

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Интерференция динамического хаоса гамильтоновых систем: эксперимент и возможности радиofизических приложений

Н.В. Евдокимов, В.П. Комолов, П.В. Комолов

Знаковая корреляция квазипериодических колебаний с близкими иррационально связанными частотами образует динамический хаос, который интерферирует, как шум с одним интерференционным максимумом, и управляется задержкой образующих колебаний. Это свойство колебаний с несоизмеримыми частотами можно использовать в многоканальных системах передачи информации для формирования диаграмм локационного приема и получения непрерывных когерентных ключевых потоков в симметричных криптографических системах. Обзор известных результатов по генерации и свойствам квазипериодических колебаний дополнен описанием новых экспериментов.

PACS numbers: 0.3.67.Dd, 05.45.Gg, 05.45.Vx, 84.40.Xb

Содержание

1. Введение (775).
2. Квазипериодические колебания (777).
3. Генерация квазипериодических колебаний (781).
3.1. Невырожденный параметрический генератор. 3.2. Регулярные аттракторы. 3.3. Скрытые параметры регулярных аттракторов. 3.4. Стабильность частот квазипериодических колебаний.
4. Формирование динамического хаоса (784).
4.1. Экспериментальная установка. 4.2. Условия и результаты эксперимента. 4.3. Эволюция хаоса гамильтоновых систем.
5. Интерференция динамического хаоса (788).
6. Радиofизические приложения (789).
6.1. Генерация случайных чисел. 6.2. Возможности применения в радиолокации. 6.3. Применение в криптографии. 6.4. Моделирование квантовых корреляций.
7. Обсуждение экспериментальных результатов (793).
8. Заключение (794).
- Список литературы (795).

Н.В. Евдокимов. ЗАО "Новые информационные системы и технологии",
127018 Москва, Октябрьская ул. 7/10, Российская Федерация
Тел. (095) 207-88-02
E-mail: ne@nist.fss.ru
В.П. Комолов. Московский государственный университет
им. М.В. Ломоносова, физический факультет
119899 Москва, Воробьевы горы, Российская Федерация
Тел. (095) 939-11-34
П.В. Комолов. ЗАО "Новые информационные системы и технологии",
127018 Москва, Октябрьская ул. 7/10, Российская Федерация
Тел. (095) 207-62-26
E-mail: pol@nist.fss.ru

Статья поступила 6 сентября 2000 г.,
после доработки 15 мая 2001 г.

1. Введение

Динамический хаос, как детерминированное нерегулярное движение, привлекает внимание специалистов разных научных направлений (см., например, [1–3]). Особенно быстро идеи хаотической динамики развиваются в радиofизике — области, наиболее удобной для проведения экспериментальных исследований.

Сравнительно недавно в работе [4] исследованы возможности применения электронных схем со странными аттракторами для защиты передаваемой информации от несанкционированного доступа. Идентичность параметров передающих и принимающих хаотических модулей этих схем обеспечивает их сильную связанность, что позволяет проводить согласованный прием скрытых в хаосе полезных сигналов. Подобные схемы стали разрабатываться после того, как обнаружилась возможность управления динамическим хаосом. Это определило основное направление использования странных аттракторов в качестве информационных сигналов в системах передачи и хранения информации [5].

Данная работа посвящается другой задаче — показать возможности применения в системах связи динамического хаоса отображений, получаемых из квазипериодических колебаний, к которым относятся колебания с несоизмеримыми (иррационально связанными) частотами. Такие колебания генерируют параметрические схемы с регулярными аттракторами [6].

В период активного исследования параметрических схем в 60-х годах динамический хаос еще не был известен радиofизикам, поэтому хаотические свойства параметрических схем связывались с шумом и не вызывали тогда практического интереса. По этой причине ряд перспективных приложений, связанных с хаотическими свойствами параметрических схем, остался нерассмотренным, и сейчас представляется необходимым восполнить этот пробел, тем более что квазипе-

риодические колебания уже давно привлекают внимание радиофизиков [7, 8].

Вместе с тем в настоящее время в экспериментальной радиофизике и электронике изучение динамического хаоса ограничивается в основном исследованиями странных аттракторов, тогда как системы с регулярными аттракторами остаются главным образом источником математических проблем и численного моделирования на ЭВМ.

В экспериментах с колебаниями, имеющими несоизмеримые частоты, используются колебания двухконтурного параметрического генератора [8], который при определенных условиях можно рассматривать как хаотическую условно-консервативную гамильтонову систему с постоянным фазовым объемом [3]. Хаотическую динамику таких систем определяет равномерное квазипериодическое движение вдоль иррациональной обмотки тора — регулярного аттрактора системы, образованного фазовыми траекториями.

Динамика гамильтоновых систем является предметом трех современных специальных теорий: теории эргодичности [9], в которой изучается неустойчивость хаотического движения; теории КАМ, в которой рассматривается его устойчивость; теории стохастичности, соединяющей обе крайние теории на основе нелинейного резонанса [10] (аббревиатура КАМ связана с именами Колмогорова, Арнольда, Мозера [11–13]).

Замечательное свойство гамильтоновых систем порождать нерегулярность при взаимных отображениях регулярных устойчивых движений отмечал еще Пуанкаре [14]. Современные численные исследования показали, что "при иррационально связанных частотах такая нерегулярность может быть неотличима от случайности" [15].

Экспериментально это можно наблюдать при взаимных отображениях двух прямоугольных волн с близкими несоизмеримыми периодами, когда одна волна задает периодическую последовательность нулей и единиц, а вторая — регулярные выборки этих элементов с частотой, несоизмеримой с частотой этой последовательности. Отсутствие общих резонансов у прямоугольных волн с несоизмеримыми периодами делает результаты выборок практически случайными, как при подбрасывании идеальной монеты. Таким образом, формируется случайная (бернуллиевская) последовательность нулей и единиц — физическая модель динамического хаоса, в которой бинарные элементы и их комбинации равномерно перемешаны.

Близость частот квазипериодических колебаний имеет принципиальное значение при их интерференции, поскольку в этом случае одной несоизмеримости частот колебаний оказывается недостаточно для полного перемешивания их фаз и получения сплошного спектра, характеризующего хаотические свойства результирующего колебания.

На практике часто ограничиваются так называемыми отображениями Пуанкаре, которые связывают квазипериодические колебания стробоскопически (кратковременными выборками) через интервалы времени, кратные одному из периодов квазипериодических колебаний. В этом случае близость частот квазипериодических колебаний может уже не иметь принципиального значения для получения сплошного спектра результирующего колебания.

Результат взаимодействия квазипериодических колебаний называют хаотическим или квазислучайным. Случайность обусловлена здесь не только несоизмеримостью частот колебаний, но и невозможностью точного задания начальных условий движения, что связано с непрерывностью фазового пространства классической системы. Поэтому траектории движения фаз колебаний с разными начальными условиями со временем разбегаются, и это происходит тем заметнее, чем реже выборки отображений Пуанкаре. Более того, при внешних возмущениях допустимы случайные переходы с одной траектории движения фазы на другую, называемые диффузией Арнольда [1], что еще больше усиливает непредсказуемость траектории движения.

В отображениях квазипериодических колебаний проявление порядка и хаоса выражено особенно ярко и многообразно. Поскольку эти отображения определяются динамикой гамильтоновой системы, большой интерес вызывает их эволюция от регулярных траекторий вырожденного режима к локальным резонансам невырожденного режима и далее (через перемежаемость) к динамическому хаосу. Эволюцию отображений можно наблюдать при перестройке парциальных частот двухконтурного генератора.

В зависимости от настройки резонаторов в двухконтурном параметрическом генераторе периодическое напряжение накачки может возбуждать рационально-связанные и иррационально связанные колебания, математическими моделями которых являются соответственно резонансные и нерезонансные торы.

В вырожденном режиме кратность частот приводит к автосинхронизации параметрических колебаний и колебаний накачки. С перестройкой контуров и переходом в невырожденный режим энергия автосинхронизации уменьшается, и резонансные торы начинают разрушаться. Эти разрушения, или бифуркации, наблюдаются в виде диффузии и перескоков фазы параметрических колебаний относительно фазы накачки. На разрушенных резонансных торах образуются островки локальных резонансов, уступающих затем место нерезонансным торами, которые свободны от взаимной синхронизации и оказываются устойчивее (прочнее) резонансных торов.

Поскольку хаос заложен в несоизмеримости частот квазипериодических колебаний, к ним можно применять узкополосную фильтрацию, деление частоты и ограничение амплитуды. Такие рациональные преобразования позволяют упростить задачи, связанные с формированием динамического хаоса и управлением интерференцией соответствующих ему бинарных хаотических последовательностей. Эти операции осуществляются с помощью частотного разделения (фильтрации) квазипериодических колебаний и управления их задержкой перед знаковой корреляцией. При этом все радиосхемы, кроме параметрических генераторов, могут быть выполнены на цифровых интегральных элементах.

Отношение частот в невырожденном генераторе является, вообще говоря, скрытым параметром регулярных аттракторов, поскольку по осциллограммам колебаний трудно судить о том, как связаны между собой частоты генерации. Поэтому в эксперименте несоизмеримость частот квазипериодических колебаний определяется по виду их взаимного отображения и его функции автокорреляции.

Обладая свойствами динамического хаоса [16] (сплошным спектром и убывающей функцией автокорреляции) хаотические модели представляют собой неограниченный во времени аналог алгоритмических шумоподобных сигналов, широко применяемых в системах связи [17]. Возможность получения двоичных хаотических последовательностей из квазипериодических колебаний позволяет управлять их функцией автокорреляции с помощью задержки колебаний. Это свойство при достаточной стабильности их несоизмеримых частот может быть широко использовано для решения ряда актуальных радиофизических задач.

Так, двухканальная четырехлучевая интерференция квазипериодических колебаний, применяемых в качестве локационных сигналов, может быть использована для формирования диаграмм направленного локационного приема и борьбы с зеркальными отражениями (с многолучевостью).

Формирование динамического хаоса из квазипериодических колебаний, принимаемых пространственно разнесенными приемниками симметричных криптографических систем связи, позволяет осуществлять скрытую "генерацию" непрерывных когерентных ключевых потоков, которые можно использовать для шифрования и расшифровки передаваемой информации. При этом специальная подготовка системы формирования ключевого потока обеспечивает оптимальную пропускную способность канала секретной связи. Проблемы приготовления подобных статистических систем с минимальным временем релаксации рассматривались в работе [9].

При написании данной статьи мы выделили основные свойства радиоколебаний с несоизмеримыми частотами в отдельный раздел, поскольку в литературе они ранее не обобщались, а для рассматриваемых приложений квазипериодических колебаний в радиофизике эти сведения представляются полезными. Кроме того, для этого потребовались дополнительные экспериментальные исследования, результаты которых используются в последующих разделах, а их обсуждение проводится в разделе 7.

2. Квазипериодические колебания

В литературе колебания с несоизмеримыми частотами принято называть квазипериодическими колебаниями. Соизмеримость и несоизмеримость — это относительные свойства однородных величин, имеющих или не имеющих общую меру. Когда одна из таких величин принимается за единицу (выбирается опорной), тогда соизмеримые с ней величины выражаются рациональными числами, а несоизмеримые с ней величины — иррациональными числами. Это относится и к частотам колебаний, имеющим или не имеющим общие резонансы. Поэтому квазипериодические колебания являются колебаниями с иррационально связанными частотами (ω_1 и ω_2), и их отношение выражается иррациональным числом, например числом $m_1 = (\omega_2/\omega_1) = (2^{1/2} - 1) = 0,414 \dots$

В гамильтоновых системах колебания с иррациональными отношениями частот могут не иметь общих резонансов в течение неограниченного времени. Это указывает на высокую устойчивость иррациональной связи их частот. Выберем в приведенном примере в

качестве опорной частоту $\omega_2 = 1$. Тогда частота $\omega_1 = 0,414 \dots$ При этом независимо от того, какая из иррационально связанных частот принята за единицу, их разностная частота $\Delta\omega = |\omega_1 - \omega_2|$ также является иррациональным числом и выражается единственной бесконечной цепной дробью [18]. В нашем примере $\Delta\omega = |0,414 \dots - 1| = 0,585 \dots$ Конечно, никакого интереса для физики эта иррациональность не представляет, а измерительные приборы всегда округляют такие величины до рациональных значений.

В эксперименте возможна другая ситуация. Одна непрерывная прямоугольная волна задает с частотой ω_1 регулярную последовательность нулей и единиц, а аналогичная ей опорная волна задает с частотой ω_2 регулярную последовательность коротких выборок этих элементов. При этом каждая выборка представляет собой квантованное значение фазы (0 или π) сигнальной волны (следующей с частотой ω_1) относительно перемены знака опорной волны (следующей с частотой ω_2). Если периоды волн соизмеримы, то последовательность выборок содержит резонансы и представляет результат многократного измерения разностной частоты $\Delta\omega$ в виде рационального, периодически повторяющегося двоичного числа.

Если периоды волн несоизмеримы, то последовательность выборок не имеет резонансов и представляет разностную частоту $\Delta\omega$ иррациональным двоичным числом вида $\dots 0101101 \dots$ Такая бинарная последовательность может быть бесконечной, но не может быть периодической из-за отсутствия общих резонансов в частотах сравниваемых волн. Поэтому она имеет спадающую функцию автокорреляции.

Указанные свойства соответствуют свойствам детерминированного динамического хаоса, который обладает также высокой чувствительностью к начальным условиям возбуждения квазипериодических колебаний. Она проявляется в нарушении корреляции бинарных последовательностей, получаемых из квазипериодических колебаний с разными начальными фазами.

Поскольку иррациональные числа образуют континуум на числовой оси, их мера полагается равной единице, а мера рациональных чисел — равной нулю. Аналогичные меры относятся и к частотам реальных радиосигналов, в которых при несинхронном взаимодействии появляются естественные биения. Взаимодействие невырожденных параметрических колебаний, хотя они и являются иррационально связанными в результате регулярного напряжения накачки, также сопровождается биениями.

В общем случае при взаимодействии двух колебаний с несоразмерными (неблизкими) частотами создается непериодическое колебание с дискретным спектром, состоящим из двух спектральных линий, что характерно при определенных условиях и для квазипериодических колебаний. Поэтому математический результат суперпозиции двух периодических функций с несоизмеримыми частотами физики обычно называют квазипериодической функцией, а математики — почти периодической функцией. Такая функция сохраняет свойство почти периодичности при любых рациональных преобразованиях, в частности, ее автокорреляционная функция также является почти периодической функцией [19, 20].

Опыт показывает, что статистические свойства несоизмеримых наблюдаемых наиболее сильно про-

являются в случае их масштабной соразмерности (относительно частот это проявляется в перекрытии резонансов) и что простая смесь колебаний с несоизмеримыми, но неблизкими (несоразмерными) частотами не является хаосом. При масштабной соразмерности частот (перекрытии резонансов) их можно связать приближенным соотношением $\Delta\omega \leq 0,5(\omega_1 + \omega_2)$.

Для эффективного применения квазипериодических колебаний целесообразно использовать сильные иррациональные числа, наиболее удаленные от своих рациональных приближений [18]. Сильным иррациональным числом является "золотое сечение", равное $0,5(5^{1/2} - 1)$. Оно определяется отношением наименьшей части отрезка прямой, разделенного в среднем и крайнем отношениях, к его наибольшей части, равным отношению этой наибольшей части ко всему отрезку [21].

