

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Стационарное излучение объектов с рассеивающими средами

И.А. Васильева

Излучение, наблюдаемое внутри или вне излучателя с рассеивающей средой, представляет собой сумму отдельных составляющих. Каждое слагаемое обусловлено первичным излучением той или иной части излучателя и вероятностью прохождения этого излучения в область наблюдения. Обзор посвящен общим, достаточно простым соотношениям между этими слагаемыми. Соотношения не зависят от конкретных оптических характеристик объекта, его формы, неоднородности и т.д., хотя сами слагаемые определяются этими факторами. Соотношения выводятся как в случае, когда геометрическую оптику можно применять при описании излучения в рассеивающей среде, так и в случае, когда этого делать нельзя. В случае, когда геометрическая оптика применима, выведены стационарные соотношения из условия, которому должны удовлетворять вероятности прохождения излучения в среде, а именно, из того, что исчезновение всего возникающего в стационарном режиме излучения есть событие достоверное, вероятность которого равна единице. Из стационарных соотношений получаются равновесные в случае теплового излучателя, находящегося внутри замкнутой полости. При выводе соотношений выписываются общие решения линейного уравнения переноса с использованием функции Грина. Когда геометрическое приближение применять внутри рассеивающей и излучающей среды нельзя, выводятся соотношения между слагаемыми только для теплового излучения, выходящего из этой среды; при выводе используется обобщенный закон Кирхгофа, полученный Левиным и Рытовым методами статистической радиофизики. В этом случае стационарные соотношения получены из условия стационарности, тоже имеющего вероятностный смысл; равновесные соотношения получаются как следствие стационарных, а также из условия равновесия излучения в изотермической полости. Величины, входящие во все полученные соотношения, являются примерами возможных и осуществленных на практике применений. Соотношения успешно использовались в столь разных спектроскопических экспериментах, как исследование влияния макроскопических частиц на контуры спектральных линий, излучаемых запыленным газом, и измерение температуры сильно рассеивающих твердых пористых материалов.

PACS numbers: 44.30.+v, 44.40.+a, 95.30.Jx

Содержание

1. Введение (1317).
2. Выражение интенсивности излучения через первичные источники (1320).
 - 2.1. Характеристики взаимодействия излучения с веществом.
 - 2.2. Уравнение переноса излучения.
 - 2.3. Выражение интенсивности через первичные источники.
3. Соотношения между слагаемыми интенсивности излучения (1325).
 - 3.1. О равновесных соотношениях.
 - 3.2. Вероятность исчезновения излучения.
 - 3.3. Стационарное соотношение между слагаемыми интенсивности.
 - 3.4. Частные случаи стационарного соотношения.
4. Применение соотношений между слагаемыми интенсивности в исследованиях пылевой плазмы (1331).

- 4.1. Условия в пылевой плазме.
- 4.2. Примеры применения равновесных соотношений в термической плазме.
- 4.3. Экспериментальное исследование контуров спектральных линий на основе стационарных соотношений.
- 4.4. Об измерениях относительных населенностей атомных уровней на основе стационарного соотношения.
5. Соотношения между слагаемыми теплового излучения в случае, когда геометро-оптическое приближение в излучателе неприменимо (1336).
 - 5.1. Характеристики теплового излучения и обобщенный закон Кирхгофа.
 - 5.2. Выражение экспериментально наблюдаемого излучения через первичное излучение среды.
 - 5.3. Равновесные соотношения.
 - 5.4. Стационарные соотношения.
 - 5.5. Использование полученных соотношений в спектроскопических исследованиях сильно рассеивающего материала.
6. Заключение (1344).
- Список литературы (1345).

И.А. Васильева. Институт теплофизики экстремальных состояний ОИВТ РАН,
127412 Москва, ул. Ижорская 13/19, Российская Федерация
Тел. (095) 484-24-29
E-mail: dlv@hedric.msk.su

Статья поступила 3 апреля 2001 г.

1. Введение

В настоящей работе анализируется стационарное излучение таких объектов, где рассеяние на неоднородностях среды играет существенную роль. Каждый акт рассеяния

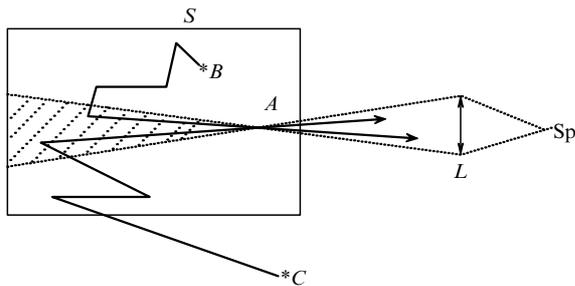


Рис. 1. Попадание излучения из рассеивающей среды в регистрирующую аппаратуру: S — поверхность, окружающая рассеивающий излучатель; L — фокусирующая оптика; Sp — вход в регистрирующий прибор; A — область фокусировки; B, C — точки возникновения излучения. Поле зрения прибора заштриховано.

может изменить направление распространения излучения. Излучение проходит через рассеивающую среду по "зигзагообразным" путям, что, во-первых, сильно осложняет процесс переноса излучения от места его первичного возникновения в ту или другую точку наблюдения, и, во-вторых, приводит к тому, что наблюдаемое излучение может включать в себя излучение, первично возникшее в разных частях излучателя или вне его. Действительно, на рис. 1 представлена простейшая схема эксперимента по наблюдению излучения рассеивающей среды. Пусть поверхность S ограничивает область, внутри которой имеется рассеивающая среда, а Sp — спектральный или оптический прибор, сфокусированный в точку наблюдения A . Излучение может поступать в прибор из поля зрения, определяемого фокусирующей оптикой L . Когда рассеяние отсутствует, в прибор попадает только то излучение, что первично возникло в поле зрения и при этом направлено сразу в сторону прибора, внутри его входной апертуры. Когда рассеяние имеется, излучение может поступить в прибор после последнего рассеяния в поле зрения, независимо от того, где это излучение появилось впервые, внутри (точка B) или вне (точка C) рассеивающей среды.

На практике часто требуется знать, какие вклады в общее наблюдаемое излучение дают отдельные составляющие, первично возникшие в разных частях объекта исследования. Такие проблемы, например, необходимо решать в экспериментальных работах по спектральной диагностике, когда требуется по наблюдаемому излучению найти первичное излучение отдельных компонентов или участков исследуемой среды. Именно первичное излучение непосредственно содержит наиболее богатую информацию об объекте исследования.

Иногда удается определить вклады отдельных первичных излучателей с помощью специальных опытов, в которых устраняются некоторые первичные излучатели, а другие при этом остаются неизменными. Обычно же разделение наблюдаемого излучения на соответствующие составляющие производится путем решения линейных уравнений, описывающих распространение излучения в рассеивающей среде. В приближении геометрической оптики это — уравнения переноса излучения. В общем случае — уравнения Максвелла.

Описание излучения с помощью линейных уравнений справедливо, когда возникновение излучения и характеристики его взаимодействия с веществом заданы и не зависят от рассматриваемого излучения. В этом случае

несмотря на общую сложность картины распространения возникшее где-либо излучение приходит к произвольной области наблюдения независимо от того, излучают ли иные части объекта. А отсюда следует, что на каждой произвольно выбранной частоте наблюдаемое излучение представляет собой сумму (или интеграл) составляющих, каждое из которых обязано своим появлением соответствующему первичному излучателю.

Суммарные потоки излучения и их составляющие могут быть получены в результате решения уравнений, описывающих распространение излучения, если известны многочисленные оптические и геометрические характеристики излучателя. Ясно, что результаты должны быть весьма разнообразными в зависимости от условий в излучателе. В этой связи уже длительное время постоянно публикуется много работ, содержащих решения стационарных уравнений переноса в различных конкретных случаях.

