

## МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

## Напряженность электрического поля заряженных проводящих шаров и пробой воздушного промежутка между ними

В.А. Саранин

*Произведены численные расчеты коэффициентов усиления поля на поверхности двух проводящих заряженных шаров. Найдено, что во всех случаях, кроме равенства потенциалов шаров, при сближении шаров коэффициенты усиления бесконечно возрастают, причем в случае одноименно заряженных шаров напряженность поля на поверхности одного из шаров меняет знак. На основе экспериментальных данных других авторов произведены расчеты пробивной напряженности поля воздушного промежутка между шарами разных диаметров. Результаты позволяют утверждать, что минимальной пробивной напряженностью поля следует считать значение  $26 \text{ кВ см}^{-1}$ . Приведены также уточненные результаты прежних расчетов автора силы взаимодействия шаров.*

PACS numbers: 41.20.Cv, 52.80. – s

## Содержание

1. Введение (1449).
  2. Математическая постановка задачи (1449).
  3. Результаты численных расчетов напряженности поля (1450).
  4. Искровой пробой (1451).
  5. Некоторые замечания о силе взаимодействия шаров (1453).
  6. Заключение (1454).
- Список литературы (1454).

## 1. Введение

Напряженность электрического поля у поверхности двух проводящих заряженных шаров является важной характеристикой их состояния и взаимодействия со многих точек зрения. Можно упомянуть многочисленные лабораторные эксперименты по искровому пробую воздушного промежутка между шарами [1–4]. Обычно в такого рода экспериментах измеряется и указывается лишь напряжение пробоя. Между тем, напряженность поля как дифференциальная характеристика поля является более важной физической величиной. С другой стороны, ясно, что ее измерение и расчет сопряжены с определенными трудностями. В качестве другого приложения задачи о напряженности поля заряженных шаров можно указать взаимодействие заряженных капель воды в

атмосфере, которое имеет решающее значение при формировании осадков, возникновении гроз и других атмосферных явлений, поэтому также требует всестороннего изучения [5–10]. Известными явлениями, происходящими с каплями, являются такие, например, как электризация (зарядка), коагуляция, дробление, коронирование, искровой пробой воздушного промежутка между каплями. При этом важно знать роль тех или иных факторов в формировании явления. Очевидно, что электрическое поле у поверхности капель является одним из таких важных факторов, влияющих на ход процессов, происходящих с каплями.

В часто цитируемой работе [11] (см. также [8, 12, 13]) был предложен метод и произведены расчеты напряженности поля на поверхностях двух заряженных сферических частиц, находящихся во внешнем однородном электрическом поле, а также электрической силы их взаимодействия. Метод расчета в [11] достаточно громоздкий, основанный на решении уравнения Лапласа для потенциала в бисферических координатах. В работах [14, 15] и настоящей работе расчет силы взаимодействия и напряженности поля в отсутствие внешнего поля произведен более простым методом, основанным на методе электрических изображений [16]. Следует отметить также, что расчеты, результаты которых излагаются ниже, показывают, что при малых расстояниях между шарами некоторые результаты расчетов [11] неверны, вероятно, из-за большой погрешности численного счета сумм рядов.

## 2. Математическая постановка задачи

Рассмотрим два проводящих шара с радиусами  $R_1$ ,  $R_2$ , с расстоянием  $l$  между центрами и имеющими заряды  $q_1$  и  $q_2$

**В.А. Саранин.** Глазовский государственный педагогический институт им. В.Г. Короленко, 427621 Глазов, ул. Первомайская 25, Удмуртская Республика, Российская Федерация  
Тел. (341-41) 4-77-82. E-mail: saranin@ggpi.glazov.net

Статья поступила 15 февраля 2002 г.

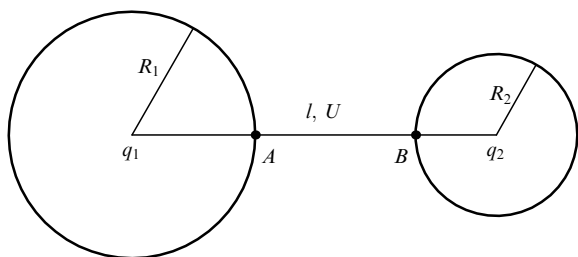


Рис. 1. К математической постановке задачи.

