 6, где мы ограничились представлением S -, P - и D -волновых уровней, а таблица с численными значениями масс барионов Ξ_{bb} приведена в работе [26]. Как видно из

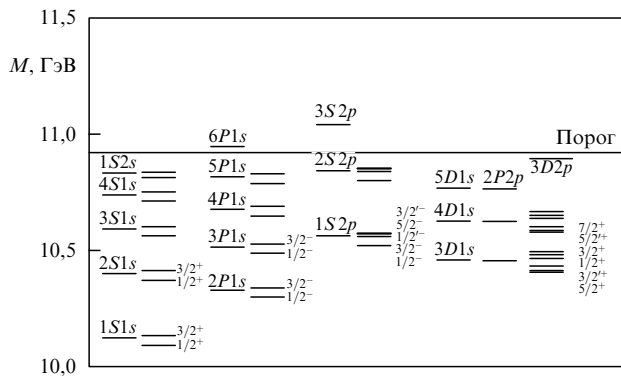


Рис. 6. Спектр масс барионов Ξ_{bb}^- и Ξ_{bb}^0 с учетом зависящего от спинов кварков расщепления низлежащих возбуждений.

рисунка, наиболее надежными предсказаниями можно считать массы барионов $1S1s$ ($J^P = 3/2^+, 1/2^+$), $2P1s$ ($J^P = 3/2^-, 1/2^-$) и $3D1s$ ($J^P = 7/2^+, \dots, 1/2^+$). Отметим, что уровень $2P1s$ является метастабильным, так как для перехода на основной уровень требуется одновременно изменение орбитального момента и суммарного спина тяжелых кварков в дикварке.

Аналогом такого процесса можно считать переход между состояниями орто- и параводорода в молекуле H_2 , который происходит в неоднородном внешнем поле, создаваемым магнитными моментами других молекул. Для $2P1s \rightarrow 1S1s$ роль внешнего поля играет неоднородное хромомангнитное поле легкого кварка. Соответствующее возмущение имеет вид

$$\delta V \sim \frac{1}{m_Q} [\mathbf{S}_1 \mathbf{H}_1 + \mathbf{S}_2 \mathbf{H}_2 - (\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2) \langle \mathbf{H} \rangle] = \frac{1}{2m_Q} (\mathbf{r}_{\text{diq}})(\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_2) \mathbf{H} \sim \frac{1}{m_Q} \frac{\mathbf{r}_{\text{diq}}}{m_q r_l^5} (\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_2) \mathbf{J}_l f(r_l),$$

где $f(r_l)$ — безразмерная непертурбативная функция, зависящая от координаты легкого кварка относительно дикварка. Очевидно, что возмущение δV изменяет орбитальный момент легкого кварка и приводит к смешиванию состояний с одинаковыми значениями J^P . Если расщепление не мало (например, $2P1s - 1S2p$, где $\Delta E \sim \Lambda_{\text{КХД}}$), то смешивание подавлено:

$$\frac{\delta V}{\Delta E} \sim \frac{1}{m_Q m_q} \frac{r_{\text{diq}}}{r_l^4} \frac{1}{\Delta E} \ll 1.$$

Так как примесь $1S2p$ в состоянии $2P1s$ мала, уровни $2P1s$ являются квазистационарными, т.е. их адронные переходы с излучением π -мезонов на основной уровень подавлены, впрочем, дополнительно за счет малого фазового объема. Поэтому следует ожидать появления аномально узких резонансов в спектрах пар $\Xi_{bb}\pi$ в результате распадов квазистационарных состояний с $J^P = 3/2^-, 1/2^-$. Экспериментальное обнаружение подобного типа уровней непосредственно свидетельствовало бы о наличии возбуждений дикварка и давало бы информацию о характере зависимости $f(r_l)$, т.е. о происхождении неоднородного хромомангнитного поля в непертурбативной области.

Очевидно, квазистационарны и состояния $3D1s$ ($J^P = 7/2^+, 5/2^+$), которые в мультипольном разложении КХД переходят на основной уровень за счет квадрупольного излучения глюона (E2-переход с адронизацией $gq \rightarrow q'\pi$). Что же касается высших возбуждений, то, например, состояния $3P1s$ близки к уровням $1S2p$ ($J^P = 3/2^-, 1/2^-$), так что даже подавленные обратной массой тяжелого кварка и малым размером дикварка вклады операторов, изменяющих орбитальный момент и спин дикварка, могут приводить к существенному смешиванию с амплитудой $\delta V_{nn'}/\Delta E_{nn'} \sim 1$, однако, как мы считаем, оно незначительно смещает массы состояний. Более существенно то, что большая примесь $1S2p$ в $3P1s$ делает состояние нестабильным относительно переходов в основное $1S1s$ -состояние с излучением глюона (E1-переход), который приводит в физическом спектре адронов к распадам, например, с излучением π -мезонов⁶. Уровень $1S2p$ ($J^P = 5/2^-$)

⁶ Напомним, что барионы $\Xi_{QQ'}$ — изодублеты.

имеет определенные квантовые числа дикварка и легкого кварка, так как вблизи нет уровней с теми же значениями J^P , но его ширина перехода на основной уровень с излучением π -мезона ничем не подавлена и, по-видимому, велика ($\Gamma \approx 100$ МэВ).

Отметим также, что радиационные процессы адронных переходов приводят к различным волновым состояниям в зависимости от P -четности барионов и их спина:

$$3/2^- \rightarrow 3/2^+ \text{ (}\pi \text{ в } S\text{-волне)}, \quad 3/2^- \rightarrow 1/2^+ \text{ (}\pi \text{ в } D\text{-волне)}, \\ 1/2^- \rightarrow 3/2^+ \text{ (}\pi \text{ в } D\text{-волне)}, \quad 1/2^- \rightarrow 1/2^+ \text{ (}\pi \text{ в } S\text{-волне)}.$$

При этом D -волновые переходы подавлены малыми импульсами отдачи барионов по сравнению с их массами. Ширина низлежащего состояния $J^P = 3/2^+$ полностью определяется радиационным электромагнитным $M1$ -переходом в основное состояние $J^P = 1/2^+$.

Описанная выше процедура расчетов для дваждыочарованного бариона приводит к результатам, которые представлены в табл. 3.

Таблица 3. Спектр масс барионов Ξ_{cc}^{++} , Ξ_{cc}^+ и Ω_{bbc}^0

$nLm_l h (J^P)$	$M, \text{ ГэВ}$	$nLm_l h (J^P)$	$M, \text{ ГэВ}$
Барионы Ξ_{cc}^{++} и Ξ_{cc}^+			
1S1s (1/2 ⁺)	3,478	3P1s (1/2 ⁻)	3,972
1S1s (3/2 ⁺)	3,61	3D1s (3/2 ⁺)	4,007
2P1s (1/2 ⁻)	3,702	1S2p (3/2 ⁻)	4,034
3D1s (5/2 ⁺)	3,781	1S2p (3/2 ⁻)	4,039
2S1s (1/2 ⁺)	3,812	1S2p (5/2 ⁻)	4,047
3D1s (3/2 ⁺)	3,83	3D1s (5/2 ⁺)	4,05
2P1s (3/2 ⁻)	3,834	1S2p (1/2 ⁻)	4,052
3D1s (1/2 ⁺)	3,875	3S1s (1/2 ⁺)	4,072
1S2p (1/2 ⁻)	3,927	3D1s (7/2 ⁺)	4,089
2S1s (3/2 ⁺)	3,944	3P1s (3/2 ⁻)	4,104
Барион Ω_{bbc}^0			
1S1s (1/2 ⁺)	11,12	3D1s (3/2 ⁺)	11,52
1S1s (3/2 ⁺)	11,18	3D1s (5/2 ⁺)	11,54
2P1s (1/2 ⁻)	11,33	1S2p (1/2 ⁻)	11,55
2P1s (3/2 ⁻)	11,39	3D1s (7/2 ⁺)	11,56
2S1s (1/2 ⁺)	11,40	1S2p (3/2 ⁻)	11,58
3D1s (5/2 ⁺)	11,42	1S2p (3/2 ⁻)	11,58
3D1s (3/2 ⁺)	11,44	1S2p (1/2 ⁻)	11,59
3D1s (1/2 ⁺)	11,46	1S2p (5/2 ⁻)	11,59
2S1s (3/2 ⁺)	11,46	3P1s (3/2 ⁻)	11,59
3P1s (1/2 ⁻)	11,52	3S1s (1/2 ⁺)	11,62

Как уже отмечалось, тяжелый дикварк, составленный из кварков разного аромата, по-видимому, нестабилен по отношению к излучению мягких глюонов, так что в фоковском состоянии дваждытяжелого бариона имеется значительная непертурбативная примесь конфигураций, включающих глюоны и дикварк с разными значениями его спина S_{diq} и орбитального момента L_{diq} :

$$|B_{bcq}\rangle = O_B |\bar{3}_c, S_{\text{diq}}, L_{\text{diq}}, q\rangle + \\ + H_1 |\bar{3}_c, S_{\text{diq}} \pm 1, L_{\text{diq}}, q\rangle + \\ + H_2 |\bar{3}_c, S_{\text{diq}}, L_{\text{diq}} \pm 1, q\rangle + \dots,$$

причем амплитуды H_1 и H_2 не малы по отношению к O_B . В тяжелом кваркании вклады аналогичных операторов октетных по цвету состояний подавлены вероятностью излучения нерелятивистскими кварками в малом объеме, определяемом размером синглетной кварк-антикварко-

вой системы. Здесь же мягкий глюон ограничен лишь обычным масштабом конфайнмента и подавления нет.

В такой ситуации мы полагаем, что проводить расчеты масс возбужденных барионов Ξ_{bc} по описанной выше схеме не вполне оправдано. Поэтому приведем результат лишь для основного состояния $J^P = 1/2^+$:

$$M[\Xi'_{bc}] = 6,85 \text{ ГэВ}, \quad M[\Xi_{bc}] = 6,82 \text{ ГэВ},$$

причем в векторном дикварке спин-зависимое расщепление при взаимодействии с легким конституентным кварком определяется стандартным контактным взаимодействием магнитных моментов двух точечных систем. Картина уровней барионов без учета подавленного массой тяжелого кварка возмущения, зависящего от спинов, представлена в работе [26].

2.2.1. Дваждытяжелые барионы со странностью $\Omega_{QQ'}$. В ведущем приближении волновые функции и энергии возбуждения странного кварка в поле дикварка с хорошей точностью повторяют характеристики аналогичных барионов с кварками u, d . Поэтому с точностью до аддитивного сдвига масс вверх на величину токовой массы странного кварка

$$m_s \approx M[D_s] - M[D] \approx M[B_s] - M[B] \approx 0,1 \text{ ГэВ}$$

система уровней барионов $\Omega_{QQ'}$ без учета зависящего от спинов кварков расщепления совпадает с системой уровней барионов $\Xi_{QQ'}$.

Далее, спин-спиновое расщепление нижних состояний барионов $\Omega_{QQ'}$ для уровней $n_{\text{diq}} S_{\text{diq}}$, $2P1s$ и $3D1s$ на 20–30 % меньше, чем в $\Xi_{QQ'}$ (фактор $m_{u,d}/m_s$). Что же касается уровня $1S2p$, то для него можно повторить процедуру расчета, описанную выше. Так, в барионе Ω_{bb} матрица смешивания состояний с различными значениями полного момента легкого конституентного кварка практически диагональна. Это означает, что доминирует член возмущения

$$\frac{1}{4} \frac{2LS_1}{2m_l^2} \left(-\frac{1}{r} \frac{dV(r)}{dr} + \frac{8}{3} \alpha_s \frac{1}{r^3} \right),$$

так что расщепление уровня $1S2p$ определяется фактором $m_{u,d}^2/m_s^2$, т.е. на 40 % меньше, чем в Ξ_{bb} , а значит, очень мало. В барионе Ω_{cc} фактор m_s/m_c не мал, поэтому для уровня $1S2p$ матрица смешивания состояний с различными значениями полного момента легкого конституентного кварка недиагональна, и порядок спиновых состояний $1S2p$ в Ω_{cc} может несколько отличаться от расположения в Ξ_{cc} .

Интересно отметить следующую особенность $\Omega_{QQ'}$. Низшие S - и P -возбуждения дикварка даже с учетом смешивания уровней с различными спинами и орбитальными моментами подсистем квазистационарны по отношению к распадам за счет сильного взаимодействия, так как излучение глюона сопровождается его адронизацией в K -мезоны (переходы $\Omega_{QQ'} \rightarrow \Xi_{QQ'} + K$), а одиночное излучение π -мезонов запрещено сохранением изоспина и странности. Соответствующие адронные переходы с каонами не имеют места из-за недостаточного расщепления масс между уровнями $\Omega_{QQ'}$ и $\Xi_{QQ'}$, а распады с излучением пар пионов в изосинглетном состоянии подавлены малым фазовым объемом или запрещены.

Таким образом, доминирующими модами распадов низших возбуждений $\Omega_{QQ'}$ являются радиационные электромагнитные переходы на основной уровень.

2.2.2. Барионы Ω_{bbc} . В рамках кварк-дикварковой картины можно построить модель барионов с тремя тяжелыми кварками: bbc . Однако, как показывают расчеты, размеры дикварка сравнимы со среднеквадратичным расстоянием до очарованного кварка, так что модельное предположение о компактном тяжелом дикварке в данном случае может оказаться недостаточно точным для расчета масс уровней. Что касается расщепления, зависящего от спина, то, как отмечалось выше, оно пренебрежимо мало для взаимодействий внутри дикварка. Спин-спиновое расщепление векторного дикварка с очарованным кварком равно $\Delta(1s) = 33$ МэВ, $\Delta(2s) = 18$ МэВ, а для расщепления $1S2p$ сдвиги уровней малы, поэтому лишь для одного из уровней $J^P = 1/2$ следует учесть поправку -33 МэВ. В состоянии $3D1s$ расщепление определяется спин-спиновым взаимодействием. Характеристики возбуждений очарованного кварка в модели с потенциалом Бухмюллера–Тая представлены выше. В итоге мы получаем картину уровней барионов Ω_{bbc} , представленную в табл. 3.

Далее следует отметить, что в ряде случаев из-за малого расщепления между уровнями возбуждения основного состояния бариона Ω_{bbc}^0 могут довольно сильно перемешиваться с большими амплитудами, но с малыми сдвигами масс: $3P1s-1S2p$ ($J^P = 1/2^-, 3/2^-$), $2S1s-3D1s$ ($J^P = 1/2^+, 3/2^+$). Мы считаем вполне надежными предсказания для состояний $1S1s$ ($J^P = 1/2^+, 3/2^+$), $1S2p$ ($J^P = 5/2^-, 3D1s$ ($J^P = 5/2^+, 7/2^+$). Именно для этих возбуждений достаточно точно можно рассчитать ширины радиационных электромагнитных переходов в основное состояние в мультипольном разложении.

Ширины переходов с участием смешанных состояний в значительной степени определяются амплитудами примесей, которые имеют существенную модельную зависимость. В этой связи экспериментальное изучение электромагнитных переходов в семействе барионов Ω_{bbc}^0 могло бы предоставить ценную информацию о механизме смешивания различных уровней в барионных системах. Отметим, что электромагнитные переходы в совокупности с излучением пар пионов (если последнее не запрещено по фазовому объему) составляют полные ширины возбужденных уровней Ω_{bbc}^0 . Надо полагать, что характерные значения полных ширин находятся на уровне $\Gamma \approx 10-100$ кэВ. Таким образом, систему Ω_{bbc}^0 можно определять большим числом узких квазистационарных состояний.

2.3. Обсуждение

Мы провели детальный расчет спектроскопических характеристик барионов с двумя тяжелыми кварками в модели кварк-дикварковой факторизации волновых функций в рамках нерелятивистской модели конститuentных кварков с потенциалом Бухмюллера–Тая, очертив область применения подобных приближений. Мы учли зависящие от спинов кварков релятивистские поправки к потенциалу в подсистемах дикварка и легкий кварк–дикварк: ниже порога адронного распада на тяжелый барион и тяжелый мезон с одним тяжелым кварком наблюдается система связанных возбужденных

состояний, квазистационарных относительно адронных переходов на основной уровень. Мы детально рассмотрели физические основания для квазистационарности, имеющей место для барионов с двумя тождественными кварками, так как в сочетании с запретом Паули вклады операторов, ответственных за адронные распады и смешивание уровней, подавлены обратной массой тяжелого кварка и малым размером дикварка. Это подавление обусловлено необходимостью изменять одновременно спин и орбитальный момент компактного дикварка. В барионных системах двух тяжелых кварков и странного кварка квазистационарность низших возбуждений дикварка обеспечивается как отсутствием переходов с излучением одиночного каона из-за сохранения изоспина и странности. Характеристики волновых функций могут быть использованы в расчетах сечений образования дваждытяжелых барионов в кварк-дикварковом приближении.

Отметим, что кварк-дикварковая факторизация для расчетов масс основных уровней барионной системы с двумя тяжелыми кварками рассматривалась также в работе [29] в рамках квазипотенциального подхода [30]. Имеется чисто числовое различие в выборе масс тяжелых кварков, которое приводит к тому, что масса дваждытяжелого дикварка, полученная в работе [29], примерно на 100 МэВ больше, чем в приведенных выше расчетах. Это различие является определяющим в расхождении оценок масс основных состояний в данном обзоре и в работе [29]. Мы полагаем, что это обусловлено использованием корнелльского потенциала с постоянным значением эффективной константы кулоновского обмена в отличие от нашего рассмотрения с бегущей константой.

Кроме того, массы тяжелых кварков в потенциальном подходе зависят от возможного аддитивного сдвига потенциала, который в феноменологических моделях подбирается, например, исходя из сравнения лептонных констант кваркониев в модели со значениями, известными экспериментально. В потенциале, мотивированном в КХД, подобный произвол в аддитивном сдвиге потенциала отсутствует, так что оценки масс тяжелых кварков содержат меньше неопределенностей.

Следует отметить также, что в корнелльской модели лептонные константы вычислялись с учетом однопетлевой поправки за счет жестких глюонов, которая достаточно существенна, особенно для очарованных кварков, поэтому двухпетлевые поправки оказываются важными при рассмотрении лептонных констант в потенциальном подходе [24]. В работе [29] конститuentная масса легкого кварка и сдвиг потенциала считались нескоррелированными, в то время как мы полагали, что конститuentная масса — часть непертурбативной энергии в потенциале. Это может привести к дополнительному расхождению в оценках масс барионов порядка 50 МэВ.

С учетом приведенных замечаний о методических различиях можно утверждать, что оценки масс основных состояний барионов с двумя тяжелыми кварками в работе [29] и в нашем подходе согласуются (табл. 4).

В работе [31] в полной аналогии с [29] в рамках квазипотенциального подхода проведен анализ релятивистских поправок, зависящих от спина, при этом использовалась завышенная, по нашему мнению, оценка массы тяжелого дикварка из [29]. К сожалению, описание расчетов содержит явную ошибку: параметр,

Таблица 4. Массы основных состояний барионов с двумя тяжелыми кварками в различных подходах (в ГэВ)

Барион	*	[31]	[29]	[32]	[33]	[34]	[35]
Ξ_{cc}	3,48	3,74	3,66	3,66	3,61	3,65	3,71
Ξ_{cc}^*	3,61	3,86	3,81	3,74	3,68	3,73	3,79
Ω_{cc}	3,59	3,76	3,76	3,74	3,71	3,75	3,89
Ω_{cc}^*	3,69	3,90	3,89	3,82	3,76	3,83	3,91
Ξ_{bb}	10,09	10,30	10,23	10,34	—	—	10,43
Ξ_{bb}^*	10,13	10,34	10,28	10,37	—	—	10,48
Ω_{bb}	10,18	10,34	10,32	10,37	—	—	10,59
Ω_{bb}^*	10,20	10,38	10,36	10,40	—	—	10,62
Ξ_{cb}	6,82	7,01	6,95	7,04	—	—	7,08
Ξ'_{cb}	6,85	7,07	7,00	6,99	—	—	7,10
Ξ^*_{cb}	6,90	7,10	7,02	7,06	—	—	7,13
Ω_{cb}	6,91	7,05	7,05	7,09	—	—	7,23
Ω'_{cb}	6,93	7,11	7,09	7,06	—	—	7,24
Ω^*_{cb}	6,99	7,13	7,11	7,12	—	—	7,27

Звездочкой обозначены результаты авторов этого обзора. Погрешность предсказаний при вариации параметров моделей составляет 30–50 МэВ; методическая точность обсуждается в тексте.

задающий относительный вклад скалярного и векторного потенциалов, и аномальный хромомангнитный момент тяжелого кварка обозначены одним символом, что приводит к путанице и численным ошибкам, тогда как в [29] показано, что эти характеристики имеют различные значения. Это вносит дополнительную погрешность в оценки [31] на уровне 100 МэВ, так что можно считать, что результаты [31] не противоречат нашему рассмотрению (см. табл. 4).

Оценки, основанные на гипотезе о парных взаимодействиях, сделаны в работе [32]. В свете обсуждения в начале этого раздела, неудивительно, что различие в 200–300 МэВ может быть связано главным образом с разным характером межкварковых сил в дваждытяжелом барионе, хотя важна также неопределенность в значениях масс тяжелых кварков. В работе [33] применялись простые соображения, основанные на HQET с тяжелым дикварком: оценка зависит от полагаемой в модели массы дикварка, составленного из двух тяжелых кварков. При этом, если пренебречь энергией связи в дикварке, что, очевидно, связано со значениями масс тяжелых кварков, получаются оценки масс основных состояний, представленные в табл. 4.

Наконец, в работе [35] модифицирован анализ, проведенный в [36], на основе интерполяционных формул для массы связанного состояния с учетом зависимости спиновых сил от волновых функций и эффективной константы связи, которые варьируются согласно кварковому составу адрона. При этом в формулу входит параметр аддитивного сдвига энергии, который существенно изменяется при переходе от мезонов к барионам: $\delta_\mu \approx 80 \text{ МэВ} \rightarrow \delta_B \approx 210 \text{ МэВ}$. Сдвиг энергии обеспечивает блестящее согласие фита со значениями масс тяжелых мезонов и барионов, измеренными экспериментально. Однако если полагать, что по характеру сильных взаимодействий дваждытяжелый барион подобен, скорее, мезону с локальным дикварковым источником, то следовало бы использовать сдвиг энергии связи в тяжелых мезонах, а не в тяжелых барионах, где, очевидно, наличие системы двух легких кварков приводит к существенному различию в расчетах масс связанных состояний, а именно к отличному от мезонного сдвигу энергии связи. Такая замена параметров фита привела

бы очевидно к гораздо лучшему согласию результатов [35] со значениями, полученными нами (см. табл. 4).

Суммируя, можно утверждать, что при расчетах масс дваждытяжелых барионов в рамках потенциального подхода определяющей является неопределенность в массах тяжелых кварков. Проведенный нами анализ в мотивированной КХД модели потенциала с бегущей константой связи на малых расстояниях и линейным запирающим кварки непертурбативным членом на больших расстояниях, отъюстированный на системах с тяжелыми кварками, дает наиболее надежные предсказания.

Представляет значительный интерес новая область исследований — радиационные (как электромагнитные, так и адронные) переходы между квазистационарными состояниями в семействах барионов с двумя тяжелыми кварками. Первый шаг в изучении этой задачи сделан в работе [37], где получены предварительные качественные результаты об электромагнитных переходах между уровнями Ξ_{bc} .

3. Правила сумм нерелятивистской КХД: двухточечные корреляторы

В рамках потенциальных моделей в разделе 2 описывались семейства барионов с двумя тяжелыми кварками, содержащие набор узких возбужденных состояний (в дополнение к основному): массовый спектр сходен с системой уровней тяжелого кваркония. С использованием метода правил сумм КХД [7] для двухточечных корреляторов барионных токов в работе [38] вычислялись массы и структурные константы барионов с двумя тяжелыми кварками. Однако представленный в [38] анализ содержит ряд недостатков, связанных с нестабильностью правил сумм в области параметров, определяющих барионные токи, что приводит к довольно большим неопределенностям в результатах вычислений.

В данном разделе мы исследуем правила сумм NRQCD для двухточечных корреляторов токов, соответствующих барионам с двумя тяжелыми кварками. Основной физический аргумент такого рассмотрения — нерелятивистское движение тяжелых кварков в дикварке малого размера, взаимодействующего с легким кварком. Это приводит к вполне определенным выражениям для структуры барионных токов, записанных в терминах нерелятивистских тяжелых кварков. В ведущем порядке по обратной массе тяжелых кварков и относительной скорости тяжелых кварков внутри дикварка в подходе правил сумм NRQCD необходимо учесть жесткие глюонные поправки для вывода соотношения между нерелятивистскими корреляторами тяжелых кварков и корреляторами в полной КХД. Соответствующие аномальные размерности барионных токов в двухпетлевом приближении вычислялись в работе [39].

Структура токов NRQCD соответствует фиксированному выбору параметров в выражениях полной КХД, значения которых попадают в область нестабильности, обнаруженную в анализе, проведенном ранее [38]. Мы нашли простую физическую причину потери стабильности в этом случае: в зависимости от параметров правил сумм (борелевской переменной или номера момента спектральной плотности) поведение величин определяется наличием дваждытяжелого дикварка внутри бариона и, как следствие, разницей масс бариона и дикварка. Разница масс играет доминирующую роль,

если не учитывать поправки, связанные с непертурбативным взаимодействием дваждытяжелого дикварка и легкого кварка внутри бариона.

Введение в рассмотрение подобного взаимодействия в правилах сумм NRQCD связано с непертурбативными конденсатами, обусловленными операторами высших размерностей. Стабильность правил сумм может быть достигнута посредством учета произведения кваркового и глюонного конденсатов в дополнение к кварковому, глюонному и смешанному конденсатам. Это произведение было опущено из анализа в полной КХД. Более того, следует аккуратно учесть кулоновские α_s/v -поправки внутри тяжелого дикварка, усиливающие относительный вклад пертурбативной части по отношению к конденсатам в вычисляемых корреляторах. Затем мы проводим сравнительный анализ правил сумм для барионов со странным и с легким безмассовым кварком.

В разделе 3.1 определены токи и рассчитаны спектральные плотности в правилах сумм NRQCD с учетом различных операторов. Раздел 3.2 посвящен численным оценкам. Получены массы основных состояний, значения которых близки к вычисленным в потенциальных моделях. В разделе 3.3 кратко суммированы полученные результаты.

3.1. Правила сумм для барионов с двумя тяжелыми кварками

3.1.1 Барионные токи. Токи барионов с двумя тяжелыми кварками $\Xi_{cc}^\diamond$, $\Xi_{bb}^\diamond$ и $\Xi_{bc}^{\prime\diamond}$, где символ " $\diamond$ " обозначает электрический заряд бариона, зависящий от аромата легкого кварка, отвечают квантовым числам спина и четности $J_{\text{diq}}^P = 1^+$ и $J_{\text{diq}}^P = 0^+$ для системы тяжелого дикварка с симметричной и антисимметричной структурами матрицы ароматов соответственно. Добавление легкого кварка к системе тяжелых кварков дает $J^P = 1/2^+$ для барионов $\Xi_{bc}^{\prime\diamond}$ и пару вырожденных состояний $J^P = 1/2^+$ и $J^P = 3/2^+$ для барионов $\Xi_{cc}^\diamond$, $\Xi_{bc}^\diamond$, $\Xi_{bb}^\diamond$ и $\Xi_{cc}^{*\diamond}$, $\Xi_{bc}^{*\diamond}$, $\Xi_{bb}^{*\diamond}$.

Обычно структура барионных токов с двумя тяжелыми кварками записывается в виде

$$J[\Xi_{QQ}] = [Q^{iT} \hat{C} \Gamma \tau Q^j] \Gamma' q^k \varepsilon_{ijk}. \quad (3.1)$$

Здесь T обозначает транспонирование, $\hat{C}$ — матрица зарядового сопряжения со свойствами $\hat{C} \gamma_\mu^T \hat{C}^{-1} = -\gamma_\mu$ и $\hat{C} \gamma_5^T \hat{C}^{-1} = \gamma_5$, τ — матрица в пространстве ароматов, i, j, k — цветовые индексы. Эффективное статическое поле тяжелого кварка обозначено символом Q . В ведущем порядке как по относительной скорости тяжелых кварков, так и по их обратным массам поле Q содержит только "большую" компоненту дираковского спинора в системе покоя адрона.

В отличие от случая барионов с одним тяжелым кварком [40] существует единственная независимая токовая компонента J для основного состояния каждого из барионных токов:

$$\begin{aligned} J[\Xi_{QQ'}^\diamond] &= [Q^{iT} \hat{C} \tau \gamma_5 Q'^j] q^k \varepsilon_{ijk}, \\ J[\Xi_{QQ}^\diamond] &= [Q^{iT} \hat{C} \tau \gamma^m Q^j] \gamma_m \gamma_5 q^k \varepsilon_{ijk}, \\ J[\Xi_{QQ}^{*\diamond}] &= [Q^{iT} \hat{C} \tau \gamma^n Q^j] q^k \varepsilon_{ijk} + \frac{1}{3} \gamma^n [Q^{iT} \hat{C} \gamma^m Q^j] \gamma_m q^k \varepsilon_{ijk}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

где $J^n[\Xi_{QQ}^{*\diamond}]$ удовлетворяет уравнению для частицы со спином $3/2$: $\gamma_n J^n[\Xi_{QQ}^{*\diamond}] = 0$. Матрица ароматов τ

антисимметрична для $\Xi_{bc}^{\prime\diamond}$ и симметрична для $\Xi_{QQ}^\diamond$, $\Xi_{QQ}^{*\diamond}$. Токи в уравнениях (3.2) записаны в системе покоя адрона. Соответствующие выражения в произвольной системе отсчета, движущейся с 4-скоростью v^μ , могут быть получены с помощью подстановки $\gamma^m \rightarrow \gamma^\mu = \gamma^\mu - \psi v^\mu$. Такие же выражения можно записать для дваждытяжелых барионов со странным кварком.

Для сравнения с анализом в полной КХД приведем выражение для тока $J[\Xi_{bc}^{\prime\diamond}]$, полученное в работе [38]:

$$J[\Xi_{bc}^{\prime\diamond}] = \{r_1 [u^{iT} \hat{C} \gamma_5 c^j] b^k + r_2 [u^{iT} \hat{C} c^j] \gamma_5 b^k + r_3 [u^{iT} \hat{C} \gamma_5 \gamma_\mu c^j] \gamma^\mu b^k\} \varepsilon_{ijk},$$

так что структуру тока в NRQCD можно получить выбором параметров

$$r_1 = r_2 = 1, \quad r_3 = 0$$

и антисимметричной перестановкой ароматов c и b . Как уже отмечалось, авторы работы [38] отметили "плохую" сходимость операторного разложения в области параметров NRQCD. Данная нестабильность приводит к большим неопределенностям в результатах. Для того чтобы найти причину и избавиться от этого недостатка, далее мы проводим детальный анализ правил сумм NRQCD.

3.1.2. Описание метода. Определим процедуру вычисления двухточечных корреляторов в приближении NRQCD и их связь с физическими характеристиками барионов с двумя тяжелыми кварками. Начнем с T -упорядоченного коррелятора двух барионных токов⁷ со спином $1/2$:

$$\begin{aligned} \Pi(w) &= i \int d^4x \langle 0 | T \{ J(x) \bar{J}(0) \} | 0 \rangle \exp(ipx) = \\ &= \not{p} F_1(w) + F_2(w). \end{aligned} \quad (3.3)$$

Здесь w определяется соотношением

$$p^2 = (\mathcal{M} + w)^2, \quad \mathcal{M} = m_Q + m_{Q'} + m_s,$$

где $m_{Q,Q'}$ — массы тяжелых кварков, а m_s — масса странного кварка. Очевидно, что корреляторы для барионных токов с легким кварком вместо странного можно получить, если в нижеприведенных выражениях положить $m_s \rightarrow m_{u,d} \approx 0$. Спектральные плотности для случая барионов со спином $3/2$ имеют вид

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}(w) &= i \int d^4x \langle 0 | T \{ J_\mu(x) \bar{J}_\nu(0) \} | 0 \rangle \exp(ipx) = \\ &= -g_{\mu\nu} [\not{p} \tilde{F}_1(w) + \tilde{F}_2(w)] + \dots \end{aligned} \quad (3.4)$$

В дальнейшем мы исключим из рассмотрения вклад других лоренцевых структур для барионов со спином $3/2$, так как анализ скалярных функций корреляций $F_{1,2}$ приводит (при сформулированных ниже условиях) к согласованным результатам для масс связанных состояний и констант связи токов с адронами. Вычисления для других скалярных двухточечных функций корреляций при отличных от приведенных выше лоренцевых структурах, по нашему убеждению, могут привести лишь к

⁷ Ниже в целях сокращения обозначений мы не указываем в явном виде квантовые числа токов, отвечающих составу бариона.

повторению полученных нами достаточно надежных результатов, что, впрочем, только повысило бы достоверность оценок для масс и констант.

Скалярные корреляторы F могут быть вычислены в глубоковеклидовой области с помощью применения (в рамках NRQCD) операторного разложения для хронологического произведения барионных токов в уравнениях (3.3) и (3.4). К примеру,

$$F_{1,2}(w) = \sum_d C_d^{(1,2)}(w) O_d, \quad (3.5)$$

где O_d обозначает локальный оператор размерности d :

$$O_0 = \hat{1}, \quad O_3 = \langle \bar{q}q \rangle, \quad O_4 = \left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 \right\rangle, \quad \dots,$$

а функции $C_d(w)$ являются вильсоновскими коэффициентами разложения при соответствующих операторах.

В настоящем обзоре учитываются непертурбативные вклады, связанные с кварковым, глюонным и смешанным конденсатами. При вычислении вклада кваркового конденсата использовалось операторное разложение для коррелятора двух кварковых полей [41]:

$$\begin{aligned} \langle 0 | T q_i^a(x) \bar{q}_j^b(0) | 0 \rangle = \\ = -\frac{1}{12} \delta^{ab} \delta_{ij} \langle \bar{q}q \rangle \left[1 + \frac{m_0^2 x^2}{16} + \frac{\pi^2 x^4}{288} \left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 \right\rangle + \dots \right], \end{aligned} \quad (3.6)$$

где смешанный конденсат параметризуется переменной m_0^2 , численное значение которой приблизительно равно 0.8 ГэВ^2 .

С учетом ненулевой массы странного кварка в рамках операторного разложения для кваркового конденсата можно получить следующее выражение с точностью до членов четвертого порядка по x [42]:

$$\begin{aligned} \langle 0 | T s_i^a(x) \bar{s}_j^b(0) | 0 \rangle = -\frac{1}{12} \delta^{ab} \delta_{ij} \langle \bar{s}s \rangle \left\{ 1 + \frac{x^2}{16} (m_0^2 - 2m_s^2) + \right. \\ \left. + \frac{x^4}{288} \left[\pi^2 \left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 \right\rangle - \frac{3}{2} m_s^2 (m_0^2 - m_s^2) \right] \right\} + \\ + i m_s \delta^{ab} x_\mu \gamma_{ij}^\mu \langle \bar{s}s \rangle \left[\frac{1}{48} + \frac{x^2}{24^2} \left(\frac{3}{4} m_0^2 - m_s^2 \right) \right] = \\ = -\delta^{ab} \langle \bar{s}s \rangle (\mathcal{P}_0 \delta_{ij} + \mathcal{P}_1 x_\alpha \gamma_{ij}^\alpha + \mathcal{P}_2 \delta_{ij} x^2 + \\ + \mathcal{P}_3 x_\alpha \gamma_{ij}^\alpha x^2 + \mathcal{P}_4 \delta_{ij} x^4). \end{aligned} \quad (3.7)$$

Отметим, что при $m_s \neq 0$ разложение (3.7) дает вклад в оба коррелятора в отличие от правил сумм для дважды-тяжелых барионов с легким кварком $\Xi_{QQ'}$ [43], в которых в пределе $m_s = 0$ и при ограничении вкладом локального кваркового конденсата можно получить факторизацию дикваркового коррелятора в F_2 и полного барионного коррелятора в F_1 . Такая факторизация приводила к методической неустойчивости оценок в правилах сумм.