Настоящий обзор посвящен другому направлению работ по описанию излучения объектов с рассеивающими средами. В последние годы были получены общие, достаточно простые соотношения (связи) между слагаемыми излучения, каждое из которых обусловлено своим первичным излучателем. Связи не зависят от конкретных оптических характеристик поглощения и рассеяния, формы излучателя, неоднородности среды и т.д. Влияние всех конкретностей содержится в величинах слагаемых, но не сказывается на общих соотношениях между ними. Именно это обстоятельство делает их применение особенно полезным при проведении экспериментов и расчетов излучения в самых разных условиях. В частности, общие соотношения помогают решать и задачи разделения наблюдаемого излучения на отдельные составляющие, обусловленные разными первичными источниками.

Такого сорта общие соотношения не получаются только из анализа или решения уравнений, определяющих рассматриваемый процесс. Для вывода подобных связей требуется дополнительно привлекать достаточно общие условия, не содержащиеся в этих уравнениях. Так, давно и плодотворно используется способ получения общих соотношений между различными физическими величинами путем рассмотрения этих величин в условиях термодинамического равновесия. Таким путем был получен и классический закон Кирхгофа–Клаузиуса, связывающий излучательную и поглощательную способности тел в общем виде, независимо от конкретных характеристик излучателя, определяющих каждую из этих величин в отдельности.

Соотношения между слагаемыми излучения, описываемые в настоящем обзоре, ранее выводились двумя разными методами. Вначале использовался метод, также основанный на условиях термодинамического равновесия (см. раздел 3.1). Рассматривался изотермический излучатель с произвольными оптическими и геометрическими характеристиками, окруженный непрозрачной поверхностью при той же температуре. Первичные источники являются тепловыми, т.е. первичное излучение определяется температурой источника. Равновесные связи между составляющими, полученные из условий термодинамического равновесия, включают в себя только относительные величины всех слагаемых излучения. Так как относительные величины слагаемых, входящие в связи, непосредственно от температуры не

зависят, связи могут использоваться (с некоторыми ограничениями) и при описании неизотермических объектов, когда результирующее излучение равновесным не является. При этом необходимо, чтобы тепловой излучатель был окружен излучающей поверхностью.

Второй метод получения связей был предложен позднее, не является общепринятым и основан на вероятностной записи условия стационарности излучения. Чтобы пояснить суть метода, отметим следующие два обстоятельства. Во-первых, процесс распространения излучения в среде является статистическим, поэтому каждая составляющая излучения определяется мощностью первичного излучения и вероятностью прохождения этого излучения в точку наблюдения. Во-вторых, стационарность рассматриваемого в настоящей работе излучения, конечно, учитывается тем, что в уравнениях, определяющих излучение, производная по времени равна нулю. Но стационарность излучения накладывает ограничения и на вероятности прохождения излучения в среде. Действительно, в стационарном излучателе обычно одновременно происходят процессы возникновения и исчезновения излучения. Возникать излучение может в результате перехода энергии вещества в энергию излучения и из-за освещения излучателя извне. Исчезает излучение в обратных процессах, т.е. за счет поглощения энергии излучения веществом и из-за ухода излучения за пределы излучателя. При этом излучение может преимущественно возникать в одних частях излучателя, а исчезать в других. Равновесный излучатель является частным случаем стационарного, в нем возникновение излучения полностью компенсируется исчезновением в каждой точке. Но в любом стационарном излучателе все возникающее в течение некоторого времени излучение исчезает за то же время. Иначе говоря, исчезновение возникающего излучения есть событие достоверное.

Как известно из теории вероятностей, вероятность любого достоверного события равна единице. Это общее положение можно применить, в частности, к описанию исчезновения излучения в стационарном режиме. Равенство единице вероятности исчезновения возникающего в стационарных условиях излучения есть необходимое для получения искомого соотношения общее условие. Вероятность исчезновения определяется вероятностями прохождения излучения в ту или иную часть излучателя с последующим поглощением или выходом за его пределы. Следовательно, и вероятности прохождения излучения должны удовлетворять этому условию.

В вероятностное условие обязательного исчезновения излучения можно ввести относительные величины составляющих излучения, используя их связь с вероятностями прохождения излучения в среде. Стационарные соотношения включают в себя сумму относительных величин всех слагаемых излучения и вероятность исчезновения излучения в неизлучающих частях объекта. Из стационарных соотношений в частном случае теплового излучателя, окруженного непрозрачной излучающей поверхностью, получаются и равновесные, ранее выведенные из условий термодинамического равновесия. В этой связи в настоящем обзоре в качестве основного метода получения соотношений описывается метод, основанный на вероятностном условии исчезновения излучения.

Соотношения между слагаемыми излучения выведены как в случае таких рассеивающих сред, внутри

которых приближение геометрической оптики применимо, так и в случае, когда его применять нельзя. Соотношения получены как в общем виде, так и в частных, практически полезных случаях. Общие связи записаны в интегральной форме, частные — в алгебраической. Соотношения включают в себя только величины, являющиеся предметом экспериментальных исследований в спектральных и оптических экспериментах, такие, как интенсивности излучения, оптические плотности, температуры или относительные населенности энергетических уровней излучателей.

В разделах 2–4 анализируется случай сред, в которых приближение геометрической оптики применимо. В основе рассмотрения распространения излучения лежат уравнения переноса, описывающие интенсивность излучения. Составлено в достаточно общем виде уравнение для функции отклика (Грина) и необходимые для получения соотношений общие решения записаны с помощью этой функции (раздел 2.3). Это дает возможность представить отдельные слагаемые интенсивности в виде произведения мощности первичного излучения на вероятность прохождения первичного излучения в точку наблюдения. Решения верны в случае произвольных излучателей, в частности в случае тепловых излучателей, когда первичное излучение определяется классическим законом Кирхгофа–Клаузиуса. Рассеяния могут быть как упругими (без изменения частоты), так и неупругими (с изменением частоты). Среда может быть многофазной, например представлять собой запыленный газ. В разделе 3 получены стационарные соотношения между слагаемыми интенсивности. В разделе 3.2 подробно рассмотрены вероятности исчезновения излучения. Составлены уравнения, описывающие эти вероятности. Записано условие, которому должна удовлетворять полная вероятность исчезновения излучения. В разделе 3.3 уравнения, описывающие вероятности исчезновения излучения, сопоставляются с уравнениями, определяющими интенсивность излучения. Показано, что слагаемые интенсивности можно ввести в вероятностное условие исчезновения и получить требуемые связи, если справедливы условия обратимости в среде и выполняются соотношения взаимности в каждом акте рассеяния. В общем виде стационарное соотношение выведено в разделе 3.3, а частные случаи представлены в 3.4.

В разделе 4 приведены конкретные примеры возможного использования полученных связей в исследованиях пылевой плазмы. Применение равновесных соотношений представлено в разделе 4.2. Применение стационарных соотношений в реально проведенном эксперименте по исследованию влияния частиц пыли на контуры спектральных линий, излучаемых запыленным газом, описывается в разделе 4.3. Обсуждается возможность экспериментального нахождения относительных населенностей атомных уровней в пылевой плазме при помощи стационарного соотношения (раздел 4.4).

