

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Современное состояние проблемы Кондо

Ю.Н. Овчинников, А.М. Дюгаев

*Показано, что при нулевой температуре магнитное поле  $\mu H \gg T_k$  не выводит систему из состояния сильной связи в область слабой связи. В результате средний спин примеси приближается к своему насыщенному значению степенным образом по малому параметру  $(2T_k/\mu H)^2$ . Исследование высокотемпературного разложения свободной энергии показывает, что в проблеме Кондо существуют минимум два энергетических масштаба, разнесенных по константе связи, а гамильтониан проблемы Кондо перенормируем.*

PACS numbers: 72.10.Fk, 72.15.Qm, 75.20.Hr

Содержание

1. Введение (565).
  2. Зависимость среднего спина  $\langle S_z \rangle$  примесного электрона от магнитного поля при нулевой температуре (566).
  3. Два энергетических масштаба и нарушение перенормируемости в проблеме Кондо (568).
  4. Заключение (568).
  5. Приложение (569).
- Список литературы (570).

1. Введение

В 1934 г. в работе de Naas et al. [1] было обнаружено, что малая концентрация магнитных примесей в металле приводит к появлению минимума на зависимости сопротивления от температуры. Учет рассеяния на немагнитных и магнитных примесях в борновском приближении приводит к появлению в низкотемпературной области остаточного сопротивления, не зависящего от температуры [2]. Учет эффекта рассеяния на обычных примесях в высших порядках теории возмущений сводится к замене борновской амплитуды на точную и тем самым не приводит к новым явлениям.

В 1964 г. Кондо рассмотрел процесс рассеяния на магнитных примесях в приближении слабой связи и показал, что в следующем за борновским приближении амплитуда рассеяния зависит от энергии как  $\ln(\epsilon_F/\epsilon)$ , где  $\epsilon_F$  — энергия на поверхности Ферми,  $\epsilon$  — энергия рас-

сеяния частицы, отсчитанная от поверхности Ферми [3]. В результате с понижением температуры возникает логарифмический рост вклада в сопротивление, связанный с рассеянием на магнитных примесях [3, 4]. Рассеяние на реальных возбуждениях в металле дает рост сопротивления при повышении температуры. Например, рассеяние на фононах приводит к релаксации импульса с характерным временем  $\tau_{\text{Ph,imp}}^{-1} \sim T^5/\omega_D^4$ , где  $\omega_D$  — дебаевская температура. Конкуренция двух процессов приводит к появлению минимума сопротивления при температурах, зависящих от концентрации примесей и в реальной ситуации весьма далеких от характерной температуры  $T_k$ , при которой малая поправка в амплитуде рассеяния становится большой и слабая связь превращается в сильную. Магнитная восприимчивость электронного газа в металлах мала. Эффективный магнитный момент на частицу  $M_{\text{eff}}$  равен [5]

$$M_{\text{eff}} = \frac{3}{8} \frac{\mu^2 H}{\epsilon_F}, \tag{1}$$

где  $\mu$  — магнетон Бора,  $H$  — магнитное поле. Это обстоятельство позволяет производить измерение примесного магнетизма при малой концентрации примесей.

В отсутствие взаимодействия состояние локализованного электрона двукратно вырождено по спину. Магнитное поле снимает вырождение и приводит к расщеплению уровней на величину  $\pm \mu H/2$ . Однако из экспериментальных данных следует, что состояние локализованного электрона полностью деполаризовано при  $T = 0$  и магнитный момент пропорционален полю, если поле достаточно слабо [6]. Это означает, что взаимодействие является сильным при  $T = 0$  и приводит к снятию вырождения даже и при нулевом магнитном поле. Более или менее очевидно, что величина расщепления уровней при  $H = 0, T = 0$  порядка температуры Кондо.

Эффект Кондо возникает в результате обменного взаимодействия электрона, локализованного на примеси, с электронами в зоне проводимости. Обычно предполагается, что в локализованном на примеси состоянии находится только один электрон. Из-за оттал-

Ю.Н. Овчинников. Max-Planck-Institut for the Physics of Complex Systems, Dresden D-01187 Germany, Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, 142432 Черноголовка, Московская обл., Российская Федерация  
 А.М. Дюгаев. Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, 142432 Черноголовка, Московская обл., Российская Федерация

Статья поступила 5 декабря 2000 г., после доработки 31 января 2001 г.

