

Рис. 2. Зависимость эффективной температуры электронов и дырок в кооперативном состоянии от концентрации.

бинации этой перегретой части $e-h$ подсистемы (1,451 эВ) смещен в коротковолновую область спектра на 15–18 мэВ относительно центра линии обычного спонтанного излучения.

Спариванию электронов и дырок в кооперативном состоянии способствует не только наличие общего электромагнитного поля и обмен фотонами, создающими и уничтожающими электроны и дырки парами, обладающими равными по амплитуде и противоположно направленными импульсами. Этому способствует также наличие электрического поля в $p-n$ переходе лазерной структуры, приводящее к электронному и дырочному токам, при которых электроны и дырки имеют противоположно направленные импульсы.

Таким образом, впервые наблюдалось сверхизлучение электронов и дырок в объемном полупроводнике при комнатной температуре. Когерентное взаимодействие оптического поля с $e-h$ системой сопровождалось осцилляциями с частотой более 1 ТГц с изменением знака амплитуды поля. Режим сверхизлучения в полупроводнике сопровождался образованием кооперативного $e-h$ состояния (области макроскопической поляризации). Время жизни этого кооперативного состояния составляет менее 1 пс. При этом когерентность взаимодействия электромагнитного поля с $e-h$ системой сохраняется на временах, много больших времени T_2 . Это может быть обусловлено спариванием электронов и дырок, находящихся в кооперативном состоянии, их конденсацией и образованием состояния, аналогичного БКШ состоянию куперовских пар в сверхпроводниках. В этом случае рассеяние пар друг на друге не ведет к потере когерентности.

Список литературы

1. Аллен Л, Эберли Дж *Оптический резонанс и двухуровневые атомы* (М.: Мир, 1978)
2. Васильев П П *Квантовая электроника* **21** 585 (1994)
3. Васильев П П *Квантовая электроника* **24** 885 (1997)
4. Васильев П П *Квантовая электроника* **29** 4 (1999)
5. Келдыш Л В, Козлов А Н *ЖЭТФ* **54** 978 (1968)
6. Griffin A, Snoke D W, Stringari S (Eds) *Bose – Einstein Condensation* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1995)
7. Iida T, Hasegawa Y, Higashimura H, Aihara M *Phys. Rev. B* **47** 9328 (1993)

8. Smith L M, Wolfe J P *Phys. Rev. B* **51** 7521 (1995)
9. Jeffries C D, Keldysh L V (Eds) *Electron–Hole Droplets in Semiconductors* (Amsterdam: North-Holland, 1983)
10. Kalt H et al. *Phys. Rev. B* **42** 7058 (1990)

PACS numbers: 03.75.Fi, 05.30.Jp, **74.40. + k**

Бозе-конденсаты с точки зрения лазерной физики

А.Н. Ораевский

1. Когерентность бозе-конденсатов и условие инверсии

Бозе-конденсат давно находится в сфере повышенного интереса исследователей. Он прежде всего притягивал их внимание в связи с проблемами сверхпроводимости и сверхтекучести [1, 2]. Когерентное состояние электромагнитного поля с определенной частотой и пространственной конфигурацией, генерируемое лазером, также может рассматриваться как бозе-конденсат фотонов. Сравнительно недавно возникла новая волна интереса к исследованию бозе-конденсата в связи с проведением успешных экспериментов по охлаждению атомов до рекордно низких температур порядка 10^{-7} К [3–5]. При таких температурах удается получать бозе-конденсат атомов при небольших их концентрациях и наблюдать интерференцию двух ансамблей бозе-конденсатов атомов, захваченных в ловушку [6]. Интерес к бозе-конденсату атомов прежде всего общефизический. В состоянии бозе-конденсата отчетливо проявляется волновая природа материи, и ансамбль достаточно большого числа частиц ведет себя как классическое поле, имеющее амплитуду и фазу.