В разделе 5 анализируется более сложный случай, когда внутри рассеивающей среды геометро-оптическое описание излучения применять нельзя. Его можно применять только вне среды, в области, где обычно экспериментально наблюдается выходящее из среды излучение. Например, в области линзы L и спектрографа Sp на рис. 1. В этом случае рассмотрено только тепловое излучение и в основу его описания положен обобщенный закон

Кирхгофа, полученный Левиным и Рытовым методами статистической радиофизики, т.е. на основе уравнений Максвелла. Обобщенный закон Кирхгофа дает возможность сразу записать общие выражения для энергии излучения в области наблюдения через первичные излучатели среды. Величина вклада каждой излучающей части объекта в энергию излучения заданной частоты определяется первичным тепловым излучением этой части и прохождением его в точку наблюдения. На основе обобщенного закона Кирхгофа в разделе 5.3 получены равновесные, а в разделе 5.4 стационарные связи между слагаемыми энергии и потоков излучения в области наблюдения. Рассматривается лишь упругое рассеяние в однофазной среде. В разделе 5.5 описано использование равновесного и стационарного соотношений при измерении температуры сильно рассеивающего твердого пористого материала, внутри которого нельзя применять геометро-оптическое приближение.

2. Выражение интенсивности излучения через первичные источники

Основой линейной теории переноса излучения в таких рассеивающих средах, где применимо приближение геометро-оптики, является интегро-дифференциальное уравнение переноса, которое представляет собой запись баланса лучистой энергии или фотонов в физически бесконечно малой области. Фундамент теории переноса излучения был заложен в середине XX века в основном работами астрофизиков [1–3]. Затем теория бурно развивалась трудами многих ученых, работавших в столь разных областях, как астрофизика [4–6], теплообмен [7–9], физика плазмы [10], нейтронная физика [11–13]. В последние годы особенно много внимания уделяется численным решениям уравнения переноса. Постоянно публикуются новые методы и результаты расчетов в разных конкретных условиях; см., например, [14–23]. Большая литература посвящена обоснованию феноменологической теории переноса излучения и определению границ ее применимости. Здесь отметим лишь обзор [24] и монографии [10, 25, 26].

2.1. Характеристики взаимодействия излучения с веществом

Прежде чем выписывать уравнения переноса, необходимо обсудить характеристики взаимодействия излучения с веществом, используемые в теории переноса. Взаимодействие сводится к следующему. Во-первых, энергия лучистого потока поглощается средой, т.е. превращается в энергию вещества. Энергия излучения может перейти в энергию хаотического движения частиц или в энергию связанных состояний вещества. Это — истинное поглощение. Во-вторых, рассеяние на тех или иных неоднородностях приводит к уходу излучения из луча. В теории переноса считается, что отдельные акты рассеяния не зависят друг от друга.

Рассеяние может происходить как упруго, т.е. без изменения частоты, так и неупруго — с изменением частоты. Так, например, рассеяние на каплях воды или частицах пыли в земной атмосфере обычно происходит упруго. С другой стороны, фотовозбуждение атома с последующим излучением в пределах одной и той же уширенной спектральной линии представляет собой один из многих примеров неупругого рассеяния.

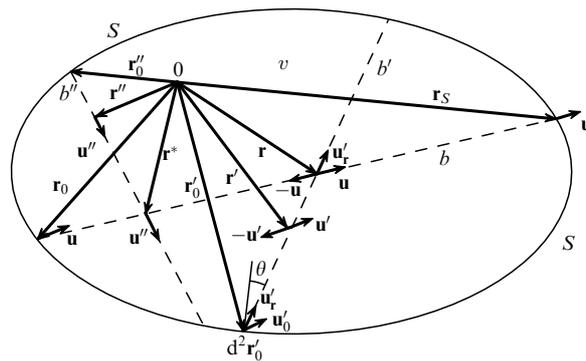


Рис. 2. Схема прохождения излучения в рассеивающей среде: b, b', b'' — лучи света; r, r', r'' — радиус-векторы точек внутри объема v ; r_0, r_0', r_0'', r_0''' — радиус-векторы точек на поверхности S ; u — единичные векторы; θ — угол отклонения от нормали к элементу поверхности d^2r_0 .

Введем локальные характеристики указанных взаимодействий излучения с веществом. Пусть излучающая, поглощающая и рассеивающая среда находится внутри объема v , окруженного поверхностью S (рис. 2). Локальные характеристики могут зависеть от места внутри объема (определяется радиус-вектором r), от направления (определяется единичным вектором u) и от частоты излучения ν . Зависимость от r имеет место в неоднородных средах, а зависимость от u — в анизотропных.

Пусть $k(r, u, \nu)$ есть коэффициент поглощения, произведение $k(r, u, \nu) dr$ равно вероятности того, что излучение с направлением u и частотой ν поглотится на элементарном пути dr в окрестности r . Пусть $\alpha(r, u, \nu)$ есть коэффициент экстинкции, описывающий ослабление излучения, обусловленное как поглощением, так и рассеянием. Произведение $\alpha(r, u, \nu) dr$ равно вероятности того, что излучение с направлением u и частотой ν взаимодействует со средой на элементарном пути dr в окрестности r .

Оптическое расстояние t между двумя произвольными точками r_1 и r_2 в поглощающей и рассеивающей среде выражается через коэффициент экстинкции

$$t(r_1 \rightarrow r_2) = \left| \int_{r_1}^{r_2} \alpha(r', u', \nu) dr' \right|. \quad (2.1)$$

Здесь интегрирование ведется вдоль луча, проходящего через точки r_1 и r_2 . Напомним, что величина $\exp[-t(r_1 \rightarrow r_2)]$ равна вероятности того, что излучение проходит из r_1 в r_2 без поглощения и рассеяния.

Пусть $A(r, u \rightarrow u', \nu \rightarrow \nu') du' dv'$ есть вероятность того, что излучение с направлением u и частотой ν , однократно взаимодействующее со средой в окрестности точки r , приобретает направление в интервале $[u', u' + du']$ и частоту в интервале $[\nu', \nu' + d\nu']$. Здесь du' — элемент телесного угла. Произведение $\alpha(r, u, \nu) A(r, u \rightarrow u', \nu \rightarrow \nu') dr du' dv'$ равно вероятности того, что излучение с направлением u и частотой ν взаимодействует со средой на пути dr и приобретает направление в интервале $[u', u' + du']$ и частоту в интервале $[\nu', \nu' + d\nu']$.

Вероятность рассеяния с произвольными конечными направлениями и частотами (вероятность выживания λ) получается из A интегрированием по полному телесному

углу и всем конечным частотам. Пусть Δv — область возможного изменения частот при рассеянии; тогда

$$\lambda(\mathbf{r}, \mathbf{u}, v) = \int_{4\pi} d\mathbf{u}' \int_{\Delta v} dv' A(\mathbf{r}, \mathbf{u} \rightarrow \mathbf{u}', v \rightarrow v'). \quad (2.2)$$

Коэффициенты поглощения и экстинкции связаны с вероятностью выживания следующим соотношением:

$$k(\mathbf{r}, \mathbf{u}, v) = \alpha(\mathbf{r}, \mathbf{u}, v) [1 - \lambda(\mathbf{r}, \mathbf{u}, v)]. \quad (2.3)$$

Когда рассеяние упруго, имеем

$$A(\mathbf{r}, \mathbf{u} \rightarrow \mathbf{u}', v \rightarrow v') = A(\mathbf{r}, \mathbf{u} \rightarrow \mathbf{u}', v) \delta(v - v'), \quad (2.4)$$

где

$$A(\mathbf{r}, \mathbf{u} \rightarrow \mathbf{u}', v) = \frac{\lambda(\mathbf{r}, \mathbf{u}, v) \chi(\mathbf{r}, \mathbf{u} \rightarrow \mathbf{u}', v)}{4\pi}, \quad (2.5)$$

$\delta(v - v')$ — функция Дирака и $\chi(\mathbf{r}, \mathbf{u} \rightarrow \mathbf{u}', v)$ — индикатриса рассеяния с нормировкой

$$\int_{4\pi} \frac{\chi(\mathbf{r}, \mathbf{u} \rightarrow \mathbf{u}', v)}{4\pi} d\mathbf{u}' = 1. \quad (2.6)$$

Если рассеяние отсутствует, то $A = \lambda = 0$, $\alpha = k$. Если нет поглощения, то $k = 0$, $\lambda = 1$. Часто A , χ зависят только от разности $|\mathbf{u} - \mathbf{u}'|$, т.е. от модуля угла рассеяния, но не отдельно от каждого из направлений \mathbf{u} и \mathbf{u}' . Когда индикатриса не зависит и от угла рассеяния, говорят, что рассеяние изотропно. При этом $\chi = 1$.