Рациональными приближениями "золотого сечения" являются дроби $2/3, 3/5, 5/8, \dots$, знаменатели которых образуют последовательность чисел Фибоначчи [22]. Иррациональное отношение частот, равное "золотому сечению", можно получить в невырожденном двухконтурном параметрическом генераторе (см. раздел 3.1).

Согласно [19] к квазипериодическим колебаниям можно применять любые рациональные преобразования: узкополосную фильтрацию (для разделения частот), ограничение амплитуды колебаний (для получения бинарных отображений и применения цифровых устройств). С помощью деления частоты можно разносить частоты по спектру и проводить согласование частот для приведения их к масштабной соразмерности (перекрытию резонансов), а также осуществлять прореживание последовательности их взаимных отображений с заданной тактовой частотой Ω_s . Частота прореживания может быть как регулярной, так и нерегулярной, однако нерегулярное прореживание затрудняет наблюдение локальных резонансов.

Благодаря указанным преобразованиям при формировании хаоса можно получать выборки с максимальной управляемой в широких пределах тактовой частотой из хаотической бинарной последовательности, приготовленной в смесителе типа фазового компаратора. Такой специально приготовленный сигнал свободен от локальных резонансов, что можно контролировать по его сплошному спектру на выходе смесителя.

Диапазон несоизмеримых частот можно расширить прореживанием отображений Пуанкаре. Прореживание приводит к декорреляции фаз сигналов [23] и при определенных условиях эквивалентно согласованию частот. Это возможно, если частота прореживания выбрана таким образом, что все локальные резонансы (или собственные фазовые корреляции сигнала, попадающие в интервалы между выборками) автоматически выбрасываются.

В случае интерференции квазипериодических колебаний с близкими несоизмеримыми частотами их разностная частота $\Delta\omega$ проявляет нестабильность, приводящую к биениям. Эта нестабильность является результатом относительного перемешивания фаз квазипериодических колебаний, в то время как сами измеряемые частоты могут быть стабильными (см. раздел 3.4) и их разность, вычисленная по измеренным значениям частот, постоянна. При интерференции колебаний с близкими несоизмеримыми частотами наблюдается сплошной спектр. Не имея общих резонансов, они

интерferируют, как шум с одним интерференционным максимумом в нуле.

Рассматривая свойства колебаний с несоизмеримыми частотами, следует обратить внимание на то, что функции автокорреляции чисто периодических колебаний, имеющих несоизмеримые частоты, являются такими же чисто периодическими колебаниями, имеющими такие же несоизмеримые частоты. Поэтому интенсивность интерференции двух квазипериодических колебаний, образованных чисто периодическими колебаниями с несоизмеримыми частотами, складывается из независимых результатов интерференции каждой когерентной пары чисто периодических колебаний.

Указанные результаты, естественно, зависят от разности фаз между интерferирующими когерентными колебаниями. Благодаря этому из двух сигналов с несоизмеримыми частотами можно образовать бесконечное число квазипериодических сигналов с разной степенью взаимной корреляции, чувствительной к начальным условиям, роль которых выполняют два параметра: разность фаз между когерентными колебаниями одной частоты и разность фаз между когерентными колебаниями несоизмеримой с ней частоты.

В эксперименте знаковая корреляция двух прямоугольных волн с близкими несоизмеримыми периодами T_1 и T_2 (рис. 1а) порождает дискретный пуассоновский поток (в математической терминологии — каскад) импульсов случайной длительности (рис. 1б), возникающих в случайные моменты времени, как при клипиро-

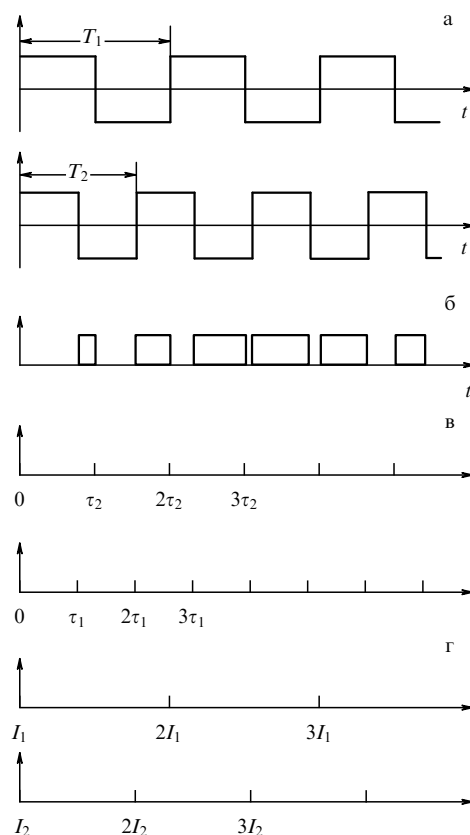


Рис. 1. Регулярные прямоугольные волны с несоизмеримыми периодами (а), поток случайных импульсов (б), бесконечные арифметические прогрессии (в) и интерференционные максимумы прямоугольных волн с несоизмеримыми периодами (г).

ванном полосовом шуме с нулевым средним значением [24]. Случайность здесь является следствием несовпадения и относительного перемешивания нулей прямоугольных волн с близкими несоизмеримыми периодами.

Статистические свойства преобразования проявляются в простой математической модели, показанной на рис. 1в. Она имеет вид двух бесконечных арифметических прогрессий типа $\{i\} = (0, \tau_1, 2\tau_1, 3\tau_1, \dots)$ и $\{k\} = (0, \tau_2, 2\tau_2, 3\tau_2, \dots)$, члены которых являются не имеющими общего кратного действительными числами, повторяющимися через интервалы $\tau_1 = T_1/2$ и $\tau_2 = T_2/2$, где T_1 и T_2 — несоизмеримые периоды прямоугольных волн (это представление заимствовано из работы [19]).

При наложении последовательностей $\{i\}$ и $\{k\}$ можно совместить только два значения, например нули или любые пары значений $i\tau_1$ и $k\tau_2$, где i и k — порядковые номера значений первой и второй прогрессий соответственно. Смещение нулей на равномерные интервалы $\varepsilon > 0$ сдвигает совпадения значений i и k на разные "случайные" дистанции, при этом даже для $\varepsilon \rightarrow 0$ точка совпадения может оказаться в бесконечности. Вместе с тем любое относительное смещение нулей вызывает совпадение каких-либо других значений i и k , которые формально можно принять за новые начальные условия и новое совпадение нулей, после которого взаимное положение рядов полностью повторяется. Число таких повторений бесконечно.

При свертке последовательности $\{i\}$ в кольцо, которое содержит два эквидистантных "единичных" интервала $[0 - \tau_1]$ и $[\tau_1 - 2\tau_1]$, эквивалентных интервалам $[0 - \pi]$ и $[\pi - 2\pi]$, последовательность $\{k\}$, бесконечно "намотанная" на это кольцо, никогда не замыкается, а ее четные и нечетные порядковые номера $k = 0, \tau_2, 2\tau_2, 3\tau_2, \dots$ перемешиваются между "единичными" интервалами $[0 - \tau_1]$ и $[\tau_1 - 2\tau_1]$ и распределяются по кольцу равномерно плотно.

В представленной выше модели наглядно проявляются свойства динамического хаоса отображений и возможность управления его интерференцией. Здесь есть выбор и перемешивание альтернативных состояний (0 и 1), как это имеет место в бернуллиевских системах, и перемешивание совпадений всех значений i и k , принадлежащих последовательностям $\{i\}$ и $\{k\}$. Отсюда следует перемешивание бесконечного множества других "случайных" интервалов между любыми парами значений i и k , не принадлежащих одной и той же прогрессии. Из несоизмеримости периодов прогрессий следует, что в несвернутой (статической) модели среди бесконечного множества "случайных" интервалов в одном периоде смещений нулей не может быть одинаковых "случайных" интервалов.

В рассматриваемой модели иррациональность и чувствительность к смещению приводят к эргодичности и случайности. Тем не менее динамика модели детерминирована и периодична, поскольку периодичны арифметические прогрессии, и совпадение любых членов прогрессий эквивалентно повторению одинаковых начальных условий (совпадению нулей), что может порождать бесконечное число повторений случайных отображений. Эти свойства, демонстрирующие теорему возврата Пуанкаре, существенно отличают данную модель от классической модели тора, представляющей гамильтоновы системы, а также от реальных физических систем.

Радиофизическим аналогом описанной выше модели является, например, параметрический квантователь фазы радиокосильных, частота которых несоизмерима с частотой накачки (см. раздел 6.1). Однако физические системы имеют неповторимые начальные условия и естественную нестабильность параметров, и они не могут быть полностью детерминированными.

"Классической моделью квазипериодических колебаний, создаваемых в природе, является притягивающий инвариантный тор, на поверхности которого возможно квазипериодическое движение без самопересечений траекторий" [25]. Система отображений, формируемая из колебаний с соразмерными несоизмеримыми частотами, по своим свойствам близка к консервативной системе, в которой имеется континуум торов, окружающих периодическую орбиту, и в случае возмущений допустим случайный переход с одной траектории движения на другую (диффузия Арнольда [1, 26]).

В двоичном варианте (при ограничении амплитуды колебаний) континуум торов вырождается, по-видимому, в континуум фазовых траекторий, не имеющих самопересечений и регулярных взаимных пересечений и расположенных на поверхности двух вложенных друг в друга торов. При формировании битовой последовательности это приводит к перемешиванию отдельных элементов и их комбинации, что объясняет ее эргодичность и снимает кажущееся противоречие теореме возврата. Подобная модель допускает возможность перехода фазы с одной траектории на другую под влиянием возмущений и задержки между фазами колебаний.

Для практических приложений квазипериодических колебаний необходимо устойчивое иррациональное отношение частот. Его можно обеспечить в параметрической системе слабо связанных осцилляторов, между которыми энергия накачки распределяется пропорционально ее рассеянию по диффузионному закону (поскольку реальная система, естественно, обладает и диссипативными свойствами). Алгоритмический подход к теории гамильтоновых систем показывает, что квазипериодическое движение в такой системе может быть не только нерегулярным (благодаря "расщеплению" фазовых корреляций и перемешиванию фаз), но и устойчивым [12].

Необходимое для применения цифровых устройств и знаковой корреляции ограничение амплитуды колебаний, приводящее к отображениям бернуллиевского типа, расширяет спектр квазипериодической или почти периодической функции $f(x)$. Длина интервалов $\tau(\varepsilon)$, которыми на числовой оси отмечаются границы почти периодов функции $f(x)$, а также плотность их распределения зависят от выбираемой точности совпадения повторяющихся значений функции: $\varepsilon \geq |f(x + \tau) - f(x)|$.

По мере "углубления" ограничения диапазон возможных значений функции $f(x)$ уменьшается ($\varepsilon \rightarrow 0$), длина почти периодов растет, и плотность их распределения неограниченно убывает [19]. Таким образом, полное ограничение переводит почти периодическую функцию в класс непериодических функций. При ограничении отношение частот сохраняется, и в случае их соразмерности (перекрытия резонансов) длина почти периода и точка возврата Пуанкаре стремятся к бесконечности.

В работе [9] показано, что в консервативной системе преобразование дискретного спектра в непрерывный происходит при релаксации системы только в резуль-

тате перемешивания фаз (одной эргодичности для релаксации системы оказывается недостаточно). Это наблюдается и в условно-консервативной динамической системе слабо связанных осцилляторов с несоизмеримыми частотами.

Однако, как показывает теория [10] и эксперимент, для равномерного перемешивания фаз в такой системе и перехода к непрерывному спектру одной несоизмеримости частот также недостаточно: необходима еще и масштабная соразмерность частот, или перекрытие резонансов [10], при котором происходит перемешивание фаз и практически полное "расцепление" фазовых корреляций.

Скорость перемешивания фаз определяется скоростью их относительного движения, т.е. абсолютным значением разности частот квазипериодических колебаний: $\Delta\omega = |\omega_1 - \omega_2|$. Соответственно, время релаксации τ_r определяется ее обратной величиной $2\pi/\Delta\omega$. Таким образом, разностная частота колебаний с несоизмеримыми частотами определяет минимальный интервал времени между выборками и, следовательно, ограничивает верхний предел частоты прореживания выборок Ω_s при формировании хаоса. Вместе с тем разностная частота $\Delta\omega$ определяет характер функции автокорреляции формируемого потока выборок.

При знаковой корреляции масштабная несоразмерность квазипериодических колебаний с иррационально связанными частотами порождает локальные резонансы — знакопеременные цепочки выборок, растягивающие интерференционный максимум. Сильно разнесенные частоты ($\omega_1 \ll \omega_0$ или $\omega_0 \ll \omega_1$) приводят к квазипериодическим колебаниям, которым соответствуют почти периодические функции автокорреляции с дискретным спектром. Однако такие частоты можно согласовать с помощью их деления. В этом случае исследование динамики отображений параметрических колебаний можно начинать с перестройки генератора из вырожденного режима, при котором согласованные частоты могут быть сделаны одинаковыми и $\Delta\omega = 0$ (см. раздел 4.2).

При перестройке генератора отношение частот $m_1 = \omega_1/\omega_2$ пробегает ряд рациональных и иррациональных значений, и в отображениях Пуанкаре наблюдаются локальные резонансы, длительность и регулярность которых связаны с частичным перемешиванием фаз и зависят от разностной частоты $\Delta\omega$ и частоты выборок. В результате переход от вырожденного режима к невырожденному оказывается наиболее сложным для анализа динамики гамильтоновой системы, хотя и несущественным для рассматриваемых ниже радиофизических приложений.

Отметим, что при относительно близких иррационально связанных частотах имеет место полное "расцепление" фазовых корреляций. Перекрытие несоизмеримых частот в полосе смесителя не означает появления у них общих резонансов. Как и в случае перемешивания фаз при перекрытии нелинейных резонансов, рассмотренном в работе [10], оно вызывает усиление веса дробной (иррациональной) части отношения частот, выраженной в их разностной частоте $\Delta\omega$, и, соответственно, усиление эффекта случайности.

В случае сильно разнесенных частот ($\omega_1 \ll \omega_2$ или $\omega_1 \gg \omega_2$) "расцепление" фазовых корреляций ограничено. Это ослабляет эффект случайности и приводит к локальным резонансам. Таким образом, хаотические

свойства взаимодействия колебаний с несоизмеримыми частотами проявляются полностью только при условии их масштабной соразмерности. Иначе говоря, масштабная соразмерность частот (или перекрытие резонансов) является условием, усиливающим беспорядок при взаимодействии колебаний с иррационально связанными частотами.

При увеличении разностной частоты $\Delta\omega$, но все еще близких частотах режим локальных резонансов сменяется перемежаемостью. В этом режиме частота биений все еще невелика, поскольку вызвана медленным изменением разности фаз и их слабым перемешиванием. Однако теперь при знаковой корреляции это порождает уже более короткие бинарные последовательности случайной длительности. Такие потоки выборок с относительно редким случайным переключением фазы аналогичны перемежаемости, наблюдаемой в хаотических системах на пороге синхронизации [3].