(рис. 1). В результате электростатической индукции заряд первого шара создает во втором электрическое изображение — заряд  $Q_{11}$ , который в свою очередь является источником вторичного изображения  $q_{12}$  в первом шаре. Таким образом, напряженность поля в точке  $A$  создается бесконечным числом зарядов-изображений, формирующихся в обоих шарах. Если заряжен только первый шар, то выражение для напряженности поля в точке  $A$  можно представить в виде

$$E_{A1} = k \left( \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_{1n}}{r_{1n}^2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Q_{1n}}{R_{1n}^2} \right), \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}. \quad (1)$$

Используя результаты работы [17], можно записать

$$q_{1n} = q_1 \frac{\gamma \sinh \beta}{\sinh n\beta [\gamma + \sinh (n-1)\beta / \sinh n\beta]}, \quad (2)$$

$$Q_{1n} = -q_1 \frac{\gamma \sinh \beta}{r(1+\gamma) \sinh n\beta},$$

$$r_{1n} = \frac{1}{1+\gamma} - r + \frac{r\gamma}{\gamma + \sinh (n-1)\beta / \sinh n\beta}, \quad (3)$$

$$R_{1n} = r - \frac{1}{1+\gamma} - \frac{r\gamma [\gamma + \sinh (n-1)\beta / \sinh n\beta]}{1 + \gamma^2 + 2\gamma \cosh \beta}. \quad (4)$$

Здесь обозначено  $r = l / (R_1 + R_2)$ ,  $\gamma = R_2 / R_1$ , а параметр  $\beta$  связан с расстоянием между центрами шаров соотношением

$$\cosh \beta = \frac{r^2(1+\gamma)^2 - (1+\gamma^2)}{2\gamma}. \quad (5)$$

Пусть теперь первый шар не заряжен ( $q_1 = 0$ ), а второй имеет заряд  $q_2$ . Тогда для напряженности поля в точке  $A$  аналогично имеем

$$E_{A2} = k \left( - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_{2n}}{r_{2n}^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Q_{2n}}{R_{2n}^2} \right), \quad (6)$$

$$q_{2n} = q_2 \frac{\sinh \beta}{\sinh n\beta [1 + \gamma \sinh (n-1)\beta / \sinh n\beta]}, \quad (7)$$

$$Q_{2n} = -q_2 \frac{\sinh \beta}{r(1+\gamma) \sinh n\beta},$$

$$r_{2n} = - \frac{1}{1+\gamma} + \frac{r}{1 + \gamma \sinh (n-1)\beta / \sinh n\beta}, \quad (8)$$

$$R_{2n} = \frac{1}{1+\gamma} - \frac{r [1 + \gamma \sinh (n-1)\beta / \sinh n\beta]}{1 + \gamma^2 + 2\gamma \cosh \beta}. \quad (9)$$

В случае, когда оба шара имеют отличные от нуля заряды, напряженность поля в точке  $A$  равна

$$E_A = E_{A1} + E_{A2} = \frac{kq_1}{R_1^2} K_1, \quad K_1 = K_1(r, \gamma, \alpha), \quad \alpha = \frac{q_2}{q_1}. \quad (10)$$

Напряженность поля в точке  $B$  (см. рис. 1) рассчитывается по тем же формулам, что и в точке  $A$ , но с заменой  $\alpha \rightarrow 1/\alpha$ ,  $\gamma \rightarrow 1/\gamma$  и соответственно может быть записана в виде

$$E_B = \frac{kq_2}{R_2^2} K_2. \quad (11)$$

Определенные таким образом величины  $K_1$  и  $K_2$  по сути представляют собой коэффициенты усиления собственного поля на поверхности каждого из шаров. Коэффициенты усиления поля шаров рассчитывались по полученным формулам на компьютере. Для этого все слагаемые в суммах выражались через параметр  $z = \exp(-\beta)$  ( $\beta$  по-прежнему определяется соотношением (5)). Счет сумм прекращался, когда параметр  $z$  достигал значения машинного нуля, т.е.  $10^{-38}$  в обычном режиме счета, а проверочные расчеты проводились в режиме двойной точности вплоть до  $10^{-80}$ .

### 3. Результаты численных расчетов напряженности поля

Особое внимание при расчетах уделялось двум случаям, которые наиболее часто могут реализоваться на практике: случаю равных потенциалов шаров, заряженных от одного источника напряжения  $\alpha = \gamma$ , и случаю индукционной зарядки шаров, когда заряды на них пропорциональны квадрату радиусов  $\alpha = \gamma^2$  [18] (напомним, что  $\alpha = q_2/q_1$ ,  $\gamma = R_2/R_1$ ). Характерные результаты численных расчетов представлены на рис. 2, на котором показаны графики зависимости коэффициентов усиления поля от безразмерного расстояния между центрами шаров. При равных потенциалах шаров  $\alpha = \gamma$  с уменьшением расстояния между шарами коэффициенты усиления поля также монотонно уменьшаются до нуля (кривая 1 на рис. 2,  $\alpha = \gamma = 1$ ). Физически это понятно, так как

