

кристаллоподобной моделью Вселенной (см., например, [34]).

Заметим теперь, что нейтроны в нейтронной звезде тоже образуют кристаллы. Продолжая эту аналогию, можно ожидать, что если нейтронная звезда схлопнется, т.е. раздавит нейтроны, то получится кристалл, сложенный из кварков — черная дыра. Гравитационный коллапс черной дыры (как кристалла), по-видимому, и приводит к Большому взрыву. Возможно, об этом свидетельствует анизотропия реликтового излучения, которая может помочь определить симметрию взорвавшегося кристалла [35].

Список литературы

1. Дайсон Ф, в кн. *Устойчивость и фазовые переходы* (М.: Мир, 1973) с. 17
2. Фейнман Р, Лейтон Р, Сэндс М *Фейнмановские лекции по физике* Т. 7 (М.: Мир, 1977)
3. Делоне Б Н, Долбиллин Н П, Штогрин М И, Галиулин Р В *ДАН СССР* **227** 19 (1976)
4. Галиулин Р В *Кристаллография* **43** 366 (1998)
5. Delaunay B N, in *Proc. Intern. Mathematical Congress, Toronto, 1924* (Toronto: Univ. of Toronto Press, 1928) p. 695
6. Галиулин Р В *Кристаллография* **25** 901 (1980)
7. Галиулин Р В *Кристаллографическая геометрия* (М.: Наука, 1984)
8. Агиштейн М Э, Мигдал А А, в кн. *Эксперимент на дисплее. Первые шаги вычислительной физики* (Ред.-сост. Р З Сагдеев) (М.: Наука, 1989) с. 141
9. Медведев Н Н *Метод Вороного – Делоне в исследовании структуры некристаллических систем* (Новосибирск: Изд-во СО РАН НИЦ ОИГГМ, 2000)
10. Винберг Э Б, Шварцман О В "Дискретные группы движений пространств постоянной кривизны", в сб. *Итоги науки и техники. Сер. Современные проблемы математики. Фундаментальные направления* Т. 29 *Геометрия-2* (М.: ВИНТИ, 1988) с. 147
11. Галиулин Р В *Природа* (12) 20 (1991)
12. Фаддеев Д К *Таблица основных унитарных представлений федоровских групп* (М.: ИАН, 1961)
13. Galiulin R V *Sci. Spectra* (14) 54 (1998)
14. Нетер Э, в кн. *Вариационные принципы механики* (М.: Физматгиз, 1959) с. 611
15. Штогрин М И, Дисс. ... докт. физ.-мат. наук (М.: МИАН, 2000)
16. Danzer L, в сб. *Тез. Межд. Федоровской конференции, посвященной 100-летию вывода федоровских групп* (Л.: Горный институт, 1991) с. 47
17. Антонюк П Н, Галиулин Р В, Макаров В С *Природа* (7) 28 (1993)
18. Федоров Е С *Изв. С.-Петербург. биол. лабор.* **7** (1) 25 (1906); **7** (2) 9 (1906)
19. Штогрин М И *Мат. заметки* **44** 262 (1988)
20. Шубников А В *Изв. Им. АН. Сер. 6* **10** (9) 755 (1916)
21. Делоне Б Н *Изв. АН СССР. Сер. Матем.* **23** 365 (1959)
22. Никулин В В, Шафаревич И Р *Геометрии и группы* (М.: Наука, 1983)
23. Фоменко А Т *Наглядная геометрия и топология* (М.: Изд-во МГУ, 1998)
24. Akchurin M Sh, Regel V R *Chem. Rev.* **XXX** 1 (1998)
25. Позняк Э Г, Попов А Г *Уравнение синус-Гордона: геометрия и физика. Математика и кибернетика* (М.: Знание, 1991)
26. Галиулин Р В *Материаловедение* **6** 2 (1999)
27. Кузьменков Л С, в кн. *Процессы реального кристаллообразования* (Отв. ред. Н В Белов) (М.: Наука, 1977) с. 221
28. Rudnev S V, in *Computing Math. Appl.* Vol. 16 (5–8) (1988) p. 597
29. Иванова В С и др. *Синергетика и фракталы в материаловедении* (М.: Наука, 1994)
30. Антонюк П Н, Галиулин Р В *Доклады РАН* **341** 610 (1995)
31. Галиулин Р В *Наука и жизнь* (8) 59 (1995)
32. Ефремов Ю Н *Очаги звездообразования в галактиках* (М.: Наука, 1989)
33. Ivanenko D D, Galiulin R V, in *Problems on High Energy Physics and Field Theory: Proc. XVII Workshop Dedicated to the 140th Birth Anniversary of Henri Poincaré Protvino, 1994* (Eds A P Samokhin, G L Rcheulishvili) (Protvino: State Research Centre of Russia, Institute of High-Energy Physics, 1995) p. 180
34. Einasto J et al. *Nature* **385** 139 (1997)
35. Шаров А С, Новиков И Д *Человек, открывший взрыв Вселенной: Жизнь и труд Эдвина Хаббла* (М.: Наука, 1989)