При более разнесенных, но еще относительно близких частотах средняя частота биений уже достаточно велика. Это — следствие быстрого хаотического изменения разности фаз при их интенсивном равномерном перемешивании. При знаковой корреляции оно порождает практически δ -коррелированные бинарные потоки выборок со сплошным спектром. Таким образом, меняя разностную частоту сигналов, можно изменять степень корреляции двоичных элементов в потоке выборок и форму функции автокорреляции от затянутого пуассоновского распределения к распределению типа δ -функции.

Из проведенного рассмотрения следуют две проблемы. Первая заключается в приготовлении стационарной статистической системы с непрерывным спектром и в согласовании частот — обеспечении их масштабной соразмерности. В такой системе (без прореживания выборок) на интервале квантования фазы (интервале между выборками) фаза квантуемого колебания не должна иметь более одной инверсии. В этом случае при получении δ -коррелированного потока выборок достигается минимальное время "расцепления" фазовых корреляций квазипериодических колебаний. При этом частота выборок ограничена сверху только временем релаксации системы, т.е. разностной частотой колебаний $\Delta\omega$. Отсюда следует примерный рабочий диапазон иррациональных отношений соразмерных несоизмеримых частот (или периодов колебаний):

$$[(2^{1/2} - 1) = 0,41 \dots, \dots, (3^{1/2} - 1) = 0,73 \dots],$$

в котором среди рациональных чисел имеется бесконечное множество достаточно сильных иррациональных чисел. Заметим, что если в качестве знакового коррелятора используется параметрический квантователь фазы (ПКФ), проблема решается согласованием частоты квантуемого сигнала с полосой холодного контура ПКФ [27].

Вторая проблема связана с появлением постоянной составляющей при неидеальном ограничении амплитуды, которая вносит асимметрию в распределение фаз колебаний и проявляется в нарушении равновероятности двоичных элементов в потоке выборок большого объема. В этом случае после ограничения амплитуды следует восстановить симметрию распределения фаз колебаний. Для устранения постоянной составляющей сигнала после ограничения удобно использовать деление частоты, которое преобразует его в меандр, т.е. обес-

печивает эквидистантность интервалов квантования $[0 - \pi]$ и $[\pi - 2\pi]$.

Заметим, что эквидистантность ячеек классической макросистемы является необходимым условием ее приготовления для соответствующих статистических измерений [9]. Отметим также, что это условие автоматически выполняется в ПКФ, который ведет себя, как идеальный ограничитель. Поэтому ПКФ может быть использован в качестве знакового коррелятора в схеме квантования фазы сильного сигнала, частота которого несоизмерима с частотой сигнала накачки (см. раздел 6.1).

После проведения указанных согласований прореживание пуассоновского потока выборок с частотой Ω_s , не превышающей разностной частоты сигналов $\Delta\omega$, дает δ -коррелированную бинарную модель динамического хаоса. Число таких моделей практически не ограничено, и при синхронном прореживании выборок они могут быть сделаны когерентными в любых точках двухканального приема с помощью фазовой автоподстройки когерентных колебаний.

Выше уже отмечалось, что пуассоновские потоки бинарных выборок квазипериодических колебаний интерферируют, как шум с одним интерференционным максимумом, управлять которым позволяет периодичность каждого из этих колебаний. Поэтому практически управляемую интерференцию таких потоков выборок можно реализовать только в схеме четырехлучевой интерференции с частотным разделением колебаний, имеющих несоизмеримые частоты. В такой схеме при компенсации задержки между когерентными колебаниями максимум общей интенсивности, соответствующей интерференции независимых потоков выборок, равен сумме максимумов интенсивностей двухлучевой интерференции каждой когерентной пары образующих колебаний. Очевидно, что при синхронных выборках когерентность формируемых пуассоновских потоков соответствует настройке четырехлучевого интерферометра на максимум общей интенсивности.

3. Генерация квазипериодических колебаний

Для формирования динамического хаоса из квазипериодических колебаний необходимо обеспечить генерацию с устойчивыми иррационально связанными частотами. В классических системах (в силу непрерывности фазового пространства параметров) частоты генерируемых колебаний иррациональны по природе, поскольку доля их рациональных значений имеет нулевую меру Лебега, а доля иррациональных — мощность континуума. Естественная нестабильность параметров несвязанных генераторов не может обеспечить устойчивого иррационального отношения частот их колебаний.

Иррационально связанные отношения частот можно получать в нелинейных параметрических системах, в которых, как показывает эксперимент, возможна устойчивая форма самоорганизации хаотического режима. Генерировать колебания с иррационально связанными частотами можно, в частности, в невырожденном двухконтурном емкостном параметрическом генераторе, работающем с непрерывным напряжением накачки.

3.1. Невырожденный параметрический генератор

Невырожденный параметрический генератор представляет собой цепочку из двух осцилляторов, слабо связан-

ных между собой через нелинейную полупроводниковую емкость, модулируемую напряжением, создаваемым отдельным генератором накачки. Теория параметрических генераторов и делителей частоты была создана в 30-е годы [28], а практические применения этих приборов в радио- и СВЧ-диапазонах были исследованы в 60-е годы; см., например, [8, 27, 29] и библиографию в них. В этих работах описаны различные типы и конструкции параметрических генераторов, в том числе трехконтурные с резонансной цепью накачки, а также многоконтурные и распределенные схемы.

В наших экспериментах применялись генераторы, собранные по балансной схеме, показанной на рис. 2, с частичной компенсацией напряжения накачки на мостовой сборке (D) из кремниевых варикапов типа Д202А, работающих с автосмещением. Для генерации использовалась накачка с эффективным напряжением $U_{\text{eff}} = 3,5$ В, основной частотой $\omega_3/2\pi = 3$ МГц. Частоты вырожденного режима были равны $\omega_1/2\pi = 1$ МГц, $\omega_2/2\pi = 2$ МГц. Перестройка LC-контуров с конденсаторами $C_1 \approx C_2$ проводилась магнитными сердечниками $M_1 \approx M_2$ катушек индуктивности $L_1 > L_2$.

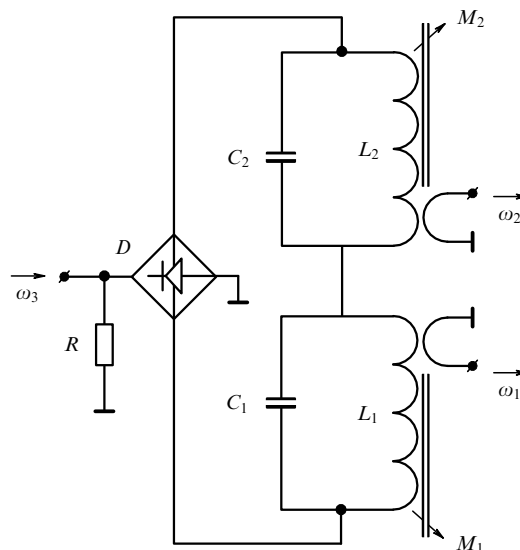


Рис. 2. Схема двухконтурного параметрического генератора.

Согласно теореме Мэнли–Роу (см., например, [8]) в двухконтурном параметрическом генераторе сумма парциальных частот $\omega_1 + \omega_2$ равна частоте накачки ω_3 , а фазы главных колебаний связаны соотношением $\varphi_1(t) + \varphi_2(t) = \varphi_3(t)$ и относительно фазы накачки, которую можно положить равной нулю ($\varphi_3 \equiv 0$), антикоррелированы (дихотомны): $\varphi_1 = -\varphi_2$. В вырожденном режиме частоты генерации (ω_1 и ω_2) и накачки ω_3 связаны рационально; при этом выполняются условия их автосинхронизации, благодаря которой разность частот и разность фаз постоянны.

Перестройка генератора в невырожденный режим проводится в сторону сближения собственных частот контуров для поддержания их связанности и сохранения соотношения Мэнли–Роу. В невырожденном режиме условия автосинхронизации между колебаниями резонаторов не выполняются, и отношения частот генерации в общем случае иррациональны. При этом фазы колеба-

ний φ_1 и φ_2 свободны относительно фазы накачки φ_3 , и разность фаз становится непериодической функцией времени: $\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi(t)$. Напряжение накачки поддерживает вынужденные колебания в каждом резонаторе, отдавая им энергию синхронно, импульсно и регулярно с частотой, в общем случае иррационально связанной с частотами нормальных колебаний резонаторов.

Их фазы можно представить разбегающимися от импульсов накачки как бильярдные шары, т.е. зеркально-симметрично от направления ударяющего шара (см. [8] и рис. 12 ниже). В результате синхронизм фаз φ_1 и φ_2 относительно фазы накачки φ_3 остается, и сохраняется устойчивость иррационального отношения частот генерации ω_1/ω_2 . (Такое движение называют стохастическим фазовым синхронизмом [30].)

Таким образом, в невырожденном режиме на нелинейной емкости генератора создается сложное напряжение, спектр которого, как и в вырожденном режиме, содержит две главные частоты ω_1 и ω_2 , а также частоту накачки ω_3 . Суперпозиция этих трех колебаний с перекрывающимися частотами наблюдается, как непериодическое или почти периодическое колебание с трюичным дискретным спектром.

3.2. Регулярные аттракторы

Как уже отмечалось, цель настоящей работы состоит в том, чтобы показать возможность практического применения колебаний с иррационально связанными частотами. Естественно, это возможно на основе современных представлений о динамическом хаосе гамильтоновых систем, который не является результатом обычных флуктуаций и обладает устойчивостью, достаточной для управления его интерференцией.

В отличие от диссипативных систем, где согласно теории Рюэля–Тakensа при трех и более несоизмеримых частотах возникает временная неустойчивость (турбулентность, связанная с преобразованием иррациональных торов в странные аттракторы), в интегрируемых гамильтоновых системах в соответствии с теоремой КАМ устойчивые состояния возможны даже тогда, когда число иррационально связанных частот $n > 2$. Это является одним из аргументов для классификации таких систем как условно-консервативных, хотя и связано прежде всего с постоянным пополнением потерь их энергии генератором накачки [3].

Вместе с тем известны и многоконтурные схемы как с последовательным, так и с параллельным включениями $n > 2$ нелинейных резонаторов, слабо связанных с общим генератором напряжения накачки (см., например, [8] и раздел 6.4). Наконец, иррациональные торы создаются в гамильтоновых системах и гармониками нелинейных комбинационных колебаний. Поэтому первой практической задачей после возбуждения невырожденного режима параметрического генератора является выделение (фильтрация) главных колебаний.

Без учета высших комбинационных составляющих математическая модель движения в трехмерном фазовом пространстве системы с частотами ω_1 , ω_2 и ω_3 представляется в виде двухслойного тора или вложенных один в другой КАМ-торов (нерезонансных торов). Согласно теореме КАМ в многочастотной гамильтоновой системе при нарастании возмущения последними (после резонансных и нерезонансных торов) разрушаются регулярные КАМ-торы с наиболее сильным

иррациональным отношением частот, таким, например, как "золотое сечение" [3].

В регулярном аттракторе, образованном тремя предельными циклами стационарных колебаний двухконтурного параметрического генератора и генератора накачки, траектории движения расположены на разных, возможно и несоизмеримых, орбитах. Периоды тора и витков обмотки каждого слоя фазовых траекторий относятся, как периоды колебаний, соответствующие частотам накачки и генерации. Поэтому при рациональном отношении частот витки каждого слоя замкнуты, а при иррациональном — разомкнуты.

Отметим, что экспериментальные способы наблюдения хаотических аттракторов радиосхем описаны в [31]. Гладкие аттракторы можно получить после фильтрации главных колебаний параметрического генератора.

На рисунке 3 показан фрагмент двухслойного тора, представляющего собой модель гамильтоновой системы с частотами ω_1 , ω_2 и ω_3 (задающей период двухслойного тора). Фазовые траектории колебаний с частотой ω_1 образуют внешний K -тор, а колебаний с частотой ω_2 — внутренний L -тор. Здесь же показаны плоскость Пуанкаре P , трансверсально пересекающая торы при стробировании фазовых траекторий с частотой накачки ω_3 и точки пересечения фазовых траекторий φ_1 и φ_2 с плоскостью P .

Последовательности точек пересечения $\{\varphi_{1i}\}$ и $\{\varphi_{2k}\}$, где i и k принимают значения 1, 2, 3, ..., являются отображениями Пуанкаре, которые связывают динамическое состояние системы (фазу и энергию) стробоскопически, т.е. через интервал времени T . Отображения Пуанкаре представляют собой дискретную двоичную основу для формирования динамического хаоса, т.е. полную (базовую) хаотическую модель. При формировании разных случайных последовательностей эти отображения обычно прореживаются с частотой $\Omega_s = \omega_3/d$, кратной частоте накачки, где d — так называемое число вращений Пуанкаре.

При несоизмеримости частот фазовые траектории равномерно плотно покрывают весь тор. Это свойство,

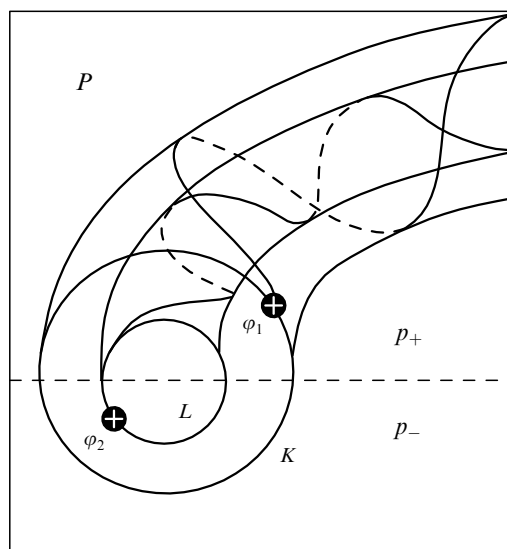


Рис. 3. Сечение регулярных аттракторов плоскостью Пуанкаре.

называемое транзитивностью на торе, согласно теореме Биркгофа эквивалентно эргодичности [32]. По теореме возврата Пуанкаре траектория движения на любом торе возвращается в заданную окрестность некоторой точки бесконечное число раз. С одной стороны, это приводит к эргодичности, но с другой — именно поэтому эргодичность не является достаточным свойством для формирования хаоса. Однако в случае тора этот процесс может сопровождаться еще более сильным свойством — перемешиванием, которое является одним из основных понятий современной эргодической теории, поскольку оно связано с вероятностью, т.е. с порождением статистически независимых событий [9].

Движение на торе определяется отображением Арнольда [3, 26], которое при иррационально связанных частотах обладает свойством перемешивания, т.е. настолько сильно искажает любой элемент площади, что со временем он как бы размывается по всей поверхности тора. Этим объясняется практически равномерное перемешивание последовательностей фаз $\{\varphi_{1i}\}$ и $\{\varphi_{2k}\}$ ($i, k = 1, 2, 3, \dots$) на контурах K и L (пересечениях торов плоскостью P). При этом перемешиваются и попадания фаз в полуплоскости p_+ , p_- , которыми условно обозначены эквидистантные интервалы их квантования. Экспериментальные развертки прореженных отображений Пуанкаре резонансных и нерезонансных торов приведены на рис. 6 (см. ниже).