кивания добавление второго электрона в локализованное состояние связано с большим увеличением энергии, и такие состояния можно не учитывать. В результате гамильтониан  $\hat{H}$  системы можно выбрать в виде

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \int d^3 r_1 d^3 r_2 V(r_1 - r_2) \chi_x^+(r_1) \varphi_\beta^+(r_2) \chi_\beta(r_2) \varphi_x(r_1) - \frac{\mu H}{2} \int d^3 r_1 (\varphi_\uparrow^+(r_1) \varphi_\uparrow(r_1) - \varphi_\downarrow^+(r_1) \varphi_\downarrow(r_1)), \quad (2)$$

где операторы  $\varphi_\beta^+$ ,  $\chi_x^+$  есть операторы рождения электрона в состоянии, локализованном на примеси, и в непрерывном спектре соответственно. Набор собственных функций  $\{\chi, \varphi\}$  в потенциале примеси является полным. Гамильтониан  $\hat{H}_0$  есть гамильтониан невзаимодействующих частиц в потенциале примеси.

Гамильтониан  $\hat{H}$  сохраняет полный спин системы. Число частиц в состоянии  $\varphi$  также сохраняется. Волновая функция  $|\psi\rangle$  берется в пространстве Фока. При нулевой температуре соответствующее уравнение на функцию  $|\psi\rangle$  основного состояния есть

$$|\hat{H}\psi\rangle = E|\psi\rangle. \quad (3)$$

Важным для дальнейшего обстоятельством является равенство химпотенциалов электронов, поляризованных по полю и против поля, что означает отсутствие щели на поверхности Ферми. Формула (1) является следствием этого утверждения. В приложении мы приводим разложение функции основного состояния  $|\psi\rangle$  по базису состояний невзаимодействующих частиц. Подпространство, в котором ищется функция  $|\psi\rangle$ , инвариантно относительно гамильтониана (2), и, следовательно, решение уравнения (3) в виде (П.1) существует.

## 2. Зависимость среднего спина $\langle S_z \rangle$ примесного электрона от магнитного поля при нулевой температуре

Исследование проблемы Кондо по теории возмущений [4, 7–9] показывает, что в задаче существует характерная энергия (температура  $T_k$ ), величина которой определяется из уравнения

$$Z = |g| \ln\left(\frac{\varepsilon_F}{T_k}\right), \quad 1 - 2Z = 0, \quad (4)$$

где  $|g|$  — безразмерная константа связи (см. приложение). Фактически же значение параметра  $Z$  есть решение уравнения

$$f(Z) = 0 \quad (5)$$

и второе из уравнений (4) соответствует первым двум членам разложения функции  $f(Z)$  в ряд Тейлора. В работе [10] найден также третий член разложения функции  $f(Z)$ :

$$f(Z) = 1 - 2Z + \frac{Z^2}{3}. \quad (6)$$

Решение уравнения (5) с  $f(Z)$  из (6) есть

$$Z = 3 - \sqrt{6} = 0,5505 \dots \quad (7)$$

Предполагается, что уравнение (5) имеет решение, такое, что  $Z > 0$ .

Дальнейшие усилия были направлены на исследование состояния примеси в условиях сильной связи [7–9]. В работах [8, 9] для вычисления среднего спина примеси  $\langle S_z \rangle$  как функции магнитного поля при нулевой температуре был использован метод бете-анзаца. Было найдено, что в слабых полях  $\mu H \ll T_k$  величина  $\langle S_z \rangle$  пропорциональна полю, а в сильных полях  $\mu H \gg T_k$  средний спин определяется выражением

$$\langle S_z \rangle = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{1}{2 \ln(\mu H/T_k)} \right]. \quad (8)$$

Из формулы (8) следует, что в сильном поле среднее значение спина приближается к своему насыщенному значению очень медленно, как  $\ln^{-1}(\mu H/T_k)$ . Такое поведение явно противоречит экспериментальным данным [6]. Для достижения уровня насыщения спина, полученного в работе [6] при 6 Тл, требуется в соответствии с формулой (8) магнитное поле порядка 100 Тл.