Для вычисления вильсоновских коэффициентов при единичном и кварк-глюонных операторах используем дисперсионные соотношения по w :

$$C_d(w) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty d\omega \frac{\rho_d}{\omega - w}, \quad (3.8)$$

где ρ_d обозначает мнимую часть соответствующего вильсоновского коэффициента в физической области

NRQCD. Таким образом, задача вычисления вильсоновских коэффициентов рассматриваемых операторов сводится к задаче вычисления соответствующих спектральных плотностей.

Для связи NRQCD-корреляторов с характеристиками адронов применим дисперсионное представление двухточечной функции для физической спектральной плотности в виде суммы резонансной части и непрерывного спектра. Структурные константы барионов определяются выражениями

$$\begin{aligned} \langle 0 | J(x) | \Xi(p) \rangle &= i Z_\Xi u(v, M) \exp(ipx), \\ \langle 0 | J^m(x) | \Xi(p, \lambda) \rangle &= i Z_\Xi u^m(v, M) \exp(ipx), \end{aligned}$$

причем спинорное поле с 4-скоростью v и массой M удовлетворяет уравнению

$$\not{v} u(v, M) = u(v, M),$$

и $u^m(v, M)$ обозначает поперечный спинор, так что

$$(\gamma^m - v^m \not{v}) u^m(v, M) = 0.$$

Предположим, что плотность непрерывного спектра, начинающегося от порога ω_{cont} , совпадает с пертурбативной плотностью, вычисленной в рамках NRQCD. Приравнявая выражения для корреляторов, вычисленные в NRQCD и с помощью физических спектральных плотностей, сократим вклады при интегрировании от ω_{cont} до бесконечности в обеих частях уравнения. В действительности такая модель континуума не может быть точной, и физическая плотность континуума не описывается теоретическим приближением. Это приводит к зависимости вычисленных масс и структурных констант от ω_{cont} .

Нетрудно вывести нерелятивистские выражения для физических спектральных функций

$$\rho_{1,2}^{\text{phys}} = \frac{M}{2\mathcal{M}} |Z|^2 \delta(\bar{A} - \omega), \quad (3.9)$$

которые получаются в результате подстановки

$$\delta(p^2 - M^2) \rightarrow \frac{1}{2\mathcal{M}} \delta(\bar{A} - w),$$

где $\bar{A}$ обозначает энергию связи в барионе, $M = \mathcal{M} + \bar{A}$. Нерелятивистское дисперсионное соотношение для адронной части правил сумм имеет вид

$$\int d\omega \frac{\rho_{1,2}^{\text{phys}}}{\omega - w} = \frac{1}{2\mathcal{M}} \frac{|Z|^2}{\bar{A} - w}. \quad (3.10)$$

Запишем корреляторы в области гораздо ниже порога $w = -M + t$ при $t \rightarrow 0$, что соответствует пределу $p^2 \rightarrow 0$. В приближении единственного связанного состояния правила сумм приводят к выражению, которое может быть разложено в ряд по t . Таким образом, правила сумм приводят к равенству коэффициентов при одинаковых степенях t

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_{\text{cont}}} d\omega \frac{\rho_{1,2}}{(\omega + \mathcal{M})^n} = \frac{M}{2\mathcal{M}} \frac{|Z|^2}{M^n}. \quad (3.11)$$

Здесь ρ_j содержит вклады различных операторов для соответствующих скалярных корреляторов F_j .

Вводя для n -го момента двухточечной корреляционной функции обозначение

$$\mathfrak{M}_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_{\text{cont}}} d\omega \frac{\rho}{(\omega + \mathcal{M})^{n+1}}, \quad (3.12)$$

для масс барионов и структурной константы получаем

$$M(n) = \frac{\mathfrak{M}_n}{\mathfrak{M}_{n+1}}, \quad (3.13)$$

$$|Z(n)|^2 = \frac{2\mathcal{M}}{M} \mathfrak{M}_n M^{n+1}, \quad (3.14)$$

где показана зависимость результатов правил сумм от параметров схемы (номера момента n). Поэтому необходимо найти область параметров, в которой, во-первых, результаты стабильны относительно вариации n и, во-вторых, обе корреляционные функции F_1 и F_2 воспроизводят одинаковые значения физических величин: масс и структурных констант. Проблемой анализа, проведенного в полной КХД, являлось существование значительной разницы вычисленных по разным F масс и констант барионов.

3.1.3. Вычисление спектральных плотностей. Представим аналитические выражения для пертурбативных спектральных функций в приближении NRQCD. Для вычисления спектральных плотностей воспользуемся правилами Кутковского [44] с необходимыми для NRQCD модификациями. Скачок двухточечной функции вычисляется с помощью следующих подстановок для пропагаторов тяжелых и легких кварков соответственно:

$$\frac{1}{p_0 - (m + \mathbf{p}^2/2m)} \rightarrow 2\pi i \delta(p_0 - (m + \mathbf{p}^2/2m)),$$

$$\frac{1}{p^2 - m^2} \rightarrow 2\pi i \delta(p^2 - m^2).$$

В ведущем порядке теории с эффективными тяжелыми кварками их спиновое взаимодействие отщепляется, что из-за спиновой симметрии приводит к соотношениям⁸:

$$\rho_1[\Omega(\Xi)] = 3\rho_1[\Omega'(\Xi')] = 3\rho_1[\Omega(\Xi)^*], \quad (3.15)$$

$$\rho_2[\Omega(\Xi)] = 3\rho_2[\Omega'(\Xi')] = 3\rho_2[\Omega(\Xi)^*], \quad (3.16)$$

и для барионных констант связи в NRQCD:

$$|Z[\Omega(\Xi)]|^2 = 3|Z[\Omega'(\Xi)]|^2 = 3|Z[\Omega(\Xi)^*]|^2. \quad (3.17)$$

Для пертурбативных спектральных плотностей ρ_1 и ρ_2 , стоящих перед единичным оператором в F_1 и F_2 соответственно, мы используем малость токовой массы странного кварка по сравнению с массами тяжелых кварков. Проводя разложение по m_s , мы получаем следующие выражения для бариона со скалярным дикварком, составленным из тяжелых кварков разного аромата:

$$\rho_1 = \frac{\sqrt{2}}{15015\pi^3} \frac{(\mu_{\text{red}}\omega)^{3/2}}{(\mathcal{M}_{\text{diq}} + \omega)^3} (\eta_{1,0} + m_s \eta_{1,1} + m_s^2 \eta_{1,2}), \quad (3.18)$$

⁸ В случае тяжелых кварков одного аромата плотности для барионов со скалярным дикварком обращаются в нуль.

где $\mu_{\text{red}} = m_Q m_{Q'}/(m_Q + m_{Q'})$ — приведенная масса дикварка, $\mathcal{M}_{\text{diq}} = m_Q + m_{Q'}$, коэффициенты спектральных плотностей η приведены в приложении 7.1⁹.

Первый член разложения воспроизводит результаты в [43] для нулевой массы легкого кварка. Для странных барионов со скалярным дикварком пертурбативная плотность ρ_2 пропорциональна m_s и не равна нулю:

$$\rho_2 = \frac{2\sqrt{2}}{105\pi^3} \frac{\omega(\mu_{\text{red}}\omega)^{3/2} m_s}{(\mathcal{M}_{\text{diq}} + \omega)^2} (\eta_{2,0} + m_s \eta_{2,1} + m_s^2 \eta_{2,2}). \quad (3.19)$$

В ведущем приближении пертурбативной NRQCD корреляторы F_2 равны нулю для безмассового легкого кварка. Это объясняется отсутствием взаимодействия легкого кварка с тяжелым дикварком в данном порядке, так что в корреляторе отсутствует массовый член.

Кулоновское взаимодействие внутри дикварка может быть учтено с помощью введения для спектральной плотности дикварка зоммерфельдовского фактора C до интегрирования по инвариантной массе дикварка в процессе получения барионных спектральных плотностей:

$$\rho_{\text{diq}}^C = \rho_{\text{diq}}^{\text{bare}} C, \quad (3.20)$$

причем

$$C = \frac{2\pi\alpha_s}{3v} \left[1 - \exp\left(-\frac{2\pi\alpha_s}{3v}\right) \right]^{-1}. \quad (3.21)$$

Здесь принята во внимание антитриплетная цветовая структура дикварка и v обозначает относительную скорость тяжелых кварков в дикварке:

$$v = \left[1 - \frac{4m_Q m_{Q'}}{Q^2 - (m_Q - m_{Q'})^2} \right]^{1/2}, \quad (3.22)$$

где Q^2 — квадрат 4-импульса тяжелого дикварка.

В NRQCD осуществляется переход к пределу малых скоростей, так что квадрат инвариантной массы дикварка $Q^2 = (\mathcal{M}_{\text{diq}} + \epsilon)^2$ и

$$C = \frac{2\pi\alpha_s}{3v}, \quad v^2 = \frac{\epsilon}{2\mu_{\text{red}}} \quad \text{при } \epsilon \ll \mu_{\text{red}}.$$

Модифицированные спектральные плотности записываются в виде

$$\rho_1^C = \frac{\mu_{\text{red}}^2 \alpha_s \omega (2\mathcal{M}_{\text{diq}} + \omega)}{6\pi^2 (\mathcal{M}_{\text{diq}} + \omega)^3} (\eta_{1,0}^C + m_s \eta_{1,1}^C + m_s^2 \eta_{1,2}^C). \quad (3.23)$$

Ведущее приближение дает результаты для нулевой массы легкого кварка [43]. Для ρ_2^C имеем

$$\rho_2^C = \frac{m_s \mu_{\text{red}}^2 \alpha_s \omega (2\mathcal{M}_{\text{diq}} + \omega)}{2\pi (\mathcal{M}_{\text{diq}} + \omega)^2} (\eta_{2,0}^C + m_s \eta_{2,1}^C + m_s^2 \eta_{2,2}^C). \quad (3.24)$$

Использование разложения по массе легкого кварка приводит к незначительному отклонению (около 0,5 %) от точного интегрального представления, так что вполне

⁹ В дальнейшем изложении не записанные в явном виде коэффициенты спектральных плотностей также приведены в приложении 7.1.

обосновано применение приближенного выражения с первыми тремя членами разложения в явном аналитическом виде.

Аналогичным образом можно получить спектральные функции, связанные с конденсатами легких кварков и глюонов. Моменты коэффициентов кварковых конденсатов выражаются в виде

$$\begin{aligned}\mathfrak{M}_{qq}^{(1)}(n) &= -\frac{(n+1)!}{n!} \mathcal{P}_1 \mathfrak{M}_{\text{diq}}(n+1) + \\ &+ \frac{(n+3)!}{n!} \mathcal{P}_3 \mathfrak{M}_{\text{diq}}(n+3), \\ \mathfrak{M}_{qq}^{(2)}(n) &= \mathcal{P}_0 \mathfrak{M}_{\text{diq}}(n) - \frac{(n+2)!}{n!} \mathcal{P}_2 \mathfrak{M}_{\text{diq}}(n+2) + \\ &+ \frac{(n+4)!}{n!} \mathcal{P}_4 \mathfrak{M}_{\text{diq}}(n+4).\end{aligned}\quad (3.25)$$

Здесь $\mathcal{P}_i$ — коэффициенты разложения, определенные в (3.7), а n -й момент двухточечной корреляционной функции дикварка $\mathfrak{M}_{\text{diq}}(n)$ получается при интегрировании спектральной плотности

$$\rho_{\text{diq}} = \frac{12\sqrt{2} \mu_{\text{red}}^{3/2} \sqrt{\omega}}{\pi}, \quad (3.26)$$

которую необходимо домножить на зоммерфельдовский фактор C , где переменная ϵ заменена на ω , так как в этом случае отсутствует интегрирование по инвариантной массе дикварка. Модифицированная плотность

$$\rho_{\text{diq}}^C = \frac{48\pi\alpha_s \mu_{\text{red}}^2}{3} \quad (3.27)$$

не зависит от ω .

Интересно заметить, что в приближении NRQCD конденсат легких безмассовых кварков дает вклад только в корреляторы F_2 . Этот факт имеет простое физическое объяснение: в ведущем порядке оператор легких кварков может быть отфакторизован в выражении для коррелятора барионных токов. Действительно, для вклада конденсата можно записать выражение

$$\begin{aligned}\langle 0 | T \{ J(x) \bar{J}(0) \} | 0 \rangle &\approx \\ &\approx \frac{1}{12} \langle 0 | T q_i^a(x) \bar{q}_i^a(0) | 0 \rangle \langle 0 | T \{ J_{\text{diq}}^j(x) \bar{J}_{\text{diq}}^j(0) \} | 0 \rangle + \dots,\end{aligned}$$

где $J_{\text{diq}}^j(x)$ — ток дикварка с цветовым индексом j , определенный в (3.2).

Таким образом, учет только первого члена, не зависящего от x , в разложении кваркового коррелятора в (3.6) приводит к независимому вкладу дикваркового коррелятора в барионный. Так как дикварковый коррелятор в F_2 изолирован от барионного формфактора F_1 , правила сумм NRQCD в данном приближении определяют массу и структурную константу дикварка из F_2 и оценку массы и структурной константы бариона из F_1 . Эти массы и структурные константы различны.

Положительным моментом в данной ситуации является возможность вычисления энергии связи для барионов с двумя тяжелыми кварками: $\bar{M} = M - \mathcal{M}_{\text{diq}}$, недостатком — нестабильность результатов правил сумм NRQCD на этом этапе, поскольку различные формфакторы или корреляторы дают различные резуль-

таты. В правилах сумм полной КХД вариация параметров в определениях барионных токов приводит к смеси коррелятора дикварка в различных формфакторах, так что результаты оценок имеют большие неопределенности. Например, характерная неопределенность в вычислении барионной массы в полной КХД порядка 300 МэВ, т.е. значение близко к ожидаемому значению $\bar{M}$. Этот результат не является неожиданным в рамках анализа NRQCD. Более того, очевидно, что введение взаимодействия между легким кварком и тяжелым дикварком нарушает факторизацию дикваркового коррелятора. Действительно, благодаря старшим членам в разложении (3.6) дикварковая факторизация явным образом нарушена, что обуславливает сходимость оценок масс и констант, полученных из F_1 и F_2 . Ниже этот факт продемонстрирован численно.

Вклад в моменты спектральной плотности, определяемый конденсатом легких кварков вместе со смешанным конденсатом и произведением конденсатов кварков и глюонов, может быть вычислен с помощью (3.6):

$$\begin{aligned}\mathfrak{M}_n^{\bar{q}q} &= \mathfrak{M}_n^{\langle \bar{q}q \rangle} - \frac{(n+2)!}{n!} \frac{m_0^2}{16} \mathfrak{M}_{n+2}^{\langle \bar{q}q \rangle} + \\ &+ \frac{(n+4)!}{n!} \frac{\pi^2}{288} \left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 \right\rangle \mathfrak{M}_{n+4}^{\langle \bar{q}q \rangle}.\end{aligned}\quad (3.28)$$

Поправки, связанные с глюонным конденсатом, для оператора $O_4 = \langle (\alpha_s/\pi) G^2 \rangle$ имеют вид

$$\begin{aligned}\rho_1^{G^2} &= \frac{(m_Q^2 + m_{Q'}^2 + 11m_Q m_{Q'}) \mu_{\text{red}}^{5/2} \sqrt{\omega}}{21 \times 2^{10} \sqrt{2} \pi m_Q^2 m_{Q'}^2 (\mathcal{M}_{\text{diq}} + \omega)^2} \times \\ &\times (\eta_{1,0}^{G^2} + m_s \eta_{1,1}^{G^2} + m_s^2 \eta_{1,2}^{G^2}).\end{aligned}\quad (3.29)$$

Для ненулевой массы легкого кварка получается ненулевая плотность $\rho_2^{G^2}$, пропорциональная m_s :

$$\rho_2^{G^2} = \frac{m_s(m_Q^2 + m_{Q'}^2 + 11m_Q m_{Q'}) \mu_{\text{red}}^{5/2} \sqrt{\omega}}{3 \times 2^9 \sqrt{2} \pi m_Q^2 m_{Q'}^2 (\mathcal{M}_{\text{diq}} + \omega)} (\eta_{2,0}^{G^2} + m_s \eta_{2,1}^{G^2}), \quad (3.30)$$

$$\eta_{2,0}^{G^2} = -(9\mathcal{M}_{\text{diq}} + \omega), \quad \eta_{2,1}^{G^2} = \frac{9\mathcal{M}_{\text{diq}} + \omega}{\mathcal{M}_{\text{diq}} + \omega}. \quad (3.31)$$

Для произведения конденсатов

$$\langle \bar{q}q \rangle \left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 \right\rangle,$$

где глюонные поля связаны с тяжелыми кварками в отличие от легкого кварка, могут быть непосредственно вычислены двухточечные корреляционные функции:

$$F_2^{\bar{q}qG^2}(\omega) = -\frac{\mu_{\text{red}}^{5/2}(m_Q^2 + m_{Q'}^2 + 11m_Q m_{Q'})}{2^9 \sqrt{2} \pi m_Q m_{Q'} (-\omega)^{5/2}}, \quad F_1^{\bar{q}qG^2}(\omega) = 0, \quad (3.32)$$

так как мы ограничились рассмотрением операторов размерности не выше 7, в то время как ненулевой член в F_1 возникнет в пятом порядке разложения (3.7). Данный результат представлен в виде, позволяющем аналитическое продолжение по $\omega = -M + w$.

Таким образом, мы сформулировали правила сумм NRQCD, в которых учтены пертурбативные члены и

вакуумные средние кварк-глюонных операторов, включающие вклады конденсатов легких кварков, глюонов, их произведение и смешанный конденсат. Заметим, что произведение конденсатов играет важную роль для барионов с двумя тяжелыми кварками, и мы привели полное выражение в NRQCD для этого члена, включающее взаимодействие непертурбативных глюонов как с легкими, так и с тяжелыми кварками. Мы проделали корректный учет кулоновского взаимодействия для пертурбативных спектральных плотностей тяжелого дикварка, важного для взаимодействия нерелятивистских тяжелых кварков, и, наконец, получили соотношение спиновой симметрии для структурных констант барионов в NRQCD:

$$|Z[\Xi]|^2 = 3|Z[\Xi']|^2 = 3|Z[\Xi^*]|^2.$$

3.1.4. Аномальные размерности барионных токов. Для связи корреляторов правил сумм NRQCD с величинами в полной КХД требуется учесть аномальные размерности эффективных барионных токов с нерелятивистскими кварками. Действительно, в ведущем порядке NRQCD имеет место соотношение

$$J^{\text{КХД}} = \mathcal{K}_J(\alpha_s, \mu_{\text{soft}}, \mu_{\text{hard}}) J^{\text{NRQCD}},$$

где коэффициент $\mathcal{K}_J(\alpha_s, \mu_{\text{soft}}, \mu_{\text{hard}})$ зависит от шкалы нормировки μ_{soft} и удовлетворяет нормировочному условию в точке $\mu_{\text{hard}} = \mathcal{M}_{\text{diq}}$.

Аномальные размерности токов NRQCD в ведущем порядке по обратной массе тяжелого кварка не зависят от спиновой структуры дикварка, так что [39]

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{d \ln C_J(\alpha_s, \mu)}{d \ln(\mu)} = \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{\alpha_s}{4\pi} \right)^m \gamma^{(m)}, \\ \gamma^{(1)} &= -2C_B(3a-3) + 3C_F(a-2), \\ \gamma^{(2)} &= \frac{1}{6} \{ -48(-2+6\zeta(2))C_B^2 + \\ &\quad + C_A[(104-240\zeta(2))C_B - 101C_F] - \\ &\quad - 64C_B n_f T_F + C_F(-9C_F + 52n_f T_F) \}, \end{aligned} \quad (3.33)$$

причем

$$C_F = \frac{N_c^2 - 1}{2N_c}, \quad C_A = N_c, \quad C_B = \frac{N_c + 1}{2N_c},$$

$T_F = 1/2$ для $N_c = 3$, n_f — число легких кварков. В уравнениях (3.33) приведен однопетлевой результат с произвольным калибровочным параметром a , а двухпетлевая аномальная размерность записана в фейнмановской калибровке: $a = 1$. Численно при $n_f = 3$ и $a = 1$ значения

$$\gamma^{(1)} = -4, \quad \gamma^{(2)} \approx -188,24. \quad (3.34)$$

В ведущем логарифмическом приближении с однопетлевой точностью коэффициент $\mathcal{K}_J$ дается выражением

$$\mathcal{K}_J(\alpha_s, \mu_{\text{soft}}, \mu_{\text{hard}}) = \left(\frac{\alpha_s(\mu_{\text{hard}})}{\alpha_s(\mu_{\text{soft}})} \right)^{\gamma^{(1)}/2\beta_0}, \quad (3.35)$$

а коэффициент β -функции — соотношением

$$\beta_0 = \frac{11}{3} N_c - \frac{2}{3} n_f = 9.$$

Для вычисления двухпетлевого вклада в $\mathcal{K}_J$ требуется знание поправок в следующем по α_s порядке в дополнение к аномальным размерностям. В настоящее время эти поправки еще не вычислены, так что мы ограничимся однопетлевой точностью.

Далее, необходимо определить нормировочную шкалу μ_{soft} для оценок NRQCD, которая задается средним моментом передачи в дваждытяжелом дикварке:

$$\mu_{\text{soft}}^2 = 2\mu_{\text{red}} T_{\text{diq}},$$

где T_{diq} — кинетическая энергия в системе двух тяжелых кварков, которая, как известно, феноменологически независима от ароматов кварков и приблизительно равна 0,2 ГэВ. Тогда

$$\mathcal{K}[\Omega(\Xi)_{cc}] \approx 1,95, \quad \mathcal{K}[\Omega(\Xi)_{bc}] \approx 1,52, \quad \mathcal{K}[\Omega(\Xi)_{bb}] \approx 1,30 \quad (3.36)$$

с характерной неопределенностью около 10 % в зависимости от вариации начальной и конечной точек $\mu_{\text{hard, soft}}$.

Наконец, отметим, что значения $\mathcal{K}_J$ не влияют на оценки масс барионов, полученные в правилах сумм NRQCD, однако существенны при вычислении структурных констант барионов, приобретающих эти мультипликативные факторы.

3.2. Численные оценки

В настоящем обзоре исследуются спектральные функции корреляторов барионных токов в схеме моментов для правил сумм NRQCD. Заметим, что доминирующая неопределенность в этой схеме связана с вариацией масс тяжелых кварков. Для анализа выбрана область значений масс

$$m_b = 4,6-4,7 \text{ ГэВ}, \quad m_c = 1,35-1,40 \text{ ГэВ}, \quad (3.37)$$

которая обычно используется в оценках правил сумм для тяжелых кваркониев. Важным параметром является константа связи КХД, определяющая кулоновское взаимодействие внутри тяжелого дикварка. Действительно, она входит линейно в дикварковые пертурбативные функции. Таким образом, введение α_s/v -поправок важно как для барионных структурных констант, так и для относительных вкладов пертурбативной части и конденсатов в барионные массы.

В целях уменьшения неопределенности применим тот же подход к тяжелым кваркониям, где он хорошо себя зарекомендовал, и определим характерные значения α_s для дваждытяжелых систем из сравнения результатов расчетов с данными о лептонных константах тяжелых кваркониев, известных экспериментально для $\bar{c}c$ и $\bar{b}b$ или вычисленных в различных подходах для $\bar{b}c$. Расчеты дают следующие значения констант связи для кулоновских взаимодействий:

$$\alpha_s[\bar{b}b] = 0,37, \quad \alpha_s[\bar{c}b] = 0,45, \quad \alpha_s[\bar{c}c] = 0,60. \quad (3.38)$$

Так как квадрат размера дикварка вдвое больше, чем у тяжелого кваркония, составленного из тяжелых кварков того же аромата (см. зависимость среднего квадрата относительного импульса тяжелых кварков от кинетической энергии), эффективная константа кулоновского

обмена должна быть пересчитана согласно уравнению эволюции в КХД. В однопетлевом приближении

$$\alpha_s[QQ'] = \frac{\alpha_s[\bar{Q}Q']}{1 - (9/4\pi)\alpha_s[QQ'] \ln 2},$$

так что

$$\alpha_s[bb] = 0,45, \quad \alpha_s[bc] = 0,58, \quad \alpha_s[cc] = 0,85. \quad (3.39)$$

Что касается зависимости результатов от значений масс кварков, то следует подчеркнуть, что полюсные массы в теории возмущений КХД не являются согласованно определенными из-за инфракрасных проблем, обычно связываемых с ренормальным произволом [45]. В итоге важно зафиксировать определение массы тяжелого кварка [46–48].

В заданном порядке по α_s в правилах сумм NRQCD мы используем ведущее приближение кварковой петли с учетом кулоновского обмена между тяжелыми кварками. На этом этапе массы тяжелых кварков и константа кулоновского обмена жестко фиксированы данными по лептонным константам и массам чармония и боттомония в правилах сумм с той же точностью. Стабильность или сходимость метода правил сумм, примененного к тяжелым кваркониям¹⁰, приводит к значениям масс кварков

$$m_c = 1,40 \pm 0,03 \text{ ГэВ}, \quad m_b = 4,60 \pm 0,02 \text{ ГэВ},$$

которые хорошо согласуются с массами тяжелых кварков, вычисленными в схеме с вычитанием инфракрасных вкладов: масса с вычетом потенциальной энергии (the potential subtracted mass) $m_b^{\text{PS}} = 4,60 \pm 0,11 \text{ ГэВ}$, кинетическая масса (the kinetic mass) $m_b^{\text{kin}} = 4,56 \pm 0,06 \text{ ГэВ}$ получены в правилах сумм КХД для боттомония с двухпетлевой точностью [46, 48]. Аналогичная 1S-масса, определенная в [47], имеет немного большее значение.

В ведущем порядке по α_s кинетическая и потенциальная массы, упомянутые выше, задают порог кваркового вклада и могут быть приняты в качестве подходящим образом определенных масс тяжелых кварков в вычислениях характеристик барионов с двумя тяжелыми кварками. Значения масс зависят от точки нормировки, которая была выбрана в области 1–2 ГэВ. Тем не менее при расчетах несколько увеличен интервал допустимых вариаций масс тяжелых кварков.

Правила сумм для боттомония и чармония фиксируют значения кулоновских констант, так как стабильность при вариации номера момента задает массу тяжелого кварка, в то время как лептонная константа линейно зависит от соответствующей константы α_s (рис. 7). Заметим, что зависимость кулоновской константы от кваркового состава кваркония согласуется с ренормгрупповой зависимостью от размеров системы, образованной двумя тяжелыми кварками. Неопределенность дальнейших оценок от принятых значений кулоновских констант находится на уровне 5%. Как уже упоминалось, погрешность, обусловленная коэффициен-

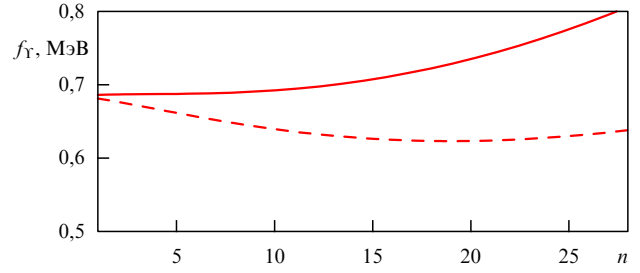


Рис. 7. Лептонная константа Υ в двухточечных правилах сумм в схеме моментов спектральной плотности при $m_b = 4,63 \text{ ГэВ}$ (штриховая линия) и $m_b = 4,59 \text{ ГэВ}$ (сплошная линия).

тами шивки NRQCD с полной КХД, составляет около 10% в константах связи барионов.

Зависимость оценок от величины порога для непрерывного спектра не столь сильная, как это имеет место при вариации масс тяжелых кварков. Мы варьируем ω_{cont} в интервале

$$\omega_{\text{cont}} = 1,3 - 1,4 \text{ ГэВ}. \quad (3.40)$$

Область значений конденсатов кварков и глюонов ограничена:

$$\begin{aligned} \langle \bar{q}q \rangle &= -(250 - 270)^3 \text{ МэВ}^3, \\ m_0^2 &= 0,75 - 0,85 \text{ ГэВ}^2, \\ \left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 \right\rangle &= (1,5 - 2) \times 10^{-2} \text{ ГэВ}^4. \end{aligned} \quad (3.41)$$

Основной источник неопределенности в отношении барионных констант связи — отношение кварковых конденсатов для странных и легких кварков. Мы полагаем $\langle \bar{s}s \rangle / \langle \bar{q}q \rangle = 0,8 \pm 0,2$, что соответствует допустимой неопределенности, полученной в правилах сумм КХД при $m_u + m_d = 12 - 14 \text{ МэВ}$ на масштабе виртуальности 1 ГэВ [49]. Масса странного кварка $m_s = 150 \pm 30 \text{ МэВ}$, что является общепринятой оценкой, согласованной с правилами сумм и алгеброй кварковых токов, где фигурирует токовая масса кварка. Итак, мы описали выбор параметров.

На рисунке 8 представлена вычисленная разница масс, полученных с помощью корреляторов¹¹ F_1 и F_2 для барионов Ξ_{bc} (мы не приводим рисунки для Ξ_{cc} и Ξ_{bb} , так как они качественно и количественно повторяют картину, ясно обозначенную на рис. 8). Из рисунка отчетливо видно, что при малых значениях номеров моментов для спектральных плотностей разница масс бариона и дикварка равна

$$\bar{\Lambda} = 0,40 \pm 0,03 \text{ ГэВ}, \quad (3.42)$$

что представляет собой результат, находящийся в хорошем соответствии с оценками для случая тяжело-легких мезонов.

¹⁰ Мы потребовали, чтобы отношение начальных моментов спектральных плотностей, вычисленных по данным и в правилах сумм, было стабильно.

¹¹ При вычислениях фиксировалось значение глюонного конденсата $\langle (\alpha_s/\pi)G^2 \rangle = 1,7 \times 10^{-2} \text{ ГэВ}^4$, а значение m_0^2 выбиралось в приведенной выше области в целях получения нулевой разницы масс, хотя следует отметить, что вариация параметров приводит к указанным ниже неопределенностям.

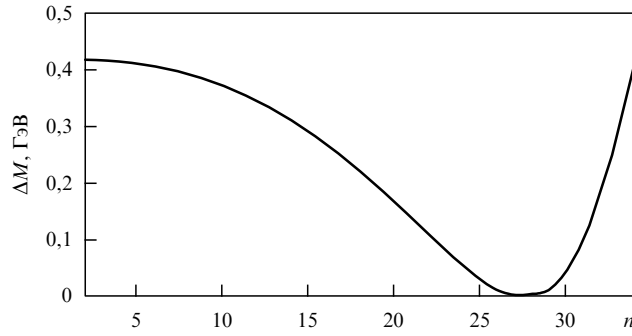


Рис. 8. Разница масс для барионов Ξ_{bc} , полученная в правилах сумм NRQCD для формфакторов F_1 и F_2 в схеме моментов для спектральных плотностей.

В области стабильности для разницы масс можно фиксировать номер момента спектральной плотности (скажем, положить $n = 27 \pm 1$ для Ξ_{bc}) и вычислить соответствующие массы барионов:

$$\begin{aligned} M[\Xi_{cc}] &= 3,47 \pm 0,05 \text{ ГэВ}, \\ M[\Xi_{bc}] &= 6,80 \pm 0,05 \text{ ГэВ}, \\ M[\Xi_{bb}] &= 10,07 \pm 0,09 \text{ ГэВ}. \end{aligned} \quad (3.43)$$

При этом не учитывалось спин-зависимое расщепление, задаваемое α_s -поправками к взаимодействию тяжелого дикварка с легким кварком, так как в настоящий момент они еще не посчитаны. Неопределенности в значениях масс обусловлены в основном вариацией масс тяжелых кварков. Таким образом, стабильность правил сумм NRQCD позволяет улучшить точность оценок в сравнении с анализом, проведенным в правилах сумм полной КХД [38]. Полученные значения находятся в согласии с результатами расчетов в рамках потенциальных моделей (см. раздел 2).

В двухточечных правилах сумм для массы Ω_{bc} (выводы для других дваждытяжелых барионов аналогичны) видна стабильность оценок по отношению к изменению номера момента спектральной плотности для *обоих* корреляторов F_1 и F_2 . Это связано с нарушением факторизации для корреляторов дикварка и бариона, упомянутой выше в случае безмассового легкого кварка, уже в рамках пертурбативного приближения в отличие от случая барионов Ξ_{bc} . Области стабильности для F_1 и F_2 не совпадают, так как вклады операторов высших размерностей становятся существенными при различных значениях номеров моментов. Однако величина

$$\frac{1}{2} (M_1[n] + M_2[n])$$

имеет большой интервал стабильности, и мы используем это, для того чтобы определить массы барионов $\Omega_{QQ'}$ и $\Xi_{QQ'}$ (рис. 9).

Таким образом, в данном обзоре рассматриваются два критерия стабильности для масс барионов: в первом исследуется разность масс, полученных из корреляторов F_1 и F_2 , во втором — полусумма этих масс. Второй критерий особенно надежен для барионов со странностью, так как оба коррелятора имеют области стабильности при разных значениях номеров моментов. При этом разность в значениях масс для двух коррелято-

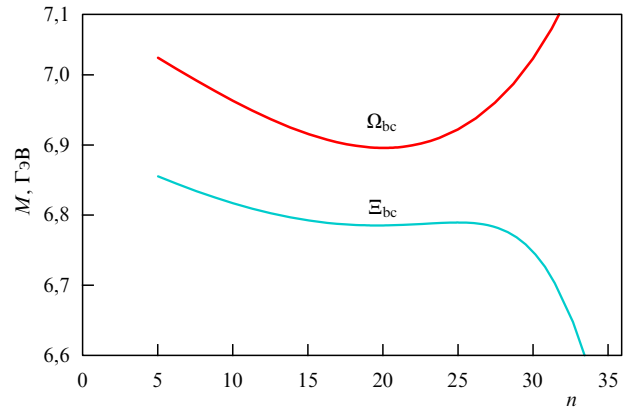


Рис. 9. Массы барионов Ξ_{bc} и Ω_{bc} , полученные в правилах сумм NRQCD при арифметическом усреднении результатов из двух корреляторов.

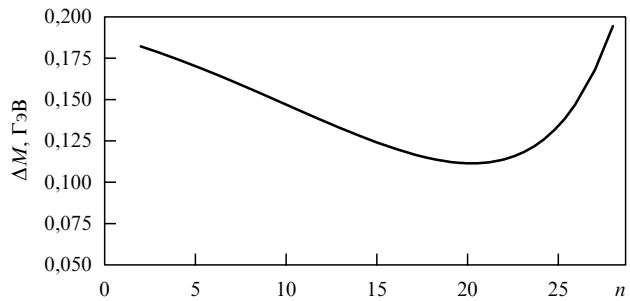


Рис. 10. Разность масс $\Delta M = M_{\Omega_{bc}} - M_{\Xi_{bc}}$, полученная по результатам, показанным на рис. 9.

