

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Кинетика электронов в газах и конденсированных системах

Б.М. Смирнов

Рассмотрена кинетика электронов, движущихся в газе или плазме под действием внешних полей. Проанализированы элементарные процессы упругих и неупругих электрон-атомных столкновений, которые ответственны за кинетику электронов в атомных слабоионизованных газах. Представлены разные режимы эволюции электронов в газе или плазме во внешних полях и при этих условиях исследуется характер возбуждения атомов. Методы описания кинетики электронов в газах и плазме использованы для модельного описания электронного дрейфа в конденсированных системах. Показано, что электрические свойства металлов и поведение избыточного электрона в диэлектриках могут быть аналогичны электронному дрейфу электронов в газах и плазме. Исследуется дрейф избыточного электрона в конденсированных инертных газах.

PACS numbers: 51.50. + v, 52.25.Fi, 72.15. – v

Содержание

1. Введение (1411).
2. Кинетика электронов в газе во внешнем электрическом поле (1412).
 - 2.1. Кинетическое уравнение для электронов в газе. 2.2. Сферически-симметричная часть электрон-атомного интеграла столкновений. 2.3. Равновесие для электронов, движущихся в газе во внешнем электрическом поле, и функция распределения электронов. 2.4. Кинетика электронов при электрон-электронных столкновениях.
3. Электрон-атомные столкновения (1417).
 - 3.1. Упругое рассеяние электрона на атоме. 3.2. Подвижность и диффузия электронов в газе. 3.3. Возбуждение и тушение атома электронным ударом.
4. Процессы переноса электронов в газе и плазме (1423).
 - 4.1. Режимы дрейфа электронов в газе во внешнем электрическом поле. 4.2. Проводимость ионизованного газа и плазмы. 4.3. Электроны в газе в переменном поле. 4.4. Теплопроводность и термодиффузия электронов в газе. 4.5. Эффект Холла. 4.6. Убегание быстрых электронов в плазме.
5. Возбуждение атомов в газе и плазме при столкновениях с электронами (1429).
 - 5.1. Возбуждение атомов в газе в электрическом поле. 5.2. Возбуждение атомов в плазме. 5.3. Равновесие возбужденных атомов в газе и плазме.
6. Электроны в металлах (1433).
 - 6.1. Металлическая плазма и вырожденный электронный газ. 6.2. Тепловые и электрические свойства металлов. 6.3. Характер переноса электронов в металлах.

7. Избыточный электрон в твердом теле и жидкости (1438).

7.1. Дрейф избыточного электрона в конденсированных системах. 7.2. Особенности подвижности избыточного электрона в конденсированных инертных газах. 7.3. Характер подвижности избыточного электрона в конденсированных инертных газах. 7.4. Излучение конденсированных инертных газов под действием дрейфующих электронов.

8. Заключение (1445).

Список литературы (1445).

1. Введение

Взаимодействие газа с присутствующими в нем электронами представляет интерес для различных проблем физики ионизованного газа и газового разряда [1–16]. Особенность этой системы такова, что, если она находится во внешнем электрическом поле, энергия передается от поля электронной подсистеме и затем от электронов — газу в результате электрон-атомных столкновений. Поэтому, несмотря на то, что газ находится в термодинамическом равновесии, термодинамическое равновесие для электронной подсистемы может быть нарушено при относительно слабых полях. Тем не менее в силу малости отношения электронной и атомной масс функция распределения электронов может быть определена при разных условиях путем решения кинетического уравнения для электронов.

Отметим, что в противоположность гидродинамическому описанию двухкомпонентной газовой системы, когда взаимодействие между подсистемами учитывается характерным временем столкновения между частицами подсистем, кинетический анализ этой проблемы позволяет использовать реальные сечения электрон-атомных или электрон-молекулярных столкновений. Тем самым кинетический анализ ведет к более строгому описанию системы по сравнению с гидродинамическим. В частности, эффект Рамзауэра, который отвечает

Б.М. Смирнов. Институт высоких температур РАН,
127412 Москва, Ижорская ул. 13/19, Российская Федерация
E-mail: smirnov@oivtran.iitp.ru

Статья поступила 12 февраля 2002 г.

резкому минимуму в сечении упругого рассеяния электрона на некоторых атомах как функции энергии столкновения, приводит к определенным эффектам и явлениям, которые отсутствуют при гидродинамическом описании этой плазмы.

Хотя проблема эволюции электрона в газе имеет долгую историю, новые аспекты этой проблемы требуют некоторой ее ревизии. Результаты решения этой проблемы могут быть использованы для анализа конденсированных атомных систем с электронами. Например, рассмотрим дрейф избыточного электрона в конденсированных инертных газах. В широкой области параметров поведение электрона в такой системе и газах имеет общие черты, и подвижность электронов в конденсированных инертных газах может быть больше, чем в металлах. Причиной этого является слабое взаимодействие электрона с окружением при некоторых параметрах, которое подобно взаимодействию в газах, и поэтому газовые модели являются полезными в этом случае.

При рассмотрении эволюции электронов в газовых и моделируемых ими системах мы ограничиваемся случаем пространственно однородных систем. Следовательно, из этого анализа выпадают специальные проблемы и явления физики газового разряда. Далее, анализируя различные проблемы поведения электронной подсистемы, мы будем ориентироваться на разреженные и конденсированные инертные газы, что позволяет более детально рассмотреть особенности эволюции этих систем. Таким образом, целью данного обзора является теоретический анализ кинетики электронов в газах во внешних полях с позиций современных проблем с привлечением экспериментальных данных для демонстрации получаемых результатов. Эти результаты используются для анализа электронного дрейфа в конденсированных системах.

2. Кинетика электронов в газе во внешнем электрическом поле

2.1. Кинетическое уравнение для электронов в газе

Сначала рассмотрим равновесие между отдельными электронами и атомным газом с учетом действия внешнего электрического поля на электроны. Тогда уравнение Больцмана для функции распределения электронов по скоростям $f(\mathbf{v})$ имеет вид

$$\frac{e\mathbf{F}}{m_e} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = I_{ea}(f). \quad (2.1)$$

Здесь $\mathbf{F}$ — напряженность электрического поля, m_e — масса электрона, I_{ea} — интеграл столкновений, который учитывает столкновения между электронами и атомами [16–22]:

$$I_{ea}(f) = [f(\mathbf{v}') \varphi(\mathbf{v}'_a) - f(\mathbf{v}) \varphi(\mathbf{v}_a)] d\sigma d\mathbf{v}_a, \quad (2.2)$$

где $\mathbf{v}, \mathbf{v}'$ — скорости электрона до и после столкновения, $\mathbf{v}_a, \mathbf{v}'_a$ — скорости атома до и после столкновения, $d\sigma$ — дифференциальное сечение электрон-атомного соударения.

Поскольку плотность электронов N_e мала по сравнению с плотностью атомов N_a , присутствие электронов в

газе не нарушает максвелловскую функцию распределения атомов

$$\varphi(v_a) = N_a \left(\frac{M}{2\pi T} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{Mv_a^2}{2T} \right). \quad (2.3)$$

Здесь M — масса атома, T — температура газа. Особенность электрон-атомных столкновений в газе следует из малости отношения массы электрона m_e к массе атома M . Даже соударения с большими углами рассеяния ведут к малому изменению энергии электрона. Это позволяет разложить функцию распределения электронов по сферическим гармоникам, что было успешно осуществлено в работах [23–28], и результаты были суммированы в [29]. Операция разложения функции распределения по сферическим гармоникам дает возможность строго решить задачу дрейфа электронов во внешних полях (эта проблема рассмотрена далее). Отметим, что наряду с дрейфом электронов в газах эта проблема развивалась одновременно для подвижности электронов в полупроводниках и для проводимости полупроводников, когда дрейфовая скорость электрона сравнима со скоростью звука в полупроводнике или превышает ее [30–33].

Таким образом, из-за малого изменения энергии при электрон-атомном соударении функция распределения электронов, движущихся в газе во внешнем электрическом поле, близка к сферически-симметричной и может быть представлена в виде

$$f(\mathbf{v}) = f_0(v) + v_x f_1(v), \quad (2.4)$$

где ось x направлена вдоль электрического поля $\mathbf{F}$. Поскольку интеграл электрон-атомных столкновений линеен по отношению к функции распределения электронов $f(\mathbf{v})$, то из формулы (2.2) следует, что

$$I_{ea}(f) = I_{ea}(f_0) + I_{ea}(v_x f_1). \quad (2.5)$$

Рассмотрим второй член этой формулы. Согласно формуле (2.2) получаем

$$I_{ea}(v_x f_1) = \int (\mathbf{v}' - \mathbf{v})_x v d\sigma f_1(v) \varphi(v_a) d\mathbf{v}_a.$$

В силу малости скорости атома характер рассеяния не зависит от $\mathbf{v}_a$, и интегрирование по скоростям атомов дает $\int \varphi(v_a) d\mathbf{v}_a = N_a$, где N_a — плотность атомов. Далее, представим скорость электрона после столкновения как

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v} \cos \vartheta + v \mathbf{k} \sin \vartheta.$$

Здесь ϑ — угол рассеяния, $\mathbf{k}$ — единичный вектор в плоскости, перпендикулярной начальной скорости электрона $\mathbf{v}$. Так как этот вектор имеет произвольное направление в данной плоскости, получаем $\int \mathbf{k} d\sigma = 0$, что дает $\int (\mathbf{v}' - \mathbf{v})_x d\sigma = -v_x \sigma^*(v)$, где $\sigma^*(v) = \int (1 - \cos \vartheta) d\sigma$ — диффузионное сечение электрон-атомного рассеяния. Окончательно имеем

$$I_{ea}(v_x f_1) = -v v_x f_1(v), \quad (2.6)$$

где $v = N_a v \sigma^*(v)$ — частота электрон-атомных столкновений.

Кинетическое уравнение (2.1) с учетом (2.4) и (2.6) принимает вид

$$\frac{eF}{m_e} \left(\frac{v_x}{v} \frac{df_0}{dv} + f_1 + v_x^2 \frac{df_1}{dv} \right) = -v v_x f_1 + I_{ea}(f_0). \quad (2.7)$$

Для выделения сферических гармоник из этого уравнения, проинтегрируем его по $d \cos \theta$, где θ — угол между векторами $\mathbf{v}$ и $\mathbf{F}$, а также, умножив это уравнение на $\cos \theta$, проинтегрируем по углам. Тогда вместо (2.7) получим следующую систему уравнений:

$$a \frac{df_0}{dv} = -v v f_1, \quad \frac{a}{3v^2} \frac{d}{dv} (v^3 f_1) = I_{ea}(f_0), \quad (2.8)$$

где $a = eF/m_e$. Система (2.8) устанавливает связь между сферически-симметричной и несимметричной гармониками функции распределения. Отсюда для дрейфовой скорости электрона в газе, т.е. для средней скорости электронов, можем записать

$$w_e = \int v_x^2 f_1 dv = \frac{eF}{3m_e} \left\langle \frac{1}{v^2} \frac{d}{dv} \left(\frac{v^3}{v} \right) \right\rangle. \quad (2.9)$$

В (2.9) усреднение проводится по сферически-симметричной функции распределения электронов. В частности, в случае $v = \text{const}$ дрейфовая скорость электронов w_e и средняя энергия электронов $\bar{\varepsilon}$ даются соотношениями

$$w_e = \frac{eF}{m_e v}, \quad \bar{\varepsilon} = \frac{3}{2} T + \frac{M}{2} w_e^2. \quad (2.10)$$

2.2. Сферически-симметричная часть электрон-атомного интеграла столкновений

Для определения интеграла столкновений $I_{ea}(f_0)$ от сферически-симметричной части функции распределения электронов f_0 используем малость изменения энергии электрона за одно столкновение с атомом по сравнению с самой энергией. Отметим, что кинетическое уравнение для функции распределения электронов при ее релаксации к равновесию в результате электрон-атомных столкновений имеет вид

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} = I_{ea}(f). \quad (2.11)$$

Из-за непрерывного характера изменения энергии пробного электрона в результате столкновения с атомами кинетическое уравнение переходит в уравнение Фоккера–Планка, так что интеграл столкновений имеет следующий вид в пространстве энергий электрона:

$$I_{ea}(f) = -\frac{1}{\rho(\varepsilon)} \frac{\partial j(f)}{\partial \varepsilon}.$$

Тогда уравнение (2.11) принимает форму уравнения непрерывности в пространстве электронной энергии. Здесь в пространстве электронной энергии ε плотность состояний ρ дается зависимостью $\rho(\varepsilon) \sim \varepsilon^{1/2}$, а поток электронов $j(f)$ может быть представлен в линейной форме

$$j = A \rho f - B \frac{\partial(\rho f)}{\partial \varepsilon},$$

где коэффициенты данного разложения определяются процессами электрон-атомных столкновений. В соответствии с природой уравнения Фоккера–Планка [34–36] эти величины определяются следующими выражениями:

$$A(\varepsilon, t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} \int (\varepsilon - \varepsilon') W(\varepsilon, t; \varepsilon', t + \tau) \rho(\varepsilon') d\varepsilon',$$

$$B(\varepsilon, t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{2\tau} \int (\varepsilon - \varepsilon')^2 W(\varepsilon, t; \varepsilon', t + \tau) \rho(\varepsilon') d\varepsilon',$$

где $W(\varepsilon, t; \varepsilon', t + \tau)$ — вероятность данного изменения электронной энергии в течение времени τ . Отсюда для интеграла электрон-атомных столкновений получаем

$$I_{ea}(f_0) = \frac{1}{\rho(\varepsilon)} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left[-A \rho f_0 + \frac{\partial}{\partial \varepsilon} (B \rho f_0) \right]. \quad (2.12)$$

При этом существенно, что в случае термодинамического равновесия, т.е. если функция распределения электронов является максвелловской с газовой температурой, интеграл столкновений равен нулю. Это дает соотношение между величинами A и B в виде [37, 38] $A = -B/T$. Тогда окончательно интеграл столкновений от сферически-симметричной части функции распределения электронов записывается в виде

$$I_{ea}(f_0) = \frac{1}{\rho(\varepsilon)} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left[\rho(\varepsilon) B(\varepsilon) \left(\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} + \frac{f_0}{T} \right) \right], \quad (2.13)$$

где T — температура газа.

По определению

$$B(\varepsilon) = \frac{1}{2} \left\langle \int (\varepsilon - \varepsilon')^2 N_a v d\sigma (\varepsilon \rightarrow \varepsilon') \right\rangle. \quad (2.14)$$

Скобки в (2.14) означают усреднение по энергиям атомов, $d\sigma$ — сечение столкновения электрона с атомом, которое соответствует данному изменению энергии электрона. Используем закон сохранения относительной скорости электрона и атома при их упругом столкновении, т.е. $|\mathbf{v} - \mathbf{v}_a| = |\mathbf{v}' - \mathbf{v}_a|$, где $\mathbf{v}$, $\mathbf{v}'$ — скорости электрона до и после столкновения, $\mathbf{v}_a$ — скорость атома, которая не изменяется при столкновении с электроном, поскольку импульс атома значительно превышает импульс электрона. Отсюда следует $v^2 - (v')^2 = 2\mathbf{v}_a(\mathbf{v} - \mathbf{v}')$, и формула (2.14) принимает вид

$$B(\varepsilon) = \frac{m_e^2}{2} \left\langle \frac{v_a^2}{3} \right\rangle \int (\mathbf{v} - \mathbf{v}')^2 N_a v d\sigma = T \frac{m_e^2 v^2}{M} N_a v \sigma^*(v). \quad (2.15)$$

Здесь $\langle v_a^2/3 \rangle = T/M$, T — температура газа, m_e , M — массы электрона и атома соответственно, $|\mathbf{v} - \mathbf{v}'| = 2v \sin(\vartheta/2)$, ϑ — угол рассеяния, $\sigma^*(v) = \int (1 - \cos \vartheta) d\sigma$ — диффузионное сечение рассеяния электрона на атоме. Таким образом, используя $\rho(\varepsilon) \sim \sqrt{\varepsilon}$, имеем для интеграла столкновений от сферически-симметричной части функции распределения электронов

$$I_{ea}(f_0) = \frac{m_e}{M} \frac{\partial}{v^2 \partial v} \left[v^3 v_{ea} \left(\frac{1}{m_e v} \frac{\partial f_0}{\partial v} + \frac{f_0}{T} \right) \right], \quad (2.16)$$

где $v_{ea} = N_a v \sigma^*(v)$ — частота электрон-атомных столкновений. Эта часть интеграла электрон-атомных столкновений описывает изменение энергии электрона при электрон-атомных соударениях.

2.3. Равновесие для электронов, движущихся в газе во внешнем электрическом поле, и функция распределения электронов

Рассматривая равновесие электронной и атомной подсистем, когда электроны движутся в газе во внешнем электрическом поле, мы учитываем электрон-атомные и

электрон-электронные столкновения в общем случае. Тогда функция распределения электронов f удовлетворяет следующему кинетическому уравнению:

$$\frac{e\mathbf{F}}{m_e} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = I_{ee}(f) + I_{ea}(f). \quad (2.17)$$

Здесь $\mathbf{F}$ — напряженность электрического поля, m_e — масса электрона, I_{ea} — интеграл столкновения электронов с атомами в соответствии с формулами (2.6), (2.16), I_{ee} — интеграл электрон-электронных столкновений. Тем самым характер равновесия для данной системы зависит от соотношения между I_{ee} и I_{ea} .

Ранее мы обсудили предельный случай $I_{ee} \ll I_{ea}$. Оценим интегралы столкновения как

$$I_{ea} \sim \frac{m_e}{M} v \sigma_{ea} N_a f, \quad I_{ee} \sim v \sigma_{ee} N_e f,$$

где v — характерная скорость электронов, m_e , M — массы электрона и атома, N_e , N_a — плотности электронов и атомов, σ_{ea} , σ_{ee} — характерные сечения столкновения электронов с атомами и электронами. Отсюда следует, что рассмотренный ранее предельный случай отвечает критерию

$$N_e \ll \frac{m_e}{M} \frac{\sigma_{ea}}{\sigma_{ee}} N_a. \quad (2.18)$$

Поскольку $m_e \ll M$ и $\sigma_{ea} \ll \sigma_{ee}$, этот критерий может быть выполнен для ионизованного газа с малой степенью ионизации. Например, для плазмы аргона критерий (2.18) имеет вид $c_e \ll 2 \times 10^{-7}$ при температуре $T_e = 1000$ К, где $c_e = N_e/N_a$ — концентрация электронов; при температуре $T_e = 10^4$ К этот критерий дает $c_e \ll 5 \times 10^{-6}$.

В противоположном по отношению к (2.18) предельном случае имеем

$$I_{ee}(f) = 0. \quad (2.19)$$

Решение этого уравнения дает максвелловскую функцию распределения

$$\varphi(v) = N_e \left(\frac{m_e}{2\pi T_e} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_e v^2}{2T_e}\right), \quad (2.20)$$

где электронная температура T_e может отличаться от газовой T в формуле (2.3) и определяется как взаимодействием электронов с электрическим полем, так и их столкновениями с атомами. Электронная температура связана с характером перехода энергии от внешнего электрического поля к газу. При этом энергия сначала передается от электрического поля электронам, а затем она переходит от электронов к атомам в результате столкновений. Этот вывод можно получить непосредственно из кинетического уравнения (2.17).

Умножим уравнение (2.17) на энергию электрона $m_e v^2/2$ и проинтегрируем по электронным скоростям. В результате получим

$$\int \frac{m_e v^2}{2} I_{ee} d\mathbf{v} = 0$$

в силу физического смысла интеграла столкновений и сохранения полной энергии электронной подсистемы. Следовательно, имеем следующее интегральное соотно-

шение:

$$eF w_e = \int \frac{m_e v^2}{2} I_{ea} d\mathbf{v}, \quad (2.21)$$

где w_e — дрейфовая скорость электронов. Это уравнение баланса энергии для электронов, так что его левая часть включает мощность, которую отдельный электрон получает от электрического поля, а правая часть представляет собой мощность, которая передается от электрона атомам газа в результате столкновений. Из уравнения (2.17) следует, что ионы вносят малый вклад в трансформацию электрической энергии по сравнению с электронами, поскольку дрейфовая скорость электронов существенно превышает дрейфовую скорость ионов. Поэтому характер передачи энергии от электрического поля к электронам и от электронов к атомам газа не зависит от выполнения критерия (2.18). Если этот критерий нарушается, то можно рассматривать электроны как отдельную подсистему. Если же этот критерий справедлив, имеет место другой характер равновесия в электрон-атомной системе.

Таким образом, функция распределения электронов, находящихся в газе во внешнем электрическом поле, зависит от выполнения критерия (2.18). Если этот критерий нарушается, максвелловская функция распределения электронов (2.20) следует из уравнений (2.17), (2.19). Используя это в первом уравнении системы уравнений (2.8), получим

$$f_1 = \frac{eF}{v T_e} f_0, \quad (2.22)$$

и дрейфовая скорость электронов равна

$$w_e = \frac{eF}{3T_e} \left\langle \frac{v^2}{v} \right\rangle. \quad (2.23)$$

Электронная температура T_e является параметром, который может быть найден из уравнения баланса (2.21) для мощности, передаваемой от электрического поля электронам и от электронов атомам газа. Это уравнение с использованием формулы (2.16) для интеграла столкновений электронов с атомами от сферически-симметричной части функции распределения электронов имеет вид

$$eF w_e = \int \frac{m_e v^2}{2} I_{ea}(f_0) d\mathbf{v} = \frac{m_e^2}{M} \left(1 - \frac{T}{T_e} \right) \langle v^2 v \rangle. \quad (2.24)$$

На основе формулы (2.23) для дрейфовой скорости электронов отсюда получим

$$T_e - T = \frac{M a^2}{3} \frac{\langle v^2/v \rangle}{\langle v^2 v \rangle}, \quad (2.25)$$

где $a = eF/m_e$. В частности, в случае $v = \text{const}$ это дает

$$w_e = \frac{eF}{m_e v}, \quad T_e - T = \frac{M w_e^2}{3}. \quad (2.26a)$$

Если $\sigma^*(v) = \text{const}$, из формул (2.9), (2.24) следует (здесь $\lambda = (N_a \sigma^*)^{-1}$)

$$w_e = \frac{2eF}{3m_e} \left\langle \frac{1}{v} \right\rangle = \frac{2\sqrt{2} eF \lambda}{3\sqrt{\pi T_e m_e}} = 0,532 \frac{eF \lambda}{\sqrt{m_e T_e}}, \quad (2.26b)$$

$$T_e - T = \frac{3\pi M w_e^2}{32}.$$

На основе формулы (2.24) имеем уравнение для средней энергии электронов $\bar{\varepsilon}$

$$\frac{d\bar{\varepsilon}}{dt} = eFw_e - \frac{m_e^2}{M} \left(1 - \frac{T}{T_e}\right) \langle v^2 v \rangle.$$

Представим это уравнение в виде

$$\frac{dT_e}{dt} = -v_e(T_e - T_0),$$

где T_0 — равновесная электронная температура, T_e — текущая электронная температура, v_e — скорость релаксации электронной температуры. Для скорости релаксации в предельных случаях получим

$$v_e = 2 \frac{m_e}{M} v, \quad v = \text{const}, \quad (2.27a)$$

и

$$v_e = \frac{16}{3\sqrt{\pi}} \frac{m_e}{M} \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{2T_e}{m_e}}, \quad \sigma^*(v) = \text{const}. \quad (2.27б)$$

Характерное время изменения электронного импульса $\tau \sim 1/v$ в M/m_e раз меньше характерного времени изменения электронной энергии $\tau_e \sim M/(m_e v)$.

В предельном случае, когда критерий (2.18) выполняется, решение системы уравнений (2.8) с использованием формулы (2.16) для интеграла столкновений дает

$$f_0(v) = A \exp\left(-\int_0^v \frac{m_e v' dv'}{T + Mu^2/3}\right), \quad f_1(v) = \frac{m_e u f_0}{T + Mu^2/3}, \quad (2.28)$$

где

$$u = \frac{eF}{m_e v} = \frac{eF}{m_e N_a v \sigma^*(v)}, \quad (2.29)$$

и функция распределения нормирована следующим образом:

$$\int_0^\infty 4\pi v^2 f_0 dv = N_e. \quad (2.30)$$

Из (2.30) получаем выражение для дрейфовой скорости электрона в газе

$$w_e = \frac{1}{3} \int_0^\infty v^2 f_1 4\pi v^2 dv = \frac{4\pi}{3} \int_0^\infty \frac{m_e u f_0}{T + Mu^2/3} v^4 dv.$$

Отсюда, в частности, в случае $v = \text{const}$ для дрейфовой скорости электронов w_e и средней энергии $\bar{\varepsilon}$ имеем

$$w_e = \frac{eF}{m_e v}, \quad \bar{\varepsilon} = \frac{3T}{2} + \frac{Mw_e^2}{2}, \quad (2.31)$$

что совпадает с выражениями формулы (2.26a), которая относится к другому предельному случаю для плотности электронов. Если $\sigma^*(v) = \text{const}$, функции распределения (2.28) в предельном случае $\bar{\varepsilon} \gg T$ (здесь $\lambda = 1/(N_a \sigma^*)$) дают

$$w_e = 0,857 \left(\frac{m_e}{M}\right)^{1/4} \sqrt{\frac{eF\lambda}{m_e}}, \quad (2.32)$$

$$\bar{\varepsilon} = 0,427 eF\lambda \sqrt{\frac{M}{m_e}} = 0,530 M w_e^2$$

что отвечает другой зависимости от напряженности электрического поля по сравнению с формулой (2.26б).

2.4. Кинетика электронов

при электрон-электронных столкновениях

Далее мы рассмотрим случай высокой электронной плотности для движения электронов в газе во внешнем поле, когда равновесие для электронной подсистемы устанавливается в результате столкновений между электронами. Интеграл столкновений, который характеризует установление этого равновесия, имеет вид

$$I_{ee}(f) = - \int [f(v_1) f(v_2) - f(v'_1) f(v'_2)] |v_1 - v_2| d\sigma_{ee} dv_2, \quad (2.33)$$

где $d\sigma_{ee}$ — дифференциальное сечение рассеяния двух электронов, имеющих скорости v_1, v_2 до столкновения и v'_1, v'_2 после столкновения. Особенность интеграла $I_{ee}(f)$ состоит в том, что он определяется столкновениями электронов с малым изменением их скорости. Если скорость пробного электрона мало изменяется за каждое соударение, то интеграл столкновений электронов может быть представлен как дивергенция потока в пространстве скоростей. Такой вид интеграла электрон-электронных столкновений называется интегралом столкновений Ландау и дается выражением [18, 19, 39]

$$I_{ee}(f) = - \frac{\partial j_\beta}{\partial v_{1\beta}}, \quad (2.34)$$

где поток в пространстве скоростей электронов [39]

$$j_\beta = \int dv_2 \left(f_1 \frac{\partial f_2}{\partial v_{2\beta}} - \frac{\partial f_1}{\partial v_{1\beta}} f_2 \right) D_{\alpha\beta}, \quad (2.35)$$

$$D_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \int \Delta_\alpha \Delta_\beta W d\Delta v.$$

Здесь α, β — компоненты векторов и тензоров ($\alpha, \beta \equiv x, y, z$), причем по дважды повторяющимся индексам проводится суммирование; изменение скорости равно $\Delta \equiv \Delta v = v_1 - v'_1 = v'_2 - v_2$, $W(v_1, v_2 \rightarrow v'_1, v'_2)$ — вероятность перехода в единицу времени при столкновении двух электронов, нормированная на единицу объема.