При температуре  $T = 0$  среднее значение спина выражается через энергию основного состояния по формуле

$$\langle S_z \rangle = -\frac{\partial E}{\partial \mu H}. \quad (9)$$

Из формул (8), (9) находим значение энергии основного состояния в области сильных полей  $\mu H \gg T_k$ :

$$\delta E = \frac{\mu H}{4 \ln(\mu H/T_k)}. \quad (10)$$

Характерный масштаб энергии, определяемый этой формулой в сильных полях, есть  $|g|\varepsilon_F$ , где  $g$  — безразмерная константа связи в модели Кондо. Этот масштаб энергии слишком велик, чтобы быть правильным.

В методе бете-анзаца были использованы две гипотезы.

1. При переходе от импульсного к координатному представлению была произведена следующая замена:  $\sin x/x \rightarrow \pi \delta(x)$ .

2. Граничные условия в магнитном поле были найдены из условия совпадения объемной восприимчивости (1) с выражением, получаемым с помощью метода бете-анзаца.

Однако выражение (1) зависит от вида спектра во всей области энергий вплоть до  $\varepsilon_F$  и получается из условия равенства химического потенциала частиц в состояниях со спином, поляризованным по полю и против поля. Это условие приводит к перераспределению электронов между двумя поляризациями при сохранении их полного числа.

В проблеме Кондо существенны лишь электроны, находящиеся на расстоянии  $\pm D$  от поверхности Ферми. Здесь  $D$  — характерный масштаб энергии, внутри которого примесь эффективно взаимодействует с электронами проводимости. И нет никаких ограничений рассматривать в модели Кондо  $D$  независимым от  $\varepsilon_F$  и, в частности, считать  $D \ll \varepsilon_D$ . Кроме того, факт отличия плотностей свободных электронов со спинами  $\pm 1/2$  в модельном гамильтониане не используется и не проявляется ни в каком порядке теории возмущений, равно как и в точной системе уравнений для энергии основного состояния [10]. Тем самым, величина (1) в проблеме

Кондо не возникает, и рассуждения о зависимости интервала от магнитного поля в методе бете-анзаца, приведенные в работах [8, 9], являются правдоподобными, но неверными.

В работе авторов [10] была получена точная система уравнений для основного состояния системы Кондо с гамильтонианом  $\hat{H}$ : магнитная примесь плюс невзаимодействующие электроны проводимости с учетом обменного взаимодействия между ними (см. приложение).

Волновая функция  $|\psi\rangle$  представима в виде суммы двух слагаемых, одно из которых соответствует состоянию локализованного электрона, поляризованного по полю, другое — против поля:

$$|\psi\rangle = |\psi\rangle_{\uparrow} + |\psi\rangle_{\downarrow}. \quad (11)$$

В соответствии с общими правилами квантовой механики, среднее значение спина "примесного" электрона представимо в виде

$$\langle S_z \rangle = \frac{1}{2} \frac{||\psi\rangle_{\uparrow}|^2 - ||\psi\rangle_{\downarrow}|^2}{||\psi\rangle_{\uparrow}|^2 + ||\psi\rangle_{\downarrow}|^2}, \quad (12)$$

где символ  $||\psi\rangle$  означает норму волновой функции. Из энергии  $E$  удобно выделить большие слагаемые, не имеющие отношения к проблеме Кондо, и представить ее в виде

$$E = E_0 - \frac{\mu H}{2} + \delta E^{(1)} + \delta E, \quad (13)$$

где  $E_0$  — энергия невзаимодействующей системы,  $\delta E^{(1)}$  — тривиальный сдвиг энергии основного состояния, пропорциональный среднему значению потенциала взаимодействия по состояниям электронов проводимости. Одно из основных предположений работ [8, 9] состоит в том, что достаточно сильное магнитное поле  $\mu H \gg T_k$  выводит систему из состояния сильной связи и переводит ее в область слабой связи — пертурбативную область. Система уравнений, приведенная в работе [10], позволяет находить энергию основного состояния по теории возмущений. При таком подходе возникают члены двух типов. В членах первого типа магнитное поле приводит к обрезанию логарифмической расходимости на малых энергиях на величине магнитного поля. В членах второго типа магнитное поле расходимость не устраняет (см. приложение). В работах [8, 9] члены такого типа рассматриваются как несущественные для нахождения среднего спина  $\langle S_z \rangle$  и опускаются. Тем не менее эти члены существенны и в четвертом порядке теории возмущений приводят к разным значениям среднего спина  $\langle S_z \rangle$ , определяемым по формулам (9) и (12). В выражении (12) для среднего спина в четвертом порядке теории возмущений возникают перекрестные логарифмы, которых нет в формуле (9). Это означает, что теория возмущений в ее простейшем виде неприменима даже и в сильном магнитном поле и, более того, магнитное поле  $\mu H \ll \varepsilon_F$  не выводит систему из состояния сильной связи.