PACS numbers: 61.44.Br, 71.23.Ft, 72.15.Rn

Электронная проводимость икосаэдрических квазикристаллов

Ю.Х. Векилов

Квазикристаллы характеризуются аperiодическим атомным дальним порядком и симметрией вращения, запрещенной для периодических структур (наличие осей вращения пятого, восьмого, десятого и двенадцатого порядков). Первое отличает квазикристаллы от аморфных объектов (стекол), второе — от кристаллов и несоизмеримых структур. Квазикристаллы обычно являются сплавами металлических элементов, но их свойства отличаются от свойств кристаллических и аморфных металлических фаз. Как и у металлов, у квазикристаллов имеются конечный электронный вклад в теплоемкость, но он примерно на порядок ниже, чем определяемый в приближении почти свободных электронов (псевдоцель и, соответственно, низкая плотность состояний $N(E_F)$ на уровне Ферми). Низкая плотность состояний на уровне Ферми, однако, не может объяснить аномально малую низкотемпературную электропроводность квазикристаллов. Сопротивление квазикристаллов уменьшается с ростом температуры и возрастает с увеличением структурного порядка и отжига дефектов. Отношение сопротивлений $\mathcal{R} = \rho(4,2 \text{ K}) / \rho(300 \text{ K})$ у большинства стабильных квазикристаллов порядка нескольких единиц, а у икосаэдрического сплава i-Al–Pd–Re, для совершенных образцов которого $\rho(4,2 \text{ K}) \geq 1 \text{ ом см}$, $\mathcal{R}$ достигает 200 и выше в зависимости от совершенства образца. Проводимость квазикристаллов представляется в виде $\sigma = \sigma(0) + \Delta\sigma(T)$, где $\sigma(0)$ — проводимость при нулевой температуре, зависящая от структурного беспорядка, а $\Delta\sigma(T)$ — температурнозависимая часть, которая также может зависеть от структурного беспорядка. Практически для всех квазикристаллов зависимость от температуры степенная, $\Delta\sigma(T) \sim T^\beta$, где показатель β меняется в пределах $1/\sqrt{2} \leq \beta \leq 1,5$ в интервале температур от сверхнизких до 700–1000 К. При высоких температурах чаще всего наблюдается линейная зависимость. Успешное объяснение степенной температурной зависимости проводимости и ее величины при $T = 0 \text{ K}$ было дано в работе Буркова и др. [1] в модели поверхности Ферми с большим числом электронных и дырочных карманов.

Недавние эксперименты на совершенных квазикристаллах i-Al–Pd–Re, однако, показали, что при $T \leq 10 \text{ K}$ проводимость следует закону Мотта

$$\sigma = \sigma_0 \exp \left[- \left(\frac{T}{T_0} \right)^{1/4} \right],$$

описывающему прыжковую проводимость с переменной длиной прыжка. Это означает, что объект находится в состоянии изолятора (ферми-стекла), когда плотность состояний на уровне Ферми конечна, а электронные состояния локализованы. Локализация электронов играет важную роль в низкотемпературном электронном транспорте для аморфных сплавов, гранулированных металлических пленок и легированных полупроводников. Для этих

систем локализация является следствием беспорядка в системе (локализация Андерсона).