Симметричная форма интеграла электрон-электронных столкновений, интеграл столкновений Ландау, является модификацией соответствующего интеграла для уравнения Фоккера–Планка в пространстве скоростей электронов. Найдем выражение для тензора $D_{\alpha\beta}$. Сила, действующая на пробный электрон со стороны другого электрона, равна $F = e^2 r / r^3$, где r — расстояние между электронами, e — заряд электрона. Отсюда находим изменение импульса пробного электрона после столкновения:

$$\Delta p = n \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^2 \rho}{r^3} dt = \frac{2e^2}{\rho g} n. \quad (2.36)$$

В (2.36) n — единичный вектор, направленный вдоль прицельного параметра столкновения ρ , мы считаем движение электронов свободным: $r^2 = \rho^2 + g^2 t^2$, где $g = |v_1 - v_2| = |v'_1 - v'_2|$ — относительная скорость сталкивающихся электронов, t — время. Отсюда для изменения скорости пробного электрона после соударения

($\Delta = \Delta \mathbf{v}$) имеем

$$A_\alpha = \frac{2e^2 \rho_\alpha}{\rho^2 g m_e}, \quad (2.37)$$

и для тензора $D_{\alpha\beta}$ можем записать

$$\begin{aligned} D_{\alpha\beta} &= \frac{1}{2} \int A_\alpha A_\beta W d\Delta \mathbf{v} = \frac{1}{2} \int A_\alpha A_\beta g d\sigma = \\ &= \frac{2e^4}{m_e^2 g} \int \frac{\rho_\alpha \rho_\beta}{\rho^4} d\sigma = \frac{4\pi e^4}{m_e^2 g} n_\alpha n_\beta \ln A. \end{aligned} \quad (2.38)$$

Здесь n_α , n_β — компоненты единичного вектора $\mathbf{n}$, направленного вдоль $\mathbf{p}$, величина $\ln A$ — кулоновский логарифм:

$$\ln A = \int_{\rho_<}^{\rho_>} \frac{d\rho}{\rho}. \quad (2.39)$$

Этот интеграл расходится на обоих пределах интегрирования. Расходимость при малых прицельных параметрах столкновения следует из пренебрежения искажением траектории вследствие кулоновского отталкивания электронов, так что нижний предел интегрирования определяется из оценки $e^2/\rho_< \sim \varepsilon$, где ε — характерная энергия электронов. Расходимость при больших прицельных параметрах столкновения — особенность кулоновского взаимодействия. Однако в плазме кулоновское поле экранируется на расстояниях $\rho_> \sim r_D$, где r_D — радиус Дебая–Хюккеля для этой плазмы. Мы определяем величины $\rho_<$, $\rho_>$ с точностью до постоянного множителя, и, поскольку $\rho_> \gg \rho_<$, это ведет к малой погрешности. Тем самым кулоновский логарифм является большим числом для идеальной плазмы и равен

$$\ln A = \ln \frac{r_D \varepsilon}{e^2}. \quad (2.40)$$

Отсюда мы находим диффузионное сечение электрон-электронных столкновений в плазме:

$$\begin{aligned} \sigma^* &= \int_0^\infty 2\pi \rho d\rho (1 - \cos \vartheta) = \int_0^\infty 2\pi \rho d\rho \frac{\vartheta^2}{2} = \\ &= \pi \left(\frac{2e^2}{m_e g^2} \right)^2 \ln A = \frac{\pi e^4}{\varepsilon^2} \ln A, \end{aligned} \quad (2.41)$$

где угол рассеяния $\vartheta = 2e^2/(\rho m_e g^2) = e^2/(\rho \varepsilon)$, ε — энергия налетающего электрона в лабораторной системе координат, в которой другой электрон покоится.

Для определения тензора $D_{\alpha\beta}$ выберем сначала направление относительной скорости электронов $\mathbf{g}$ вдоль оси x и x_u в качестве плоскости движения. Тогда только компонента Δ_y отлична от нуля и соответственно отлична от нуля только компонента тензора D_{yy} . Для этой компоненты тензора получим

$$D_{yy} = \frac{2e^4}{m_e^2 g} \int \frac{1}{\rho^2} 2\pi \rho d\rho = \frac{4\pi e^4}{m_e^2 g} \ln A,$$

где интеграл по прицельным параметрам столкновения вычислен, как и ранее. Учитывая, что направление относительной скорости сталкивающихся электронов является случайной величиной, можно переписать тензор $D_{\alpha\beta}$ в произвольной системе координат. Поскольку этот тензор симметричен относительно индексов, построим его на основе симметричных тензоров $\delta_{\alpha\beta}$ и

$g_\alpha g_\beta$. Очевидно, он имеет вид [39]

$$D_{\alpha\beta} = \frac{4\pi e^4}{m_e^2 g^3} g_\alpha g_\beta \ln A. \quad (2.42)$$

Таким образом, интеграл столкновений Ландау, который включает столкновения между электронами, дается формулами

$$\begin{aligned} I_{ee}(f) &= -\frac{\partial j_\beta}{\partial v_{1\beta}}, \quad j_\beta = \int d\mathbf{v}_2 \left(f_1 \frac{\partial f_2}{\partial v_{2\alpha}} - \frac{\partial f_1}{\partial v_{1\alpha}} f_2 \right) D_{\alpha\beta}, \\ D_{\alpha\beta} &= \frac{4\pi e^4}{m_e^2 g^3} g_\alpha g_\beta \ln A. \end{aligned} \quad (2.43)$$

Такой нелинейный вид интеграла столкновений Ландау является обобщением правой части уравнения Фоккера–Планка в пространстве скоростей.

Интеграл столкновений Ландау нелинеен относительно функции распределения электронов. Выражение (2.43) может быть упрощено для быстрых электронов, скорость которых v велика по сравнению с характерной скоростью электронов в плазме. В этом предельном случае тензор $D_{\alpha\beta}$ не зависит от скорости медленных электронов, т.е.

$$D_{\alpha\beta} = \frac{4\pi e^4}{m_e^2 v^3} v_\alpha v_\beta \ln A$$

(v — скорость быстрого электрона), и согласно формуле (2.13) интеграл столкновений для быстрых электронов имеет вид

$$I_{ee}(f_0) = \frac{1}{m_e v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left[v B_{ee}(\varepsilon) \left(\frac{1}{m_e v} \frac{\partial f_0}{\partial v} + \frac{f_0}{T} \right) \right], \quad (2.44)$$

где энергия быстрого пробного электрона $\varepsilon = m_e v^2/2$. По определению

$$\begin{aligned} B(\varepsilon) &= \frac{1}{2} \left\langle \int (\varepsilon - \varepsilon')^2 N_e v d\sigma(\varepsilon \rightarrow \varepsilon') \right\rangle = \\ &= \frac{N_e}{2} \int (\varepsilon - \varepsilon')^2 W d\Delta \mathbf{v} = \\ &= \frac{N_e}{2} \int m_e v_\alpha (v_\alpha - v'_\alpha) m_e v_\beta (v_\beta - v'_\beta) W d\Delta \mathbf{v} = \\ &= N_e m_e^2 v_\alpha v_\beta \frac{1}{2} \int (v_\alpha - v'_\alpha)(v_\beta - v'_\beta) W d\Delta \mathbf{v} = N_e m_e^2 v_\alpha v_\beta D_{\alpha\beta}, \end{aligned}$$

где по одинаковым индексам проводится суммирование. Здесь N_e — плотность электронов, ε , ε' — энергии быстрого электрона до и после столкновения, скобки означают усреднение по скоростям медленного электрона. Учтем малое изменение скорости быстрого электрона при столкновении, так что $\varepsilon - \varepsilon' = m_e v_\alpha (v_\alpha - v'_\alpha)$. Отсюда получим, используя формулу (2.43) для тензора $D_{\alpha\beta}$ и учитывая, что для быстрого электрона $g_\alpha = v_\alpha$ [40],

$$B_{ee}(\varepsilon) = 4\pi e^4 v N_e \ln A. \quad (2.45)$$

Таким образом, интеграл столкновений для быстрых электронов имеет простой вид и линеен по отношению к функции распределения быстрых электронов.

Отметим, что при анализе поведения электронов в слабо ионизованном газе мы связывали роль столкнове-

ний электронов с электронами и атомами с выполнением критерия (2.18). Даже если этот критерий нарушается, мы считали, что средний электронный импульс устанавливается при соударениях с атомами. Однако наряду с электрон-атомными столкновениями при заметной степени ионизации газа становятся существенными электрон-ионные соударения. Действительно, сечение электрон-ионных соударений (2.41) превышает сечение электрон-атомных столкновений σ_{ea} вследствие дальнего характера кулоновского взаимодействия при электрон-ионных столкновениях, частота которых [41]

$$v_{ei} = \frac{2\sqrt{2}\pi}{3} \frac{N_i e^4}{T_e^{3/2} m_e^{1/2}} \left(\ln \frac{T_e^3}{2\pi N_i e^6} - 2C \right), \quad (2.46)$$

где e — заряд электрона, m_e — масса электрона, N_i — плотность ионов, T_e — температура электронов, $C = 0,577$ — постоянная Эйлера. В этом выражении используется максвелловская функция распределения электронов, характеризуемая электронной температурой T_e , и поскольку ионизованный газ является идеальным ($N_e e^6 \ll T_e^3$) и квазинейтральным ($N_e = N_i$), выражение в скобках много больше единицы. Сравнение скоростей электрон-атомных v_{ei} и электрон-ионных $v = N_a v \sigma^*(v)$ столкновений позволяет определить роль электрон-ионных столкновений при эволюции электронов.

3. Электрон-атомные столкновения

3.1. Упругое рассеяние электрона на атоме

При рассмотрении эволюции электронов в газе во внешнем электрическом поле мы учитывали, что характерная энергия электронов обычно заметно меньше энергии возбуждения атомов, с которыми они сталкиваются. Если это не выполняется, электроны возбуждают атомы и теряют энергию. При малых энергиях электронов происходит только упругое рассеяние электрона на атоме, и далее мы обсудим особенности упругих электрон-атомных столкновений при малых энергиях электрона [42–46]. Если спин атома не равен нулю, возможны два состояния для системы сталкивающихся электрона и атома, и эта система развивается по каждому каналу независимо (релятивистскими эффектами пренебрегаем). Для простоты рассмотрим рассеяние электрона на бесструктурном атоме, ориентируясь на атомы инертных газов, когда имеется только одно электронное состояние системы электрон–атом.

В рамках фазовой теории рассеяния параметры рассеяния могут быть выражены через фазы рассеяния δ_l для рассеяния электрона с моментом l по отношению к рассеивающему атому. В частности, дифференциальное сечение рассеяния $d\sigma$ электрона на атоме дается формулами [43, 44, 47, 48]

$$\frac{d\sigma}{d\cos\vartheta} = 2\pi |f(\vartheta)|^2, \quad f(\vartheta) = \sum_{l=0}^{\infty} f_l P_l(\cos\vartheta), \quad (3.1)$$

$$f_l = \frac{1}{2iq} (2l+1) [\exp(2i\delta_l) - 1],$$

где ϑ — угол рассеяния, т.е. угол между начальным и конечным направлениями движения электрона, $f(\vartheta)$ — амплитуда рассеяния, $P_l(\cos\vartheta)$ — полином Лежандра,

f_l — сферическая компонента амплитуды рассеяния. Отсюда получим полное σ_t и диффузионное σ^* сечения рассеяния электрона на атоме, выраженные через фазы рассеяния δ_l :

$$\sigma_t = \int d\sigma = \frac{4\pi}{q^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \delta_l, \quad (3.2)$$

$$\sigma^* = \int (1 - \cos\vartheta) d\sigma = \frac{4\pi}{q^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2(\delta_l - \delta_{l+1}). \quad (3.3)$$

Если скорость электрона v (или волновой вектор $q = m_e v / \hbar$) стремится к нулю, фазы рассеяния δ_l также стремятся к нулю, причем в случае короткодействующего взаимодействия электрона с атомом $\delta_l \sim q^{2l+1}$. Поэтому при малых энергиях электрона конечное число фаз дает вклад в сечение рассеяния. В частности, ограничившись основным членом разложения, имеем $\delta_0 = -Lq$ (L — длина рассеяния), при этом сечение рассеяния медленного электрона атомом равно

$$\frac{d\sigma}{d\cos\vartheta} = 2\pi L^2, \quad \sigma = 4\pi L^2, \quad (3.4)$$

где $\sigma = \int d\sigma$ — полное сечение рассеяния для электрона нулевой энергии.

Из формулы (3.4) следует, что рассеяние электрона изотропно при нулевой энергии, т.е. оно определяется рассеянием s -электрона. Далее, длина рассеяния электрона на атоме может быть выражена через волновую функцию рассеиваемого электрона Ψ как

$$\left. \frac{d \ln \Psi}{dr} \right|_{r=0} = -\frac{1}{L}. \quad (3.5)$$

Здесь r — расстояние от рассеиваемого электрона до центра. Отметим, что длина рассеяния определяется взаимодействием электрона с атомом внутри него, где одноэлектронное приближение неприменимо, т.е. волновая функция рассеиваемого электрона перепутывается с волновыми функциями атомных электронов и результирующее обменное взаимодействие электрона и атома оказывается сложным. Поэтому мы рассматриваем длину рассеяния как параметр, возникший из комбинации короткодействующего взаимодействия электрона с атомом, включающего обмен энергией между налетающим и атомными электронами, и дальнего действующего взаимодействия. Это позволяет разложить фазы рассеяния по малому параметру при малых энергиях столкновения [49, 50]. Мы учитываем короткодействующее взаимодействие только для нулевой фазы рассеяния и дальнего действующее взаимодействие для всех фаз рассеяния в рамках теории возмущений, справедливой при малых энергиях столкновения.

Используем формулу Ферми для короткодействующего потенциала взаимодействия электрона с атомом [51–53]

$$U_{sh} = 2\pi L \frac{\hbar^2}{m_e} \delta(\mathbf{r}), \quad (3.6)$$

где $\mathbf{r}$ — координата электрона. Наряду с короткодействующим взаимодействием электрона с атомом вклад в параметры рассеяния может давать дальнее действующее взаимодействие. В противоположность короткодействующему взаимодействию электрона с атомом вклад

Таблица 1. Параметры рассеяния электрона на атомах инертных газов

Параметр	He	Ne	Ar	Kr	Xe
α, a_0^3	1,4	2,8	11	17	27
L/a_0	1,2 [56]	0,3 [57]	-1,5 [58–60]	-3,1 [56]	-5,7 [56]
$\sigma_t(\varepsilon = 0), \text{\AA}^2$	5,1	0,3	7,9	34	110
$\varepsilon_{\min}, \text{эВ}$	—	—	0,18	0,32	0,44
$\sigma_{t \min}, \text{\AA}^2$	—	—	0,88	3,8	13
$D_e N_a, 10^{21} \text{ см}^{-1} \text{ с}^{-1}$	7,5	75	30	1,6	0,43
$K_e N_a, 10^{23} (\text{см с В})^{-1}$	3,0	30	12	0,62	0,17

в амплитуду рассеяния от дальнего действующего взаимодействия при малых энергиях столкновения определяется областью нахождения электрона вдали от атома, где координаты рассеиваемого и атомного электронов могут быть разделены. Построив на этом теорию возмущений, получим для амплитуды рассеяния, разделяя короткодействующее и дальнедействующее взаимодействие [48],

$$f(\vartheta) = -L + \frac{1}{2\pi} \int [1 - \exp(-i\mathbf{K}\mathbf{r})] U_l(r) dr, \quad (3.7)$$

где $U_l(r)$ — сферическая компонента потенциала дальнедействующего взаимодействия электрона с атомом, $K = |\mathbf{q} - \mathbf{q}'| = 2q \sin(\vartheta/2)$ — изменение волнового вектора электрона в результате столкновения. Отсюда в случае поляризационного потенциала взаимодействия $U(r) = -\alpha e^2/(2r^4)$, который реализуется при больших расстояниях r между электроном и атомом (α — поляризуемость атома), получаем

$$f(\vartheta) = -L - \frac{\pi\alpha}{4a_0} K = -L - \frac{\pi\alpha q}{2a_0} \sin \frac{\vartheta}{2}, \quad (3.8)$$

где $a_0 = \hbar^2/(m_e e^2)$ — радиус Бора. По сути дела, это разложение амплитуды рассеяния при малых энергиях столкновения. Оно ведет к следующим выражениям для полного и диффузионного сечений электрон-атомного рассеяния при малых энергиях электрона [41]:

$$\begin{aligned} \sigma_t &= 4\pi \left(L^2 + \frac{2}{3} \pi \frac{\alpha q L}{a_0} + \frac{\pi^2}{8} \frac{\alpha^2 q^2}{a_0^2} \right) = \\ &= 4\pi L^2 \left(1 - \frac{4}{3} x + \frac{1}{2} x^2 \right), \quad x = -\frac{\pi\alpha q}{2La_0}, \quad (3.9) \\ \sigma^* &= 4\pi \left(L^2 + \frac{4}{5} \pi \frac{\alpha q L}{a_0} + \frac{\pi^2}{6} \frac{\alpha^2 q^2}{a_0^2} \right) = \\ &= 4\pi L^2 \left(1 - \frac{8}{5} x + \frac{2}{3} x^2 \right). \quad (3.10) \end{aligned}$$

Из этих формул следует важный вывод: сечения рассеяния σ_t и σ^* при малых энергиях столкновения имеют резкий минимум, если длина рассеяния L отрицательна. Это эффект Рамзауэра [54, 55], и причиной резкого минимума в сечениях рассеяния является то, что нулевая фаза рассеяния δ_0 обращается в нуль при малых энергиях электрона, когда вклад других фаз в сечение рассеяния относительно мал. Эффект Рамзауэра наблюдается при упругом рассеянии электрона на атомах аргона, криптона и ксенона. Как следует из формулы (3.9), полное сечение рассеяния в этом приближении имеет минимум $4\pi L^2/9$ при волновом векторе электрона $q_{\min} = -8La_0/(3\pi\alpha)$ ($x = 4/3$). Минимум диффузионного сечения рассеяния составляет $4\pi L^2/25$ и со-

ответствует волновому вектору $q_{\min} = -12La_0/(5\pi\alpha)$ ($x = 6/5$) в соответствии с формулой (3.10) [41]. Таким образом, в рамках данного приближения сечение рассеяния уменьшается на порядок величины при малых энергиях электрона, что существенно для процессов в газах и плазме с участием электронов.

Таблица 1 содержит параметры рассеяния электрона на атомах инертных газов. Наряду с измерениями сечений рассеяния электрона на атомах при нулевой энергии электрона, длина рассеяния L может быть найдена из сдвига спектральных линий сильно возбужденных атомов, находящихся в газе. Точность данных табл. 1 для рассеяния электрона на атомах [56–60] составляет несколько процентов. Минимальные сечения рассеяния и энергии, при которых они ожидаются в соответствии с формулой (3.10), содержат дополнительные погрешности. Эти погрешности демонстрируются данными рис. 1, где приведена зависимость от энергии электрона диффузионного сечения рассеяния электрона на атоме ксенона в соответствии с результатами [61–65]. Сравнение с формулой (3.10) показывает, что эта формула справедлива при малых энергиях столкновения до минимума сечения, тогда как при более высоких энергиях отличие рассчитанных по этой формуле данных от экспериментальных становится существенным. Более того, минимум сечения наблюдается при более высоких энергиях, чем это следует из формулы (3.10), а само сечение в минимуме в несколько раз ниже, чем дает формула (3.10).

Из-за различия сечений, рассчитанных по формулам (3.9), (3.10), и экспериментальных данных рассмотрим этот вопрос более подробно. Основываясь на фазовой теории рассеяния, в соответствии с формулами (3.2), (3.3) находим, что при условиях эффекта Рамзауэра нулевая фаза рассеяния δ_0 обращается в нуль, когда другие фазы

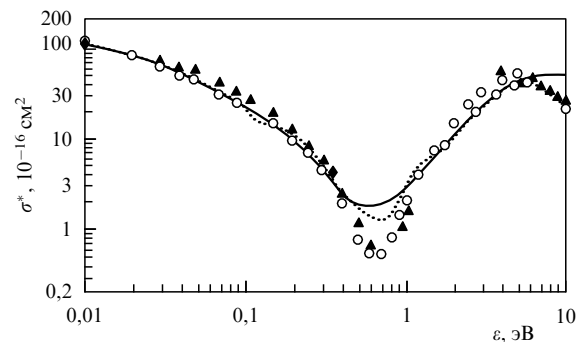


Рис. 1. Диффузионное сечение рассеяния электрона на атоме ксенона как функция энергии электрона: — по данным [61], ○ — [62], ... — [63], ▲ — [64], ■ — [65]; ◆ — сечение при нулевой энергии и в минимуме в соответствии с формулой (3.10) и данными табл. 1.

малы. В формулах (3.9), (3.10) в качестве дальнедействующего потенциала взаимодействия использован поляризационный потенциал взаимодействия электрона с атомом. В таком приближении нулевая фаза рассеяния электрона на атоме ксенона равна нулю при энергии 0,55 эВ, а полное и диффузионное сечения рассеяния имеют минимумы соответственно при энергиях 0,44 и 0,35 эВ. Из сравнения этих данных с экспериментальными следует, что дальнедействующий потенциал взаимодействия электрона с атомами инертных газов меньше поляризационного.

Учитывая природу дальнедействующего взаимодействия электрона с атомом, будем считать, что оно начинается с определенного расстояния между ними, и представим эффективный потенциал взаимодействия электрона с атомом как сумму короткодействующего и дальнедействующего потенциалов взаимодействия:

$$U(\mathbf{r}) = 2\pi L \frac{\hbar^2}{m_e} \delta(\mathbf{r}) - \frac{\alpha e^2}{2(r^2 + r_0^2)^2},$$

где r — координата электрона по отношению к центру атома. Тогда для данного потенциала дальнедействующего взаимодействия электрона с атомом на основе формулы (3.7) для амплитуды рассеяния электрона на атоме вместо формулы (3.8) имеем [66]

$$f(\vartheta) = -L - \frac{\pi\alpha}{4a_0r_0} \left[1 - \exp\left(-2r_0q \sin \frac{\vartheta}{2}\right) \right]. \quad (3.11)$$

Отсюда, в частности, для приведенного диффузионного сечения рассеяния получим

$$\frac{\sigma^*}{4\pi L^2} = \frac{1}{4(r_0q)^4} \int_0^{2r_0q} z^3 dz \{1 - y[1 - \exp(-z)]\}^2, \quad (3.12)$$

$$y = -\frac{\pi\alpha}{4a_0r_0L}, \quad z = 2r_0q \sin \frac{\vartheta}{2}.$$

Вводя волновой вектор электрона $q_{\min}$, соответствующий минимуму сечения рассеяния, и новую переменную $t = 2r_0q$, находим из условия минимума $d\sigma^*/dt = 0$ следующее соотношение между параметрами x и t :

$$y = 2 \frac{(t^4/4)[1 - \exp(-t)] - \int_0^t z^3 [1 - \exp(-z)] dz}{(t^4/4)[1 - \exp(-t)]^2 - \int_0^t z^3 [1 - \exp(-z)]^2 dz}. \quad (3.13)$$

В частности, в пределе $r_0 \rightarrow 0$ имеем $t \rightarrow 0$, что дает $x = yt = 6/5$ и $\sigma^*/(4\pi L^2) = 1/25$ в соответствии с результатом для поляризационного потенциала взаимодействия. Конечные значения r_0 приведены в табл. 2, где

Таблица 2. Параметры рамзауровского минимума для рассеяния электрона на атоме ксенона

r_0/a_0	$\varepsilon_{\min}$, эВ	$\sigma_{\min}/4\pi L^2$	$x_{\min}$
0	0,35	0,04	1,20
0,1	0,36	0,039	1,22
0,3	0,39	0,038	1,26
0,7	0,44	0,035	1,34
1,0	0,50	0,032	1,42
1,5	0,61	0,028	1,58
2,0	0,79	0,023	1,79
2,5	1,11	0,017	2,12
3,0	1,83	0,011	2,73

параметры для минимума сечения рассеяния относятся к случаю столкновения электрона с атомом ксенона. Как следует из этой таблицы, увеличение параметра r_0 ведет к уменьшению минимального сечения и росту энергии $\varepsilon_{\min} = \hbar^2 q_{\min}^2 / (2m_e)$, при которой этот минимум наблюдается.

3.2. Подвижность и диффузия электронов в газе

Определим подвижность K_e электронов в газе во внешнем электрическом поле напряженностью $\mathbf{F}$ на основе соотношения

$$\mathbf{w}_e = K_e \mathbf{F}, \quad (3.14)$$

где $\mathbf{w}_e$ — дрейфовая скорость электрона. Тогда согласно формуле (2.9) для подвижности электронов в газе получим

$$K_e = \frac{e}{3m_e} \left\langle \frac{1}{v^2} \frac{d}{dv} \left(\frac{v^3}{v} \right) \right\rangle. \quad (3.15)$$

При малых напряженностях поля подвижность электрона не зависит от напряженности, поскольку электрическое поле слабо возмущает максвелловскую функцию распределения электронов. При больших напряженностях зависимость подвижности от напряженности электрического поля определяется зависимостью от скорости столкновения сечения упругого рассеяния электрона на атоме. В частности, если частота столкновения электрона с атомами ν не зависит от электронной скорости, формула (3.14) дает

$$K_e = \frac{e}{m_e \nu}. \quad (3.16)$$

Если диффузионное сечение рассеяния электрона на атоме σ_{ea}^* не зависит от скорости столкновения, формула (3.14) в пределе малых напряженностей электрического поля принимает вид

$$K_e = \frac{2e\lambda}{3m_e} \left\langle \frac{1}{v} \right\rangle = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e\lambda}{\sqrt{m_e T}} = 0,53 \frac{e\lambda}{\sqrt{m_e T}}, \quad (3.17)$$

где $\lambda = 1/(N_a \sigma_{\text{ea}}^*)$ — длина свободного пробега электронов в газе (N_a — плотность атомов, T — температура газа).

В случае сложной зависимости $\nu(v)$, характерной для инертных газов, подвижность может немонотонно зависеть от напряженности поля, и это показано на рис. 2 [67] для ксенона в газовой фазе, где подвижность имеет максимум при определенной напряженности поля. Кроме того, дрейфовая скорость электрона может не зависеть от напряженности поля в определенном интервале напряженностей, т.е. иметь "насыщение" в этом интервале напряженностей. Это продемонстрировано на рис. 3а на примере дрейфовой скорости электрона в ксеноне; подобная зависимость наблюдалась и в других измерениях [65, 68–73] для дрейфа электрона в ксеноне. В добавление к этому рис. 3б демонстрирует эффект насыщения при дрейфе электрона в парах ртути согласно измерениям [74, 75]. В случае дрейфа электрона в газообразном криптоне эффект насыщения слабее [68, 76, 77]. В разделе 7 мы проанализируем этот эффект для дрейфа электрона в конденсированных инертных газах, где он проявляется сильнее. Отметим, что при монотон-

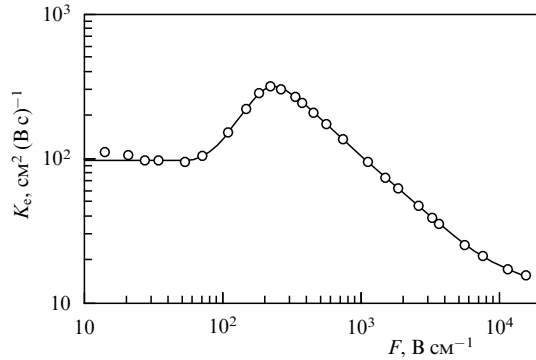


Рис. 2. Подвижность электрона в газообразном ксеноне как функция поля при температуре $T = 236$ К и плотности атомов $N_a = 3 \times 10^{20} \text{ см}^{-3}$ [67].

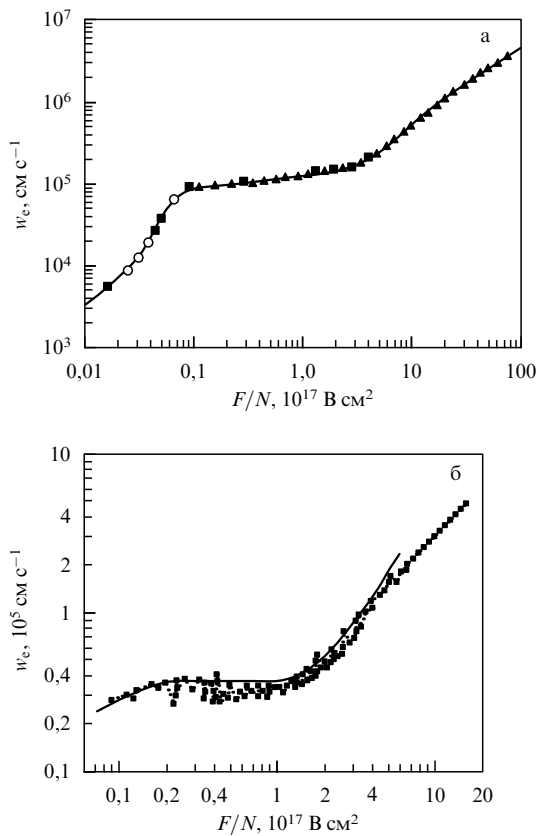


Рис. 3. Эффект насыщения дрейфовой скорости электрона в газе и паре в зависимости от напряженности электрического поля: (а) дрейф электрона в ксеноне по данным [68] (○), [67] (■, ▲) и [65] (—); (б) дрейф электрона в парах ртути по данным [74, 75].