В работе [10] показано, что при равномерном перемешивании фаз спектр квазипериодических колебаний становится непрерывным, и "... нижняя граница частоты возврата траектории движения в заданную окрестность некоторой точки оказывается равной нулю несмотря на то, что в соответствии с теоремой Пуанкаре возврат должен произойти бесконечное число раз. Таким образом, движение носит флуктуационный характер, и утверждение о неприменимости статистических представлений на интервалах времени, превышающих цикл Пуанкаре, оказывается ошибочным". В случае квантования фазы квазипериодических колебаний при формировании динамического хаоса перемешиваются как отдельные элементы битовой последовательности, так и любые их комбинации, что, естественно, не противоречит теореме возврата.

При равномерном перемешивании фаз колебаний φ_1 и φ_2 их распределения на контурах K и L имеют вид $W(\varphi_{1,2}) = 1/2\pi$, а их попадания в полуплоскости p_+ и p_- не коррелированы. Это определяет распределение соответствующих знаковых выборок при формировании хаоса. Заметим, что и при двоичном квантовании фазы сильного сигнала, несоизмеримого с накачкой ПКФ и имеющего равномерное распределение фазы, вероятности соответствующих значений 0 и π (или 0 и 1) равны [27] $P(0) = 1/2$, $P(1) = 1 - P(0) = 1/2$.

Как отмечалось в разделе 1, теория [10] и эксперимент показывают, что равномерное перемешивание фаз возможно только при перекрытии резонансов, т.е. при масштабной соразмерности частот. Поэтому, если в реальном генераторе частоты колебаний несоизмеримы, при использовании их для формирования хаоса они должны быть предварительно согласованы. При этом хаотическая модель будет отличаться от реальной системы колебаний не только прореженным отображением динамики и перекрытием резонансов, но и сплошным спектром.

На рисунке 4а показана развертка нескольких периодов нерезонансного тора T и фазовая траектория периода $T_1 \gg T$ в случае несогласованных несоизмеримых частот ω и ω_1 , на рис. 4б — соответствующая последовательность "разнополярных" выборок Пуанкаре (светлых и темных). Это случай слабого перемешивания, при котором часть фазовых выборок (заштрихованы на рис. 4б и отмечены на рис. 4а) регулярно не участвует в процессе. Ограниченные последовательности устойчивых фазовых корреляций образуют локальные резонансы, что приводит к дискретному спектру и почти периодической функции автокорреляции хаотической модели. Фактически в данном случае перемешиваются только соседние разнополярные выборки: светлые и темные.

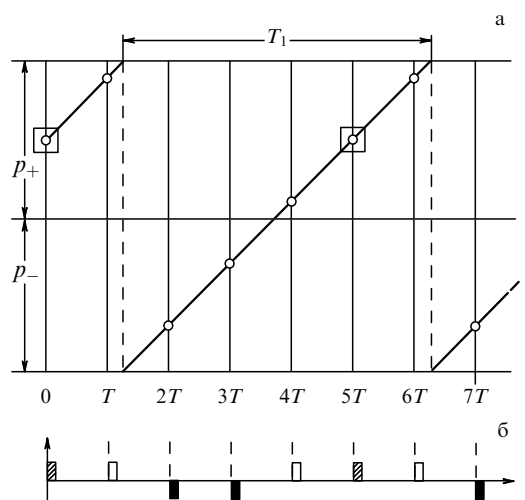


Рис. 4. Развертка тора (масштаб произвольный).

3.3. Скрытые параметры регулярных аттракторов

Вместе с главными частотами ω_1 и ω_2 в спектре двухконтурного генератора содержится бесконечное число убывающих по амплитуде высших гармоник и комбинационных тонов вида $n_1\omega_1 + n_2\omega_2$, где n_1 и n_2 — целые числа. Эти составляющие, создаваемые нелинейностью емкости варикапа, частично попадают в резонансные полосы осцилляторов. При достаточных амплитудах они приводят либо к автосинхронизации главных колебаний — вырожденному режиму, либо к автомодуляции и удвоению периодов — эффектам, возникающим на пороге синхронизации и имеющим фрактальный характер [3, 6].

Так, в двухконтурном параметрическом генераторе при перестройке частот резонаторов и накачки наблюдается фрактальная структура чередования вырожденных и невырожденных режимов, которая была рассмотрена в [8] до открытия динамического хаоса в таких схемах. Она, естественно, связывалась с потерей синхронизации и объяснялась влиянием флуктуаций. Области возбуждения субгармоник целой кратности $1/n = 1/2, 1/3, \dots$ разделены более узкими областями возбуждения субгармоник дробной кратности k/n , разделенными, в свою очередь, состояниями неустойчивости, в которых отношения главных частот иррациональны (k и n — натуральные, взаимно простые числа: $n > k \geq 1$).

Если отношение нижней частоты генерации к частоте накачки равно, например, иррациональному числу $m_1 = \omega_1/\omega_3 = (2^{1/2} - 1) = 0,414\dots$, лежащему между двумя первыми субгармониками целой кратности, то оно окружено бесконечной последовательностью рациональных чисел:

$$\frac{1}{3} < \frac{2}{5} < \dots < \frac{239}{577} < \dots < m_1 < \dots < \frac{169}{408} < \dots < \frac{3}{7} < \frac{1}{2},$$

знаменатель которых определяет порядок субгармонического колебания. С этими числами связаны области генерации субгармоник высокого порядка, разделенные областями невырожденного режима. Таким образом, существует бесконечный каскад удвоений периода, который приводит к появлению субгармоник с частотами $2^{-n}\omega_0$, где ω_0 — основная частота. В работе [8] отмечалось экспериментальное наблюдение субгармоник порядка $n = 500$.

Поскольку далеко не все колебания с рациональным отношением частот обеспечены надежной автосинхронизацией и реализуются в виде субгармоник высокого порядка, невырожденный режим наблюдается в относительно широкой полосе частот накачки (около 1%). Иначе говоря, множество локальных резонансов (кратных частот) скрыто в невырожденном режиме из-за отсутствия автосинхронизации и ее внешних признаков. При этом практически возможна иррациональность, например, K -тора относительно накачки при рациональности L -тора (см. рис. 3), что, естественно, тоже расширяет полосу невырожденного режима.

В эксперименте скрытые (локальные) резонансы могут занимать около 50% области невырожденного режима и проявляются в виде почти периодических функций автокорреляции с характерной огибающей, апериодическое убывание которой связано с ограниченным временем когерентности фазы накачки.

3.4. Стабильность частот квазипериодических колебаний

После узкополосной фильтрации главные колебания двухконтурного параметрического генератора можно считать практически чисто периодическими функциями. В нашей экспериментальной схеме в качестве генератора накачки использовался синтезатор частоты Ч6-31, который имел нестабильность частоты не более 10^{-8} . Однако согласно работе [33] реальная стабильность параметрических колебаний может быть сделана много больше стабильности накачки, причем не только благодаря делению ее частоты.

В работе [33] выведено условие постоянства частот генерации при медленных коррелированных уходах собственных частот, возможных при разной температурной нестабильности параметров схемы генератора. Из этого условия следует, что частоты генерации не меняются, если приращения собственных частот при изменениях температуры относятся, как полосы нормальных колебаний. Поскольку в наших экспериментах это условие выполнимо, можно положить нестабильность частот генерации порядка 10^{-9} .

Таким образом, в невырожденном режиме можно обеспечить достаточно высокую стабильность несоизмеримых частот. Для некоторых радиофизических приложений это может быть очень полезным свойством таких радиосигналов, поскольку при управлении интерферен-

цией детерминированного хаоса стабильность несоизмеримых частот (или время когерентности фазы каждого из квазипериодических колебаний) определяет максимально допустимую задержку, при которой еще сохраняется когерентность хаотических моделей.

4. Формирование динамического хаоса

Для того чтобы придать сложным параметрическим колебаниям простую квантованную форму, удобную для радиопередачи и управления задержкой, сохранить при этом периодичность и несоизмеримость главных частот, согласовать (сблизить) частоты и обеспечить эквидистантность интервалов между переходами фазы через нуль, применялся ряд соответствующих преобразований: фильтрация главных колебаний (разделение частот ω_1 и ω_2), ограничение их амплитуд до логических уровней 0 и 1, деление частоты в четное число раз. Это позволило наблюдать корреляции фаз разных колебаний, в том числе от разных параметрических генераторов, имеющих общую накачку. С помощью делителей частоты все сигналы были согласованы с шестой субгармоникой накачки $\Omega_3 = \omega_3/6$ и, таким образом, имели симметричный вид меандров с периодами T_1, T_2, T_3 и T'_1, T'_2 и близкие частоты порядка 0,5 МГц:

$$\Omega_1 = \frac{\omega_1}{2} \approx \Omega_2 = \frac{\omega_2}{4} \approx \Omega'_1 = \frac{\omega'_1}{2} \approx \Omega'_2 = \frac{\omega'_2}{4} \approx \Omega_3 = \frac{\omega_3}{6}. \quad (1)$$

При согласовании разных частот ω_1 и ω_2 одного генератора деление в разное число раз разрушает зеркальную симметрию их фаз, поэтому при исследованиях дихотомных свойств фаз параметрических колебаний использовались сигналы близких частот (ω_1 и ω'_1, ω_2 и ω'_2), создаваемые разными двухконтурными невырожденными генераторами с общей накачкой на частоте ω_3 .

4.1. Экспериментальная установка

Блок-схема экспериментальной установки показана на рис. 5. Два идентичных двухконтурных параметрических генератора PO_A и PO_B работают с общим генератором непрерывной накачки PP . Фильтры F выделяют частоты главных колебаний. Компараторы C ограничивают

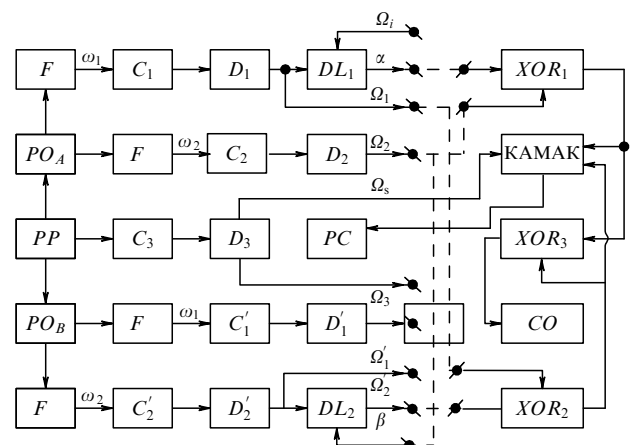


Рис. 5. Блок-схема установки для отображений квазипериодических колебаний и наблюдения их интерференции.

амплитуды до логических уровней 0 и 1. Делители частоты D обеспечивают согласование частот и формирование меандров. Фазы колебаний изменяются дискретно в линиях задержки DL . Знаковую корреляцию выполняют фазовые компараторы XOR — сумматоры по модулю два.

Использование синтезатора частот в качестве генератора накачки и цифровых линий задержки обеспечивало хорошую повторяемость результатов эксперимента. Все устройства, кроме параметрических генераторов и фильтров F , выполнены на цифровых элементах [34].

В эксперименте были реализованы различные варианты подключения сигналов с частотами (1) к фазовым компараторам; на рис. 5 штриховой линией показано подключение при исследовании интерференции сигналов с частотами Ω_1 и Ω_2 . В установке использовались также блоки питания, двухлучевой осциллограф и анализатор спектра (на рис. 5 не показаны).

Отметим некоторые особенности работы установки. Знаковая корреляция сигналов в компараторах XOR дает бинарный пуассоновский поток — базовую модель динамического хаоса. Прореживание базовой модели в КАМАК позволяет получить практически неограниченное число различных хаотических моделей, соответствующих разным частотам выборок Ω_s , которые можно задавать либо отдельным генератором, либо дополнительным делением любой из частот (1).

Как уже отмечалось, максимальная частота выборок Ω_s ограничивается сверху разностной частотой несоизмеримых колебаний: $\Omega_s \leq \Delta\Omega$. Это условие определяет пограничный режим между перемежаемостью и динамическим хаосом. Однако при пропускной способности КАМАК, не превышающей 30 кГц, для проверки этого условия было вполне достаточно преобразования частот (1).

Операции знаковой корреляции и выборок состоят в следующем. При совпадении знаков меандров (например, T_1 и T_2) на входах фазового компаратора XOR уровень напряжения сигнала на его выходе минимален, и ему присваивают значение 0; при несовпадении знаков этот уровень максимален, и ему присваивают значение 1. При непрерывном следовании несоизмеримых меандров на входах XOR на его выходе наблюдается непериодическое изменение логических уровней напряжения. Они передаются на вход КАМАК, где проводится прореживание потока с частотой выборок Ω_s . Полученный таким образом битовый поток (конечный результат формирования хаоса) выводился через КАМАК на экран дисплея для визуальной диагностики и записи. Вычисление функции автокорреляции потока проводилось на персональном компьютере PC . Спектры наблюдались на выходах генераторов, фильтров и компараторов XOR .

4.2. Условия и результаты эксперимента

Индикация отображений в виде битового потока на дисплее удобна тем, что позволяет наблюдать эволюцию динамических режимов при перестройке контуров параметрического генератора. В растре выборок (так называемом дампе), отображающем движение в системе, наблюдаются характерные проявления этой эволюции: скрытые (локальные) резонансы с регулярными управляемыми сериями нулей и единиц, перемежаемость с длинными (также управляемыми) случайными сериями этих символов, и хаос, в калейдоскопиче-

ской динамике которого не прослеживается регулярных корреляций и возможностей управления. К визуальным эффектам хаотического раstra относится и кажущаяся нечувствительность системы к внешним возмущениям, хотя в действительности именно в хаотической динамике проявляется ее максимальная чувствительность.

Динамический хаос наблюдался в "глубоко-невыврожденном" режиме, в котором не обнаруживаются ни автосинхронизация, ни сопутствующие ей пороговые эффекты: нет бифуркаций удвоения периода. Отсутствие таких бифуркаций указывает на устойчивость системы [35]. Устойчивость выражается также в резкости переходов из одного динамического состояния в другое (см. раздел 4.3) и в стабильной повторяемости этих переходов с отсутствием гистерезисных эффектов.

Однако начинается невыврожденный режим все-таки с бифуркаций типа перескоков фазы колебаний, связанных с разрушением резонансных торов при уменьшении энергии автосинхронизации. Следы этих разрушений являются локальные резонансы, скрытые при осциллографическом контроле, но легко наблюдаемые в отображении на экране дисплея.

На рисунке 6 показаны типичные фрагменты битовых потоков (вверху) и их функции автокорреляции (внизу), соответствующие: локальным резонансам (а), перемежаемости (б) и динамическому хаосу (в). Для увеличения контраста нули и единицы в дампах представлены пробелами и прямоугольниками. Эти экспериментальные результаты получены при знаковой корреляции согласованных сигналов генератора PO_A с близкими частотами $\Omega_1 = \omega_1/2$ и $\Omega_2 = \omega_2/4$ при частоте выборок 10^4 Гц, не синхронизированной с частотой генератора накачки PP . Подобные результаты наблюдаются и при знаковой корреляции других согласованных частот (1).

Отметим, что прореживание выборок с частотой "свободного" генератора, не связанного с генератором накачки, не мешает наблюдению хаоса, но при наблюдении скрытых резонансов это вносит (плавающие) стробоскопические искажения, которые в динамике раstra выглядят, как турбулентное во времени движение. Если бы частота "свободного" генератора была иррационально связанной с частотой исследуемых колебаний, это привело бы к хаосу при прореживании отображений скрытых резонансов. Однако, как и следовало ожидать, никакой "маскировки" скрытых резонансов хаосом здесь не наблюдается.