В работе [10] был развит метод, позволяющий получить непertурбативное решение уравнения (3). Для среднего значения спина получено выражение

$$\langle S_z \rangle = \frac{\mu \tilde{H}}{4(T_k^2 + (\mu \tilde{H}/2)^2)^{1/2}}, \quad (14)$$

где эффективное поле  $\tilde{H}$  связано с внешним полем  $H$  соотношением

$$\mu \tilde{H} = \mu H \left[ 1 + Z \left( -\frac{1}{2} + \langle S_z \rangle \right) \right]. \quad (15)$$

В формуле (15) величины  $Z$  и  $T_k$  определяются уравнениями (4) и (5).

Решение, полученное в работе [10], может быть использовано в качестве пробной функции для оценки сверху энергии основного состояния (вариационный принцип). В результате находим

$$\delta E = -\Delta, \quad (16)$$

где  $\Delta$  удовлетворяет уравнению

$$\Delta(\mu \tilde{H} + \Delta) = T_k^2. \quad (17)$$

Уравнение (17) имеет два решения. Одно из них

$$\Delta = -\frac{\mu \tilde{H}}{2} + \sqrt{T_k^2 + \left(\frac{\mu \tilde{H}}{2}\right)^2} \quad (18)$$

определяет энергию основного состояния, а второе

$$\Delta = -\frac{\mu \tilde{H}}{2} - \sqrt{T_k^2 + \left(\frac{\mu \tilde{H}}{2}\right)^2} \quad (19)$$

определяет энергию расщепления  $\delta E_g$ :

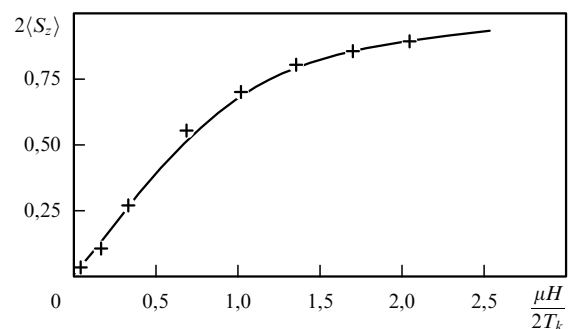
$$\delta E_g = 2\sqrt{T_k^2 + \left(\frac{\mu \tilde{H}}{2}\right)^2}. \quad (20)$$

Энергия, определяемая формулами (16), (18), лежит ниже энергии (10), полученной в работах [8, 9], доказывая тем самым, что по крайней мере одна из гипотез, использованных в работах [8, 9], неверна. На наш взгляд, ошибочны, по крайней мере, две:

- 1) предположение о слабой связи в области  $\mu H \gg T_k$ ;
- 2) и, более существенная, способ выбора длины интервала "В" как функции магнитного поля [8, 9].

Зависимость  $\langle S_z \rangle$  от параметра  $\mu H/2T_k$  приведена на рисунке. Из уравнений (14), (15) следует, что в точке  $\mu H/2T_k = 0,24$  функция  $\langle S_z \rangle$  имеет точку перегиба. В области  $\mu H \gg T_k$  находим

$$\langle S_z \rangle = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{2T_k}{\mu H} \right)^2 \right]. \quad (21)$$



Зависимость среднего спина  $\langle S_z \rangle$  от магнитного поля. Точки — экспериментальные данные работы [6].

На экспериментальных данных [6] хорошо видна точка перегиба и имеется очень хорошее согласие с зависимостью, определяемой формулами (14), (15).