ной зависимости сечения от скорости столкновения подвижность изменяется монотонно с ростом напряженности электрического поля. Немонотонная зависимость подвижности в ксеноне от напряженности электрического поля (см. рис. 2 [67]) следует из рамзауэровского вида сечения рассеяния электрона на атоме.

Установим связь между подвижностью электрона в газе K_e при малых полях и коэффициентом диффузии D_e электронов в этом газе. При слабых полях в электронной подсистеме устанавливается термодинамическое равновесие, так что пространственное распределение для

плотности электронов дается формулой Больцмана

$$N_e = N_0 \exp \left(-\frac{eFx}{T} \right). \quad (3.18)$$

Здесь координата x выбрана вдоль поля. При наличии градиента плотности возникает диффузионный поток электронов, который стремится выравнять плотность электронов в пространстве. При равновесии этот поток компенсируется потоком, обусловленным действием электрического поля, и полный поток электронов $\mathbf{j}_e$ равен нулю:

$$\mathbf{j}_e = -D_e \nabla N_e + K_e F N_e = 0. \quad (3.19)$$

Используя формулу (3.18) для плотности электронов, получим соотношение Эйнштейна [78–80], которое связывает подвижность электронов K_e и коэффициент диффузии D_e электронов в газе:

$$K_e = \frac{eD_e}{T}. \quad (3.20)$$

Соотношение Эйнштейна справедливо при малых напряженностях электрического поля, если отдельный электрон движется в газе во внешнем электрическом поле (критерий (2.18)), и при любых напряженностях поля, если плотность электронов велика и функция их распределения по скоростям максвелловская. Тогда в формулу (3.20) входит электронная температура.

Таблица 1 содержит значения приведенного диффузионного коэффициента для электронов в газе, которые взяты из [81] для He, Ne, Ar и из [61] для Kr и Xe. Точность этих данных составляет примерно 10 %, и в пределах этой точности они совпадают с результатами других измерений. Приведенные в табл. 1 подвижности электронов при комнатной температуре получены из значений диффузионных коэффициентов на основе соотношения Эйнштейна (3.20).

Разложение (2.4) для функции распределения электронов по скоростям справедливо при любом поле, действующем на движущиеся в газе электроны. Далее мы используем это разложение для определения коэффициента диффузии электронов в газе, когда поток электронов возникает под действием градиента их плотности, причем этот поток стремится выравнять концентрацию электронов в разных точках. Определим коэффициент диффузии электронов в слабо ионизованном газе на основе формулы $\mathbf{j}_e = -D_e \nabla N_e$. При этом кинетическое уравнение для электронов запишется как

$$v_x \nabla f = I_{ea}(f), \quad (3.21)$$

где функция распределения электронов в соответствии с формулой (2.4) имеет вид $f = f_0(v) + v_x f_1(v)$ и ось x направлена вдоль градиента плотности электронов. Учитывая, что $f \sim N_e$, имеем $\nabla f = f \nabla N_e / N_e$. По аналогии с первым уравнением системы (2.8) получим

$$\frac{v_x f_0 \nabla N_e}{N_e} = -v v_x f_1,$$

т.е. $f_1 = -f_0 \nabla N_e / (v N_e)$. Определим поток электронов

$$\mathbf{j}_e = \int \mathbf{v} f \, d\mathbf{v} = \int v_x^2 f_1 \, d\mathbf{v} = -\frac{\nabla N_e}{N_e} \int \frac{v_x^2}{v} f_0 \, d\mathbf{v} = -\nabla N_e \left\langle \frac{v_x^2}{v} \right\rangle,$$

где скобки означают усреднение по электронной функции распределения. Согласно определению коэффициента диффузии электронов D_e диффузионный поток электронов

$$\mathbf{j}_e = -D_e \nabla N_e.$$

Сравнивая эту формулу с полученной ранее, находим следующее выражение для коэффициента диффузии электронов в газе:

$$D_e = \left\langle \frac{v^2}{3v} \right\rangle. \quad (3.22)$$

В условиях больших полей формула (3.22) относится к поперечной диффузии электронов в газе, поскольку только в этом случае разделяются поправки к сферически-симметричной функции распределения электронов благодаря действию поля и градиента плотности электронов. Если частота электрон-атомных столкновений $\nu(v)$ не зависит от скорости электронов, коэффициенты продольной и поперечной диффузии электронов в газе совпадают, так же как и в случае малых полей или больших плотностей электронов. Формула (3.22) справедлива при любых полях, однако если частота электрон-атомных столкновений $\nu(v)$ зависит от скорости столкновения, коэффициенты поперечной и продольной диффузии различаются при немалых полях, что хорошо видно на рис. 4, где эти величины приведены в случае диффузии электронов в ксеноне при разных полях. Максимальная разница для поперечного и продольного коэффициентов диффузии имеет место при наиболее сильной зависимости $\nu(v)$. Впервые анизотропия для диффузии электронов в газах была обнаружена и объяснена в [82–84]. Она была объектом специальных исследований (например, [76, 85, 86]).

Отметим, что коэффициенты переноса ионов малой массы в газах, если они определяются упругими соударениями ионов с атомами, не зависят от природы рассеяния, поскольку как для классического, так и для квантового характера рассеяния транспортные коэффициенты выражаются через диффузионное сечение рассеяния $\sigma^*(v)$. Поэтому можно использовать результаты в случае классического движения ионов в атомных газах

для анализа электронных коэффициентов переноса в газах в сильных полях. В случае, когда частота столкновения $\nu(v)$ не зависит от скорости столкновения, имеем $D_\perp = D_\parallel$. В другом предельном случае, когда сечение ион-атомных столкновений $\sigma^*(v)$ не зависит от скорости столкновения v , для дрейфовой скорости иона w и диффузионных коэффициентов в пределе высоких полей ($M \ll m_a$, $eF\lambda \gg T$, M, m_a — масса иона и атома соответственно) [87–89] имеем

$$w = 0,897 \frac{\sqrt{eF\lambda}}{(m_a M)^{1/4}}, \quad D_\perp = 0,292 \left(\frac{m_a}{M} \right)^{1/4} \sqrt{\frac{eF}{M}} \lambda^{3/2},$$

$$D_\parallel = 0,144 \left(\frac{m_a}{M} \right)^{1/4} \sqrt{\frac{eF}{M}} \lambda^{3/2}.$$

Удобно ввести характеристическую энергию ε_{ch} при заданной напряженности электрического поля на основе соотношения Эйнштейна:

$$\varepsilon_{ch} = \frac{eD_e}{K_e}. \quad (3.23)$$

Эта энергия характеризует среднюю энергию $\bar{\varepsilon}$ для электронного распределения [17, 90, 91], и если частота электрон-атомных столкновений $\nu(v)$ не зависит от скорости электронов v , то $\bar{\varepsilon} = 3\varepsilon_{ch}/2$.

В качестве примера движения электрона во внешнем магнитном поле рассмотрим поперечную диффузию электронов в сильном магнитном поле, когда направления электрического и магнитного полей совпадают. Этот случай соответствует критерию $\omega_H \gg \nu$, где $\omega_H = eH/(mc)$ — циклотронная частота для электронов. Проекция траектории электрона на плоскость, перпендикулярную полю, состоит из кругов, центры и радиусы которых меняются после каждого столкновения. Коэффициент диффузии равен по определению $D_\perp = \langle x^2 \rangle / t$, где $\langle x^2 \rangle$ — квадрат смещения за время t в направлении x , перпендикулярном полю. Имеем $x - x_0 = r_H \cos \omega_H t$, где x_0 — координата x для центра соответствующего вращения электрона, $r_H = v_\rho / \omega_H$ — радиус Лармора, так что v_ρ — скорость электрона в направлении, перпендикулярном полю. Из усреднения по временам столкновений следует $\langle x^2 \rangle = n \langle (x - x_0)^2 \rangle = n v_\rho^2 / (2\omega_H^2)$, где n — число столкновений. Так как $t = n/\nu$ (здесь ν — частота электрон-атомных столкновений), получим [18]

$$D_\perp = \left\langle \frac{v_\rho^2 \nu}{2\omega_H^2} \right\rangle = \left\langle \frac{v^2 \nu}{3\omega_H^2} \right\rangle, \quad \omega_H \gg \nu, \quad (3.24)$$

где скобки означают усреднение по скоростям электрона. Объединяя эту формулу с (3.22), получим для коэффициента поперечной диффузии электронов, которые находятся в газе и движутся перпендикулярно электрическому и магнитному полям, выражение [16]

$$D_\perp = \frac{1}{3} \left\langle \frac{v^2 \nu}{\omega_H^2 + \nu^2} \right\rangle. \quad (3.25)$$

3.3. Возбуждение и тушение атома электронным ударом

Характерная энергия электрона в газе обычно мала по сравнению с энергией возбуждения атомов, вследствие чего возбуждение атомов в слабо ионизованном газе

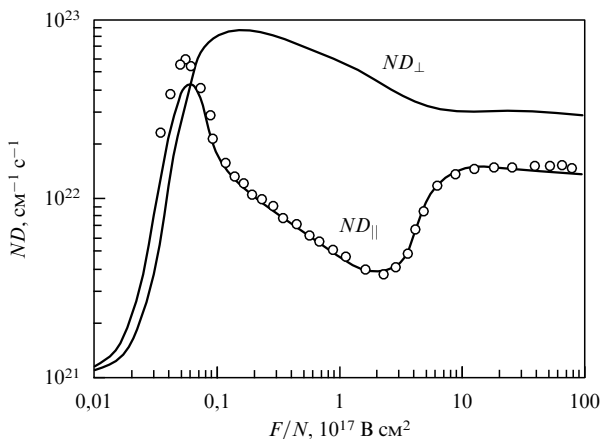


Рис. 4. Коэффициент поперечной ($D_\perp$) и продольной ($D_\parallel$) диффузии электронов в ксеноне во внешнем электрическом поле по данным [65] (—) и [71] (○).

происходит на хвосте функции распределения электронов. Поэтому для анализа характера возбуждения атомов в ионизованном газе необходимо знать пороговое сечение возбуждения атома электронным ударом. В другом предельном случае, когда энергия электрона значительно превышает энергию возбуждения, сечение возбуждения определяется приближением Борна [43, 44, 47, 48]. Максимальное сечение отвечает возбуждению резонансно возбужденных состояний, когда сечение возбуждения дается формулой Бете [43, 44, 47, 92]

$$\sigma_{0*} = \frac{4\pi}{\Delta\epsilon a_0} |(D_x)_{0*}|^2 \Phi\left(\frac{\epsilon}{\Delta\epsilon}\right) = \frac{2\pi e^4}{\Delta\epsilon^2} f_{0*} \Phi\left(\frac{\epsilon}{\Delta\epsilon}\right),$$

$$\Phi(x) \rightarrow \frac{\ln C\sqrt{x}}{x}, \quad x \rightarrow \infty. \quad (3.26)$$

Здесь индексы 0 и * относятся к начальному и конечному состояниям процесса возбуждения, ϵ — энергия электрона, $\Delta\epsilon$ — энергия возбуждения, e — заряд электрона, a_0 — радиус Бора, $(D_x)_{0*}$ — матричный элемент проекции дипольного момента между состояниями перехода, f_{0*} — сила осциллятора для этого перехода, C — константа. Таким образом, в случае резонансно возбужденных состояний атома сечение возбуждения выражается через параметры радиационного перехода атома. Эта аналогия следует из аналогии для операторов взаимодействия быстрой заряженной частицы с атомом, а также электромагнитной волны с атомом [44, 92–95].

Можно продолжить зависимость (3.26) на основе экспериментальных данных в область энергий электрона ϵ , сравнимых с энергией возбуждения атома $\Delta\epsilon$ [96]. Тогда с учетом пороговой зависимости сечения возбуждения атома [47] сечение возбуждения резонансно возбужденных состояний вблизи порога [96–98] можно записать в виде

$$\sigma_{0*}(\epsilon) = \frac{2\pi e^4 f_{0*}}{\Delta\epsilon^{5/2}} a \sqrt{\epsilon - \Delta\epsilon}, \quad (3.27a)$$

причем согласно экспериментальным данным [96, 97] численный коэффициент

$$a = 0,130 \pm 0,007. \quad (3.27b)$$

Формулы (3.26), (3.27) могут быть использованы для определения константы скорости возбуждения атомов электронным ударом в газовых разрядах [98, 99].

Теперь определим сечение и константу скорости для тушения резонансно возбужденного атома медленным электроном. Тушение атома — обратный процесс по отношению к возбуждению атома электронным ударом, и далее будет найдена связь между параметрами этих процессов, протекающих по схеме



где A_0 , A_* — атом в основном и резонансно возбужденном состояниях. Связь между параметрами прямого и обратного процессов устанавливается на основе принципа детального равновесия для процессов (3.28). Для этого поместим один электрон и один атом в объем Ω , причем атом может находиться только в состояниях 0 и *, а переходы между этими состояниями осуществляются в результате столкновения с электроном. Поскольку система находится в равновесии, имеется определенное соотношение между скоростью w_{0*} перехода $0 \rightarrow *$ и

скоростью w_{*0} перехода $* \rightarrow 0$. Вводя оператор взаимодействия V , который отвечает за эти переходы, в рамках теории возмущений для скоростей этих переходов получаем

$$w_{0*} = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{0*}|^2 \frac{dg_*}{d\epsilon}, \quad w_{*0} = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{*0}|^2 \frac{dg_0}{d\epsilon}. \quad (3.29)$$

Здесь $dg_0/d\epsilon$, $dg_*/d\epsilon$ — статистические веса, приходящиеся на единичный интервал энергии для каналов данного процесса. Используем для сечений рассматриваемых процессов определение

$$\sigma_{0*} = \frac{w_{0*}}{Nv_0} = \Omega \frac{w_{0*}}{v_0}, \quad \sigma_{*0} = \frac{w_{*0}}{Nv_*} = \Omega \frac{w_{*0}}{v_*}, \quad (3.30)$$

где $N = 1/\Omega$ — плотность частиц, v_0 , v_* — скорости электрона для соответствующих каналов процесса (для простоты мы считаем атом неподвижным). Обращение времени дает для матричного элемента оператора взаимодействия $V_{0*} = V_{*0}^*$. Это ведет к следующему соотношению между сечениями прямого и обратного процессов при электрон-атомных столкновениях [37, 19]:

$$\sigma_{0*} v_0 \frac{dg_0}{d\epsilon} = \sigma_{*0} v_* \frac{dg_*}{d\epsilon}. \quad (3.31)$$

Статистические веса для соответствующих каналов процессов (3.28) равны

$$dg_0 = \Omega \frac{d\mathbf{p}_0}{(2\pi\hbar)^3} g_0, \quad dg_* = \Omega \frac{d\mathbf{p}_*}{(2\pi\hbar)^3} g_*,$$

где g_0 , g_* — статистические веса соответствующих состояний атома. Окончательно формула (3.31) принимает вид [37, 19]

$$\sigma_{ex} = \sigma_q \frac{v_*^2 g_*}{v_0^2 g_0}. \quad (3.32)$$

Здесь $\sigma_{ex} = \sigma_{0*}$ — сечение возбуждения, $\sigma_q = \sigma_{*0}$ — сечение тушения. Учитывая, что вблизи порога

$$\sigma_{ex} = A \sqrt{\epsilon - \Delta\epsilon}, \quad \epsilon - \Delta\epsilon \ll \Delta\epsilon, \quad (3.33a)$$

(A — константа), для сечения тушения атома медленным электроном с энергией $\epsilon = E - \Delta\epsilon \ll \Delta\epsilon$ получим

$$\sigma_q = A \frac{g_0 \Delta\epsilon}{g_* \sqrt{E - \Delta\epsilon}}. \quad (3.33b)$$

Таблица 3. Параметр k_0 в формуле (3.35), полученный по данным работ, указанных в таблице. Этот параметр выражен в $10^{-5} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$, причем $\Delta\epsilon$ дана в эВ, и τ_{*0} выражено в нс

Атом	k_0 при T_e , равной			
	$6 \times 10^3 \text{ К}$	$8 \times 10^3 \text{ К}$	$10 \times 10^3 \text{ К}$	$12 \times 10^3 \text{ К}$
K(4 ² P) [100]	—	4,1	4,2	3,9
Rb(5 ² P) [100]	5,5	5,7	4,4	3,8
Cs(6 ² P) [100]	3,4	3,1	2,8	3,4
K(4 ² P) [92]	5,2	4,8	5,0	5,4
Rb(5 ² P) [92]	4,6	4,8	5,0	5,0
Cs(6 ² P) [92]	4,3	4,4	4,5	4,8
K(4 ² P) [101]	3,4	3,7	4,1	4,2
Rb(5 ² P) [101]	3,7	3,7	4,0	4,0
Cs(6 ² P) [101]	3,9	4,3	4,6	4,9

Таблица 4. Параметры резонансно возбужденных состояний некоторых атомов и константы скорости тушения этих состояний атомов при столкновениях с медленным электроном

Атом (переход)	$\Delta\varepsilon$, эВ	λ , нм	f	τ_{*0} , нс	k_q , 10^{-8} см ³ с ⁻¹
H($2^1P \rightarrow 1^1S$)	10,20	121,6	0,416	1,60	0,79
He($2^1P \rightarrow 1^1S$)	21,22	58,43	0,276	0,555	0,18
He($2^1P \rightarrow 2^1S$)	0,602	2058	0,376	500	51
He($2^3P \rightarrow 2^3S$)	1,144	1083	0,539	98	27
Li($2^2P \rightarrow 2^2S$)	1,848	670,8	0,74	27	19
Na($3^2P \rightarrow 3^2S$)	2,104	589	0,955	16,3	20
K($4^2P_{1/2} \rightarrow 4^2S_{1/2}$)	1,610	766,9	0,35	26	31
K($4^2P_{3/2} \rightarrow 4^2S_{1/2}$)	1,616	766,5	0,70	25	32
Rb($5^2P_{1/2} \rightarrow 5^2S_{1/2}$)	1,560	794,8	0,32	28	32
Rb($5^2P_{3/2} \rightarrow 5^2S_{1/2}$)	1,589	780,0	0,67	26	33
Cs($6^2P_{1/2} \rightarrow 6^2S_{1/2}$)	1,386	894,4	0,39	30	46
Cs($6^2P_{3/2} \rightarrow 6^2S_{1/2}$)	1,455	852,1	0,81	27	43

Таблица 5. Константы скорости тушения метастабильных атомов инертных газов при столкновении с медленным электроном по данным работы [102]

Атом (переход)	$\Delta\varepsilon$, эВ	k_q , 10^{-10} см ³ с ⁻¹
He($2^3S \rightarrow 1^1S$)	19,82	31
Ne($2^3P_2 \rightarrow 2^1S$)	16,62	2,0
Ar($3^3P_2 \rightarrow 3^2S$)	11,55	4,0
Kr($4^3P_2 \rightarrow 4^2S_0$)	9,915	3,4
Xe($5^3P_2 \rightarrow 5^2S_0$)	8,315	19

Отсюда находим константу скорости тушения атома медленным электроном (m_e — масса электрона)

$$k_q = v_f \sigma_q = A \frac{g_0 \Delta\varepsilon \sqrt{2}}{g_* \sqrt{m_e}} \quad (3.34a)$$

и скорость возбуждения атома электронным ударом

$$k_{ex} = k_q \frac{g_*}{g_0} \sqrt{\frac{\varepsilon - \Delta\varepsilon}{\Delta\varepsilon}}. \quad (3.34б)$$

Существенно, что константа скорости тушения атома k_q не зависит ни от энергии электрона, ни от функции распределения по энергиям медленных электронов, а определяется только параметрами состояний перехода, поэтому она является удобным параметром, в том числе для описания возбуждения атомов вблизи порога. В частности, в случае тушения резонансно возбужденных атомов, когда этот процесс эффективен, константа скорости процесса в рамках теории возмущений в соответствии с формулой (3.27a) дается зависимостью

$$k_q = \text{const} \frac{g_0 f_{0*}}{g_* (\Delta\varepsilon)^{3/2}} = \frac{k_0}{(\Delta\varepsilon)^{7/2} \tau_{*0}}, \quad (3.35)$$

где f_{0*} — сила осциллятора для данного перехода, τ_{*0} — радиационное время жизни резонансно возбужденного состояния, const, k_0 — численные коэффициенты, энергия возбуждения атома $\Delta\varepsilon$ выражена в электронвольтах, радиационное время жизни взято в наносекундах. Численный коэффициент $k_0 = (4,4 \pm 0,7) \times 10^{-5}$ см³ с⁻¹, если использовать данные для сечений возбуждения атомов щелочных металлов. Как следует из данных табл. 3, точность формулы (3.35) для констант скоростей тушения резонансно возбужденных состояний

составляет около 20 %. Таблица 4 содержит значения констант скоростей тушения некоторых атомов, резонансно возбужденных электронным ударом. Константы скоростей тушения метастабильных атомов электронным ударом ниже вследствие большей связи между состояниями перехода, обусловленного взаимодействием с электроном резонансно возбужденных состояний. Сказанное подтверждается, если сравнить данные табл. 4 и табл. 5, в которой представлены константы скорости тушения для метастабильных атомов инертных газов.

4. Процессы переноса электронов в газе и плазме

4.1. Режимы дрейфа электронов

в газе во внешнем электрическом поле

Если электроны движутся в газе во внешнем электрическом поле, они забирают энергию от поля и передают ее атомам газа при столкновениях с ними. В результате электроны передают энергию от поля газу. В зависимости от соотношения скоростей электрон-атомных и электрон-электронных столкновений возможны различные режимы равновесия электронов в газе во внешнем электрическом поле. Рассмотрим сначала случай высокой плотности электронов, которая удовлетворяет критерию, противоположному (2.18):

$$N_e \gg \frac{m_e}{M} \frac{\sigma_{ea}}{\sigma_{ee}} N_a. \quad (4.1)$$

При выполнении этого критерия функция распределения электронов — максвелловская (2.20), и электронная температура определяется формулой (2.25):

$$T_e - T = \frac{Ma^2}{3} \frac{\langle v^2/v \rangle}{\langle v^2 v \rangle}, \quad (4.2)$$

где M — масса атома и $a = eF/m_e$. В частности, в случае $v = \text{const}$ отсюда получим

$$w_e = \frac{eF}{m_e v}, \quad T_e - T = \frac{M w_e^2}{3}. \quad (4.3)$$

Так как частота электрон-атомных столкновений $\nu(v)$ пропорциональна плотности атомов N_a , представим

формулу (4.2) в виде

$$T_e - T = \left(\frac{F}{N_a} \right)^2 g(T_e), \quad (4.4)$$

где

$$g(T_e) = \frac{Me^2}{3m_e^2} \frac{\langle v^2/k_{ea} \rangle}{\langle v^2 k_{ea} \rangle} \quad (4.5)$$

не зависит ни от напряженности электрического поля F , ни от плотности атомов N_a . Здесь k_{ea} — константа скорости электрон-атомных столкновений, причем $k_{ea} = v/N_a = v\sigma_{ea}^*(v)$, σ_{ea}^* — диффузионное сечение электрон-атомных столкновений. На рисунке 5 [103] приведена функция $g(T_e)$ для дрейфа электронов в ксеноне. Формула (4.4) связывает электронную температуру для данного режима электронного дрейфа с приведенной напряженностью электрического поля F/N_a . Эта связь дается на рис. 6 [103] для электронного дрейфа в ксеноне в

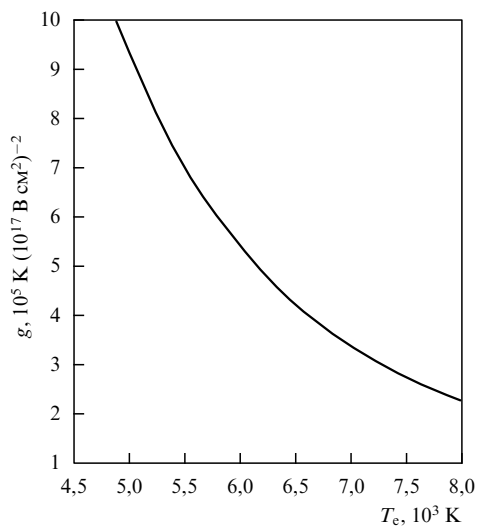


Рис. 5. Функция $g(T_e)$ в формуле (4.5) для электронов, движущихся в ксеноне в электрическом поле [103].

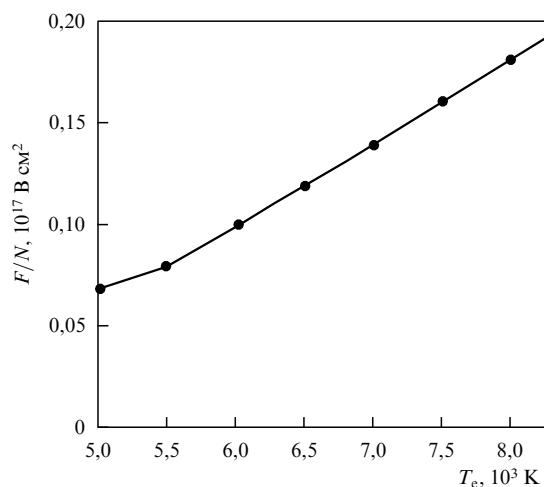


Рис. 6. Связь между приведенным электрическим полем и электронной температурой для электронов, движущихся в ксеноне в электрическом поле [103].

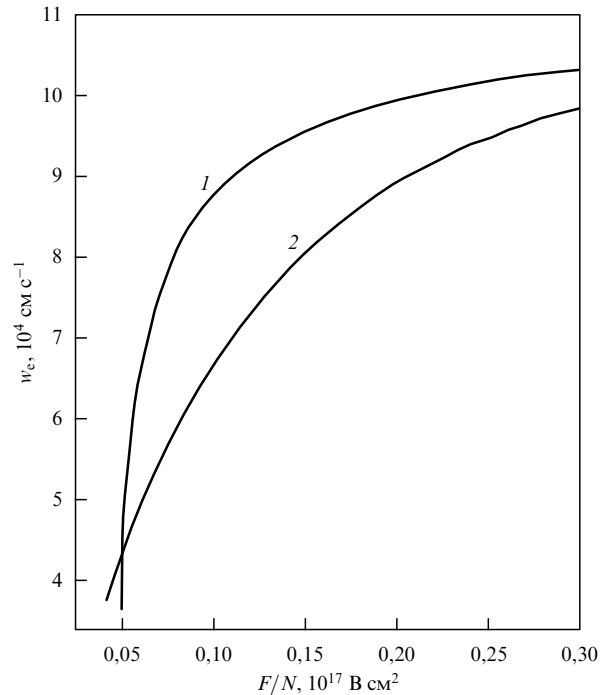


Рис. 7. Дрейфовая скорость электрона w_e , движущегося в ксеноне в электрическом поле: 1 — предел низкой плотности электронов в соответствии с рис. 3; 2 — предел высокой плотности электронов [103].

области не очень малых электронных температур, так как в силу эффекта Рамзауэра уравнение (4.4) может иметь три решения при малых напряженностях электрического поля F/N_a , в частности для ксенона при приведенных напряженностях ниже $0,03 \cdot 10^{17} \text{ В см}^{-2}$ [103, 104], и эту напряженность можно рассматривать как критическую. Ниже критической напряженности и при малых газовых температурах могут возникнуть неустойчивости в плазме. Поскольку это соответствует низким электронным температурам (ниже 3000 К), данный факт в реальных условиях несуществен.