Бозе-конденсат частиц всегда *a priori* считался когерентным состоянием материи. При этом молчаливо предполагалось, что выпадение частиц в бозе-конденсат автоматически формирует это когерентное состояние. Но исследователю с менталитетом лазерного физика трудно принять это утверждение бездоказательно. Ведь, например, в "недовозбужденном" лазере возможно накопление фотонов в одной моде резонатора за счет спонтанных переходов, но такое состояние электромагнитного поля не будет когерентным. Когерентное состояние электромагнитного поля (фотонов) рождается в лазере за счет индуцированных переходов при выполнении условия самовозбуждения.

Лазер. Согласно условию самовозбуждения, испускание электромагнитной энергии активной средой лазера должно превосходить ее потери, связанные с возможным ее поглощением и рассеянием внутри лазера и выходом излучения за его пределы для последующего использования. В рамках двухуровневой модели активной среды лазера это условие имеет вид

$$\frac{N_2}{g_2} - \frac{N_1}{g_1} > \Delta N_{th}, \quad (1)$$

где ΔN_{th} — пороговое значение разности населенностей, зависящее от суммарных потерь электромагнитного излучения внутри лазера и прозрачности выходного зеркала. Ясно, что выполнение аналогичных условий необходимо и для получения когерентного состояния любых бозе-частиц. Условие (1) является достаточным

для возбуждения лазера. Необходимым условием является неравенство

$$\frac{N_2}{g_2} > \frac{N_1}{g_1}, \quad (2)$$

называемое "условием инверсной населенности".

Для межзонных переходов в полупроводниковом лазере, условие, эквивалентное неравенству (2), имеет вид [9]

$$\mu_e - \mu_h > \hbar\omega, \quad (3)$$

где $\mu_{e,h}$ — химические потенциалы электронов и дырок соответственно, $\hbar\omega$ — энергия испускаемого фотона. Неравенство (3) указывает на то, что состояния электронов и дырок должны быть вырождены, т.е. их концентрации должны быть значительными.

Бозе-конденсат атомов. Рассмотрим процесс выпадения бозе-конденсата с точки зрения формирования когерентного состояния. Соотношение, эквивалентное условию инверсии в лазере, должно вытекать из требования, чтобы процесс формирования бозе-конденсата под действием самого конденсата (индуцированное рождение когерентных частиц) должен превосходить по скорости процесс распада конденсата. Результатом является соотношение

$$n(\varepsilon) > \left[\exp\left(\frac{\varepsilon}{kT}\right) - 1 \right]^{-1}. \quad (4)$$

Правая часть неравенства (4) есть не что иное, как равновесная функция распределения частиц вне бозе-конденсата. Значит, даже небольшое нарушение равновесного распределения в сторону увеличения числа частиц с какой-либо конкретной энергией ε ведет к возникновению состояния, которое, используя лазерную терминологию, можно назвать инверсным. Условие (4) значительно мягче условия (3), так как бозе-конденсат рождается с нулевой энергией. Теперь становится понятной его когерентность: как только за счет флуктуаций какие-либо частицы покидают бозе-конденсат, он тут же восстанавливается за счет индуцированных, т.е. когерентных, переходов.

Сверхпроводящий бозе-конденсат. Взаимодействие электронов, приводящее к их спариванию, наиболее эффективно для электронов, энергия которых близка к энергии Ферми [1, 13–15], которой в пространстве импульсов соответствует поверхность (поверхность Ферми). В глубь от поверхности Ферми эффективность взаимодействия спадает, так что эффективное число взаимодействующих электронов заметно меньше их полного числа. Поэтому энергетическую схему сверхпроводника можно представить следующим образом (рис. 1). Сверхпроводящий конденсат куперовских пар N лежит на подушке неспаренных электронов m . За счет взаимодействия с каким-либо агентом (прежде всего с фононами) куперовские пары могут распасться. В результате образуются неспаренные квазичастицы n , которые в энергетическом пространстве отделены от конденсата куперовских пар энергетической сверхпроводящей щелью Δ . Ориентируясь на эту схему и предполагая, что подсистема свободных квазичастиц в сверхпроводнике квазиравновесна, условие "инверсной населенности" можно представить в форме:

$$\mu > 0. \quad (5)$$

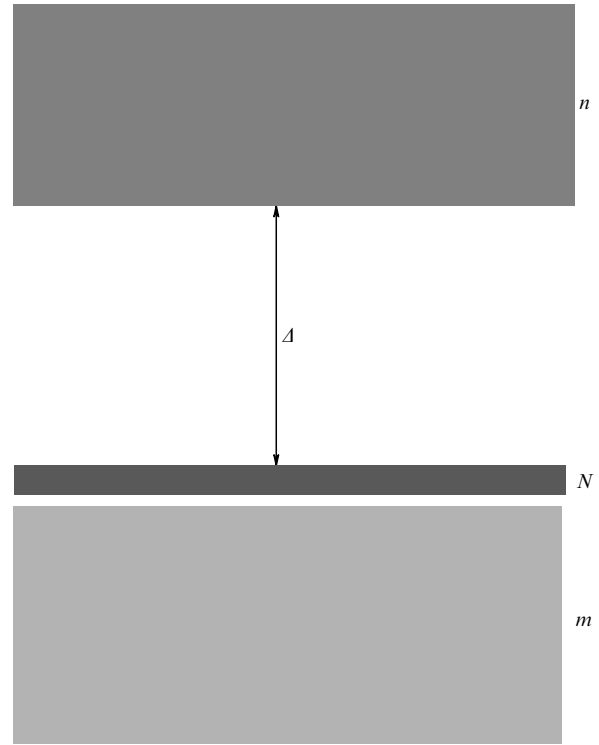


Рис. 1. Энергетическая схема сверхпроводника. N — конденсат куперовских пар; m — неспаренные электроны ниже уровня Ферми; n — свободные квазичастицы.

Поскольку условию равновесия между конденсатом куперовских пар и ансамблем квазичастиц соответствует нулевое значение химического потенциала последних, то сколь угодно слабое нарушение равновесия в пользу квазичастиц приводит к условию "инверсии". Сравним условие (5) с аналогичным условием (3) для лазера. Условие (3) является намного более жестким: малое нарушение термодинамически равновесного распределения не приводит к условию инверсии в лазерах. Дело в том, что генерируемые лазером фотоны уносят с собой значительную энергию, запасенную в активной среде, в то время как конденсат куперовских пар, равно как и бозе-конденсат атомов, рождается с нулевой энергией.

Теперь перейдем к описанию динамики бозе-конденсатов.

2. Динамические уравнения лазера

Для описания динамики лазеров широко применяется следующая система уравнений [11, 12]

$$\frac{dA}{dt} + [\gamma_c + i(\omega_c - \omega)]A = i2\pi\omega B, \quad (6a)$$

$$\frac{dB}{dt} + \left[\frac{1}{\tau_2} + i(\omega_0 - \omega_c) \right] B = -i \frac{|\mu|^2}{\hbar} NA, \quad (6б)$$

$$\frac{dN}{dt} + \frac{1}{\tau_1} N = J + \frac{i}{2\hbar} (AB^* - A^*B), \quad (6в)$$

где A — амплитуда поля в резонаторе, B — амплитуда поляризации, $N = N_2/g_2 - N_1/g_1$, γ_c^{-1} , τ_1 и τ_2 — времена релаксации динамических величин A , N и B соответственно.

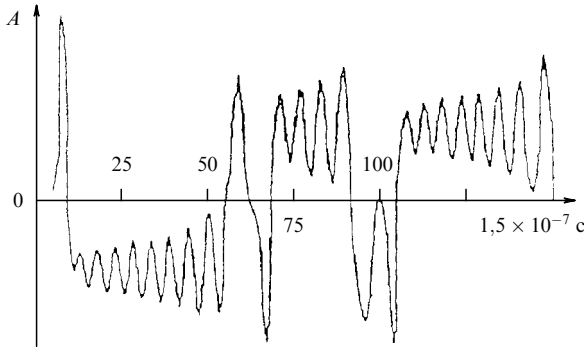


Рис. 2. Изменение амплитуды поля лазера во времени в режиме хаотических пульсаций (расчет) [13]. Величины отложены по осям в относительных единицах.