Причиной рассеяния в различных средах часто служат малые макроскопические частицы. Они образуют всевозможные пылевые образования, облака, туманы и т.д. В последние годы большой интерес вызывают различные явления в так называемой пылевой плазме [27–34].

Во всех подобных случаях при описании переноса излучения требуются сведения о поглощении и упругом рассеянии излучения отдельными частицами. Теоретически такие сведения получаются на основе решения уравнений Максвелла: описывается распространение электромагнитных волн в области, где расположена одна частица. Первые работы в такой постановке были выполнены в начале XX века [35]. Затем расчеты поглощения и рассеяния различными частицами выполнялись многократно. Богатый материал представлен в ряде монографий (см. [36–41]). Краткая сводка результатов содержится в [42]. В последние годы активно создаются и используются программы расчета оптических характеристик малых частиц в различных конкретных условиях (см., например, [43]).

Отметим важную особенность описания излучения в теории переноса. Она состоит в том, что процесс распространения излучения между актами рассеяния считается не зависящим от процессов рассеяния [26]. Распространение излучения между актами рассеяния определяется показателем преломления среды n , который может изменяться только плавно. Рассеяние же происходит на резких неоднородностях и фактически считается точечным. Диэлектрическая проницаемость среды, определяющая распространение излучения между актами рассеяния, может существенно отличаться от той, что характеризует среду в области резких неоднородностей. Такой способ описания позволяет использовать лучевое

представление распространения излучения в рассеивающей среде. Поведение лучей зависит от показателя преломления n . Когда n не изменяется внутри среды, лучи света прямолинейны. Когда показатель преломления изменяется в среде (зависит от \mathbf{r}), лучи света искривляются. Когда среда, в которой распространяется излучение между актами рассеяния, анизотропна (n зависит от \mathbf{u}), для описания поведения лучей используется лучевой показатель преломления [10]. Его надо применять при описании излучения, например, в твердых анизотропных веществах или в плазме, находящейся в достаточно сильном магнитном поле. В дальнейшем для простоты изложения будет принято, что показатель преломления n постоянен в среде, не зависит от места \mathbf{r} и направления \mathbf{u} .

Введенные коэффициенты удовлетворяют соотношениям взаимности, связывающим характеристики прямых и обратных рассеяний. На рисунке 3 схематически показаны такие рассеяния. Пусть вдоль пути 1 происходит рассеяние с изменением как направления, так и частоты. Рассеяние идет по схеме

$$(\mathbf{u}, v) \rightarrow (\mathbf{u}', v').$$

Будем считать это рассеяние прямым. Тогда обратным ему является рассеяние, происходящее вдоль пути 2 по схеме

$$(-\mathbf{u}', v') \rightarrow (-\mathbf{u}, v).$$

В таких прямых и обратных рассеяниях противоположны начальное и конечное направления излучения, а также противоположным образом изменяются частоты.

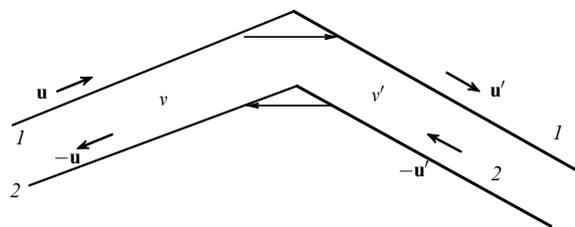


Рис. 3. Прямое (1) и обратное (2) однократные рассеяния. Тонкие лучи относятся к частоте v , толстые — к v' .

Обычно соотношения взаимности получаются вместе с самими характеристиками взаимодействия излучения с веществом в результате анализа уравнений, описывающих процесс рассеяния. Так, в случае упругого рассеяния излучения на мелких макроскопических частицах соотношения взаимности получаются в результате решения уравнений Максвелла [41]. Соотношения взаимности при рассеянии на микрочастицах (атомах, молекулах) в изотропной среде получаются как результат решения уравнения Шрёдингера [44].

В настоящей работе будут использованы соотношения взаимности, полученные на основе принципа детального равновесия [45]. При упругом рассеянии имеем при произвольной частоте v

$$\alpha(\mathbf{u})\lambda(\mathbf{u})\chi(\mathbf{u} \rightarrow \mathbf{u}') = \alpha(-\mathbf{u}')\lambda(-\mathbf{u}')\chi(-\mathbf{u}' \rightarrow -\mathbf{u}). \quad (2.7)$$

Пусть рассеяние неупруго, но происходит со столь малыми изменениями частоты, что справедливы следую-

щие приближенные равенства:

$$\frac{I^0(T, \nu)}{h\nu} \cong \frac{I^0(T, \nu')}{h\nu'},$$

$$n^2(\nu) \cong n^2(\nu').$$

Здесь

$$I^0(T, \nu) = \left[\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1 \right]^{-1} h\nu \frac{2\nu^2}{c^2} \quad (2.8)$$

— функция Планка, h , k — постоянные Планка и Больцмана, c — скорость света, T — температура.

В соответствии с [45] имеем в этом случае соотношение

$$\alpha(\mathbf{u}, \nu) A(\mathbf{u} \rightarrow \mathbf{u}', \nu \rightarrow \nu') \cong \alpha(-\mathbf{u}', \nu') A(-\mathbf{u}' \rightarrow -\mathbf{u}, \nu' \rightarrow \nu). \quad (2.9)$$

Формулы (2.7) и (2.9) означают, что вероятности прямых и обратных однократных рассеяний равны между собой при упругих рассеяниях и при таких неупругих, при которых изменения частоты достаточно малы.

Когда среда представляет собой смесь разных веществ, каждую k -ю компоненту смеси можно характеризовать соответствующими коэффициентами экстинкции α_k и поглощения k_k , а также вероятностями рассеяния A_k или λ_k , $\chi_k/(4\pi)$. Тогда общие характеристики смеси определяются следующими выражениями:

$$\alpha = \sum_k \alpha_k, \quad k = \sum_k k_k, \quad A = \sum_k \frac{\alpha_k A_k}{\alpha}, \quad (2.10)$$

$$\lambda = \sum_k \frac{\alpha_k \lambda_k}{\alpha}, \quad \chi = \sum_k \frac{\lambda_k \alpha_k \chi_k}{\alpha \lambda}.$$

Соотношения взаимности (2.7), (2.9) верны как для общих характеристик смеси, так и для характеристик каждой k -й ее компоненты.

В заключение раздела напомним, что для применимости геометрического приближения требуется выполнение достаточно жестких условий. Здесь отметим те условия, выполнение которых необходимо при использовании теории переноса и соответственно введенных выше характеристик. Во-первых, как обычно, на расстояниях, сравнимых с длиной волны (l), потоки излучения не должны сильно изменяться. Это требование выполняется, если $kl \ll 1$ и $\alpha l \ll 1$. Во-вторых, рассеиватели в рассеивающей среде должны находиться достаточно далеко друг от друга. Расстояния между ними должны значительно превышать как длину волны, так и расстояния от рассеивателя до волновой зоны $2\pi d^2/l$, где d — размер рассеивателя [26].

Приведем два примера, демонстрирующих, как указанные условия ограничивают концентрации частиц среды.