Дрейфовая скорость электронов в плазме определяется формулой (2.9) для обоих режимов дрейфа электронов, и если константа скорости электрон-атомных столкновений k_{ea} сильно зависит от скорости столкновения, дрейфовая скорость электрона как функция напряженности электрического поля $w_e(F)$ имеет перегиб в области напряженностей электрического поля, соответствующих электронным энергиям в минимуме сечения электрон-атомного столкновения. Тогда, если критерий (2.18) справедлив, дрейфовая скорость $w_e(F)$ изменяется в этой области сильнее, чем в случае выполнения обратного критерия (4.1), поскольку функция распределения (2.28) для первого режима падает резко при сильной зависимости сечения от скорости, чем максвелловская функция распределения (2.20) в другом режиме. Этот факт подтверждается рис. 7 [103], где приведена зависимость дрейфовой скорости электронов в ксеноне от напряженности электрического поля для двух режимов электронного дрейфа в области напряженностей электрического поля, отвечающих рамзауэровскому минимуму для сечения рассеяния электрона на атоме.

Отметим, что при частоте электрон-атомных столкновений $\nu(v)$, не зависящей от скорости столкновения,

имеем одинаковые зависимости дрейфовой скорости от напряженности электрического поля согласно формулам (2.10) и (4.2). В этом случае характеристическая энергия электронов ε_{ch} (3.23) согласно формуле (4.2) равна

$$\varepsilon_{ch} = T_e - T.$$

4.2. Проводимость ионизованного газа и плазмы

В простом методе селективного воздействия внешнего электрического поля на разные степени свободы газа используется взаимодействие электронов с электрическим полем. Сначала энергия передается от поля электронам и далее от электронов атомам газа при соударениях между ними. При этом происходит сильное взаимодействие между электрическим полем и электронами и слабое воздействие на газ, так что функция распределения атомов по скоростям — максвелловская, тогда как функция распределения атомов может заметно отличаться от максвелловской.

Электроны слабо ионизованного газа определяют его электрические свойства, и проводимость газа Σ вводится как коэффициент пропорциональности между плотностью электрического тока $\mathbf{i}$ и напряженностью электрического поля $\mathbf{F}$ в законе Ома:

$$\mathbf{i} = \Sigma \mathbf{F}. \quad (4.6)$$

Электрический ток является суммой двух компонент, электронного и ионного токов:

$$\mathbf{i} = -eN_e \mathbf{w}_e + eN_i \mathbf{w}_i, \quad (4.7)$$

где N_e , N_i — плотности электронов и ионов, $\mathbf{w}_e$, $\mathbf{w}_i$ — скорости дрейфа электронов и ионов соответственно, которые выражаются через электронную и ионную подвижности K_e , K_i согласно формуле (3.14). Тогда проводимость квазинейтрального ионизованного газа

$$\Sigma = e(K_e + K_i)N_e. \quad (4.8)$$

Из формулы (3.17) можно оценить подвижность заряженной частицы в газе как

$$K \sim \frac{e}{N_a \sigma \sqrt{\mu T}}, \quad (4.9)$$

где N_a — плотность атомов газа, σ — характерное сечение взаимодействия заряженной частицы с атомом газа, температура T характеризует энергию столкновений. Отсюда следует $K_e \gg K_i$, т.е. электроны дают основной вклад в проводимость газа. Тогда из формул (4.8) и (4.9) получаем следующую оценку для проводимости газа:

$$\Sigma \sim \frac{N_e e^2}{N_a \sigma_{ea}^* \sqrt{m_e T_e}}, \quad (4.10)$$

где σ_{ea} — характерное сечение электрон-атомных столкновений. Тем самым, ограничиваясь электронной частью проводимости плазмы, имеем

$$\Sigma = \frac{N_e e^2}{3m_e} \left\langle \frac{1}{v^2} \frac{d}{dv} \left(\frac{v^3}{v} \right) \right\rangle. \quad (4.11)$$

Здесь $\nu = N_a v \sigma_{ea}^*$ — частота электрон-атомных столкновений. В частности, вводя столкновительное время $\tau = 1/\nu$ и считая его не зависящим от скорости столкновения v , получим для проводимости плазмы в традиционной форме

$$\Sigma = \frac{N_e e^2 \tau}{m_e}. \quad (4.12)$$

Рассмотрим сильно ионизованную плазму, когда электрон-ионные столкновения становятся сильнее электрон-атомных. Отметим, что электрон-электронные столкновения не изменяют полный импульс электронов и поэтому не влияют на проводимость плазмы. Поскольку сечение электрон-ионного столкновения превышает сечение электрон-атомного соударения, термин "сильно ионизованная плазма", в которой электрон-ионные столкновения доминируют, относится и к плазме с малой степенью ионизации. Для сильно ионизованной плазмы согласно формулам (4.8) и (3.15) проводимость плазмы

$$\Sigma = \frac{N_e e^2}{3m_e} \left\langle \frac{1}{v^2} \frac{d}{dv} \left(\frac{v^3}{v_{ei}} \right) \right\rangle, \quad (4.13)$$

где $v_{ei} = N_i v \sigma^*$ — частота электрон-ионных столкновений и усреднение выполняется по распределению электронов. В силу квазинейтральности плазмы ($N_e = N_i$) ее проводимость не зависит от плотности электронов. Диффузионное сечение электрон-ионных столкновений определяется формулой (2.41), которая имеет вид $\sigma^* = \pi e^4 \ln A / \varepsilon^2$, где ε — энергия электрона и кулоновский логарифм $\ln A = \ln[e^2 / (r_D T)]$, r_D — радиус Дебая — Хюккеля. Основываясь на максвелловской функции распределения электронов, получим формулу (2.46) для частоты столкновений электронов с ионами. Подставляя формулу (2.46) в (4.13) с учетом, что $v_{ei} \sim v^{-3}$, имеем формулу Спитцера [105] для проводимости плазмы:

$$\Sigma = \frac{2^{5/2} T_e^{3/2}}{\pi^{3/2} m_e^{1/2} e^2 \ln A}. \quad (4.14)$$

4.3. Электроны в газе в переменном поле

Как следует из проведенного рассмотрения, имеется два характерных времени электрон-атомных столкновений, если электроны движутся в газе во внешнем поле. Первое $\tau = 1/\nu$ (ν — характерная частота электрон-атомных столкновений) — время изменения электронного импульса и второе — это пропорциональное $M/(m_e \nu) \sim \tau M/m_e$ время изменения электронной энергии в результате столкновения с атомами. Рассмотрим электронный дрейф в газе в гармоническом поле напряженностью $\mathbf{F} \cos \omega t$ при условии $\omega \tau \gg m_e/M$, так что энергия электрона слабо меняется за период изменения поля. Это условие упрощает проблему [2, 106, 107] и позволяет вместо (2.4) представить разложение функции распределения электронов в виде [106]

$$f(\mathbf{v}, t) = f_0(v) + v_x f_1 \exp(i\omega t) + v_x f_{-1} \exp(-i\omega t),$$

где ось x направлена вдоль поля. Подставляя это разложение в кинетическое уравнение и разделяя соответствующие гармоники стандартным способом, полу-

чим вместо (2.8) следующую систему уравнений:

$$\frac{a}{2} \frac{df_0}{dv} + (v + i\omega)vf_1 = 0, \quad \frac{a}{2} \frac{df_0}{dv} + (v - i\omega)vf_{-1} = 0,$$

$$\frac{a}{6v^2} \left[v^3(f_1 + f_{-1}) \right] = I_{ea}(f_0).$$

Отсюда для дрейфовой скорости электрона вместо (2.9) имеем

$$w_e(t) = \int v_x^2 [f_1 \exp(i\omega t) + f_{-1} \exp(-i\omega t)] dv =$$

$$= \frac{eF}{3m_e} \left\langle \frac{1}{v^2} \frac{d}{dv} \left(v^3 \frac{v \cos \omega t + \omega \sin \omega t}{\omega^2 + v^2} \right) \right\rangle.$$

Это выражение отвечает разложению по малому параметру $m_e/(M\omega t)$, поэтому можно пренебречь остальными членами разложения по сферическим и по временным гармоникам. Отметим, что параметр ω/v может находиться в любом соотношении с единицей и определяет фазовый сдвиг для движения электрона относительно внешнего поля. Полученные выражения справедливы в обоих предельных случаях (2.18) и (4.1). Представим далее эти выражения в случае выполнения критерия (4.1), что позволяет ввести электронную температуру T_e . Тогда дрейфовая скорость электрона

$$w_e(t) = \frac{eF}{3T_e} \left\langle v^2 \left(\frac{v \cos \omega t + \omega \sin \omega t}{\omega^2 + v^2} \right) \right\rangle, \quad (4.15a)$$

а разность электронной и газовой температур составляет [19]

$$T_e - T = \frac{Ma^2}{6\langle v^2 v \rangle} \left\langle v^2 \frac{v}{\omega^2 + v^2} \right\rangle. \quad (4.15b)$$

В пределе $\omega \ll v$ формула (4.15a) при условии $t = 0$ совпадает с получающейся из формул (3.9), (3.15), (3.17), а формула (4.15b) преобразуется в (4.2), если в ней использовать вместо напряженности электрического поля F ее эффективную величину $F/\sqrt{2}$.

4.4. Теплопроводность и термодиффузия электронов в газе

Вследствие малой массы электронов их перенос может давать вклад в теплопроводность слабо ионизованного газа. Далее мы определим коэффициент электронной теплопроводности. Поскольку плотность электронов удовлетворяет критерию (4.1) и в электронной подсистеме устанавливается равновесие, функция распределения электронов по скоростям — максвелловская $\varphi(v)$ и характеризуется электронной температурой. Эта функция распределения возмущается под действием градиента температуры и может быть представлена в следующем виде по аналогии с (2.4):

$$f(\mathbf{v}) = \varphi(v) + (\mathbf{v} \nabla \ln T_e) f_1(v). \quad (4.16)$$

Тогда кинетическое уравнение $\mathbf{v} \nabla f = I(f)$ принимает следующий вид:

$$\varphi(v) \left(\frac{m_e v^2}{2T_e} - \frac{5}{2} \right) \mathbf{v} \nabla T_e = I_{ea}(f).$$

Здесь мы учли, что зависимость от x для функции распределения электронов возникает благодаря градиенту электронной температуры T_e и давление электронов $p_e = N_e T_e$ постоянно в пространстве. Отсюда на основе формулы (2.16) $I_{ea}(v_x f_1) = -v v_x f_1$ для несимметричной части функции распределения получаем

$$f_1(v) = -\frac{\varphi(v)}{v} \left(\frac{m_e v^2}{2T_e} - \frac{5}{2} \right).$$

Тепловой поток, создаваемый электронами,

$$\mathbf{q}_e = \int \frac{m_e v^2}{2} v_x f(\mathbf{v}) d\mathbf{v} = \int \frac{m_e v^2}{2} v_x^2 \nabla \ln T_e f_1(v) d\mathbf{v}.$$

Вводя теплопроводность, обусловленную переносом электронов, на основе формулы

$$\mathbf{q}_e = -\kappa_e \nabla T_e, \quad (4.17)$$

находим

$$\kappa_e = N_e \left\langle \frac{v^2}{3v} \frac{m_e v^2}{2} \left(\frac{m_e v^2}{2} - \frac{5}{2} \right) \right\rangle, \quad (4.18)$$

где скобки означают усреднение с максвелловской функцией распределения электронов.

Полагая $v \sim v^n$, т.е. $v(v) = v_0 z^{n/2}$, где $z = m_e v^2/(2T_e)$, из формулы (4.18) имеем

$$\kappa_e = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \frac{T_e N_e}{v_0 m_e} \left(1 - \frac{n}{2} \right) \Gamma\left(\frac{7-n}{2}\right). \quad (4.19)$$

В частности, если $v = \text{const}$, согласно (4.19)

$$\kappa_e = \frac{5T_e N_e}{2v_0 m_e}. \quad (4.20)$$

Если $n = 1$, т.е. $v = v/\lambda$ (λ — длина свободного пробега), из этой формулы получим

$$\kappa_e = \frac{2}{3\sqrt{\pi}} N_e \lambda \sqrt{\frac{2T_e}{m_e}}. \quad (4.21)$$

Чтобы определить вклад электронов в полный коэффициент теплопроводности, необходимо связать градиенты электронной T_e и газовой T температур. Рассмотрим случай, когда разность электронной и газовой температур определяется внешним электрическим полем и связь между этими температурами дается формулой (2.25). Если $v \sim v^n$, из формулы (4.21) следует

$$\nabla T_e = \frac{\nabla T}{1 + n - nT/T_e}. \quad (4.22)$$

При $T_e \gg T$ для суммарного коэффициента теплопроводности имеем

$$\kappa = \kappa_a + \kappa_e \frac{\nabla T_e}{\nabla T} = \kappa_a + \frac{\kappa_e}{1+n}, \quad (4.23)$$

где κ_a — коэффициент теплопроводности атомного газа. Если использовать формулу (4.20) как оценку для электронного и газового коэффициентов теплопроводности, заменяя во втором случае электронные параметры атомными, получим, что электроны могут дать замет-

ный вклад в суммарную теплопроводность при относительно малой плотности ($N_e < N_a$) в силу малой их массы и высокой электронной температуры. Считаем выполненным критерий (4.1), тогда в электронной подсистеме устанавливается равновесие, что позволяет отдельно ввести электронную температуру.

Особенность электронной теплопроводности связана с ролью перекрестных потоков. В случае электронной температуры слабо ионизованного газа, находящегося во внешнем электрическом поле, когда существуют градиенты температур, возникают следующие потоки:

$$\mathbf{j} = N_e K \mathbf{F} - D_T N \nabla \ln T_e, \quad \mathbf{q} = -\kappa_e \nabla T_e + \alpha e \mathbf{F}. \quad (4.24)$$

Рассмотрим простейший перекрестный поток — поток электронов под действием градиента электронной температуры, который равен

$$\mathbf{j} = -D_T N \nabla \ln T_e, \quad (4.25)$$

где D_T — коэффициент термодиффузии, и формула (4.25) является его определением. Найдем эту величину при высокой плотности электронов, когда критерий (4.1) справедлив и можно ввести электронную температуру T_e . Тогда на основе разложения (4.16) для функции распределения электронов и соотношения (2.16) для интеграла столкновений от несимметричной части функции распределения получим уравнение для $f_1(v)$:

$$v_x \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -v v_x f_1, \quad (4.26)$$

где v — частота электрон-атомных столкновений.

Подсчитаем поток электронов, создаваемый несимметричной частью функции распределения. Учитывая, что он направлен по оси x , получаем

$$j_x = \int v_x f \, d\mathbf{v} = \int v_x^2 f_1 \, d\mathbf{v} = -\frac{1}{3} \int \frac{v^2}{v} \frac{\partial f_0}{\partial x} \, d\mathbf{v} = -\frac{d}{dx} \left[N_e \left\langle \frac{v^2}{3v} \right\rangle \right],$$

где скобки означают усреднение по скоростям электронов. Так как зависимость от x обусловлена градиентом электронной температуры, из этой формулы имеем

$$j_x = -\nabla T_e \frac{d}{dT_e} \left(N_e \left\langle \frac{v^2}{3v} \right\rangle \right).$$

Сравнивая последнее выражение с (4.25), находим коэффициент термодиффузии:

$$D_T = T_e \frac{d}{dT_e} \left[\frac{N_e}{N} \left\langle \frac{v^2}{3v} \right\rangle \right] = T_e \frac{d}{dT_e} \left(\frac{N_e}{N} D \right), \quad (4.27)$$

причем коэффициент диффузии электронов D определяется формулой (3.22).

Если электронное давление $p_e = N_e T_e$ постоянно в пространстве, (4.27) можно переписать в виде

$$D_T = T_e^2 \frac{N_e}{N} \frac{d(D_e/T_e)}{dT_e}. \quad (4.28)$$

В частности, в случае $v = \text{const}$ формула (4.28) дает $D_T = 0$. При степенной зависимости от скорости

частоты электрон-атомных столкновений ($v \sim v^n$) получим

$$D_T = -n \frac{N_e}{N} D. \quad (4.29)$$

Это означает, что направление потока электронов по отношению к градиенту температуры зависит от знака n .

Рассмотрим случай переноса электронов, когда их перемещение не нарушит квазинейтральности плазмы, как это имеет место в плазме вдали от электродов и стенок. Тогда подвижность электронов K дается формулой (4.24), и можно пренебречь подвижностью ионов, включая амбиполярную диффузию. Выражение для коэффициента термодиффузии дается формулой (4.28), а формула (4.19) определяет коэффициент теплопроводности. Далее мы найдем коэффициент переноса α в формуле (4.24) стандартным способом на основе разложения (2.4) по сферическим гармоникам для электронной функции распределения. Согласно первому уравнению системы (2.8) $f_1 = e F f_0 / (v T_e)$, и коэффициент

$$\alpha = \frac{m_e N_e}{6 T_e} \left\langle \frac{v^4}{v} \right\rangle = \frac{4 T_e N_e}{3 \sqrt{\pi} m_e v_0} \Gamma \left(\frac{7}{2} - \frac{n}{2} \right), \quad (4.30)$$

где $v = v_0 (v / \sqrt{2 T_e / m_e})^n$. Отсюда для $n = 0$ получим

$$\alpha = \frac{5 T_e N_e}{2 m_e v}, \quad (4.31)$$

для $n = 1$, когда $v = v / \lambda$, эта формула дает

$$\alpha = \sqrt{\frac{2 T_e}{m_e}} \frac{\lambda}{3 \sqrt{\pi}} = \frac{2 \lambda N_e}{3 v_T}, \quad (4.32)$$

где $v_T = \sqrt{8 T_e / \pi m_e}$ — средняя скорость электронов.

Формулы (4.31), (4.32) вместе с соответствующими выражениями для кинетических коэффициентов позволяют определить связанный с электронами перенос тепла при разных условиях в плазме. В частности, найдем коэффициент теплопроводности в направлении, перпендикулярном к электрическому полю $\mathbf{F}$. Если плазма расположена в металлическом кожухе, поперечное электрическое поле отсутствует ($F = 0$) и формулы (4.31), (4.32) дополняют формулу (4.17). Если стенки выполнены из диэлектрика, имеем $\mathbf{j} = 0$, что отвечает режиму амбиполярной диффузии, когда электроны перемещаются вместе с ионами. В масштабе электронных величин это дает $\mathbf{j}_e = 0$, в результате возникает электрическое поле напряженностью $\mathbf{F} = D_T \nabla \ln T_e / (N_e K)$. Представим тепловой поток в виде

$$\mathbf{q} = -C \kappa_e \nabla T_e, \quad (4.33)$$

где $C = 1 - \alpha N D_T e / (\kappa_e T_e N_e K)$. Используя формулу (4.28) для коэффициента электронной термодиффузии и соотношение Эйнштейна $D = K T_e / e$, получаем этот коэффициент в виде $C = 1 + \alpha n / \kappa_e$.

На основе формул (4.28), (4.29), (4.32) имеем

$$C = \frac{n + 2}{2 - n}. \quad (4.34)$$

Как видно, эффективный коэффициент электронной теплопроводности в случаях металлических и диэлектрических стенок зависит от n . При $n = 0$ эта величина

одинакова в обоих случаях, а при $n = 1$ она во втором случае в 3 раза больше, чем в первом.

Мы рассматриваем процессы переноса тепла в плазме при простейших условиях. В газовых разрядах при умеренных и высоких токах тепловые процессы могут определять свойства положительного столба газового разряда [103, 108, 109]. Более того, тепловые процессы могут быть основной причиной неустойчивостей в плазме. В частности, поток тепла ведет к сжатию разрядного тока, вызывая неустойчивость, которая заставляет ток разряда сосредоточиться только в центральной части положительного столба [108, 110–113]. Далее, наряду с простейшими процессами переноса в реальной газоразрядной плазме могут возникнуть дополнительные потоки под действием других градиентов, например за счет нестационарности или неоднородности электрического поля. Каждый из этих градиентов создает дополнительный поток, и отсутствие равновесия между электронной и атомной подсистемами усложняет картину процессов переноса в плазме. Тогда удобно использовать гидродинамическое описание поведения электронов, которое начинается с разложения функции их распределения по сферическим гармоникам. Это разложение дается формулой (2.4) в простом случае и позволяет учесть другие градиенты и нестационарности. Кинетическое уравнение для симметричной сферической гармоники f_0 сводится к гидродинамическому уравнению, и транспортные коэффициенты определяются независимо из этого уравнения. Такое приближение [114–117] позволяет моделировать реальные условия и анализировать специальные эффекты в реальной плазме. Отметим, что в отличие от традиционной гидродинамики термодинамическое равновесие для электронной подсистемы отсутствует в этом случае, и использование данного приближения возможно при небольших градиентах или малой скорости процессов, которые нарушают равновесное распределение тока. Кроме того, в отличие от традиционной гидродинамики, это приближение учитывает реальные зависимости сечений столкновения от скорости электрона, что может иметь принципиальное значение.

4.5. Эффект Холла

Рассмотрим поведение электронов в газе, когда постоянные электрическое и магнитное поля направлены перпендикулярно друг к другу. Поскольку электрон движется по окружностям под действием магнитного поля в перпендикулярной к нему плоскости, действие электрического и магнитного полей создает дополнительное движение электронов в перпендикулярном к ним направлении. Эффект Холла связан с возникновением электрического поля в направлении, перпендикулярном электрическому и магнитному полям. В этом случае функция распределения электронов удовлетворяет кинетическому уравнению

$$(e\mathbf{F} + e[\mathbf{v}\mathbf{H}]) \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = I_{\text{ea}}(f), \quad (4.35)$$

где $\mathbf{F}$ — напряженность электрического поля, $\mathbf{H}$ — напряженность магнитного поля, причем направления электрического и магнитного полей выбираются вдоль осей x и z соответственно. Можно решить это уравнение стандартным методом, который мы использовали для электронов в газе в постоянном электрическом поле.

Тогда вместо разложения (2.4) для функции распределения электронов имеем

$$f(\mathbf{v}) = f_0(v) + v_x f_1(v) + v_y f_2(v). \quad (4.36)$$

Выделяя сферические гармоники, вместо первого уравнения системы (2.8) получим

$$v f_1 = \frac{av}{v^2 + \omega_H^2} \frac{df_0}{dv}, \quad v f_2 = \frac{a\omega_H}{v^2 + \omega_H^2} \frac{df_0}{dv}, \quad (4.37)$$

где $a = eF/m_e$, $v = N_a v \sigma_{\text{ea}}^*$ — частота электрон-атомных столкновений. Уравнения (4.37) ведут к следующим выражениям для компонент дрейфовой скорости электронов:

$$w_x = \frac{eF}{3m_e} \left\langle \frac{1}{v^2} \frac{d}{dv} \left(\frac{vv^3}{v^2 + \omega_H^2} \right) \right\rangle, \quad (4.38)$$

$$w_y = \frac{eF}{3m_e} \left\langle \frac{1}{v^2} \frac{d}{dv} \left(\frac{\omega_H v^3}{v^2 + \omega_H^2} \right) \right\rangle.$$

В пределе $\omega_H \ll v$ первая формула преобразуется в (2.9).

В отсутствии магнитного поля проводимость плазмы является скалярной величиной. В присутствии магнитного поля она становится тензором и закон Ома принимает вид

$$j_\alpha = \Sigma_{\alpha\beta} F_\beta,$$

где j_α — компонента плотности тока, по дважды повторяющимся индексам подразумевается суммирование. В случае, когда частота электрон-атомных столкновений v не зависит от скорости электрона, компоненты тензора проводимости записываются как

$$\Sigma_{xx} = \Sigma_{yy} = \Sigma_0 \frac{1}{1 + \omega_H^2 \tau^2}, \quad (4.39)$$

$$\Sigma_{yx} = -\Sigma_{xy} = \Sigma_0 \frac{\omega_H \tau}{1 + \omega_H^2 \tau^2},$$

где $\tau = 1/v$.

В предельном случае $\omega_H \tau \gg 1$ электрический ток направлен перпендикулярно электрическому и магнитному полям и проводимость плазмы не зависит от частоты столкновения, поскольку изменение направления движения электрона определяется вращением электрона в магнитном поле. В этом случае

$$j_y = ecN_e \frac{F_x}{H} = \frac{F_x}{R_H H}, \quad (4.40)$$

где $R_H = 1/(ecN_e)$ — постоянная Холла.

Определим среднюю энергию электрона при выполнении критерия (4.1). Уравнение баланса энергии электрона имеет вид

$$eFw_x = \int \frac{m_e v^2}{2} I_{\text{ea}}(f_0) dv.$$

Используя формулы (4.38) для дрейфовой скорости электрона и (2.16) для интеграла электрон-атомных столкновений, получаем

$$T_e - T = \frac{Ma^2}{3} \left\langle \frac{v^2 v}{v^2 + \omega_H^2} \right\rangle \frac{1}{\langle v^2 v \rangle}. \quad (4.41)$$

В частности, если $v = \text{const}$,

$$T_e - T = \frac{Ma^2}{3(v^2 + \omega_H^2)}. \quad (4.42)$$

В пределе $\omega_H \gg v$ из формулы (4.41) следует

$$T_e - T = \frac{Ma^2}{3\omega_H^2} = \frac{Mc^2 F^2}{3H^2}. \quad (4.43)$$

Рассмотрим случай, когда слабо ионизованный газ движется как целое в поперечном магнитном поле напряженностью H со средней скоростью u . Тогда в системе координат, где плазма покоится, возникает электрическое поле напряженностью $F' = Hu/c$ (c — скорость света). Это поле создает электрический ток, который используется для получения электрической энергии в МГД-генераторах. Энергия, создаваемая электрическим током, возникает при преобразовании энергии движущейся плазмы в электрическую и тепловую энергию. Следовательно, этот процесс ведет к торможению потока газа и уменьшению его средней скорости. Одновременно возникающее в плазме электрическое поле вызывает увеличение электронной температуры, которая описывается формулой (4.42). Как видно, максимальная температура электронов достигается в пределе $\omega_H \gg v$, когда согласно формуле (4.43)

$$T_e - T = \frac{Ma^2}{3\omega_H^2} = M \frac{u^2}{3}. \quad (4.44)$$

4.6. Убегание быстрых электронов в плазме

Проанализируем эффект убегания электронов в ионизованном газе или плазме [18, 118, 119], который возможен, если электрон-электронные столкновения интенсивнее электрон-атомных, что имеет место при выполнении критерия (4.1). В частности, это может осуществляться при торможении быстрого электрона в металлах, пока электрон-ионные столкновения не останавливают его. Поскольку сечение электрон-электронных и электрон-ионных соударений определяется кулоновским взаимодействием между сталкивающимися частицами, оно резко убывает с увеличением скорости электронов, и электроны, находящиеся на хвосте функции распределения по энергиям, рассеиваются слабее, чем их основная часть. Поэтому возникает неустойчивость, когда быстрые электроны, движущиеся вдоль электрического поля, не рассеиваются при столкновениях с электронами и ионами. В результате часть электронов ускоряется и покидает плазму с высокими скоростями. Мы проанализируем эффект убегающих электронов простейшим способом, считая, что начиная с некоторых скоростей ускорение электронов в электрическом поле не компенсируется их торможением в результате столкновений с другими электронами и ионами. Для этого анализа используем интеграл столкновений Ландау (2.44), (2.45), который учитывает торможение быстрых электронов при столкновениях с заряженными частицами плазмы.