ров в областях стабильности определяет точность оценки в рамках правил сумм КХД.

Во втором методе расчета получают следующие значения масс барионов:

$$\begin{aligned} M[\Omega_{cc}] &= 3,65 \pm 0,05 \text{ ГэВ}, & M[\Xi_{cc}] &= 3,55 \pm 0,06 \text{ ГэВ}, \\ M[\Omega_{bc}] &= 6,89 \pm 0,05 \text{ ГэВ}, & M[\Xi_{bc}] &= 6,79 \pm 0,06 \text{ ГэВ}, \\ M[\Omega_{bb}] &= 10,09 \pm 0,05 \text{ ГэВ}, & M[\Xi_{bb}] &= 10,00 \pm 0,06 \text{ ГэВ}. \end{aligned} \quad (3.44)$$

Оценки масс $\Xi_{QQ'}$ в методах (3.44) и (3.43) хорошо согласуются друг с другом.

Затем исследуем разность между массами дваждытяжелых барионов со странностью и без нее (рис. 10):

$$\frac{1}{2} [(M_1[\Omega_{bc}] + M_2[\Omega_{bc}]) - (M_1[\Xi_{bc}] + M_2[\Xi_{bc}])].$$

В такой схеме определения масс барионов эта величина имеет смысл средней разности масс, для которой наблюдается широкий интервал стабильности, что указывает на хорошую методическую точность оценки:

$$\begin{aligned} \Delta M &= M[\Omega_{bb}] - M[\Xi_{bb}] = M[\Omega_{cc}] - M[\Xi_{cc}] = \\ &= M[\Omega_{bc}] - M[\Xi_{bc}] = 100 \pm 30 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

На рисунках 11 и 12 показаны зависимости барионных констант связи в схеме моментов для правил сумм NRQCD для барионов со странностью и без нее соот-

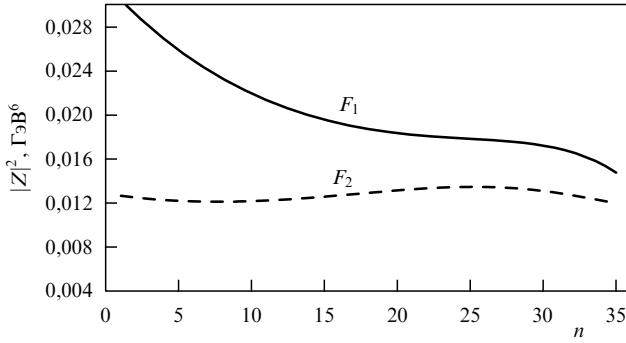


Рис. 11. Константы связи $|Z|^2$ для барионов Ω_{bc} , вычисленные в правилах сумм NRQCD для корреляторов F_1 и F_2 в схеме моментов спектральных плотностей.

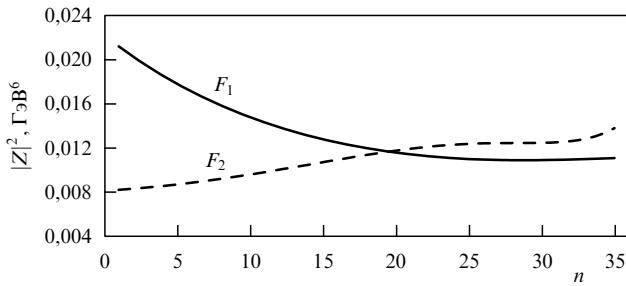


Рис. 12. Константы связи $|Z|^2$ для барионов Ξ_{bc} , вычисленные в правилах сумм NRQCD для корреляторов F_1 и F_2 в схеме моментов спектральных плотностей.

ответственно. Численно находим

$$\begin{aligned} |Z[\Omega_{cc}]|^2 &= (10,0 \pm 1,2) \times 10^{-3} \text{ ГэВ}^6, \\ |Z[\Xi_{cc}]|^2 &= (7,2 \pm 0,8) \times 10^{-3} \text{ ГэВ}^6, \\ |Z[\Omega_{bc}]|^2 &= (15,6 \pm 1,6) \times 10^{-3} \text{ ГэВ}^6, \\ |Z[\Xi_{bc}]|^2 &= (11,6 \pm 1,0) \times 10^{-3} \text{ ГэВ}^6, \\ |Z[\Omega_{bb}]|^2 &= (6,0 \pm 0,8) \times 10^{-2} \text{ ГэВ}^6, \\ |Z[\Xi_{bb}]|^2 &= (4,2 \pm 0,6) \times 10^{-2} \text{ ГэВ}^6. \end{aligned} \quad (3.45)$$

На рисунке 13 представлены результаты правил сумм для отношения барионных констант $|Z[\Omega_{bc}]|^2/|Z[\Xi_{bc}]|^2$, так что

$$\frac{|Z[\Omega_{bc}]|^2}{|Z[\Xi_{bc}]|^2} = \frac{|Z[\Omega_{cc}]|^2}{|Z[\Xi_{cc}]|^2} = \frac{|Z[\Omega_{bb}]|^2}{|Z[\Xi_{bb}]|^2} = 1,3 \pm 0,2.$$

Как упоминалось выше, неопределенность этой оценки связана главным образом с вариацией отношения

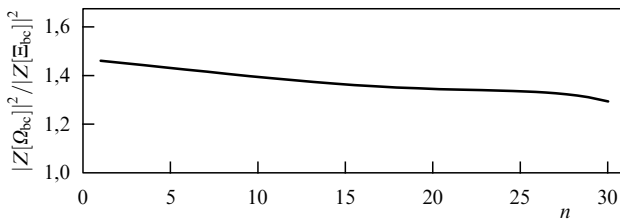


Рис. 13. Отношение $|Z[\Omega_{bc}]|^2/|Z[\Xi_{bc}]|^2$, вычисленное в правилах сумм NRQCD в схеме моментов спектральных плотностей при $\langle \bar{s}s \rangle / \langle \bar{q}q \rangle = 0,8$.

$\langle \bar{s}s \rangle / \langle \bar{q}q \rangle = 0,8 \pm 0,2$. Из рисунков видно, что область стабильности для барионных констант совпадает с областью стабильности для усредненной массы.

Для сравнения приведем соотношения между структурными константами барионов и их волновыми функциями, вычисленными в рамках потенциальных моделей (РМ) в приближении кварк-дикварковой факторизации:

$$|Z^{\text{PM}}| = 2\sqrt{3} |\Psi_{\text{diq}}(0)\Psi_{1,s}(0)|, \quad (3.46)$$

где $\Psi_{\text{diq}}(0)$ и $\Psi_{1,s}(0)$ — значения волновых функций в нуле для тяжелого дикварка и системы легкий (странный) кварк – дикварк соответственно.

В используемом приближении значения $\Psi(0)$, вычисленные в потенциале Бухмюллера – Тая [13], равны

$$\begin{aligned} \sqrt{4\pi} |\Psi_1(0)| &= 0,53 \text{ ГэВ}^{3/2}, \\ \sqrt{4\pi} |\Psi_s(0)| &= 0,64 \text{ ГэВ}^{3/2}, \\ \sqrt{4\pi} |\Psi_{cc}(0)| &= 0,53 \text{ ГэВ}^{3/2}, \\ \sqrt{4\pi} |\Psi_{bc}(0)| &= 0,73 \text{ ГэВ}^{3/2}, \\ \sqrt{4\pi} |\Psi_{bb}(0)| &= 1,35 \text{ ГэВ}^{3/2}. \end{aligned}$$

В статическом пределе потенциального подхода имеем

$$\begin{aligned} |Z^{\text{PM}}[\Omega_{cc}]|^2 &= 8,8 \times 10^{-3} \text{ ГэВ}^6, \\ |Z^{\text{PM}}[\Xi_{cc}]|^2 &= 6,0 \times 10^{-3} \text{ ГэВ}^6, \\ |Z^{\text{PM}}[\Omega_{bc}]|^2 &= 1,6 \times 10^{-2} \text{ ГэВ}^6, \\ |Z^{\text{PM}}[\Xi_{bc}]|^2 &= 1,1 \times 10^{-2} \text{ ГэВ}^6, \\ |Z^{\text{PM}}[\Omega_{bb}]|^2 &= 5,6 \times 10^{-2} \text{ ГэВ}^6, \\ |Z^{\text{PM}}[\Xi_{bb}]|^2 &= 3,9 \times 10^{-2} \text{ ГэВ}^6. \end{aligned} \quad (3.47)$$

Результаты потенциальной модели (3.47) близки к значениям, полученным в правилах сумм NRQCD (3.45), откуда видно, что SU(3)-расщепление барионных констант $|Z[\Omega]|^2/|Z[\Xi]|^2$ определяется отношением $|\Psi_s(0)|^2/|\Psi_1(0)|^2 = 1,45$, что находится в согласии с оценкой в правилах сумм.

Представленные значения следует умножить на вильсоновские коэффициенты, полученные при разложении операторов в полной КХД в терминах полей NRQCD методом аномальных размерностей. Эта процедура приводит к следующим значениям барионных констант связи:

$$\begin{aligned} |Z[\Omega_{cc}]|^2 &= (38 \pm 5) \times 10^{-3} \text{ ГэВ}^6, \\ |Z[\Xi_{cc}]|^2 &= (27 \pm 3) \times 10^{-3} \text{ ГэВ}^6, \\ |Z[\Omega_{bc}]|^2 &= (36 \pm 4) \times 10^{-3} \text{ ГэВ}^6, \\ |Z[\Xi_{bc}]|^2 &= (27 \pm 3) \times 10^{-3} \text{ ГэВ}^6, \\ |Z[\Omega_{bb}]|^2 &= (10 \pm 1) \times 10^{-2} \text{ ГэВ}^6, \\ |Z[\Xi_{bb}]|^2 &= (70 \pm 8) \times 10^{-3} \text{ ГэВ}^6. \end{aligned} \quad (3.48)$$

Итак, в рамках правил сумм NRQCD получены надежные оценки масс и структурных констант барионов с двумя тяжелыми кварками.

3.3. Обсуждение

Мы рассмотрели правила сумм NRQCD для двухточечных корреляторов барионных токов с двумя тяжелыми кварками. Нерелятивистское приближение для тяжелых

кварков позволяет зафиксировать структуру токов и учесть кулоноподобные взаимодействия в дваждытяжелом дикварке. Более того, мы ввели в рассмотрение операторы высших размерностей, ответственные за кварк-глюонные конденсаты, чтобы достичь сходимости метода правил сумм для двух скалярных функций корреляторов.

В ведущем приближении, включающем в себя пертурбативный член и вклады кваркового и глюонного конденсатов, при нулевой массе легкого кварка корреляторы трехкваркового состояния и дваждытяжелого дикварка расфакторизованы в отдельных функциях. В результате правила сумм приводят к различным значениям масс и констант связи, рассчитанным по разным функциям. Это говорит о расходимости такого подхода, пока не учтен вклад произведения кваркового и глюонного конденсатов и смешанный конденсат. Взаимодействие двух тяжелых кварков с легким нарушает факторизацию, что позволяет получать осмысленные оценки масс и констант связи. Более того, вычисленная энергия связи дваждытяжелого дикварка находится в хорошем согласии с оценками в рамках потенциальных моделей.

В дваждытяжелых барионах со странностью факторизация дикваркового коррелятора нарушается уже в приближении кварковой петли в теории возмущений КХД, так что достигается лучшая сходимость метода правил сумм и оба коррелятора имеют интервалы стабильности при вариации номера момента спектральной плотности. Сделаны оценки расщепления масс между странными барионами и барионами с безмассовым легким кварком $\Omega_{QQ'}$ и $\Xi_{QQ'}$, а также отношения их барионных констант связи $|Z[\Omega_{QQ'}]|^2/|Z[\Xi_{QQ'}]|^2$. Таким образом, правила сумм NRQCD позволяют улучшить анализ масс и констант связи для дваждытяжелых барионов и получить надежные результаты.

4. Процессы образования барионов

В случае рождения барионов $\Xi_{QQ'}$ с двумя тяжелыми кварками малое отношение Λ/m_Q и, значит, малое значение константы связи кварк-глюонного взаимодействия в КХД ($\alpha_s \sim 1/\ln(m_Q/\Lambda) \ll 1$) позволяет не только проводить рассмотрение образования двух пар тяжелых кварков QQ и $Q'Q'$, из которых формируются барионы $\Xi_{QQ'}$, в рамках теории возмущений КХД, но и определенным образом расфакторизовать вклады, обусловленные пертурбативным рождением тяжелых кварков и их последующим непертурбативным связыванием в тяжелый дикварк.

Для вычисления сечений рождения S -волновых состояний Ξ_{bc} в пике Z -бозона достаточно вычислить матричные элементы совместного рождения пар $b\bar{b}$ и $c\bar{c}$ в антитриплетном по цвету состоянии пары bc с определенным суммарным спином кварков ($S = 0, 1$), так что кварки движутся с одной и той же скоростью, равной скорости образуемого ими дикварка. После этого нужно домножить эти матричные элементы на непертурбативный фактор, который определяется спектроскопическими характеристиками связанного состояния (волновой функцией дикварка, задающей вероятность обнаружения кварков на малом расстоянии друг от друга в связанном состоянии, и массой кварков).

Подобное представление обусловлено тем, что характерные виртуальности тяжелых кварков в тяжелом

дикварке значительно меньше их масс из-за нерелятивистского движения тяжелых кварков в связанном состоянии, в то время как виртуальности кварков при их образовании составляют величину порядка их масс. Поэтому при рассмотрении образования Ξ_{bc} можно считать, что в дикварке кварки b и c близки к массовой поверхности и практически покоятся друг относительно друга. Таким образом, после выделения непертурбативного фактора анализ рождения тяжелого бариона Ξ_{bc} определяется рассмотрением матричных элементов, рассчитанных в теории возмущений КХД, если считать, что полное сечение бариона и его дифференциальные характеристики повторяют соответствующие величины для тяжелого дикварка.

Отметим прежде всего, что необходимость рождения двух пар тяжелых кварков в электромагнитных и сильных процессах для формирования $\Xi_{QQ'}$ приводит к тому, что ведущий порядок теории возмущений КХД имеет дополнительный фактор малости порядка α_s^2 по сравнению с ведущим порядком теории возмущений для образования тяжелых кварков одного аромата, например пары QQ :

$$\frac{\sigma[\Xi_{QQ'}]}{\sigma[QQ]} \sim \frac{\alpha_s^2 |\Psi(0)|^2}{m_Q^3}.$$

Это обуславливает малый выход $\Xi_{QQ'}$ по сравнению с рождением, скажем, тяжелых мезонов.

В таком подходе актуальна необходимость проведения анализа ведущего приближения теории возмущений КХД для рождения $\Xi_{QQ'}$, что позволяет получить ряд аналитических выражений для сечений рождения $\Xi_{QQ'}$, среди которых следует особо отметить функции фрагментаций тяжелых кварков в тяжелый дикварк и дикварка в барион в скейлинговом пределе ($M^2/s \rightarrow 0$). Таким образом, фрагментационное рождение $\Xi_{QQ'}$ можно надежно описать аналитически, что открывает новые возможности в изучении динамики КХД, существующей в полной картине физики тяжелых кварков.

Механизм образования барионов с двумя тяжелыми кварками в адронных столкновениях предполагает рассмотрение полного набора диаграмм теории возмущений КХД в четвертом порядке по константе связи, так как для полных сечений процессов рождения и доминирующих вкладов характерны поперечные импульсы, при которых режим фрагментации не является преобладающим. Мы исследуем роль высших твистов по поперечному импульсу дваждытяжелого бариона в ассоциированном образовании этих состояний в адронных взаимодействиях и количественно определяем границы применимости режима факторизации жесткого рождения тяжелых кварков и их последующей фрагментации.

4.1. Образование дваждытяжелых барионов в e^+e^- -аннигиляции

Детальное исследование механизмов образования адронов с двумя тяжелыми кварками показывает, что ожидаемый выход таких адронов по отношению к рождению адронов с одним тяжелым кварком составляет величину порядка $10^{-3} - 10^{-4}$. Например, в полюсе Z -бозона число событий с тяжелыми кварками находится на уровне 10^6 , так что число адронов с двумя тяжелыми кварками составляет величину порядка $10^2 - 10^3$. С учетом конкретных мод распадов адронов с двумя тяжелыми кварками

следует ожидать регистрации единичных событий с адронами, что делает их наблюдение весьма проблематичным.

В данном разделе мы рассматриваем рождение дваждычарованных барионов $\Xi_{cc}^{(*)}$ в условиях фабрики В-мезонов с высокой светимостью ($L = 10^{34} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$), где выход $\Xi_{cc}^{(*)}$ на два порядка выше, чем в полюсе Z-бозона.

4.1.1. Фрагментационный механизм. В работе [50] сделаны оценки сечения образования $\Xi_{cc}^{(*)}$, $\Xi_{bc}^{(*)}$ и $\Xi_{bb}^{(*)}$ в области фрагментации тяжелых кварков при высоких энергиях. Эти оценки основаны на аналитическом расчете рождения тяжелого кваркония в теории возмущений КХД в пределе малого отношения M^2/s и нерелятивистской потенциальной модели. Импульсный спектр дикварка cc с точностью до цветового фактора считался равным спектру тяжелого кваркония $\bar{c}c$ ¹²:

$$D_{c \rightarrow cc}(z) = \frac{2}{9\pi} \frac{|R_{cc}(0)|^2}{m_c^3} \alpha_s^2 (4m_c^2) F(z), \quad (4.1)$$

где

$$F(z) = \frac{z(1-z)^2}{(2-z)^6} (16 - 32z + 72z^2 - 32z^3 + 5z^4),$$

а $R_{cc}(0)$ — радиальная волновая функция связанного дикварка в нуле.

Заметим, что тождественные кварки cc в антитриплетном по цвету состоянии могут иметь в S -волне только симметричную спиновую функцию, т.е. находиться в состоянии с суммарным спином $S = 1$. Нормировка функции фрагментации $D_{c \rightarrow cc}(z)$ определяется модельно-зависимой величиной $R_{cc}(0)$. В работе [50] использовалось довольно грубое приближение кулоновского потенциала в системе тяжелых кварков. Этот фактор вносит заметную неопределенность¹³ в оценки выхода $\Xi_{cc}^{(*)}$. Кроме того, выражение (4.1), полученное в скейлинговом пределе ($M^2/s \rightarrow 0$), непригодно для оценок образования $\Xi_{cc}^{(*)}$ на В-фабриках, где M^2/s не мало. Мы предлагаем другой подход к оценке выхода адронов, содержащих два тяжелых кварка: на основе кварк-адронной дуальности.

4.1.2. Оценки по кварк-адронной дуальности. Сечения образования S -волновых состояний В-мезонов в полюсе Z-бозона, вычисленные в модели фрагментации, хорошо согласуются с оценками сечений рождения пары кварков $\bar{b}c$ в синглетном по цвету состоянии с малой инвариантной массой:

$$m_b + m_c < M(\bar{b}c) < M_{th} = M_B + M_D + \Delta M, \quad (4.2)$$

так что $\Delta M = 0,5 - 1$ ГэВ.

В интервале дуальности (4.2) сечение рождения дикварка $\bar{b}c$ приблизительно равно сечению образования пары $\bar{b}c$. Выделяя антитриплетное по цвету состоя-

ние $\bar{b}c$ умножением на фактор $2/3$, получаем оценку сечения рождения $\Xi_{bc}^{(*)}$ на уровне

$$\frac{\sigma[\Xi_{bc}^{(*)}]}{\sigma[\bar{b}b]} \approx 6 \times 10^{-4},$$

что в шесть раз больше оценки, сделанной в работе [50] для рождения $1S$ -состояний. Это различие обусловлено, во-первых, учетом вклада высших возбуждений дикварка в подходе кварк-адронной дуальности, а во-вторых, сильным подавлением за счет величины $R_{bc}(0)$, которая явно занижена при оценке в кулоновском потенциале.

Рассмотрим рождение барионов $\Xi_{cc}^{(*)}$ при энергии фабрики В-мезонов ($\sqrt{s} = 10,58$ ГэВ). Напомним еще раз, что выражение (4.1) неприменимо при данной энергии, поскольку значительными являются степенные поправки по M^2/s . Метод численного расчета в ведущем порядке теории возмущений КХД подробно описан нами в работах [51–54].

В методе кварк-адронной дуальности сечение ассоциированного образования связанного состояния кваркония можно оценить по формуле

$$\begin{aligned} \sum_{nL, J} \sigma[e^+e^- \rightarrow (nL(\bar{c}c)_J)\bar{c}c] = \\ = \int_{M_i}^{M_{th}} dM_{cc} \frac{d}{dM_{cc}} \sigma[e^+e^- \rightarrow (\bar{c}c)_{\text{singlet}}\bar{c}c]. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Здесь $M_i = 2m_c$ — кинематический порог образования пары $\bar{c}c$, $M_{th} = 2M_D + \Delta M$, где $\Delta M = 0,5 - 1$ ГэВ. В результате численного расчета диаграмм теории возмущений КХД для рождения связанных $1S$ - и $2S$ -уровней чармония при $\sqrt{s} = 10,58$ ГэВ, $\alpha_s = 0,2$ и значениях радиальной волновой функции в нуле $R_{cc}(0)$, определяемых из экспериментальных данных по ширинам лептонных распадов $\psi(nS)$ [23], получаем следующие оценки сечений:

$$\begin{aligned} \sigma[\eta_c(1S)] &= 0,025 \text{ пб}, & \sigma[\eta_c(2S)] &= 0,003 \text{ пб}, \\ \sigma[\psi(1S)] &= 0,055 \text{ пб}, & \sigma[\psi(2S)] &= 0,010 \text{ пб}. \end{aligned}$$

Сумма сечений по S -волновым состояниям чармония ниже порога распада на пару мезонов $\bar{D}D$ составляет

$$\sigma\left[\sum \eta_c, \psi\right] = 0,093 \text{ пб}. \quad (4.4)$$

Заметим, что отношение выходов векторных и псевдоскалярных состояний при рассматриваемой энергии составляет $\omega_V/\omega_P \approx 2,2$ по сравнению с отношением $\omega_V/\omega_P \approx 1$, получающимся во фрагментационном механизме [50].

Оценки интеграла в правой части (4.3) дают

$$\sigma_{cc}(\Delta M = 0,5 \text{ ГэВ}) = 0,093 \text{ пб}, \quad (4.5)$$

$$\sigma_{cc}(\Delta M = 1 \text{ ГэВ}) = 0,110 \text{ пб}, \quad (4.6)$$

где полагалось $m_c = 1,4$ ГэВ. Из уравнений (4.4)–(4.6) следует, что соотношение кварк-адронной дуальности (4.3) хорошо выполняется для связанных состояний системы $\bar{c}c$.

Как показывают расчеты, спектры инвариантных масс пар $\bar{c}c$ и cc практически повторяют друг друга в

¹² В работе [50] ошибочно стоит дополнительный фактор 2.

¹³ Расчет волновой функции дикварка в модели с потенциалом Мартэна с учетом фактора $1/2$ для антитриплетного по цвету состояния кварков усиливает соответствующий фактор примерно на порядок.

области малых инвариантных масс. Поэтому оценки сечения рождения дикварка ss и пары $\bar{c}c$ в рассматриваемом интервале дуальности приблизительно одинаковы (ср. с (4.5) и (4.6)):

$$\sigma_{ss}(\Delta M = 0,5 \text{ ГэВ}) = 0,086 \text{ пб}, \quad (4.7)$$

$$\sigma_{ss}(\Delta M = 1 \text{ ГэВ}) = 0,115 \text{ пб}. \quad (4.8)$$

Выделяя антитриплетное по цвету состояние, получаем суммарное сечение рождения барионов $\Xi_{cc}^{(*)}$:

$$\sigma[\Xi_{cc}^{(*)}] = (70 \pm 10) \times 10^{-3} \text{ пб}, \quad (4.9)$$

так что относительный выход дваждычарованных барионов

$$\frac{\sigma[\Xi_{cc}^{(*)}]}{\sigma[\bar{c}c]} = 7 \times 10^{-5}. \quad (4.10)$$

Число событий с рождением $\Xi_{cc}^{(*)}$ при светимости $L = 10^{34} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$ составляет $N(\Xi_{cc}^{(*)}) = 7 \times 10^3$ в год, что на два порядка выше выхода $\Xi_{cc}^{(*)}$ на LEP. В работе [55] показан спектр дикварка ss на антисимметричном коллаидере КЕК.

Таким образом, в данном разделе мы рассчитали сечения образования дваждычарованного бариона $\Xi_{cc}^{(*)}$ в ведущем порядке теории возмущений КХД на основе кварк-адронной дуальности и сечения рождения $\Xi_{cc}^{(*)}$ при энергиях фабрики В-мезонов, где неприменима фрагментационная модель [50].

Основная теоретическая неопределенность в оценке сечений образования дваждычарованных барионов связана с описанием процесса адронизации тяжелого дикварка ss . Значительная доля дикварков ($1/3$) рождается в секстетном по цвету состоянии и может образовывать как экзотические четырехкварковые состояния $ss\bar{q}\bar{q}$, так и пары мезонов DD . Так же как и в работе [50], мы предполагаем, что антитриплетное по цвету состояние адронизуется в барион $\Xi_{cc}^{(*)}$ со 100%-ной вероятностью. Таким образом, следует ожидать 10^4 событий в год с рождением $\Xi_{cc}^{(*)}$ при светимости $L = 10^{34} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$ на фабрике В-мезонов.

4.1.3. Эксклюзивное рождение пар дикварков. В околопороговой области образования дваждытяжелых барионов в e^+e^- -аннигиляции заметный вклад в сечение может внести парное рождение. Для оценки выхода такого рода событий в работе [56] проведен расчет сечений парного эксклюзивного рождения дваждытяжелых дикварков. В предположении 100%-ной фрагментации дикварков в барионы можно считать равными выходы пар дикварков и барионов. Авторами [56] рассматривались как аксиально-векторные, так и скалярные состояния S -волновых дикварков: вычислялись амплитуды, дифференциальные и полные сечения выходов скаляр-скалярных, скаляр-векторных и вектор-векторных пар. За подробностями мы отсылаем читателя к оригинальной статье [56]. Для иллюстрации приведем выражение для полного сечения скалярных пар в зависимости от квадрата полной энергии s :

$$\sigma_{00} = 256\pi^3 \frac{f_{00}^2}{9s^3} |\Psi_{\text{diq}}(0)|^4 \left(1 - \frac{4M^2}{s}\right)^{3/2}. \quad (4.11)$$

Здесь $\Psi_{\text{diq}}(0)$ — волновая функция дикварка в нуле, а формфактор имеет вид

$$f_{00} = \alpha_s \alpha_{em} M \left[\left(\frac{q_2}{m_1^2} + \frac{q_1}{m_2^2} \right) - \frac{2M^2}{s} \left(\frac{q_2 m_2}{m_1^3} + \frac{q_1 m_1}{m_2^3} \right) \right], \quad (4.12)$$

где $q_{1,2}$ — заряды тяжелых кварков, $m_{1,2}$ — их массы, $M = m_1 + m_2$.

Численные оценки показывают, что преобладает рождение пар аксиально-векторных тяжелых дикварков и что по сравнению с выходом пар тяжелых кварков доля пар дикварков составляет $(2-6) \times 10^{-6}$. Это означает, что, скажем, на фабриках В-мезонов в событиях с чармом можно пытаться искать и события с парным рождением дваждычарованных барионов, которые составляют 10%-ную фракцию событий одиночного рождения.

4.2. Пертурбативная фрагментация дикварка

В данном разделе мы исследуем образование барионов при фрагментации тяжелых векторных и скалярных частиц, взаимодействующих с кварком. С точки зрения КХД дваждытяжелый дикварк малого размера является локальным триплетным полем, поэтому полученные результаты можно применить для вычисления фрагментации векторных и скалярных дикварков в барионы. Мы используем теорию возмущений КХД для расчета жесткой амплитуды фрагментации, которая факторизуется от мягкой амплитуды образования связанного состояния. Безусловно, такой метод является достаточно точным, если жесткость обеспечивается большой массой кварка, который вместе с дикварком образует адронное состояние — барион, например при фрагментации $b\bar{b}$ в $b\bar{b}c$. Однако полученные выражения в качестве мотивированных в КХД параметризаций могут быть применены и для легких кварков.

Фрагментация скалярного триплетного по цвету локального поля рассматривалась в работе [57]. Новой проблемой, возникающей в случае векторного дикварка, является выбор лагранжиана взаимодействия векторной цветной частицы с глюонным полем. К лагранжиану, полученному удлинением производных в лагранжиане свободного векторного поля

$$-\frac{1}{2} H_{\mu\nu} \bar{H}^{\mu\nu}, \quad H_{\mu\nu} = \partial_\mu U_\nu - \partial_\nu U_\mu,$$

где U_μ — векторное комплексное поле, можно добавить калибровочно-инвариантный член, пропорциональный взаимодействию тензора спина $S_{\mu\nu}^{\alpha\beta}$ с тензором напряженности глюонного поля $G^{\mu\nu}$:

$$S_{\mu\nu}^{\alpha\beta} G^{\mu\nu} U_\beta \bar{U}_\alpha, \quad S_{\mu\nu}^{\alpha\beta} = \frac{1}{2} (\delta_\mu^\alpha \delta_\nu^\beta - \delta_\nu^\alpha \delta_\mu^\beta),$$

что ведет к появлению параметра в вершине взаимодействия дикварка с глюоном (аномальный магнитный момент). Мы рассматриваем высокоэнергетическое образование связанного состояния со спином $1/2$, содержащего тяжелую векторную частицу, в зависимости от поведения этого параметра.

При больших поперечных импульсах доминирующим механизмом рождения для связанных состояний тяжелого бариона является фрагментация дикварка, которую можно рассчитать в пертурбативной КХД [58] после выделения фактора мягкого образования связанного состояния, полученного в рамках нерелятивистских

потенциальных моделей [8]. Функция фрагментации универсальна для любого процесса высоких энергий при прямом образовании бариона.

В ведущем порядке по α_s функция фрагментации имеет скейлинговую форму, которая считается начальным условием для пертурбативной эволюции КХД, обусловленной излучением жестких глюонов дикварком до адронизации. Функция расщепления отличается от подобной функции для тяжелого кварка из-за спиновой структуры связи глюонов с дикварком, являющимся векторной или скалярной частицей и триплетом по цвету.

В данном обзоре скейлинговая функция фрагментации вычисляется в ведущем порядке теории возмущений. Предел бесконечно тяжелого дикварка ($M_{\text{diq}} \rightarrow \infty$) получается из рассмотрения фрагментации в КХД. Мы проводим расчет функции распределения тяжелого бариона по поперечному импульсу относительно оси фрагментации в рамках ведущего порядка теории возмущений КХД, находим ядро расщепления в эволюции DGLAP (Докшицера – Грибова – Липатова – Альтарелли – Паризи), получаем и решаем однопетлевые уравнения ренормгруппы для моментов функции фрагментации. Эти уравнения являются универсальными, так как они не зависят от того, будет дикварк в связанном или свободном состоянии при низких виртуальностях, где прекращается режим пертурбативной эволюции. В итоге получаются выражения для интегральных вероятностей фрагментации дикварка в дваждытяжелые барионы.

4.2.1. Функция фрагментации в ведущем порядке. Вклад фрагментации в прямое рождение тяжелого бариона имеет вид

$$d\sigma[\Xi(p)] = \int_0^1 dz d\hat{\sigma} \left[\text{diq} \left(\frac{p}{z}, \mu \right) D_{\text{diq} \rightarrow \Xi}(z, \mu) \right].$$

Здесь $d\sigma$ — дифференциальное сечение образования бариона с 4-импульсом p , $d\hat{\sigma}$ — сечение жесткого рождения дикварка с импульсом p/z , $D(z)$ интерпретируется как функция фрагментации, зависящая от доли импульса z , уносимой связанным состоянием. Величина μ определяет масштаб факторизации.

В соответствии с общей формой эволюции DGLAP зависящая от μ функция фрагментации удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial D_{\text{diq} \rightarrow \Xi}(z, \mu)}{\partial \ln \mu} = \int_z^1 dy \frac{1}{y} P_{\text{diq} \rightarrow \text{diq}} \left(\frac{z}{y}, \mu \right) D_{\text{diq} \rightarrow \Xi}(y, \mu), \quad (4.13)$$

где P — ядро, обусловленное излучением жестких глюонов дикварком до образования пары тяжелых кварков. Поэтому начальный вид функции фрагментации определяется диаграммой, показанной на рис. 14.

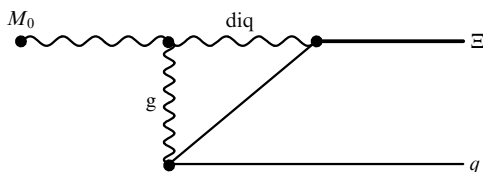


Рис. 14. Диаграмма фрагментации дикварка diq в тяжелый барион Ξ .

Следовательно, соответствующая начальная шкала факторизации равна $\mu = 2m_Q$. Более того, функцию фрагментации можно вычислить в разложении по $\alpha_s(2m_Q)$. Вклад ведущего порядка рассчитывается в данном разделе.

Рассмотрим диаграмму фрагментации в системе, где импульс начального дикварка $q = (q_0, 0, 0, q_3)$, а бариона — p , так что

$$q^2 = s, \quad p^2 = M^2.$$

В статическом приближении для связанного состояния дикварка и тяжелого кварка имеем следующие соотношения для масс тяжелого кварка и дикварка:

$$m_Q = rM, \quad M_{\text{diq}} = (1 - r)M = \bar{r}M.$$

Вершина взаимодействия векторного дикварка с глюоном записывается как

$$T_{\alpha\mu\nu}^{VVg} = -igt^a \{ g_{\mu\nu}(q + \bar{r}p)_\alpha - g_{\mu\alpha}[(1 + \kappa)\bar{r}p - \kappa q]_\nu - g_{\nu\alpha}[(1 + \kappa)q - \kappa\bar{r}p]_\mu \}, \quad (4.14)$$

причем κ — аномальный магнитный момент, t^a — генератор группы КХД в фундаментальном представлении.

Сумма по поляризациям векторного дикварка с импульсом q зависит от выбора калибровки свободного лагранжиана поля (например, калибровка Штюкельберга), но рассчитываемая функция фрагментации не зависит от параметра калибровки, изменяющего вид вклада продольных компонент поля. Итак, без ограничения общности рассмотрения сумма по поляризациям выбирается в виде

$$P(q)_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{s}.$$

Матричный элемент для фрагментации в состояние со спином 1/2 записывается как

$$\mathfrak{M} = -\frac{2\sqrt{2}\pi\alpha_s}{9\sqrt{M^3}} \frac{R(0)}{r\bar{r}(s - M_{\text{diq}}^2)^2} P(q)_{\nu\delta} P(\bar{r}p)_{\mu\eta} T_{\alpha\mu\nu}^{VVg} \times \\ \times \rho_{\alpha\beta} \bar{q}^\beta (\hat{p} - M)\gamma^\eta \gamma^5 \xi \mathfrak{M}_0^\delta, \quad (4.15)$$

а сумма по поляризациям глюона — в аксиальной калибровке с $n = (1, 0, 0, -1)$:

$$\rho_{\mu\nu}(k) = -g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu n_\nu + k_\nu n_\mu}{kn}, \quad k = q - (1 - r)p.$$

В соотношении (4.15) спиноры ξ и $\bar{q}$ соответствуют бариону и тяжелому кварку, сопровождающему фрагментацию, $\mathfrak{M}_0$ обозначает матричный элемент для жесткого рождения дикварка при высоких энергиях, $R(0)$ — радиальная волновая функция в нуле.