Во-первых, рассмотрим излучение в центре резонансной линии атомов натрия $l = 589$ нм $\cong 6 \times 10^{-5}$ см в газовой среде. Излучение в этой линии давно и широко используется в диагностике продуктов сгорания различных топлив. Пусть N_{Na} — концентрация атомов натрия, а поперечное сечение поглощения излучения есть σ_{Na} . Тогда коэффициент поглощения атомами натрия можно записать в виде $k_{\text{Na}} = N_{\text{Na}} \sigma_{\text{Na}}$. В центре рассматриваемой

линии при атмосферном давлении имеем $\sigma_{\text{Na}} = 2 \times 10^{-12}$ см² [46]. В соответствии с первым условием применимости геометрической оптики получаем ограничение на концентрацию атомов натрия

$$k_{\text{Na}} l = N_{\text{Na}} (2 \times 10^{-12}) (6 \times 10^{-5}) \ll 1,$$

или

$$N_{\text{Na}} \ll 10^{16} \text{ см}^{-3}.$$

Во-вторых, рассмотрим рассеяние излучения с длиной волны $l = 0,5$ мкм на частицах размером $d = 5$ мкм. Расстояние между частицами оценим как $l_{\text{p-p}} \sim N_{\text{p}}^{-1/3}$, где N_{p} — концентрация частиц. Неравенство $2\pi d^2/l \ll l_{\text{p-p}}$ приводит к условию $N_{\text{p}} \ll 10^5 \text{ см}^{-3}$.

Оба полученных неравенства создают существенные ограничения области применимости геометро-оптического описания на практике.

2.2. Уравнение переноса излучения

При описании излучения в линейной теории переноса используются две характеристики излучения. Первая из них (интенсивность) — проходящий в среде поток лучистой энергии, рассчитанный на единичные интервалы времени, телесного угла, частоты и площади, перпендикулярной потоку $[I(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)]$. Вторая — поток излучения, испускаемый средой в единичных интервалах времени, телесного угла, частоты и объема $[j(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)]$. Испускание излучения средой происходит за счет собственного первичного излучения и в результате рассеяния излучения, приходящего со всех сторон.

Стационарное уравнение переноса излучения при постоянном в среде показателе преломления n , определяющем распространение излучения между актами рассеяния, можно записать в следующем виде [10]:

$$\frac{\partial}{\partial b} [I(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)] = j(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) - \alpha(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) I(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu). \quad (2.11)$$

Это — уравнение баланса энергии лучистого потока в лучевой трубке. Дифференцирование проводится вдоль луча b , проходящего через точку \mathbf{r} в направлении \mathbf{u} (см. рис. 2).

Определим граничное условие задачи. Будем считать, что задана интенсивность I_S излучения, входящего в излучатель с окружающей поверхности S . Излучение, попадающее из объема v на поверхность S , не влияет на величину I_S . Иначе говоря, все излучение из объема v , достигая поверхности S , там исчезает. Чтобы такое граничное условие выполнялось, надо соответствующим образом проводить поверхность S . Это обычно можно сделать без затруднений, что и будет использоваться ниже. Тогда из уравнения переноса (2.11) вытекает следующее выражение интенсивности излучения через поток испускания j (см. рис. 2):

$$I(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) = \int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} j(\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, \nu) \exp[-t(\mathbf{r}^* \rightarrow \mathbf{r}, \nu)] d\mathbf{r}^* + I_S(\mathbf{r}_0, \mathbf{u}, \nu) \exp[-t(\mathbf{r}_0 \rightarrow \mathbf{r}, \nu)]. \quad (2.12)$$

Первое слагаемое определяет вклад в $I(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)$, обусловленный испусканием средой излучения в области луча b . Интегрирование ведется вдоль этого луча. Второе слагаемое — вклад излучения, пришедшего непосредственно

венно с поверхности, без взаимодействия со средой. Здесь $I_S(\mathbf{r}_0, \mathbf{u}, \nu)$ — интенсивность в точке \mathbf{r}_0 в направлении \mathbf{u} луча b .

Аналогично можно записать интенсивность в той же точке \mathbf{r} , но в другом направлении \mathbf{u}' (вдоль луча b') и при другой частоте ν' :

$$I(\mathbf{r}, \mathbf{u}', \nu') = \int_{\mathbf{r}'_0}^{\mathbf{r}} j(\mathbf{r}', \mathbf{u}', \nu') \exp[-t(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \nu')] d\mathbf{r}' + I_S(\mathbf{r}'_0, \mathbf{u}', \nu') \exp[-t(\mathbf{r}'_0 \rightarrow \mathbf{r}, \nu')]. \quad (2.13)$$

Пусть p_ν — удельный поток собственного первичного излучения единицы объема среды. Добавив к нему выражение потока, получающегося в результате рассеяния излучения, приходящего со всех сторон, находим выражение потока испускания j через интенсивность I :

$$j(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) = p_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) + \int_{4\pi} d\mathbf{u}' \int_{\Delta\nu} d\nu' I(\mathbf{r}, \mathbf{u}', \nu') \alpha(\mathbf{r}, \mathbf{u}', \nu') A(\mathbf{r}, \mathbf{u}' \rightarrow \mathbf{u}, \nu' \rightarrow \nu). \quad (2.14)$$

Здесь во втором слагаемом правой части интегрирование ведется по всем возможным частотам ν' и полному телесному углу, $d\mathbf{u}'$ — элемент телесного угла. Уравнение для j получается подстановкой (2.13) в (2.14) и может быть записано в следующем общем виде:

$$j(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) = Vj(\mathbf{r}', \mathbf{u}', \nu') + p_S(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) + p_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu). \quad (2.15)$$

Рассмотрим каждое слагаемое в правой части уравнения (2.15). Vj — интегральный оператор рассеяния. Это — часть потока j , которая определяется рассеянием в точке \mathbf{r} излучения, появившегося или рассеянного в объеме ранее. Оператор рассеяния получается в результате подстановки первого слагаемого правой части (2.13) во второе слагаемое правой части (2.14):

$$Vj(\mathbf{r}', \mathbf{u}', \nu') \equiv \int_{\mathbf{r}'_0}^{\mathbf{r}} d\mathbf{r}' \int_{4\pi} d\mathbf{u}' \int_{\Delta\nu} d\nu' j(\mathbf{r}', \mathbf{u}', \nu') \times \exp[-t(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \nu')] \alpha(\mathbf{r}, \mathbf{u}', \nu') A(\mathbf{r}, \mathbf{u}' \rightarrow \mathbf{u}, \nu' \rightarrow \nu). \quad (2.16)$$

Мощность p_S первичного рассеяния излучения поверхности в произвольной точке \mathbf{r} объема получается при подстановке второго слагаемого правой части (2.13) во второе слагаемое правой части (2.14). Здесь полезно перейти от интегрирования по углам к интегрированию по поверхности. Пусть поверхность S невогнута и θ — угол между направлением на точку \mathbf{r} и нормалью к поверхности (см. рис. 2). Тогда имеем соотношение $d\mathbf{u}' = d^2\mathbf{r}'_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}'_0)^{-2} \cos\theta$, где $d^2\mathbf{r}'_0$ — элемент площади поверхности S . Результат при $\nu' = \nu'_0$ запишем в виде

$$p_S(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) = \int_S d^2\mathbf{r}'_0 \int_{\Delta\nu} d\nu'_0 \cos\theta (\mathbf{r} - \mathbf{r}'_0)^{-2} I_S(\mathbf{r}'_0, \mathbf{u}'_0, \nu'_0) \times \exp[-t(\mathbf{r}'_0 \rightarrow \mathbf{r}, \nu'_0)] \alpha(\mathbf{r}, \mathbf{u}'_0, \nu'_0) A(\mathbf{r}, \mathbf{u}'_0 \rightarrow \mathbf{u}, \nu'_0 \rightarrow \nu). \quad (2.17)$$

Первичные источники p_ν в (2.15) определяются собственным первичным излучением среды и могут быть произвольными. Два из них будут конкретизированы ниже. Здесь отметим лишь, что если среда в объеме v

представляет собой смесь разных веществ, то излучение каждой компоненты смеси может описываться своим первичным источником p_k , а первичное объемное излучение определяется следующей суммой:

$$p_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) = \sum_k p_k(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu). \quad (2.18)$$

Уравнение (2.15) есть основное интегральное уравнение переноса излучения. Когда оно решено (т.е. поток испускания j выражен через первичные источники p), интенсивность в произвольной точке среды может быть определена по выражениям (2.12), (2.13).