Рассмотрим эволюцию быстрого электрона, энергия которого существенно превышает характерную энергию электронов плазмы. Имеем следующее уравнение баланса для импульса $m_e v_x$ пробного электрона, когда он движется в направлении электрического поля напря-

женностью F :

$$m_e \frac{dv_x}{dt} = eF - \frac{1}{v_x} \frac{d\varepsilon}{dt},$$

где $d\varepsilon/dt$ — изменение в единицу времени энергии электрона при столкновении с электронами плазмы с учетом, что отдельное столкновение приводит к рассеянию на малые углы, и элементарный акт столкновения сопровождается малым изменением энергии:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \int N_e v 2\pi\rho d\rho \frac{\Delta p^2}{2m_e}.$$

Здесь v — скорость пробного электрона, $v \approx v_x$, N_e — плотность электронов, ρ — прицельный параметр столкновения, Δp — импульс, передаваемый при столкновении от пробного электрона к плазменному электрону. Согласно формуле (2.37) имеем

$$\Delta p = \frac{2e^2}{\rho v}.$$

Тогда

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = N_e \frac{4\pi e^4}{m_e v} \ln A,$$

где кулоновский логарифм дается формулой (2.40). Получим окончательно уравнение баланса для импульса пробного быстрого электрона, движущегося в плазме вдоль электрического поля:

$$m_e \frac{dv_x}{dt} = eF - N_e \frac{4\pi e^4}{m_e v^2} \ln A, \quad (4.45)$$

из которого следует, что быстрые электроны ускоряются в электрическом поле, начиная с энергий

$$\varepsilon \geq \varepsilon_{cr} = N_e \frac{2\pi e^4}{eF} \ln A. \quad (4.46)$$

В частности, если напряженность электрического поля F измерена в единицах В см^{-1} , плотность электронов N_e — в 10^{13} см^{-3} , энергия электрона ε — в эВ, критерий (4.46) принимает следующий вид при $\ln A = 10$:

$$\varepsilon_{cr} = 13 \frac{N_e}{F}. \quad (4.47)$$

5. Возбуждение атомов в газе и плазме при столкновениях с электронами

5.1. Возбуждение атомов в газе в электрическом поле

Электроны, движущиеся в газе во внешнем электрическом поле, могут возбуждать атомы газа, причем эффективность возбуждения атомов газа зависит от характера равновесия в нем электронов. Далее мы определим скорость возбуждения атомов, учитывая, что характерная энергия электронов мала по сравнению с энергией возбуждения атома, поэтому электроны, возбуждающие атомы, находятся на хвосте функции распределения электронов по энергиям. При этом для возбуждения

атомов существенна несимметричная часть функции распределения электронов, находящихся в газе во внешнем поле, несмотря на ее малость, поскольку она определяет передачу энергии электрону от поля. Рассмотрим сначала возбуждение атомов при соударениях с отдельными электронами, когда справедлив критерий (2.18). Считаем, что столкновение с атомами создает трение для электронов в пространстве энергий, и энергия электрона достигает порогового значения для возбуждения атомов после многих столкновений. Тогда скорость возбуждения атомов электронами определяется движением к порогу возбуждения в пространстве скоростей или энергий электронов.

Для описания этого процесса используем разложение (2.4) для нестационарной функции распределения электронов и, выполнив стандартную операцию, как при получении системы уравнений (2.8), найдем

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} + \frac{a}{3v^2} \frac{\partial(vf_1)}{\partial v} = I_{\text{ea}}(f_0), \quad \frac{\partial f_1}{\partial t} + a \frac{\partial f_0}{\partial v} = -vf_1. \quad (5.1)$$

Допуская поток возбуждения относительно малым, пренебрежем нестационарностью всюду, кроме первого члена, который ведет к малому потоку в пространстве энергии. В результате имеем

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} = I_{\text{ea}}(f_0) + \frac{a}{3v^2} \frac{d}{dv} \left(\frac{v^2}{v} \frac{df_0}{dv} \right). \quad (5.2)$$

Нестационарность функции распределения определяется только возбуждением атома. Поэтому скорость возбуждения

$$\frac{dN_*}{dt} = -\frac{dN_e}{dt} = -\int 4\pi v^2 dv \frac{\partial f_0}{\partial t},$$

где N_* — плотность возбужденных атомов. Используя интеграл столкновений (2.16) для сферически-симметричной части функции распределения f_0 , отсюда получим

$$\frac{dN_*}{dt} = 4\pi \frac{m_e}{M} v^3 v \left[\left(T + \frac{Ma^2}{3v^2} \right) \frac{df_0}{d\varepsilon} + f_0 \right]_{\varepsilon=\Delta\varepsilon}, \quad (5.3)$$

где $\varepsilon = m_e v^2/2$ — энергия электрона, $\Delta\varepsilon$ — энергия возбуждения атома.

Используем граничное условие $f_0(\Delta\varepsilon) = 0$ для функции распределения, которая удовлетворяет следующему условию при стационарных условиях ниже порога возбуждения и вдали от него:

$$\left(T + \frac{Ma^2}{3v^2} \right) \frac{df_0}{d\varepsilon} + f_0 = 0.$$

Это означает быструю абсорбцию электронов выше порога возбуждения, и функция распределения записывается в виде

$$\begin{aligned} f_0(\varepsilon) &= C[\varphi_0(\varepsilon) - \varphi_0(\Delta\varepsilon)] = \\ &= C \left[\exp \left(-\int_0^\varepsilon \frac{d\varepsilon'}{T + Ma^2/3v^2} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \exp \left(-\int_0^{\Delta\varepsilon} \frac{d\varepsilon'}{T + Ma^2/3v^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (5.4a)$$

Здесь $\varphi_0(\varepsilon)$ — функция распределения в пренебрежении процессами абсорбции для быстрых электронов из-за

процесса возбуждения, так что вдали от порога возбуждения $f_0(\varepsilon) = \varphi_0(\varepsilon)$. Константа C определяется условием нормировки

$$C = N_e \left[4\pi \int_0^{v_0} v^2 dv \exp \left(-\int_0^\varepsilon \frac{d\varepsilon'}{T + Ma^2/3v^2} \right) \right]^{-1}. \quad (5.4б)$$

Здесь N_e — плотность электронов, $v_0 = \sqrt{2\Delta\varepsilon/m_e}$ — пороговая скорость электрона. Таким образом, для скорости возбуждения атомов отдельными электронами, движущимися в газе во внешнем электрическом поле, имеем

$$\begin{aligned} \frac{dN_*}{dt} &= 4\pi v_0^3 \frac{m_e}{M} v(v_0) \varphi_0(v_0) = \\ &= N_e \frac{m_e}{M} v(v_0) \exp \left(-\int_0^{\Delta\varepsilon} \frac{d\varepsilon'}{T + Ma^2/3v^2} \right) \times \\ &\times \left[\int_0^{v_0} \left(\frac{v}{v_0} \right)^2 \frac{dv}{v_0} \exp \left(-\int_0^\varepsilon \frac{d\varepsilon'}{T + Ma^2/3v^2} \right) \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (5.5)$$

где $\varphi_0(v_0) = \varphi_0(\Delta\varepsilon)$ — функция распределения электронов при пороговой энергии, если пренебречь процессом возбуждения. В случае $v(v_0) = \text{const}$ эта формула принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{dN_*}{dt} &= \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\Delta\varepsilon}{T + Ma^2/3v^2} \right)^{3/2} N_e \frac{m_e}{M} v(v_0) \times \\ &\times \exp \left(-\frac{\Delta\varepsilon}{T + Ma^2/3v^2} \right). \end{aligned} \quad (5.6)$$

Интересно определить часть мощности ξ , полученной электронами от электрического поля, которая тратится на возбуждение атомов. Считаем, что приобретаемая от поля мощность преобразуется главным образом в тепловую энергию газа при упругих столкновениях электронов с атомами, причем мощность, приходящаяся на один электрон, равна eEw , где w — дрейфовая скорость электрона. В случае $v = \text{const}$, пренебрегая тепловой энергией атомов ($T \ll Mw^2$), из формулы (5.6) имеем

$$\xi = \Delta\varepsilon \frac{dN_*}{dt} \frac{1}{eFwN_e} = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \left(\frac{\Delta\varepsilon}{\bar{\varepsilon}} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{\Delta\varepsilon}{\bar{\varepsilon}} \right), \quad (5.7)$$

где $\bar{\varepsilon} = Ma^2/(3v^2) = Mw^2/3$ — средняя энергия электрона. На рисунке 8 приведена зависимость эффективности возбуждения атома ξ от средней энергии электронов $\bar{\varepsilon}$ при этих условиях.

Полученные формулы основаны на предположении, что скорость возбуждения атомов определяется главным образом диффузией электронов в пространстве энергии от малых энергий до энергии возбуждения атомов. Теперь мы рассмотрим другой предельный случай, когда возбуждение на хвосте функции распределения электронов по энергиям происходит слабо и константа скорости возбуждения атома электронным ударом вблизи порога определяет эффективность возбуждения атомов в плазме.

Сначала определим функцию распределения электронов над порогом возбуждения в области энергий $\varepsilon \geq \Delta\varepsilon$, включив в кинетическое уравнение для функции распределения электронов неупругие электрон-атомные столкновения. Предположим, что тушение возбужденных атомов происходит без участия электронов вследствие

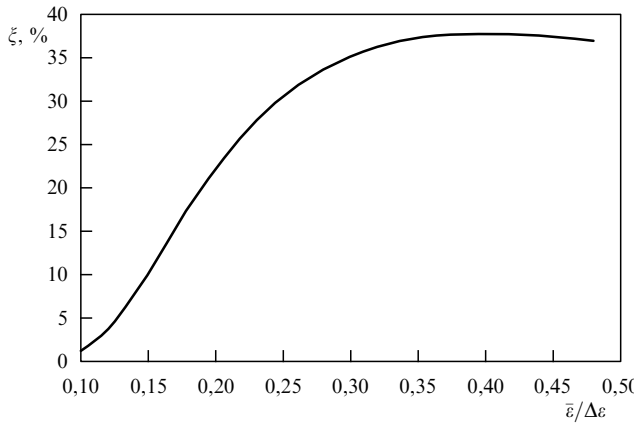


Рис. 8. Часть энергии, полученной электроном от электрического поля в газе, которая тратится на возбуждение атомов. Считается, что частота упругих электрон-атомных столкновений не зависит от скорости электрона и время, в течение которого электрон набирает энергию возбуждения атома, велико по сравнению с временем, в течение которого электрон тратит эту энергию на возбуждение атома.

их малой плотности. Тогда второе уравнение системы (2.8) принимает вид

$$\frac{a}{3v^2} \frac{d}{dv} (v^3 f_1) = I_{ea}(f_0) - v_{ex} f_0, \quad (5.8)$$

где $v_{ex} = N_a k_{ex}$, N_a — плотность атомов, k_{ex} — константа скорости возбуждения атома электронным ударом. Интеграл столкновений I_{ea} включает упругие электрон-атомные столкновения. Используя связь (2.8) между f_0 и f_1 , получим следующее уравнение для f_0 :

$$\frac{a}{3v^2} \frac{d}{dv} \left(\frac{v^2}{v} \frac{df_0}{dv} \right) + I_{ea}(f_0) - v_{ex} f_0 = 0. \quad (5.9)$$

Используя формулу (2.16) для интеграла электрон-атомных столкновений и пренебрегая кинетической энергией атомов ($\sim T$) по сравнению с энергией электронов, имеем

$$\frac{a}{3v^2} \frac{d}{dv} \left(\frac{v^2}{v} \frac{df_0}{dv} \right) + \frac{m_e}{M} \frac{1}{v^2} \frac{d}{dv} (v^3 v f_0) - v_{ex} f_0 = 0. \quad (5.10)$$

Мы считали среднюю энергию электронов $\bar{\epsilon}$ малой по сравнению с энергией возбуждения атома $\Delta\epsilon$. Тогда, как это следует из формулы (2.25), средняя энергия электронов равна $\bar{\epsilon} \sim Ma^2/v^2$. Кроме того, мы полагали, что возбуждение атома не влияет на функцию распределения электронов ниже порога возбуждения, т.е.

$$v \gg v_{ex} \gg v \frac{m_e}{M} \frac{\Delta\epsilon}{\bar{\epsilon}}. \quad (5.11)$$

Это позволяет пренебречь вторым членом в кинетическом уравнении (5.10). Решим полученное кинетическое уравнение для хвоста функции распределения электронов квазиклассическим методом, принимая $f_0 = A \exp(S)$, где $S(v)$ — плавная функция, т.е. $(S')^2 \gg S''$. Это дает $S' = \sqrt{3v_{ex}v}/a$, $a = eE/m_e$, и функция распределения для $\epsilon \gg \bar{\epsilon}$ имеет вид

$$f_0(v) = f_0(v_0) \exp(-S) = f_0(v_0) \exp\left(-\int_{v_0}^v \frac{dv}{a} \sqrt{3v_{ex}v}\right), \quad (5.12)$$

где $v_0 = \sqrt{2\Delta\epsilon/m_e}$ и $f_0(v_0)$ определяется упругими электрон-атомными столкновениями. Вблизи порога возбуждения атома согласно (5.12)

$$S = \frac{2v_0}{5a} \sqrt{3 \frac{g_*}{g_0} v_q v_0} \left(\frac{\epsilon - \Delta\epsilon}{\Delta\epsilon} \right)^{5/4}, \quad (5.13)$$

где скорость упругих электрон-атомных столкновений вблизи порога возбуждения $v_0 = v(v_0)$, $v_q = N_a k_q$, k_q — константа скорости тушения возбужденного атома электронным ударом, g_0, g_* — статистические веса основного и возбужденного состояний атома, $a = eE/m_e$. Мы использовали формулу (3.346) для константы скорости возбуждения атома электронным ударом, которая связывает эту константу с константой скорости тушения возбужденного атома медленным электроном. Применяя формулу (5.12) для функции распределения электрона, мы считаем, что ее логарифмическая производная определяется процессом возбуждения недалеко от порога.

Если этот процесс протекает в основном вблизи порога возбуждения, то согласно (5.12) скорость возбуждения атома электронами

$$\begin{aligned} \frac{dN_*}{dt} &= \int 4\pi v^2 dv f_0(v_0) \exp(-S) v_{ex}(v) = \\ &= 4,30 a v_0^2 \left(\frac{a}{v_0 v_0} \right)^{1/5} \left(\frac{v_q g_*}{v_0 g_0} \right)^{2/5} f_0(v_0) \end{aligned} \quad (5.14)$$

и функция распределения нормирована условием (2.30).

Сравнивая формулы (5.6) и (5.14) для скорости возбуждения атомов отдельными электронами, движущимися в газе во внешнем поле, следует сделать выбор между двумя предельными случаями. Действительно, при

$$\left(\frac{a}{v_0 v_0} \right)^{6/5} \left(\frac{v_q g_*}{v_0 g_0} \right)^{2/5} \gg 1 \quad (5.15)$$

процесс возбуждения ограничен диффузией электронов в пространстве энергий в направлении порога возбуждения, и скорость этого процесса определяется формулами (5.5), (5.6). В другом предельном случае скорость возбуждения дается формулой (5.14). Отметим, что формула (5.14) справедлива при малых напряженностях электрического поля, в то время как формула (5.6) работает в сильных полях.

5.2. Возбуждение атомов в плазме

Если электроны находятся в плазме, то функция их распределения по энергиям спадает на хвосте из-за возбуждения атомов и может восстанавливаться в процессе межэлектронных столкновений. Характеризуя возбуждение атомов в плазме, для простоты мы считали, что возбужденные атомы разрушаются в результате излучения, т.е. тушение электронным ударом отсутствует и энергия возбуждения не возвращается электронам. Предположим справедливым критерий (4.1) для плазменных электронов, что ведет к максвелловской функции распределения электронов по энергиям. Пусть в рассматриваемом далее случае максвелловская функция распределения по энергиям восстанавливается за счет межэлектронных столкновений при энергиях $\epsilon \geq \Delta\epsilon$ ($\Delta\epsilon$ — энергия возбуждения атома), которые ответ-

ственны за возбуждение атомов. Тогда скорость возбуждения атомов

$$\frac{dN_*}{dt} = N_a \int 4\pi v^2 dv \varphi(v) k_{ex}(v), \quad (5.16)$$

где N_* — плотность возбужденных атомов, N_a — плотность атомов в основном состоянии, $\varphi(v)$ — максвелловская функция распределения электронов, k_{ex} — константа скорости возбуждения атома электронным ударом, которая дается формулой (3.346). Подставляя в (5.16) максвелловскую функцию распределения электронов, получим

$$\frac{dN_*}{dt} = N_a N_e \bar{k}_{ex} = N_a N_e k_q \frac{g_*}{g_0} \exp\left(-\frac{\Delta\varepsilon}{T_e}\right). \quad (5.17)$$

Здесь средняя константа скорости возбуждения атома в пределе $\Delta\varepsilon \gg T_e$ (T_e — электронная температура) равна

$$\bar{k}_{ex} = \frac{1}{N_e} \int 4\pi v^2 dv \varphi(v) k_{ex}(v) = \frac{g_*}{g_0} k_q \exp\left(-\frac{\Delta\varepsilon}{T_e}\right). \quad (5.18)$$

Теперь рассмотрим другой предельный случай возбуждения атомов электронами в плазме, когда критерий (4.1) выполняется, но максвелловская функция распределения не восстанавливается над порогом возбуждения атомов за счет электрон-электронных столкновений. Тогда скорость возбуждения атомов определяется скоростью образования быстрых электронов с энергией $\varepsilon > \Delta\varepsilon$ в результате упругих столкновений с электронами. На основе кинетического уравнения (2.17) с использованием выражения (2.45) для интеграла межэлектронных столкновений скорость возбуждения на единицу объема можно представить в виде

$$\begin{aligned} \frac{dN_*}{dt} &= - \int_{v_0}^{\infty} 4\pi v^2 dv \frac{\partial f}{\partial t} = - \int_{v_0}^{\infty} 4\pi v^2 dv I_{ee}(f_0) = \\ &= - \frac{4\pi v_0}{m_e} B_{ee}(v_0) \left(\frac{f_0}{T_e} + \frac{df_0}{d\varepsilon} \right), \end{aligned}$$

где функция распределения f_0 берется при энергии возбуждения $\varepsilon = \Delta\varepsilon$. Функция распределения электронов в этом случае является решением уравнения $I_{ee}(f_0) = 0$ с граничным условием $f_0(v_0) = 0$, которое учитывает эффективное поглощение электронов с энергиями выше порога возбуждения. Она имеет вид

$$f_0(v) = N_e \left(\frac{m_e}{2\pi T_e} \right)^{3/2} \left[\exp\left(-\frac{\varepsilon}{T_e}\right) - \exp\left(-\frac{\Delta\varepsilon}{T_e}\right) \right], \quad \varepsilon \leq \Delta\varepsilon. \quad (5.19)$$

Отсюда следует, что f_0 является максвелловской вдали от порога возбуждения и стремится к нулю вблизи порога возбуждения в силу абсорбции быстрых электронов за счет возбуждения атомов. Используя такую функцию распределения в формуле (2.45) для $B_{ee}(v)$, получим скорость возбуждения

$$\frac{dN_*}{dt} = 4\sqrt{2\pi} \frac{N_e^2 e^4 \Delta\varepsilon \ln A}{m_e^{1/2} T_e^{5/2}} \exp\left(-\frac{\Delta\varepsilon}{T_e}\right). \quad (5.20)$$

Формула (5.20) справедлива при высоких плотностях электронов, когда быстро устанавливается равновесие

Таблица 6. Параметры критерия (5.21) для метастабильных атомов инертного газа

Метастабильный атом	$\Delta\varepsilon$, эВ	k_{ee} , 10^{-4} см ³ с ⁻¹	$\left(\frac{N_e}{N_a}\right)_b$, 10^{-6}
He(2 ³ S)	19,82	5,8	5,4
Ne(2 ³ P ₂)	16,62	2,9	0,69
Ar(3 ³ P ₂)	11,55	2,0	2,0
Kr(4 ³ P ₂)	9,915	1,7	2,0
Xe(5 ³ P ₂)	8,315	1,4	13

для электронов. Этому соответствует критерий

$$\frac{N_e}{N_a} \gg \frac{k_q}{k_{ee}}, \quad (5.21)$$

где эффективная константа скорости упругих столкновений электронов k_{ee} из-за кулоновского взаимодействия электронов, которое следует из сравнения формул (5.17) и (5.20), имеет вид

$$k_{ee} = 4\sqrt{2\pi} \frac{g_0}{g_*} \frac{e^4 \Delta\varepsilon \ln A}{m_e^{1/2} T_e^{5/2}}. \quad (5.22)$$

Формула (5.20) справедлива при условии, противоположном критерию (5.21). Как видно, критерий (5.21) сильнее, чем критерий (4.1), поскольку $m_e \ll M$. Таким образом, оба рассмотренных режима возбуждения атомов в плазме возможны. При относительно малых плотностях электронов функция их распределения дается формулой (5.19), тогда как максвелловская функция распределения электронов имеет место при высоких степенях ионизации газа. Соответственно, скорость возбуждения атомов в плазме изменяется от определяемой формулой (5.17) до получаемой по формуле (5.20) по мере роста плотности электронов.

Демонстрирующая эти результаты табл. 6 содержит параметры возбуждения атомов инертных газов при типичных условиях $T_e = 1$ эВ, $\ln A = 10$, причем граничная степень ионизации при переходе от одного режима к другому определяется соотношением

$$\left(\frac{N_e}{N_a}\right)_b = \frac{k_q}{k_{ee}}. \quad (5.23)$$

Константа скорости тушения метастабильных атомов инертного газа электронным ударом взята из табл. 5. Отметим, что в случае высоких плотностей электронов с максвелловской функцией распределения в основной области электронных энергий она может быть представлена в виде $f = f(v_0) \exp(-S)$, причем

$$S = \frac{\varepsilon - \Delta\varepsilon}{T_e} = 3v_0^2 \frac{\varepsilon - \Delta\varepsilon}{Ma^2}. \quad (5.24)$$

Для простоты мы считали $v(v) = \text{const}$. В силу критерия (5.21) формула (5.24) дает более плавное уменьшение функции распределения с ростом электронной энергии по сравнению с формулой (5.19), которая справедлива в пределе, когда столкновения между электронами не являются доминирующими.

5.3. Равновесие возбужденных атомов в газе и плазме

Ранее мы полагали, что тушение возбужденных атомов в плазме происходит в результате процессов, не связанных

с их столкновениями с электронами. Теперь мы рассмотрим случай, когда тушение возбужденных атомов происходит при участии электронов. Тогда, основываясь на критерии (5.21), получим, что быстрые электроны образуются и разрушаются при неупругих столкновениях электронов и атомов. В силу равновесия между рассматриваемыми состояниями имеем

$$v_{\text{ex}} f_0(v) v^2 dv = v_q f_0(v') v'^2 dv'.$$

Здесь $v^2 = 2\Delta\varepsilon/m_e + v'^2$, v , v' — скорости быстрого и медленного электронов, $v_{\text{ex}} = N_a k_{\text{ex}}$, $v_q = N_* k_q$ — скорости возбуждения и тушения атомных состояний электронным ударом, причем N_a , N_* — плотности атомов в основном и возбужденном состоянии соответственно, k_{ex} , k_q — константы скоростей, которые связаны принципом детального равновесия (3.346). Отсюда получим

$$\frac{N_a}{g_0} f_0(v) = \frac{N_*}{g_*} f_0(\sqrt{v^2 - v_0^2}), \quad v > \sqrt{\frac{2\Delta\varepsilon}{m}}. \quad (5.25)$$

Это соотношение устанавливает связь между функциями распределения медленных и быстрых электронов. Оно может быть представлено в форме

$$f_0(v) = \frac{f_0(v_0) f_0(\sqrt{v^2 - v_0^2})}{f_0(0)}. \quad (5.26)$$

В частности, для максвелловской функции распределения медленных электронов [$f_0 \sim \exp(-\varepsilon/T_e)$] эта формула дает

$$f_0(v) = f_0(v_0) \exp\left(\frac{\varepsilon - \Delta\varepsilon}{T_e}\right), \quad (5.27)$$

где T_e — электронная температура, $\varepsilon = m_e v^2/2$ — энергия электрона. Тем самым неупругие столкновения электронов с возбужденными атомами восстанавливают максвелловскую функцию распределения электронов над порогом возбуждения атома.

Представленные случаи возбуждения атомов электронами в плазме показывают, что этот процесс зависит от характера установления функции распределения электронов вблизи порога возбуждения. Конечная функция распределения и скорость возбуждения зависят от скорости установления равновесия при электрон-атомных и электрон-электронных столкновениях, а также от характера тушения возбужденных атомов. Конкуренция этих процессов позволяет разными способами устанавливать функцию распределения электронов и ведет к разным выражениям для эффективной скорости возбуждения атомов в газе и плазме. Скорости возбуждения атомов зависят от процессов столкновения, устанавливающих функцию распределения электронов вблизи порога возбуждения.

6. Электроны в металлах

6.1. Металлическая плазма и вырожденный электронный газ

Рассмотрим электрические свойства конденсированных систем, которые создаются находящимися в них электронами. Сравнивая поведение электронов в конденсированных системах и в газах, мы ограничимся первыми, где электроны могут быть выделены в отдельную подсистему.

Прежде всего это относится к металлам, электрические свойства которых определяются электронами, взаимодействующими друг с другом и с окружением. Поэтому сначала мы рассмотрим с этих позиций металлическую плазму.

В простейшей модели электронов в металлах, называемой моделью Друде [121, 122], электроны считаются свободными. В рамках этой модели мы пренебрегаем взаимодействием электронов с решеткой, что приводит к кинетическому уравнению (2.19) для функции распределения электронов. Но поскольку плотность электронов в металлах велика, при комнатной и невысоких температурах решение уравнения (2.19) не является максвелловской функцией распределения (2.20) в силу принципа Паули. Поэтому мы включим в рассмотрение этот принцип. Считая электронную подсистему вырожденным электронным газом, получаем формулу Ферми–Дирака для вероятности $n(\varepsilon)$ нахождения электрона в состоянии с заданной энергией ε [120]:

$$n(\varepsilon) = \frac{1}{1 + \exp[(\varepsilon - \mu)/T]}, \quad (6.1)$$

где T — температура, μ — химический потенциал. В пределе нулевой температуры распределение (6.1) становится ступенчатым, а химический потенциал стремится к ферми-энергии электронов. Далее мы будем ориентироваться на этот предел, который реализуется для металлов при комнатной температуре. Тогда электроны металлической плазмы становятся вырожденным электронным газом. Хотя модель Друде является грубой для металлов [124], она позволяет описать их простейшим способом, и это описание имеет аналогию с поведением свободных электронов в газах во внешних полях.

Формулы для параметров вырожденного электронного газа содержатся во многих публикациях [120, 123–125], и мы используем простейшие из них, которые понадобятся далее для анализа параметров металлических плазм в рамках ранее описанных методов анализа электронной подсистемы. При нулевой температуре импульс электронов p сосредоточен в интервале $0 \leq p \leq p_F$, где p_F — ферми-импульс, который определяется из формулы

$$n = \int n(\varepsilon) \frac{2 d\mathbf{p} d\mathbf{r}}{(2\pi\hbar)^3} = 2 \int_{p \leq p_F} \frac{d\mathbf{p} d\mathbf{r}}{(2\pi\hbar)^3}, \quad (6.2)$$

где n — полное число электронов, множитель 2 учитывает два направления электронного спина, $d\mathbf{p}$ и $d\mathbf{r}$ — элементы электронного импульса и объема плазмы. Введя плотность электронов $N_e = n/\int d\mathbf{r}$, получим выражения для максимального импульса электронов или ферми-импульса p_F , максимальной энергии электронов или ферми-энергии ε_F для данного распределения электронов, а также для скорости электронов v_F на поверхности ферми-сферы:

$$p_F = (3\pi^2 \hbar^3 N_e)^{1/3}, \quad \varepsilon_F = \frac{p_F^2}{2m_e} = \frac{(3\pi^2 N_e)^{2/3} \hbar^2}{2m_e}, \quad v_F = \frac{p_F}{m_e}. \quad (6.3)$$

Распределение электронов для вырожденного электронного газа дается формулой Ферми–Дирака при нулевой температуре, и химический потенциал этого распределения равен $\mu = \varepsilon_F$.

Таблица 7. Параметры одновалентных металлов при комнатной температуре

Металл	Li	Na	K	Cu	Rb	Ag	Cs	Au
Структура	оцк	оцк	оцк	гцк	оцк	гцк	оцк	гцк
a , Å	3,51	4,29	5,34	3,61	5,71	4,09	6,09	4,08
ρ , г см ⁻³	0,534	0,97	0,89	8,96	1,53	10,5	1,93	19,3
N_e , 10 ²² см ⁻³	4,6	2,5	1,4	8,5	11	5,9	8,7	5,9
ε_F , эВ	4,7	3,2	2,1	7,1	1,8	5,5	1,6	5,5
v_F , 10 ⁸ см с ⁻¹	1,3	1,0	0,86	1,6	0,79	1,4	0,74	1,4
η , 10 ⁻³	5,5	8,2	13	3,7	15	4,6	17	4,6
ξ	1,8	2,2	2,7	1,4	2,9	1,6	3,1	1,6

Примечание. Эти металлы состоят из атомов с одним валентным s-электроном. Структура кристаллической решетки — объемно-центрированная кубическая (оцк) или гранецентрированная кубическая (гцк), a — постоянная решетки, ρ — плотность металла, которая определяет плотность электронов N_e . Другие параметры даются формулами (6.3), (6.4).