При квадрировании матричного элемента и суммировании по спиральностям образованных частиц получается выражение

$$|\overline{\mathfrak{M}}|^2 = W_{\mu\nu} \mathfrak{M}_0^\mu \mathfrak{M}_0^\nu.$$

В пределе высоких энергий ($qn \rightarrow \infty$) тензор $W_{\mu\nu}$ ведет себя как

$$W_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} W + R_{\mu\nu}, \quad (4.16)$$

где $R_{\mu\nu}$ может зависеть от калибровочных параметров, и при разложении по лоренцевым структурам приводит к скалярным величинам, которые малы по сравнению с W в пределе $qn \rightarrow 0$.

Обозначим

$$z = \frac{pn}{qn}.$$

Функция фрагментации определяется выражением [59]

$$D(z) = \frac{1}{16\pi^2} \int ds \theta \left(s - \frac{M^2}{z} - \frac{m_Q^2}{1-z} \right) W$$

(W задано в (4.16)). Интеграл в выражении для функции фрагментации при постоянном аномальном магнитном моменте, не равном -1 , расходится логарифмически.

Мы рассмотрели два случая поведения аномального магнитного момента. При $\kappa = -1$ функция фрагментации совпадает с функцией фрагментации для скалярного дикварка с точностью до спинового множителя $1/3$:

$$D(z) = \frac{8\alpha_s^2}{243\pi} \frac{|R(0)|^2}{M^3 r^2 \bar{r}^2} \frac{z^2(1-z)^2}{(1-\bar{r}z)^6} \times \\ \times [3 + 3r^2 - (6 - 10r + 2r^2 + 2r^3)z + \\ + (3 - 10r + 14r^2 - 10r^3 + 3r^4)z^2], \quad (4.17)$$

которая стремится к

$$\tilde{D}(y) = \frac{8\alpha_s^2}{243\pi y^6} \frac{|R(0)|^2}{m_Q^3} \frac{(y-1)^2}{r} (8 + 4y + 3y^2), \quad (4.18)$$

при $r \rightarrow 0$ и $y = [1 - (1-r)z]/(rz)$.

Предел $\tilde{D}(y)$ находится в согласии с общим рассмотрением $1/m$ -разложения для функции фрагментации [60], при этом

$$\tilde{D}(y) = \frac{1}{r} a(y) + b(y).$$

Отметим, что зависимость от y получилась в этом случае такая же, что и для фрагментации тяжелого кварка в кварконий [59].

Рассмотрение случая, когда $1 + \kappa = AM^2/(s - M_{\text{diq}}^2)$, проведено в работе [61]. Пертурбативные функции фрагментации в ведущем порядке по α_s показаны на рис. 15. Они представляют собой довольно жесткие распределе-

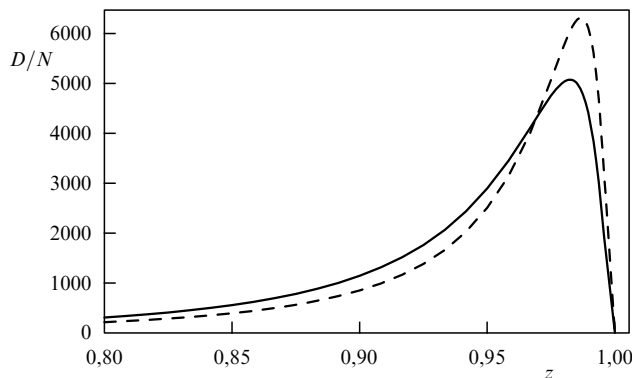


Рис. 15. Функция фрагментации дикварка в тяжелый барион при $r = 0.02$: штриховая линия — $\kappa = -1$, сплошная — $1 + \kappa = 3M^2/(s - M_{\text{diq}}^2)$; фактор $N = (8\alpha_s^2/243\pi)|R(0)|^2/[M^3 r^2(1-r)^2]$.

ния, которые становятся мягче с учетом эволюции (см. [57]).

4.2.2. Поперечный импульс бариона. В системе с бесконечно большим импульсом фрагментирующего дикварка его инвариантная масса выражается через долю продольного импульса бариона z и поперечный импульс бариона относительно оси фрагментации $p_\perp$:

$$s = M_{\text{diq}}^2 + \frac{M^2}{z(1-z)} \{ [1 - (1-r)z]^2 + t^2 \},$$

где $t = p_\perp/M$. Расчет диаграммы, изображенной на рис. 14, дает двойное распределение для вероятности фрагментации:

$$\frac{d^2 P}{ds dz} = \mathcal{D}(z, s),$$

причем функция ($\kappa = -1$)

$$\mathcal{D}(z, s) = \frac{256\alpha_s^2}{81\pi} \frac{|R(0)|^2}{r^2 \bar{r}^2} \frac{M^3}{(1-\bar{r}z)^2 (s - M_{\text{diq}}^2)^4} \times \\ \times \left\{ r\bar{r}^2 + \bar{r}[1 + r - z(1 + 4r - r^2)] \frac{s - M_{\text{diq}}^2}{M^2} - \right. \\ \left. - z(1-z) \frac{(s - M_{\text{diq}}^2)^2}{M^4} \right\}. \quad (4.19)$$

Легко видеть, что распределение по поперечному импульсу можно получить интегрированием по z :

$$D(t) = \int_0^1 dz \mathcal{D}(z, s) \frac{2M^2 t}{z(1-z)}.$$

В итоге мы получаем довольно громоздкое выражение, приведенное в приложении 7.2. Типичная форма распределений по поперечному импульсу бариона относительно оси фрагментации дикварка показана на рис. 16.

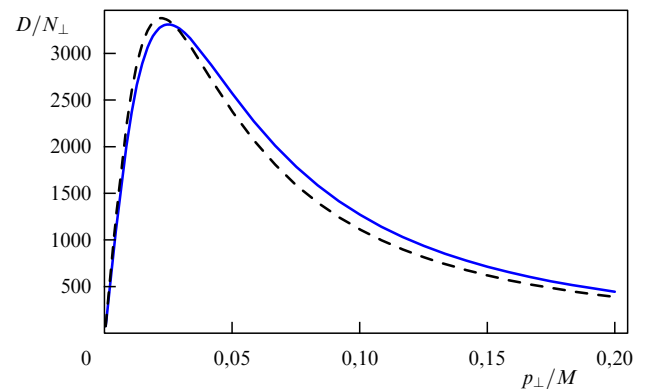


Рис. 16. Распределение по поперечному импульсу относительно оси фрагментации дикварка в тяжелый барион при $r = 0.02$: штриховая линия — $\kappa = -1$, сплошная — $1 + \kappa = 3M^2/(s - M_{\text{diq}}^2)$; фактор $N_\perp = (8\alpha_s^2/81\pi)|R(0)|^2/[M^4 r^2(1-r)^2]$.

4.2.3. Излучение жесткого глюона. Однопетлевой вклад излучения жесткого глюона можно вычислить тем же методом, что и в разделе 4.2.1. Вероятность процесса оказывается не зависящей от аномального магнитного момента, поэтому ядро расщепления для векторного дикварка совпадает с ядром расщепления для скаляр-

ного дикварка:

$$P_{\text{diq} \rightarrow \text{diq}}(x, \mu) = \frac{4\alpha_s(\mu)}{3\pi} \left[\frac{2x}{1-x} \right]_+, \quad (4.20)$$

где индекс "+" означает стандартное действие:

$$\int_0^1 dx f_+(x) g(x) = \int_0^1 dx f(x) [g(x) - g(1)].$$

Функцию расщепления можно сравнить с аналогичной функцией для тяжелого кварка:

$$P_{Q \rightarrow Q}(x, \mu) = \frac{4\alpha_s(\mu)}{3\pi} \left[\frac{1+x^2}{1-x} \right]_+,$$

которая имеет тот же нормировочный фактор при $x \rightarrow 1$.

Далее, умножая уравнение эволюции на z^n и интегрируя по z , из (4.13) методом ренормгруппы можно получить μ -зависимость моментов $a_{(n)}$ для функции фрагментации в однопетлевом приближении:

$$\frac{\partial a_{(n)}}{\partial \ln \mu} = -\frac{8\alpha_s(\mu)}{3\pi} \left[\frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n+1} \right] a_{(n)}, \quad n \geq 1. \quad (4.21)$$

При $n = 0$ правая часть (4.21) равна нулю. Это означает, что интегральная вероятность фрагментации дикварка в тяжелый барион не изменяется в течение эволюции и определяется начальной функцией фрагментации, рассчитанной выше в теории возмущений КХД [57].

Решение уравнения (4.21) имеет вид

$$a_{(n)}(\mu) = a_{(n)}(\mu_0) \left[\frac{\alpha_s(\mu)}{\alpha_s(\mu_0)} \right]^{\frac{16}{3\beta_0} \left[\frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n+1} \right]}, \quad (4.22)$$

где использовано однопетлевое выражение для константы связи КХД:

$$\alpha_s(\mu) = \frac{2\pi}{\beta_0 \ln(\mu/\Lambda_{\text{КХД}})},$$

причем $\beta_0 = 11 - 2n_f/3$, n_f — число ароматов кварков с $m_q < \mu < M_{\text{diq}}$.

Соотношение (4.22) является универсальным, так как оно не зависит от того, свободен дикварк или связан при виртуальностях, меньших чем μ_0 . Если учесть эволюцию при фрагментации в тяжелый барион, то дикварк может терять около 20 % своего импульса до адронизации [57].

4.2.4. Интегральные вероятности фрагментации. Как отмечалось выше, эволюция сохраняет интегральную вероятность фрагментации, которую можно вычислить аналитически:

$$\int dz D(z) = \frac{8\alpha_s^2}{81\pi} \frac{|R(0)|^2}{16m_q^3} w(r), \quad (4.23)$$

так что при $\kappa = -1$ имеем

$$w(r) = \frac{16}{15(1-r)^7} [(8 + 15r - 60r^2 + 100r^3 - 60r^4 - 3r^5) + 30r(1-r+r^2+r^3) \ln r]. \quad (4.24)$$

Функция $w(r)$ при двух выборах κ и малых r показана на рис. 17.

Итак, мы рассмотрели доминирующий механизм образования связанных состояний со спином 1/2 вектор-

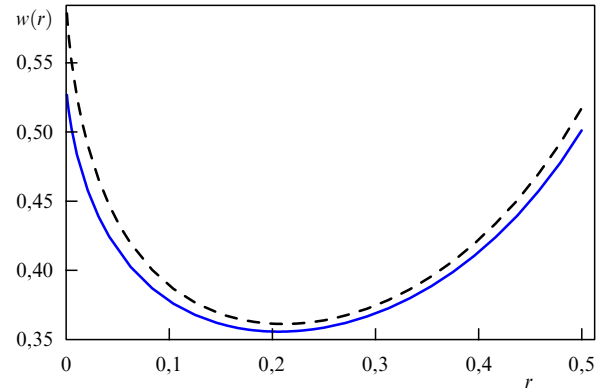


Рис. 17. Функция w для фрагментации векторного дикварка в тяжелый барион в зависимости от отношения $r = m_Q/M$: штриховая линия — $\kappa = -1$, сплошная — $1 + \kappa = 3M^2/(s - M_{\text{diq}}^2)$.

ного локального цветного поля (например, дикварка) с тяжелым антикварком в высокоэнергетических процессах при больших поперечных импульсах, где роль лидирующего члена играет вклад от фрагментации. Мы обсудили два случая поведения аномального магнитного момента. При $\kappa = -1$ функция фрагментации лишь множителем отличается от соответствующей функции для фрагментации скалярной цветной частицы в связанное состояние с тяжелым антикварком. (При других значениях постоянного аномального магнитного момента интеграл в выражении для функции фрагментации расходится.) В пределе бесконечнотяжелого дикварка функция $D(z)$ принимает вид, который согласуется с тем, что ожидается из общего рассмотрения $1/m$ -разложения для функций фрагментации.

Распределения по поперечному импульсу бариона относительно оси фрагментации дикварка также рассчитаны в ведущем порядке теории возмущений КХД. Поправки от жестких глюонов, обусловленные расщеплением векторного дикварка, могут быть учтены пертурбативно, что приводит к соответствующим однопетлевым уравнениям для моментов функции фрагментации (см. (4.21) и (4.22)).

Численные оценки показывают, что вероятности фрагментации в связанные состояния тяжелого векторного дикварка с массой от 3 до 10 ГэВ зависят от выбора эффективной массы кварка, входящего в барион. При этом отношение выходов барионов со странностью и без нее составляет $\sigma[\Omega_{QQ}]/\sigma[\Xi_{QQ}] \approx 0.2$. Безусловно, при включении в рассмотрение легких и странных кварков проводимые оценки не могут быть строго обоснованы, так как они предполагают, что конституентные массы приводят к эффективному описанию доминирующих вкладов от инфракрасной динамики. Однако можно использовать пертурбативные выражения в качестве моделей для фрагментации в адроны, содержащие легкие и странные кварки, так как в таких процессах "быстрые" валентные степени свободы в барионе в приближении малой дисперсии можно надежно аппроксимировать отношением фракций продольного момента партона в адроне и не рассматривать вклад мягкого моря легких кварков и глюонов.

Другой подход к фрагментационному механизму рождения дваждытяжелых барионов использовался в

работах [62], в которых рассчитывался пертурбативный формфактор дваждытяжелого и тяжело-легкого дикварка и вычислялась функция фрагментации тяжелого кварка в барион за счет образования пары векторных дикварков: $Q \rightarrow \Xi_{QQ'} + (\bar{Q}'\bar{q})_{\text{diq}}$. Подобные оценки носят характер ограничения снизу, так как они основаны на упругом формфакторе дикварка. Иерархия масштабов взаимодействия $m_Q \gg m_{Qv} \gg \Lambda_{\text{КХД}}$ предполагает также, что после жесткого рождения тяжелого кварка (m_Q) вначале происходит быстрое формирование дваждытяжелого дикварка (m_{Qv}), а затем уже более медленная адронизация дикварка в барион ($\Lambda_{\text{КХД}}$).

В работе [63] проведен также сравнительный анализ фрагментации в триждыочарованный барион Ω_{ccc} в каскадном процессе кварк в дикварк и дикварк в барион и в процессе кварк в барион за счет упругого рождения векторного дикварка. К сожалению, основной вывод работы [63] о заметном доминировании прямой фрагментации над каскадной не корректен. Во-первых, использование упругого формфактора векторного дикварка в каскадном процессе приводит к двойному учету фактора слияния очарованных кварков в дикварк при фрагментации кварка в дикварк и в упругом формфакторе, где также берется проекция входящего кваркового состояния на связанный дикварк. Это дает "лишний" фактор малости $\alpha_s^2 |\Psi_{\text{cc}}(0)|^2 \sim 10^{-3}$. Во-вторых, безусловно, идея о формировании дикварка ss с последующим жестким рождением очарованного кварка на дикварке некорректна, так как время формирования дикварка заметно больше времени рождения очарованного кварка.

4.3. Адронное образование

Последние годы ознаменованы стремительным ростом числа зарегистрированных очарованных частиц в современных экспериментах. На установках FNAL E831 и E781 с фиксированной мишенью ожидается изучение порядка 10^6 событий с очарованными частицами. В экспериментах следующего поколения предполагается повышение этого числа более чем на два порядка. Помимо стандартных проблем СР-нарушения в секторе очарованных кварков, измерения редких распадов и т.п., становится актуальной задача исследования процессов с рождением более чем одной пары c -кварков. Рождение дополнительной пары $\bar{c}c$ сильно понижает сечение для такого процесса, что особенно важно учитывать в экспериментах с фиксированной мишенью, где кварк-партонные светимости сильно подавлены в области рождения тяжелых масс.

Одним из интересных процессов является образование дваждыочарованных барионов. Барион $\Xi_{\text{cc}}^{(*)}$ представляет собой совершенно новый объект по сравнению с обычными адронами, составленными из легких кварков. Основное состояние такого бариона сходно с мезоном $Q\bar{q}$, в котором один кварк тяжелый, а другой легкий. Роль тяжелого кварка в барионе ssq играет тяжелый дикварк ss [64], который находится в антитриплетном по цвету состоянии, имеет малый размер по сравнению с масштабом конфайнмента легкого кварка. Интересно изучение состояний ssq с точки зрения понимания механизма их образования. Рождение бариона ssq рассматривалось в ряде работ [50, 54, 55, 65, 66]. Основная задача расчета сечения образования этого бариона сводится к вычислению сечения рождения дикварка ss в $\bar{3}$ -плетном по цвету состоянии. Предполагается, что такой дикварк с единич-

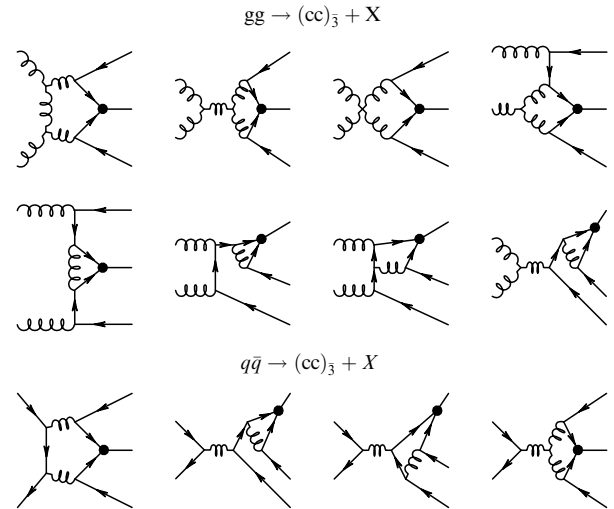


Рис. 18. Диаграммы глюон-глюонного и кварк-антикваркового образования дикварка ss . Кварки обозначены сплошными линиями со стрелками, глюоны — спиральными линиями.

ной вероятностью непертурбативно превращается в барион ssq .

Адронное рождение дикварка происходит в два этапа. Первый этап отвечает жесткому рождению двух пар ss в процессах $gg \rightarrow ss\bar{s}\bar{s}$, $q\bar{q} \rightarrow ss\bar{s}\bar{s}$ и описывается диаграммами четвертого порядка по α_s в теории возмущений КХД (рис. 18). Второй этап отвечает непертурбативному объединению двух s -кварков с малыми относительными импульсами в дикварк ss , описываемому волновой функцией дикварка в начале координат $R(0)$ в случае S -волновых состояний.

Основное различие в существующих оценках выхода дваждыочарованных барионов состоит в разном подходе к расчету сечения жесткого образования дикварка. Вместо учета полного набора диаграмм четвертого порядка в работе [67] использовалась только часть из них, отвечающая фрагментации s -кварка в дикварк ss . Как показано в работе [65], такое приближение является не вполне корректным, так как оно верно только при больших поперечных импульсах ($p_{\perp}^{\text{min}} > 35$ ГэВ), где механизм образования входит в режим фрагментации. В остальной области кинематических переменных применение фрагментационного приближения не оправдано и приводит к неверному результату, особенно в условиях, когда энергия $\sqrt{s}$ невелика по сравнению с $p_{\perp}^{\text{min}}$.

Но даже при учете полного набора диаграмм, как это сделано в работах [65, 66], остается значительная неопределенность в оценке выходов барионов ssq . Основными параметрами, задающими эту неопределенность в модели рождения дикварка ss , являются величины α_s , m_c и $R_{\text{cc}}(0)$. Помимо этого, остается неясным, насколько справедлива гипотеза о единичной вероятности адронизации дикварка ss в барион ssq , так как взаимодействие дикварка с глюонами не подавлено, как это имеет место, например, при образовании кварк-антикварковой пары $\bar{c}c$ в бесцветном состоянии, когда диссоциация кваркония предполагает обмен с кварк-глюонным морем по крайней мере двумя жесткими глюонами с виртуальностями, большими, чем обратный размер кваркония.

Уменьшить неопределенности в оценке сечения можно путем сравнения рождения бариона ssq со сход-

ным процессом — образованием J/ψ -частицы в сопрождении с парой $\bar{c}s$, которое описывается практически теми же диаграммами четвертого порядка с известной волновой функцией в нуле для J/ψ -частицы¹⁴. Таким образом, привязавшись к процессу рождения $J/\psi + \bar{D}D$, можно устранить часть неопределенностей в процессе рождения дикварка ss , возникающих при вариации α_s и m_c .

Далее в этом разделе приведены совместные оценки сечений этих процессов в π^-p - и pp -столкновениях, описана модель образования бариона ssq и $J/\psi + \bar{D}D$, рассчитаны сечения образования ssq и $J/\psi + \bar{D}D$ в условиях экспериментов с фиксированной мишенью (E781, HERA-B) и для коллайдерных энергий (Tevatron, FNAL, LHC), обсуждаются возможные варианты поиска барионов $\Xi_{cc}^{(*)}$.

4.3.1. Механизм образования. Как уже упоминалось, рождение дикварка происходит в два этапа. Сначала вычисляется сечение образования четырех свободных кварков в подпроцессах

$$gg \rightarrow c\bar{c}s\bar{s}, \quad q\bar{q} \rightarrow c\bar{c}s\bar{s}.$$

Техника вычислений, применяемая в этом обзоре, аналогична технике вычисления адронного рождения B_c -мезонов [53, 68], только в данном случае связанное состояние образуют не кварк и антикварк, а два кварка: Q_1 и Q_2 [54, 55, 65].

Энергия связи в дикварке много меньше масс составляющих его кварков, так что они находятся на массовой поверхности и их 4-импульсы связаны с 4-импульсом P_{diq} дикварка $Q_1 Q_2$:

$$p_1 = \frac{m_1}{M_{\text{diq}}} P_{\text{diq}}, \quad p_2 = \frac{m_2}{M_{\text{diq}}} P_{\text{diq}}, \quad (4.25)$$

где $M_{\text{diq}} = m_1 + m_2$ — масса дикварка, m_1 и m_2 — массы кварков.

При таком подходе образование дикварка можно описать с помощью 36 диаграмм Фейнмана, соответствующих рождению четырех свободных кварков, путем объединения двух кварков в антитриплетный по цвету дикварк с определенными квантовыми числами. Это осуществляется с помощью проекционных операторов:

$$\mathcal{N}(0,0) = \left(\frac{2M_{\text{diq}}}{2m_1 2m_2} \right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \bar{u}_1(p_1, +) \bar{u}_2(p_2, -) - \bar{u}_1(p_1, -) \bar{u}_2(p_2, +) \} \quad (4.26)$$

для скалярных состояний дикварка — бариона $\Xi'_{QQ'}$ ($J = 1/2$),

$$\begin{aligned} \mathcal{N}(1,-1) &= \left(\frac{2M_{\text{diq}}}{2m_1 2m_2} \right)^{1/2} \bar{u}_1(p_1, -) \bar{u}_2(p_2, -), \\ \mathcal{N}(1,0) &= \left(\frac{2M_{\text{diq}}}{2m_1 2m_2} \right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \bar{u}_1(p_1, +) \bar{u}_2(p_2, -) + \bar{u}_1(p_1, -) \bar{u}_2(p_2, +) \}, \\ \mathcal{N}(1,+1) &= \left(\frac{2M_{\text{diq}}}{2m_1 2m_2} \right)^{1/2} \bar{u}_1(p_1, +) \bar{u}_2(p_2, +) \end{aligned} \quad (4.27)$$

для векторных состояний дикварка — барионов $\Xi_{QQ'}$ ($J = 1/2$) и $\Xi^*_{QQ'}$ ($J = 3/2$). Для того чтобы кварки, составляющие дикварк, рождались в $\bar{3}_c$ -состоянии, в вершину образования дикварка следует поставить цветовую волновую функцию $\varepsilon_{ijk}/\sqrt{2}$, где i и j — цветовые индексы первого и второго тяжелых кварков. Для тождественных кварков $Q_1 = Q_2$ с равными импульсами антисимметризованное состояние возможно лишь со спином $S = 1$.

Амплитуда $A_k^{Ss_z}$ рождения дикварка выражается через амплитуды $T_k^{Ss_z}(p_i)$ рождения свободных кварков в кинематике (4.25) при замене произведения $\bar{u}_1 \bar{u}_2$ на проекционные операторы и при условии, что два тяжелых кварка находятся в цветовом состоянии $\bar{3}$:

$$A_k^{Ss_z} = \frac{R_{\text{diq}}(0)}{\sqrt{4\pi}} T_k^{Ss_z}(p_i), \quad (4.28)$$

где $R_{\text{diq}}(0)$ — радиальная волновая функция дикварка в нуле, k — цветовое состояние дикварка, S и s_z — полный спин дикварка и его проекция соответственно.

При вычислениях принимались следующие значения параметров:

$$\alpha_s = 0,2, \quad m_c = 1,7 \text{ ГэВ}, \quad m_b = 4,9 \text{ ГэВ}, \quad (4.29)$$

$$R_{cc(1S)}(0) = 0,601 \text{ ГэВ}^{3/2}, \quad R_{bc(1S)}(0) = 0,714 \text{ ГэВ}^{3/2}.$$

Величины $R_{\text{diq}}(0)$ вычислялись при решении уравнения Шрёдингера с потенциалом Мартэна, умноженным на фактор $1/2$, отвечающий антитриплетному по цвету состоянию кварков. При расчетах сечения образования дикварка, состоящего из двух s -кварков, следует учитывать их тождественность. Легко понять, что данное обстоятельство приводит к тому, что амплитуда рождения скалярного дикварка становится равной нулю, а амплитуду образования векторного дикварка ss можно получить подстановкой равных масс в амплитуду образования векторного тяжелого дикварка с кварками разных ароматов с учетом фактора $1/2$ для тождественных кварков и антикварков. В данном подходе считается, что дикварк с единичной вероятностью образует барион, т.е. подхватывает легкий кварк из кварк-антикваркового моря при малых $p_\perp$ или фрагментирует в барион при больших $p_\perp$.

Типичные диаграммы четвертого порядка, описывающие партонные подпроцессы, изображены на рис. 18. Их можно разделить на две группы: первая отвечает диаграммам фрагментационного типа, в которых рождаемая пара $\bar{c}s$ излучает затем дополнительную пару $\bar{c}s$ с последующим объединением в дикварк. Вторую группу мы назовем диаграммами рекомбинационного типа.

Авторы некоторых работ [67] ограничивались рассмотрением диаграмм только фрагментационного типа, сводя выражение для сечения к произведению сечения образования $\bar{c}s$ -пары, умноженному на функцию фрагментации кварка в дикварк ss . Как показано в работе [65], такое приближение справедливо при выполнении двух условий: $M_{\text{diq}}^2 \ll \hat{s}$ и $p_\perp \gg M_{\text{diq}}$. В остальной области кинематических переменных доминирует вклад рекомбинационных диаграмм. Типичное значение поперечного импульса, при котором вклад фрагментации начинает доминировать в рождении дикварка ss , составляет

¹⁴ Величина $|R_\psi(0)|$ задается шириной лептонного распада $J/\psi \rightarrow l^+ l^-$ с учетом жесткой глюонной поправки, так что численно $|R_\psi(0)| = \sqrt{\pi M/3} \hat{f}_\psi$, где $\hat{f}_\psi = 540 \text{ МэВ}$.

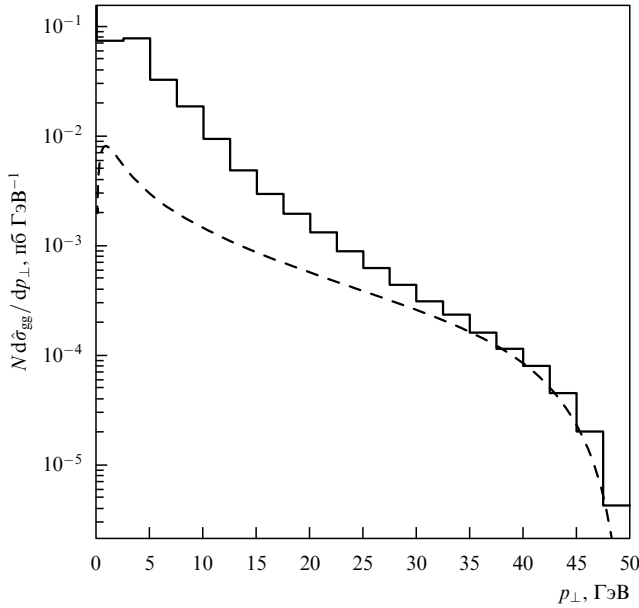


Рис. 19. Дифференциальное сечение ассоциированного образования дикварка $c\bar{c}$ в глюон-глюонном подпроцессе при 100 ГэВ (гистограмма) в сравнении с предсказанием модели фрагментации (штриховая линия).

$p_{\perp} > 35$ ГэВ (рис. 19). Поэтому ясно, что при реальных значениях $p_{\perp}$ необходимо учитывать все вклады, включая рекомбинационные.

Такой учет впервые был выполнен в работе [65] и подтвержден впоследствии в работе [66]. Расчеты были проделаны только для случая глюон-глюонного рождения, что является хорошим приближением при коллайдерных энергиях. В случае экспериментов с фиксированной мишенью резко уменьшается значение полной энергии и, как следствие, значение энергии в партонных подпроцессах. Роль кварк-антикварковой аннигиляции становится существенной, особенно в столкновениях, где существуют начальные валентные антикварки. В данном обзоре проводится расчет вклада кварк-антикварковой аннигиляции в четыре очарованных кварка, который учитывается при оценках выхода дваждыочарованного бариона.

4.3.2. Рождение дваждыочарованных барионов в экспериментах на фиксированной мишени. На рисунках 20 и 21 представлены результаты расчетов полных сечений подпроцессов в зависимости от энергии подпроцесса $\sqrt{s}$ при указанных выше значениях параметров α_s , m_c и $R_{cc}(0)$. Приведем параметризацию зависимости полного сечения образования дикварка $c\bar{c}$ от энергии подпроцесса:

$$\hat{\sigma}_{gg}^{(cc)} = 213 \left(1 - \frac{4m_c}{\sqrt{s}}\right)^{1,9} \left(\frac{4m_c}{\sqrt{s}}\right)^{1,35} \text{ пб}, \quad (4.30)$$

$$\hat{\sigma}_{qq}^{(cc)} = 206 \left(1 - \frac{4m_c}{\sqrt{s}}\right)^{1,8} \left(\frac{4m_c}{\sqrt{s}}\right)^{2,9} \text{ пб}. \quad (4.31)$$

Следует отметить, что в численные коэффициенты входят параметры модели, так что $\hat{\sigma} \sim \alpha_s^4 |R(0)|^2 / m_c^5$.

Как уже отмечалось, в данном обзоре параллельно вычисляется рождение J/ψ -частиц в подпроцессах $gg \rightarrow J/\psi + c\bar{c}$ и $q\bar{q} \rightarrow J/\psi + c\bar{c}$. Параметризация зависи-

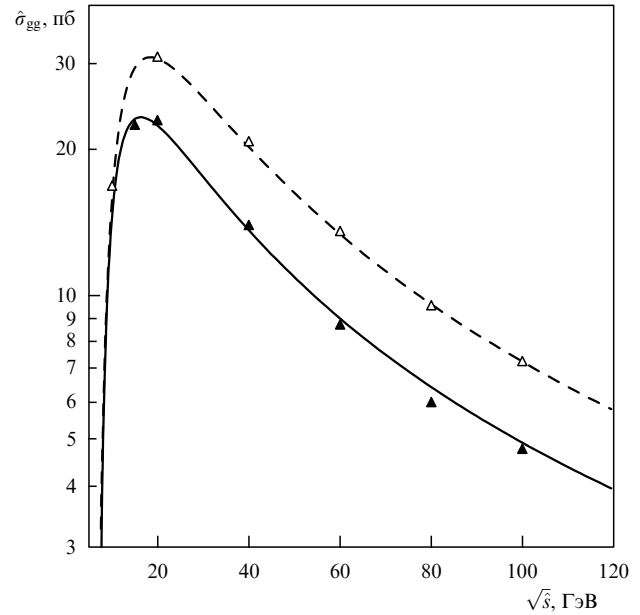


Рис. 20. Полные сечения глюон-глюонного образования дикварка $c\bar{c}$ (темные треугольники) и $J/\psi + \bar{D}D$ (светлые треугольники) в сравнении с аппроксимациями (4.30) и (4.32) (сплошная и штриховая линии соответственно).

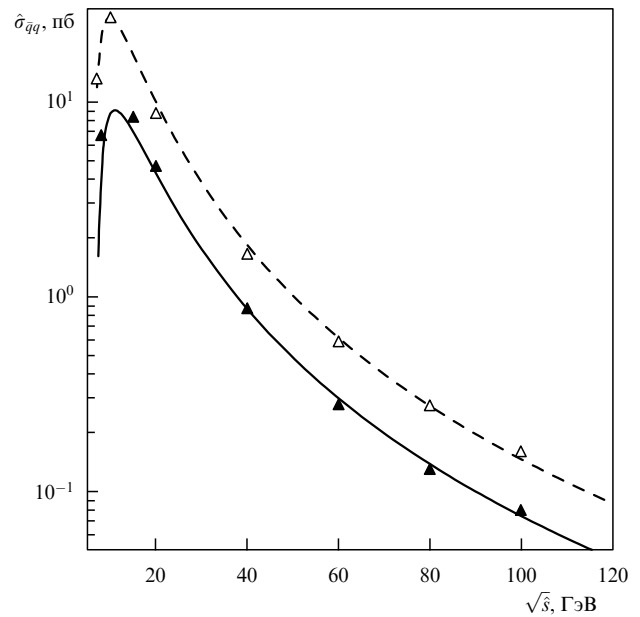


Рис. 21. Полные сечения кварк-антикваркового образования дикварка $c\bar{c}$ (темные треугольники) и $J/\psi + \bar{D}D$ (светлые треугольники) в сравнении с аппроксимациями (4.31) и (4.33) (сплошная и штриховая линии соответственно).

мости полного сечения образования J/ψ -частиц от энергии подпроцесса $\sqrt{s}$ дается формулами

$$\hat{\sigma}_{gg}^{J/\psi} = 518 \left(1 - \frac{4m_c}{\sqrt{s}}\right)^{3,0} \left(\frac{4m_c}{\sqrt{s}}\right)^{1,45} \text{ пб}, \quad (4.32)$$

$$\hat{\sigma}_{qq}^{J/\psi} = 699 \left(1 - \frac{4m_c}{\sqrt{s}}\right)^{1,9} \left(\frac{4m_c}{\sqrt{s}}\right)^{2,97} \text{ пб}. \quad (4.33)$$

Так же как и для ассоциированного рождения $B_c + b\bar{c}$ и $\Xi_{cc} + c\bar{c}$, наблюдается следующая закономерность для

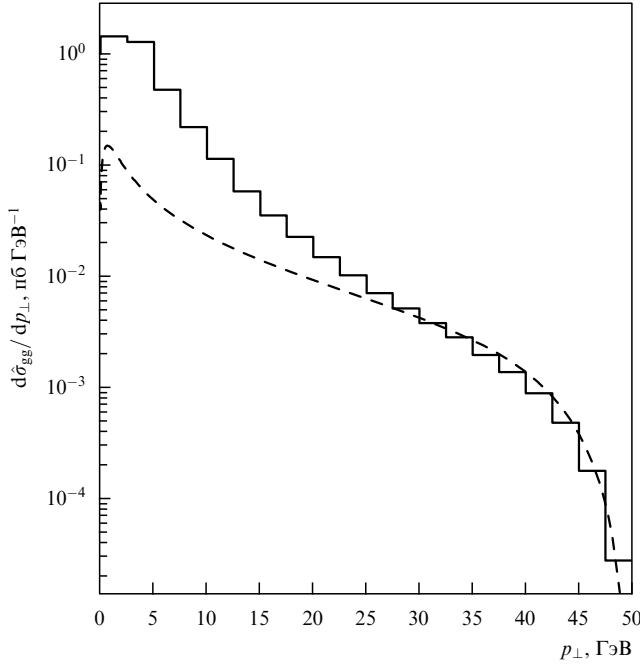


Рис. 22. Дифференциальное сечение ассоциированного образования $J/\psi + \bar{c}s$ в глюон-глюонном подпроцессе при 100 ГэВ (гистограмма) в сравнении с предсказанием модели фрагментации (штриховая линия).