Иначе говоря, несвязанные генераторы не дают устойчивых иррационально связанных частот. Такая связь является внутренним свойством гамильтоновой системы [35]. Это можно рассматривать и как проявление самоорганизации хаотического режима в условно-консервативной динамической системе, обладающей чрезвычайно высокой устойчивостью и максимальной энтропией.

Подобные свойства реализуются и в более сложных системах. Так, в эксперименте можно наблюдать, что стохастический фазовый синхронизм охватывает колебания нескольких невыврожденных генераторов, связанных только общей накачкой (см. раздел 6.4).

Невыврожденный режим возникает при потере автосинхронизации параметрических колебаний, механизм которой подробно исследован в работе [8]. При перестройке частоты накачки автосинхронизация срывается раньше, чем один из K - или L -торов (см. рис. 3)

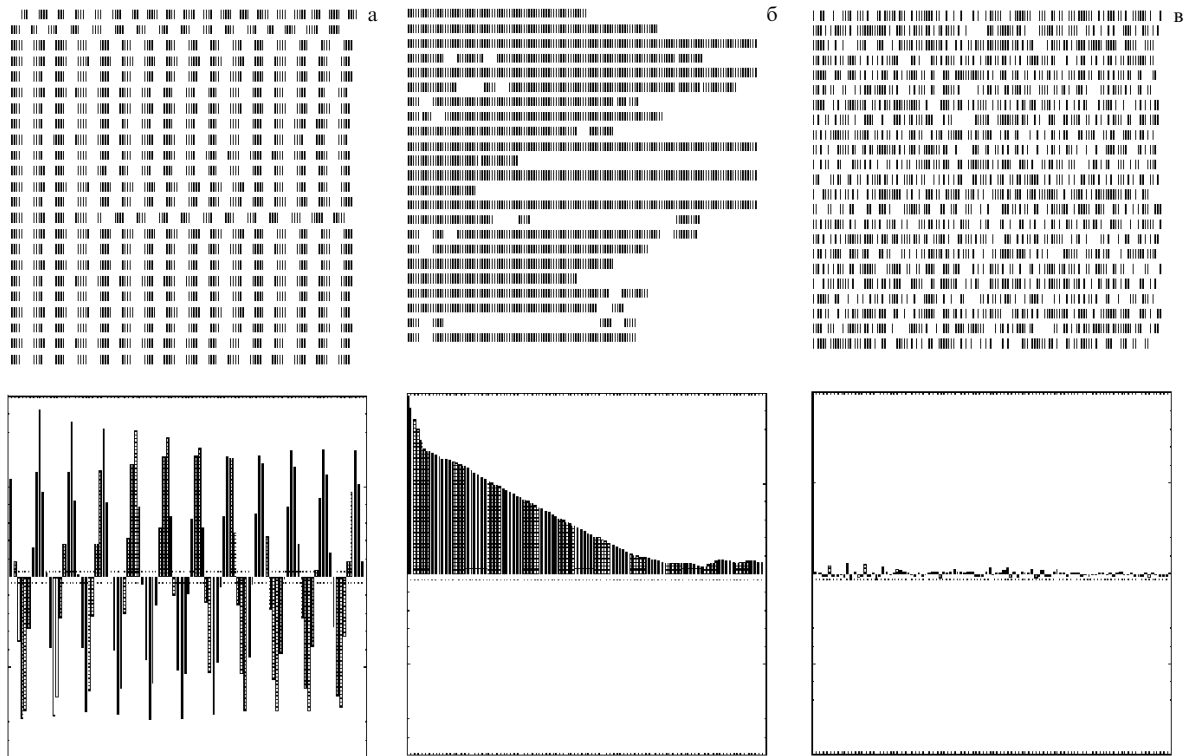


Рис. 6. Дампы отображений Пуанкаре (вверху) и их автокорреляционные функции (внизу): (а) локальные резонансы, (б) перемежаемость, (в) динамический хаос.

становится иррациональным, т.е. иррациональность хотя бы одного из торов возникает в невырожденном режиме на некотором интервале от порога автосинхронизации. Это является одной из причин относительного расширения полосы невырожденного режима при изменении частоты накачки. Половина этой полосы (соответствующая 1 % частоты накачки) может быть принята для грубой практической оценки устойчивости хаотического режима. Заметим, что полоса, в которой все частоты связаны иррационально, оказывается существенно меньше: порядка 0,1 % частоты накачки.

Параметрический генератор, как физическая система, естественно, подвержен техническим флуктуациям, температурной нестабильности его схемных элементов, фликкер-шуму кварцевого генератора накачки. Диффузию фаз параметрических колебаний, связанную с такими возмущениями, можно наблюдать по отображениям скрытых резонансов и их функциям автокорреляции.

Согласно теореме Мэнли–Роу медленные флуктуации должны быть дихотомны относительно фазы накачки. По-видимому, этим можно объяснить практически полную когерентность двух хаотических моделей, получаемых синхронно при знаковых корреляциях колебаний двух пар близких частот от двух разных параметрических генераторов, работающих с общей накачкой. Другая версия следует из теоремы КАМ об устойчивости иррациональных торов к малым возмущениям, которые лишь слегка искажают траектории движения, но не устраняют их иррациональной связи.

Двухконтурный параметрический генератор, как связанная система, характеризуется общей емкостью и общей индуктивностью [8]. Поэтому при перестройке частоты одного контура частично перестраивается и

частота второго контура, приближаясь к частоте первого. В вырожденном режиме с соотношением частот 1:2:3 согласованные частоты (1) одинаковы: $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3$. При перестройке генератора в невырожденный режим при постоянном напряжении и фиксированной частоте накачки ω_3 согласованная с ней частота $\Omega_3 = \omega_3/6$ остается постоянной, а частоты генерации сближаются.

По мере сближения парциальных частот $\omega_1 \rightarrow \omega_1''$ и $\omega_2 \rightarrow \omega_2''$ (рис. 7а) согласованные частоты Ω_1'' и Ω_2'' расходятся, и их разностная частота $\Delta\Omega'' = \Omega_1'' - \Omega_2''$ растет; растут и разностные частоты между согласованными парциальными частотами и частотой накачки:

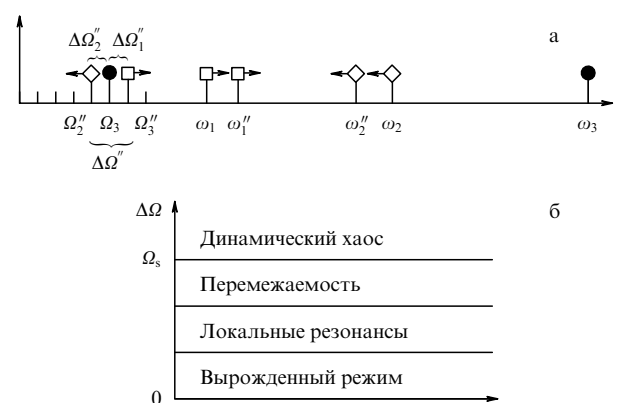
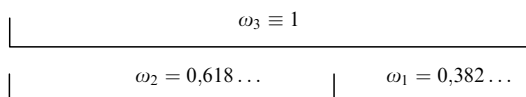


Рис. 7. Перестройка парциальных и согласованных частот невырожденного генератора с фиксированной частотой накачки (а) и диаграмма областей эволюции динамического хаоса (б).

$\Delta\Omega_1'' = \Omega_3 - \Omega_1''$ и $\Delta\Omega_2'' = \Omega_3 - \Omega_2''$. В эксперименте согласованные частоты измерялись на выходах делителей частоты D частотомером CO (см. рис. 5).

Для формирования хаоса особый интерес представляют КАМ-торы с наиболее сильным иррациональным отношением частот и большими разностными частотами, например $\omega_1/\omega_2 = (5^{1/2} - 1)/2 = 0,618\dots$, известное как "золотое сечение". Оно показано в произвольном масштабе на следующей диаграмме, где в качестве единичной частоты принята частота накачки ω_3 :

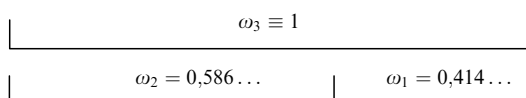


Сильные иррациональные отношения обеспечивают надежную устойчивость нерезонансных торов и наибольшую разностную частоту $\Delta\Omega$ согласованных частот для достижения высокой частоты выборок Ω_s при формировании хаоса.

"Золотое сечение" частоты накачки $\omega_3/2\pi = 3$ МГц дает частоты (здесь и далее они выражены в килогерцах) $\omega_1/2\pi = 1146\dots$, $\omega_2/2\pi = 1854\dots$, сильные иррациональные отношения $\omega_2/\omega_3 = 0,618\dots \approx \omega_1/\omega_2 = 0,618\dots$ ("золотое сечение"), $\omega_1/\omega_3 = 0,382\dots$ и наибольшую разностную частоту, равную

$$\frac{|\Delta\omega_3|}{2\pi} = \frac{|\omega_3 - \omega_1|}{2\pi} = 1854\dots$$

Для сравнения отметим сильное иррациональное отношение $(2^{1/2} - 1)$. Соответствующее ему сечение показано на диаграмме



При частоте накачки $\omega_3/2\pi = 3$ МГц этому сечению соответствуют частоты $\omega_1/2\pi = 1243\dots$, $\omega_2/2\pi = 1757\dots$, близкие между собой иррациональные отношения $\omega_1/\omega_2 = 0,707\dots$, $\omega_1/\omega_3 = 0,414\dots$, $\omega_2/\omega_3 = 0,586\dots$ и наибольшая разностная частота, равная

$$\frac{\Delta\omega_3}{2\pi} = \frac{|\omega_3 - \omega_1|}{2\pi} = 1757\dots$$

Поскольку согласованные частоты вырожденного режима равны

$$\frac{\Omega_1}{2\pi} = \frac{\omega_1}{4\pi} = \frac{\Omega_2}{2\pi} = \frac{\omega_2}{8\pi} = \frac{\Omega_3}{2\pi} = \frac{\omega_3}{12\pi} = 500 \text{ кГц},$$

для согласованной частоты накачки $\Omega_3/2\pi = 500$ кГц "золотое сечение" $0,618\dots$ дает максимальную разностную частоту, равную

$$\frac{|\Delta\Omega_1|}{2\pi} = \frac{|\Omega_1 - \Omega_2|}{2\pi} = 573\dots - 212\dots = 361\dots,$$

а сечение $0,414\dots$ дает вдвое меньшую максимальную разностную частоту:

$$\frac{|\Delta\Omega_1|}{2\pi} = \frac{|\Omega_1 - \Omega_2|}{2\pi} = 621\dots - 439\dots = 182\dots$$

Таким образом, выбор "сечения" и соответствующих ему частот с наибольшей разностью имеет существ-

венное значение при формировании хаоса. Вместе с тем, помимо выбора "сечения", важно, что при преобразовании частот делением в соответствии с (1) разностные частоты растут (рис. 7а), что позволяет решить обе проблемы: обеспечить устойчивую иррациональность и высокое быстродействие (предположительно до 10 % частоты накачки).

Физический эксперимент не позволяет наблюдать тонкую фрактальную структуру эволюции динамики в отображениях регулярных аттракторов. Это выражается в том, что размеры областей локальных резонансов перемежаемости и хаоса не соответствуют лебеговским мерам рациональных и иррациональных чисел. Возможно, это связано с тем, что ограниченная добротность резонаторов при перестройке генератора приводит к перекрытию резонансных и нерезонансных состояний, и отношения частот не разрешают тонкой структуры непрерывного ряда резонансных и нерезонансных торов.

В динамике отображений, получаемых из согласованных сигналов (1), можно выделить только ограниченный ряд из трех устойчивых областей, содержащих локальные резонансы, перемежаемость и динамический хаос. При этом все области отображений с разными формами движения определяются и различаются скоростью перемешивания фаз, которая задается разностью согласованных частот $\Delta\Omega = \Omega_1 - \Omega_2$ и измеряется относительно частоты выборок Ω_s .

При изменении разностной частоты $\Delta\Omega$ частота выборок Ω_s в экспериментах должна оставаться постоянной, поскольку она характеризует скорость отображения: малым разностным частотам ($\Delta\Omega < \Omega_s$) соответствует медленное перемешивание фаз, большим ($\Delta\Omega > \Omega_s$) — быстрое. Таким образом, изменяя соотношение частот $\Delta\Omega$ и Ω_s , можно управлять распределением элементов в хаотических потоках.

4.3. Эволюция хаоса гамильтоновых систем

С перестройкой частот генерации при постоянной частоте накачки наблюдается определенная эволюция динамики отображений, в которой хаос граничит с перемежаемостью. Это соответствует одному из известных типичных переходов к хаосу [3]. Вместе с тем можно выделить и другие состояния невырожденного режима, также связанные с соотношениями частот генерации и накачки.

Эволюция хаоса начинается с локальных резонансов, которые наблюдаются в отображениях, образованных из согласованных частот генерации (1). При перестройке одного из контуров автосинхронизация частот срывается, и генератор переходит в невырожденный режим с несинхронизированными регулярными аттракторами, в которых фазы колебаний относительно свободны [8]. В последовательности выборок это проявляется в виде локальных резонансов на ограниченных временных интервалах, которые хорошо видны на фазовых траекториях и имеют периодические функции автокорреляции с медленно спадающими огибающими (рис. 6а).

При переходе в это состояние срыв автосинхронизации обусловлен уменьшением энергии комбинационных составляющих, попадающих в полосы прозрачности резонаторов, но устойчивой иррациональной связи колебаний здесь еще нет. Между фазами локальных резонансов при их относительной диффузии полного

перемешивания нет, поэтому сигнал на выходе XOR_1 имеет дискретный спектр. Локальные резонансы наблюдались также при фазовых корреляциях несоизмерных иррационально связанных частот при их отдельном согласовании, не связанном с (1); область этих резонансов расположена выше области хаоса, показанной на рис. 76.

Переमेжаемость наблюдается при небольших разностных частотах (порядка 10^3 Гц) и медленном перемешивании фаз ($\Omega_s = 10^4$ Гц). В этом состоянии отношение частоты перестраиваемого контура к частоте накачки и, следовательно, к частоте второго контура, становится иррациональным, и разность фаз является случайной функцией времени. При этом локальные резонансы переходят в перемежаемость — длинные случайные последовательности нулей и единиц, соответствующие нерегулярным изменениям разности фаз и имеющие функцию автокорреляции пуассоновского вида (рис. 66).

Переход к хаосу из перемежаемости при постоянной частоте выборок $\Omega_s = 10^4$ Гц наблюдался на близких разностных частотах $\Delta\Omega$ порядка 10^4 Гц. Отношение частоты перестраиваемого контура к частоте накачки в этом состоянии остается иррациональным. Однако с увеличением разностной частоты время релаксации уменьшается и перемешивание фаз ускоряется. При постоянной скорости отображения это сопровождается преобразованием функции автокорреляции в δ -видную форму (рис. 6в). При формировании хаоса из согласованных частот (1) верхний предел частоты прореживания приближается, по-видимому, к частоте порядка 10^5 Гц.