С помощью системы уравнений (6) и ее модификаций были интерпретированы, предсказаны и проанализированы различные динамические режимы в лазерах. Наиболее примечательным из них является режим непериодических пульсаций (динамического хаоса, рис. 2), впервые обнаруженного авторами работ [13]. Впоследствии эти теоретические предсказания были подтверждены экспериментально [14].

3. Система уравнений для бозе-конденсата атомов

Для описания динамики бозе-конденсата атомов многими авторами используется уравнение [1]:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}, t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\mathbf{r}, t) + U|\psi(\mathbf{r}, t)|^2 \right] \psi(\mathbf{r}, t), \quad (7)$$

где $V(\mathbf{r}, t)$ — энергия взаимодействия конденсата с внешним полем, например, с полями ловушки, в которой удерживаются атомы. U определяется энергией парного взаимодействия частиц между собой: $U = 4\pi\hbar^2 a/m$, a — длина рассеяния. По своему смыслу динамическая переменная $\psi(\mathbf{r}, t)$ — волновая функция подсистемы атомов, "выпавших" в бозе-конденсат. В пределе достаточно большого числа атомов в конденсате она рассматривается как классическая величина и носит название параметра порядка.

В рамках уравнения (7) динамика частиц, находящихся вне бозе-конденсата (некогерентных частиц), остается "за кадром". Однако динамика некогерентных частиц становится принципиально важной при наличии притока атомов в ловушку и ухода их из нее, а также при возмущениях полей в ловушке, нарушающих равновесное распределение частиц. Другими словами, необходима динамическая связь уравнения (7) с уравнением для атомов, находящихся вне бозе-конденсата. Для объединения в единую динамическую систему бозе-конденсата и некогерентных частиц была предложена система уравнений [8]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}, t) + \frac{i}{\hbar} \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\mathbf{r}, t) + \right. \\ \left. + U \left[|\psi(\mathbf{r}, t)|^2 + N(\mathbf{r}, t) \right] \right\} \psi(\mathbf{r}, t) = \\ = \frac{1}{2} S^{(R)}(\mathbf{r}, t) \psi(\mathbf{r}, t) + \eta(\mathbf{r}, t), \end{aligned} \quad (8a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} n_p(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} n_p(\mathbf{r}, t) \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{p}} - \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} n_p(\mathbf{r}, t) \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{r}} = \\ = -S_p^{(R)}(\mathbf{r}, t) + S_p^{(C)}(\mathbf{r}, t) + Q_{in}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) - Q_{out}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t), \end{aligned} \quad (8b)$$

где $N(\mathbf{r}, t) = \int n(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) d^3p / (2\pi\hbar)^3$ — плотность некогерентных квазичастиц [15], а $n_p(\mathbf{r}, t)$ — их распределение по импульсам. $S_p^{(R)}$ и $S^{(R)} = \int S_p^{(R)} d^3p / (2\pi\hbar)^3$ — рекомбинационные интегралы, описывающие динамический обмен между подсистемами когерентных и некогерентных частиц, $\eta(\mathbf{r}, t)$ — случайная ланжевеновская сила, обусловленная спонтанными переходами.

На основе системы уравнений (8) может быть написана динамическая система уравнений так называемого атомного лазера, т.е. источника пучка когерентных атомов, выходящих из ловушки [8]. Можно показать, что при вполне оправданных упрощающих предположениях система уравнений для атомного лазера может быть сведена к виду [16]:

$$\frac{dA}{dt} = [\sigma_0(N - N_0) - \gamma]A, \quad (9a)$$

$$\frac{dN}{dt} = -2\sigma_0(N - N_0)A^2 - \nu N + Q, \quad (9b)$$

где A — модуль параметра порядка, усредненный по объему ловушки, N — средняя, а N_0 — критическая плотность некогерентных частиц. σ_0 — константа взаимодействия некогерентных частиц и бозе-конденсата, γ и ν — коэффициенты затухания, связанные с выходом когерентных и некогерентных частиц из ловушки.