партонового процесса рождения $J/\psi + \bar{c}s$: режим фрагментации имеет место при $p_{\perp} > 25-30$ ГэВ, что ясно видно из рис. 22 для дифференциального сечения процесса $gg \rightarrow J/\psi + \bar{c}s$ при $\sqrt{s} = 100$ ГэВ. Таким образом, для ассоциированного рождения $J/\psi + \bar{c}s$ и $\Xi_{cc} + \bar{c}s$ фрагментация "работает" при $p_{\perp} \gg m_c$.

Приведенные параметризации достаточно хорошо описывают результаты точных вычислений при $\sqrt{s} < 150$ ГэВ и вполне пригодны для приближенных оценок полного сечения образования дикварка cc и J/ψ -частиц путем свертки с партонными распределе-

ниями:

$$\sigma = \sum_{i,j} \int dx_1 dx_2 f_{i/A}(x_1, \mu) f_{j/B}(x_2, \mu) \hat{\sigma}, \quad (4.34)$$

где $f_{i/A}(x, \mu)$ — распределение i -партона в адроне A . Для протона взята функция распределения СТЕQ4 [69], для π^- -мезона — Hpdf [70]. В обоих случаях масштаб виртуальности μ выбирался равным 10 ГэВ.

Свертки сечений с глюонными и кварковыми светимостями как для дикварка cc , так и для J/ψ -частиц представлены на рис. 23 для π^-p - и pp -столкновений. Как видно из рисунков, сечения рождения дикварка cc и $J/\psi + \bar{c}s$ сильно подавлены при низких энергиях по сравнению с коллайдерными. Если в последнем случае подавление по отношению к полному сечению образования чарма $\sigma_{cc}/\sigma_{\text{charm}} \sim 10^{-4}-10^{-3}$, то в экспериментах с фиксированной мишенью этот фактор составляет величину порядка $10^{-6}-10^{-5}$. То же самое относится и к ассоциированному рождению мезонов $J/\psi + \bar{D}D$.

Дифференциальные сечения образования барионов ccq и J/ψ -частиц представлены в работе [71] для энергий в системе центра масс 35 и 40 ГэВ соответственно. Распределение по быстрой обнаруживает отчетливый центральный характер рождения барионов ccq и J/ψ -частиц. Формы дифференциальных сечений по поперечному импульсу у обеих частиц также весьма сходны друг с другом (при малых энергиях дикварк cc не фрагментирует в барион, а просто подхватывает легкий кварк из моря кварк-антикварковых пар). Таким образом, процесс образования $J/\psi + \bar{D}D$ может служить в качестве нормировки для оценки выходов барионов ccq , в расчетах сечения рождения которых присутствуют дополнительные неопределенности, связанные с адронизацией дикварка cc и неизвестной величиной $|R_{cc}(0)|^2$.

Из приведенных оценок видно, что в экспериментах, где ожидаемое число событий с чармом должно быть на уровне 10^6 (например, в эксперименте E781 значение $\sqrt{s} = 35$ ГэВ), следует ожидать порядка одного события с барионом $\Xi_{cc}^{(*)}$. Ситуация выглядит более благоприят-

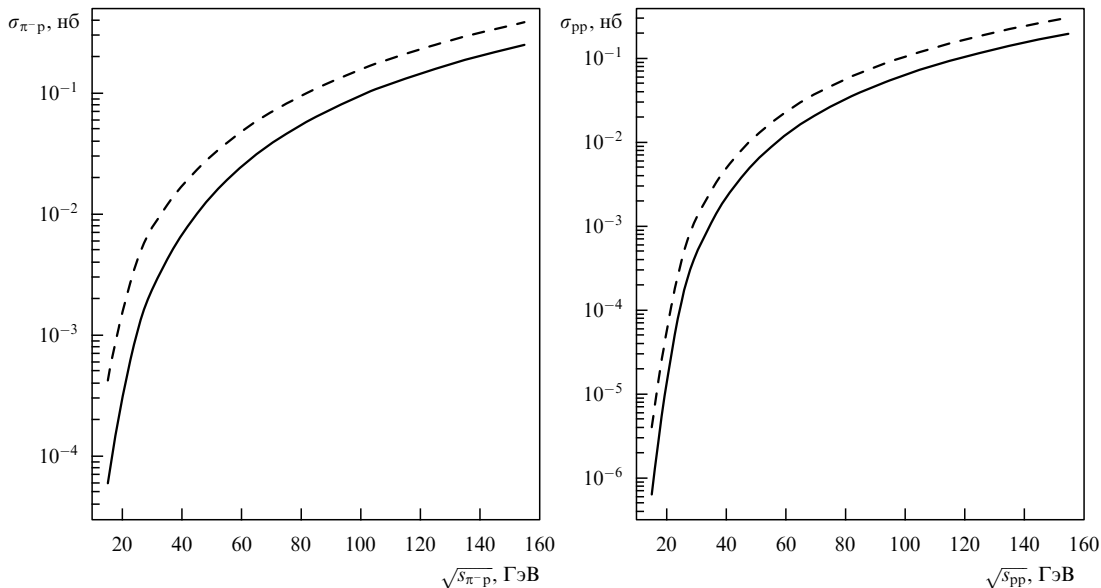


Рис. 23. Полные сечения образования дикварка cc и $J/\psi + \bar{D}D$ (сплошная и пунктирная линии соответственно) в π^-p - и pp -столкновениях.

ной в случае рр-столкновений при 800 ГэВ (HERA-B). Здесь в условиях постановки эксперимента, нацеленного на измерение 10^8 событий с b-кварками, рассмотренные процессы дают выход порядка 10^5 барионов $\Xi_{cc}^{(*)}$ и приблизительно такое же число событий ассоциированного образования $J/\psi + DD$.

4.3.3. Рождение барионов Ξ_{cc} на коллайдерах. Обсуждение в разделе 4.3.2 показало, что наблюдение бариона $\Xi_{cc}^{(*)}$ в специализированных экспериментах для изучения очарованных частиц представляет собой довольно сложную задачу. Как правило, эти эксперименты выполняются на фиксированной мишени, что сильно понижает эффективное значение энергии для подпроцессов: относительный выход в них дваждыочарованного бариона по отношению к сечению образования очарованных частиц находится на уровне $10^{-6} - 10^{-5}$. Более интенсивным оказывается рождение барионов ccq на коллайдерах при больших $p_{\perp}$. В этом случае сечение набирается в области таких энергий глюон-глюонного и кварк-антикваркового подпроцессов, где пороговый эффект становится уже несущественным и партонные светимости при $x \sim M/\sqrt{s}$ достаточно велики, так что фактор подавления по отношению к одиночному рождению cc -пар гораздо меньше и составляет $10^{-4} - 10^{-3}$. В работе [71] приведены распределения по $p_{\perp}$ для бариона $\Xi_{cc}^{(*)}$ и J/ψ -частиц, просуммированные по быстрой в интервале $|y| < 1$ для коллайдеров Tevatron и LHC.

Легко понять, что приводимые нами сечения являются верхней оценкой для сечения рождения барионов $\Xi_{cc}^{(*)}$, так как тяжелый дикварк может диссоциировать в пару D-мезонов. Даже в том случае, если цветной объект, каким является дикварк cc , адронизуется с единичной вероятностью, необходимо ввести функцию фрагментации, описывающую его одевание легким кварком при достаточно больших $p_{\perp}$. Простейший вид такой функции можно выбрать по аналогии с фрагментацией тяжелого кварка:

$$D(z) \sim \frac{1}{z} \left(M^2 - \frac{\mathcal{M}_{\text{diq}}^2}{z} - \frac{m_q^2}{1-z} \right)^{-2}, \quad (4.35)$$

где M — масса бариона $\Xi_{cc}^{(*)}$, $\mathcal{M}_{\text{diq}}$ — масса дикварка, m_q — масса легкого кварка (мы полагаем ее равной 300 МэВ). Функция фрагментации (4.35) фактически повторяет форму функции фрагментации дваждытяжелого дикварка в барион, которая рассчитана выше в рамках теории возмущений КХД.

В работе [71] показаны распределения в адронном образовании дваждыочарованных барионов с учетом фрагментации согласно (4.35). Следует отметить, что относительный выход Ξ_{cc} и $\Xi_{cc}^{(*)}$ в ведущем приближении по обратной массе тяжелого кварка определяется простым правилом счета спиновых состояний, так что $\sigma[\Xi_{cc}]/\sigma[\Xi_{cc}^{(*)}] = 1/2$. При этом не учитывается возможное различие в форме функций фрагментации для барионов с различным спином, как это имеет место в пертурбативных функциях фрагментации для тяжелых мезонов и кварконигов [51, 59].

4.3.4. Адронное рождение барионов Ξ_{bc} . На рисунке 24 представлена зависимость от энергии полного сечения глюонного рождения барионов Ξ'_{bc} и $\Xi_{bc}^{(*)}$. Для сравнения приведены предсказания фрагментационного меха-

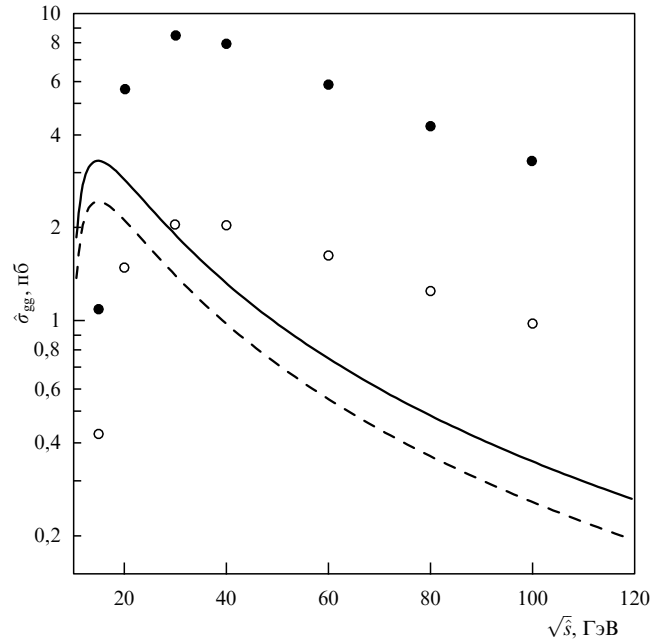


Рис. 24. Полные сечения глюон-глюонного образования барионов Ξ'_{bc} (светлые точки) и $\Xi_{bc}^{(*)}$ (темные точки) в сравнении с предсказанием механизма фрагментации для Ξ'_{bc} и $\Xi_{bc}^{(*)}$ (штриховая и сплошная линии соответственно).

низма. Из рисунка видно, что фрагментационный механизм рождения, предполагающий возможность факторизации сечения при $M^2/s \ll 1$ по формуле

$$\frac{d}{dz} \sigma[gg \rightarrow \Xi'_{bc}(\Xi_{bc}^{(*)})\bar{b}\bar{c}] = \sigma[gg \rightarrow \bar{b}\bar{b}] D[b \rightarrow \Xi'_{bc}(\Xi_{bc}^{(*)})](z), \quad (4.36)$$

при $z = 2|\mathbf{p}|/\sqrt{s}$, не работает не только при малых глюонных энергиях, где он завышает сечение из-за неверной оценки фазового объема (двухчастичный порог вместо трехчастичного), но и при больших энергиях, где предсказания фрагментационного механизма оказываются существенно меньше точного счета. Так, при $\sqrt{s} = 100$ ГэВ фрагментационный механизм занижает значение полного сечения в 10 раз для $\Xi_{bc}^{(*)}$ и в 3 раза для Ξ'_{bc} . Если по фрагментационным предсказаниям $\sigma[\Xi_{bc}^{(*)}]/\sigma[\Xi'_{bc}] \approx 1.4$, то точный счет полного набора диаграмм в заданном порядке по константе связи КХД показывает, что $\sigma[\Xi_{bc}^{(*)}]/\sigma[\Xi'_{bc}] \approx 3.5$ даже при $\sqrt{s} = 100$ ГэВ.

Согласование с фрагментационным механизмом при $\sqrt{s} = 100$ ГэВ имеет место при больших поперечных импульсах бариона, о чем свидетельствуют распределения по $p_{\perp}$ для $\Xi_{bc}^{(*)}$ и Ξ'_{bc} , приведенные на рис. 25. Заметим, что в отличие от случая рождения барионов в глюонном рождении мезонов B_c и B_c^* при $p_{\perp} > 35$ ГэВ и энергии 100 ГэВ наблюдается лучшее согласие полного счета и фрагментационного предсказания, как и для дваждыочарованных барионов. В случае барионов Ξ_{bc} расхождение наблюдается вплоть до наибольших значений $p_{\perp}$, хотя, вероятно, при большей энергии глюон-глюонного подпроцесса область применимости фрагментационного режима расширяется в сторону больших поперечных импульсов.

В работе [71] приведено дифференциальное сечение $d\sigma/dp_{\perp}$ образования барионов Ξ'_{bc} и $\Xi_{bc}^{(*)}$ в рр-взаимодей-

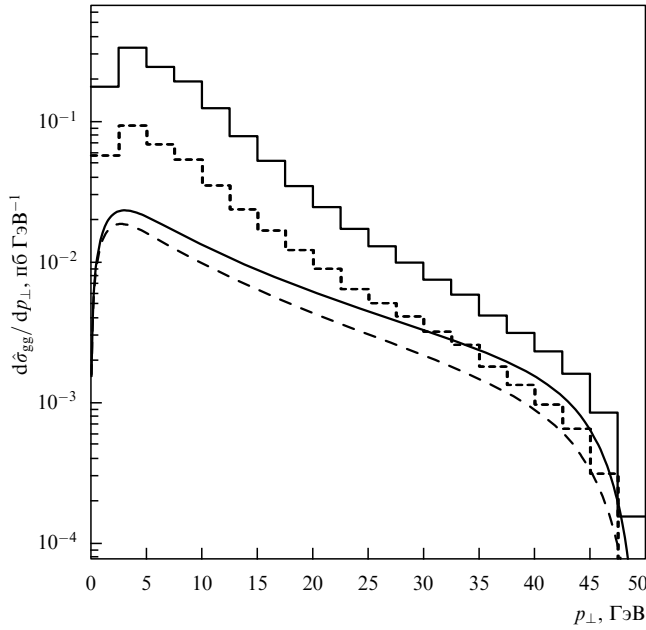


Рис. 25. Распределение по поперечному импульсу глюонного образования барионов Ξ'_{bc} и $\Xi^{(*)}_{bc}$ (штриховые и сплошные линии соответственно) в сравнении с фрагментационным ответом при энергии взаимодействия 100 ГэВ. Полный и фрагментационный ответы изображены гистограммами и гладкими кривыми соответственно.

ствии при энергии $\sqrt{s} = 1,8$ ТэВ в сравнении с фрагментационным механизмом, из чего можно сделать вывод, что фрагментационный подход дает весьма грубую оценку выхода и импульсного спектра для барионов Ξ_{bc} . При выбранных значениях параметров и с учетом обрезаний по поперечному импульсу и быстрой ($p_{\perp} > 5$ ГэВ, $|y| < 1$) сечение рождения S -состояний барионов bcq и их античастиц оценивается нами как $\sigma_{bcq} \approx 1$ нб (без обрезаний сечение σ_{bcq} примерно вдвое больше). При ожидаемом завершении Run Ib на Tevatron с полной набранной светимостью 100–150 пб⁻¹ это отвечает $(1,0–1,5) \times 10^5$ событиям с рождением бариона bcq .

4.3.5. Парное рождение барионов с двумя тяжелыми кварками. При энергиях экспериментов на фиксированной мишени светимость партонных подпроцессов с валентными кварками не уступает светимости глюон-глюонных столкновений в области больших инвариантных масс. При этом заметную долю в полном сечении рождения барионов с двумя тяжелыми кварками составляет парное образование барионов.

Полные и дифференциальные сечения парного образования барионов рассмотрены в работе [56], где учитывались вклады скалярных и аксиально-векторных дикварков. Так, выражение для полного сечения скалярных пар в зависимости от квадрата полной энергии s имеет вид

$$\sigma_{00} = \frac{8\pi^3}{81s^3} |\Psi_{\text{diq}}(0)|^4 \left(1 - \frac{4M^2}{s}\right)^{3/2} \times \left[\frac{16}{3} (\tilde{f}_{00}^{[1]})^2 + \frac{11}{20} \left(1 - \frac{4M^2}{s}\right) (\tilde{f}_{00}^{[2]})^2 \right]. \quad (4.37)$$

Здесь $\Psi_{\text{diq}}(0)$ — волновая функция дикварка в нуле, а формфакторы определяются функциями

$$\tilde{f}_{00}^{[1]} = M\alpha_s^2 \left[\left(\frac{1}{m_1^2} + \frac{1}{m_2^2} \right) - \frac{2M^2}{s} \left(\frac{m_2}{m_1^3} + \frac{m_1}{m_2^3} \right) \right], \quad (4.38)$$

$$\tilde{f}_{00}^{[2]} = \frac{M^5}{m_1^3 m_2^3} \alpha_s^2, \quad (4.39)$$

где m_1 и m_2 — массы тяжелых кварков, $M = m_1 + m_2$. Численные оценки показывают, что преобладает парное рождение векторных дикварков, которое составляет около 10 % от выхода одиночного рождения дважды-тяжелых барионов в сечении партонного подпроцесса.

4.3.6. Обсуждение. На основе пертурбативных расчетов жесткого образования тяжелого дваждыочарованного дикварка, фрагментирующего в барион, мы показали, что наблюдение барионов $\Xi_{cc}^{(*)}$ в адронных столкновениях является непростой задачей, так как выход барионов по отношению к сечению рождения очарованных частиц составляет $\sigma[\Xi_{cc}^{(*)}]/\sigma_{\text{charm}} \sim 10^{-6}–10^{-3}$ в зависимости от полной энергии процесса. Подавление выхода обусловлено сильным пороговым эффектом при энергиях экспериментов с фиксированной мишенью.

В эксперименте на установке HERA-B расчеты полного сечения дают

$$\sigma[\Xi_{cc}] \approx 2 \times 10^{-3} \text{ нб},$$

в эксперименте E781

$$\sigma[\Xi_{cc}] \approx 4,6 \times 10^{-3} \text{ нб},$$

в то время как на коллайдере Tevatron

$$\sigma[\Xi_{cc}] \approx 12 \text{ нб},$$

а на LHC

$$\sigma[\Xi_{cc}] \approx 122 \text{ нб}.$$

Малое сечение образования дваждыочарованных барионов в экспериментах с фиксированной мишенью позволяет ожидать порядка 10^5 событий с образованием барионов на HERA-B. С учетом обрезаний по поперечному импульсу и быстрой ($p_{\perp} > 5$ ГэВ, $|y| < 1$) на Tevatron при интегральной светимости 100 пб⁻¹ выход барионов $\Xi_{cc}^{(*)}$ находится на том же уровне, что и на HERA-B. В экспериментах на LHC большая светимость и энергия позволяют ожидать усиления выхода рассматриваемых барионов в 10^4 раз. С учетом увеличения светимости адронного коллайдера во FNAL становится реальной экспериментальная задача регистрации барионов Ξ_{bc} и Ξ_{cc} .

При достаточно большом выходе барионов $\Xi_{cc}^{(*)}$ возникает вопрос о том, каким образом можно их наблюдать. Прежде всего интересно сделать оценки времени жизни основных состояний Ξ_{cc}^{++} и Ξ_{cc}^{+} . Простое рассмотрение кварковых диаграмм показывает, что, так же как и в распадах D^+ -мезона, в распадах бариона Ξ_{cc}^{++} имеет место эффект интерференции Паули для продуктов распада очарованного кварка с валентным кварком в начальном состоянии. В распадах бариона Ξ_{cc}^{+} должен

сказываться обмен W-бозоном между валентными кварками, как это имеет место в распадах D^0 -мезона. Поэтому указанные механизмы¹⁵ приводят, по-видимому, к тому же соотношению для времен жизни барионов, что и у соответствующих D-мезонов:

$$\tau[\Xi_{cc}^+] \approx 0,4 \tau[\Xi_{cc}^{++}].$$

Наличие двух очарованных кварков в начальном состоянии приводит, очевидно, к соотношениям

$$\tau[\Xi_{cc}^{++}] \approx 0,5 \tau[D^+] \approx 0,53 \text{ пс},$$

$$\tau[\Xi_{cc}^+] \approx 0,5 \tau[D^0] \approx 0,21 \text{ пс}.$$

По аналогии с распадами бариона с одним очарованным кварком среди мод распада можно выделить следующие:

$$\begin{aligned} \text{Br} [\Xi_{cc}^{++} \rightarrow K^{0(*)} \Sigma_c^{++(*)}] &\approx \text{Br} [\Xi_{cc}^+ \rightarrow K^{0(*)} (\Sigma_c^{+(*)} + \Lambda_c^+)] \approx \\ &\approx \text{Br} [\Lambda_c \rightarrow K^{0(*)} p] \approx 4 \times 10^{-2}. \end{aligned}$$

В подобных модах без учета аппаратной эффективности восстановления распада можно наблюдать порядка 4×10^3 событий на HERA-B и Tevatron. На LHC следует ожидать выход 4×10^7 распадов. Отметим также процессы $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \pi^+ \Xi_c^+$ и $\Xi_{cc}^+ \rightarrow \pi^+ \Xi_c^0$ с относительной вероятностью, близкой к 1 %. Возбужденные Ξ_{cc}^* -состояния распадаются в Ξ_{cc} за счет излучения фотона, причем относительная вероятность этого перехода составляет 100 %, так как в отличие от распадов D^* -мезонов излучение π -мезонов невозможно из-за малого расщепления между основным и возбужденным состояниями.

В заключение отметим еще одну возможность усиления выхода дваждыочарованных барионов в экспериментах с фиксированной мишенью. В модели внутреннего очарования (intrinsic charm) [72] полагают, что наряду с обычным состоянием протона с тремя легкими валентными кварками $[uud]$ в нем имеется непертурбативная примесь экзотического гибридного состояния $[\bar{c}suu]$, вероятность которого P_{ic} подавлена на уровне 1 %. Валентный очарованный кварк из такого состояния может рекомбинировать с вновь рожденным с-кварком в жестком партонном подпроцессе образования пары $\bar{c}s$. Энергетическая зависимость сечения рождения дваждыочарованного бариона повторяет энергетическую зависимость образования одиночного чарма в теории возмущений КХД с точностью до факторов подавления экзотического состояния и слипания пары очарованных кварков в дикварк ($K \approx 0,1$).

Подобный механизм рождения барионов $\Xi_{cc}^{(*)}$ не имеет порога образования четырехкваркового состояния $\bar{c}scs$, как это имеет место в рассмотренном выше пертурбативном рождении дваждыочарованного дикварка. Поэтому при низких энергиях в экспериментах с фиксированной мишенью, где велико пороговое подавление пертурбативного механизма, модель внутреннего очарования могла бы давать доминирующий вклад в образование барионов $\Xi_{cc}^{(*)}$ на уровне $\sigma[\Xi_{cc}^{(*)}]/\sigma_{\text{charm}} \sim 10^{-3}$, т.е. выход барионов в этой модели усиливается

на три порядка. При высоких энергиях пертурбативное рождение $\Xi_{cc}^{(*)}$ сравнимо со вкладом внутреннего очарования. Отметим также, что непертурбативное семикварковое экзотическое состояние $|\bar{c}sc\bar{c}uud\rangle$, подавленное на уровне 3×10^{-4} , также могло бы усиливать выход дваждыочарованных барионов при малых энергиях адрон-адронных столкновений.

Таким образом, наблюдение барионов $\Xi_{cc}^{(*)}$ в адронных взаимодействиях представляется вполне реальной задачей, открывающей новые возможности в рассмотрении взаимодействий тяжелых кварков. Изучение рождения барионов $\Xi_{cc}^{(*)}$ при энергиях экспериментов с фиксированной мишенью [73] позволило бы исследовать механизм образования, выявить роль различных вкладов, в том числе пертурбативного рождения и внутреннего очарования, существенно увеличивающего сечение образования барионов.

5. Времена жизни и распады барионов $\Xi_{cc}^{(*)}$

В рамках операторного разложения по обратной массе тяжелого кварка выработаны вполне определенные схемы последовательного учета эффектов КХД при расчетах различных характеристик адронов, содержащих тяжелые кварки [9, 10, 74]. Это позволяет на основании предсказаний подобного метода выделять параметры электрослабого взаимодействия тяжелых кварков на фоне динамики сильных взаимодействий кварков и глюонов, составляющих наблюдаемые в экспериментах адроны. Точность описания КХД в секторе тяжелых кварков имеет чрезвычайно важное значение при выявлении тонких эффектов, таких как нарушение СР-инвариантности, отклонения от предсказаний Стандартной модели, и выяснении механизмов влияния виртуальных поправок "новой" физики с характерными масштабами выше ТэВ-ных энергий. Поэтому изучение свойств операторного разложения по обратной массе тяжелого кварка представляется достаточно информативной проблемой, заслуживающей всестороннего внимания. Особый интерес вызывает комплексное исследование различных систем с тяжелыми кварками с использованием сравнительного анализа различных характеристик: сходимости разложения по обратной массе и константе связи КХД, относительных и абсолютных значений различных вкладов и их зависимости от состава системы, качественных выводов о влиянии различных механизмов [75] и неопределенности в количественных оценках.

Эффективность данного подхода убедительно продемонстрирована при описании слабых распадов адронов с одним тяжелым кварком в рамках HQET [9], в аннигиляции и радиационных распадах тяжелых кваркоניים $\bar{Q}Q$, содержащих тяжелые кварки одного аромата, в рамках NRQCD [10] и в слабых распадах долгоживущего тяжелого кваркония смешанного аромата¹⁶ B_c^+ [74]. При этом следует отметить, что экспериментальные данные по слабым распадам адронов с двумя тяжелыми кварками способны внести значительную количественную определенность в параметры описания систем с тяжелыми

¹⁵ Здесь представлены наивные оценки времен жизни; строгое рассмотрение операторного разложения для инклюзивных распадов дваждытяжелых барионов проведено в разделе 5.

¹⁶ О первом экспериментальном наблюдении B_c -мезона сообщалось в работе коллаборации CDF [5], обзор теоретического статуса B_c -мезона см. в работе [4].

кварками. Это обусловлено наличием в NRQCD (по сравнению с HQET) дополнительного параметра малости: относительной скорости движения тяжелых кварков v . Кроме того, имеется существенная вариационность характеристик связанных состояний тяжелых кварков в различных адронах, что позволяет исследовать зависимость операторного разложения от непертурбативных параметров, которые могут моделироваться, например, в потенциальных кварковых подходах.

Новый ракурс на описание систем с тяжелыми кварками открывают барионы с двумя тяжелыми кварками $QQ'q$, для которых можно применять комбинированный подход на основе HQET и NRQCD [9, 10, 74], если принять кварк-дикварковую картину такого связанного состояния. Тогда разложение по обратной массе тяжелого кварка для тяжелого дикварка QQ' является прямым обобщением техники NRQCD [10, 74] с синглетных по цвету систем на антитриплетные с учетом взаимодействия дикварка с легким кварком, для которого, как полагают, должны надежно работать методы HQET.

В данном разделе представлена последовательная процедура расчета времен жизни дваждытяжелых барионов Ξ_{bc}^+ , Ξ_{bc}^0 , Ξ_{cc}^+ и Ξ_{cc}^{++} . При этом в построении метода вычислений мы следуем работам [6, 74] с учетом необходимых обобщений на случай адронов с двумя тяжелыми кварками и введением ряда поправок. Основой для подобного рода вычислений являются оптическая теорема для инклюзивной ширины распада, операторное разложение и переход к нерелятивистским кварковым полям в адронных матричных элементах. Во-первых, в операторном разложении благодаря наличию тяжелых кварков в начальном состоянии выделяемая энергия в распаде каждого из них, вообще говоря, велика по сравнению с энергией связанного состояния, так что можно использовать разложение по отношению масштабов. Технически это повторяет процедуру для инклюзивных распадов тяжело-легких мезонов, обзор которой можно найти в [76]. Во-вторых, приближение нерелятивистской КХД [10] позволяет свести вычисление матричных элементов операторов, ответственных за взаимодействие тяжелых кварков в дикварке, к разложению по степеням p_c/m_c , где $p_c = m_c v_c \sim 1$ ГэВ — типичный импульс тяжелого кварка в барионе. Та же процедура для матричных элементов операторов, ответственных за взаимодействие тяжелых кварков с легким, приводит к разложению по степеням $\Lambda_{\text{КХД}}/m_c$.

Следует отметить, что в ведущем приближении операторного разложения инклюзивные ширины определяются механизмом спектаторных распадов свободных кварков, для которых учитываются поправки по теории возмущений КХД. Включение следующих членов разложения по обратной массе тяжелого кварка¹⁷ позволяет ввести в рассмотрение вклады, возникающие за счет конфайнмента кварков внутри адрона. При этом существенную роль начинают играть непертурбативные характеристики конкретных кварковых систем: движение тяжелого кварка в адроне и связанное с этим замедление времени в системе покоя адрона по сравнению с собственным временем кварка, влияние хромоманнитного взаимодействия кварков. Существенную роль для такого

рода поправок в барионах с двумя тяжелыми кварками играет наличие компактного тяжелого дикварка, который определяет наибольшие вклады в корректирующие члены.

Еще одной особенностью является количественное влияние состава адрона на полные времена жизни барионов с двумя тяжелыми кварками, так как в третьем порядке по обратной массе тяжелого кварка двухкварковые корреляции в полной ширине усилены в эффективном лагранжиане за счет двухчастичного фазового объема промежуточного состояния (см. обсуждение в [6]). В этом случае следует учитывать эффекты интерференции Паули между продуктами распадов тяжелых кварков и кварками в начальном состоянии и слабых обменов между кварками, составляющими адрон. При этом вводятся в рассмотрение поправки на массы легких и странных кварков при оценке непертурбативных параметров в нерелятивистских моделях с конститuentными кварками. Переход к нерелятивистским тяжелым кваркам осуществляется с использованием эффективного слабого лагранжиана с учетом эволюции коэффициентов Вильсона от масштаба порядка масс тяжелых кварков до энергий, характерных для связи кварков в адроне.

В разделе 5.1 представлена общая схема построения операторного разложения для полных ширин барионов с двумя тяжелыми кварками с учетом поправок к спектаторным ширинам. В разделе 5.2 рассмотрена процедура оценок непертурбативных матричных элементов для операторов нерелятивистских тяжелых кварков по состояниям дваждытяжелых барионов. Раздел 5.3 посвящен численным оценкам времен жизни барионов с двумя тяжелыми кварками и обсуждению вкладов различного типа и имеющихся неопределенностей. В разделе 5.4 проведено вычисление эксклюзивных ширин распадов в рамках правил сумм NRQCD. Результаты суммируются в разделе 5.5.

5.1. Операторное разложение для тяжелых барионов

Приступим к описанию метода вычисления полного времени жизни на примере дваждычарованных барионов. В рамках интегральной кварк-адронной дуальности оптическая теорема позволяет связать полную ширину Γ распада частицы с мнимой частью амплитуды рассеяния вперед. Для барионов Ξ_{cc}° , где символ " $\circ$ " обозначает электрический заряд системы, можно записать

$$\Gamma[\Xi_{cc}^\circ] = \frac{1}{2M} \langle \Xi_{cc}^\circ | T | \Xi_{cc}^\circ \rangle. \quad (5.1)$$

Состояние Ξ_{cc}° с массой M в (5.1) имеет обычную релятивистскую нормировку:

$$\langle \Xi_{cc}^\circ | \Xi_{cc}^\circ \rangle = 2EV,$$

оператор перехода T определяется формулой

$$T = \text{Im} \int d^4x T \{ H_{\text{eff}}(x) H_{\text{eff}}(0) \}. \quad (5.2)$$

Стандартный эффективный гамильтониан H_{eff} в (5.2), описывающий взаимодействия начальных кварков с продуктами распада, например, для переходов с-кварка в u-кварк и кварки с ароматами $q_{1,2}$ и зарядом $-1/3$ имеет

¹⁷ Как показано в работе [76], линейный член по $1/m_Q$ отсутствует и поправки начинаются со второго порядка.

следующий вид:

$$H_{\text{eff}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{uq_1} V_{cq_1}^* [C_+(\mu) O_+ + C_-(\mu) O_-] + \text{h.c.}, \quad (5.3)$$

где V — матрица смешивания заряженных токов кварков,

$$O_{\pm} = [\bar{q}_{1\alpha} \gamma_\nu (1 - \gamma_5) c_\beta] [\bar{u}_\gamma \gamma^\nu (1 - \gamma_5) q_{2\delta}] (\delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\delta} \pm \delta_{\alpha\delta} \delta_{\gamma\beta}),$$

индексы α и β обозначают цветовые состояния кварков, коэффициенты

$$C_+ = \left[\frac{\alpha_s(M_W)}{\alpha_s(\mu)} \right]^{6/(33-2n_f)}, \quad C_- = \left[\frac{\alpha_s(M_W)}{\alpha_s(\mu)} \right]^{-12/(33-2n_f)},$$

n_f — число ароматов.

В распадах тяжелых кварков выделяемая энергия велика, и можно провести операторное разложение гамильтониана перехода (5.3). В итоге возникает ряд локальных операторов возрастающей размерности, вклад которых в ширину распада Γ подавлен обратными степенями масс тяжелых кварков. Этот формализм применялся ранее к вычислению полных времен жизни для адронов, содержащих один тяжелый кварк (см. [76], а также [6, 77]). Подчеркнем, что для дваждытяжелых барионов разложение ведется одновременно по обратной массе тяжелого кварка и относительной скорости движения тяжелых кварков в барионе. В этом проявляется отличие от случая тяжело-легких мезонов (разложение по $\Lambda_{\text{КХД}}/m_c$) и тяжело-тяжелых мезонов [74] (разложение по относительной скорости движения тяжелого кварка в адроне, где применимы скейлинговые правила нерелятивистской КХД [10]).

В данном обзоре развивается комбинированный подход в случае барионов, содержащих два тяжелых кварка. Разложение по обратной массе приводит к соотношению

$$T = C_1(\mu) \bar{c}c + \frac{1}{m_c^2} C_2(\mu) \bar{c}g\sigma_{\mu\nu} G^{\mu\nu}c + O\left(\frac{1}{m_c^3}\right). \quad (5.4)$$

Ведущий вклад определяется оператором $\bar{c}c$, соответствующим спектаторному распаду с-кварков. Использование уравнений движения для тяжелых кварков обуславливает то, что в разложении отсутствуют операторы размерности 4. Существует всего один оператор размерности 5: $Q_{GQ} = \bar{Q}g\sigma_{\mu\nu} G^{\mu\nu}Q$. Как показано ниже, значительные поправки возникают за счет операторов размерности 6: $Q_{2Q2q} = \bar{Q}Gq\bar{q}G'Q$, отвечающих за интерференцию Паули и электрослабое рассеяние в случае Ξ_{cc}^{++} и Ξ_{cc}^+ соответственно и усиленных фактором двухчастичного фазового объема. Вклады дополнительных операторов размерности 6: $Q_{61Q} = \bar{Q}\sigma_{\mu\nu}\gamma_l D^\mu G^{\nu l}Q$, $Q_{62Q} = \bar{Q}D_\mu G^{\mu\nu}\gamma_\nu Q$, не учитываются, так как они подавлены упомянутой малостью трехчастичного фазового объема, и разложение может считаться полным только с точностью до $1/m^2$.