Вырожденный электронный газ характеризуется малым параметром

$$\eta = \frac{T}{\varepsilon_F}. \quad (6.4)$$

Отсюда следует $r_D^2 N_e^{1/3} \ll a_0$, где r_D — радиус Дебая–Хюккеля для этого электронного газа, $a_0 = \hbar^2/(m_e e^2)$ — радиус Бора. Значения параметра η для одновалентных металлов при комнатной температуре даны в табл. 7. Как видно, вырожденный электронный газ металлов является квантовой системой.

Определим полную энергию вырожденного электронного газа, приходящуюся на единицу объема E_0 , при нулевой температуре:

$$E_0 = \int_0^{\varepsilon_F} \varepsilon \frac{2d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{2\sqrt{2}}{5\pi^2} \frac{m_e^{3/2} \varepsilon_F^{5/2}}{\hbar^3}. \quad (6.5)$$

При низких температурах энергия системы на единицу объема

$$E = \int_0^\infty \varepsilon \frac{2d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3} \frac{1}{\exp[(\varepsilon - \mu)/T] + 1},$$

где $\varepsilon = p^2/(2m_e)$ и химический потенциал этого распределения $\mu = \varepsilon_F$ в нулевом приближении. Разлагая последнюю формулу по малому параметру (6.4), получаем [120]

$$E = E_0 \left(1 + \frac{5\pi^2}{4} \frac{T^2}{\varepsilon_F^2} \right). \quad (6.6)$$

Таким образом, добавка к энергии электронов при невысоких температурах определяется малым параметром (6.4). Отсюда для приходящейся на единицу объема теплоемкости вырожденного электронного газа при низких температурах имеем

$$C = \frac{dE}{dT} = \frac{5\pi^2}{2} \frac{T}{\varepsilon_F^2} E_0 = \frac{m_e^{3/2} T \sqrt{2\varepsilon_F}}{\hbar^3}. \quad (6.7)$$

Отметим, что теплоемкость металлов определяется фононами и электронами. При низких температурах

формула (6.7) дает вклад электронов в теплоемкость металлов, и вклад в эту величину фононов пропорционален T^3 . Поэтому при низких температурах теплоемкость металлов определяется электронами.

Мы рассматриваем металлическую плазму как вырожденный электронный газ, считая ее положительный заряд равномерно размазанным в пространстве. Ферми-энергия является параметром вырожденного электронного газа, и именно этот параметр должен быть использован для анализа квантовой плазмы. Введем параметр идеальности металлической плазмы как отношение энергии кулоновского взаимодействия электронов к ферми-энергии:

$$\xi = \frac{e^2}{r_W \varepsilon_F} = \frac{2^{5/3}}{3\pi a_0 N_e^{1/3}} = \frac{0,337}{a_0 N_e^{1/3}}, \quad r_W = \left(\frac{3}{4\pi N_e} \right)^{1/3}, \quad (6.8)$$

где r_W — радиус Вигнера–Зейтца для электронного газа, a_0 — радиус Бора. Идеальный вырожденный газ обладает высокой плотностью по сравнению с атомной, т.е. $N_e a_0^3 \gg 1$. Это означает, что свойства вырожденного электронного газа тем ближе к свойствам квантовой плазмы, чем выше плотность электронов. Наоборот, роль кулоновского взаимодействия между заряженными частицами падает с ростом плотности электронов.

Используем модель вырожденного электронного газа для электронов металла. В таблице 7 приведены параметры реальных плазм металла при комнатной температуре. Рассматриваемые металлы содержат атомы с одним валентным электроном, и мы предполагаем, что именно эти электроны образуют вырожденный электронный газ, параметры которого определяются формулой (6.3). Как следует из данных табл. 7 [16, 40], параметр η мал для реальных одновалентных металлов, т.е. их металлическая плазма — квантовая система. Но кулоновское взаимодействие для электронов и ионов металлов сравнимо с потенциалом обменного взаимодействия электронов, который определяется принципом Паули. Поэтому металлическая плазма для рассматриваемых систем при комнатной температуре является квантовой системой, в которой кулоновское взаимодействие заряженных частиц и обменное взаимодействие электронов одного порядка.

6.2. Тепловые и электрические свойства металлов

Ранее полученные результаты, характеризующие поведение электронов в ионизованных газах, могут быть частично распространены на электроны металлов, если заменить взаимодействие электронов с окружающими атомными частицами некоторым средним полем. В модели среднего поля поведение электронов подобно их поведению в плазме. Но в отличие от электронов плазмы, электроны металла в силу их высокой плотности оказываются вырожденными при комнатной и невысоких температурах. Поэтому мы начинаем с модели вырожденного электронного газа для электронов металла. В ее рамках в пространстве импульсов или волновых векторов электроны занимают область внутри ферми-сферы. Функция распределения электронов по энергиям следует из формулы (6.1) и при низких температурах имеет вид

$$f(\varepsilon) = \text{const} \frac{N_e}{1 + \exp[(\varepsilon - \varepsilon_F)/T]}, \quad (6.9)$$

где N_e — плотность электронов, и химический потенциал этого распределения при нулевой температуре совпадает с энергией Ферми ε_F в соответствии с формулой (6.3). Функция распределения (6.9) нормирована условием

$$\int f(\varepsilon) d\mathbf{v} = N_e, \quad (6.10)$$

причем малый параметр (6.4) T/ε_F относится к этому распределению.

В рамках модели Друде, в которой валентные электроны металла моделируются свободными электронами, электронные коэффициенты переноса определяются формулами из раздела 4. В частности, формула (4.13) отвечает проводимости металлической плазмы и предположению, что частота электрон-атомных столкновений ν не зависит от скорости электронов [124, 125]:

$$\Sigma = \frac{N_e e^2 \tau}{m_e}, \quad (6.11)$$

где столкновительное время равно $\tau = 1/\nu$. Далее, можно повторить вывод формул (4.18), (4.19) для электронной теплопроводности с учетом функции распределения (6.9) вместо максвелловской. Это дает для теплопроводности металлической плазмы, если частота электрон-атомных столкновений ν не зависит от скорости электронов,

$$\kappa = \frac{\pi^2}{3} \frac{N_e \tau T}{m_e}. \quad (6.12)$$

В частности, отсюда следует закон Видемана – Франца

$$\frac{\kappa e^2}{\Sigma T} = \frac{\pi^2}{3}. \quad (6.13)$$

Более реальная модель электронов в металле использует функцию распределения электронов (6.9). Можно ожидать, что переход от максвелловской функции распределения электронов к распределению Ферми – Дирака, т.е. переход от модели свободных электронов к модели вырожденного электронного газа, приведет к принципиальному изменению связи между проводимостью и плотностью электронов. Но это не так. Рассмотрим проводимость вырожденного электронного газа, находящегося в слабом электрическом поле. По аналогии с формулой (2.4) представим функцию распределения электронов в виде

$$f = f_0 + f_1.$$

Здесь функция распределения f_0 дается формулой (6.9) и возмущение функции распределения f_1 пропорционально напряженности электрического поля: $f_1 \sim F$. Представим кинетическое уравнение (2.1) как разложение по малому параметру F в виде

$$\frac{e\mathbf{F}}{m_e} \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}} = I_{\text{col}}(f_1), \quad (6.14)$$

где $I_{\text{col}}(f_0) = 0$ в силу равновесия при отсутствии электрического поля. Используя формулу (2.6) для интеграла столкновений от несимметричной части функции распределения, получаем из уравнения (6.14)

$$f_1 = -\frac{e\mathbf{F}\tau}{m_e} \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}}, \quad (6.15)$$

где столкновительное время $\tau = 1/\nu$, и дрейфовая скорость электрона равна

$$\mathbf{w} = \frac{1}{N_e} \int \mathbf{v} f_1 d\mathbf{v}.$$

Отсюда получим проводимость Σ вырожденного электронного газа в виде $\Sigma = \mathbf{i}/\mathbf{F}$, где плотность электрического тока

$$\mathbf{i} = e\mathbf{w}N_e.$$

Это дает формулу (6.11) для проводимости вырожденного электронного газа Σ , если считать столкновительное время τ не зависящим от скорости электронов v , взять интеграл по частям и использовать условие нормировки (6.10):

$$\Sigma = \frac{N_e e^2 \tau}{m_e}. \quad (6.16)$$

Формулы (6.11) и (6.16) для проводимости вырожденного электронного газа идентичны формулам (4.12) для проводимости газа свободных электронов, хотя только часть электронов вырожденного электронного газа может быть рассеяна, поскольку конечные состояния рассеянного электрона могут быть заняты внутренними электронами этого распределения, в то время как конечные состояния рассеяния свободны для газа свободных электронов. Однако указанный факт для вырожденного электронного газа компенсируется большой производной для функции распределения (6.15), что приводит к одинаковым формулам для проводимости в рассматриваемых случаях.

Отметим два типа рассеяния электронов в металлах: на дефектах кристаллической решетки и на фононах. Если электрон движется внутри правильной кристаллической решетки при нулевой температуре, он не рассеивается. Когда атомы смещаются от равновесных позиций из-за колебаний, регулярная решетка нарушается, и электроны рассеиваются на фононах, причем интенсивность такого рассеяния увеличивается с ростом температуры, тогда как рассеяние на дефектах от температуры не зависит. Второй механизм рассеяния обычно дает малый вклад при комнатной температуре.

Используем результаты данного анализа для простейших металлов, атомы которых имеют один валентный s -электрон. Таблица 8 [126, 127] содержит параметры электронов для этих металлов, валентные электроны которых моделируются вырожденным электронным газом. Плотность электронов, взятая из табл. 7 и полученная из плотности металла, обозначена как N_0 ; в другом способе плотность электронов определяется с использованием коэффициента Холла R_H согласно формуле (4.40), и его значения приведены также в табл. 8. В этой таблице N_e — плотность электронов, которая восстанавливается по значениям коэффициента Холла, а значения N_0 из табл. 7 даны в скобках. Если отношение N_e/N_0 превышает единицу, это означает, что внутренние p - и d -электроны дают вклад в проводимость. Согласно данным табл. 8 для усредненного по металлам параметра формулы (6.13) при комнатной температуре имеем $\kappa e^2/(\Sigma T) = 3,3 \pm 0,2$, тогда как согласно закону Видемана – Франца для вырожденного электронного газа это отношение равно 3,3 (формула (6.12)). Кроме

Таблица 8. Параметры одновалентных металлов при комнатной температуре (атомы этих металлов имеют один валентный s-электрон; ρ — плотность металла)

Металл	Li	Na	K	Cu	Rb	Ag	Cs	Au
a , Å	3,51	4,29	5,34	3,61	5,71	4,09	6,09	4,08
ρ , г см ⁻³	0,534	0,971	0,862	8,96	1,53	10,5	1,87	19,3
Σ , 10 ¹⁶ с ⁻¹	9,7	19	12	54	7,0	57	4,4	40
κ , Вт (см К) ⁻¹	0,85	1,41	1,02	4,01	0,58	4,29	0,36	3,17
$\kappa e^2/(\Sigma T)$	3,6	3,1	3,4	3,1	3,4	3,1	3,4	3,3
cR_H , 10 ⁻⁴ см ³ Кл ⁻¹	-1,7	-2,5	-4,2	-0,55	—	-0,84	-7,8	-0,72
N_e , 10 ²² см ⁻³	3,7(4,6)	2,5(2,5)	1,5(1,4)	11(8,5)	(1,1)	7,4(5,9)	0,80(0,87)	8,7(5,9)
K_e , см ² (В с) ⁻¹	18	52	58	34	44	53	38	32
N_e/N_0	0,79	0,98	1,1	1,3	—	1,3	0,92	1,5
τ , 10 ⁻¹⁴ с	1,0	3,0	3,3	1,9	(2,6)	3,0	2,2	1,8
λ/a	38	73	54	82	36	100	26	62
Θ_D , К	370	158	90	310	52	220	54	185
m_*/m_e	1,40	0,98	0,94	1,01	0,87	0,99	0,83	0,99

того, табл. 8 содержит средние значения подвижности электронов, полученные на основании формулы (4.11),

$$K_e = \frac{\Sigma}{eN_e} = C \frac{\Sigma}{N_e}, \quad (6.17)$$

причем если подвижность выражена в см² (В с)⁻¹, проводимость — в 10¹⁶ с⁻¹ и плотность электронов — в 10²² см⁻³, то коэффициент пропорциональности $C = 6,944$. В добавление к табл. 8 приведем рис. 9, построенный по данным [126, 127], который содержит электрические и термические параметры металлов при комнатной температуре. Отметим, что согласно статистической обработке данных рис. 9 отношение в формуле (6.13) составляет $\kappa e^2/(\Sigma T) = 3,3 \pm 0,2$.

Далее, мы используем формулу (6.11) для нахождения характерного столкновительного времени τ для электрона в металлах, значения этой величины для металлов первой группы периодической таблицы приведены в табл. 8. Длина свободного пробега электронов определяется как $\lambda = v_F \tau$, где v_F — скорость электрона на поверхности Ферми, ее значения приведены в табл. 8. Поскольку параметр λ/a является большой величиной, где a — постоянная кристаллической решетки (см. табл. 8), можно считать решетку прозрачной для электронов. Отметим, что температура Дебая Θ_D рассматриваемых металлов (см. табл. 8; рис. 9) сравнима с комнатной температурой, что позволяет считать атомы решетки классическими в процессах их столкновения с электронами.

6.3. Характер переноса электронов в металлах

Рассматривая поведение электронов в металлах в рамках проблемы дрейфа электронов в газах во внешних полях, мы сравниваем описание переноса электронов в газах и металлах. В этом отношении имеется полуколичественная аналогия, хотя функция распределения свободных электронов в газах принципиально отличается от распределения Ферми–Дирака для вырожденного электронного газа как подходящей модели для электронов металла. Модель вырожденного электронного газа, согласно которой при нулевой температуре электроны

находятся внутри ферми-сферы в пространстве волновых векторов электронов, является грубой для электронов в металлах (см., например, [124, 128]), поскольку не учитывает взаимодействие электронов с решеткой. В частности, если поверхность Ферми при нулевой температуре пересекает границу зоны Бриллюэна, ферми-поверхность становится открытой и электроны могут свободно переходить в соседние зоны Бриллюэна. Это ведет к специфическому характеру проводимости электронов при низких температурах и не может быть учтено в рамках простых рассматриваемых моделей. Однако, поскольку наша цель — выяснить возможность использования теории переноса электронов в газах для полуколичественного описания процессов переноса электронов в конденсированных системах, мы оставим в стороне специальные эффекты поведения электронов в металлах.

Стартуя от металлического кристалла при нулевой температуре, мы учитываем взаимодействие электрона с решеткой в среднем введением эффективной массы электрона в металле m_* вместо массы свободного электрона m_e и таким образом приводим задачу движения электрона в периодическом поле кристаллической решетки к задаче движения свободного квазиэлектрона. Имеется два типа рассеяния электрона при его движении внутри металла: первый из них отвечает рассеянию на дефектах кристаллической решетки и подобен рассеянию электронов на атомах, когда они движутся в газе, другой тип электронного рассеяния возникает из-за колебаний атомов и происходит на неоднородностях, которые появляются вследствие смещения атомов от их равновесных положений. Такой характер рассеяния имеет аналогию с рассеянием свободных электронов в плазме, когда электроны рассеиваются на заряженных частицах плазмы в результате кулоновского взаимодействия с ними, причем рассеяние на малые углы дает основной вклад в подвижность электронов. Таким образом, имеется аналогия между электронным дрейфом в металлах и в газе или плазме.

Отметим еще одну особенность электронного дрейфа в металлах. В первом приближении мы пренебрегаем рассеянием электронов и можем рассматривать элект-

Металлы при комнатной температуре															Отношение длины свободного пробега электрона к радиусу Вигнера – Зейтца					
Период	Г р у п п а																			
	I		II		III		IV		V		VI		VII		VIII					
2	52	0,534	97	1,85													Плотность, г см ⁻³			
	³ Li	9,7	⁴ Be	25														Проводимость, 10 ¹⁶ с ⁻¹		
	Литий	0,85	Бериллий	2,0															Теплопроводность, Вт см ⁻¹ К ⁻¹	
3	120	0,97	120	1,74	2,70	170											Символ			
	¹¹ Na	19	¹² Mg	21	34	¹³ Al												Атомный номер		
	Натрий	1,4	Магний	1,6	2,4	Алюминий													Элемент	
4	100	0,89	180	1,54	9	2,99	17	4,51	21	6,0	44	7,15	3	7,3	22	7,87	60	8,86		60
	¹⁹ K	12	²⁰ Ca	27	²¹ Sc	1,6	²² Ti	2,1	²³ V	4,6	²⁴ Cr	7,0	²⁵ Mn	0,6	²⁶ Fe	9,4	²⁷ Co	14	²⁸ Ni	14
	Калий	1,0	Кальций	2,0	Скандий	0,16	Титан	0,22	Ванадий	0,31	Хром	0,94	Марганец	0,078	Железо	0,80	Кобальт	1,0	Никель	0,91
	8,96	240	7,14	72	5,91	27														
	⁵⁴	²⁹ Cu	15	³⁰ Zn	5,2	³¹ Ga														
	4,0	Медь	1,2	Цинк	0,41	Галлий														
5	170	1,53	50	2,64	9	4,47	20	6,52	36	8,57	82	10,2	28	11	56	12,1	97	12,4	40	12,0
	³⁷ Rb	7,0	³⁸ Sr	6,9	³⁹ Y	1,5	⁴⁰ Zr	2,1	⁴¹ Nb	7,2	⁴² Mo	17	⁴³ Tc	6	⁴⁴ Ru	12	⁴⁵ Rh	20	⁴⁶ Pd	8,5
	Рубидий	0,58	Стронций	0,35	Иттрий	0,17	Цирконий	0,23	Ниобий	0,54	Молибден	1,4	Технеций	0,51	Рутений	1,2	Родий	1,5	Палладий	0,72
	10,5	280	8,69	280	7,31	63	7,26	47	6,68	140										
	⁵⁷	⁴⁷ Ag	17	⁴⁸ Cd	11	⁴⁹ In	8,2	⁵⁰ Sn	23	⁵¹ Sb										
	4,3	Серебро	0,97	Кадмий	0,82	Индий	0,67	Олово	0,24	Сурьма										
6	41	1,93	120	3,62	10	6,15	15	13,3	35	16,4	82	19,3	20	20,8	44	22,6	79	22,5	40	21,5
	⁵⁵ Cs	4,4	⁵⁶ Ba	3,3	⁵⁷ La	1,5	⁷² Hf	2,7	⁷³ Ta	6,9	⁷⁴ W	17	⁷⁵ Re	4,3	⁷⁶ Os	9,5	⁷⁷ Ir	17	⁷⁸ Pt	8,5
	Цезий	0,36	Барий	0,18	Лантан	0,13	Гафний	0,23	Тантал	0,58	Вольфрам	1,7	Рений	0,48	Осмий	0,88	Иридий	1,5	Платина	0,72
	19,3	200	13,5	5	11,8	29	11,3	26	9,79	5	9,20	13								
	⁴⁰	⁷⁹ Au	0,94	⁸⁰ Hg	5,0	⁸¹ Tl	4,4	⁸² Pb	0,78	⁸³ Bi	2	⁸⁴ Po								
	3,2	Золото	0,083	Ртуть	0,46	Таллий	0,35	Свинец	0,079	Висмут	0,2	Полоний								

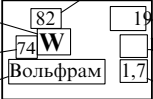
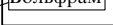
Символ  Плотность, г см⁻³
Атомный номер  Проводимость, 10¹⁶ с⁻¹
Элемент  Теплопроводность, Вт см⁻¹ К⁻¹

Рис. 9. Термические и электрические параметры твердых тел с металлической проводимостью при комнатной температуре (взято из [126, 127]).

ронную подсистему как изолированную. Конечно, свойства электронной подсистемы определяются взаимодействием электронов с решеткой, что заключается в специальном виде ферми-поверхности для электронов данного металла. Но это взаимодействие может быть учтено в среднем, для всей электронной подсистемы, и тогда можно рассматривать электронную подсистему как вырожденный электронный газ, находящийся в некотором среднем поле. Электронные столкновения с решеткой нарушают эту картину, но считая это рассеяние слабым, мы полагаем, что длина свободного пробега электронов в металле λ велика по сравнению с постоянной решетки или с радиусом Вигнера–Зейтца для электронов r_W , который определяется как

$$r_W = \left(\frac{3}{4\pi N_e} \right)^{1/3} \quad (6.18)$$

и характеризует размер области, занимаемой электроном. На рисунке 9 приведены значения отношения λ/r_W , где длина свободного пробега электронов в металлах найдена на основании формулы (6.16), в которой столкновительное время полагается равным

$$\tau = \frac{\lambda}{v_F}.$$

Здесь v_F — ферми-скорость электронов, определяемая по формуле (6.3), и электронная подсистема рассматривается как вырожденный электронный газ. При использовании данных измерения при комнатной температуре на рис. 9 для простоты мы считаем, что один валентный электрон приходится на один атом металла.

Отметим, что большая величина отношения λ/r_W может быть принята за определение металла, для которого электроны можно рассматривать как отдельную подсистему. При таком определении металла мы не конкретизируем специальные свойства систем, и поэтому оно относится к кристаллам и жидкостям, а также к аморфным металлам. При таком подходе периодичность кристалла не является его принципиальным свойством и поэтому принципиально не отражается на проводимости металла. Действительно, хотя проводимость металлов испытывает скачок при их плавлении, подвижности твердых и жидких металлов не отличаются принципиально. Поэтому, подводя итог проведенного анализа, мы заключаем, что дрейф электронов в металлах имеет аналогию с их дрейфом в газе или плазме. По определению металлы обладают относительно высокой проводимостью, поэтому длина свободного пробега электронов значительно превышает размер, приходящийся на один атом металла. По этой причине представленная выше теория переноса электронов в газе и плазме может быть использована для полуквантового описания электронных процессов переноса в металлах.

7. Избыточный электрон в твердом теле и жидкости

7.1. Дрейф избыточного электрона в конденсированных системах

Мы делим конденсированные системы связанных атомов на металлы и диэлектрики в зависимости от характера

электронных уровней и полос для этих систем. Если газ, состоящий из атомов, сжимается до конденсированного состояния, электронные уровни атомов превращаются в энергетические полосы, и верхняя заполненная полоса является полностью заполненной для диэлектриков. Так как следующая свободная полоса отделена от этой заполненной полосы щелью, требуется определенная энергия, чтобы перевести электрон в возбужденное состояние. Наоборот, верхняя энергетическая полоса у металлов заполнена частично, и валентные электроны могут менять свое состояние при малом изменении энергии. В частности, если металл находится во внешнем электрическом поле, предпочтительнее состояния электронов с их движением вдоль поля. Этот эффект определяет проводимость металлической плазмы и отсутствует у диэлектриков.

Рассмотрим случай, когда избыточный электрон введен в конденсированную систему. Этот электрон находится в незаполненной энергетической полосе, так что его поведение в принципе одинаково и для металлов, и для диэлектриков. Но в отличие от газа, где рассеяние электрона на атоме происходит независимо от положения других атомов, в плотных или конденсированных системах атомов пробный электрон взаимодействует одновременно с электронами разных атомов. Тогда система конденсированных атомов может быть рассмотрена как единая электронная система, в которой движется пробный электрон.

Можно проанализировать поведение отдельного электрона в конденсированной системе, вводя эффективное поле для пробного электрона, учитывающее взаимодействие пробного электрона с окружением. Тогда возможны два типа движения электрона в этой системе, представленные на рис. 10. В первом случае (рис. 10а) электрон заперт в пространстве между двумя соседними атомами, и его переход на соседние позиции длится относительно долго, поскольку требуется преодолеть барьер. Это диэлектрический тип электронного дрейфа. Во втором случае, при металлическом типе электронного дрейфа, электрон свободно перемещается внутри конденсированной системы (рис. 10б). Отметим, что эти типы электронного дрейфа не связаны с типом конденсированной системы. В частности, далее мы покажем, что дрейф избыточного электрона в конденсированных инертных газах может иметь металлическую природу в определенной области параметров.

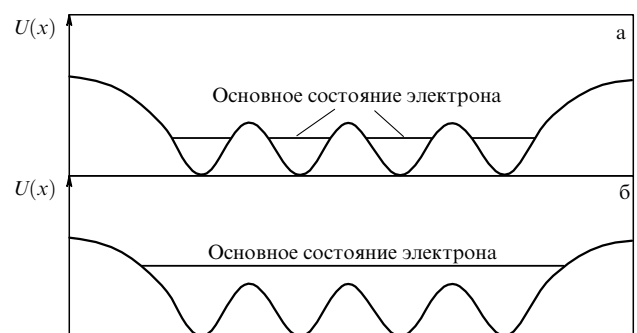


Рис. 10. Характер движения медленного избыточного электрона в конденсированной системе атомов в зависимости от положения уровня энергии основного состояния электрона: (а) диэлектрический тип подвижности, (б) металлический тип подвижности.

Таким образом, рассматривая дрейф избыточного электрона в диэлектриках [129–134], имеем два типа поведения электрона. В первом случае (рис. 10а) перемещение электрона происходит скачками и подвижность электрона относительно мала, тогда как во втором случае электрон движется почти свободно, т.е. длина свободного пробега электрона относительно велика. Конечно, в случае металлической подвижности электрона в диэлектрике мы учитываем взаимодействие электрона с окружением, однако это делается в среднем, введением эффективного поля. Тогда введем энергию V_0 для основного состояния электрона в этой системе как собственное значение в уравнении Шрёдингера для волновой функции электрона ψ_e :

$$-\frac{\hbar^2}{2m_e}\Delta\psi_e + V\psi_e = V_0\psi_e, \quad (7.1)$$

где эффективная потенциальная энергия V создается взаимодействием пробного электрона с другими электронами окружающих атомов. Этот потенциал взаимодействия зависит от положений атомов. Считая, что атомы образуют кристаллическую решетку, получим периодичность эффективного потенциала взаимодействия. Тогда собственные значения могут быть представлены в виде [124, 125]

$$\varepsilon_k = V_0 + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_*}, \quad (7.2)$$

где m_* — эффективная масса электрона, k — волновой вектор электрона. Параметры взаимодействия электрона с решеткой включены в параметры V_0 , m_* . Эти параметры характеризуют дрейф электрона в конденсированной системе, если мы рассматриваем данную проблему в рамках модели свободных электронов, так что взаимодействие избыточного электрона с окружением содержится в этих параметрах. При таком подходе мы не делаем различия между твердыми телами и жидкостями, поскольку их взаимодействие с электроном включено в эти параметры. Но, ограничиваясь случаем металлической проводимости избыточного электрона, мы основываемся на критерии, что длина свободного пробега электронов велика по сравнению с расстоянием между ближайшими соседями.