Система уравнений (9) "атомного лазера" изоморфна системе уравнений для лазера с широкой линией усиления [12]. Поэтому к "атомному лазеру" полностью применима теория релаксационных пульсаций лазеров [12, 17]. В частности, при модуляции амплитуды радиочастотного поля в ловушке можно возбудить глубокие пульсации параметра порядка атомов, что выразится в появлении пучка когерентных атомов вне ловушки в виде периодически повторяющихся сгустков. Можно довести "атомный лазер" и до режима динамического хаоса, как это было сделано в свое время с CO_2 -лазером [18]. В этом случае следование сгустков атомов теряет периодичность во времени. Экспериментальное изучение динамического хаоса в атомной ловушке представляет собой очень интересную задачу. Весьма интересно было бы наблюдать, как хаотические пульсации параметра порядка внутри ловушки скажутся на его пространственной конфигурации.

В заключение заметим, что в рамках системы уравнений (8) можно описать не только динамику сформированного бозе-конденсата, но и процесс его формирования при охлаждении атомов в ловушке.

4. Динамическая система уравнений для сверхпроводника

Воспользовавшись моделью, представленной на рис. 1, и законом сохранения числа частиц, можно написать уравнения, объединяющие в единую динамическую систему параметр порядка, свободные квазичастицы и фононы [19]. Уравнение для комплексного параметра

порядка имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} - \frac{1}{\tau_m} \left(1 - 2 \frac{n(\mathbf{r}, t)}{N_s} - 4 \frac{|\Psi(\mathbf{r}, t)|^2}{N_s} \right) \Psi(\mathbf{r}, t) + \\ + D \left(\nabla - i \frac{2e}{\hbar c} \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) \right)^2 \Psi(\mathbf{r}, t) = \\ = \frac{1}{2} S^{(R)} \Psi(\mathbf{r}, t) + \Xi(r, t), \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} S^{(R)}(\mathbf{r}, t) = \iint W(\mathbf{p}, \mathbf{p}') [n_p n_{p'} (M_{p-p'} + 1) - \\ - (1 - n_p)(1 - n_{p'}) M_{p-p'}] d^3 p' d^3 p, \end{aligned} \quad (11)$$

$n(\mathbf{r}, t) = \int n_p(\mathbf{r}, t) d^3 p / (2\pi\hbar)^3$, $N_s/2$ — плотность сверхпроводящих электронов при абсолютном нуле, τ_m — временной параметр, определяемый взаимодействием между электронами, $\Xi(r, t)$ — случайная ланжевеновская сила, обусловленная спонтанными переходами.

Спектральная плотность свободных квазичастиц $n_p(\mathbf{r}, t)$ удовлетворяет кинетическому уравнению [20]

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} n_p(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} n_p(\mathbf{r}, t) \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{p}} - \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} n_p(\mathbf{r}, t) \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{r}} = \\ = -S_p^{(C)}(\mathbf{r}, t) - S_p^{(R)}(\mathbf{r}, t). \end{aligned} \quad (12)$$

Энергия квазичастиц в этом уравнении определяется известным соотношением БКШ. $S_p^{(C)}$ — интеграл соударений, а $S_p^{(R)}$ — рекомбинационный интеграл, описывающий переходы между подсистемами n и $(N+m)$ (см. рис. 1) [20]. В рекомбинационные интегралы, наряду с концентрацией свободных квазичастиц, входит концентрация фононов M_q . Если концентрация фононов неравновесна, то для нее также требуется динамическое уравнение. Часто его пишут в простой форме [20]:

$$\frac{\partial M_q}{\partial t} = -\frac{1}{\tau_q} (M_q - M_{q0}) + S_q^{(R)} + S_q^{(C)} + Q_q. \quad (13)$$

Первый член в правой части этого уравнения описывает уход фононов из сверхпроводящего образца в подложку, второй описывает рождение фононов при рекомбинации свободных квазичастиц, третий обязан рассеянию квазичастиц, четвертый описывает возбуждение фононов внешним источником. M_{q0} — равновесная концентрация фононов при заданной температуре.