### 3. Два энергетических масштаба и нарушение перенормируемости в проблеме Кондо

Обычно при рассмотрении проблемы Кондо делается предположение о существовании в ней лишь одного энергетического масштаба и ее перенормируемости. При ненулевой температуре эти гипотезы означают, что свободная энергия, связанная с наличием магнитной примеси, может быть представлена в виде

$$\mathcal{F} = D \sum_n g^n C_n + T_k f\left(\frac{\mu H}{T_k}, \frac{T}{T_k}\right), \quad (22)$$

где  $C_n$  — числовые коэффициенты.

Первый член в этой формуле не универсален и рассматривается как общий сдвиг всех уровней энергии. Соответственно, при  $T = 0$  энергия основного состояния представима в виде

$$\delta E = D \sum_n g^n \tilde{C}_n + T_k \tilde{f}\left(\frac{\mu H}{T_k}\right). \quad (23)$$

Перенормируемость и существование одного масштаба в проблеме Кондо означают, что должны выполняться равенства

$$C_n = \tilde{C}_n. \quad (24)$$

Кроме того, при вычислении функции  $f$  ни в каком порядке теории возмущений не должны возникать члены, пропорциональные  $\varepsilon_F$ . Проверка этих гипотез усложняется тем, что не существует простой схемы теории возмущений для вычисления непосредственно свободной энергии. Для нахождения свободной энергии необходимо вычислить статистическую сумму  $Z$ . Статистическая сумма может быть представлена в виде ряда теории возмущений по степеням потенциала взаимодействия  $V(r)$  примесного электрона с электронами проводимости [2]

$$\begin{aligned} Z &= \text{Tr} \exp\left(-\frac{\hat{H}}{T}\right) = \\ &= \text{Tr} \left\{ \exp\left(-\frac{\hat{H}_0}{T}\right) \left[ 1 - \int_0^{1/T} d\tau_1 \hat{V}(\tau_1) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \int_0^{1/T} d\tau_1 \int_0^{\tau_1} d\tau_2 \hat{V}(\tau_1) \hat{V}(\tau_2) - \dots \right] \right\}, \quad (25) \end{aligned}$$

где оператор  $\hat{V}(\tau)$  определяется выражением

$$\hat{V}(\tau) = \exp(\hat{H}_0 \tau) V_{\text{int}}(r) \exp(-\hat{H}_0 \tau). \quad (26)$$

Свободная энергия  $\mathcal{F}$  выражается через статистическую сумму по формуле

$$\mathcal{F} = -T \ln Z. \quad (27)$$

Неудобство такого подхода связано с тем, что в выражении (25) в старших порядках теории возмущений возникают члены, содержащие различные степени большого параметра  $(\varepsilon_F/T)$ . И необходимо иметь метод, позволяющий обнаружить точное сокращение такого сорта

членов в выражении (27) для свободной энергии. Такой метод был найден и изложен в работах [11, 12]. Проблема усложняется тем, что для среднего значения произведения операторов  $\varphi, \varphi^+$  в разные моменты времени нет теоремы Вика. Вычисление каждого из таких корреляторов проблем не представляет. Проблема заключается в том, что нет простого правила подсчета всех возможных средних и их числа в формуле (25). Более простой оказывается проблема существования в модели Кондо других масштабов, кроме  $T_k$ .

В работе [10] была найдена поправка к энергии основного состояния с точностью до членов четвертого порядка по константе связи  $g$ , что позволяет определить коэффициенты  $\tilde{C}_2, \tilde{C}_3, \tilde{C}_4$ . Коэффициенты  $C_2, C_3, C_4$  были найдены в работах [11, 12]. Оказалось, что совпадают лишь первые два коэффициента:  $C_2 = \tilde{C}_2, C_3 = \tilde{C}_3$ . Коэффициенты  $C_4$  и  $\tilde{C}_4$  не равны. Это означает появление еще одного масштаба энергии, кроме  $T_k$ . Этот второй масштаб  $T_0$  пропорционален энергии обрезания  $(D, \varepsilon_F)$  и некоторой степени константы связи  $g$ . Отсюда следует также появление в высокотемпературном разложении свободной энергии членов, зависящих от температуры и пропорциональных энергии обрезания в степени более высокой, чем первая.