Уравнение (2.15) получено в достаточно общем случае. Действительно, выражения оператора рассеяния V (см. (2.16)) и первичного источника p_S (см. (2.17)) пригодны при произвольной геометрии и неоднородности излучателя; среда может быть анизотропной по отношению к поглощению и рассеянию излучения (α, k, A зависят от \mathbf{u}); рассеяние может быть как упругим, так и неупругим; наружное освещение может быть различным в разных местах окружающей поверхности и может изменяться в зависимости от направления и частоты (I_S зависит от $\mathbf{r}'_0, \mathbf{u}'_0, \nu$).

В настоящей работе нас интересуют общие соотношения. Но при решении многих практических задач полученное общее уравнение не требуется. Из него могут быть получены различные частные случаи с достаточно простыми выражениями оператора рассеяния V и первичного источника p_S (см., например, [42]).

2.3. Выражение интенсивности через первичные источники

Интегральное уравнение переноса (2.15) есть линейное уравнение относительно испускаемого средой потока излучения j . Воспользуемся сначала общими свойствами линейных интегральных уравнений. Пусть первичный источник излучения описывается функцией $p_m(\mathbf{r}', \mathbf{u}', \nu')$. Каждый такой первичный источник обеспечивает появление потока излучения j_m в произвольной точке излучателя. Сумме первичных источников соответствует сумма потоков j_m . Учитывая (2.15) и (2.18), можно написать следующее выражение результирующего потока испускания смеси из k веществ на частоте ν в точке \mathbf{r}^* и в направлении \mathbf{u} луча b (см. рис. 2):

$$j(\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, \nu) = \sum_k j_k(\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, \nu) + j_S(\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, \nu). \quad (2.19)$$

Подстановка (2.19) в (2.12) позволяет представить интенсивность в виде следующей суммы:

$$I(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) = \sum_k I_k(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) + I_{S, \text{scat}}(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) + I_S(\mathbf{r}_0, \mathbf{u}, \nu) \exp[-t(\mathbf{r}_0 \rightarrow \mathbf{r}, \nu)]. \quad (2.20)$$

Здесь каждая интенсивность I_k определяется первичным излучением k -й компоненты смеси во всем объеме излучателя v . Интенсивность $I_{S, \text{scat}}$ определяется прохождением в $(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)$ излучения всей поверхности S после рассеяния в среде. Последнее слагаемое в (2.20) описывает прохождение излучения с поверхности S туда же, но без взаимодействия со средой, что возможно только из точки поверхности \mathbf{r}_0 , если начальное направление излучения есть \mathbf{u} , а его частота равна ν .

Чтобы найти выражения интенсивностей I_k, I_S через первичные источники, необходимо явно выразить j_m через p_m , т.е. решить уравнение (2.15). Одним из способов решения является нахождение функции отклика на первичный единичный источник (функции Грина) с последующей записью общего выражения искомой функции j .

Пусть $G[(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v') \rightarrow (\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, v)]$ — функция Грина, описывающая отклик в окрестности $(\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, v)$ на единичный источник излучения в окрестности $(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v')$. Начальная и конечная точки могут быть выбраны произвольно. Здесь конечная точка $(\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, v)$ взята на луче b для удобства использования в дальнейшем.

Функция Грина имеет вероятностный смысл, а именно

$$G[(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v') \rightarrow (\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, v)] d^3\mathbf{r}' d\mathbf{u}' dv'$$

определяет вероятность того, что излучение, возникшее в окрестности $(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v')$ в элементах объема $d^3\mathbf{r}'$, телесного угла $d\mathbf{u}'$ и частоты dv' , доберется произвольными путями до точки \mathbf{r}^* и будет там рассеяно средой в направлении \mathbf{u} с частотой v в единичных интервалах объема, телесного угла и частоты. Промежуточных попаданий на поверхность между $(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v')$ и $(\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, v)$ нет, так как в рассматриваемой задаче возможные отражения излучения от поверхности S уже учтены заданной интенсивностью излучения поверхности I_S . Уравнение для функции Грина G строится на основе решаемого уравнения (здесь — (2.15)). Запишем уравнение и покажем, что оно соответствует указанному смыслу функции Грина [50, 51]:

$$\begin{aligned} G[(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v') \rightarrow (\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, v)] &= \\ &= V\{G[(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v') \rightarrow (\mathbf{r}'', \mathbf{u}'', v'')]\} + \\ &+ \delta[(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v') - (\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, v)]. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Прохождение излучения из $(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v')$ через рассеивающую среду с завершающим рассеянием в \mathbf{r}^* описывается оператором рассеяния V . Функция Дирака учитывает возможность появления первичного излучения единичной мощности при $(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v') = (\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, v)$. Оператор рассеяния V можно представить в виде (см. рис. 2)

$$\begin{aligned} V\{G[(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v') \rightarrow (\mathbf{r}'', \mathbf{u}'', v'')]\} &\equiv \\ &\equiv \int_{r_0}^{\mathbf{r}^*} d\mathbf{r}'' \int_{4\pi} d\mathbf{u}'' \int_{\Delta v} dv'' G[(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v') \rightarrow (\mathbf{r}'', \mathbf{u}'', v'')] \times \\ &\times \exp[-t(\mathbf{r}'' \rightarrow \mathbf{r}^*, v'')] \alpha(\mathbf{r}^*, \mathbf{u}'', v'') A(\mathbf{r}^*, \mathbf{u}'' \rightarrow \mathbf{u}, v'' \rightarrow v). \end{aligned} \quad (2.22)$$

Подынтегральное выражение описывает вероятность прохождения излучения из $(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v')$ в $(\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, v)$ через произвольную промежуточную точку \mathbf{r}'' на луче b'' , где излучение имеет направление \mathbf{u}'' и частоту v'' . Действительно, $G[(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v') \rightarrow (\mathbf{r}'', \mathbf{u}'', v'')]$ — вероятность прохождения излучения произвольными путями из $(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v')$ в $(\mathbf{r}'', \mathbf{u}'', v'')$; $\exp[-t(\mathbf{r}'' \rightarrow \mathbf{r}^*, v'')]$ — вероятность прохождения из \mathbf{r}'' в \mathbf{r}^* вдоль луча b'' без взаимодействия со средой; $\alpha(\mathbf{r}^*, \mathbf{u}'', v'') A(\mathbf{r}^*, \mathbf{u}'' \rightarrow \mathbf{u}, v'' \rightarrow v)$ — вероятность рассеяния в точке \mathbf{r}^* в направлении \mathbf{u} с частотой v . Указанные события независимы, поэтому вероятность совокупности этих событий определяется произведением вероятностей отдельных событий.