При необходимости можно написать рекомбинационный интеграл, в котором вместо фононов (или наряду с ними) будут фигурировать фотоны. Очевидно, что необходимо к системе уравнений (10), (12), (13) присоединить и уравнения Максвелла, которые будут связаны с ней сверхпроводящим током [1] и плотностью фотонов, если таковые воздействуют на образец сверхпроводника.

В итоге получается развитая динамическая система с многомерным фазовым пространством. Поэтому в сверхпроводнике возможно многообразие динамических режимов, интересных как с теоретической, так и с практической точек зрения.

5. Заключительные замечания

Подчеркнем еще раз, что в формировании когерентного бозе-конденсата любой природы решающую роль играют индуцированные переходы. Нам представляется, что они являются универсальным механизмом, приводящим к спонтанному нарушению симметрии в Природе. Для этого нужны условия, при которых индуцированный процесс создания какого-либо объекта с характерным признаком превосходит процесс его распада. По-видимому, индуцированные процессы сыграли решающую роль при формировании нашей Вселенной с симметрией, нарушенной в пользу электронов и протонов. Аналогичное предположение можно высказать и в отношении возникновения жизни с левой хиральностью белковых молекул. Такие предположения обсуждались в литературе.

Уже порядка 20 лет в литературе обсуждаются процессы самоорганизации, происходящие в нелинейных системах. Был придуман специальный термин, объединяющий в единую область разнообразных процессов самоорганизации — синергетика. Но это объединение процессов по внешнему признаку. На наш взгляд, механизмом, объединяющим процессы самоорганизации, являются индуцированные переходы.

Список литературы

1. Лифшиц Е М, Питаевский Л П *Статистическая физика* Ч. 2 (М.: Наука, 1978)
2. Гинзбург В Л *УФН* **167** 429 (1997)
3. Anderson M H et al. *Science* **269** 198 (1995)
4. Bradley C C et al. *Phys. Rev. Lett.* **75** 1687 (1995)
5. Davis K V et al. *Phys. Rev. Lett.* **75** 3969 (1995)
6. Rohrl A et al. *Phys. Rev. Lett.* **78** 4143 (1997)
7. Басов Н Г, Крохин О Н, Попов Ю М *ЖЭТФ* **40** 1879 (1961)
8. Ораевский А Н *Квант. электрон.* **24** 1127 (1997); Лифшиц Е М, Питаевский Л П *Физическая кинетика* (М.: Наука, 1979)
9. Вайскопф В *УФН* **140** (1) 117 (1983)
10. Ораевский А Н *ЖЭТФ* **89** 608 (1985)
11. Ораевский А Н *Молекулярные генераторы* (М.: Наука, 1964)
12. Ханнин Я И *Динамика квантовых генераторов* (М.: Советское радио, 1975); Khanin Ya I (Ed.) *Principles of Laser Dynamics* (Amsterdam: Elsevier, 1995)
13. Грасюк А З, Ораевский А Н *Радиотехника и электроника* **9** 524 (1964); Grasiuk A Z, Oraevsky A N, in *Proc. of the 4th Intern. Congress on Microwave Tubes, Sheveningen, Holland, 3-7 September 1962* (Eindhoven: Centrex Publ. Co., 1963) p. 446
14. Weiss C O, Abraham N B, Hubner U *Phys. Rev. Lett.* **61** 1587 (1988)
15. Боголюбов Н Н *Вестник МГУ* (7) 43 (1947); *J. Phys.* **9** 23 (1947)
16. Ораевский А Н *Квант. электрон.* (в печати)
17. Беленов Э М, Морозов В Н, Ораевский А Н *Тр. ФИАН* **52** 237 (1970)
18. Arecchi F T et al. *Phys. Rev. Lett.* **49** 1217 (1982)
19. Ораевский А Н *ЖЭТФ* **103** 981 (1993)
20. Елесин В Ф, Копаев Ю В *УФН* **133** (2) 259 (1981)