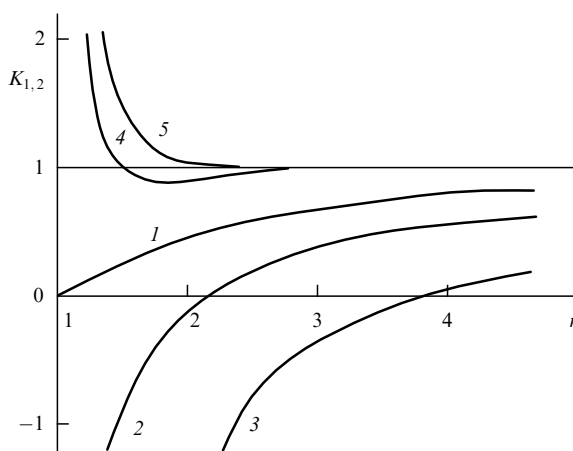


Рис. 2. Характерные зависимости коэффициентов усиления собственного поля шаров от безразмерного расстояния между центрами шаров: 1 —  $\alpha = \gamma = 1$ ; 2 —  $\gamma = 2$ ,  $\alpha = 4$ , меньший шар; 3 —  $\gamma = 4$ ,  $\alpha = 16$ , меньший шар; 4 —  $\gamma = 2$ ,  $\alpha = 4$ , больший шар; 5 —  $\gamma = 4$ ,  $\alpha = 16$ , больший шар;  $\alpha = q_2/q_1$ ,  $\gamma = R_2/R_1$ .

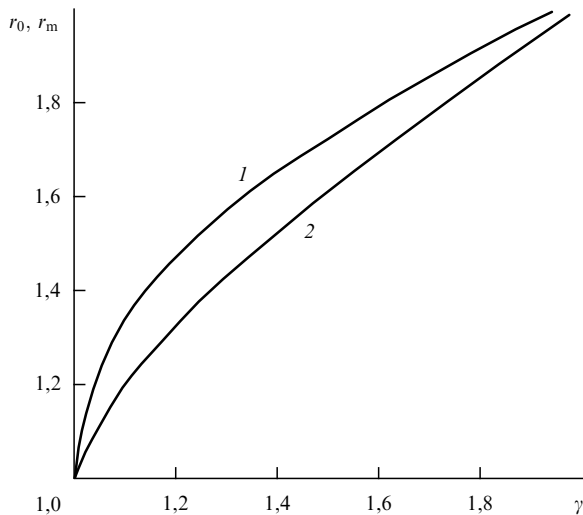


Рис. 3. Зависимости безразмерного расстояния между шарами, при котором коэффициент усиления поля меньшего шара обращается в нуль (кривая 1), и расстояния, на котором коэффициент усиления большего шара проходит через минимум, от отношения радиуса шаров.

разность потенциалов между точками  $A$  и  $B$  при их сближении остается равной нулю. В других случаях на близких расстояниях между шарами поле усиливается так, что напряженности на поверхности каждого из шаров неограниченно возрастают при сближении шаров. Тем самым в этих случаях всегда возможен искровой пробой воздушного промежутка между одноименно заряженными шарами. При этом напряженность поля на поверхности меньшего шара направлена внутрь шара, т.е. отрицательна, если шары расположены достаточно близко и  $\alpha > \gamma > 1$ . Соответствующие графики зависимости коэффициентов усиления поля от расстояния между центрами шаров показаны кривыми 2 ( $\gamma = 2$ ,  $\alpha = 4$ ) и 3 ( $\gamma = 4$ ,  $\alpha = 16$ ) на рис. 2. Напряженность же поля на поверхности большего шара направлена всегда от него (кривые 4, 5 на рис. 2, которые также соответствуют значениям  $\gamma = 2$ ,  $\gamma = 4$ ). Такая ситуация имеет место для всех случаев, когда  $\alpha > \gamma > 1$ ; если же, наоборот,  $\gamma > \alpha > 1$ , то кривые зависимости коэффициентов усиления поля от расстояния между центрами шаров качественно меняются местами: при сближении шаров меняет знак напряженность поля на поверхности большего шара, а напряженность поля на поверхности меньшего шара сохраняет свое направление. Видно также, что при уменьшении  $\gamma$  до единицы кривые зависимости коэффициентов усиления поля от расстояния между шарами стремятся к зависимости  $K(r)$  для случая  $\alpha = \gamma = 1$ . На рисунке 3 показаны зависимость расстояния между шарами, на котором коэффициент усиления поля меньшего шара обращается в нуль (кривая 1), и зависимость расстояния между шарами, на котором коэффициент усиления поля большего шара проходит через минимум (кривая 2), от отношения радиусов шаров; при этом  $\alpha = \gamma^2$ .