Итак, различные члены в операторном разложении можно представить в виде

$$T[\Xi_{cc}^{++}] = T_{35c} + T_{6,PI}, \quad T[\Xi_{cc}^+] = T_{35c} + T_{6,WS}.$$

Первые слагаемые в приведенных выражениях отвечают учету операторов размерности 3 и 5: O_{3Q} и O_{GQ} соот-

ветственно, вторые — эффектам интерференции Паули и электрослабого рассеяния. Согласно [76, 78, 79] явные выражения даются формулами

$$T_{35c} = 2 \left\{ \Gamma_{c,\text{spec}} \bar{c}c - \frac{\Gamma_{0c}}{m_c^2} [(2 + K_{0c})P_1 + K_{2c}P_2] O_{Gc} \right\}, \quad (5.5)$$

$$\Gamma_{0c} = \frac{G_F^2 m_c^2}{192\pi^3}, \quad K_{0c} = C_-^2 + 2C_+^2, \quad K_{2c} = 2(C_+^2 - C_-^2).$$

Факторы, связанные с интегрированием по фазовому пространству P_i , определяются выражениями [76, 80]

$$P_1 = (1 - y)^4, \quad P_2 = (1 - y)^3,$$

где $y = m_s^2/m_c^2$. Символ $\Gamma_{c,\text{spec}}$ в (5.5) представляет собой вклад в полную ширину от распада одного из свободных с-кварков, явное выражение которого приведено в работе [81]. Довольно громоздкие выражения для вкладов в инклюзивные ширины эффектов интерференции Паули и электрослабого рассеяния приводятся в приложении 7.3.

При численных оценках коэффициентов C_+ и C_- учтены пороговые эффекты, связанные с массой b-кварка, а также (в случае интерференции Паули и электрослабого рассеяния) пороговые эффекты, связанные с массой s-кварка. В выражениях для C_+ и C_- шкала μ приблизительно равна m_c . В случае эффектов, связанных с интерференцией Паули и электрослабого рассеяния, шкала в факторе k (см. приложение 7.3) выбирается таким образом, чтобы получить согласие между экспериментальной разницей времен жизни барионов Λ_c , Ξ_c^+ , Ξ_c^0 и теоретическими предсказаниями, базирующимися на учете вышеупомянутых эффектов. Этот вопрос освещен подробнее ниже. Конечно, в любом случае выбор масштабов допускает некоторые вариации, и полное прояснение этого вопроса требует вычислений в следующем порядке теории возмущений.

Вклад ведущего оператора $\bar{c}c$ соответствует мнимой части диаграммы, изображенной на рис. 26, и содержится в выражении (5.5). Коэффициент при $\bar{c}c$ можно получить стандартным способом проецирования вклада диаграммы на оператор $\bar{c}c$. Этот коэффициент дает выражение для вероятности распада свободного кварка в следующем за ведущим порядке по теории возмущений КХД [82–86] и включает в себя эффекты, связанные с массой s-кварка в конечном состоянии [86]. Для того чтобы учесть логарифмические эффекты, необходимо знать вильсоновские коэффициенты в эффективном лагранжиане с заданной точностью и одноглюонные поправки к диаграмме, изображенной на рис. 26. В численных оценках используется выражение для Γ_{spec} с поправками порядка α_s^2 в теории возмущений КХД и с коррекцией на ненулевую массу s-кварка в конечном состоянии. Кабиббо-подавленные каналы в распаде

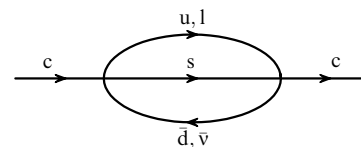


Рис. 26. Спектаторный вклад в полную ширину распада дваждыочарованных барионов.

с-кварков не рассматриваются, так как они пренебрежимо малы. Громоздкое выражение для спекторного распада с-кварка приведено в приложении к работе [81].

Аналогично, вклад оператора O_{GQ} получается, когда внешняя глюонная линия прикрепляется всеми возможными способами к внутренним кварковым линиям на диаграмме, представленной на рис. 26. Коэффициентные функции для этого оператора известны в ведущем логарифмическом приближении. Диаграммы для операторов размерности 6 изображены на рис. 27 и 28. Их вклады соответствуют эффектам интерференции Паули и электрослабого рассеяния. Выражения для них известны с учетом массы s-кварка и логарифмической перенормировки эффективного электрослабого лагранжиана в низкоэнергетической области, вид которого приведен в приложении 7.3.

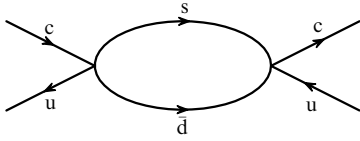


Рис. 27. Вклад интерференции Паули продуктов распада с-кварка с валентным кварком в начальном состоянии в случае барионов Ξ_{cc}^{++} .

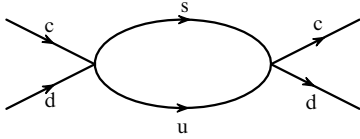


Рис. 28. Вклад электрослабого рассеяния валентных кварков в начальном состоянии в случае барионов Ξ_{cc}^{+} .

Для вычисления вклада полулептонных мод в полную ширину распада рассматриваемых барионов (электронный и мюонный каналы) используются формулы [79] (см. также [86])

$$\begin{aligned} \Gamma_{sl} = & 4\Gamma_c [1 - 8\rho + 8\rho^3 - \rho^4 - 12\rho^2 \ln \rho + \\ & + E_c(5 - 24\rho + 24\rho^2 - 8\rho^3 + 3\rho^4 - 12\rho^2 \ln \rho) + \\ & + K_c(-6 + 32\rho - 24\rho^2 - 2\rho^4 + 24\rho^2 \ln \rho) + \\ & + G_c(-2 + 16\rho - 16\rho^3 + 2\rho^4 + 24\rho^2 \ln \rho)], \end{aligned} \quad (5.6)$$

где

$$\begin{aligned} \Gamma_c = & |V_{cs}|^2 G_F^2 \frac{m_c^5}{192\pi^3}, \quad \rho = \frac{m_s^2}{m_c^2}, \quad E_c = K_c + G_c, \\ K_c = & -\frac{1}{2m_c^2} \langle \Xi_{cc}^\circ(v) | \bar{c}_v (i\mathbf{D})^2 c_v | \Xi_{cc}^\circ(v) \rangle, \\ G_c = & \frac{1}{4m_c^2} \langle \Xi_{cc}^\circ(v) | \bar{c}_v g G_{\alpha\beta} \sigma^{\alpha\beta} c_v | \Xi_{cc}^\circ(v) \rangle, \end{aligned} \quad (5.7)$$

причем спинор c_v — стандартное поле в эффективной теории тяжелых кварков:

$$c(x) = \exp(-im_c v x) \left[1 + \frac{i D_\mu \gamma^\mu}{2m_c} \right] c_v(x), \quad (5.8)$$

а символ D_μ обозначает производные по координатам.

Аналогичная схема расчета ширин Γ для бариона Ξ_{bc}° развита в работе [87]. В итоге для полных ширин получаются выражения

$$\begin{aligned} T[\Xi_{bc}^+] &= T_{35b} + T_{35c} + T_{6,PI}^{(1)} + T_{6,WS}^{(1)}, \\ T[\Xi_{bc}^0] &= T_{35b} + T_{35c} + T_{6,PI}^{(2)} + T_{6,WS}^{(2)}. \end{aligned}$$

Здесь первые два члена обозначают вклады в распады кварка Q от операторов размерности 3 и 5, а последующие — члены за счет интерференции и перерасеяния конститuentов (см. явный вид в [87]).

Расчет интерференции Паули продуктов распада тяжелых кварков с кварками в начальном состоянии и слабого перерасеяния кварков, составляющих адрон, дает сумму по различным каналам распадов:

$$\begin{aligned} T_{6,PI}^{(1)} &= T_{PI,ud}^c + T_{PI,sc}^b + T_{PI,d\bar{u}}^b + \sum_l T_{PI,l\bar{v}_l}^b, \\ T_{6,PI}^{(2)} &= T_{PI,sc}^b + T_{PI,d\bar{u}}^b + T_{PI,d\bar{u}}^b + \sum_l T_{PI,l\bar{v}_l}^b, \\ T_{6,WS}^{(1)} &= T_{WS,bu} + T_{WS,bc}, \\ T_{6,WS}^{(2)} &= T_{WS,cd} + T_{WS,bc}, \end{aligned} \quad (5.9)$$

где

$$\begin{aligned} T_{PI,d\bar{u}}^b &= T_{PI,s\bar{c}}^b (z_- \rightarrow 0), \\ T_{PI,e\bar{\nu}_e}^b &= T_{PI,\mu\bar{\nu}_\mu}^b = T_{PI,\tau\bar{\nu}_\tau}^b (z_\tau \rightarrow 0). \end{aligned} \quad (5.10)$$

В рассмотрение введены также α_s -поправки к полулептонным ширинам кварков. Таким образом, вычисление полного времени жизни барионов, содержащих два тяжелых кварка, сводится к задаче оценок матричных элементов операторов, что является предметом раздела 5.2.

5.2. Адронные матричные элементы

Согласно уравнениям движения матричный элемент оператора $\bar{Q}Q$ можно разложить в ряд по степеням $1/m_Q$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2M} \langle \Xi_{QQ'}^\circ | \bar{Q}Q | \Xi_{QQ'}^\circ \rangle &= 1 - \frac{1}{4Mm_Q^2} \langle \Xi_{QQ'}^\circ | \bar{Q}(i\mathbf{D})^2 Q | \Xi_{QQ'}^\circ \rangle + \\ &+ \frac{i}{8Mm_Q^2} \langle \Xi_{QQ'}^\circ | \bar{Q}\sigma G Q | \Xi_{QQ'}^\circ \rangle + O\left(\frac{1}{Mm_Q^3}\right). \end{aligned} \quad (5.11)$$

Итак, необходимо сделать оценки численных значений для следующего набора операторов:

$$\begin{aligned} &\bar{Q}(i\mathbf{D})^2 Q, \\ &\frac{i}{2} \bar{Q}\sigma G Q, \\ &\bar{Q}\gamma_\alpha (1 - \gamma_5) Q \bar{q}\gamma^\alpha (1 - \gamma_5) q, \\ &\bar{Q}\gamma_\alpha \gamma_5 Q \bar{q}\gamma^\alpha (1 - \gamma_5) q, \\ &\bar{Q}\gamma_\alpha \gamma_5 Q \bar{q}\gamma^\alpha (1 - \gamma_5) Q, \\ &\bar{Q}\gamma_\alpha (1 - \gamma_5) Q \bar{q}\gamma^\alpha (1 - \gamma_5) Q. \end{aligned} \quad (5.12)$$

Первый из них отвечает движению кварка внутри адрона и приводит к подавленному квадратом массы эффекту за счет замедления времени в системе покоя адрона по сравнению с собственным временем кварка. Второй

оператор соответствует включению хромагнитного взаимодействия кварков. Последующие операторы зависят от четырех кварковых полей и связаны с интерференцией Паули и слабым перерасеянием.

Далее, следуя общим методам эффективных теорий, введем эффективное поле Ψ_Q , которое в данном случае представляет собой нерелятивистский спинор тяжелого кварка, учтем вклады с виртуальностями μ , для которых $m_Q > \mu > m_Q v_Q$, в рамках теории возмущений КХД, а непертурбативные эффекты в матричных элементах выразим в терминах эффективных нерелятивистских полей. В итоге получаем

$$\bar{Q}Q = \Psi_Q^\dagger \Psi_Q - \frac{1}{2m_Q^2} \Psi_Q^\dagger (i\mathbf{D})^2 \Psi_Q + \frac{3}{8m_Q^4} \Psi_Q^\dagger (i\mathbf{D})^4 \Psi_Q - \frac{1}{2m_Q^2} \Psi_Q^\dagger g\mathbf{\sigma}\mathbf{B}\Psi_Q - \frac{1}{4m_Q^3} \Psi_Q^\dagger g\mathbf{D}\mathbf{E}\Psi_Q + \dots \quad (5.13)$$

$$\bar{Q}g\sigma_{\mu\nu}G^{\mu\nu}Q = -2\Psi_Q^\dagger g\mathbf{\sigma}\mathbf{B}\Psi_Q - \frac{1}{m_Q} \Psi_Q^\dagger g\mathbf{D}\mathbf{E}\Psi_Q + \dots \quad (5.14)$$

Здесь опущен член $\Psi_Q^\dagger g\mathbf{\sigma}[\mathbf{E} \times \mathbf{D}]\Psi_Q$, отвечающий спин-орбитальным взаимодействиям, которые зануляются для основного состояния рассматриваемых барионов. Принимая нормировку

$$\int d^3x \Psi_Q^\dagger \Psi_Q = \int d^3x Q^\dagger Q, \quad (5.15)$$

для

$$Q \equiv \exp(-imt) \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} \quad (5.16)$$

имеем

$$\Psi_Q = \left(1 + \frac{(i\mathbf{D})^2}{8m_c^2}\right) \phi. \quad (5.17)$$

Подчеркнем отличие в описании взаимодействий тяжелого кварка с легким и тяжелого кварка с тяжелым. В тяжелой подсистеме имеется дополнительный параметр — относительная скорость движения кварков, которая задает энергетическую шкалу $m_Q v$. Поэтому, например, дарвиновский член $\mathbf{D}\mathbf{E}$ в тяжелой подсистеме оказывается одного порядка малости по обратной массе тяжелого кварка по сравнению с хромагнитным членом $\mathbf{\sigma}\mathbf{B}$ (имеющим ту же степень малости по скорости v). Это становится особенно ясно, если воспользоваться масштабными соотношениями в нерелятивистской КХД [10]:

$$\Psi_Q \sim (m_Q v_Q)^{3/2}, \quad |\mathbf{D}| \sim m_Q v_Q, \quad g|\mathbf{E}| \sim m_Q^2 v_Q^3, \\ g|\mathbf{B}| \sim m_Q^2 v_Q^4, \quad g \sim v_Q^{1/2}.$$

Для взаимодействия тяжелого кварка с легким малый параметр относительной скорости отсутствует, так что дарвиновский член подавлен дополнительным фактором $k/m_Q \sim \Lambda_{\text{КХД}}/m_Q$.

5.2.1. Барионы Ξ_{cc}^+ и Ξ_{cc}^{++} . Приступим теперь к вычислению матричных элементов в потенциальных моделях для связанного состояния. Заметим, что кинетическая энергия тяжелого кварка в барионе складывается из двух слагаемых: за счет движения кварка в дикварке и самого

дикварка. Согласно феноменологии потенциальных моделей мезонов в области средних расстояний между кварками ($0,1 \text{ Фм} < r < 1 \text{ Фм}$) средняя кинетическая энергия кварков является постоянной величиной, не зависящей от кваркового состава мезона и квантовых чисел возбуждения основного состояния. Имея это в виду, обозначим через $T = M_{\text{diq}} v_{\text{diq}}^2/2 + m_l v_l^2/2$ среднюю кинетическую энергию дикварка и легкого кварка, а через $T/2 = m_c v_l^2/2 + m_c v_c^2/2$ кинетическую энергию движения тяжелых кварков в дикварке (коэффициент $1/2$ учитывает тот факт, что рассматриваемый дикварк находится в антисимметричном по цвету состоянии). Тогда

$$\frac{1}{2Mm_c^2} \langle \Xi_{cc}^\circ | \Psi_c^\dagger (i\mathbf{D})^2 \Psi_c | \Xi_{cc}^\circ \rangle \approx v_c^2 \approx \frac{m_l T}{2m_c^2 + m_c m_l} + \frac{T}{2}. \quad (5.18)$$

Используя значение $T \approx 0,4 \text{ ГэВ}$, получаем оценку $v_c^2 = 0,146$, где доминирует вклад движения кварка в дикварке.

Перейдем к вычислению матричного элемента оператора, соответствующего взаимодействию тяжелых кварков с хромагнитным полем легкого кварка. Для этой цели введем следующие определения:

$$O_{\text{mag}} = \sum_{i=1}^2 \frac{g_s}{4m_c} \bar{c}^i \sigma_{\mu\nu} G^{\mu\nu} c^i,$$

$$O_{\text{mag}} \propto \lambda [J(J+1) - S_{\text{diq}}(S_{\text{diq}}+1) - S_l(S_l+1)].$$

Здесь S_{diq} — спин дикварка (как отмечалось, в основном состоянии не запрещено только векторное состояние дикварка ss), S_l — спин легкого кварка, J — суммарный спин бариона. Так как вклады обоих s -кварков входят в полную ширину распада рассматриваемых барионов аддитивно, используем представление о дикварке и заменим сумму спинов s -кварков на спин дикварка. В конечном итоге это приводит к принятой выше параметризации для O_{mag} и позволяет связать значение матричного элемента оператора O_{mag} с разностью масс возбужденного и основного состояния:

$$O_{\text{mag}} = -\frac{2}{3} (M[\Xi_{cc}^{*\circ}] - M). \quad (5.19)$$

Взаимодействия тяжелых кварков в дикварке определяют хромагнитный и "дарвиновский" члены:

$$\frac{1}{2M} \langle \Xi_{cc}^\circ | \Psi_c^\dagger g\mathbf{\sigma}\mathbf{B}\Psi_c | \Xi_{cc}^\circ \rangle = \frac{2g^2}{9m_c} |\Psi_{\text{diq}}(0)|^2, \quad (5.20)$$

$$\frac{1}{2M} \langle \Xi_{cc}^\circ | \Psi_c^\dagger g\mathbf{D}\mathbf{E}\Psi_c | \Xi_{cc}^\circ \rangle = \frac{2g^2}{3} |\Psi_{\text{diq}}(0)|^2, \quad (5.21)$$

где $\Psi_{\text{diq}}(0)$ — значение волновой функции дикварка в нуле. Собирая воедино результаты, для матричного элемента доминирующего оператора спекторного распада получаем

$$\frac{1}{2M} \langle \Xi_{cc}^\circ | \bar{c}c | \Xi_{cc}^\circ \rangle = 1 - \frac{1}{2} v_c^2 - \frac{1}{3} \frac{M[\Xi_{cc}^{*\circ}] - M}{m_c} - \frac{g^2}{9m_c^3} |\Psi_{\text{diq}}(0)|^2 - \frac{g^2}{6m_c^3} |\Psi_{\text{diq}}(0)|^2 + \dots \approx \\ \approx 1 - 0,074 - 0,004 - 0,003 - 0,005 + \dots \quad (5.22)$$

Из соотношения (5.22) видно, что наибольший вклад в уменьшение ширины распада дает замедление времени, связанное с движением тяжелого кварка в барионе. Для матричного элемента оператора $\bar{c}g\sigma_{\mu\nu}G^{\mu\nu}c$ запишем

$$\begin{aligned} \frac{1}{2Mm_c^2} \langle \Xi_{cc}^\circ | \bar{c}g\sigma_{\mu\nu}G^{\mu\nu}c | \Xi_{cc}^\circ \rangle = \\ = -\frac{4}{3} \frac{M[\Xi_{cc}^{\circ\circ}] - M}{m_c} - \frac{4g^2}{9m_c^3} |\Psi_{\text{diq}}(0)|^2 - \frac{g^2}{3m_c^3} |\Psi_{\text{diq}}(0)|^2. \end{aligned} \quad (5.23)$$

Перейдем к вычислению матричных элементов четырехкварковых операторов, ответственных за эффекты интерференции Паули и электрослабого рассеяния. Расчет в рамках нерелятивистской КХД дает

$$\langle \bar{c}\gamma_\mu(1-\gamma_5)c\bar{q}\gamma^\mu(1-\gamma_5)q \rangle = 2m_c V^{-1}(1-4S_c S_q), \quad (5.24)$$

$$\langle \bar{c}\gamma_\mu\gamma_5 c\bar{q}\gamma^\mu(1-\gamma_5)q \rangle = -4S_c S_q 2m_c V^{-1}. \quad (5.25)$$

Здесь мы ввели $V^{-1} = |\Psi_1(0)|^2$, где $\Psi_1(0)$ — значение в нуле волновой функции легкого кварка в системе одного из с-кварков. Для оценки $|\Psi_1(0)|$ возьмем значение, характерное для D-мезонов:

$$|\Psi_1(0)|^2 \approx \frac{f_D^2 m_D^2}{12m_c}. \quad (5.26)$$

Отметим, что численно значение $|\Psi_1(0)|$, полученное из лептонной константы очарованного мезона $f_D \approx 200$ МэВ, примерно в два раза меньше значения волновой функции легкого кварка в приближении кварк-дикварковой факторизации, рассчитанного в разделе 2. Это связано с тем, что лептонные константы очарованных адронов получают большие поправки как логарифмического типа, так и степенного характера по обратной массе очарованного кварка. Например, значение лептонной константы D-мезона в потенциальных моделях примерно вдвое больше значения, полученного в правилах сумм КХД с учетом упомянутых поправок. Поэтому приближение (5.26) для волновой функции легкого кварка в барионе можно считать вполне оправданным.

Далее, учитывая тот факт, что вклады обоих с-кварков входят в полную ширину распада аддитивно, и используя представление о дикварке, при оценке матричных элементов операторов заменим сумму $S_1 + S_2$ на спин дикварка S_{diq} . В итоге находим

$$\langle \Xi_{cc}^\circ | [\bar{c}\gamma_\mu(1-\gamma_5)c] [\bar{q}\gamma^\mu(1-\gamma_5)q] | \Xi_{cc}^\circ \rangle = 12m_c |\Psi_1(0)|^2, \quad (5.27)$$

$$\langle \Xi_{cc}^\circ | (\bar{c}\gamma_\mu\gamma_5 c) [\bar{q}\gamma^\mu(1-\gamma_5)q] | \Xi_{cc}^\circ \rangle = 8m_c |\Psi_1(0)|^2. \quad (5.28)$$

Цветовая антисимметрия волновой функции бариона связывает барионные матричные элементы операторов с различным цветовым суммированием:

$$\begin{aligned} \langle \Xi_{cc}^\circ | (\bar{c}_i T_\mu c_k) [\bar{q}_l \gamma^\mu (1-\gamma_5) q_i] | \Xi_{cc}^\circ \rangle = \\ = -\langle \Xi_{cc}^\circ | (\bar{c} T_\mu c) [\bar{q}\gamma^\mu(1-\gamma_5)q] | \Xi_{cc}^\circ \rangle, \end{aligned}$$

причем T_μ — произвольная спинорная структура. Таким образом, мы провели формальное построение процедуры оценки матричных элементов, полученных в результате операторного разложения $\mathcal{T}$ для бариона с двумя тождественными тяжелыми кварками.

5.2.2. Барионы Ξ_{bc}^+ и Ξ_{bc}^0 . При рассмотрении барионов с двумя тяжелыми кварками разного аромата подчеркнем, какие модификации следует провести при оценке адронных матричных элементов кварковых операторов, определяющих ширины инклюзивных распадов. Согласно кварк-дикварковой факторизации для кинетических членов имеем

$$\begin{aligned} \frac{1}{2Mm_c^2} \langle \Xi_{bc}^\circ | \Psi_c^\dagger(i\mathbf{D})^2 \Psi_c | \Xi_{bc}^\circ \rangle \approx v_c^2 \approx \\ \approx \frac{2m_l T}{(m_l + m_b + m_c)(m_b + m_c)} + \frac{m_b T}{m_c(m_c + m_b)}, \end{aligned} \quad (5.29)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2Mm_b^2} \langle \Xi_{bc}^\circ | \Psi_b^\dagger(i\mathbf{D})^2 \Psi_b | \Xi_{bc}^\circ \rangle \approx v_b^2 \approx \\ \approx \frac{2m_l T}{(m_l + m_b + m_c)(m_b + m_c)} + \frac{m_c T}{m_b(m_c + m_b)}. \end{aligned} \quad (5.30)$$

Численно $T \approx 0,4$ ГэВ, что приводит к значениям $v_c^2 = 0,195$ и $v_b^2 = 0,024$, где определяющий вклад вносит движение внутри дикварка.

Определим

$$O_{\text{mag}} = \frac{g_s}{4m_c} \bar{c}\sigma_{\mu\nu}G^{\mu\nu}c + \frac{g_s}{4m_b} \bar{b}\sigma_{\mu\nu}G^{\mu\nu}b, \quad (5.31)$$

$$\begin{aligned} O_{\text{mag}} = \frac{\lambda}{m_c} [S_{cl}(S_{cl}+1) - S_c(S_c+1) - S_l(S_l+1)] + \\ + \frac{\lambda}{m_b} [S_{bl}(S_{bl}+1) - S_b(S_b+1) - S_l(S_l+1)], \end{aligned} \quad (5.32)$$

причем $S_{bl} = S_b + S_l$, $S_{cl} = S_c + S_l$, S_b и S_c — спины b- и с-кварков, а S_l — спин легкого кварка. Исследуемый оператор связан со сверхтонким расщеплением в барионной системе с векторным дикварком $S_{bc} = 1$:

$$\begin{aligned} \langle S = 3/2 | O_{\text{mag}} | S = 3/2 \rangle - \langle S = 1/2 | O_{\text{mag}} | S = 1/2 \rangle = \\ = \langle S = 3/2 | V_{\text{hf}} | S = 3/2 \rangle - \langle S = 1/2 | V_{\text{hf}} | S = 1/2 \rangle, \end{aligned} \quad (5.33)$$

где S — полный спин системы.

Зависящее от спинов возмущение

$$V_{\text{hf}} = \frac{8}{9} \frac{\alpha_s}{m_l m_c} S_l S_c |R_l(0)|^2 + \frac{8}{9} \frac{\alpha_s}{m_l m_b} S_l S_b |R_l(0)|^2. \quad (5.34)$$

Здесь $R_l(0)$ — радиальная волновая функция кварк-дикварковой системы в нуле. В отличие от дикварковой системы с тождественными кварками этот оператор недиагонален в базисе S и S_{bc} . Для расчетов воспользуемся заменами

$$\begin{aligned} |S; S_{bc}\rangle = \sum_{S_{bl}} (-1)^{S+S_l+S_c+S_b} [(2S_{bl}+1)(2S_{bc}+1)]^{1/2} \times \\ \times \begin{Bmatrix} \bar{S}_l & S_b & S_{bl} \\ S_c & S & S_{bc} \end{Bmatrix} |S; S_{bl}\rangle, \end{aligned} \quad (5.35)$$

$$\begin{aligned} |S; S_{bc}\rangle = \sum_{S_{cl}} (-1)^{S+S_l+S_c+S_b} [(2S_{cl}+1)(2S_{bc}+1)]^{1/2} \times \\ \times \begin{Bmatrix} \bar{S}_l & S_c & S_{cl} \\ S_b & S & S_{bc} \end{Bmatrix} |S; S_{cl}\rangle. \end{aligned} \quad (5.36)$$

Результат подстановок дает

$$\lambda = \frac{4}{9} \frac{\alpha_s}{m_l} |R_l(0)|^2, \quad (5.37)$$

однако для состояния с нулевым спином тяжелого дикварка, которое рассматривается ниже,

$$\frac{1}{2M} \langle \Xi_{bc}^\circ | O_{\text{mag}} | \Xi_{bc}^\circ \rangle = 0. \quad (5.38)$$

Учет хромагнитного и дарвиновского взаимодействий внутри дикварка приводит к формулам

$$\frac{1}{2M} \langle \Xi_{bc}^\circ | \Psi_c^\dagger g \sigma \mathbf{B} \Psi_c | \Xi_{bc}^\circ \rangle = -\frac{2}{3m_b} g^2 |\Psi_{\text{diq}}(0)|^2, \quad (5.39)$$

$$\frac{1}{2M} \langle \Xi_{bc}^\circ | \Psi_c^\dagger g \mathbf{D} \mathbf{E} \Psi_c | \Xi_{bc}^\circ \rangle = \frac{2}{3} g^2 |\Psi_{\text{diq}}(0)|^2. \quad (5.40)$$

Аналогичные матричные элементы¹⁸ для операторов с прелестными кварками можно получить из приведенных выше заменой масс тяжелых кварков.

Объединяя результаты, находим

$$\begin{aligned} \frac{1}{2M} \langle \Xi_{bc}^\circ | \bar{c} c | \Xi_{bc}^\circ \rangle &= 1 - \frac{1}{2} v_c^2 + \frac{g^2}{3m_b m_c^2} |\Psi_{\text{diq}}(0)|^2 - \\ &- \frac{g^2}{6m_c^3} |\Psi_{\text{diq}}(0)|^2 + \dots \approx \\ &\approx 1 - 0,097 + 0,004 - 0,007 + \dots \end{aligned} \quad (5.41)$$

Доминирующую роль в поправках играет член, связанный с замедлением времени за счет движения кварков внутри дикварка. Далее, для оператора $cg\sigma_{\mu\nu}G^{\mu\nu}c$ имеем

$$\begin{aligned} \frac{1}{2Mm_c^2} \langle \Xi_{bc}^\circ | \bar{c} g \sigma_{\mu\nu} G^{\mu\nu} c | \Xi_{bc}^\circ \rangle &= \\ &= \frac{4g^2}{3m_b m_c^2} |\Psi_{\text{diq}}(0)|^2 - \frac{g^2}{3m_c^3} |\Psi_{\text{diq}}(0)|^2 \approx 0,002. \end{aligned} \quad (5.42)$$

Перестановки масс кварков приводят к аналогичным выражениям для операторов $\bar{b}b$ и $\bar{b}g\sigma_{\mu\nu}G^{\mu\nu}b$.

Используя (5.35) и (5.36) для основных состояний барионов, запишем

$$\begin{aligned} \langle \Xi_{bc}^\circ | [\bar{b}\gamma_\mu(1-\gamma_5)b] [\bar{c}\gamma^\mu(1-\gamma_5)c] | \Xi_{bc}^\circ \rangle &= \\ &= 8(m_b + m_c) |\Psi_{\text{diq}}(0)|^2, \end{aligned} \quad (5.43)$$

$$\begin{aligned} \langle \Xi_{bc}^\circ | [\bar{b}\gamma_\mu\gamma_5b] [\bar{c}\gamma^\mu(1-\gamma_5)c] | \Xi_{bc}^\circ \rangle &= \\ &= 6(m_b + m_c) |\Psi_{\text{diq}}(0)|^2, \end{aligned} \quad (5.44)$$

$$\begin{aligned} \langle \Xi_{bc}^\circ | [\bar{b}\gamma_\mu(1-\gamma_5)b] [\bar{q}\gamma^\mu(1-\gamma_5)q] | \Xi_{bc}^\circ \rangle &= \\ &= 2(m_b + m_l) |\Psi_1(0)|^2, \end{aligned} \quad (5.45)$$

$$\langle \Xi_{bc}^\circ | [\bar{b}\gamma_\mu\gamma_5b] [\bar{q}\gamma^\mu(1-\gamma_5)q] | \Xi_{bc}^\circ \rangle = 0, \quad (5.46)$$

$$\begin{aligned} \langle \Xi_{bc}^\circ | [\bar{c}\gamma_\mu(1-\gamma_5)c] [\bar{q}\gamma^\mu(1-\gamma_5)q] | \Xi_{bc}^\circ \rangle &= \\ &= 2(m_c + m_l) |\Psi_1(0)|^2, \end{aligned} \quad (5.47)$$

$$\langle \Xi_{bc}^\circ | [\bar{c}\gamma_\mu\gamma_5c] [\bar{q}\gamma^\mu(1-\gamma_5)q] | \Xi_{bc}^\circ \rangle = 0. \quad (5.48)$$

Теперь можно перейти к численным оценкам инклюзивных ширин.

5.3. Численные оценки

Суммируя различные вклады, описанные выше, оценим времена жизни барионов Ξ_{cc}^{++} и Ξ_{cc}^+ . Прежде всего, приведем значения параметров и прокомментируем их

выбор:

$$\begin{aligned} m_c &= 1,6 \text{ ГэВ}, \quad m_s = 0,45 \text{ ГэВ}, \\ m_l &= 0,30 \text{ ГэВ}, \quad |V_{cs}| = 0,9745, \\ M[\Xi_{cc}^{++}] &= 3,56 \text{ ГэВ}, \quad M[\Xi_{cc}^+] = 3,56 \text{ ГэВ}, \\ M[\Xi_{cc}^{*+}] - M[\Xi_{cc}^+] &= 0,1 \text{ ГэВ}, \\ T &= 0,4 \text{ ГэВ}, \quad |\Psi_{\text{diq}}(0)| = 0,17 \text{ ГэВ}^{3/2}. \end{aligned} \quad (5.49)$$

Для масс $M[\Xi_{cc}^{++}]$, $M[\Xi_{cc}^+]$ и $M[\Xi_{cc}^{*+}] - M[\Xi_{cc}^+]$ даны средние значения, встречающиеся в литературе; их вычисление проводилось в потенциальной модели для дваждыочарованных барионов с потенциалом Бухмюллера–Тая [26], а также в работах [29, 32, 33, 38]. Для f_D использовалось значение, приведенное в [6, 76]. Значение T фиксировалось согласно [88]. Параметр m_c соответствовал полюсной массе с-кварка. Для ее определения использовалось фитирование времени жизни и ширины полуперетонного канала D^0 -мезона. Такой выбор массы с-кварка эффективно учитывает неизвестные вклады высших порядков теории возмущений КХД в полную ширину распада рассматриваемых барионов.

Масштаб перенормировки $\mu_1 = m_c$ в случае распадов с-кварков и $\mu_2 = 1,2 \text{ ГэВ}$ в случае эффектов интерференции Паули и электрослабого рассеяния. Масштаб перенормировки получался путем сравнения теоретических предсказаний для разностей времен жизни барионов Λ_c , Ξ_c^+ , Ξ_c^0 с их экспериментальными значениями. Отметим, что формулы в работе [89] учитывают только эффект логарифмической перенормировки, а массовые поправки, связанные с s-кварком в конечном состоянии, опущены. Зависимость ширин барионов от кваркового состава определяется формулами

$$\begin{aligned} \Delta\Gamma_{\text{nl}}[\Lambda_c] &= c_d \langle O_d[\Lambda_c] \rangle + c_u \langle O_u[\Lambda_c] \rangle, \\ \Delta\Gamma_{\text{nl}}[\Xi_c^+] &= c_s \langle O_s[\Xi_c^+] \rangle + c_u \langle O_u[\Xi_c^+] \rangle, \\ \Delta\Gamma_{\text{nl}}[\Xi_c^0] &= c_d \langle O_d[\Xi_c^0] \rangle + c_s \langle O_s[\Xi_c^0] \rangle. \end{aligned} \quad (5.50)$$

Здесь

$$\langle O_q[X_c] \rangle = \langle X_c | O_q | X_c \rangle, \quad O_q = (\bar{c}\gamma_\mu c)(\bar{q}\gamma^\mu q)$$

с $q = u, d$ или s , причем

$$\begin{aligned} c_d &= \frac{G_F^2 m_c^2}{4\pi} \left[C_+^2 + C_-^2 + \frac{1}{3}(4k^{1/2} - 1)(C_-^2 - C_+^2) \right], \\ c_u &= -\frac{G_F^2 m_c^2}{16\pi} \left[(C_+ + C_-)^2 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{3}(1 - 4k^{1/2})(5C_+^2 + C_-^2 - 6C_+ C_-) \right], \\ c_s &= -\frac{G_F^2 m_c^2}{16\pi} \left[(C_+ - C_-)^2 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{3}(1 - 4k^{1/2})(5C_+^2 + C_-^2 + 6C_+ C_-) \right]. \end{aligned} \quad (5.51)$$

Среднее значение массы D-мезонов можно выразить в терминах массы легкого кварка $m_l = \bar{A}$:

$$m_D = m_c + \bar{A} + \frac{\mu_\pi^2}{2m_c} = m_c + m_l + \frac{m_l}{m_c + m_l} T = 1,98 \text{ ГэВ}. \quad (5.52)$$

¹⁸ Полученные выражения отличаются от результатов для B_c -мезона [74] фактором цветовой структуры состояния 1/2.