7.2. Особенности подвижности избыточного электрона в конденсированных инертных газах

Далее будем ориентироваться на конденсированные инертные газы Ar, Kr, Xe, где могут быть реализованы как диэлектрический, так и металлический типы проводимости. На рисунке 11 приведена энергия V_0 для основного состояния электрона в конденсированном аргоне [138] и ксеноне [135] в зависимости от плотности атомов. Отметим, что величина V_0 не характеризует поведение электрона внутри конденсированной системы, поскольку она измерена по отношению к вакууму, т.е. V_0 является разностью электронных энергий внутри и вне данной системы. В действительности электроны могут образовывать слой на границе конденсированного инертного газа, который выравнивает потенциалы системы с обеих сторон границы. Отметим, что энергия основного состояния электрона V_0 для конденсированного аргона, криптона и ксенона имеет минимум

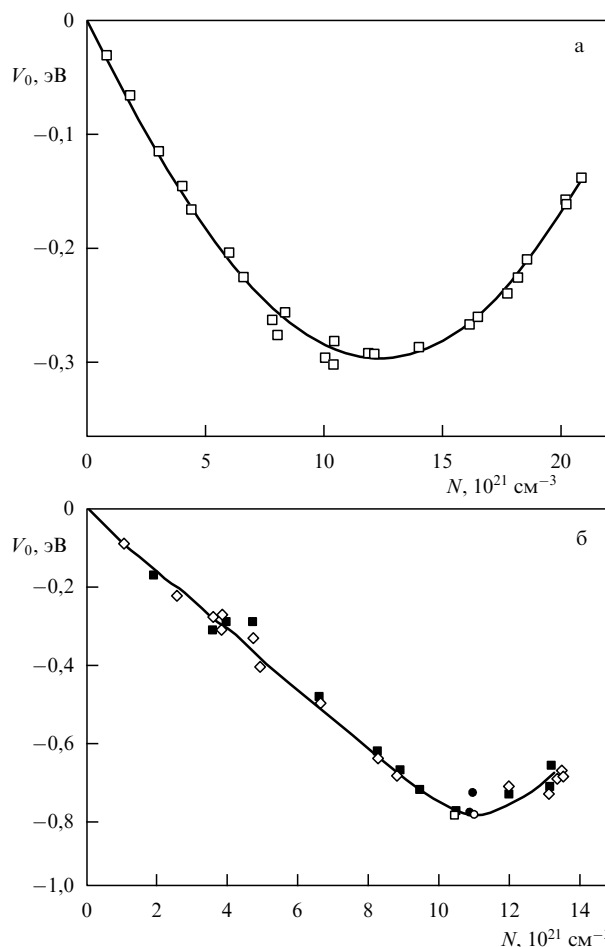


Рис. 11. Энергия основного состояния избыточного электрона по отношению к вакууму как функция плотности атомов: (а) аргон [138]; (б) ксенон [135].

при плотности атомов, которая близка к плотности атомов, обеспечивающей максимум подвижности электрона (рис. 11; табл. 9). Таблица 9 содержит плотности атомов N_0 для жидких инертных газов, соответствующие минимуму энергии для основного состояния электрона V_0 . Плотность атомов $N_{\max}$, температура $T_{\max}$ и расстояние между ближайшими соседями $a_{\max}$ относятся к

Таблица 9. Параметры дрейфа избыточного электрона в жидких инертных газах

Параметр	Ar	Kr	Xe
V_0 , эВ [135–138]	–0,3	–0,5	–0,8
N_0 , 10^{22} см $^{-3}$	1,1	1,2	1,1
$T_{\max}$, К	155	170	223
$N_{\max}$, 10^{22} см $^{-3}$	1,2	1,4	1,2
$a_{\max}$, Å	4,9	4,7	4,9
$K_{\max}$, см 2 (В с) $^{-1}$ [139]	1800	4600	6000
T_{tr} , К	85	117	163
N_{tr} , 10^{22} см $^{-3}$	2,1	1,8	1,4
a_{tr} , Å	4,1	4,3	4,7
K_{tr} , см 2 (В с) $^{-1}$ [139–147]	500 ± 70	1400 ± 300	2000 ± 700
m_*/m_e [148, 149]	0,55	0,4	0,3
τ_1 , нс [150]	0,9	4,4	6,5
τ_s , нс [150]	0,5	2,2	4,4

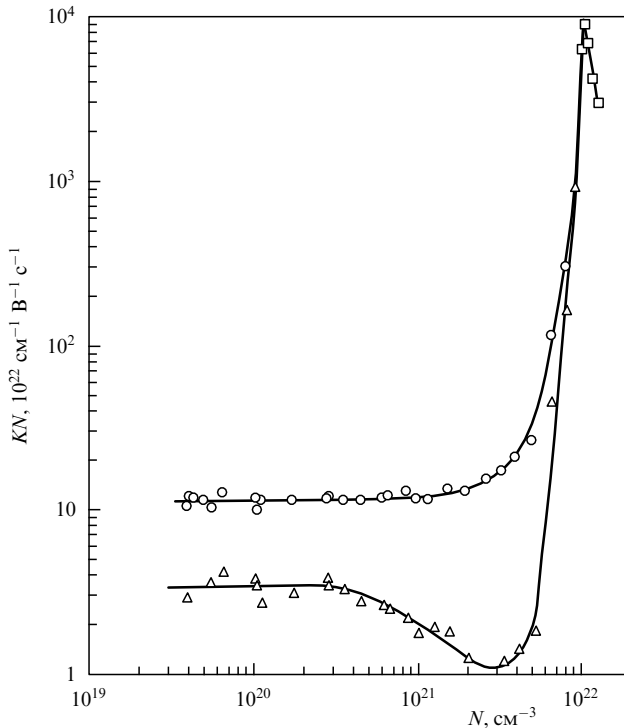


Рис. 12. Зависимость приведенной подвижности избыточного электрона KN от плотности атомов ксенона при температуре $T = 236$ К; Δ — подвижность при нулевом поле, $\circ$ — максимальная подвижность при данной плотности атомов и нулевом поле, $\square$ — то же для напряженности электрического поля $F = 30$ В см $^{-1}$ [67].

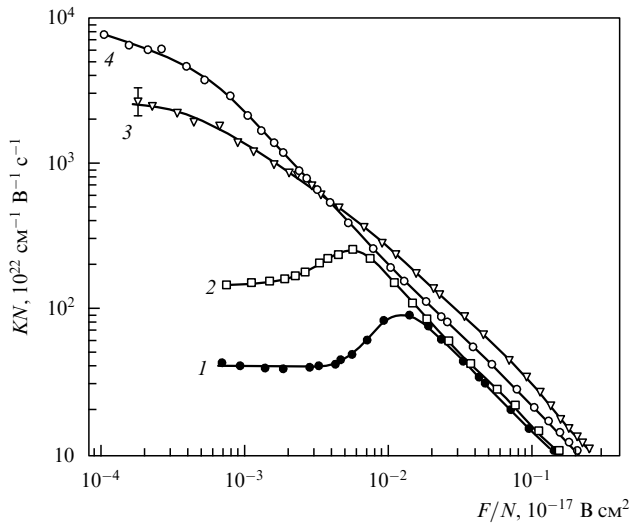


Рис. 13. Зависимость приведенной подвижности избыточного электрона от приведенной напряженности электрического поля в жидком аргоне при следующих температурах и плотностях атомов [146] (температура T выражена в К, плотность атомов N дана в 10^{22} см $^{-3}$): 1 — $T = 288$ К, $N = 0,68$; 2 — $T = 278$ К, $N = 0,86$; 3 — $T = 216$ К, $N = 1,23$; 4 — $T = 163$ К, $N = 1,41$.

максимуму подвижности избыточного электрона в жидких инертных газах при нулевом поле. Далее, T_{tr} , N_{tr} — температура и плотность атомов в тройной точке, K_{tr} — подвижность электронов в тройной точке. Кроме того, τ_1 и τ_s — времена релаксации избыточного электрона в жидких инертных газах вблизи тройной точки. Эти времена характеризуют термализацию электронов,

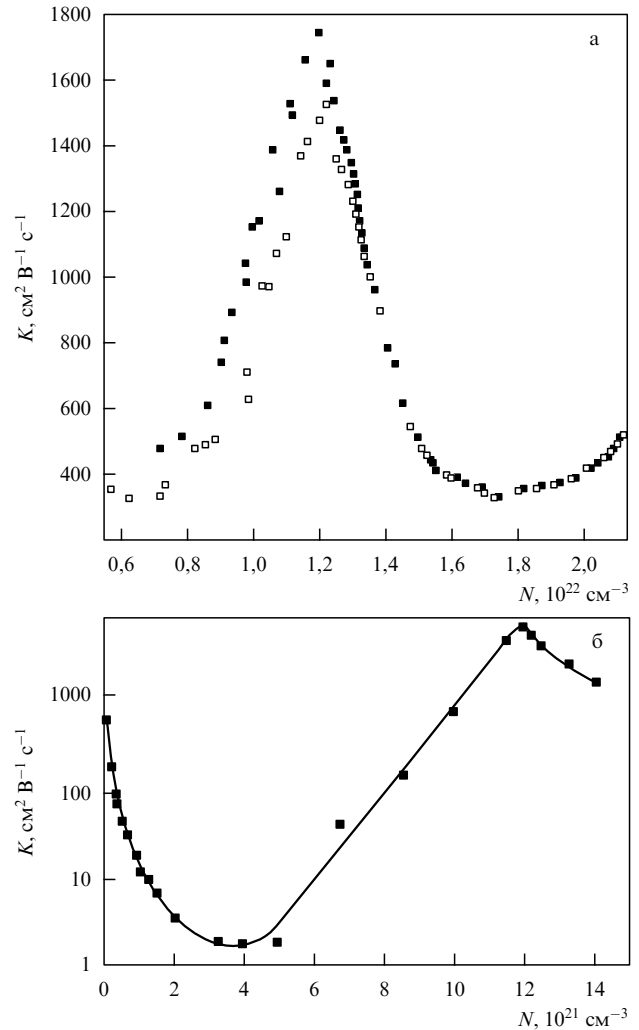


Рис. 14. Зависимость от плотности атомов подвижности избыточного электрона при нулевом поле в жидком аргоне [143] (а) и ксеноне [135] (б).

возбужденных импульсным электрическим сигналом, и точность этих величин оценивается в 10–20 %.

Измерения приведенной подвижности в конденсированных инертных газах показывают сильные изменения этой величины в зависимости от параметров инертного газа и напряженности электрического поля. В частности, приведенная подвижность избыточного электрона в ксеноне [67] (рис. 12) изменяется в пределах трех порядков величины при изменении плотности атомов ксенона с переходом его от газовой до конденсированной фазы. Зависимости приведенной подвижности избыточного электрона в жидком аргоне от приведенной напряженности электрического поля (рис. 13), полученные при разных условиях [143], и значения приведенной подвижности различаются при малых напряженностях поля, тогда как при высоких полях подвижность избыточного электрона мало чувствительна к параметрам конденсированного аргона. Рисунок 14 дает зависимость подвижности избыточного электрона при нулевом поле от плотности атомов в аргоне [143] и в ксеноне [135]. Температурная зависимость приведенной подвижности избыточного электрона при нулевом поле в жидком аргоне представлена на рис. 15 [143]. Эта информация показывает, что подвижность избыточного электрона в

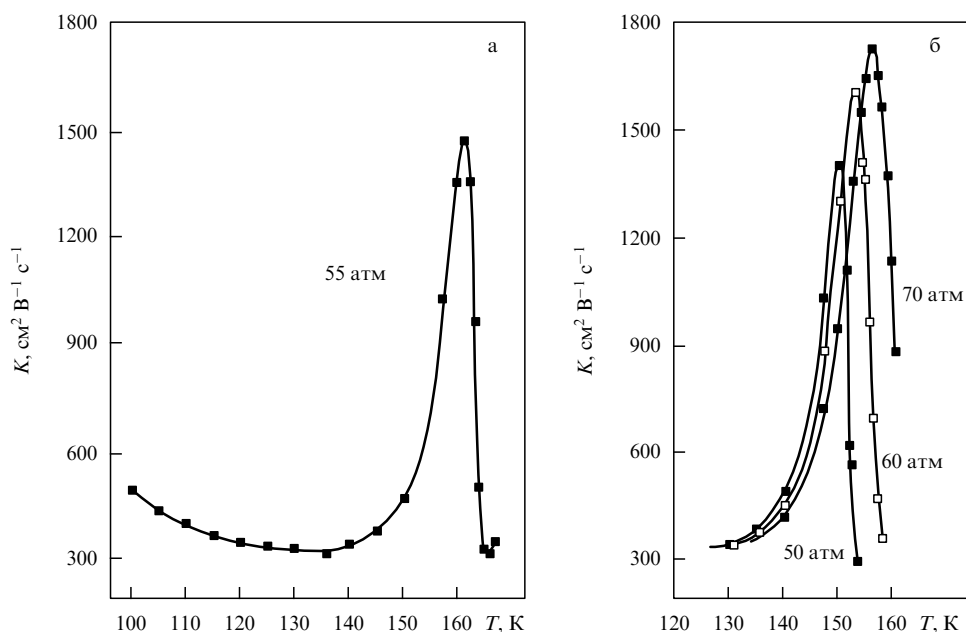


Рис. 15. Зависимость подвижности избыточного электрона при нулевом поле от температуры при давлении 55 атм (а), и при разных давлениях вблизи максимума подвижности (б) [143].

конденсированных инертных газах сильно зависит от плотности атомов, температуры и давления, особенно если это относится к низким полям. Отметим корреляцию между плотностями, соответствующими минимуму энергии электрона в основном состоянии V_0 и максимуму подвижности при нулевом поле, как это следует из данных табл. 9 и рис. 11, 14.

При высоких полях подвижность избыточного электрона в жидких инертных газах имеет аналогию с подвижностью электрона в газах. Согласно рис. 13 приведенная подвижность избыточного электрона как функция приведенной напряженности электрического поля при высоких полях не сильно зависит от плотности атомов и температуры. Это можно объяснить малым сечением рассеяния электрона на отдельном центре, что делает этот процесс подобным рассеянию электрона в газах.

Еще одна особенность подвижности избыточного электрона в конденсированных инертных газах относится к "насыщению" дрейфовой скорости электронов в некоторой области полей. Ранее (см. рис. 3) мы рассматривали этот эффект в газах и объяснили его резким изменением сечения столкновения электрона в узкой области энергий столкновения. Этот эффект проявляется для конденсированных инертных газов еще заметнее, чем для газов. В частности, для жидкого ксенона вблизи тройной точки дрейфовая скорость избыточного электрона возрастает только в 2–3 раза (от $(1-1,5) \times 10^5$ см с⁻¹ до $(3-4) \times 10^5$ см с⁻¹) [142, 145, 147, 150, 151], если напряженность электрического поля увеличивается на три порядка величины ($10^2 - 10^5$ В см⁻¹). В этой области полей характеристическая энергия электрона увеличивается на два порядка величины (0,1–10 эВ) [147, 152–154]. К тому же этот эффект зависит от параметров жидкости (рис. 16) [139, 142]. Эффект насыщения наблюдается также для твердых инертных газов (например, [133, 151, 155]), хотя область соответствующих ему полей уже, чем в жидкости.

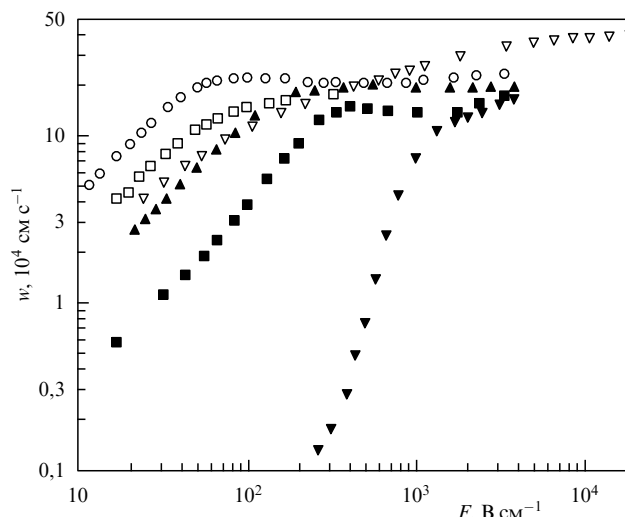


Рис. 16. Зависимость дрейфовой скорости избыточного электрона от напряженности электрического поля в жидком криптоне [139, 142] (температура T выражена в К, плотность атомов N — в 10^{22} см⁻³): $\circ$ — $T = 170$ К, $N = 1,41$; $\square$ — $T = 145$ К, $N = 1,59$; $\blacktriangle$ — $T = 192$ К, $N = 1,20$; ∇ — $T = 117$ К, $N = 1,76$; $\blacktriangledown$ — $T = 206$ К, $N = 0,95$, $\blacksquare$ — $T = 200$ К, $N = 1,08$.

Таким образом, хотя конденсированные инертные газы являются диэлектриками, подвижность избыточного электрона в них может иметь тот же характер, что и в металлах. Интересно сравнить подвижность избыточного электрона в жидких инертных газах и металлах, когда параметры жидкого инертного газа отвечают максимальной подвижности избыточного электрона. Это сравнение для металлов первой группы периодической таблицы, которые приведены в табл. 8, с данными табл. 9, показывает, что максимальные подвижности избыточного электрона при нулевом поле в жидких инертных газах превышают подвижности электронов в металлах, по крайней мере, в несколько раз. Это озна-

чает, что длина свободного пробега электронов в конденсированных инертных газах при оптимальных условиях в несколько раз превышает длину свободного пробега в щелочных металлах при комнатной температуре. Тем самым в конденсированных инертных газах может быть реализован металлический характер подвижности избыточного электрона.

7.3. Характер подвижности избыточного электрона в конденсированных инертных газах

Теория подвижности избыточного электрона в конденсированных инертных газах [66, 154, 156–158] справедлива для области параметров, где подвижность электронов относительно велика и взаимодействие избыточного электрона с окружающими атомами сравнительно слабо. При этих условиях избыточный электрон обладает металлической проводимостью и конденсированные инертные газы достаточно прозрачны для его дрейфа. Другими словами, длина свободного пробега избыточного электрона велика по сравнению с расстоянием между соседними атомами. Слабость этого взаимодействия позволяет описывать электронное рассеяние в терминах формфакторов, но поскольку рассеяние электрона определяется обменным взаимодействием с окружающими атомами, формфакторы электронного и нейтронного рассеяния в конденсированных инертных газах различаются кроме, возможно, высоких энергий рассеяния. Это снижает возможности теоретического анализа проблемы.

При теоретическом описании подвижности избыточного электрона в конденсированных инертных газах в рамках теории возмущений, использующей формфактор, движение электрона в конденсированной материи сравнивается с рассеянием электрона на отдельных атомах. Тогда высокая подвижность электронов в некоторой области параметров объясняется эффектом Рамзауэра для рассеяния электрона многими атомами. Однако использование теории рассеяния электрона на отдельных атомах для описания электронного движения в конденсированной системе некорректно по двум причинам. Во-первых, эффект Рамзауэра возникает из-за корреляции между короткодействующим обменным взаимодействием для электрона и атома и дальнедействующим поляризационным взаимодействием между ними (раздел 3). Но поляризационное взаимодействие реализуется при достаточно больших расстояниях между электроном и атомом и в силу одновременного взаимодействия электрона со многими атомами в конденсированной системе имеет там другую природу. Это может быть учтено как коллективный эффект, который, в частности, создает диэлектрическую проницаемость конденсированной системы атомов, но суммировать потенциалы взаимодействия электрона с отдельными атомами некорректно. Поэтому высокая подвижность избыточного электрона в конденсированных инертных газах не имеет прямой аналогии с эффектом Рамзауэра.

Во-вторых, если мы ограничимся короткодействующим взаимодействием электрона с отдельными атомами, то электрон рассеивается на атоме на расстояниях между электроном и атомом порядка длины рассеяния электрона на атоме, которая сравнима с расстоянием между ближайшими соседями конденсированной системы. Следовательно, рассеяния электрона на отдельных атомах не разделяются, и концепция рассеяния

электрона на индивидуальном атоме не может быть использована при строгом описании подвижности избыточного электрона в конденсированных системах. Поэтому, хотя и удобно интерпретировать наблюдаемые высокие подвижности избыточного электрона в конденсированных инертных газах в терминах эффекта Рамзауэра [140, 167–169], эти явления различаются по своей природе. Соответственно, теоретическое описание подвижности избыточного электрона в жидких и твердых инертных газах на основе взаимодействия электрона с индивидуальным атомом некорректно.

Придерживаясь общей схемы данной работы, мы используем газовую модель для дрейфа избыточного электрона в конденсированных системах атомов, которая справедлива в случае высокой подвижности электрона. В рамках этой модели рассматривается движение электронов в газе рассеивающих центров, причем каждый центр находится на соответствующем ядре и сечение рассеяния электрона на отдельном центре мало по сравнению с сечением изолированного атома. Тогда длина свободного пробега электрона велика по сравнению с расстоянием между ближайшими соседями, и далее мы рассмотрим эту модель. Будем считать, что рассеяние электрона на отдельных центрах происходит независимо и отвечает модели твердых сфер. Параметры этой газовой модели для определенной плотности атомов и температуры, а также напряженности электрического поля могут быть получены из экспериментальных данных, тогда как теория не позволяет определить их строго и надежно.

По сути дела, газовая модель основана на аналогии дрейфа электронов в газе и конденсированной системе, и эта аналогия является содержанием данной работы. Считая длину свободного пробега электрона не зависящей от его скорости, используем формулу (2.32) для дрейфовой скорости электрона с заменой массы электрона в ней эффективной массой электрона, приведенной в табл. 9. Отсюда можно найти эффективное сечение рассеяния электрона σ на отдельном центре. Таблица 10 содержит расстояние между ближайшими соседями $a_{\max}$ при плотности атомов $N_{\max} = \sqrt{2}/a_{\max}^3$, при которой подвижность электрона имеет максимум, и длину свободного пробега электрона $\lambda_{\max} = 1/(N_{\max}\sigma_{\max})$ при этих условиях. Подобным образом находим длину свободного пробега избыточного электрона вблизи

Таблица 10. Параметры газовой модели при дрейфе избыточного электрона в жидких инертных газах

Газ	Ar	Kr	Xe
$\pi a_{\max}^2, a_0^2$	21	19	21
$\pi a_{tr}^2, a_0^2$	14	16	19
$\lambda_{\max}, 10^{-6}$ см	9,6	21	24
$\lambda_{\max}/a_{\max}$	200	450	480
$\sigma_{\max}/\pi a_{\max}^2$	0,004	0,002	0,002
$\lambda_{tr}, 10^{-6}$ см	2,6	6,3	7,8
λ_{tr}/a_{tr}	65	150	170
$\sigma_{tr}/\pi a_{tr}^2$	0,012	0,005	0,005
τ_e , нс	5,0	22	36

тройной точки на основе данных табл. 9. Полученные значения представлены в табл. 10. Как следует из этой таблицы, $\lambda_{\text{max}} \gg a_{\text{max}}$ и $\lambda_{\text{tr}} \gg a_{\text{tr}}$, т.е. эта плотная атомная материя относительно прозрачна для электронов. Соответственно, при таких условиях имеем $\sigma_{\text{max}} \ll \pi a_{\text{max}}^2$, $\sigma_{\text{tr}} \ll \pi a_{\text{tr}}^2$. Более того, подвижность избыточного электрона при нулевом поле в конденсированных инертных газах может превышать подвижность электронов в металлах (ср. подвижности из табл. 8 и 9). Отметим, что прозрачность конденсированных инертных газов для избыточного электрона наблюдается только в определенной области параметров. Таблица 10 содержит также времена термализации электронов τ_e в жидких инертных газах вблизи тройной точки, которые рассчитаны на основе формулы (2.276) с использованием длин свободного пробега электронов, представленных в табл. 10. Сравнение с экспериментальными значениями τ_1 этой величины из табл. 9 показывает, что рассчитанные времена больше измеренных в несколько раз. Видимо, это объясняется разным характером обмена энергией при упругом рассеянии электрона на свободных и связанных атомах.

Выясним роль корреляций при взаимодействии электрона с несколькими атомами при короткодействующем взаимодействии электрона с каждым атомом. Сначала рассмотрим взаимодействие электрона с двухатомной молекулой, когда электрон образует связанное состояние с каждым из атомов и область взаимодействия с каждым атомом относительно мала. Характеризуя короткодействующее взаимодействие электрона с каждым атомом отрицательными длинами рассеяния L_1, L_2 , находим, что длина рассеяния электрона на двухатомной молекуле обращается в нуль при расстоянии R между атомами, которое дается формулой [159]

$$R = \sqrt{L_1 L_2}. \quad (7.3)$$

Общая природа этого взаимодействия сохраняется, и когда атомы характеризуются определенным размером [160]. Тем самым корреляция в рассеянии электрона на отдельных атомах оказывается важной и для рассеяния электрона на молекуле [161–163]. Параметры короткодействующего взаимодействия электрона с отдельными атомами, как и структура образуемой ими атомной системы, обуславливают поведение электрона в цепной молекуле, образуемой атомами [163–166]. Таким образом, корреляция между положениями отдельных атомов и потенциалом короткодействующего взаимодействия электрона с отдельным атомом определяет характер взаимодействия электрона с полной атомной системой. Эта корреляция существенна для подвижности избыточного электрона в конденсированных инертных газах, однако параметры суммарного взаимодействия не могут быть выражены строго через параметры взаимодействия с отдельным атомом.

Анализируя с этой позиции поведение избыточного электрона внутри жидкой или твердой системы связанных, слабо взаимодействующих атомов и ограничиваясь короткодействующим взаимодействием электрона с каждым атомом, представим потенциал взаимодействия для электрона как сумму ферми-потенциалов [51–53] (см. формулу (3.6)):

$$U(\mathbf{r}) = \sum_j \frac{2\pi\hbar^2}{m_e} L\delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}_j), \quad (7.4)$$

где L — длина рассеяния электрона на изолированном атоме, $\mathbf{r}$ — координата электрона, $\mathbf{R}_j$ — координата j -го атома. Отсюда получим, что средний потенциал взаимодействия электрона с атомами $V_0 = \overline{U(\mathbf{r})}$ изменяется монотонно с увеличением плотности атомов, тогда как согласно данным рис. 11 $V_0(N)$ имеет минимум в области плотностей атомов N , где подвижность электрона имеет максимум. Это означает существование дополнительной корреляции в электрон-атомном взаимодействии, которая ответственна за поведение электрона внутри атомной системы при этих плотностях атомов. Далее, согласно использованному ранее предположению корреляционные эффекты, ведущие к возрастанию подвижности избыточного электрона, определяются длиной рассеяния L электрона на атоме. Тогда можно ожидать, что сильная корреляция имеет место при плотностях атомов $N \sim 1/L^3$. Но несмотря на разницу длин рассеяния электрона на атомах Ar, Kr, Xe, во всех этих случаях максимальная подвижность избыточного электрона наблюдается при близких плотностях атомов. Это свидетельствует, что использованная простая схема корреляций является слишком грубой.

Рассмотрим влияние избыточного электрона на конденсированную систему атомов, когда он движется внутри нее. При сильном взаимодействии с окружающими атомами электрон может создать пузырь вокруг себя за счет отталкивания ближайших к нему атомов [131, 133]. Это имеет место в гелии и неоне. Если пузырь сохраняется в процессе движения электрона, электрон характеризуется большой эффективной массой по сравнению с электронной массой. При движении в других инертных газах (Ar, Kr, Xe) электрон создает флуктуацию в области, где он взаимодействует с окружающими атомами [132]. Вследствие высокой тепловой скорости электрона по сравнению со скоростью звука в конденсированном инертном газе эта флуктуация возникает в области, размер которой сравним с длиной свободного пробега электрона λ . Оценим дополнительное давление p , создаваемое электроном внутри инертного газа из-за его рассеяния на атомах. В силу случайного характера движения электрона

$$p \sim \frac{f}{4\pi\lambda^2} \quad (7.5)$$

(мы считаем электрон запертым в области размером λ). Сила, создаваемая электроном с импульсом $P = m_e v$ (v — скорость электрона), равна

$$f = \frac{dP}{dt} \sim \frac{m_e v}{\lambda/v} \sim \frac{\varepsilon}{\lambda^3}, \quad (7.6)$$

где ε — энергия электрона. Отсюда для дополнительного давления, обусловленного движением электрона внутри конденсированного инертного газа, имеем

$$p \sim \frac{\varepsilon}{4\pi\lambda^3}. \quad (7.7)$$

Этот эффект проявляется слабо для газа из-за большой длины свободного пробега электрона, но он может стать существенным для конденсированных инертных газов. Например, рассмотрим ксенон при условиях насыщения дрейфовой скорости электрона в нем. Возьмем $\varepsilon \sim 1$ эВ, $\lambda \sim 10^{-7}$ см, и на основе формулы (7.7) получим дополнительное давление $p \sim 1$ атм, т.е. рас-

смагиваемый эффект может быть заметным при реальных условиях. Отметим, что этот эффект существует, пока дрейфовая скорость электрона мала по сравнению со скоростью звука для этого инертного газа. Данная флуктуация облегчает движение электрона, т.е. увеличивает его дрейфовую скорость. При исчезновении этой флуктуации дрейфовая скорость электрона падает. Поэтому эффект генерации флуктуации плотности в конденсированном инертном газе из-за рассеяния электрона на атомах внутри инертного газа может быть дополнительной причиной для эффекта насыщения дрейфовой скорости электрона.