#### 4. Искровой пробой

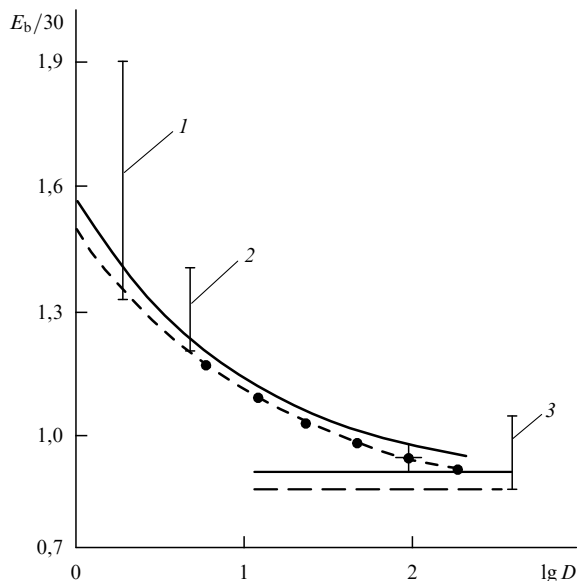
Экспериментальные данные по искровому пробую газов чаще всего содержат информацию о напряжении пробоя

и только в редких случаях — о напряженности электрического поля вблизи электродов, при которой начинает развиваться пробой. По всей видимости, такое положение дел сложилось под влиянием двух факторов: сложности экспериментального определения напряженности поля и сложности достаточно точного теоретического расчета ее у поверхности электродов (исключение составляет случай плоских электродов). Часто эксперименты по искровому пробую воздушных промежутков проводятся с одинаковыми электродами в виде шаров. Поэтому рассмотрим два одинаковых проводящих шара с диаметром  $D$ , противоположно заряженных, поддерживаемых при разности потенциалов  $U$  с расстоянием  $l$  между центрами. Напряженность поля на поверхности шаров можно рассчитать по-прежнему по (1)–(11). Однако для рассматриваемого случая можно предложить более простую формулу, приведенную, например, в [17]. Используя принятые обозначения, можно записать максимальную напряженность поля в зазоре между шарами (она достигается на поверхности шаров) в виде

$$E = E_0 \left[ 1 + \frac{2r+1}{(2r-1)^2} + \sinh \beta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sinh 2n\beta} \left( \frac{1+r+\sinh \beta \coth 2n\beta}{(1-r-\sinh \beta \coth 2n\beta)^2} + \frac{\cosh 2\beta + r + (2r+1) \sinh \beta \coth 2n\beta}{(\cosh 2\beta - r + (2r-1) \sinh \beta \coth 2n\beta)^2} \right) \right], \quad E_0 = \frac{U}{D}. \quad (12)$$

Здесь  $U$  — напряжение между шарами,  $r = l/D$  — безразмерное расстояние между центрами шаров, параметр  $\beta$  связан с  $r$  соотношением  $\cosh \beta = r$ .

По формуле (12) были рассчитаны величины пробойной напряженности поля в опытах различных авторов, результаты которых представлены в [1–3]. В этих опытах было установлено пробивное напряжение воздушных промежутков различной длины при нормальном атмосферном давлении между парами одинаковых шаров различных диаметров. Результаты расчетов представлены на рис. 4. Шесть темных кружков соответствуют вычисленным средним значениям напряженности пробоя по результатам опытов, представленным в [3] (Британские стандарты по измерению напряжения с помощью разрядных промежутков между шарами), в которых использовалось переменное напряжение с частотой 60 Гц. Усреднение проводилось для каждой пары шаров по результатам расчетов, полученным для различных расстояний между шарами в момент пробоя. Крестик соответствует рассчитанному по (12) среднему значению пробивной напряженности в аналогичных опытах, представленных в [2]. Все средние значения напряженности установлены с погрешностью, не превышающей 3%, которая образуется в результате экспериментальных разбросов. Вертикальные отрезки 1, 2 показывают диапазон пробивных напряженностей в опытах [3], в которых на шары с диаметрами 2 и 5 см соответственно подавалось постоянное напряжение. Вертикальный отрезок 3 показывает диапазон пробивных напряженностей, полученных в опытах, результаты которых представлены в [1], для случая плоских электродов и также постоянного напряжения. При этом нижние концы отрезков 1, 2 соответствуют пробую при максимально раздвинутых шарах. Из графика видно, что с увеличе-



**Рис. 4.** Зависимость пробивной напряженности поля воздушного промежутка между шарами от логарифма их радиуса (в сантиметрах) по обработанным экспериментальным данным различных авторов. Точки соответствуют переменному напряжению, вертикальные отрезки — постоянному.