Масса s-кварка связана с m_l :

$$m_s = m_l + 0,15 \text{ ГэВ}. \quad (5.53)$$

Как упоминалось выше, спектаторная ширина распада с-кварка $\Gamma_{c, \text{спес}}$ известна в следующем за ведущим порядке теории возмущений КХД [82–86]. Наиболее полное вычисление, включая массовые эффекты, связанные с s-кварком в конечном состоянии, проведено в работе [86]. Оно используется нами при оценках. В полулептонной ширине распада можно пренебречь массами электрона и мюона в конечном состоянии, что в данном контексте представляется разумным. Далее мы не учитываем τ -лептонную моду, которая значительно подавлена из-за малого фазового объема.

Проанализируем вклады различных каналов распада барионов в полную ширину. Из таблицы 5 видно, какую значительную роль играют эффекты интерференции Паули и электрослабого рассеяния в распадах дваждыочарованных барионов. Интерференция Паули вносит поправку порядка 63 % в случае барионов Ξ_{cc}^{++} , а электрослабое рассеяние — около 61 % в случае Ξ_{cc}^+ . Как уже подчеркивалось, эти эффекты имеют место в разных барионах и, таким образом, усиливают разницу времен жизни рассматриваемых адронов.

Таблица 5. Вклад различных мод в полную ширину распада дваждыочарованных барионов

Мода или механизм распада	Ширина, пс^{-1}	Относительная вероятность, % (Ξ_{cc}^{++})	Относительная вероятность, % (Ξ_{cc}^+)
$c \rightarrow sdu$	2,648	127	31
$c \rightarrow se^+v$	0,380	18	4,2
PI	−1,317	−63	—
WS	5,254	—	60,6
$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow X$	2,089	100	—
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow X$	8,660	—	100

Напомним, что разница времен жизни D^+ - и D^0 -мезонов объясняется в основном эффектом интерференции Паули между продуктами распада с-кварка и антикварком в начальном состоянии, в то время как в случае дваждыочарованных барионов видно отчетливое преобладание электрослабого рассеяния. Это неудивительно, так как формула для оператора интерференции Паули в случае D-мезонов воспроизводит выражение для электрослабого рассеяния в случае барионов, содержащих с-кварк. В итоге для полных времен жизни дваждыочарованных барионов имеем

$$\tau[\Xi_{cc}^{++}] = 0,48 \text{ пс}, \quad \tau[\Xi_{cc}^+] = 0,12 \text{ пс}.$$

Отметим, что использование фита данных по полулептонной ширине распада D-мезонов, разнице ширин барионов с очарованными кварками и спектроскопических характеристик (как подробно описывалось выше) позволяет в значительной степени уменьшить вариацию параметров модели: масс кварков, масштаба нормировки коэффициентов Вильсона, волновой функции легкого кварка в нерелятивистской модели. При этом удается существенно понизить неопределенность теоретических оценок. Вариация массы с-кварка в пределах 1,6–1,65 ГэВ и разницы масс s-кварка и легкого кварка в пределах 0,15–0,2 ГэВ приводит к следующим неопреде-

ленностям для времен жизни рассматриваемых барионов:

$$\delta\tau[\Xi_{cc}^{++}] = 0,1 \text{ пс}, \quad \delta\tau[\Xi_{cc}^+] = 0,01 \text{ пс},$$

причем, как легко заметить, неопределенности ширин составляют

$$\delta\Gamma[\Xi_{cc}^{++}] = 0,4 \text{ пс}^{-1}, \quad \delta\Gamma[\Xi_{cc}^+] = 0,9 \text{ пс}^{-1}.$$

Так как ширина бариона Ξ_{cc}^+ значительно усилена вкладом электрослабого обмена между конститuentными кварками, относительная погрешность в оценке времени жизни у этого бариона заметно ниже: 10 % по сравнению с 20 % для Ξ_{cc}^{++} .

При расчетах инклюзивных ширин распадов барионов Ξ_{bc}^+ и Ξ_{bc}^0 необходимо дополнить набор параметров массой b-кварка:

$$m_b = m_c + 3,5 \text{ ГэВ}. \quad (5.54)$$

Масса барионов принималась равной 7 ГэВ. Для волновой функции в подсистеме дикварка использовались результаты расчетов в нерелятивистской модели с потенциалом Бухмюллера–Тая [13]:

$$\Psi_{\text{diq}}(0) = 0,193 \text{ ГэВ}^{3/2}.$$

Поскольку оценки спектаторных ширин свободных тяжелых кварков не зависят от системы, в которой они находятся, можно использовать результаты расчетов, выполненных в работе [74], так как в ней и в данном обзоре значения масс кварков совпадают. Это приводит к результатам, представленным в табл. 6.

Согласно описанной выше процедуре для полных времен жизни барионов Ξ_{bc}^+ и Ξ_{bc}^0 имеем

$$\tau[\Xi_{bc}^+] = 0,33 \text{ пс}, \quad \tau[\Xi_{bc}^0] = 0,28 \text{ пс}, \quad (5.55)$$

так что различие во временах жизни, обусловленное процессами распада с учетом интерференции Паули и слабого перерассеяния, составляет около 20 %. Более детально относительные вклады различных членов в полные ширины рассматриваемых барионов представлены в табл. 7. Вклады, зависящие от состава бариона, весьма существенны: 40–50 %. Поправки за счет кварк-глюонных операторов размерности 5 численно очень малы. Значительно важнее поправки к оператору размерности 3, где заметна роль замедления времени тяжелого кварка в системе покоя адрона.

Для полулептонных мод распадов, относительные вероятности которых представлены в табл. 7, наибольшие поправки возникают к распадам b-кварка за счет интерференции Паули: соответствующие ширины прак-

Таблица 6. Ширины инклюзивных спектаторных распадов b- и c-кварков (в пс^{-1})

Мода	$b \rightarrow c\bar{u}d$	$b \rightarrow c\bar{c}s$	$b \rightarrow ce^-\bar{\nu}$	$b \rightarrow c\tau^-\bar{\nu}$	$c \rightarrow s\bar{d}u$	$c \rightarrow se^+v$
Γ	0,310	0,137	0,075	0,018	0,905	0,162

Таблица 7. Относительные вклады различных мод инклюзивных распадов барионов Ξ_{bc}^+ и Ξ_{bc}^0 (в %)

Мода	$b \rightarrow X$	$c \rightarrow X$	PI	WS	$c \rightarrow evX$	$b \rightarrow evX$	$b \rightarrow \tau vX$
Ξ_{bc}^+	20	37	23	20	5,0	4,9	2,3
Ξ_{bc}^0	17	31	21	31	4,2	4,1	1,9

тически удваиваются. Это приводит к тому, что полулептонные ширины b - и c -кварков в электронной моде сравниваются по величине, в то время как для спекторных распадов ширина для очарованного кварка вдвое больше, чем у прелестного. Что касается знака членов, обусловленных интерференцией Паули, то он определяется в основном знаком лидирующего вклада от интерференции очарованного кварка из начального состояния с очарованным кварком от распада b -кварка. При этом антисимметричная по цвету структура волновой функции бариона приводит к положительному знаку для интерференции Паули.

Отметим, что в проведенных оценках неопределенности связаны с предсказанием:

1) спекторной ширины очарованного кварка, где погрешность достигает около 50 %, так как согласие теоретических оценок с временами жизни очарованных адронов носит качественный характер (для рассматриваемых барионов этот вклад вносит неопределенность $\delta\Gamma/\Gamma \approx 10\%$);

2) эффектов интерференции Паули в распадах прелестного кварка и в его слабом перерасеянии с очарованным кварком из начального состояния, где используется нерелятивистская модельно-зависимая волновая функция дикварка, что приводит к погрешности определения этих вкладов на уровне 30 % (в полной ширине неопределенность составляет порядка $\delta\Gamma/\Gamma \approx 15\%$).

Таким образом, можно считать, что неопределенность в предсказаниях полных ширин барионов Ξ_{bc}^+ и Ξ_{bc}^0 находится в пределах 20 %.

5.3.1. Параметрическая зависимость результатов. Несмотря на то что выше указана ожидаемая точность предсказаний инклюзивных ширин и времен жизни барионов с двумя тяжелыми кварками, остановимся на этом вопросе ввиду его важности более подробно.

Прежде всего исследуем зависимость ширин от масс тяжелых кварков, входящих в состав барионов. Спекторные ширины распадов тяжелых кварков определяются пятой степенью масс, а доминирующие поправки за счет интерференции Паули и слабого перерасеяния конstituентов — третьей степенью масс тяжелых кварков. При этом естественным образом возникает вопрос о применимости кварк-адронной дуальности с разложением кварковых операторов, следствием которого является нулевой вклад, линейный по обратной массе тяжелого кварка. Такое зануление обусловлено теоремой Адомоло–Гато, согласно которой введение нарушающего симметрию лагранжиана члена с константой λ приводит к тому, что поправки к сохраняющимся наблюдаемым возникают лишь во втором порядке по λ . Поэтому при введении взаимодействий, подавленных массой тяжелого кварка, ширины распадов тяжелых адронов не содержат вкладов, линейных по $1/m_Q$, если имеет место кварк-адронная дуальность.

В этой связи чрезвычайно актуальна проблема времени жизни бариона Λ_b , полная ширина которого экспериментально на 20 % больше ширин B -мезонов, что вступает в противоречие с предсказаниями теории тяжелых кварков [90]. Авторами работы [91] высказана гипотеза сильного нарушения кварк-адронной дуальности, т.е. возможности существенного вклада членов, линейных по $1/m_Q$, в инклюзивные ширины тяжелых

адронов. Это предположение фактически означает, что эффективная масса тяжелого кварка, определяющая вклад лидирующего члена, варьируется в зависимости от массы и состава адрона. Поэтому более рыхлая система бариона Λ_b , где содержится легкий дикварк (натяжение струны в котором вдвое меньше, чем натяжение в мезоне), предполагает введение большей эффективной массы тяжелого кварка, так как она определяется на меньшем энергетическом масштабе (облако виртуальных глюонов и кварков имеет большие размеры). В итоге полная ширина Λ_b увеличивается.

Такой подход неприемлем в операторном разложении с кварк-адронной дуальностью, в которой масса тяжелого кварка одинакова для всех типов адронов, так как иначе в ширинах возникают поправки, линейные по $1/m_Q$. Однако гипотеза о сильном нарушении кварк-адронной дуальности практически отвергнута экспериментальным измерением времени жизни B_c -мезона. Согласно идеологии [91] в работе [92] предсказано время жизни $\tau[B_c] \approx 1,3–1,5$ пс, так как в тяжелом кварконии кварки сильно связаны и их эффективные массы (и доступный фазовый объем в конечном состоянии) уменьшаются, что приводит к заметному подавлению ширин распадов b - и c -кварков в B_c -мезоне. Экспериментальное измерение дает значение $\tau[B_c] = 0,48 \pm 19$ пс, что прекрасно согласуется с оценками в операторном разложении [74, 93], правилами сумм КХД [94] и потенциальными моделями [4]. Таким образом, к настоящему времени операторное разложение с кварк-адронной дуальностью является корректным инструментом расчета инклюзивных ширин и времен жизни адронов с тяжелыми кварками.

Как уже упоминалось, приведенные в начале раздела 5.3 оценки делались в предположении, что выбранное значение массы очарованного кварка дает достаточно точное теоретическое описание полулептонных ширин D -мезонов. Вслед за публикацией [81] аналогичные расчеты в работе [95], в которой принята значительно меньшая масса очарованного кварка ($m_c = 1,35$ ГэВ), показали, что этот же подход не позволяет описать полулептонные ширины очарованных мезонов. Такое предпочтение обусловлено, по-видимому, тем, что, во-первых, низкое значение токовой массы c -кварка получается в правилах сумм КХД для чармония и, во-вторых, описание инклюзивных ширин D -мезонов носит, скорее, качественный, чем количественный характер, так как масса очарованного кварка не слишком велика и сходимость ряда по $1/m_Q$ может оказаться медленной (опять же не берутся во внимание данные по B_c -мезону). Подобные предпосылки дают лишь качественное предсказание времен жизни барионов с двумя очарованными кварками в [95], где результаты расчетов в два-три раза отличаются от вышеприведенных оценок. Действительно, существенное уменьшение лидирующего вклада за счет вариации массы очарованного кварка приводит к тому, что негативная интерференция Паули сильно сокращает полную ширину бариона Ξ_{cc}^{++} и ожидаемое время жизни значительно увеличивается.

Другим важным фактором неопределенности в оценках ширин распадов очарованного кварка является масса странного кварка. Поскольку очарованный кварк имеет массу около 1,5 ГэВ, фазовый объем распада зависит в основном от массы странного кварка (либо токовой массы 150–200 МэВ, либо конституентной массы, близ-

Таблица 8. Время жизни B_c -мезона и вклады спекторных ширин и поправок за счет интерференции Паули (PI) и слабой аннигиляции (WA) при различных значениях масс кварков

Параметры, ГэВ	$\Gamma[\bar{b} \rightarrow \bar{c}], \text{ пс}^{-1}$	$\Gamma[c \rightarrow s], \text{ пс}^{-1}$	$\Gamma_{PI}, \text{ пс}^{-1}$	$\Gamma_{WA}, \text{ пс}^{-1}$	$\tau[B_c], \text{ пс}$
$m_b = 5,0, \quad m_c = 1,5, \quad m_s = 0,20$	0,694	1,148	− 0,115	0,193	0,54
$m_b = 4,8, \quad m_c = 1,35, \quad m_s = 0,15$	0,576	0,725	− 0,132	0,168	0,75
$m_b = 5,1, \quad m_c = 1,6, \quad m_s = 0,45$	0,635	1,033	− 0,101	0,210	0,55
$m_b = 5,1, \quad m_c = 1,6, \quad m_s = 0,20$	0,626	1,605	− 0,101	0,210	0,43
$m_b = 5,05, \quad m_c = 1,55, \quad m_s = 0,20$	0,623	1,323	− 0,107	0,201	0,48
$m_b = 5,0, \quad m_c = 1,5, \quad m_s = 0,15$	0,620	1,204	− 0,114	0,193	0,53

кой к массе К-мезона). Подавление реального фазового объема определяется, очевидно, конституентной массой. Более детально вопрос о зависимости инклюзивных ширин от масс тяжелых и странного кварков исследовался в работе [96] в связи с рассмотрением времени жизни B_c -мезона, для которого неопределенность, обусловленная моделированием волновой функции, мала (тяжелый кварконий хорошо описывается ввиду обилия данных по чармонию и боттомонию) и вклад операторов слабой аннигиляции (поправок второго порядка по $1/m_Q$) невелик: около 10 %.

При условии (5.54) (что диктуется анализом данных по распадам В-мезонов) в работе [96] получены оценки, приведенные в табл. 8. Из таблицы видно, что, во-первых, малое значение массы очарованного кварка, выбранное в работе [95], дает явно завышенное значение времени жизни B_c -мезона. Во-вторых, несколько предпочтительнее выглядит выбор токовой массы странного кварка, так как он приводит к меньшему значению времени жизни B_c -мезона, которое лучше согласуется с центральным значением экспериментального интервала, хотя неопределенность данных допускает и описание с конституентной массой странного кварка. Отметим, что этот анализ согласуется с выбором массы очарованного кварка в согласии с экспериментальными значениями полулептонных ширин D-мезонов.

Наряду с массами кварков, которые теперь в значительной степени можно рассматривать как величины с не очень большой неопределенностью, при расчетах инклюзивных ширин барионов с двумя тяжелыми кварками существенную роль играет вариация волновой функции легкого кварка. Как указывалось выше, эта величина фиксировалась в предположении аналогичности волновых функций D-мезонов и барионов, т.е. схожести поправок к оценке в рамках потенциальной модели.

В анализе [95, 96] полагалось, что для волновой функции легкого кварка в дваждыочарованном барионе имеет место соотношение

$$|\Psi_1(0)|^2 = \frac{2}{3} \frac{f_D^2 M_D k^{-4/9}}{12}, \quad (5.56)$$

где $f_D = 170$ МэВ, фактор $k^{-4/9}$ обусловлен "гибридными" логарифмами для нерелятивистских тяжелых кварков. Выражение (5.56) получается, если предположить скейлинг сверхтонкого спин-спинового расщепления в очарованных мезонах и барионах, а также учесть спиновые факторы и удвоение массы дикварка, составленного из двух тяжелых кварков. Само предположение о независимости такого расщепления от мезонного или барионного адронного состояния представляется довольно иллюзорным. Тем не менее, если отвлечься от физических мотиваций, численный эффект сводится к уменьшению фактора волновой функции легкого кварка в два-три раза. Расчеты же в потенциаль-

ной модели приводят к усилению этого фактора примерно вдвое. Таким образом, использование численного значения, принятого в начале раздела 5.3, дает центральное значение для ширин при вариации волновой функции легкого кварка.

Представление о степени вариации теоретических предсказаний инклюзивных ширин дваждыочарованных барионов дает сравнение оценок из [96] с заниженным значением волновой функции легкого кварка (табл. 9) и результатов, представленных в табл. 5. Напомним, что расчеты с малой массой очарованного кварка являются лишь иллюстративными и не могут быть приняты в силу противоречия с данными по времени жизни B_c -мезона. Рассмотрение неопределенностей, обусловленных массами кварков и вариацией волновых функций легкого кварка в барионе, приводит к наиболее реалистичным оценкам (табл. 10).

Таблица 9. Времена жизни и инклюзивные ширины для барионов $\Xi_{cc}^{++}, \Xi_{cc}^+$ и Ω_{cc}^+

Параметры, ГэВ	$c \rightarrow sX, \text{ пс}^{-1}$	$\Gamma_{PI} + \Gamma_{WS}, \text{ пс}^{-1}$	$\tau, \text{ пс}$
Барион Ξ_{cc}^{++}			
$m_c = 1,35, \quad m_s = 0,15$	1,638	− 0,616	0,99
$m_c = 1,6, \quad m_s = 0,45$	2,397	− 0,560	0,56
$m_c = 1,55, \quad m_s = 0,2$	3,104	− 0,874	0,45
Барион Ξ_{cc}^+			
$m_c = 1,35, \quad m_s = 0,15$	1,638	1,297	0,34
$m_c = 1,6, \quad m_s = 0,45$	2,397	2,563	0,20
$m_c = 1,55, \quad m_s = 0,2$	3,104	1,776	0,20
Барион Ω_{cc}^+			
$m_c = 1,35, \quad m_s = 0,15$	1,638	1,780	0,30
$m_c = 1,6, \quad m_s = 0,45$	2,397	0,506	0,34
$m_c = 1,55, \quad m_s = 0,2$	3,104	1,077	0,24

Таблица 10. Времена жизни дваждытяжелых барионов

Барион	$\tau, \text{ пс}$	Барион	$\tau, \text{ пс}$	Барион	$\tau, \text{ пс}$
Ξ_{cc}^{++}	$0,46 \pm 0,05$	Ξ_{bc}^+	$0,30 \pm 0,04$	Ξ_{bb}^0	$0,79 \pm 0,02$
Ξ_{cc}^+	$0,16 \pm 0,05$	Ξ_{bc}^0	$0,27 \pm 0,03$	Ξ_{bb}^-	$0,80 \pm 0,02$
Ω_{cc}^+	$0,27 \pm 0,06$	Ω_{bc}^0	$0,22 \pm 0,04$	Ω_{bb}^-	$0,80 \pm 0,02$

В работе [97] проведен сравнительный анализ структуры операторного разложения для тяжелых адронов на основе свойств симметрии адронных матричных элементов, определяющих вклады интерференции Паули и слабого перерасеяния конститuentов¹⁹. С точностью до поправок по обратной массе тяжелого кварка и логарифмических членов, которые задаются аномаль-

¹⁹ По сути дела речь идет об использовании независимости от аромата тяжелого кварка волновой функции легкого кварка в глюонном поле бесконечнотяжелого источника.

ными размерностями соответствующих операторов, масштабные соотношения имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma[B^-] - \Gamma[B^0]}{\Gamma[D^+] - \Gamma[D^0]} &= \frac{\Gamma[\Xi_b^-] - \Gamma[\Xi_b^0]}{\Gamma[\Xi_c^+] - \Gamma[\Xi_c^0]} = \\ &= \frac{\Gamma[\Xi_{bb}^-] - \Gamma[\Xi_{bb}^0]}{\Gamma[\Xi_{cc}^{++}] - \Gamma[\Xi_{cc}^+]} = \frac{m_b^2 |V_{cb}|^2}{m_c^2 |V_{cs}|^2}. \end{aligned} \quad (5.57)$$

Точность этих соотношений следует оценить на уровне 50 %, так как, например, согласно рассмотрению лептонных констант тяжелых мезонов адронные матричные элементы кварковых токов с очарованным и легким кварками получают большие поправки (около 50–90 %) за счет $1/m_Q$ -членов и логарифмической перенормировки. Так как рассматриваемый дикварк ss вдвое тяжелее очарованного кварка, в первом приближении можно считать, что в случае дваждыочарованных барионов упомянутые поправки могут быть вдвое меньше.

Используя данные табл. 10 для тестирования последнего равенства в (5.57), мы видим, что точность теоретических оценок не позволяет сделать убедительных количественных выводов о разности времен жизни барионов с двумя b -кварками. Если же ограничиться арифметикой центральных значений, то исследуемая часть уравнений (5.57) действительно удовлетворяется с погрешностью 50 %, что свидетельствует о качественной применимости этих соотношений, тогда как их количественная точность удручающе низка.

5.4. Эксклюзивные распады в правилах сумм NRQCD

В этом разделе представлен расчет эксклюзивных полупертоновых каскадных распадов дваждытяжелых барионов, а также двухчастичных адронных распадов в приближении факторизации слабого тока перехода кварков [98].

В рамках правил сумм NRQCD в работе [98] рассматривался барионный ток

$$J[\Xi_{QQ}] = \varepsilon^{\alpha\beta\gamma} : (Q_\alpha^T C \gamma_5 q_\beta) Q_\gamma' :, \quad (5.58)$$

который приводит к необходимости антисимметризации на диаграммном уровне, так как в барион могут входить два тождественных тяжелых кварка. В соотношении (5.58) имеется компонента, дающая нефизический вклад, но он зануляется при взятии матричного элемента по бариону и вакууму. При таком подходе барионные константы связи, вообще говоря, отличны от рассчитанных в разделе 3, так что необходимо провести дополнительный анализ двухточечных корреляционных функций, как это сделано в работе [98]. Однако подобный выбор тока имеет формальное преимущество при рассмотрении трехточечных корреляторов, определяющих формфакторы, скажем, полупертоновых распадов (рис. 29), что ясно видно ниже в ходе исследования правил сумм.

Рассмотрим коррелятор

$$\Pi_\mu = i^2 \int d^4x d^4y \langle 0 | T \{ J_F(x) J_\mu(0) \bar{J}_I(y) \} | 0 \rangle \exp(i p_F x - i p_I y), \quad (5.59)$$

где J_μ — ток слабого распада тяжелого кварка, индексы I и F — квантовые числа барионов в начальном и конечном состояниях соответственно. Согласно дисперсионным соотношениям теоретическая часть правил

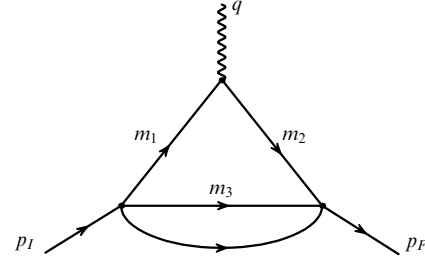


Рис. 29. Кварковая петля для трехточечного коррелятора в распаде бариона.

сумм допускает представление

$$\begin{aligned} \Pi_\mu^{\text{theor}}(s_1^0, s_2^0, q^2) &= \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{m_I^2}^{\infty} ds_1 \int_{m_F^2}^{\infty} ds_2 \frac{\rho_\mu(s_1, s_2, q^2)}{(s_1 - s_1^0)(s_2 - s_2^0)} + \dots \end{aligned} \quad (5.60)$$

Здесь многоточие обозначает возможные вычитания, обеспечивающие сходимость интегралов. Спектральные плотности ρ_μ вычислены в работе [98], где рассмотрен предел спиновой симметрии в эффективном лагранжиане тяжелых нерелятивистских кварков в приближении кварковой петли с учетом конденсата легких кварков. В этом случае достаточно определить лишь один скалярный коррелятор.

В самом деле, адронная часть правил сумм задается выражением

$$\begin{aligned} \Pi_\mu^{\text{phen}}(s_1^0, s_2^0, q^2) &= \sum_{\text{spins}} \frac{\langle 0 | J_F | \Xi_F(p_F) \rangle}{s_2^0 - M_F^2} \times \\ &\times \langle \Xi_F(p_F) | J_\mu | \Xi_I(p_I) \rangle \frac{\langle \Xi_I(p_I) | \bar{J}_I | 0 \rangle}{s_1^0 - M_I^2}, \end{aligned} \quad (5.61)$$

причем формфактор распада бариона со спином 1/2 в барион со спином 1/2 можно записать в общем виде:

$$\begin{aligned} \langle \Xi_F(p_F) | J_\mu | \Xi_I(p_I) \rangle &= \bar{u}(p_F) \{ \gamma_\mu G_1^V + v_\mu^I G_2^V + v_\mu^F G_3^V + \\ &+ \gamma_5 (\gamma_\mu G_1^A + v_\mu^I G_2^A + v_\mu^F G_3^A) \} u(p_I). \end{aligned} \quad (5.62)$$

Все шесть формфакторов в (5.62) являются независимыми. Однако в ведущем приближении лагранжиан NRQCD обладает спиновой симметрией, так что при малом импульсе отдачи, который ограничивает виртуальности глюонных обменов в адронном состоянии, можно получить соотношения, связывающие формфакторы, которые дают ненулевой вклад.

При малых отдачах, когда 4-скорости барионов v_I и v_F в начальном и конечном состояниях мало отличаются друг от друга, а их скалярное произведение близко к единице ($w = (v_I v_F) \rightarrow 1$), функция корреляции для распада тяжелого кварка в тяжелый имеет вид

$$\Pi_\mu^{\text{theor}} \propto \xi^{\text{IW}}(w) (1 + \not{v}_F) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) (1 + \not{v}_I), \quad (5.63)$$

где

$$\tilde{v}_I = v_I + \frac{m_3}{2m_1} (v_I - v_F), \quad (5.64)$$

$$\tilde{v}_F = v_F + \frac{m_3}{2m_2} (v_F - v_I). \quad (5.65)$$

Из (5.63) видно, что при минимальном импульсе отдачи функция корреляции определяется единственным формфактором ξ^{IW} , который, однако, не является универсальным, так как зависит от кваркового состава бариона.

Для распада тяжелого кварка в легкий функция корреляции записывается как

$$P_\mu^{\text{theor}} \propto \{\xi_1(w)\psi_I + \xi_2(w)\psi_F + \xi_3(w)\}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)(1 + \not{\psi}_I). \quad (5.66)$$

Отсюда можно получить соотношения спиновой симметрии:

$$G_1^V + G_2^V + G_3^V = \xi^{IW}(w), \quad (5.67)$$

$$G_1^A = \xi^{IW}(w) \quad (5.68)$$

и связь между функциями $\xi_i(w)$:

$$\xi_1(w) + \xi_2(w) = \xi_3(w) = \xi^{IW}(w).$$

Ввиду того что тяжелые адроны имеются в начальном и конечном состояниях, приходим к выводу, что лишь два формфактора не подавлены массой тяжелого кварка. Эти формфакторы связаны соотношением $G_1^V = G_1^A = \xi(w)$. При нулевой отдаче редуцированный матричный элемент определяется из уравнения

$$\begin{aligned} \xi^{IW}(w=1) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{8M_I M_F Z_I Z_F} \times \\ &\times \int_{(m_1+m_3)^2}^{s_I^{\text{theor}}} \int_{(m_1+m_2)^2}^{s_F^{\text{theor}}} \rho(s_I, s_F, q^2) \times \\ &\times \exp\left(-\frac{s_I - M_I^2}{B_I^2} - \frac{s_F - M_F^2}{B_F^2}\right) ds_I ds_F, \end{aligned} \quad (5.69)$$

Здесь B_I и B_F — параметры борелевского преобразования по инвариантным квадратам масс в начальном и конечном состояниях распада, а Z_I и Z_F — константы связи барионов с токами кварков.

Численные оценки. Из правил сумм (5.69) получаются оценки аналога функции Изгура – Вайза для формфакторов полупертоновых распадов дваждытяжелых барионов в состоянии барионов со спином 1/2, которые представлены в табл. 11 в сравнении со значениями, рассчитанными в потенциальной модели. Расхождение между значениями $\xi(1)$ в этих моделях не приводит к противоречиям, так как систематическая неопределенность составляет около 10 %. На рисунке 30 представлен результат для нормировки формфактора Изгура – Вайза при распаде $\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_{bc}$ в борелевской схеме правил сумм NRQCD.

Для расчета эксклюзивных ширин следует задать зависимость формфактора от переданного импульса. С

Таблица 11. Нормировка формфактора Изгура – Вайза $\xi(1)$ при нулевой отдаче импульса в правилах сумм и в потенциальной модели

Мода	Правила сумм	Потенциальная модель
$\Xi_{bb} \rightarrow \Xi_{bc}$	0,85	0,91
$\Xi_{bc} \rightarrow \Xi_{cc}$	0,91	0,99
$\Xi_{bc} \rightarrow \Xi_{bs}$	0,9	0,99
$\Xi_{cc} \rightarrow \Xi_{cs}$	0,99	1,0

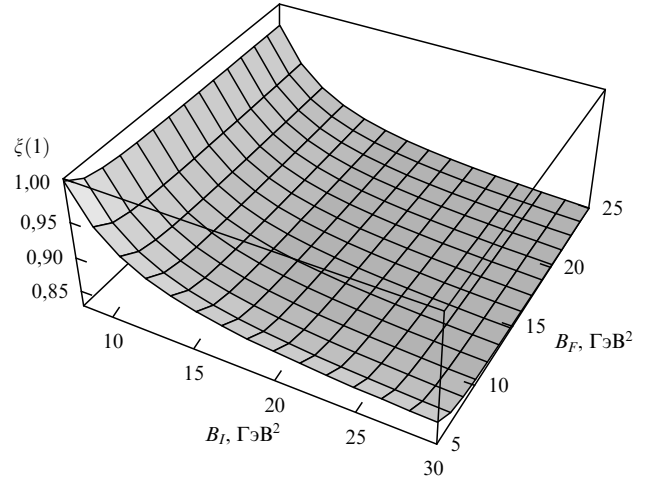


Рис. 30. Формфактор $\xi(1)$ для перехода $\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^0$ в борелевской схеме правил сумм NRQCD.

достаточной точностью можно принять полюсную модель:

$$\xi^{IW}(w) = \xi_0 \frac{1}{1 - q^2/m_{\text{pole}}^2}, \quad (5.70)$$

причем

$$m_{\text{pole}}[b \rightarrow c] = 6,3 \text{ ГэВ}, \quad m_{\text{pole}}[c \rightarrow s] = 1,85 \text{ ГэВ}.$$

Результаты вычислений относительных вероятностей эксклюзивных ширин дваждытяжелых барионов в рамках правил сумм NRQCD представлены в табл. 12, где полные ширины предполагались равными средним значениям, приведенным в табл. 10. В оценки включен также вклад от каскадных распадов в барионы со спином 3/2. Для этого использовались результаты работы [99], в которой рассматривались полупертоновые моды $\Xi_{bc} \rightarrow \Xi_{cc} + l\bar{\nu}$. В распадах Ξ_{bb}^0 и Ξ_{cc}^0 учитывалась антисимметризация по тождественным кваркам, для переходов $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_{cc}^+ X$ вводился поправочный фактор 0,62 из-за отрицательной интерференции Паули. Отметим, что по утверждению авторов работы [98] значения, полученные в правилах сумм, согласуются как с оценками в потенциальном подходе [99], так и с оценками инклюзивных ширин распадов, если просуммировать эксклюзивные каналы, представленные в табл. 12.

Таблица 12. Относительные вероятности (Br) эксклюзивных распадов барионов с двумя тяжелыми кварками

Мода	Br, %	Мода	Br, %
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^0 l\bar{\nu}_l$	14,9	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{++} l\bar{\nu}_l$	4,9
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^+ l\bar{\nu}_l$	4,6	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^0 l\bar{\nu}_l$	4,4
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^+ l\bar{\nu}_l$	4,1	$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_{cc}^+ l\bar{\nu}_l$	16,8
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^0 l\bar{\nu}_l$	7,5	$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^0 \pi^-$	2,2
$\Xi_{bb}^0 \rightarrow \Xi_{bc}^0 \rho^-$	5,7	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^{++} \pi^-$	0,7
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^+ \pi^-$	0,7	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^+ \rho^-$	1,9
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^+ \rho^-$	1,7	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^0 \pi^+$	7,7
$\Xi_{bc}^0 \rightarrow \Xi_{cc}^+ \pi^+$	7,1	$\Xi_{bc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^0 \rho^+$	21,7
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^0 \rho^+$	20,1	$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_{cc}^+ \pi^+$	15,7
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^0 \pi^+$	11,2	$\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_{cc}^+ \rho^+$	46,8
$\Xi_{cc}^+ \rightarrow \Xi_{cc}^0 \rho^+$	33,6		

5.5. Обсуждение

Выше в рамках последовательного рассмотрения операторного разложения по обратной массе тяжелого кварка вычислены полные времена жизни барионов с двумя тяжелыми кварками. Ведущий вклад разложения определяется спектаторными ширинами инклюзивных распадов тяжелых кварков, а значительные поправки возникают при учете эффектов интерференции Паули и электрослабого рассеяния, которые оказываются на уровне 20–30 % для барионов Ξ_{cc} и Ξ_{bc} .

Измерение времен жизни дваждытяжелых барионов позволит провести сравнительный анализ механизмов распадов адронов с тяжелыми кварками, что особенно актуально в свете исследования тонких эффектов с нарушением комбинированной СР-четности в секторе тяжелых кварков, так как характеристики взаимодействий кварков входят в измеряемые величины с факторами, образованными адронными матричными элементами от кварковых токов.