Привести здесь даже краткое изложение метода точного сокращения больших слагаемых в выражении [12] для свободной энергии и его демонстрацию нам не представляется возможным, поскольку проблема возникает лишь в четвертом порядке по взаимодействию. Используя развитый в работе [12] метод, удалось показать, что до шестого порядка по  $g$  включительно свободная энергия не содержит аномальных членов и представима в виде суммы двух слагаемых, одно из которых пропорционально  $\varepsilon_F$  и не зависит от температуры и магнитного поля. Второе слагаемое содержит  $\varepsilon_F$  только в качестве подлогарифмического множителя. Однако в восьмом порядке теории возмущений в свободной энергии появляется слагаемое вида [12]

$$\delta \mathcal{F}_{\text{an}} = \text{const} \frac{g^8 \varepsilon_F^2}{T}. \quad (28)$$

Появление такого члена означает, что гамильтониан проблемы Кондо неперенормируем. Второй масштаб в проблеме Кондо может быть найден из сравнения теплоемкости, определенной по теории возмущений в четвертом порядке, с вкладом в теплоемкость, возникающим из аномального члена (28). Такое сравнение показывает, что по порядку величины второй масштаб  $T_0$  определяется выражением

$$T_0 \approx g^2 \varepsilon_F. \quad (29)$$

Полная деполяризация спина при  $T = 0$  означает, что вклад затравочного члена в разложении функции  $|\psi\rangle$  по базису невзаимодействующих подсистем дает малый вклад в норму состояния при  $\mu H \ll T_k$ . В принципе, это позволяет получить более точную оценку для величины  $T_0$ .

### 4. Заключение

Нами показано, что при нулевой температуре  $T = 0$  в проблеме Кондо при  $g < 0$  реализуется сильная связь в магнитных полях  $\mu H \ll \varepsilon_F$ . Теория возмущений оказы-

вається неприменимой даже в области относительно сильных магнитных полей  $\mu H \gg T_k$ . В результате этого спин локализованного электрона приближается к своему насыщенному значению степенным образом по параметру  $2T_k/\mu H \ll 1$  (см. уравнение (21)).

На зависимости среднего спина от величины магнитного поля имеется точка перегиба  $\mu H \approx 0,24T_k$ . Такое поведение хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Исследование высокотемпературного разложения свободной энергии показало, что в модели Кондо существуют минимум два энергетических масштаба  $T_k$  и  $T_0$ . Один из масштабов ( $T_k$ ) экспоненциально мал по обратной константе связи, а второй ( $T_0$ ) мал лишь степенным образом. В области  $T \gg T_0$  свободная энергия может быть найдена по теории возмущений. Точка  $T_0$ , по-видимому, является кроссовером от слабой к сильной связи. Наличие в свободной энергии членов вида

$$\frac{g^k \varepsilon_F^{k+1}}{T^k}$$

означает неперенормируемость гамильтониана в проблеме Кондо.

Работа Ю.Н. Овчинникова поддержана CRDF (USA) грант No. RP1-2251, а также Российским фондом фундаментальных исследований. Работа А.М. Дюгаева поддержана Российским фондом фундаментальных исследований.

## 5. Приложение

Функцию  $|\psi\rangle$  основного состояния гамильтониана (2) ищем в виде [10]

$$\begin{aligned} |\psi\rangle = & |10; 11; 11; \dots\rangle + \sum C_{2K}^{2L-1} |01; 10; 10^{2K}\rangle + \\ & + \sum C_{2K-1}^{2L-1} |10; 01; 10^{2K-1}\rangle + \sum C_{2K}^{2L} |10; 10; 01^{2K}\rangle + \\ & + \sum_{K_1 < K} C_{2K_1 2K}^{2L_1 2L-1} \hat{N} |01; 10; 10; 01; 10^{2K_1}\rangle + \\ & + \sum C_{2K_1-1; 2K}^{2L_1; 2L-1} \hat{N} |10; 01; 10; 01; 10^{2K_1-1}\rangle + \\ & + \sum_{L_1 < L} C_{2K_1; 2K-1}^{2L_1-1; 2L-1} \hat{N} |01; 10; 01; 10; 10^{2K_1}\rangle + \\ & + \sum_{K_1 < K; L_1 < L} C_{2K_1-1; 2K-1}^{2L_1-1; 2L-1} \hat{N} |10; 01; 01; 10; 10^{2K_1-1}\rangle + \\ & + \sum_{K_1 < K; L_1 < L} C_{2K_1; 2K}^{2L_1; 2L} \hat{N} |10; 10; 10; 01; 01^{2K_1}\rangle + \dots \quad (\text{П.1}) \end{aligned}$$