нием диаметра шаров напряженность пробоя асимптотически стремится к значению  $\sim 26 \text{ кВ см}^{-1}$  (горизонтальная штриховая линия на рис. 4), которое, очевидно, соответствует минимальной пробивной напряженности поля для плоских электродов.

Сплошной кривой на рис. 4 изображена зависимость пробивной напряженности поля от логарифма диаметра шаров, рассчитанная по известной полуэмпирической формуле [4]

$$E_b = 27,2 \left( 1 + \frac{0,734}{\sqrt{D}} \right) \text{ кВ см}^{-1}. \quad (13)$$

Минимальному асимптотическому значению  $27,2 \text{ кВ см}^{-1}$  (плоские электроды) соответствует сплошная горизонтальная прямая. Сравнение результатов расчетов по (12) и (13) показывает, что при относительно больших и малых диаметрах шаров формула (13) дает несколько завышенные значения пробивной напряженности поля. По шести экспериментальным точкам, соответствующим средним значениям пробивной напряженности поля на рис. 4, был найден интерполяционный полином, который имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{E_b}{30} = & 1,51 - 0,826 t + 1,04 t^2 - 0,912 t^3 + \\ & + 0,377 t^4 - 0,0563 t^5, \end{aligned} \quad (14)$$

$$0 \leq t \equiv \lg D \leq 2,3.$$

Здесь  $D$  по-прежнему измеряется в сантиметрах. Этому полиному соответствует штриховая кривая на рис. 4.

Здесь уместно отметить, что в литературе нет четкого однозначного утверждения о минимальной напряженности пробоя сухого воздуха при нормальных условиях. Так, по графикам справочника [19] можно установить, что для плоских электродов при расстоянии между ними 1 см напряженность пробоя воздуха составляет  $31 \text{ кВ см}^{-1}$ , а при расстоянии 10 см —  $27 \text{ кВ см}^{-1}$ . В [1]

в качестве минимального значения напряженности пробоя указывается значение  $26 \text{ кВ см}^{-1}$ . Количество и качество обработанных в настоящей работе опытов также позволяет утверждать, что наименьшим значением пробивной напряженности сухого воздуха при нормальном атмосферном давлении следует считать значение  $\sim 26 \text{ кВ см}^{-1}$  (штриховая горизонтальная прямая на рис. 4).

Наличие отрезков 1, 2, 3 на рис. 4 означает, что с уменьшением расстояния между электродами, поддерживаемыми при постоянной разности потенциалов, напряженность пробоя растет. Можно предположить, что этот эффект, отсутствующий в случае переменного напряжения (черные кружки на рис. 4) и существенно уменьшающийся при удалении электродов, связан с перекрытием областей объемных зарядов коронирующих электродов при их сближении и, как следствие, с возникновением сквозного тока, который стремится выравнять разность потенциалов между электродами [2]. При переменном напряжении эффект коронирования если и не исчезает совсем, то становится существенно меньше, поэтому напряженность пробоя равна наименьшей напряженности пробоя при постоянном напряжении, соответствующей случаю максимально раздвинутых электродов.

Отметим, что вместо точной, но громоздкой формулы (12) для расчета напряженности поля на поверхности двух одинаковых противоположно заряженных шаров можно использовать приближенную формулу Пика (см., например, [20])

$$E = \frac{E_0}{4S} \left( 1 + 2S + \sqrt{(1 + 2S)^2 + 8} \right), \quad S = r - 1. \quad (15)$$

В [20] сказано, что формула Пика справедлива при  $0 < S < 1$ . Однако сравнение результатов высокоточных численных расчетов, проведенных по формулам (1)–(11) и (12), с расчетами по формуле Пика показало, что формула Пика достаточно точно (с погрешностью, не превышающей 0,5 %) дает значение напряженности на поверхности шаров во всем диапазоне значений  $0 < S < \infty$ .

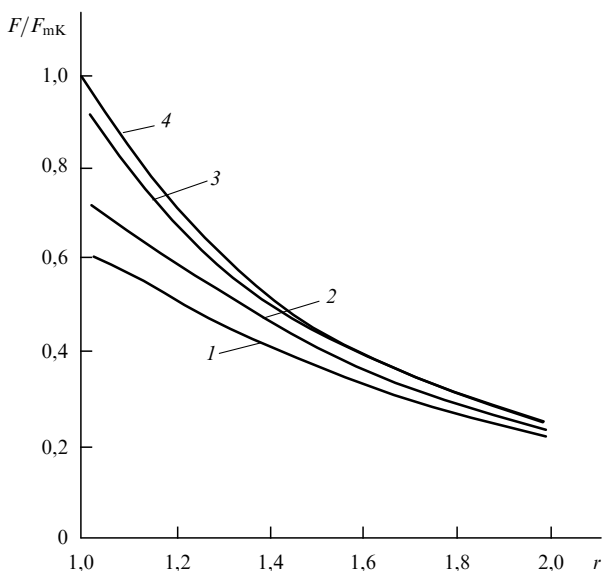
Перейдем к сравнению результатов настоящих расчетов напряженности и расчетов силы взаимодействия шаров, приведенных в [14], с результатами расчетов этих же величин, приведенных в [11]. Сразу отметим, что в качественном аспекте все упомянутые результаты совпадают между собой. Наибольшее количественное отличие появляется при малых расстояниях между шарами, т.е. там, где ряды типа (1), (6), (12) начинают плохо сходиться.