Обсуждаемое поведение электрона в конденсированных системах реализуется при металлическом характере подвижности избыточного электрона в случае слабого взаимодействия его с атомной системой. Тогда газовая модель подходит для описания конденсированной системы. Полагаем, что электрон рассеивается на каждом атоме, но эффективное сечение рассеяния на нем σ относительно мало, что и позволяет использовать газовую модель в данном случае.

7.4. Излучение конденсированных инертных газов под действием дрейфующих электронов

Возбуждение атомов внутри конденсированных инертных газов — простейший способ получения экситонов внутри жидкостей и твердых тел [170]. Основу экситонов в конденсированных инертных газах составляют возбужденные состояния атома, в которых валентный электрон переходит с внешней p -оболочки на свободную s -оболочку. Однако из-за взаимодействия с окружающими атомами возбужденный атом образует возбужденную двухатомную молекулу внутри конденсированного инертного газа, и спектр излучения экситонов в конденсированном инертном газе представляет собой уширенный спектр излучения изолированной двухатомной молекулы, как это подтверждается рис. 17. Эксимерные молекулы излучают в области вакуумного ультрафиолета, и в конденсированном инертном газе длины волн излучения сдвинуты в красную сторону по сравнению с длинами волн изолированных эксимерных молекул.

Отметим два типа электронного возбуждения в зависимости от полного спина электрона и ядра. Поскольку их полный спин равен нулю в основном состоянии, радиационное время жизни экситона с единичным полным спином значительно превышает радиационное время жизни экситона с нулевым спином, и таким способом испускаемое излучение делится на быстрое и медленное, как это показано на рис. 17, хотя спектры излучения близки в этих случаях. К тому же табл. 11

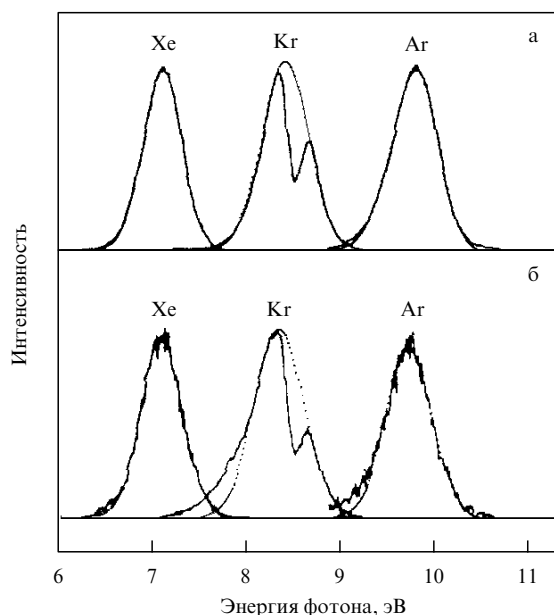


Рис. 17. Эмиссионные спектры в конденсированном аргоне ($N = 1,1 \times 10^{22} \text{ см}^{-3}$), криптоне ($N = 1,2 \times 10^{22} \text{ см}^{-3}$) и ксеноне ($N = 1,3 \times 10^{22} \text{ см}^{-3}$): (а) для быстрых ($^1\Sigma_u^+ \rightarrow ^1\Sigma_g^+$) переходов, (б) для медленных ($^3\Sigma_u^+ \rightarrow ^1\Sigma_g^+$) переходов. Границы спектров возбуждения находятся при энергиях 11,480 эВ, 9,611 эВ и 8,046 эВ для аргона, криптона и ксенона соответственно [171].

содержит радиационные времена жизни для верхних состояний в газах, жидкостях и твердых телах [171]. Радиационные времена жизни для медленных переходов даны в этой таблице, а в скобках приведены времена для быстрых переходов. Можно видеть возрастание скорости перехода с увеличением плотности в процессе перехода от газового состояния к жидкому и твердому состояниям, особенно для медленных переходов.

Образование экситонов в конденсированных инертных газах происходит при столкновении с электроном, и этот процесс такой же, как в газах. Этот процесс характеризуется высокой эффективностью, как это следует из рис. 8, где приведена эффективность этого процесса в газе, и она достаточно высока, если характерная энергия электронов не мала. Эта эффективность высока и для конденсированных систем. Например, согласно данным [172] эффективность генерации ультрафиолетовых фотонов, полученных при генерации электронов путем облучения отражающего фотокатода, составляет соответственно 10 %, 17 % и 31 % для жидкого аргона, криптона и ксенона. Конденсированные инертные газы с находящимися в них избыточными электронами могут стать источником лазерного излучения [173, 174]. Подтверждением этого является эмиссия широкой линии с центром на длине волны 175 нм, которая наблюдалась в жидком ксеноне [175], где электроны генерировались с холодного катода, управляемого полем, и двигались в сильном электрическом поле.

Отметим еще один процесс, который возможен в рассматриваемом случае и протекает по схеме [176]



где Rg — атом инертного газа. Образующееся автоионизационное состояние быстро распадается

Таблица 11. Радиационные времена жизни возбужденных атомов (нс)

Газ	Ar	Kr	Xe
Газообразное состояние	3200 ± 400 ($4,3 \pm 0,1$) [*]	280 ± 30 ($4,1 \pm 0,9$)	110 ± 20 ($5,2 \pm 0,6$)
Жидкое	1300 ± 200 ($5,2 \pm 0,9$)	90 ± 10 ($1,8 \pm 0,3$)	24 ± 5 ($2,6 \pm 1,2$)
Твердое	1200 ± 100 ($3,0 \pm 0,9$)	81 ± 8 ($1,3 \pm 0,1$)	21 ± 4 ($1,8 \pm 0,8$)

^{*} Радиационные времена жизни приведены для молекулярных переходов ($^3\Sigma_u^+ \rightarrow ^1\Sigma_g^+$) и ($^1\Sigma_u^+ \rightarrow ^1\Sigma_g^+$) (в скобках) и получены на основе данных [171].

($\sim 10^{-14} - 10^{-13}$ с) с генерацией быстрого электрона или в результате эмиссии UV-фотона за время $\sim 10^{-9} - 10^{-8}$ с, так что вероятность испускания фотона при распаде автоионизационного состояния относительно мала. Но этот процесс может многократно повторяться, так что эмиссия электрона по каналу (7.8) может быть эффективной. Отметим, что энергия возбуждения автоионизационных состояний $(Rg^-)^{**}$ ниже, чем энергия возбуждения Rg^* , так же как энергия возбуждения автоионизационного состояния $(Rg_2^-)^{**}$ меньше, чем для Rg_2^* . Разница между ними может быть оценена по энергии автоионизационного состояния $H(2s^2)$ [176]. Если канал процесса (7.8) реализуется, спектр излучения смещается в красную сторону [177].

8. Заключение

Теория, описывающая поведение электронов в газе и плазме во внешних полях, использует малый параметр, равный отношению масс электрона и атома. Она основана на решении кинетического уравнения Больцмана для электронов, функция распределения которых по скоростям почти изотропна. Эта теория позволяет проанализировать различные режимы равновесия и эволюции электронной подсистемы с учетом реальных зависимостей от энергии столкновения сечений и констант скоростей элементарных процессов в газе и плазме с участием электронов, что дает возможность исследовать различные аспекты проблемы при реальных условиях. Простота и ясность результатов теории для дрейфа электронов в газе и плазме делает их полезными при изучении дрейфа электронов в конденсированных системах, если длина пробега электрона в среде велика по сравнению с характерным размером, относящимся к одному атому. Моделирование процессов дрейфа электрона в конденсированных системах на основе представлений и концепций его поведения в газе и плазме является полезным и перспективным.

Автор благодарен Е.Б. Гордону за ценные дискуссии, которые инициировали эту работу. Работа частично поддержана грантом RFBR-NWO#047-008-015.

Список литературы

- Loeb L B *Basic Processes of Gaseous Electronics* (Berkeley: Univ. of California Press, 1955)
- Гинзбург В Л *Распространение электромагнитных волн в плазме* (М.: Физматгиз, 1960)
- Llewellyn-Jones F *The Glow Discharge, and an Introduction to Plasma Physics* (London: Methuen, 1966)
- Brown S C *Introduction to Electrical Discharges in Gases* (New York: Wiley, 1966)
- Nasser E *Fundamentals of Gaseous Ionization and Plasma Electronics* (New York: Wiley-Intersci., 1971)
- Kettani M A, Nouaux M F *Plasma Engineering* (New York: Wiley, 1973)
- Chapman B *Glow Discharge Processes: Sputtering and Plasma Etching* (New York: Wiley, 1980)
- Голант В Е, Жилинский А П, Сахаров С А *Основы физики плазмы* (М.: Атомиздат, 1997) [Golant V E, Zhilinsky A P, Sakharov I E *Fundamentals of Plasma Physics* (New York: Wiley, 1980)]
- Boenig H V *Plasma Science and Technology* (Ithaca: Cornell Univ. Press, 1982)
- von Engel A *Electric Plasmas: Their Nature and Uses* (New York: Taylor & Francis, 1983)
- Александров А Ф, Богданкевич Л С, Рухадзе А А *Основы электродинамики плазмы* (М.: Высш. школа, 1978) [Alexandrov A F, Bogdankevich L S, Rukhadze A A *Principles of Plasma Electrodynamics* (Berlin: Springer-Verlag, 1984)]
- Месяц Г А, Проскуровский Д И *Импульсный электрический разряд в вакууме* (Новосибирск: Наука, 1984) [Mesyats G A, Proskurovsky D I *Pulsed Electrical Discharge in Vacuum* (Berlin: Springer-Verlag, 1989)]
- Райзер Ю П *Физика газового разряда* (М.: Наука, 1987) [Raizer Yu P *Gas Discharge Physics* (Berlin: Springer-Verlag, 1991)]
- Lieberman M A, Lichtenberg A J *Principles of Plasma Discharges and Materials Processing* (New York: Wiley, 1994)
- Lagarkov A N, Rutkevich I M *Ionization Waves in Electrical Breakdown in Gases* (New York: Springer-Verlag, 1994)
- Smirnov B M *Physics of Ionized Gases* (New York: John Wiley, 2001)
- Huxley L G H, Crompton R W *The Diffusion and Drift of Electrons in Gases* (New York: Wiley, 1974) [Хаксли Л, Кромптон Р *Диффузия и дрейф электронов в газах* (М.: Мир, 1977)]
- Лифшиц Е М, Питаевский Л П *Физическая кинетика* (М.: Наука, 1979)
- Смирнов Б М *Физика слабоионизованного газа (в задачах с решениями)* (М.: Наука, 1978) [Smirnov B M *Physics of Weakly Ionized Gases (Problems and Solutions)* (Moscow: Mir Publ., 1981)]
- Биберман Л М, Воробьев В С, Якубов И Т *Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы* (М.: Наука, 1982)
- Рожанский В А, Цендин Л Д *Столкновительный перенос в частично-ионизованной плазме* (М.: Энергоатомиздат, 1988)
- Schram P P J M *Kinetic Theory of Gases and Plasmas* (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1991)
- Druyvesteyn M J *Physica* **10** 61 (1930)
- Davydov B I *Phys. Z. Sowjetunion* **8** 59 (1935)
- Morse P M, Allis W P, Lamar E S *Phys. Rev.* **48** 412 (1935)
- Davydov B I *Phys. Z. Sowjetunion* **12** 269 (1937)
- Allis W P, Allen H W *Phys. Rev.* **52** 703 (1937)
- Chapman S, Cowling T G *The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases* (Cambridge: Univ. Press, 1939) [Чепмен С, Каулинг Т *Математическая теория неоднородных газов* (М.: ИЛ, 1960)]
- Allis W P *Ann. Phys. (Leipzig)* **21** 383 (1956)
- Landau L D, Kompaneetz A *Phys. Z. Sowjetunion* **6** 163 (1934); Ландау Л Д, Компанец А С *ЖЭТФ* **5** 276 (1935)
- Davydov B I *Phys. Z. Sowjetunion* **9** 433 (1936)
- Landau L D, Lifshitz E M *Phys. Z. Sowjetunion* **9** 477 (1936)
- Yamashita J, Watanabe M *Prog. Theor. Phys.* **12** 433 (1954)
- Fokker A D *Ann. Phys. (Leipzig)* **43** 810 (1914)
- Plank M *Preuss. Akad. Wiss. Phys. Mat. Kl.* 324 (1917)
- Kolmogorov A N *Math. Ann.* **108** 149 (1933)
- Гуревич Л Э *Основы физической кинетики* (Л.-М.: ГИТТЛ, 1940)
- Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Статистическая физика Т. 2* (М.: Наука, 1978)
- Ландау Л Д *ЖЭТФ* **7** 203 (1937)
- Smirnov B M *Statistical Physics and Kinetic Theory of Atomic Systems* (Moscow: IVT RAN, 2001)
- Смирнов Б М *Атомные столкновения и элементарные процессы в плазме* (М.: Атомиздат, 1968)
- Сена Л А *Столкновения электронов и ионов с атомами газа* (Л.-М.: ГИТТЛ, 1948)
- Мотт Н, Мессия Г *Теория атомных столкновений* (М.: Мир, 1969)
- Друкарев Г Ф *Столкновения электронов с атомами и молекулами* (М.: Наука, 1978)
- Massey H S W *Atomic and Molecular Collisions* (London: Taylor & Francis, 1979)
- McDaniel E W, Mitchell J B A, Rudd M E *Atomic Collisions: Heavy Particle Projectiles* (New York: Wiley, 1993)
- Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Квантовая механика* (М.: Наука, 1974)
- Никитин Е Е, Смирнов Б М *Атомно-молекулярные процессы: в задачах с решениями* (М.: Наука, 1988)

49. O'Malley T F, Spruch L, Rosenberg L *J. Math. Phys.* **2** 491 (1961)
50. O'Malley T F *Phys. Rev.* **130** 1020 (1963)
51. Fermi E *Nuovo Cimento* **11** 157 (1934)
52. Овчинникова М Я *ЖЭТФ* **49** 275 (1965)
53. Смирнов Б М *Теор. и эксперим. химия* **7** 154 (1971)
54. Ramsauer C *Ann. Phys. (Leipzig)* **72** 345 (1923)
55. Ramsauer C, Kollath R *Ann. Phys. (Leipzig)* **3** 536 (1929)
56. Елецкий А В, Палкина Л А, Смирнов Б М *Явления переноса в слабоионизованной плазме* (М.: Атомиздат, 1975)
57. O'Malley T F, Crompton R W *J. Phys. B: At. Mol. Phys.* **13** 3451 (1980)
58. Haddad G N, O'Malley T F *Aust. J. Phys.* **35** 35 (1982)
59. Ferch J et al. *J. Phys. B: At. Mol. Phys.* **18** 967 (1985)
60. Buckman S J, Lohmann B J *J. Phys. B: At. Mol. Phys.* **19** 2547 (1986)
61. Frost L S, Phelps A V *Phys. Rev.* **136** A1538 (1964)
62. Kouzumi T, Shirakawa E, Ogawa I J *J. Phys. B: At. Mol. Phys.* **19** 2331 (1986)
63. Register D F, Vuskovic L, Trajmar S J *J. Phys. B: At. Mol. Phys.* **19** 1685 (1986)
64. McEachran R P, Stauffer A D *J. Phys. B: At. Mol. Phys.* **20** 3483 (1987)
65. Suzuki M et al. *J. Phys. D: Appl. Phys.* **25** 50 (1992)
66. Atrazhev V M, Iakubov I T *J. Phys. C: Solid State Phys.* **14** 5139 (1981)
67. Huang S S-S, Freeman G R *J. Chem. Phys.* **68** 1355 (1978)
68. Pack J L, Voshall R E, Phelps A V *Phys. Rev.* **127** 2084 (1962)
69. Wagner K H Z. *Phys.* **178** 64 (1964)
70. Brooks H L et al. *J. Phys. D: Appl. Phys.* **15** L51 (1982)
71. Hashimoto T, Nakamura Y, Papers of Gas Discharge Technical Committee, IEE Japan, ED-90-61 (1990)
72. Puech V, Mizzi S J *J. Phys. D: Appl. Phys.* **24** 1974 (1991)
73. Утешев З М, Чернышева И В *ЖТФ* **66** (5) 21 (1996)
74. McCutchen C W *Phys. Rev.* **112** 1848 (1958)
75. Nakamura Y, Lucas J J *J. Phys. D: Appl. Phys.* **11** 325 (1978)
76. Lowke J J, Parker J H (Jr) *Phys. Rev.* **181** 302 (1969)
77. Kucukarpaci H N, Lucas J J *J. Phys. D: Appl. Phys.* **14** 2001 (1981)
78. Einstein A *Ann. Phys. (Leipzig)* **17** 549 (1905)
79. Einstein A *Ann. Phys. (Leipzig)* **19** 371 (1906)
80. Леонтович М А *Введение в термодинамику. Статистическая физика* (М.: Наука, 1983)
81. Nelson D R, Davis F J *J. Chem. Phys.* **51** 2322 (1969)
82. Wagner E B, Davis F J, Hurst G S *J. Chem. Phys.* **47** 3138 (1967)
83. Parker J H (Jr), Lowke J J *Phys. Rev.* **181** 290 (1969)
84. Skullerud H R *J. Phys. B: At. Mol. Phys.* **2** 696 (1969)
85. Александров Н Л, Сон Э Е, в кн. *Химия плазмы* Т. 7 (Под ред. Б М Смирнова) (М.: Атомиздат, 1980) с. 35
86. Александров Н Л, Кончаков А М *Физ. плазмы* **7** 185 (1981)
87. Wannier G H *Bell Syst. Tech. J.* **32** 170 (1953)
88. McDaniel E W, Mason E A *The Mobility and Diffusion of Ions in Gases* (New York: Wiley, 1973) [Мак-Даниель И, Мэзон Э *Подвижность и диффузия ионов в газах* (М.: Мир, 1976)]
89. Skullerud H R *J. Phys. B: At. Mol. Phys.* **9** 535 (1976)
90. Gilardini A L *Low Energy Electron Collisions in Gases: Swarm and Plasma Methods Applied to Their Study* (New York: Wiley, 1972)
91. Dutton J J *J. Phys. Chem. Ref. Data* **4** 577 (1975)
92. Вайнштейн Л А, Собельман И И, Юков Е А *Возбуждение атомов и уширение спектральных линий* (М.: Наука, 1979)
93. Shevelko V P, Vainshtein L A *Atomic Physics for Hot Plasmas* (Bristol: Institute of Physics Publ., 1993)
94. Lisitsa V S *Atoms in Plasmas* (Berlin: Springer-Verlag, 1994)
95. Буреева Л А, Лисица В С *Возмущенный атом* (М.: ИздАТ, 1997)
96. Елецкий А В, Смирнов Б М *ЖТФ* **38** 3 (1968)
97. Елецкий А В, Смирнов Б М *ЖЭТФ* **84** 1639 (1983)
98. Елецкий А В, Смирнов Б М *Физические процессы в газовых лазерах* (М.: Энергоатомиздат, 1985)
99. Eletsii A V, Sorokin A R *Laser Phys.* **7** 431 (1997)
100. Антонов Е Е, Корчевой Ю П *Укр. физ. журн.* **22** 1557 (1977)
101. Запесочный И П, Постой Е Н, Алексахин И С *ЖЭТФ* **68** 1724 (1975)
102. Колоколов Н Б, в кн. *Химия плазмы* Т. 12 (Под ред. Б М Смирнова) (М.: Энергоатомиздат, 1984) с. 56
103. Smirnov B M, Smirnov M B *Phys. Scripta* **56** 302 (1997)
104. Смирнов Б М *УФН* **170** 495 (2000)
105. Spitzer L *Physics of Fully Ionized Gases* 2nd ed. (New York: Wiley, 1962) [Спитцер Л *Физика полностью ионизованных газов* (М.: Мир, 1965)]
106. Margenau H *Phys. Rev.* **69** 508 (1946)
107. Гинзбург В Л, Гуревич А В *УФН* **70** (2) 201 (1960)
108. Елецкий А В, Смирнов Б М *УФН* **165** 977 (1995)
109. Смирнов Б М *УФН* **167** 1169 (1997)
110. Баранов В Ю, Ульянов К Н *ЖТФ* **39** 249 (1969)
111. Письменный В Д, Рахимов А Т *ДАН СССР* **68** 200 (1971)
112. Елецкий А В, Рахимов А Т, в кн. *Химия плазмы* Т. 4 (Под ред. Б М Смирнова) (М.: Атомиздат, 1977) с. 123
113. Елецкий А В, в кн. *Химия плазмы* Т. 9 (Под ред. Б М Смирнова) (М.: Энергоатомиздат, 1982) с. 151
114. Александров Н Л, Напартович А П, Старостин А Н *ПМТФ* (3) 20 (1984)
115. Александров Н Л, Напартович А П, Старостин А Н *Физ. плазмы* **6** 1123 (1980)
116. Александров Н Л и др., в кн. *Химия плазмы* Т. 11 (Под ред. Б М Смирнова) (М.: Энергоатомиздат, 1985) с. 3
117. Александров Н Л, Кочетов И В *Физ. плазмы* **17** 728 (1991)
118. Гуревич А В *ЖЭТФ* **39** 1296 (1960)
119. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Статистическая физика* Т. 1 (М.: Наука, 1976)
120. Drude P *Ann. Phys. (Leipzig)* **1** 566 (1900); **3** 369 (1900)
121. Гуревич А В, Шварцбург А Б *Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере* (М.: Наука, 1973)
122. Peierls R *Naturwissenschaften* **11** 264 (1932)
123. Ziman J M *Principles of the Theory of Solids* (Cambridge: Univ. Press, 1964) [Займан Дж *Принципы теории твердого тела* (М.: Мир, 1966)]
124. Ashcroft N W, Mermin N D *Solid State Physics* (New York: Holt, Rinehart and Winston, 1976) [Ашкрофт Н, Мермин Н *Физика твердого тела* (М.: Мир, 1979)]
125. Kittel Ch *Introduction to Solid State Physics* (New York: Wiley, 1986) [Киттель Ч *Введение в физику твердого тела* (М.: Наука, 1978)]
126. Babiskin J, Anderson J R, in *American Institute of Physics Handbook* 3rd ed. (Coord. Ed. D E Gray) (New York: McGraw-Hill, 1971) Sec. 9-38
127. *Handbook of Chemistry and Physics* 79th ed. (Ed. D R Lide) (London: CRC Press, 1998–1999) Sec. 12-23
128. Лифшиц И М, Азбель М Я, Каганов М И *Электронная теория металлов* (М.: Наука, 1971)
129. Davis H T, Brown R G *Adv. Chem. Phys.* **31** 329 (1975)
130. Яковлев В С *Усп. хим.* **48** 1153 (1979)
131. Храпак А Г, Якубов И Т *Электроны в плотных газах и плазме* (М.: Наука, 1981)
132. Holroyd R A, Schmidt W F *Annu. Rev. Phys. Chem.* **40** 439 (1989)
133. Schmidt W F *Liquid State Electronics of Insulating Liquids* (Boca Raton: CRC Press, 1997)
134. Балакин А А, Лукин Л В *Изв. РАН. Сер. Энергетика* (2) 97 (1999)
135. Reininger R, Asaf U, Steinberger I T *Chem. Phys. Lett.* **90** 287 (1982)
136. Reininger R et al. *Phys. Rev. B* **28** 3193 (1983)
137. Reininger R et al. *Phys. Rev. B* **28** 4426 (1983)
138. Al-Omari A K, Altmann K N, Reininger R J *Chem. Phys.* **105** 1305 (1996)
139. Jacobsen F M, Gee N, Freeman G R *Phys. Rev. A* **34** 2329 (1986)
140. Schnyders H, Rice S A, Meyer L *Phys. Rev.* **150** 127 (1966)
141. Halpern B et al. *Phys. Rev.* **156** 351 (1967)
142. Miller L S, Howe S, Spear W E *Phys. Rev.* **166** 871 (1968)
143. Jahnke J A, Meyer L, Rice S A *Phys. Rev. A* **3** 734 (1971)
144. Kimura T, Freeman G R *Can. J. Phys.* **52** 2220 (1974)
145. Yoshino K, Sowada U, Schmidt W F *Phys. Rev. A* **14** 438 (1976)
146. Huang S S-S, Freeman G R *Phys. Rev. A* **24** 714 (1981)
147. Гушин Е М, Круглов А А, Одоевский И М *ЖЭТФ* **82** 1114 (1982)
148. Plenkiewicz B et al. *J. Chem. Phys.* **94** 6132 (1991)
149. Iakubov I T *Chem. Phys. Lett.* **240** 589 (1995)

150. Sowada U, Warman J M, de Haas M P *Phys. Rev. B* **25** 3434 (1982)
151. Spear W E, LeComber P C, in *Rare Gas Solids* Vol. 2 (Eds M L Klein, J A Venables) (London: Acad. Press, 1977)
152. Shibamura E et al. *Phys. Rev. A* **20** 2547 (1979)
153. Kubota S, Takahashi T, Ruan J J. *Phys. Soc. Jpn* **51** 3274 (1982)
154. Atrazhev V M, Dmitriev E G *J. Phys. C: Solid State Phys.* **18** 1205 (1985)
155. Sakai Y, Böttcher E H, Schmidt W F Z. *Naturforsch. A* **37** 87 (1982)
156. Lekner J *Phys. Rev.* **158** 130 (1967)
157. Cohen M H, Lekner J *Phys. Rev.* **158** 305 (1967)
158. Springett B E, Jortner J, Cohen M H J. *Chem. Phys.* **48** 2720 (1968)
159. Смирнов Б М, Фирсов О Б *ЖЭТФ* **47** 232 (1964)
160. Смирнов Б М *ЖТФ* **38** 1784 (1968)
161. Смирнов Б М *Физика слабоионизованного газа* (М.: Наука, 1972)
162. Друкарев Г Ф *ЖЭТФ* **67** 38 (1974)
163. Демков Ю Н, Островский В Н *Метод потенциалов нулевого радиуса в атомной физике* (Л.: Изд-во ЛГУ, 1975)
164. Субрамания Р *ЖЭТФ* **55** 363 (1968)
165. Демков Ю Н, Субрамания Р *ЖЭТФ* **57** 698 (1969)
166. Демков Ю Н, Островский В Н, Соловьев Е А *ЖЭТФ* **66** 501 (1974)
167. Jahnke J A, Holzwarth N A W, Rice S A *Phys. Rev. A* **5** 463 (1972)
168. Christophorou L G, McCorkle D L *Chem. Phys. Lett.* **42** 533 (1976)
169. Gryko J, Popielawski J *Phys. Rev. A* **16** 1333 (1977)
170. Frenkel J *Phys. Rev.* **37** 1276 (1931)
171. Morikawa E et al. *J. Chem. Phys.* **91** 669 (1989)
172. Aprile E et al. *Nucl. Instrum. Meth. A* **338** 328 (1994)
173. Гордон Е Б, Ржевский О С, Хмеленко В В *Квант. электрон.* **21** 209 (1994)
174. Gordon E B, Khmelenko V V, Rzhetsky O S *Chem. Phys. Lett.* **217** 605 (1994)
175. Schüssler A S et al. *Appl. Phys. Lett.* **77** 2786 (2000)
176. Massey H S W *Negative Ions* 3rd ed. (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1976) [Месси Г *Отрицательные ионы* (М.: Мир, 1979)]
177. Gordon E B, Shestakov A F *Low Temp. Phys.* **27** 883 (2001)

Kinetics of electrons in gases and condensed systems

B.M. Smirnov

*Institute for High Temperatures, Russian Academy of Sciences,
Izhorskaya ul. 13/19, 127412 Moscow, Russian Federation
E-mail: smirnov@oivtran.iitp.ru*

Kinetics of electrons in a gas or a plasma under the action of external fields is discussed. Elastic and inelastic electron-atom collisions responsible for electron kinetics in weakly ionized atomic gases are analyzed. Various regimes of evolution of electrons in a gas or a plasma in external fields are considered, and the character of atomic excitations in these regimes is studied. Methods of dealing with electron kinetics in gases and plasma are applied to electron drift in condensed systems. It is shown that the electric properties of metals and the behavior of an excess electron in dielectrics have common features with electron drift in gases and plasmas. The drift of an excess electron in condensed inert gases is studied.

PACS numbers: **51.50.+v**, **52.25.Fi**, **72.15.-v**

Bibliography — 177 references

Received 12 February 2002