Надежное знание свойств этих матричных элементов в значительной мере может быть обогащено исследованием распадов и времен жизни барионов с двумя тяжелыми кварками. Такое изучение позволит количественно анализировать эффекты возможного нарушения кварк-адронной дуальности (которые, как отмечалось выше, вероятно, малы). Актуально рассмотреть зависимость ширины тяжелых кварков от состава адрона, что может быть существенно при выяснении причин большого отклонения от единицы отношения времен жизни бариона Λ_b - и В-мезонов. Измерение времен жизни дваждытяжелых барионов позволит также изучать характеристики конфайнмента тяжелых кварков в различных системах.

Открытое поле деятельности — расчеты эксклюзивных ширины распадов барионов с двумя тяжелыми кварками. Сделанные оценки в рамках правил сумм NRQCD и потенциальных моделях, безусловно, являются предварительными, так как остается вопрос о роли поправок по обратной массе тяжелого кварка, которые могут быть весьма существенными для адронов с очарованным кварком.

Кроме того, исследования эксклюзивных адронных распадов дваждытяжелых барионов представляют значительный практический интерес. Среди адронных распадов следует особо выделить каналы, в которых происходят не каскадные распады двух тяжелых кварков (так как эти моды потребуют восстановления трех вторичных вершин, например $\Xi_{cc} \rightarrow \Omega_c + X \rightarrow \Xi + X$), а процессы со слабым перерасеянием конститuentов — тяжелых кварков, что приводит лишь к одному тяжелому кварку в конечном состоянии.

Такой канал распада иллюстрирует рис. 31 для бариона Ξ_{bc} — необходимо детектировать лишь один тяжелый адрон. Вклад слабого перерасеяния в полную ширину довольно велик (около 20 %). Простые оценки факторов подавления показывают, что относительная вероятность распада должна находиться на уровне десятых долей процента.

Мы полагаем, что экспериментальные исследования дваждытяжелых барионов являются вполне реальной задачей прежде всего на адронных коллайдерах. Измерения характеристик их распадов способны значительно обогатить знания о механизмах распадов тяжелых кварков.

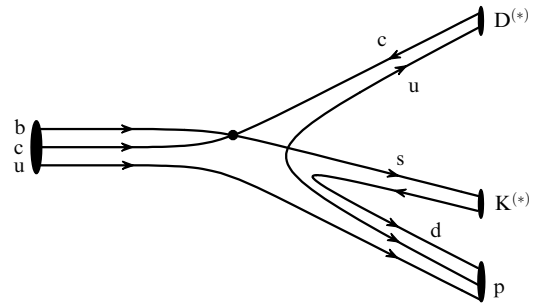


Рис. 31. Распад бариона $\Xi_{bc} \rightarrow D^{(*)} K^{(*)} p$ в процессе со слабым перерасеянием конститuentных b- и c-кварков.

6. Заключение

В этом обзоре представлены основные физические характеристики барионов, содержащих два тяжелых кварка. В основе описания таких адронов лежит иерархия масштабов энергии, которые определяют времена и расстояния, типичные для сильных взаимодействий в подсистемах, образующих барионы. Так, в силу нерелятивистского движения тяжелых кварков друг относительно друга время формирования системы двух тяжелых кварков больше, чем время жесткого образования тяжелых кварков и время "одевания" кварков жесткими глюонами.

С другой стороны, время формирования тяжелого дикварка намного меньше характерного времени взаимодействий при конфайнменте легких кварков (низкочастотные сильновзаимодействующие поля). Из-за иерархии сильных взаимодействий в рассматриваемых системах кварков удастся развить методы эффективной теории тяжелых кварков для барионов с двумя тяжелыми кварками, в которой можно формально выделить ведущее приближение и построить систематический метод вычисления поправок к нему.

В описании адронных систем с тяжелыми кварками на основе общих подходов были развиты специальные методы рассмотрения барионов с двумя тяжелыми кварками:

- потенциал статических кварков и потенциальная модель для дваждытяжелых барионов, разделение движения тяжелых кварков в дикварке и легкого кварка в поле дикварка;

- формулировка двухточечных правил сумм NRQCD для кварковых токов, соответствующих барионам с двумя тяжелыми кварками, расчет масс основных состояний барионов и их констант связи с токами в подходе с учетом поправок к локальному конденсату легких и странных кварков;

- вычисление аномальных размерностей барионных токов с двумя тяжелыми кварками;

- скейлинговые функции фрагментации дикварка;

- численные расчеты полного набора диаграмм четвертого порядка в КХД, анализ высших твистов по поперечному импульсу;

- обобщение метода операторного разложения для расчета инклюзивных ширины барионов с двумя тяжелыми и легким кварками;

- формулировка трехточечных правил сумм NRQCD для эксклюзивных полуперетонных распадов и адронных распадов в приближении факторизации тока перерасеяния.

Наиболее яркие физические эффекты в барионах, содержащих два тяжелых кварка, следующие:

наличие системы квазистационарных возбужденных уровней у барионов с тождественными тяжелыми кварками за счет подавления операторов переходов в низлежащие состояния, которое обусловлено необходимостью изменения квантовых чисел дикварка, так как для ряда состояний (согласно принципу запрета Паули) не подавленные массой тяжелого кварка и малым размером дикварка операторы должны обращаться в нуль;

каскадные процессы фрагментации при больших поперечных импульсах, в которых можно получать аналитические результаты для универсальных функций фрагментации в пертурбативной КХД (тяжелого кварка в тяжелый дикварк или тяжелого дикварка в дважды-тяжелый барион) и описывать их эволюцию из-за излучения жестких глюонов в рамках ренормгруппы КХД;

разделение режимов фрагментации и рекомбинации в адронных процессах на основе учета высших твистов по поперечному импульсу, описание которых можно проводить в рамках теории возмущений КХД при расчете полного набора диаграмм в заданном порядке по константе связи;

большие (20–50 %) вклады зависящих от состава бариона несекторных эффектов интерференции Паули и слабого перерасеяния в полные времена жизни дваждытяжелых барионов, особенно при наличии очарованного кварка, что приводит к сильному расщеплению времен жизни барионов:

$$\begin{aligned}\tau[\Xi_{cc}^{++}] &> \tau[\Omega_{cc}^+] > \tau[\Xi_{cc}^+], \\ \tau[\Xi_{bc}^+] &> \tau[\Xi_{bc}^0] > \tau[\Omega_{bc}^0], \\ \tau[\Xi_{bb}^-] &\approx \tau[\Omega_{bb}^-] > \tau[\Xi_{bb}^0];\end{aligned}$$

каскадные механизмы распадов барионов с двумя тяжелыми кварками, наличие особых мод распада за счет слабого перерасеяния, имеющих большую относительную вероятность.

Безусловно, прямые измерения масс основных состояний и возбужденных уровней позволяют существенно конкретизировать динамику формирования связанных состояний с тяжелыми кварками. Требуют детального теоретического рассмотрения процессы радиационных переходов между квазистационарными уровнями дваждытяжелых барионов (как электромагнитные, так и адронные), для которых можно развить метод кирального лагранжиана в случае мягкого испускания голдстоуновских мезонов, в частности пионов.

В настоящем обзоре представлена довольно полная картина механизмов образования дваждытяжелых барионов. Наиболее перспективными можно считать поиски таких барионов на адронных коллайдерах с большой светимостью. Весьма содержательными могли бы стать распределения по поперечным импульсам барионов, которые содержат в себе информацию о режимах рождения и, возможно, вносят ясность в понимание причин, обуславливающих расхождение теории с экспериментальными данными по выходу b-адронов.

Пожалуй, самой интересной экспериментальной информацией следует признать данные по временам жизни дваждытяжелых барионов, так как они тесно связаны со всей системой описания инклюзивных распадов тяжелых адронов. Здесь важно знать относительные вероятности полуперептонных ширин, которые показы-

вают вклад глюонных поправок в нелептонном лагранжиане слабых заряженных токов кварков. Времена жизни позволят существенно обогатить знания о массах тяжелых кварков и относительной роли различных механизмов распада, к которым они чрезвычайно чувствительны. Можно полагать, что значительных теоретических усилий потребует описание эксклюзивных адронных распадов барионов с двумя тяжелыми кварками.

В целом физика барионов, содержащих два тяжелых кварка, чрезвычайно богата и информативна. Она по праву займет достойное место в экспериментальных исследованиях в свете оптимистических предпосылок, которые рисует нам современная теория в этой области.

Авторы выражают благодарность своим соавторам С.С. Герштейну, А.В. Бережному, А.Э. Ковальскому и М.В. Шевлягину, с которыми был получен ряд результатов, вошедших в этот обзор, причем особо следует отметить большой вклад в представленные исследования А.И. Онищенко. Мы благодарны также В.А. Рубакову, А.Л. Катаеву, А. Али, В. Бухмюллеру, К.А. Тер-Мартirosяну и В.А. Салееву за плодотворные обсуждения результатов исследований, составивших основу материала обзора.

Работа частично поддержана грантами Российского фонда фундаментальных исследований (01-02-99315, 01-02-16585, 00-15-96645) и Министерства образования РФ (00-3.3-62).

7. Приложения

7.1. Коэффициенты спектральных плотностей

Спектральные плотности в уравнении (3.18) имеют коэффициенты

$$\begin{aligned}\eta_{1,0} &= 16\omega^2 (429M_{\text{diq}}^3 + 715M_{\text{diq}}^2\omega + 403M_{\text{diq}}\omega^2 + 77\omega^3), \\ \eta_{1,1} &= 104\omega (231M_{\text{diq}}^3 + 297M_{\text{diq}}^2\omega + 121M_{\text{diq}}\omega^2 + 15\omega^3), \\ \eta_{1,2} &= \frac{10}{(M_{\text{diq}} + \omega)^2} (3003M_{\text{diq}}^5 + 9009M_{\text{diq}}^4\omega + \\ &\quad + 9438M_{\text{diq}}^3\omega^2 + 4290M_{\text{diq}}^2\omega^3 + 871M_{\text{diq}}\omega^4 + 77\omega^5).\end{aligned}\quad (7.1)$$

Коэффициенты спектральных плотностей в уравнении (3.19) записываются в виде

$$\begin{aligned}\eta_{2,0} &= 42\omega (M_{\text{diq}}^2 + 48M_{\text{diq}}\omega + 14\omega^2), \\ \eta_{2,1} &= 3 (35M_{\text{diq}}^2 + 28M_{\text{diq}}\omega + 5\omega^2), \\ \eta_{2,2} &= \frac{1}{(M_{\text{diq}} + \omega)^2} (105M_{\text{diq}}^3 + 315M_{\text{diq}}^2\omega + \\ &\quad + 279M_{\text{diq}}\omega^2 + 77\omega^3).\end{aligned}\quad (7.2)$$

Спектральные плотности с учетом кулоновских поправок в уравнении (3.23) определяются коэффициентами

$$\begin{aligned}\eta_{1,0}^C &= (2M_{\text{diq}} + \omega)^2\omega^2, \\ \eta_{1,1}^C &= \frac{3(2M_{\text{diq}} + \omega)\omega}{M_{\text{diq}} + \omega} (4M_{\text{diq}}^3 + 6M_{\text{diq}}^2\omega + 4M_{\text{diq}}\omega^2 + \omega^3), \\ \eta_{1,2}^C &= \frac{1}{(M_{\text{diq}} + \omega)^2} (12M_{\text{diq}}^4 + 24M_{\text{diq}}^3\omega + 32M_{\text{diq}}^2\omega^2 + \\ &\quad + 20M_{\text{diq}}\omega^3 + 5\omega^4).\end{aligned}\quad (7.3)$$

С учетом кулоновских поправок коэффициенты спектральных плотностей в уравнении (3.24) имеют вид

$$\begin{aligned}\eta_{2,0}^C &= (2\mathcal{M}_{\text{diq}} + \omega)\omega, \\ \eta_{2,1}^C &= \frac{2}{\mathcal{M}_{\text{diq}} + \omega} (2\mathcal{M}_{\text{diq}}^2 + 2\mathcal{M}_{\text{diq}}\omega + \omega^2), \\ \eta_{2,0}^C &= \frac{2}{(\mathcal{M}_{\text{diq}} + \omega)^2} (2\mathcal{M}_{\text{diq}}^2 + 2\mathcal{M}_{\text{diq}}\omega + \omega^2).\end{aligned}\quad (7.4)$$

Для спектральных плотностей с глюонным конденсатом в уравнении (3.29) находим

$$\begin{aligned}\eta_{1,0}^{G^2} &= 84\mathcal{M}_{\text{diq}}^3 + 196\mathcal{M}_{\text{diq}}^2\omega + 133\mathcal{M}_{\text{diq}}\omega^2 + 11\omega^3, \\ \eta_{1,1}^{G^2} &= -\frac{2}{\mathcal{M}_{\text{diq}} + \omega} (210\mathcal{M}_{\text{diq}}^3 + 70\mathcal{M}_{\text{diq}}^2\omega + \\ &\quad + 21\mathcal{M}_{\text{diq}}\omega^2 + 3\omega^3), \\ \eta_{1,2}^{G^2} &= \frac{2}{(\mathcal{M}_{\text{diq}} + \omega)^2} (210\mathcal{M}_{\text{diq}}^3 + 70\mathcal{M}_{\text{diq}}^2\omega + \\ &\quad + 21\mathcal{M}_{\text{diq}}\omega^2 + 3\omega^3).\end{aligned}\quad (7.5)$$

7.2. Распределение по поперечному импульсу

При фрагментации векторного дикварка в скейлинговом пределе распределение по $t = p_{\perp}/M$ для барионного состояния относительно оси фрагментации задается функцией

$$\begin{aligned}D(t) &= \frac{64\alpha_s^2}{81\pi} \frac{|R(0)|^2}{3(1-r)^5 M^3} \frac{1}{t^6} \times \\ &\times \left(t(30r^3 - 30r^4 - 61t^2r + 45r^2t^2 + 33r^3t^2 - \right. \\ &\quad - 17r^4t^2 + 3t^4 - 9rt^4 + 15r^2t^4 - 9r^3t^4) - \\ &\quad - (30r^4 - 99r^2t^2 - 54r^3t^2 + 27r^4t^2 + 9t^4 + 18rt^4 - 6r^2t^4 + \\ &\quad + 18r^3t^4 + 3r^4t^4 + 3t^6 - 6rt^6 + 9r^2t^6) \arctan \frac{(1-r)t}{r+t^2} + \\ &\quad \left. + 24(2r^3t + rt^3 + r^2t^3) \ln \frac{r^2(1+t^2)}{r^2+t^2} \right).\end{aligned}\quad (7.6)$$

7.3. Спектаторные эффекты в распадах барионов

Операторы интерференции Паули и электрослабого рассеяния в барионах Ξ_{cc} имеют вид

$$\begin{aligned}\mathcal{T}_{\text{PI}} &= -\frac{2G_F^2}{4\pi} m_c^2 \left(1 - \frac{m_c}{m_u}\right)^2 \times \\ &\times \left\{ \left[\left(\frac{(1-z_-)^2}{2} - \frac{(1-z_-)^3}{4} \right) \times \right. \right. \\ &\quad \times (\bar{c}_i \gamma_\alpha (1-\gamma_5) c_i) (\bar{q}_j \gamma^\alpha (1-\gamma_5) q_j) + \\ &\quad + \left. \left(\frac{(1-z_-)^2}{2} - \frac{(1-z_-)^3}{3} \right) (\bar{c}_i \gamma_\alpha \gamma_5 c_i) (\bar{q}_j \gamma^\alpha (1-\gamma_5) q_j) \right] \times \\ &\quad \times \left[(C_+ + C_-)^2 + \frac{1}{3} (1-k^{1/2})(5C_+^2 + C_-^2 - 6C_+C_-) \right] + \\ &\quad + \left[\left(\frac{(1-z_-)^2}{2} - \frac{(1-z_-)^3}{4} \right) \times \right. \\ &\quad \times (\bar{c}_i \gamma_\alpha (1-\gamma_5) c_j) (\bar{q}_j \gamma^\alpha (1-\gamma_5) q_i) +\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&+ \left(\frac{(1-z_-)^2}{2} - \frac{(1-z_-)^3}{3} \right) (\bar{c}_i \gamma_\alpha \gamma_5 c_j) (\bar{q}_j \gamma^\alpha (1-\gamma_5) q_i) \Big] \times \\ &\times k^{1/2} (5C_+^2 + C_-^2 - 6C_+C_-) \Big\},\end{aligned}\quad (7.7)$$

$$\begin{aligned}\mathcal{T}_{\text{WS}} &= \frac{2G_F^2}{4\pi} p_+^2 (1-z_+)^2 \times \\ &\times \left[\left(C_+^2 + C_-^2 + \frac{1}{3} (1-k^{1/2})(C_+^2 - C_-^2) \right) \times \right. \\ &\quad \times (\bar{c}_i \gamma_\alpha (1-\gamma_5) c_i) (\bar{q}_j \gamma^\alpha (1-\gamma_5) q_j) + \\ &\quad + k^{1/2} (C_+^2 - C_-^2) (\bar{c}_i \gamma_\alpha (1-\gamma_5) c_j) (\bar{q}_j \gamma^\alpha (1-\gamma_5) q_i) \Big],\end{aligned}\quad (7.8)$$

причем $p_+ = p_c + p_q$, $p_- = p_c - p_q$, $z_{\pm} = m_c^2/p_{\pm}^2$. В выражениях для p_+ и p_- мы используем их пороговые значения

$$p_+ = p_c \left(1 + \frac{m_q}{m_c}\right), \quad p_- = p_c \left(1 - \frac{m_q}{m_c}\right).$$

Формулы (7.7) и (7.8) выведены с учетом низкоэнергетической перенормировки нелептонного лагранжиана слабого взаимодействия нерелятивистских тяжелых кварков [6, 89]

$$\begin{aligned}L_{\text{eff, log}} &= \frac{G_F^2 m_c^2}{2\pi} \left[\frac{1}{2} \left(C_+^2 + C_-^2 + \frac{1}{3} (1-k^{1/2})(C_+^2 - C_-^2) \right) \times \right. \\ &\quad \times (\bar{c} \Gamma_\mu c) (\bar{d} \Gamma^\mu d) + \frac{1}{2} (C_+^2 - C_-^2) k^{1/2} (\bar{c} \Gamma_\mu d) (\bar{d} \Gamma^\mu c) + \\ &\quad + \frac{1}{3} (C_+^2 - C_-^2) k^{1/2} (k^{-2/9} - 1) (\bar{c} \Gamma_\mu t^a c) j_\mu^a - \\ &\quad - \frac{1}{8} \left((C_+ + C_-)^2 + \frac{1}{3} (1-k^{1/2})(5C_+^2 + C_-^2 - 6C_+C_-) \right) \times \\ &\quad \times \left(\bar{c} \Gamma_\mu c + \frac{2}{3} \bar{c} \gamma_\mu \gamma_5 c \right) (\bar{u} \Gamma^\mu u) - \\ &\quad - \frac{1}{8} k^{1/2} (5C_+^2 + C_-^2 - 6C_+C_-) \times \\ &\quad \times \left(\bar{c}_i \Gamma_\mu c_k + \frac{2}{3} \bar{c}_i \gamma_\mu \gamma_5 c_k \right) (\bar{u}_k \Gamma^\mu u_i) - \\ &\quad - \frac{1}{8} \left((C_+ - C_-)^2 + \frac{1}{3} (1-k^{1/2})(5C_+^2 + C_-^2 + 6C_+C_-) \right) \times \\ &\quad \times \left(\bar{c} \Gamma_\mu c + \frac{2}{3} \bar{c} \gamma_\mu \gamma_5 c \right) (\bar{s} \Gamma^\mu s) - \\ &\quad - \frac{1}{8} k^{1/2} (5C_+^2 + C_-^2 + 6C_+C_-) \times \\ &\quad \times \left(\bar{c}_i \Gamma_\mu c_k + \frac{2}{3} \bar{c}_i \gamma_\mu \gamma_5 c_k \right) (\bar{s}_k \Gamma^\mu s_i) - \\ &\quad - \frac{1}{6} k^{1/2} (k^{-2/9} - 1) (5C_+^2 + C_-^2) \left(\bar{c} \Gamma_\mu t^a c + \frac{2}{3} \bar{c} \gamma_\mu \gamma_5 t^a c \right) j_\mu^{a\mu} \Big],\end{aligned}\quad (7.9)$$

где

$$\Gamma_\mu = \gamma_\mu (1-\gamma_5), \quad k = \frac{\alpha_s(\mu)}{\alpha_s(m_c)},$$

$$j_\mu^a = \bar{u} \gamma_\mu t^a u + \bar{d} \gamma_\mu t^a d + \bar{s} \gamma_\mu t^a s$$

— цветовой ток легких кварков ($t^a = \lambda^a/2$ — цветовые генераторы).

Здесь необходимо сделать замечание относительно членов эффективного лагранжиана, содержащих цветной ток легких кварков. Мы пренебрегли этими членами, так как они входят в лагранжиан с множителем $k^{-2/9} - 1$, численное значение которого порядка 0,054.

Список литературы

- Weinberg S *Phys. Rev. Lett.* **19** 1264 (1967); Salam A, in *Elementary Particle Theory. Relativistic Groups and Analyticity. Proc. of the 8th Nobel Symp., May, 1968, Aspenäs garden, Lerum* (Ed. N Svartholm) (Stockholm: Almqvist & Wiksell, 1968) p. 367; Glashow S L, Iliopoulos J, Maiani L *Phys. Rev. D* **2** 1285 (1970)
- Stone S *Nucl. Instrum. Methods A* **462** 323 (2001); hep-ph/0012162; Rosner J L "CP violation in B decays", hep-ph/0011355; *Lecture Notes of TASI-2000* (Ed. J L Rosher) (Singapore: World Scientific, 2001); Faccioli P *Nucl. Instrum. Methods A* **462** 313 (2001); hep-ph/0011269
- Chetyrkin K, Narison S *Phys. Lett. B* **485** 145 (2000); Gershtein S S, Likhoded A K, Prokoshkin Yu D *Z. Phys. C* **24** 305 (1984)
- Gershtein S S et al., Talk given at 4th Intern. Workshop "Progress in Heavy Quark Physics", Rostock, Germany, 20–22 September 1997; Герштейн С С и др. *УФН* **165** 3 (1995)
- Abe F et al. (CDF Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **81** 2432 (1998); *Phys. Rev. D* **58** 112004 (1998)
- Волошин М Б, Шифман М А *ЯФ* **41** 187 (1985); *ЖЭТФ* **91** 1180 (1986)
- Shifman M A, Vainshtein A I, Zakharov V I *Nucl. Phys. B* **147** 385 (1979); Reinders L J, Rubinstein H R, Yazaki S *Phys. Rep.* **127** 1 (1985); Novikov V A et al. *Phys. Rep.* **41** 1 (1978)
- Quigg C, Rosner J L *Phys. Rep.* **56** 167 (1979)
- Neubert M *Phys. Rep.* **245** 259 (1994)
- Bodwin G T, Braaten E, Lepage G P *Phys. Rev. D* **51** 1125 (1995); **55** 5853 (1997); Mannel T, Schuler G A *Z. Phys. C* **67** 159 (1995)
- Brambilla N et al. *Nucl. Phys. B* **566** 275 (2000); *Phys. Rev. D* **60** 091502 (1999)
- Savage M J, Wise M B *Phys. Lett. B* **248** 117 (1990); Savage M J, Springer R P *Int. J. Mod. Phys. A* **6** 1701 (1991); Fleck S, Richard J M *Part. World* **1** 760 (1989); *Prog. Theor. Phys.* **82** 760 (1989); Lichtenberg D B, Roncaglia R, Predazzi E *Phys. Rev. D* **53** 6678 (1996); Stong M L "Spectra of baryons containing two heavy quarks", hep-ph/9505217; Richard J M *Phys. Rep.* **212** 1 (1992)
- Buchmüller W, Tye S-H H *Phys. Rev. D* **24** 132 (1981)
- Gottfried K *Phys. Rev. Lett.* **40** 598 (1978); Voloshin M *Nucl. Phys. B* **154** 365 (1979); Peskin M *Nucl. Phys. B* **156** 365 (1979)
- Rosner J L *Phys. Lett. B* **385** 293 (1996)
- Eichten E et al. *Phys. Rev. D* **17** 3090 (1978); **21** 203 (1980)
- Quigg C, Rosner J L *Phys. Lett. B* **71** 153 (1977)
- Martin A *Phys. Lett. B* **93** 338 (1980)
- Richardson J L *Phys. Lett. B* **82** 272 (1979)
- Susskind L, in *Weak and Electromagnetic Interactions at High Energy* (Eds R Balian, C H Llewellyn Smith) (Amsterdam: North-Holland, 1977) p. 207; Fischler W *Nucl. Phys. B* **129** 157 (1977); Appelquist T, Dine M, Muzinich I J *Phys. Lett. B* **69** 231 (1977); *Phys. Rev. D* **17** 2074 (1978); Billoire A *Phys. Lett. B* **92** 343 (1980); Eichten E, Feinberg F L *Phys. Rev. Lett.* **43** 1205 (1979); *Phys. Rev. D* **23** 2724 (1981)
- Peter M *Nucl. Phys. B* **501** 471 (1997); *Phys. Rev. Lett.* **78** 602 (1997)
- Schröder Y *Phys. Lett. B* **447** 321 (1999)
- Caso C et al. *Eur. Phys. J. C* **3** 1 (1998)
- Kiselev V V, Kovalsky A E, Onishchenko A I *Phys. Rev. D* **64** 054009 (2001)
- Simonov Yu A *Phys. Rep.* **320** 265 (1999); СИМОНОВ Ю А *УФН* **166** 337 (1996); Simonov Yu A, Titard S, Yndurain F J *Phys. Lett. B* **354** 435 (1995)
- Герштейн С С и др. *ЯФ* **63** 334 (2000); *Phys. Rev. D* **62** 054021 (2000); *Heavy Ion Phys.* **9** 133 (1999); *Mod. Phys. Lett. A* **14** 135 (1999)
- Hoang A H et al. *Phys. Rev. D* **59** 114014 (1999)
- Eichten E, Feinberg F *Phys. Rev. D* **23** 2724 (1981); Gromes D *Z. Phys. C* **26** 401 (1985)
- Ebert D et al. *Z. Phys. C* **76** 111 (1997)
- Logunov A A, Tavkhelidze A N *Nuovo Cimento* **29** 380 (1963)
- Tong S-P et al. *Phys. Rev. D* **62** 054024 (2000)
- Roncaglia R, Lichtenberg D B, Predazzi E *Phys. Rev. D* **52** 1722 (1995)
- Körner J G, Krämer M, Pirjol D *Prog. Part. Nucl. Phys.* **33** 787 (1994)
- Itoh Ch et al. *Phys. Rev. D* **61** 057502 (2000)
- Kaur H, Khanna M P "Masses of heavy hadrons", hep-ph/0005077
- Singh C P, Khanna M P *Lett. Nuovo Cimento* **30** 276 (1981)
- Dai W-Sh et al. *Phys. Rev. D* **62** 114026 (2000)
- Bagan E, Chabab M, Narison S *Phys. Lett. B* **306** 350 (1993); Bagan E et al. *Z. Phys. C* **64** 57 (1994)
- Kiselev V V, Onishchenko A I "Two-loop anomalous dimensions for currents of baryons with two heavy quarks in NRQCD", hep-ph/9810283
- Groote S, Körner J G, Yakovlev O I *Phys. Rev. D* **54** 3447 (1996)
- Смилга А *ЯФ* **35** 473 (1982)
- Kiselev V V, Kovalsky A E *Phys. Rev. D* **64** 014002 (2001)
- Kiselev V V, Onishchenko A I *Nucl. Phys. B* **581** 432 (2000)
- Cutkosky R E *J. Math. Phys.* **1** 429 (1960)
- Beneke M *Phys. Rep.* **317** 1 (1999)
- Beneke M, Signer A *Phys. Lett. B* **471** 233 (1999); hep-ph/9906475
- Hoang A H *Phys. Rev. D* **61** 034005 (2000)
- Melnikov K, Yelkhovsky A *Phys. Rev. D* **59** 114009 (1999)
- Ovchinnikov A I, Pivovarov A A *Phys. Lett. B* **163** 231 (1985)
- Falk A F et al. *Phys. Rev. D* **49** 555 (1994)
- Kiselev V V, Likhoded A K, Shevlyagin M V *Z. Phys. C* **63** 77 (1994)
- Киселев В В, Лиходед А К, Шевлягин М В *ЯФ* **57** 733 (1994)
- Berezhnoy A V, Kiselev V V, Likhoded A K *Z. Phys. A* **356** 79 (1996)
- Berezhnoy A V, Kiselev V V, Likhoded A K *Z. Phys. A* **356** 89 (1996)
- Kiselev V V, Likhoded A K, Shevlyagin M V *Phys. Lett. B* **332** 411 (1994); Киселев В В, Лиходед А К, Шевлягин М В *ЯФ* **58** 1092 (1995)
- Braguta V V, Chalov A E "Pair production of doubly heavy baryons", hep-ph/0005149
- Kiselev V V *Phys. Rev. D* **58** 054008 (1998); Киселев В В *ЯФ* **62** 335 (1999)
- Braaten E, Fleming S, Yuan T C *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **46** 197 (1997)
- Braaten E, Yuan T C *Phys. Rev. Lett.* **71** 1673 (1993); Braaten E, Cheung K, Yuan T C *Phys. Rev. D* **48** 4230, 5049 (1993)
- Jaffe R L, Randall L *Nucl. Phys. B* **412** 79 (1994)
- Киселев В В, Ковальский А Э *ЯФ* **63** 1728 (2000)
- Мартыненко А П, Салеев В А *ЯФ* **60** 517 (1997); Martynenko A P, Saleev V A *Phys. Lett. B* **385** 297 (1996)
- Салеев В А *ЯФ* **63** 1716 (2000)
- Georgi H, Wise M B *Phys. Lett. B* **243** 279 (1990); Carone C D *Phys. Lett. B* **253** 408 (1991); Savage M J, Wise M B *Phys. Lett. B* **248** 177 (1990)
- Бережной А В, Киселев В В, Лиходед А К *ЯФ* **59** 909 (1996)
- Baranov S P *Phys. Rev. D* **54** 3228 (1996)
- Doncheski M A, Steegborn J, Stong M L *Phys. Rev. D* **53** 1247 (1996)
- Бережной А В, Лиходед А К, Шевлягин М В *ЯФ* **58** 730 (1995); Бережной А В, Лиходед А К, Ющенко О П *ЯФ* **59** 742 (1996)
- Lai H L et al. *Phys. Rev. D* **55** 1280 (1997)
- Owens J F *Phys. Rev. D* **30** 943 (1984)
- Berezhnoy A V, Kiselev V V, Likhoded A K, Onishchenko A I *Phys. Rev. D* **57** 4385 (1998)
- Vogt R, Brodsky S J *Nucl. Phys. B* **478** 311 (1996)
- Moinester M A *Z. Phys. A* **355** 349 (1996); Kaplan D M, Kwan S (Eds) *The Future of High Sensitivity Charm Experiments. Proc. of the CHARM 2000 Workshop, Fermilab, June 7–9, 1994*, Preprint Fermilab-Conf-94/190 (Batavia, IL: Fermilab, 1994)
- Beneke M, Buchalla G *Phys. Rev. D* **53** 4991 (1996)
- Окунь Л Б *Лептоны и кварки* (М.: Наука, 1981)
- Bigi I et al. *B Decays* (Ed. S Stone) 2nd ed. (Singapore: World Scientific, 1994)
- Guberina B, Rückl R, Trampetic J Z. *Phys. C* **33** 297 (1986)

78. Bigi I, Uraltsev N, Vainshtein A *Phys. Lett. B* **293** 430 (1992); **297** 477 (1993); Blok B, Shifman M *Nucl. Phys. B* **399** 441 (1993); Bigi I et al. *Phys. Lett. B* **323** 408 (1994)
79. Manohar A V, Wise M B *Phys. Rev. D* **49** 1310 (1994)
80. Falk A F et al. *Phys. Lett. B* **326** 145 (1994); Koyrakh L *Phys. Rev. D* **49** 3379 (1994)
81. Kiselev V V, Likhoded A K, Onishchenko A I *Phys. Rev. D* **60** 014007 (1999)
82. Altarelli G et al. *Nucl. Phys. B* **187** 461 (1981)
83. Buras A J, Weisz P H *Nucl. Phys. B* **333** 66 (1990)
84. Buchalla G *Nucl. Phys. B* **391** 501 (1993)
85. Hokim Q, Pham X Y *Phys. Lett. B* **122** 297 (1983); *Ann. Phys. (New York)* **155** 202 (1984)
86. Bagan E et al. *Nucl. Phys. B* **432** 3 (1994); *Phys. Lett. B* **342** 362 (1995); **351** 546 (1995)
87. Kiselev V V, Likhoded A K, Onishchenko A I *Eur. Phys. J. C* **16** 461 (2000)
88. Gershtein S S et al. *Phys. Rev. D* **51** 3613 (1995)
89. Voloshin M B *Phys. Lett. B* **385** 369 (1996)
90. Voloshin M B "Inclusive weak decay rates of heavy hadrons", hep-ph/0004257
91. Altarelli G et al. *Phys. Lett. B* **382** 409 (1996)
92. Quigg C, in *Proc. of the Workshop on B Physics at Hadron Accelerators, Snowmass, Colorado, 1993*, Preprint Fermilab-Conf-93/267 (Eds P McBride, C S Mishra) (Batavia, IL: Fermilab, 1993) p. 439
93. Bigi I *Phys. Lett. B* **371** 105 (1996)
94. Kiselev V V, Likhoded A K, Onishchenko A I *Nucl. Phys. B* **569** 473 (2000); Kiselev V V, Kovalsky A E, Likhoded A K *Nucl. Phys. B* **585** 353 (2000)
95. Guberina B, Melic B, Stefancic H *Eur. Phys. J. C* **9** 213 (1999)
96. Onishchenko A I "Doubly heavy systems: decays and OPE", hep-ph/9912424; Likhoded A K, Onishchenko A I "Lifetimes of doubly heavy baryons", hep-ph/9912425
97. Guberina B, Melic B, Stefancic H *Phys. Lett. B* **484** 43 (2000)
98. Onishchenko A I "Exclusive decays of $\Xi_{QQ'}$ baryons in NRQCD sum rules", hep-ph/0006271; "Inclusive and exclusive decays of doubly heavy baryons", hep-ph/0006295; talk given at *5th Intern. Workshop "Heavy Quark Physics", Dubna, Russia, 2000*
99. Sanchis-Lozano M A *Nucl. Phys. B* **440** 251 (1995)

Baryons with two heavy quarks

V.V. Kiselev, A.K. Likhoded

Russian State Research Center — Institute for High Energy Physics,
142284 Protvino, Moscow Region, Russian Federation
Tel. (7-0967) 71-3780. Fax (7-0967) 74-28 24
E-mail: kiselev@th1.ihep.su

Basic physical characteristics of doubly heavy baryons are examined, including spectroscopy (which is treated in the potential approach and within the QCD sum rules framework); production mechanisms for various interactions (the fragmentation model with preasymptotic twist corrections of higher order in the baryon transverse momentum); inclusive decays and lifetimes (operator expansion in the inverse powers of the heavy quark masses); and exclusive decays (the QCD sum rules framework). The effective theory of heavy quarks is extended to systems with two heavy quarks and one light quark. The masses, decay widths and yields of doubly heavy baryons are calculated for the experimental facilities now being operated or planned. Prospects for the detection and observation of such baryons are discussed, the most interesting physical effects involving them are discussed, and their impact on the theory of heavy quark dynamics is considered.

PACS numbers: 12.38.Aw, **12.39**.—x, 14.20.Lq, 14.20.Mr

Bibliography — 99 references

Received 23 February 2001, revised 10 October 2001