В то же время, как показывает эксперимент, при устойчивой иррациональной связи частот первого контура и накачки отношение частоты второго контура к частоте накачки может быть близко к рациональному числу. При этом разность фаз согласованных частот является медленно меняющейся почти периодической функцией, а ее функция автокорреляции имеет аperiodическую огибающую, подобную показанной на рис. 6а.

Общей особенностью переходов от локальных резонансов к перемежаемости и от перемежаемости к хаосу является то, что в отображениях они имеют резкий, бифуркационный характер. На рисунке 76 показана экспериментальная диаграмма смены областей различных динамических режимов в зависимости от разности согласованных частот $\Delta\Omega$. Граница между областями перемежаемости и динамического хаоса отмечена на рис. 76 соответствующим ей значением частоты выборок Ω_s .

Аналогично эволюционирует динамика отображений, полученных из согласованных сигналов накачки и второго контура генератора при перестройке частоты этого контура. Когда все частоты системы связаны иррационально, динамический хаос наблюдается при корреляциях любой пары согласованных частот (1).

5. Интерференция динамического хаоса

Рассмотренный принцип формирования динамического хаоса гамильтоновых систем допускает передачу двух образующих его квазипериодических колебаний на большие расстояния, например, в виде узкополосных сигналов (до согласования частот) либо в виде огибающих разных фазоманипулированных несущих (при согласованных частотах). В любом из этих представлений

квазипериодические колебания можно принимать отдельными приемниками с разделением несоизмеримых частот Ω_1 и Ω_2 и рассматривать интерференцию когерентной пары колебаний с частотой Ω_1 отдельно от интерференции когерентной пары колебаний с частотой Ω_2 . Интенсивности I_1 и I_2 при интерференции когерентных пар колебаний с одинаковыми квантованными амплитудами A равны [36]

$$I_1 = 2A^2(1 + \cos \alpha), \quad I_2 = 2A^2(1 + \cos \beta), \quad (2)$$

где $\alpha = 2\pi t/T_1$ и $\beta = 2\pi t/T_2$ — разности фаз между когерентными колебаниями с частотами Ω_1 и Ω_2 соответственно.

Можно условно представить максимумы интерференции прямоугольных волн с периодами T_1 и T_2 , сформированными из соответствующих квазипериодических колебаний, как показано на диаграммах, представленных на рис. 1г. Поскольку отношение T_1/T_2 задано иррациональным числом, максимумы интенсивностей I_1 и I_2 будут повторяться через иррационально связанные периоды T_1 и T_2 . Иначе говоря, оба ряда максимумов, расположенных в точках $I_1, 2I_1, 3I_1, \dots$ и $I_2, 2I_2, 3I_2, \dots$, несоизмеримы, как две арифметические прогрессии, члены которых I_1 и I_2 не имеют общего кратного. Поэтому очевидно, что при наложении диаграмм можно совместить только два максимума: либо в нуле, либо в любой другой (но только одной) точке.

При распространении во времени двух адекватных сигналов подобное совмещение максимумов возможно только на одной окружности в плоскости или на одной поверхности в пространстве. Это можно обеспечить либо смещением верхнего ряда максимумов (на рис. 1г) с помощью общей задержки интерферирующих сигналов с частотой Ω_1 относительно сигналов с частотой Ω_2 в пределах периода T_1 , либо смещением нижнего ряда максимумов — задержкой интерферирующей пары сигналов с частотой Ω_2 относительно сигнальной пары с частотой Ω_1 в пределах периода T_2 .

При наложении интерференционных картин, например с помощью общего коррелометра, видность общей интерференции не будет зависеть от того, какие из двух максимумов будут совмещены, и на временной оси всегда найдется одна (но только одна) точка, в которой окажется общий интерференционный максимум. Более того, периодичность сигналов с частотами Ω_1 и Ω_2 позволяет совместить максимумы интенсивности I_1 и I_2 в любой, но только в одной точке с помощью компенсации задержки α между принятыми сигналами с частотой Ω_1 и компенсации задержки β между принятыми сигналами с частотой Ω_2 и тем самым обеспечить получение общего интерференционного максимума.

Таким образом, совмещение максимумов интенсивностей I_1 и I_2 , полученных при двухлучевой интерференции с частотным разделением сигналов, имеющих частоты Ω_1 и Ω_2 , эквивалентно четырехлучевой интерференции, при которой общая интенсивность I_Σ определяется суммой интенсивностей I_1 и I_2 :

$$I_\Sigma = I_1 + I_2 = 2A^2(2 + \cos \alpha + \cos \beta). \quad (3)$$

Из соотношения (3) видно, что при четырехлучевой интерференции с частотным разделением энергия сигналов удваивается; среднее значение общей интенсивности I_Σ , соответствующее отсутствию корреляции при $\alpha = \beta = \pm \pi/2$, также удваивается, и равно $4A^2$. Макси-

мальное значение общей интенсивности, отвечающее полной корреляции хаотических последовательностей при $\alpha = \beta = 0$, равно $8A^2$. Минимальное значение I_Σ , соответствующее полной антикорреляции последовательностей, равно нулю. Появляются и новые значения интенсивностей смешанных состояний ($\alpha = 0$, $\beta = \pm \pi/2$) и ($\alpha = \pm \pi/2$, $\beta = 0$), равные $6A^2$.

Из соотношения (3) следует, что управлять интерференцией колебаний с иррационально связанными частотами можно раздельно, изменяя параметры α и β в разных частотных каналах задержкой между колебаниями одинаковых частот в пределах их периодов. Таким образом, при синфазных интерферирующих колебаниях (при $\alpha = \beta = \pm n\pi$, где $n = 0, 1, 2, \dots$) в корреляторах, подключенных к пространственно разнесенным приемникам, можно получать когерентные хаотические битовые последовательности. В таком четырехлучевом интерферометре синхронизация может быть получена с помощью двух раздельных контуров фазовой автоподстройки и синхронных выборок, задаваемых отдельной системой синхронизации.

Четырехлучевой интерферометр с частотным разделением позволяет реализовать экспериментальная установка, представленная на рис. 5. В эксперименте рассматривались корреляции различных комбинаций параметрических колебаний генераторов PO_A и PO_B . На рисунке показан один из возможных вариантов исследования интерференции колебаний с согласованными частотами Ω_1 и Ω_2 генератора PO_A . Знаковые корреляции проводились в компараторах XOR_1 и XOR_2 , а их результаты сравнивались в компараторе XOR_3 .

Степень корреляции M двух хаотических битовых последовательностей измерялась счетчиком CO на выходе фазового компаратора XOR_3 . Для задержки α между фазами колебаний с частотой Ω_1 и задержки β между фазами колебаний с частотой Ω_2 использовались линии задержки DL_1 и DL_2 на элементах микросхем типа К155ЛН1. Поскольку частоты близки, шаг задержки по углам α и β был примерно одинаков и составлял около $0,08$ рад.

На рисунке 8 показана экспериментальная зависимость степени корреляции M двух хаотических битовых последовательностей от разности фаз α между сигналами частоты Ω_1 при $\beta = 0$. Аналогичная зависимость имеет место от разности фаз β между сигналами частоты Ω_2 при $\alpha = 0$. В каждом канале можно было использовать как разные компараторы и разные делители частоты, так и одну и ту же пару компараторов и делителей частоты, общую для двух сравниваемых последовательностей.

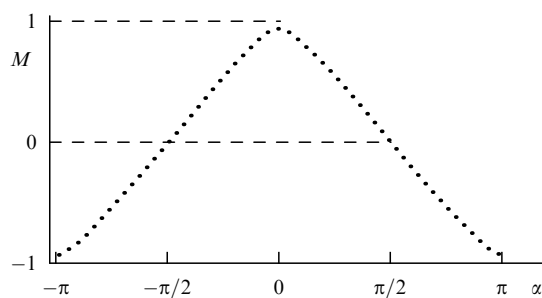


Рис. 8. Зависимость степени корреляции M двух хаотических последовательностей от разности фаз α между сигналами частоты Ω_1 .

Это позволило оценить вероятность погрешностей, вносимых компараторами установки в корреляцию последовательностей; она была равна $0,05$.

Приведенные на рис. 8 результаты показывают, как при четырехлучевой интерференции проявляются случайные и периодические свойства взаимодействия квазипериодических радиосигналов. В отличие от интерференции повторяющихся шумоподобных сигналов здесь, естественно, наблюдается только один интерференционный максимум в нулях ($\alpha = \beta = 0$), когда в точках приема когерентные колебания синфазны. При этом когерентны и синхронные выборки их знаковой корреляции, т.е. двоичные последовательности динамического хаоса.

Когерентность хаотических последовательностей определяется когерентностью фаз образующих колебаний и зависит не только от фазовой, но и от общей временной задержки между ними, возможные пределы которой ограничены стабильностью их частот. Это означает, что при малых задержках образующих сигналов в качестве накачки параметрических генераторов возможно применение узкополосного шумового сигнала, что может быть использовано при определенных условиях в некоторых радиофизических приложениях, например в криптографической связи для повышения рабочей криптостойкости.

6. Радиофизические приложения

Рассмотрим генерацию случайных чисел, применение иррационально связанных частот в радиолокации и криптографии, а также моделирование квантовых корреляций (см. раздел 6.4). В локации и криптографии пока еще нет опыта применения квазипериодических радиосигналов, однако экспериментальные исследования показали, что они могут быть использованы в многоканальных системах связи с частотным разделением для формирования N -последовательностей — непериодических шумоподобных сигналов (ШПС), имеющих однолестчатые функции автокорреляции. Такие сигналы естественно сравнивать с их рекуррентными алгоритмическими аналогами, такими как коды Баркера и последовательности максимальной длины (или M -последовательности).

В отличие от периодических M -последовательностей каждая N -последовательность (или последовательность неограниченной длины) не имеет собственного периода и представляет собой иррациональное двоичное число. Однако каждая N -последовательность имеет сплошной спектр и δ -видную функцию автокорреляции, которая определена двумя несоизмеримыми периодами образующих квазипериодических колебаний и управляется их задержкой. Поэтому для N -последовательности в целом не существует принципиальной возможности согласованной фильтрации, однако возможны раздельный согласованный прием квазипериодических колебаний и когерентное накопление выборок знаковой корреляции.

Основные операции формирования N -последовательностей не сложнее соответствующих операций, применяемых при формировании алгоритмических ШПС [17]. Практические схемы получения алгоритмических ШПС на основе сдвигающих регистров и логических элементов рассмотрены, например, в [37].

В отличие от своих аналогов N -последовательности обладают неповторимостью, отсутствием корреляции

между образующими радиосигналами и (при их частотном разделении) некоррелированной зависимостью функции автокорреляции от приборных параметров задержки. Эти новые свойства дополняют известные свойства алгоритмических ШПС [17] и их ближайших аналогов, создаваемых на основе странных аттракторов — широкополосных хаотических сигналов (ШХС), рассмотренных в работе [38].

Шумоподобные сигналы в виде различных кодов были специально разработаны для радиолокации и связи и полностью оправдали свое предназначение. Поскольку длина алгоритмических последовательностей (кодов) ограничена, они обладают периодичностью. Поэтому алгоритмические ШПС обеспечивают согласованный прием, а δ -видная форма их функции автокорреляции — формирование диаграммы направленности и разрешающую способность радара по задержке, необходимую для различения целей и борьбы с многолучевостью.

Однако в других применениях систем связи, таких как шифрование сообщений, возможное повторение кода (ключа) резко снижает надежность защиты информации. Этот факт, естественно, неустраним, несмотря на возможности создания алгоритмических ШПС практически неограниченной длины [17].

Согласно работе [39] для шифрования сообщений оптимальным непрерывный эргодический δ -коррелированный ключевой поток, представленный, например, двоичной формой иррационального числа. Это может быть N -последовательность, которая сформирована из квазипериодических сигналов и адекватна по своей криптографической стойкости однократно используемому ключу Вернама (см., например, [44]).

Возможность согласованной фильтрации является важным свойством ШПС, однако только сигналы Баркера энергетически эквивалентны гармоническим сигналам с синхронным накоплением, поскольку при их свертке складываются амплитуды дискретных сигналов. При свертке M -последовательности складываются энергии сигналов, т.е. для повышения энергетического отношения сигнал — шум фактически используется лишь половина энергии сигнала, как и в случае нормального шума.

При приеме квазипериодических радиосигналов с длительностью T и общей энергией, равной $2E$, половина этой энергии может быть использована для синхронного накопления в интервале времени $0,5T$, а половина — для формирования N -последовательностей и вычисления функций их взаимной корреляции. По энергетической эффективности это равнозначно приему M -последовательности с длительностью $2T$.

Таким образом, при квазипериодических сигналах можно рассчитывать на повышение дальности обнаружения и разрешающей способности по дальности. Задача обнаружения в этом случае обеспечивается узкополосной фильтрацией эхо-сигналов, а задача разрешения целей — формированием из них N -последовательностей со сплошным спектром и однолепестковой функцией автокорреляции. Частотная полоса такого "ШПС" равна разностной частоте согласованных квазипериодических сигналов: $\Delta\omega = |\omega_1 - \omega_2/2|$, где ω_1 и ω_2 — частоты отраженных сигналов ($\omega_2 > \omega_1$), а $\omega_2/2$ и ω_1 — соразмерные частоты сигналов после их согласования (практически $\Delta\omega$ может быть порядка $0,1\omega_1$).

6.1. Генерация случайных чисел

Свойства квазипериодических колебаний, генерируемых невырожденным двухконтурным параметрическим генератором, и свойства одноконтурного параметрического генератора как идеального ограничителя позволяют использовать комбинацию этих устройств в качестве оптимального генератора случайных двоичных чисел (включая технические применения). Это обеспечивается не только вероятностным характером результатов знаковой корреляции фаз, но и отсутствием какого-либо алгоритма процесса.

Другим важным свойством генератора случайных чисел является возможность синхронизации с аналогичным генератором, принцип которой частично рассмотрен в разделе 6.4 и подробно в работе [40].

На рисунке 9 приведена блок-схема генератора случайных чисел. Генератор накачки PP с частотой ω_3 непрерывно возбуждает двухконтурный генератор OP_A с частотами $\omega_{1,2}$. В вырожденном режиме отношение частот равно $1:2:3$ ($\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$), в невырожденном режиме отношение частот иррационально. Сигнал верхней частоты генерации ω_2 генератора OP_A модулируется по напряжению модулятором M с частотой $\Omega = \omega_3/n$, создаваемой делителем частоты D_1 , где n — большое целое число. Модулированный сигнал служит накачкой для периодического возбуждения одноконтурного генератора OP_B . Сигнал нижней частоты ω_1 генератора OP_A задает начальные условия возбуждения генератора OP_B с фазами 0 или π . Фазовый детектор FD преобразует квантованные фазовые выборки 0 и π на выходе генератора OP_B в амплитудные выборки с логическими уровнями 0 и 1.