Рассматриваемое излучение может прийти описанным путем в точку \mathbf{r}^* через разные точки \mathbf{r}'' и с разными частотами v'' . Это — события взаимоисключающие. Вероятность совокупности таких событий определяется суммированием вероятностей отдельных событий. Поэтому интегрирование по точкам \mathbf{r}'' луча b'' , по всем лучам, проходящим через \mathbf{r}^* (т.е. по \mathbf{u}''), и по всем возможным промежуточным частотам v'' учитывает все возможные появления в $(\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, v)$ того излучения, что ранее появилось в $(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v')$. Таким образом, записанное уравнение действительно соответствует указанному ранее вероятностному смыслу функции Грина.

Пользуясь смыслом функции отклика, можно записать решение уравнения (2.15), соответствующее произвольному первичному излучению в объеме $p_m(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v')$. Так, в окрестности \mathbf{r}^* в направлении \mathbf{u} при частоте v имеем

$$\begin{aligned} j_m(\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, v) &= \int_v d^3\mathbf{r}' \int_{4\pi} d\mathbf{u}' \int_{\Delta v} dv' p_m(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v') \times \\ &\times G[(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v') \rightarrow (\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, v)]. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Здесь $d^3\mathbf{r}'$ — элемент объема в окрестности точки \mathbf{r}' . Интегрирование ведется по всему объему v , всем возможным начальным направлениям \mathbf{u}' в точке \mathbf{r}' и частотам v' . Слагаемое интенсивности в $(\mathbf{r}, \mathbf{u}, v)$, определяемое первичным источником p_m , получается подстановкой (2.23) в интеграл правой части выражения (2.12) и может быть записано в виде

$$\begin{aligned} I_m(\mathbf{r}, \mathbf{u}, v) &= \int_v d^3\mathbf{r}' \int_{4\pi} d\mathbf{u}' \int_{\Delta v} dv' \times \\ &\times \int_{r_0}^{\mathbf{r}} d\mathbf{r}^* i_m[(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v') \rightarrow (\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, v) \rightarrow (\mathbf{r}, \mathbf{u}, v)], \end{aligned} \quad (2.24)$$

где

$$\begin{aligned} i_m[(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v') \rightarrow (\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, v) \rightarrow (\mathbf{r}, \mathbf{u}, v)] &\equiv \\ &\equiv p_m(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v') P[(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v') \rightarrow (\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, v) \rightarrow (\mathbf{r}, \mathbf{u}, v)], \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} P[(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v') \rightarrow (\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, v) \rightarrow (\mathbf{r}, \mathbf{u}, v)] &\equiv \\ &\equiv G[(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v') \rightarrow (\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, v)] \exp[-t(\mathbf{r}^* \rightarrow \mathbf{r}, v)]. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Функция $i_m[(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v') \rightarrow (\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, v) \rightarrow (\mathbf{r}, \mathbf{u}, v)]$ определяет вклад в интенсивность I_m излучения, первоначально появившегося в единичных интервалах объема, телесного угла и частоты в окрестности $(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v')$, затем прошедшего через рассеивающую среду и претерпевшего в \mathbf{r}^* последнее рассеяние перед попаданием в точку наблюдения $(\mathbf{r}, \mathbf{u}, v)$. Интегрирования в (2.24) учитывают как все возможности первичного появления излучения, так и все возможные точки последнего рассеяния на луче b . Смысл функции P следует из выражения (2.25) и вероятностного толкования функции Грина, а именно,

$$P[(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v') \rightarrow (\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, v) \rightarrow (\mathbf{r}, \mathbf{u}, v)]$$

есть плотность вероятности того, что излучение из $(\mathbf{r}', \mathbf{u}', v')$ произвольными путями добирается до \mathbf{r}^* , там рассеивается в направлении \mathbf{u} с частотой v , а затем доходит до $(\mathbf{r}, \mathbf{u}, v)$ уже без взаимодействия со средой.

Выражения (2.24)–(2.26) описывают и интенсивности рассеянного внешнего излучения. Для их получения следует подставить (2.17) в (2.23), а результат — в (2.12).

Таким путем получаем

$$I_{S, \text{scat}}(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) = \int_S d^2 \mathbf{r}'_0 \int_v d^3 \mathbf{r}' \times \\ \times \int_{\Delta \nu} d\nu'_0 i_{\text{scat}}[(\mathbf{r}'_0, \mathbf{u}'_0, \nu'_0) \rightarrow (\mathbf{r}') \rightarrow (\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)], \quad (2.27)$$

где

$$i_{\text{scat}}[(\mathbf{r}'_0, \mathbf{u}'_0, \nu'_0) \rightarrow (\mathbf{r}') \rightarrow (\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)] \equiv \\ \equiv I_S(\mathbf{r}'_0, \mathbf{u}'_0, \nu'_0) P_{\text{scat}}[(\mathbf{r}'_0, \mathbf{u}'_0, \nu'_0) \rightarrow (\mathbf{r}') \rightarrow (\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)]. \quad (2.28)$$

Здесь $i_{\text{scat}}[(\mathbf{r}'_0, \mathbf{u}'_0, \nu'_0) \rightarrow (\mathbf{r}') \rightarrow (\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)]$ определяет вклад в интенсивность $I_{S, \text{scat}}(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)$ первичного излучения поверхности S в окрестности $(\mathbf{r}'_0, \mathbf{u}'_0, \nu'_0)$, испытавшего в \mathbf{r}' первое рассеяние, а затем прошедшего через среду в $(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)$. Опустим громоздкое выражение P_{scat} , отметив лишь, что в него включены интегрирования по \mathbf{u}' , ν' из (2.23) и по \mathbf{r}^* из (2.12). Каждому месту первого рассеяния \mathbf{r}' соответствует свое направление начального излучения \mathbf{u}'_0 в \mathbf{r}'_0 (см. рис. 2). Поэтому интегрирования по \mathbf{r}' в (2.27) учитывают и все начальные направления \mathbf{u}'_0 при каждом заданном \mathbf{r}'_0 . Вероятностный смысл функции P_{scat} аналогичен смыслу P с тем отличием, что в P_{scat} учитываются вероятности прохождения излучения из $(\mathbf{r}'_0, \mathbf{u}'_0, \nu'_0)$ в $(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)$ только после рассеяния где-нибудь внутри объема v .

Таким образом, слагаемые I_k , $I_{S, \text{scat}}$, i_k , i_{scat} суммарной интенсивности излучения I выражены через первичные источники объемного излучения p_k и интенсивность внешнего освещения I_S . Слагаемые интенсивности связаны с первичным излучением вероятностями прохождения излучения из места его появления в точку наблюдения.

Запишем теперь выражение суммарной интенсивности, используя в (2.20) выражение (2.24) при $m = k$ и (2.27):

$$I(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) = \sum_k \int_v d^3 \mathbf{r}' \int_{4\pi} d\mathbf{u}' \int_{\Delta \nu} d\nu' \times \\ \times \int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} d\mathbf{r}^* i_k[(\mathbf{r}', \mathbf{u}', \nu') \rightarrow (\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, \nu) \rightarrow (\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)] + \\ + \int_S d^2 \mathbf{r}'_0 \int_v d^3 \mathbf{r}' \int_{\Delta \nu} d\nu'_0 i_{\text{scat}}[(\mathbf{r}'_0, \mathbf{u}'_0, \nu'_0) \rightarrow (\mathbf{r}') \rightarrow (\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)] + \\ + I_S(\mathbf{r}_0, \mathbf{u}, \nu) \exp[-t(\mathbf{r}_0 \rightarrow \mathbf{r}, \nu)]. \quad (2.29)$$

В работах [50, 51] аналогичные выражения интенсивностей получены в случае, когда показатель преломления n изменяется внутри среды. Выражения (2.24)–(2.29) упрощаются в частных случаях. Рассмотрим два из них.

1. При упругих рассеяниях ($\nu = \nu'$) исчезают все интегрирования по ν' . К этому приводит использование выражения (2.4) с δ -функцией: при интегрированиях по частоте остаются только подынтегральные выражения при $\nu' = \nu$. При этом учитывается, что интервал частот $\Delta \nu$ охватывает все возможные частоты и может быть заменен на интервал от 0 до ∞ .