Наименьшее расстояние между центрами шаров, для которых имеются расчеты [11], равно  $r = 1,0005$ . Для него и проведем сравнение. В случае одинаковых противоположно заряженных шаров  $\gamma = 1$ ,  $\alpha = -1$  ( $\alpha = q_2/q_1$ ,  $\gamma = R_2/R_1$ ) для коэффициентов усиления поля по (1)–(11) и по (12) имеем  $K_1 = K_2 = 2000,812$ , по (15) —  $K_1 = K_2 = 2000,667$ , согласно [11]  $K_1 = K_2 = 423,400$ . Для этого же случая расчет силы взаимодействия шаров по [14] дает  $F/|F_{\text{мк}}| = -89,449$ , а по [11] имеем  $-89,456$  ( $F_{\text{мк}}$  — максимальная сила, вычисленная в кулоновском приближении, т.е. для случая точечных зарядов, расположенных в центрах шаров). При других параметрах шаров результаты расчета силы по [14] и по [11] также сопоставимы (отличие может достигать десят-

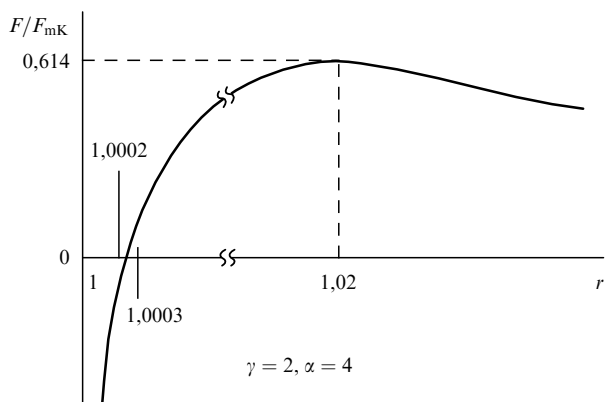
ков процентов), тогда как результаты расчетов напряженности по [15] и по [11] по-прежнему отличаются в несколько раз.

**5. Некоторые замечания о силе взаимодействия шаров**

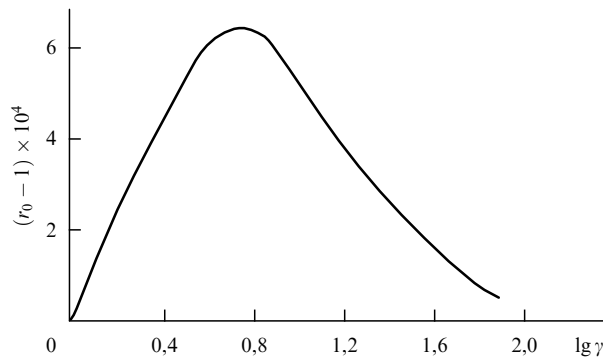
В работе [14] было подробно исследовано поведение силы взаимодействия заряженных проводящих шаров при различных расстояниях между ними. В частности, в [14] было отмечено, что при  $\alpha = \gamma^2$  (т.е.  $q_2/q_1 = (R_2/R_1)^2$ ) сила взаимодействия при любых расстояниях между шарами является силой отталкивания. Действительно, такое заключение можно сделать по графикам зависимости безразмерной силы (в единицах максимальной силы, вычисленной в кулоновском приближении) от безразмерного расстояния между центрами шаров (расстояние измеряется в единицах  $R_1 + R_2$ ), рассчитанным с шагом 0,02 по оси  $r$  при различных значениях  $\gamma$  (рис. 5). Однако