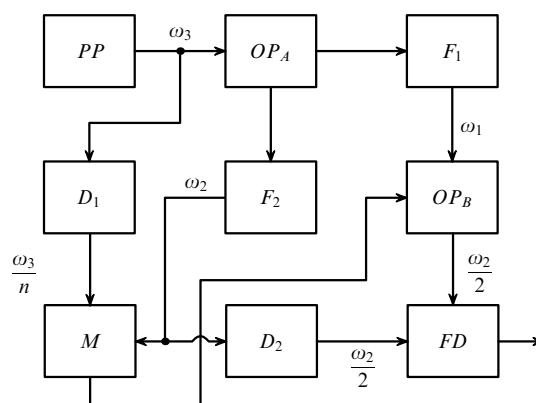


Рис. 9. Блок-схема генератора случайных чисел.

В настроенной схеме последовательность нулей и единиц представляет собой иррациональное двоичное число. Опорный сигнал фазового детектора FD создается делителем частоты D_2 . Фильтры F обеспечивают разделение частот сигналов ω_1 и ω_2 . Для повышения тактовой частоты возможно применение фазовой манипуляции напряжения накачки генератора OP_B [27].

6.2. Возможности применения в радиолокации

Интерференционные свойства квазипериодических радиосигналов можно использовать для формирования диаграмм направленности локационного приема, повы-

шения разрешающей способности при различении целей и борьбы с зеркальными помехами.

На рисунке 10 показана схема локации низколетящей цели C двухчастотным локатором интерферометрического типа. Передатчик S излучает два квазипериодических колебания с несоизмеримыми частотами Ω_1 и Ω_2 . После отражения от цели сигналы принимаются двухканальными приемниками локатора A и B . Из принятых сигналов в знаковых компараторах создаются синхронные N -последовательности $\{N_A\}$ и $\{N_B\}$. Результат их корреляции $M = \langle \{N_A\} \{N_B\} \rangle$ является выходным сигналом интерферометра. Подчеркнем, что каждый луч на рис. 10 содержит два колебания, периоды которых T_1 и T_2 несоизмеримы, поэтому два их амплитудных максимума (либо нуля) могут совместиться только в одной точке временной оси. Двухканальные узкополосные приемники A и B находятся на одинаковом расстоянии от передатчика S .

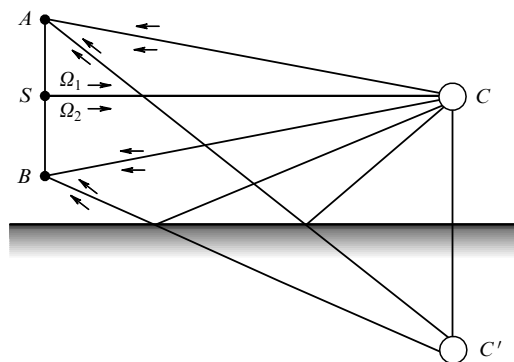


Рис. 10. Схема двухчастотной локации низколетящей цели.

Из рисунка 10 видно, что траектории эхо-сигналов (прямого и зеркального) всегда различны. Поэтому локатор видит только цель C , находящуюся на равносигнальном направлении, при котором в приемниках когерентные сигналы синфазны, и не видит зеркальное изображение цели C' , потому что оба сигнала, отраженных, например, от поверхности воды, приходят к приемникам с запаздыванием относительно "прямых" эхо-сигналов.

При малом угле места это запаздывание невелико и при использовании ШПС алгоритмического типа точные направления на цель и ее зеркальное отражение будут неразделимы, т.е. среднее направление на цель будет отклонено в сторону зеркального изображения. В случае квазипериодических радиосигналов с несоизмеримыми частотами можно рассчитывать на более высокую разрешающую способность, при которой цель и ее зеркальное отражение будут разделены.

Это можно обеспечить, используя периодическую модуляцию (прерывание излучения) непрерывно генерируемых зондирующих сигналов (соответственно, задержку и прерывание приема эхо-сигналов) и синхронное накопление равномерных реализаций хаотических N -последовательностей, т.е. когерентное сложение главных максимумов и некогерентное сложение случайно распределенных боковых лепестков.

При активной локации с задержкой на время τ в формулу интерференции входят функции корреляции $R_1(\tau)$ и $R_2(\tau)$ колебаний со средними частотами Ω_{1av} и

Ω_{2av} :

$$I_{\Sigma} = 4A^2 [1 + R_1(\tau) \cos(\Omega_{1av}\tau_1) + R_2(\tau) \cos(\Omega_{2av}\tau_2)], \quad (4)$$

где $R_{1,2}(\tau) = 1$ при $\tau = 0$ и спадают до нуля при неограниченном росте τ .

Зависимость интерференционного максимума от $R_{1,2}(\tau)$ показывает, что когерентность хаотических моделей при относительной задержке τ должна обеспечиваться стабильностью частот Ω_1 и Ω_2 . Это ограничивает предельную дальность радиолокации L половиной длины когерентности, равной $c\tau_0$, где c — скорость света, а τ_0 — время когерентности, при котором $R_{1,2}(\tau_0) = 0,5$ и которое можно положить одинаковым для частот Ω_1 и Ω_2 . При нестабильности частот генерации порядка 10^{-9} и $\tau_0 \approx 0,5$ с (это параметры нашей экспериментальной схемы) без учета других ограничений можно положить L порядка 10^8 км.

6.3. Применение в криптографии

Квазипериодические колебания открывают возможность "генерации" непрерывных ключевых потоков в симметричных пространственно разнесенных криптографических устройствах, с помощью которых шифруются и расшифровываются сообщения в целях их защиты от несанкционированного доступа. Как отмечалось в работе [39], "создание непрерывных генераторов когерентных ключевых потоков является лучшим, на что можно надеяться в развитии классической криптографии". Ключевые потоки, зашифрованные секретными ключами, могут обеспечить наибольшую практическую криптостойкость. Проблема формирования когерентных ключевых потоков решается в симметричных криптосистемах с помощью четырехлучевой интерференции квазипериодических колебаний.

Принцип "генерации" непрерывных ключевых потоков поясняет рис. 11. Два абонента симметричной криптосистемы A и B принимают от передатчика S с искусственного спутника Земли (службы единого времени) два непрерывных неперекрывающихся узкополосных сигнала с несоизмеримыми частотами ω_1 и ω_2 . Абоненты A и B имеют общую систему синхронизации выборок [41] и два контура автоподстройки фазы принимаемых сигналов.

Представленная на рис. 11 система передачи и приема с частотным разделением квазипериодических колебаний

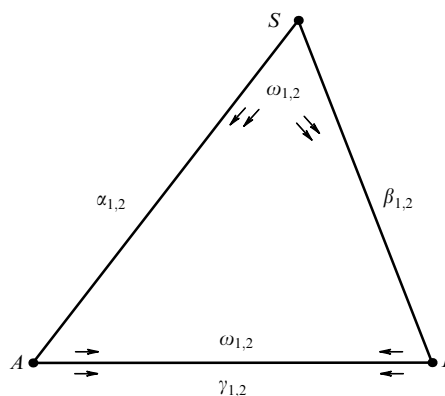


Рис. 11. Принцип генерации ключевых потоков в симметричной криптосистеме.

представляет собой двухканальный или четырехлучевой интерферометр. В общем случае он имеет непостоянную базу (расстояние между абонентами A и B) и неопределенное отклонение от равносигнального направления на передатчик S . Поэтому сигналы, принятые абонентами, имеют разные задержки: абонент A принимает сигналы, пропорциональные $\cos(\omega_1 t + \alpha_1)$ и $\cos(\omega_2 t + \alpha_2)$, а абонент B — сигналы, пропорциональные $\cos(\omega_1 t + \beta_1)$ и $\cos(\omega_2 t + \beta_2)$. Задержки сигналов с частотами ω_1 и ω_2 в контурах автоподстройки фазы у абонентов A и B одинаковы и равны $2\gamma_1$ и $2\gamma_2$ соответственно. Поскольку фазовая автоподстройка устраняет задержки $\alpha_{1,2}$ и $\beta_{1,2}$, абоненты A и B имеют синфазные сигналы, пропорциональные $\cos(\omega_1 t + 2\gamma_1)$ и $\cos(\omega_2 t + 2\gamma_2)$.

Знаковые корреляции сигналов и их синхронные выборки дают случайные когерентные битовые последовательности, которые после зашифровки секретными ключами можно использовать как рабочие ключи для потокового шифрования передаваемых сообщений. Задержки $2\gamma_1$ и $2\gamma_2$ являются скрытыми параметрами криптосистемы. Как показано в разделе 6.4, эта скрытность может быть применена для защиты секретных ключей.

Другим вариантом настройки системы является оптимальный выбор задержки между колебаниями каждой когерентной пары сигналов в приемниках интерферометра A и B по максимальной корреляции принятой и местной криптограмм зашифрованного ключевого потока. Это можно сделать по открытому каналу с применением, например, секретного алгоритмического ключа.

6.4. Моделирование квантовых корреляций

Использование дихотомных свойств колебаний невырожденного параметрического генератора рассматривалось в [42, 43] при моделировании квантовых корреляций типа ЭПР в варианте Боба (аббревиатура ЭПР связана с именами Эйнштейна, Подольского и Розена). Многочисленные оптические ЭПР-эксперименты положили, как известно, начало квантовой криптографии [44].

Поскольку сигналы невырожденного генератора представляют собой классический аналог квантовых дихотомных (двузначных) сигналов, применяемых в квантовой криптографии, экспериментальную схему, описанную в [45], можно принять в качестве ближайшего классического аналога квантовой криптосистемы, рассмотренной в [44].

Разработанная в [45] схема является прототипом симметричной волновой криптосистемы, в которой основные проблемы криптографии — передача и хранение ключа — решаются синхронным формированием непрерывных ключевых потоков у абонентов, связанных по открытым каналам связи. В такой криптосистеме абоненты сами генерируют радиосигналы с несоизмеримыми частотами и частично обмениваются ими для получения фазовых корреляций, когерентность которых определяется дихотомными свойствами фаз сигналов и использованием общего синхросигнала, передаваемого по открытому каналу связи, для синхронизации накачки и выборок знаковой корреляции.

Иначе говоря, обмениваясь регулярными непрерывными сигналами на несоизмеримых частотах, абоненты одновременно и скрытно получают когерентные ключевые потоки. Сами по себе гармонические сигналы,

передаваемые по открытым каналам связи, никакой информации не несут, но их синхронная знаковая корреляция порождает когерентный динамический хаос одновременно в удаленных друг от друга точках пространства. С одной стороны, это адекватно созданию непрерывных потоков информации, количество которой бесконечно, с другой — такой принцип передачи информации представляет собой классический аналог квантовой телепортации, описанной в [46].

Конечно, никакой таинственной телепортации здесь нет, а есть результат синхронных фазовых корреляций, когерентность которых обусловлена дихотомностью фаз интерферирующих колебаний, а случайность — несоизмеримостью их частот. Такая система также представляет собой интерферометр, в котором взаимодействуют четыре иррационально связанных колебания. Управление корреляцией в системе подробно рассмотрено в [42, 45].

Интерференционный максимум системы является функцией косинуса суммы двух параметров: α и β . Каждый из этих параметров определяется задержкой колебания, принятого соответствующим абонентом, относительно его опорной пары, генерируемой принимающим абонентом. Это позволяет компенсировать задержки передаваемых колебаний и тем самым управлять когерентностью ключевых потоков со стороны любого из абонентов: A или B .

Принцип работы криптосистемы поясняет рис. 12, на котором условно в безразмерном времени $\tau = \omega_3 t$ (относительно фазы общей накачки φ_3) показаны дрейфы фаз $\varphi_{1,2}$ и $\varphi'_{1,2}$ несоизмеримых частот $\omega_{1,2}$ и $\omega'_{1,2}$ параметрических генераторов PO_A и PO_B соответственно. Светлыми кружками отмечены траектории фаз скрытых опорных сигналов, стрелками — траектории фаз сигналов, которыми абоненты обмениваются по открытым каналам связи, темными квадратами — траектории фаз сигналов φ_1^* и φ_2^* , принятых абонентами с задержками α и β .

При синфазной накачке разности фаз близких частот (ω_i и ω'_i , $i = 1, 2$) разных генераторов образуют дихотомные случайные функции времени: $\Delta\varphi_1(t) = (\varphi_1 - \varphi'_1) = -\Delta\varphi_2(t) = (\varphi_2 - \varphi'_2)$. Поэтому синхронные выборки напряжения знаковой корреляции между колебаниями этих частот дают два когерентных битовых потока, имеющих δ -видные функции автокорреляции. На рисунке 12 этому случаю (когда задержки сигналов нет и $\alpha = \beta = 0$) соответствуют синхронные выборки, равные $\Delta\varphi_1(\tau_1)$ и $\Delta\varphi_2(\tau_1)$.

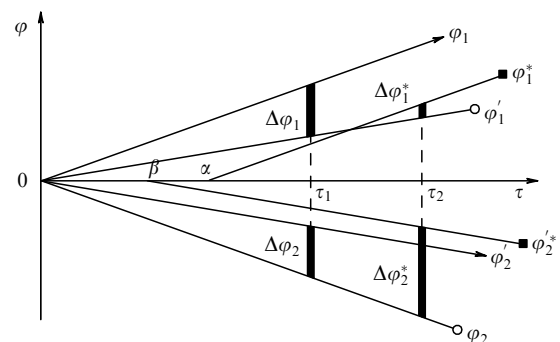


Рис. 12. Дрейфы фаз колебаний параметрических генераторов относительно фазы общей накачки.

На рисунке 12 показан также результат синхронных выборок корреляции между фазами опорных колебаний и фазами φ_1^* и φ_2^* принятых колебаний, сдвинутых на углы α и β в результате задержки при передаче от одного абонента к другому. Для наглядности результата момент выборки τ_2 сдвинут относительно момента выборки τ_1 . Из рисунка видно, что $\Delta\varphi_1^*(\tau) = \varphi_1^* - \varphi_1' \neq -\Delta\varphi_2^*(\tau) = \varphi_2 - \varphi_2'$, т.е. задержка колебаний разрушает когерентность ключевых потоков. Поэтому для управления корреляцией должна быть предусмотрена автоматическая компенсация фазовых сдвигов α и β .

К несоизмеримым частотам обычная система фазовой автоподстройки, естественно, не подходит, однако когерентность потоков можно аутентифицировать с помощью открытого канала связи и стандартных протоколов обмена, например проверкой на четность [44]. Скрытность управления когерентностью ключевых потоков может быть обеспечена алгоритмическими шифрами либо дополнительными ключевыми потоками, сформированными параллельно с дополнительной синхронной задержкой и, поэтому, некоррелированными с основными ключевыми потоками.

Таким образом, при обмене сигналами разных частот и синхронных выборках знаковой корреляции принятых и опорных колебаний абоненты A и B могут одновременно получать когерентные битовые потоки для шифрования и расшифровки сообщений. Заметим, что сравнивать неблизкие частоты в схеме нельзя, так как это может потребовать для их согласования несимметричного деления частоты, что приведет к нарушению дихотомности фаз сигналов.

Криптостойкость подобной классической криптосистемы обеспечивается скрытыми параметрами: каждый абонент передает другому абоненту только один из двух своих сигналов, а второй использует в качестве скрытого опорного параметра для сравнения с фазой сигнала, принятого от другого абонента. Скрытыми параметрами могут быть также частота и фаза накачки параметрических генераторов, задержка сигналов при их передаче, тактовая частота и, наконец, секретные ключи, которые могут использоваться для шифрования потоков в целях дополнительного повышения криптостойкости. Однако в любом из возможных вариантов схемы с двумя или с четырьмя несоизмеримыми частотами (см. раздел 6.3) основными скрытыми параметрами являются задержки между принимаемыми и опорными колебаниями.