Каждая клетка в символе  $|\dots\rangle$  означает состояние с определенной энергией и спином, поляризованным по полю (первое число) и против поля (второе число). Число 1 означает, что состояние заполнено, 0 — состояние пустое. Первая клетка отведена под состояние электрона, локализованное на примеси. Индексы  $K, L$  означают состояния под и над поверхностью Ферми. Оператор  $\hat{N}$  есть оператор упорядочения, и всякая перестановка двух соседних заполненных состояний

дает множитель  $(-1)$ . Первый член в формуле (П.1) — затравочный. В отсутствие взаимодействия этот член соответствует основному состоянию системы. Гамильтониан (2) связывает лишь состояния, в которых число верхних (нижних) индексов отличается не более чем на единицу.

Величина энергии  $\delta E$  в формуле (13) выражается через коэффициенты  $C$ :

$$\delta E = \sum \left[ (I_{2K-1}^{2L-1})^* C_{2K-1}^{2L-1} - (I_{2K}^{2L-1})^* C_{2K}^{2L-1} \right]. \quad (\text{П.2})$$

Величины  $I$  в формуле (П.2) равны матричным элементам от потенциала  $V$ . В качестве примера имеем

$$I_{2K}^{2L-1} = \int d^3 r_1 d^3 r_2 \chi_{\uparrow}^*(r_1) \varphi_{\downarrow}^*(r_2) \varphi_{\uparrow}(r_1) \chi_{\downarrow}(r_2) V(r_1 - r_2). \quad (\text{П.3})$$

Безразмерная константа связи  $g$  определяется с помощью соотношения

$$\begin{aligned} \sum_K I_{2K}(\dots) & \rightarrow g \int_0^{\varepsilon_F} dx(\dots), \\ \sum_L I_{2L}(\dots) & \rightarrow g \int_0^{\varepsilon_F} dy(\dots), \end{aligned} \quad (\text{П.4})$$

где

$$\varepsilon_L - \varepsilon_F = y; \quad \varepsilon_F - \varepsilon_K = x.$$

Уравнение (3) сводится к бесконечной системе уравнений на коэффициенты  $C$ . Уравнение (П.2) — первое из них. Мы приведем здесь также следующие три уравнения на коэффициенты  $C$ : [10]:

$$\begin{aligned} -I_{2K}^{2L-1} + \sum C_{2K_1}^{2L-1} I_{2K}^{2K_1} - \sum C_{2K_1-1}^{2L-1} I_{2K}^{2K_1-1} - \\ - \sum C_{2K}^{2L_1} I_{2L_1}^{2L-1} + (\mu H + \varepsilon_L - \varepsilon_K - \delta E) C_{2K}^{2L-1} + \\ + \sum_{K_1 < K} C_{2K_1; 2K}^{2L_1; 2L-1} I_{2L_1}^{2K_1} - \sum_{K < K_1} C_{2K; 2K_1}^{2L_1; 2L-1} I_{2L_1}^{2K_1} - \\ - \sum C_{2K_1-1; 2K}^{2L_1; 2L-1} I_{2L_1}^{2K_1-1} = 0; \end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