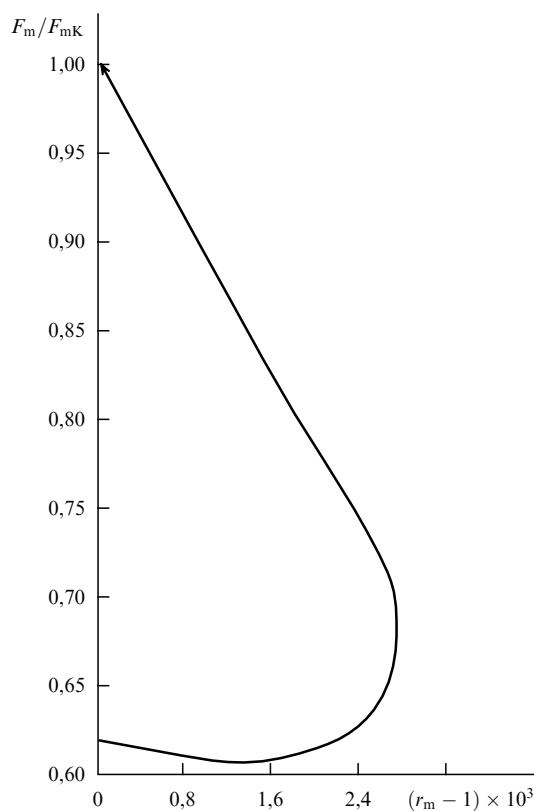
**Рис. 5.** Зависимости безразмерной силы, действующей на каждый из шаров, от безразмерного расстояния между их центрами при  $\alpha = \gamma^2$  для различных значений  $\gamma$ , вычисленные с шагом  $\Delta r = 0,02$ : 1 —  $\gamma = 1,6$ ; 2 —  $\gamma = 6$ ; 3 —  $\gamma = 50$ ; 4 — кривая, соответствующая взаимодействию по закону Кулона;  $\alpha = q_2/q_1, \gamma = R_2/R_1$ .



**Рис. 6.** Качественный вид тех же зависимостей, что и на рис. 5, но при малых расстояниях между шарами, вычисленных с шагом  $\Delta r = = 0,00001$ .



**Рис. 7.** Область параметров ниже кривой соответствует случаю притяжения одноименно заряженных шаров при  $\alpha = \gamma^2$ ;  $r_0$  — безразмерное расстояние между шарами, при котором сила меняет знак;  $\alpha = q_2/q_1, \gamma = R_2/R_1$ .



**Рис. 8.** Точки на кривой дают положение и величину максимумов силы при различных значениях отношения радиусов шаров  $\gamma$ ;  $r_m$  — безразмерное расстояние между шарами, при котором сила достигает максимума.

более поздние тщательные расчеты силы с очень мелким шагом и с высокой степенью точности (шаг  $\Delta r \leq 0,00001$ , точность счета рядов  $10^{-80}$ ) показали, что при очень малых расстояниях между шарами сила все-таки меняет знак, становясь силой притяжения (качественно график зависимости силы от расстояния между шарами для этого случая показан на рис. 6). При этом область притяжения шаров при любых значениях  $\gamma$  находится ниже кривой на рис. 7 ( $r_0$  — расстояние между шарами, при котором сила обращается в нуль). Линия на рис. 8 показывает величину максимумов силы и расположение шаров, при котором достигаются максимумы. Стрелка

соответствует направлению увеличения  $\gamma$ . Отметим, что в пределе  $\gamma \rightarrow \infty$  вблизи вершины кривой ситуация соответствует заряженному шару и почти не заряженной материальной точке, поэтому каждая из сил  $F_m$  и  $F_{mk}$  стремится к нулю, однако характер их взаимодействия стремится к кулоновскому (отношение  $F_m/F_{mk}$  стремится к единице).

Таким образом, уточнение результатов численного счета [14] позволяет утверждать, что единственным случаем, когда одноименно заряженные проводящие шары отталкиваются при любых расстояниях между ними, является случай одинаковых одноименно заряженных шаров  $\alpha = \gamma = 1$ .

## 6. Заключение

Получены соотношения, позволяющие рассчитать коэффициенты усиления собственного поля на поверхности каждого из двух близко расположенных проводящих заряженных шаров. Численные расчеты коэффициентов усиления показали, что в случае равных потенциалов шаров  $\alpha = \gamma$  коэффициенты усиления ведут себя качественно одинаково при любых значениях отношения радиусов шаров  $\gamma$ , при сближении шаров они монотонно убывают от 1 до 0. В других случаях одноименно заряженных шаров при малых расстояниях между ними коэффициенты усиления начинают бесконечно возрастать, причем при  $\alpha > \gamma > 1$  коэффициент усиления меньшего шара меняет знак, т.е. при малых расстояниях между шарами напряженность поля на поверхности меньшего шара направлена внутрь при его положительном заряде. Если же, наоборот,  $1 < \alpha < \gamma$ , то при сближении шаров меняет знак коэффициент усиления большего шара. Физически это понятно. Представим себе, например, случай, когда заряды шаров одноименны и близки по величине, а радиусы сильно различаются ( $\alpha < \gamma$ ); тогда при сближении шаров напряженность поля на поверхности меньшего шара будет доминировать и превысит собственную напряженность большего шара. В этих случаях при малых расстояниях между одноименно заряженными шарами всегда возможен искровой пробой воздушного промежутка между ними.