Разработка любой криптосистемы подразумевает наличие третьего "абонента" C , называемого криптоаналитиком. Для определения скрытых частот можно использовать параметрические регенеративные и нерегенеративные усилители, работающие с известной накачкой, которую необходимо синхронизировать по фазе с накачкой параметрических генераторов абонентов A и B (при этом необходима дополнительная коррекция фаз). Кроме того, криптоаналитику C должны быть известны и остальные скрытые параметры криптосистемы. Несмотря на сложность задачи, которая определяет практическую криптостойкость системы, последнюю нельзя считать абсолютно надежной, как и любую другую классическую и даже квантовую систему.

Классические криптосистемы, естественно, не могут обладать той же реакцией на подслушивание, которой обладают квантовые криптосистемы, однако наличие

скрытых параметров может придать им подобное свойство в случае активного участия "абонента" C в фазовой автоподстройке системы. Это связано с тем, что при выборе сигнала для фазовой автоподстройки любая система является мажоритарной [41]. Поэтому абоненты A и B криптосистемы, показанной на рис. 11, сравнивая результаты передачи по секретному и открытому каналам, имеют возможность обнаружить потерю прямой синхронизации друг с другом при навязывании им фазы "абонента" C и тем самым установить факт подслушивания передачи информации.

7. Обсуждение экспериментальных результатов

1. Благодаря исследованиям гамильтоновых систем в 60-х годах была решена проблема магнитного удержания плазмы. Известно также множество других прикладных возможностей использования хаотической динамики гамильтоновых систем [1–3], но, очевидно, они еще далеко не исчерпаны.

Эксперименты показывают, что для моделирования движения с перемешиванием фаз достаточно лишь двух иррационально связанных колебаний, например квазипериодических колебаний невырожденного двухконтурного параметрического генератора, которые отличаются уникальными свойствами. Природа и свойства этих колебаний являются результатом нелинейного резонанса и реальности континуума иррациональных чисел. Иррационально связанные колебания могут обладать устойчивой несоизмеримостью частот и зеркальной симметрией фаз относительно фазы накачки. При этом они имеют высокую стабильность, спектрально разделяются и могут быть сделаны соразмерными, чтобы обеспечить равномерное перемешивание фаз и получение сплошного спектра.

Указанные свойства позволяют использовать в радиосвязи четырехлучевую интерференцию квазипериодических сигналов и тот факт, что при перекрытии резонансов их взаимодействие порождает хаотические колебания, интерферирующие с одним интерференционным максимумом, которым в отличие от шума можно управлять. Это возможно благодаря тому, что функции автокорреляции чисто периодических колебаний с несоизмеримыми частотами остаются чисто периодическими функциями несоизмеримых частот и приборного параметра — задержки.

2. В стационарном режиме генерации с непрерывной накачкой добротность параметрической системы настолько высока, что ее чувствительность к внешнему сигналу на несколько порядков меньше, чем к начальным условиям возбуждения, определяющим траектории движения. При узкополосной фильтрации и глубоком ограничении колебаний часть информации о динамике системы, естественно, стирается, но отношение и стабильность главных частот сохраняются. Это позволяет контролировать несоизмеримость частот по виду функции автокорреляции отображений, управлять интерференцией хаотических моделей и их когерентностью, наблюдать локальные резонансы регулярных аттракторов.

3. Иррационально связанные колебания интерферируют, как полностью некоррелированные процессы, в противном случае их частоты либо соизмеримы, либо

несоразмерны. Результатом их интерференции является управляемый случайный процесс с множественным стохастическим аттрактором, представленный множеством детерминированных фазовых траекторий (типа показанной на рис. 6в), чрезвычайно чувствительных к задержке между интерферирующими колебаниями, изменения которой приводят к детерминированным переходам с одного аттрактора на другой, возможным благодаря диффузии Арнольда.

4. При формировании хаоса относительная задержка квазипериодических колебаний эквивалентна изменению начальных условий динамики системы и проявляется в изменении корреляции хаотических моделей. В случае естественного динамического хаоса и непрерывности фазового пространства, не допускающего задания одинаковых начальных условий, траектории движения неповторимы. В случае моделирования хаоса в разнесенных точках приема образующих радиосигналов полная корреляция моделей — это реальность, обусловленная четырехлучевой интерференцией квазипериодических колебаний.

Более того, корреляция моделей обладает долговременной устойчивостью при условии, что интерферирующие сигналы и выборки их знаковой корреляции синхронны. При этих условиях наблюдается результат синхронных отображений одинаковых процессов, в которых диффузия фазы также происходит синхронно и траектории движения не успевают разбежаться.

5. Можно ожидать влияния флуктуаций опорных напряжений при ограничении. Действительно, такие случайные помехи существуют и приводят к выравниванию вероятностей совпадений и несовпадений фаз в фазовых компараторах. В экспериментальной схеме, показанной на рис. 5, связанное с этим отклонение корреляции моделей от 100 % составляло около 5 % (см. рис. 8). При использовании параметрических квантователей фазы в качестве знаковых корреляторов погрешности составляют доли процента. В отсутствие возмущений вероятность погрешностей должна стремиться к нулю, поскольку каждая траектория определена единственной парой начальных параметров из бесконечного фазового пространства.

6. В наших экспериментах непрерывное наблюдение устойчивого динамического хаоса ограничивалось последовательностями порядка 10^8 бит при фиксированной частоте выборок, варьируемой в диапазоне от 10^{-1} до 3×10^4 Гц. Длительность наблюдения можно было бы увеличить, но на временах, превышающих время когерентности фазы накачки, это все равно не дает ответа на поставленный в [3] вопрос о том, насколько "силен" такой детерминированный хаос. Однако с интерференционной точки зрения ответ прост: настолько, насколько устойчива иррациональная связь частот.

В случае гамильтоновых систем с нерезонансными торами долговременная устойчивость движения доказана теорией КАМ. В эксперименте устойчивая генерация квазипериодических колебаний обеспечивается на уровне предельных циклов параметрического генератора, где естественная нестабильность частот не превышает 10^{-9} (см. раздел 3.4) и наблюдается в достаточно широкой полосе частот накачки (около 1 %).

7. Невырожденный двухконтурный параметрический генератор в некотором диапазоне перестройки частоты накачки (порядка 1 %) проявляет свойства диссипатив-

ной системы с двумя иррациональными и одним рациональными торами, что согласуется с теорией Рюэля–Такенса, и только в узком интервале перестройки частоты накачки (порядка 0,1 %) проявляет свойства консервативной системы с тремя устойчивыми иррациональными торами. Эти свойства экспериментально оправдывают классификацию такой системы как условно-консервативной [3]. Вместе с тем для осуществления рассмотренных радиофизических приложений достаточно двух иррационально связанных частот.

8. Из общего явления интерференции волн следует, что формирование управляемых N -последовательностей можно реализовать во всех классических системах акустического, радио- и СВЧ-диапазонов, т.е. там, где возможна не только генерация колебаний с несоизмеримыми частотами, но и их получение с помощью преобразования частот. Рассмотренные приложения формально сводятся к удвоению сигнальных каналов известных радиосистем.

8. Заключение

Интерференция колебаний с несоизмеримыми частотами является частным случаем общего явления интерференции волн. Ее свойства были неявно обозначены в работах Харальда Бора (1887–1951), который опубликовал в 1932 г. курс лекций по теории почти периодических функций. В русском переводе этой небольшой монографии [19] приведен пример, в котором предопределена возможность управления интерференцией чисто периодических функций с несоизмеримыми частотами. Поэтому представляется удобным называть схему двухканальной четырехлучевой интерференции колебаний с несоизмеримыми частотами интерферометром Бора.

Представленные в списке литературы работы составляют лишь небольшую часть публикаций по затронутой проблеме, хотя многие из них, например [1–3, 10, 26], имеют обзорный характер, т.е. содержат практически все основные результаты исследований по хаотической динамике гамильтоновых систем, а также обширную библиографию по смежным вопросам и странным аттракторам [47]. К итогам этого огромного труда математиков и физиков можно добавить уверенность в том, что квазипериодические сигналы представляют собой перспективную основу для создания интерференционных многоканальных систем связи. Не исключена возможность использования квазипериодических сигналов природой в биологических системах, однако проверка этого предположения является нетривиальной задачей.

Авторы считают своим долгом почтить память Давида Николаевича Клышко, предложившего исследовать корреляционные свойства квазипериодических колебаний невырожденных параметрических генераторов.

Авторы глубоко благодарны В.Ф. Марченко и И.Т. Трофименко за полезные обсуждения и квалифицированную помощь в проведении эксперимента, А.А. Руденко за программное обеспечение обработки экспериментальных результатов, Л.Ф. Комоловой за активное участие в оформлении рукописи, А.П. Крыловой за библиографический поиск и М.А. Знаменской за предоставленную литературу.

Список литературы

1. Лихтенберг А, Либман М *Регулярная и стохастическая динамика* (М.: Мир, 1984)
2. Заславский Г М *Стохастичность динамических систем* (М.: Наука, 1984)
3. Шустер Г Г *Детерминированный хаос: Введение* (М.: Мир, 1988)
4. Дмитриев А С и др., Препринт ИРЭ РАН № 1 (615) (М.: ИРЭ РАН, 1997)
5. Хаслер М *Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники* (11) 33 (1998)
6. Паркер Т С, Чжуа Л О *ТИИЭР* 75 (8) 6 (1987)
7. Харкевич А А *Спектры и анализ* (М.-Л.: ГТТИ, 1952)
8. Каплан А Е, Кравцов Ю А, Рылов В А *Параметрические генераторы и делители частоты* (М.: Сов. радио, 1966)
9. Крылов Н С *Работы по обоснованию статистической физики* (М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1950)
10. Заславский Г М, Чириков Б В *УФН* 105 3 (1971)
11. Колмогоров А Н *ДАН СССР* 98 527 (1954)
12. Арнольд В И *УМН* 18 13 (1963)
13. Мозе Ю *Лекции о гамильтоновых системах* (М.: Мир, 1973)
14. Пуанкаре А *Избранные труды* Т. 1, 2 *Новые методы небесной механики* (М.: Наука, 1971–1972)
15. Чириков Б В *Природа* (7) 15 (1982)
16. Анищенко В С *Сложные колебания в простых системах* (М.: Наука, 1990)
17. Варакин Л Е *Системы связи с шумоподобными сигналами* (М.: Радио и связь, 1985)
18. Хинчин А Я *Цепные дроби* 4-е изд. (М.: Наука, 1978)
19. Бор Г *Почти-периодические функции* (Современная математика, Кн. 3) (М.-Л.: ГТТИ, 1934)
20. Левитан Б М *Почти-периодические функции* (М.: ГИТТЛ, 1953)
21. Лидоу Д *Геометрия и искусство* (М.: Мир, 1979)
22. Воробьев Н Н *Числа Фибоначчи* (Популярные лекции по математике, Вып. 6) 3-е изд. (М.: Наука, 1969)
23. Харкевич А А *Очерки общей теории связи* (М.: ГТТИ, 1955)
24. Левин Б Р *Теоретические основы статистической радиотехники* Кн. 1 (М.: Сов. радио, 1966)
25. Николис Г, Пригожин И *Познание сложного: Введение* (М.: Мир, 1990)
26. Арнольд В И, Авец А *Эргодические проблемы классической механики* (Ижевск: Ред. журн. "Регулярная и хаотическая динамика", 1999)
27. Комолов В П, Трофименко И Т *Квантование фазы при обнаружении радиосигналов* (М.: Сов. радио, 1976)
28. Мандельштам Л И *Полное собрание трудов* Т. 2 (М.: Изд-во АН СССР, 1947)
29. Комолов В П и др. *Параметроны в цифровых устройствах* (Сер. "Библиотека по автоматике", Вып. 275) (М.: Энергия, 1968)
30. Неймарк Ю И, Ланда П С *Стохастические и хаотические колебания* (М.: Наука, 1987)
31. Дмитриев А С, Кислов В Я *Стохастические колебания в радиофизике и электронике* (М.: Наука, 1989)
32. Биркгоф Дж Д *Динамические системы* (М.-Л.: ГТТИ, 1941)
33. Ахманов С А, Романюк А К, Струков М М *Изв. вузов. Радиофизика* 4 179 (1961)
34. Шило В Л *Популярные цифровые микросхемы* (Сер. "Массовая радиобиблиотека", 1111) 2-е изд. (Челябинск: Металлургия, 1989)
35. Пригожин И, Стенгерс И *Время, хаос, квант: К решению парадокса времени* (М.: Прогресс, 1994)
36. Ландсберг Г С *Оптика* 5-е изд. (М.: Наука 1976)
37. Трофименко И Т, Лебедева Е В, Седлецкая Н С *Практикум по радиоэлектронике* (Ред. А П Сухоруков) (М.: Изд-во МГУ, 1997)
38. Кислов В Я, Кислов В В *Радиотехн. и электрон.* 42 962 (1997)
39. Месси Д Л *ТИИЭР* 76 (5) 24 (1988)
40. Евдокимов Н В, Комолов В П, Комолов П В, Патент RU 2122232 C1 (1998)
41. Мартынов Е М *Синхронизация в системах передачи дискретных сообщений* (М.: Связь, 1972)
42. Евдокимов Н В и др. *УФН* 166 91 (1996)
43. Евдокимов Н В, Комолов В П, Кулик С П *Физическое образование в вузах* 3 (3) 85 (1998)
44. Беннет Ч Г, Брассар Ж, Экерт А К *В мире науки* (11) 130 (1992)
45. Евдокимов Н В и др., Патент RU 2117402 C1 (1998)
46. Кадомцев Б Б *Динамика и информация* (М.: Ред. журн. "Успехи физических наук", 1997)
47. Ланда П С *Нелинейные колебания и волны* (М.: Наука. Физматлит, 1997)

Dynamic chaos interference in Hamiltonian systems: experiment and potential radiophysics applications

N.V. Evdokimov

New Information Systems and Technologies, Ltd.
 Oktyabr'skaya ul. 7/10, 127018 Moscow, Russian Federation
 Tel. (7-095) 207-88 02
 E-mail: ne@nisl.fss.ru

V.P. Komolov

M.V. Lomonosov Moscow State University, Physics Department
 Vorob'evy gory, 119899 Moscow, Russian Federation
 Tel. (7-095) 939-11 34

P.V. Komolov

New Information Systems and Technologies, Ltd.
 Oktyabr'skaya ul. 7/10, 127018 Moscow, Russian Federation
 Tel. (7-095) 207-62 26
 E-mail: pol@nisl.fss.ru

The sign correlation of quasi-periodic radio-oscillations with close incommensurate frequencies forms dynamic chaos which interferes as a noise with one interference maximum and can be controlled by forming-oscillations delay. This property can be used in multi-channel information transfer systems to form sharp location diagrams and to obtain continuous coherent key flows in symmetrical cryptographic systems. Known results on the generation and properties of incommensurate frequencies are reviewed and some new experiments are described.

PACS numbers: 0.3.67.Dd, 05.45.Gg, 05.45.Vx, 84.40.Xb

Bibliography — 47 references

Received 6 September 2000, revised 15 May 2001