Локализация электронов в квазикристалле по своей природе отличается от локализации в стандартных неупорядоченных системах. Сплав $i\text{-Al-Pd-Re}$ — хорошо упорядоченный квазикристалл, и улучшение структурного порядка приводит к увеличению сопротивления. Локализация в квазикристалле является следствием интерференции (фазовой когерентности) электронных состояний, а значит, связана с симметрией и структурой объекта: чем более совершенен материал, тем более локализованы электроны. Если в случае обычной андерсоновской локализации локализация электронных состояний является следствием нарушения фазовой когерентности волновых функций из-за беспорядка, то в квазикристалле фазовая когерентность волновых функций является основной причиной локализации. Это можно обосновать, рассматривая квазикристалл как структурный предел последовательности рациональных периодических аппроксимант (кристаллических аналогов) с возрастающим периодом решетки. Объем зоны Бриллюэна уменьшается с увеличением порядка аппроксиманты, так как период решетки увеличивается и, соответственно, в квазикристаллическом пределе объем зоны Бриллюэна становится бесконечно малым. Используя обычный метод построения поверхности Ферми [2], можно видеть, что поверхность Ферми в квазикристаллическом пределе становится многосвязной, с множеством электронных и дырочных карманов (долин), и в атомно-упорядоченном чистом квазикристалле электронные состояния становятся локализованными, поскольку условие сильной локализации $k_F^i l \sim 1$ выполняется для электрона в каждой i -й долине. Поэтому каждый карман (долина) является аналогом центра локализации в обычной неупорядоченной системе. Эта аналогия непосредственно объясняет природу прыжковой проводимости в совершенном квазикристалле при низких температурах и позволяет описать ее в рамках модели многодолинной поверхности Ферми. В модели многокомпонентной поверхности Ферми с практически бесконечным числом долин все электроны в чистом упорядоченном квазикристалле должны быть локализованы при нулевой температуре. При конечной температуре рассеяние электрона из одной долины в соседнюю возможно не только из-за теплового возбуждения, но и из-за туннелирования. При низких температурах процессы с малой передачей импульса более вероятны: в реальном пространстве это соответствует прыжкам на большие расстояния (возможность реализации проводимости с переменной длиной прыжка). Следуя Мотту, можно найти оптимальную длину прыжка R , определяя максимум вероятности прыжка: $\exp(-2\alpha R) \exp(-\Delta E/k_B T)$, где $1/\alpha = \xi$ — длина локализации волновой функции, а энергия возбуждения $\Delta E \sim 1/R^3 N(E_F)$. Отсюда непосредственно следует закон Мотта $\sigma = \sigma_0 \exp[-(T/T_0)^{1/4}]$ с характеристической температурой $T_0 \sim 1/\xi^3 N(E_F)$. Закон Мотта нарушается, если $R < \xi$ и $T_0 < T$. Но в случае квазикристалла всегда можно найти состояние, для которого $T_0 < T$, хотя $R > \xi$. Действительно, объект с многокомпонентной поверхностью Ферми имеет иерархию длин локализации ξ . Поэтому T_0 может меняться от образца к образцу в зависимости от его предыстории, что наблюдается экспериментально. Такая мезоскопическая ситуация типична как для квазикристаллов, так и для обычных неупорядоченных систем вблизи перехода металл–диэлектрик. В режиме локализации

волновые функции экспоненциально затухают, а с металлической стороны перехода являются протяженными. Вблизи точки перехода длина локализации степенным образом возрастает (расходится) и становится больше всех характерных размеров системы, так что в рассчитываемых собственных состояниях нет непосредственного отражения локализации. В самой точке перехода металл–диэлектрик нет никакого характерного масштаба длины, собственные значения проявляют фрактальные характеристики, и волновые функции являются "критическими" (степенным образом убывающими с расстоянием). В трехмерной модели Андерсона найдено, что сильные флуктуации амплитуд волновой функции носят мультифрактальный характер на всех масштабах длины и сингулярность спектра не зависит от размера системы [3, 4]. То же самое типично для квазикристалла. Анализ, проведенный в работах [5, 6] в приближении сильной связи и методом статистики уровней, показал, что электронный спектр трехмерного икосаэдрического кристалла содержит сингулярную часть, имеет ненулевую меру разрешенных промежутков и большинство волновых функций являются критическими. В противоположность андерсоновской локализации, локализация электронов в квазикристалле неустойчива относительно слабых возмущений: фазовых, беспорядка замещения, магнитного поля, и более того, состояния сильнее локализованы в центре зоны, а не на ее краях, как в случае андерсоновской локализации [6]. Поэтому при увеличении температуры и введении дефектов возможен переход квазикристалла в металлическое состояние, объект оказывается на металлической стороне перехода металл–диэлектрик, электронные состояния размазываются из-за неупругих процессов рассеяния, число карманов поверхности Ферми эффективно уменьшается. Поверхность Ферми будет содержать конечное число карманов (их размер определяется соотношением неопределенности), и туннелирование уже становится маловероятным. Механизм проводимости с переменной длиной прыжка уже не работает, доминирующими являются внутридолинские и междолинские процессы рассеяния, определяющие степенную температурную зависимость проводимости и остаточную проводимость. При $T > u/a \sim \theta_D$, где u — скорость звука, a — межатомное расстояние, междолинное электрон-фононное рассеяние становится эффективным и приводит к линейной температурной зависимости проводимости при высоких температурах [7].

Таким образом, несмотря на неприменимость к квазикристаллам теоремы Блоха, оказывается возможным объяснить их электронную проводимость и ее температурную зависимость (дрейфовый и прыжковый режимы), исходя из обычных представлений электронной теории твердого тела на основе модели многодолинной поверхности Ферми.

Список литературы

1. Burkov S E, Varlamov A A, Livanov D V *Phys. Rev. B* **53** 11504 (1996)
2. Harrison W A *Pseudopotentials in the Theory of Metals* (New York: W.A. Benjamin, 1966)
3. Schreiber M, Grussbach H *Phys. Rev. Lett.* **67** 607 (1991)
4. Mirlin A D, Evers F *Phys. Rev. B* **62** 7920 (2000)
5. Оленев Д В, Исаев Э И, Векилов Ю Х *ЖЭТФ* **113** 1009 (1998)
6. Vekilov Yu Kh, Isaev E I, Arslanov S F *Phys. Rev. B* **62** 14040 (2000)
7. Векилов Ю Х, Исаев Э И, Ливанов Д В *ЖЭТФ* (в печати)