$$\begin{aligned} I_{2K-1}^{2L-1} - \sum I_{2K-1}^{2K_1} C_{2K_1}^{2L-1} + \sum C_{2K_1-1}^{2L-1} I_{2K-1}^{2K_1-1} - \\ - \sum I_{2L_1-1}^{2L-1} C_{2K-1}^{2L_1-1} + (\varepsilon_L - \varepsilon_K - \delta E) C_{2K-1}^{2L-1} + \\ + \sum_{L_1 < L} C_{2K_1; 2K-1}^{2L_1-1; 2L-1} I_{2L_1-1}^{2K_1} - \sum_{L < L_1} C_{2K_1; 2K-1}^{2L-1; 2L_1-1} I_{2L_1-1}^{2K_1} + \\ + \sum_{K < K_1; L_1 < L} C_{2K-1; 2K_1-1}^{2L_1-1; 2L-1} I_{2L_1-1}^{2K_1-1} - \\ - \sum_{K_1 < K; L_1 < L} C_{2K_1-1; 2K-1}^{2L_1-1; 2L-1} I_{2L_1-1}^{2K_1-1} - \\ - \sum_{L < L_1; K < K_1} C_{2K-1; 2K_1-1}^{2L-1; 2L_1-1} I_{2L_1-1}^{2K_1-1} + \\ + \sum_{K_1 < K; L < L_1} C_{2K_1-1; 2K-1}^{2L-1; 2L_1-1} I_{2L_1-1}^{2K_1-1} = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \sum I_{2L_1-1}^{2L} C_{2K}^{2L_1-1} + (\varepsilon_L - \varepsilon_K - \delta E) C_{2K}^{2L} + \\
& + \sum_{K < K_1} C_{2K; 2K_1}^{2L; 2L_1-1} I_{2L_1-1}^{2K_1} - \sum_{K_1 < K} C_{2K_1; 2K}^{2L; 2L_1-1} I_{2L_1-1}^{2K_1} + \\
& + \sum C_{2K_1-1; 2K}^{2L; 2L_1-1} I_{2L_1-1}^{2K_1-1} = 0.
\end{aligned}$$

В первом порядке теории возмущений из системы (П.5) получаем значение коэффициентов  $C$ :

$$C_{2K}^{2L-1} = \frac{I_{2K}^{2L-1}}{\varepsilon_L - \varepsilon_K + \mu H}; \quad C_{2K-1}^{2L-1} = -\frac{I_{2K-1}^{2L-1}}{\varepsilon_L - \varepsilon_K}. \quad (\text{П.6})$$

Из формул (П.2), (9), (12), (П.6) следует существование членов двух типов как в выражении для энергии основного состояния (П.2), так и в выражении (12) для среднего спина примесного электрона.

## Список литературы

1. de Haas W J, de Boer J H, van den Berg G J *Physica* **1** 1115 (1934)
2. Абрикосов А А, Горьков Л П, Дзялошинский И Е *Методы квантовой теории поля в статистической физике* (М.: Физматгиз, 1962)
3. Kondo J *Prog. Theor. Phys.* **32** 37 (1964)
4. Abrikosov A A *Physica* **2** 5 (1965)
5. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Статистическая физика* (М.: Наука, 1976)
6. Felsh W Z. *Physik B* **29** 212 (1978)
7. Abrikosov A A, Migdal A A *J. Low Temp. Phys.* **3** 519 (1970)
8. Tsvetick A M, Wigmann P B *Ann. Phys.* **32** 4523 (1983)
9. Andrei N, Furuya K, Lowenstein J H *Rev. Mod. Phys.* **55** 331 (1983)
10. Ovchinnikov Yu N, Dyugaev A M *ЖЭТФ* **115** 1263 (1999)
11. Ovchinnikov Yu N, Dyugaev A M *Письма в ЖЭТФ* **70** 106 (1999)
12. Ovchinnikov Yu N, Dyugaev A M *ЖЭТФ* **117** 162 (2000)

## Current status of the Kondo problem

**Yu.N. Ovchinnikov**

*Max-Planck-Institute for the Physics of Complex Systems, Dresden D-01187 Germany,*

*L.D. Landau Institute of Theoretical Physics, Russian Academy of Sciences*

*142432 Chernogolovka, Moscow Region, Russian Federation*

**A.M. Dyugaev**

*L.D. Landau Institute of Theoretical Physics, Russian Academy of Sciences*

*142432 Chernogolovka, Moscow Region, Russian Federation*

It is shown that at zero temperature the magnetic field  $\mu H \gg T_k$  does not move the system from the strong coupling to the weak coupling regime. As a result, the average of the impurity spin approaches its saturation value as a power of the small parameter  $(2T_k/\mu H)^2$ . The study of the high-temperature expansion of the free energy shows that the Kondo problem contains at least two energy scales and that these scales are separated by the coupling constant. The Hamiltonian of the Kondo problem is not renormalizable.

PACS numbers: 72.10.Fk, 72.15.Qm, 75.20.Hr

Bibliography — 12 references

*Received 5 December 2000, revised 31 January 2001*