Расчеты напряженности поля на поверхности одинаковых противоположно заряженных шаров показали, что в этом случае достаточно эффективно можно использовать приближенную формулу Пика (15). Численная обработка экспериментальных данных различных авторов позволила получить графическую и аналитиче-

скую зависимости минимальной пробивной напряженности электрического поля воздушного промежутка между шарами от радиуса шаров. Асимптотика больших радиусов позволяет сделать заключение о том, что минимальной пробивной напряженностью сухого воздуха при нормальном атмосферном давлении следует считать значение  $\sim 26 \text{ кВ см}^{-1}$ .

В [14] на основании результатов численных расчетов был сделан вывод о том, что сила взаимодействия одноименно заряженных шаров, для которых выполняется условие  $\alpha = \gamma^2$ , является силой отталкивания на любых расстояниях между шарами. Однако представленные выше более точные расчеты автора опровергают этот вывод: оказывается, что при очень малых расстояниях (промежуток между шарами менее  $7 \times 10^{-4}(R_1 + R_2)$ ) сила все-таки меняет знак, становясь силой притяжения. На основании этого можно сделать вывод о том, что единственным случаем, когда сила взаимодействия между одноименно заряженными шарами на любых расстояниях между ними является силой отталкивания, является случай одинаковых и одинаково заряженных шаров  $\alpha = \gamma = 1$ .

## Список литературы

1. Райзер Ю П *Физика газового разряда* (М.: Наука, 1987)
2. Стекольников И С *Природа длинной искры* (М.: Изд-во АН СССР, 1960)
3. Мик Дж, Крэгс Дж *Электрический пробой в газах* (М.: ИЛ, 1960)
4. Сканапи Г И *Физика диэлектриков (область сильных полей)* (М.: Физматгиз, 1958)
5. Шишкин Н С *Облака, осадки и грозовое электричество* (М.: ГИТТЛ, 1954)
6. Мейсон Б Дж *Физика облаков* (Л.: Гидрометеиздат, 1961)
7. Мучник В М *Физика грозы* (Л.: Гидрометеиздат, 1974)
8. Мучник В М, Фишман Б Е *Электризация грубодисперсных аэрозолей в атмосфере* (Л.: Гидрометеиздат, 1982)
9. Саранин В А *ЖТФ* **69** (12) 12 (1999)
10. Саранин В А *Изв. РАН. Физ. атм. и океана* **37** 658 (2001)
11. Davis M H *Quart. J. Mech. Appl. Math.* **17** 499 (1964)
12. Ким В М *Труды ИЭМ* (48) 29 (1989)
13. Ochs H T, Czyns R R *Nature* **327** 606 (1987)
14. Саранин В А *УФН* **169** 453 (1999)
15. Саранин В А *Физическое образование в вузах* **6** (3) 49 (2000)
16. Смайт В *Электростатика и электродинамика* (М.: ИЛ, 1954)
17. Миролюбов Н Н и др. *Методы расчета электростатических полей* (М.: Высшая школа, 1963)
18. *Основы электродинамики дисперсных систем* (Под ред. И П Верещагина) (М.: Энергия, 1974)
19. Геппе А П, в кн. *Физические величины*. Справочник (Под ред. И С Григорьева, Е З Мейлихова) (М.: Энергоатомиздат, 1991) с. 546
20. Говорков В А *Электрические и магнитные поля* (М.: Энергия, 1968)

## Electric field strength of charged conducting balls and the breakdown of the air gap between them

V.A. Saranin

V.G. Korolenko Glazov State Pedagogical Institute,  
ul. Pervomaiskaya 25, 427621 Glazov, Udmurt Republic, Russian Federation  
Tel. (7-341-41) 4-77 82  
E-mail: saranin@ggpi.glazov.net

Field amplification factors at the surfaces of two charged conducting balls are calculated numerically. It is shown that as the balls are brought closer together then, except when their potentials are equal, the amplification factors go to infinity, and in the case of like-charged balls the field at the surface of one of them changes the sign. Breakdown field strengths for the air gap between balls of a different diameter are calculated based on the experimental data of other workers. The results suggest that the minimum breakdown field strength is  $26 \text{ кВ см}^{-1}$ . The author's earlier results on the interaction force between the balls are revised.

PACS numbers: 41.20.Cv, **52.80.**—s

Bibliography — 20 references

Received 15 February 2002