2. Когда рассеяние отсутствует ($\lambda = A = 0$), вместо уравнения (2.21), описывающего функцию Грина, получаем

$$G[(\mathbf{r}', \mathbf{u}', \nu) \rightarrow (\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, \nu)] = \delta[(\mathbf{r}', \mathbf{u}', \nu) - (\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, \nu)]. \quad (2.30)$$

Подставляя это выражение в (2.26), а результат в (2.25), (2.24), находим после проведения интегрирования при $m = k$

$$I_k(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) = \int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} p_k(\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, \nu) \exp[-t(\mathbf{r}^* \rightarrow \mathbf{r}, \nu)] d\mathbf{r}^*. \quad (2.31)$$

Это выражение хорошо известно и часто используется при описании излучения в излучающих и поглощающих средах без рассеяния.

3. Соотношения между слагаемыми интенсивности излучения

3.1. О равновесных соотношениях

Кратко остановимся на последовательности получения соотношений между слагаемыми интенсивности, отличающимися первичными источниками излучения. Сначала из условий термодинамического равновесия в замкнутой изотермической полости были получены равновесные соотношения между слагаемыми теплового излучения I_k , I_S в разных случаях [42, 47–49]. Отдельные случаи отличались характеристиками среды и взаимодействия излучения с веществом. Рассматривались упругие и неупругие рассеяния, изотропные и анизотропные оптические характеристики, различные показатели преломления, определяющие прохождение излучения между актами рассеяния. Затем на этой же основе в работах [50, 51] были получены соотношения между парциальными интенсивностями i_k , i_S . Поясним, как именно получаются равновесные соотношения.

Первичные источники в случае теплового излучения описываются классическим законом Кирхгофа–Клаузиуса. Используя введенные выше обозначения, можно в этом случае представить мощность первичного испускания излучения k -й компонентой вещества в следующем виде:

$$p_k(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) = k_k(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) n^2(\nu) I^0[T_k(\mathbf{r}), \nu]. \quad (3.1)$$

Напомним, что при достаточно плавных изменениях температуры такие выражения можно применять локально и в неизотермической среде. Когда температура определяет первичное излучение вещества, объект и его излучение называют *тепловым* или *термическим*, независимо от того, изменяется ли температура внутри него. Тепловое излучение в любом объекте, содержащем излучающую, поглощающую и рассеивающую среду, может быть описано выражениями, полученными в разделе 2.3 в результате решения уравнений переноса. Для первичного излучения надо при этом использовать (3.1). В частности, это описание можно применить к излучению в замкнутой полости, внутри которой имеется такая среда. Когда температура T всех компонент среды и поверхности полости везде одинакова, то суммарная интенсивность излучения в произвольных точках внутри среды и у поверхности равновесна, изотропна и определяется при неизменном в среде показателе преломления n следующими равенствами:

$$I_{\text{eq}}(T, \nu) = I_{S, \text{eq}}(T, \nu) = n^2(\nu) I^0(T, \nu). \quad (3.2)$$

Многие важные соотношения (включая закон Кирхгофа–Клаузиуса) были получены из принципа детального равновесия, верного в условиях термодинамического равновесия. При получении равновесных соотношений между слагаемыми, первично возникающими в разных частях излучателя, принцип детального равновесия не применялся. Во всех указанных работах использовались только известные равновесные значения результирующей суммарной интенсивности (3.2). Этот прием ранее употреблялся для нахождения равновесных связей между отдельными членами интегрального уравнения переноса, для чего в само уравнение вводились равновесные потоки. В теории радиационного теплообмена таким путем получались условия замкнутости [9, 52, 53]. В работах [54, 55] условия замкнутости связывают резольвенты интегральных уравнений переноса. Известное равновесное значение интенсивности теплового излучения использовалось и в работе [56] для получения соотношения между двумя составляющими равновесного излучения — первичного и рассеянного средой.

Равновесные соотношения между слагаемыми интенсивности разного происхождения, получались в работах [42, 47–51] путем приравнивания общих решений уравнений переноса равновесным интенсивностям. Затем обе части равенства делились на равновесную интенсивность, что приводило к равновесным соотношениям между относительными величинами слагаемых интенсивности (здесь такая процедура используется лишь в разделе 5.3 в случае неприменимости геометрической оптики). Относительные величины слагаемых не зависят непосредственно от температуры, а определяются оптическими характеристиками взаимодействия излучения с веществом, поэтому был сделан вывод, что равновесные соотношения можно применять и в неизотермических объектах, если изменения температуры заметно не влияют на оптические характеристики. Область применимости равновесных соотношений ограничена следующими условиями. Во-первых, соотношения применимы только в случае теплового излучения. Во-вторых, излучатель должен быть окружен замкнутой излучающей поверхностью. И наконец, метод получения соотношений приводил и к ограничениям при использовании соотношений в неизотермическом излучателе.

Затем был предложен другой метод получения соотношений, основанный на вероятностном описании условий стационарности излучения [57, 58]. Такой подход резко расширил область применимости получаемых соотношений. Первичное излучение может быть произвольным, а не обязательно тепловым. Излучатель не должен быть окружен замкнутой излучающей поверхностью. Окружающая поверхность может быть частично или полностью прозрачной и не освещенной снаружи. Исчезает и указанное выше ограничение на изменение температуры теплового излучателя. В работах [57, 58] метод применялся для получения стационарных соотношений между слагаемыми теплового излучения. В работах [59, 60] этот метод использовался уже в случае произвольного первичного излучения.

В разделе 3 будет использован второй метод. Будут выведены стационарные соотношения и будет показано, что равновесные соотношения могут быть получены из стационарных в частном случае. Как и ранее, здесь будет предполагаться, что геометрическую оптику применять можно.

3.2. Вероятность исчезновения излучения

Рассмотрим поток излучения, проходящий в каком-либо месте и направлении при заданной частоте. Любой такой поток образуется в результате того, что где-либо излучение первично возникло, а затем пришло в выбранную область. Возникает излучение первично в результате превращения энергии вещества в энергию излучения внутри излучателя или в результате поступления излучения снаружи. С другой стороны, излучение рассматриваемого потока исчезает. Исчезновение может происходить как путем поглощения энергии веществом в разных частях излучателя, так и за счет выхода излучения за пределы объекта. В стационарном объекте все излучение, возникающее в течение произвольного промежутка времени, исчезает за то же время. Это относится и к излучению, образующему рассматриваемый поток, в частности к интенсивности в любом месте и направлении. Чтобы решить вопрос о том, какие промежутки времени имеет смысл выбирать, учтем, что в теории переноса рассматривается излучение, усредненное за времена, много большие, чем период колебания излучения ν^{-1} и времена появления, исчезновения и распространения излучения в объекте. Следовательно, процессы появления и исчезновения можно считать происходящими мгновенно и одновременно.

В общем случае возникновение излучения в выбранной части объекта не компенсируется таким же по величине исчезновением в той же части объекта, т.е. детального равновесия нет. Возникновение излучения в некотором месте может компенсироваться исчезновением где угодно внутри объекта или за его пределами.

При получении стационарных соотношений далее используется вероятностное описание излучения. В разделе 2.3 запись общих решений уравнения переноса с помощью функции Грина позволила получить выражения составляющих интенсивностей излучения через первичные источники и вероятности прохождения излучения в веществе (см. (2.24)–(2.28)). С другой стороны, из сказанного о стационарном излучателе вытекает, что исчезновение возникающего в стационарном объекте излучения есть событие достоверное. Как известно из теории вероятности, вероятность такого события равна единице [61]. Это равенство можно применить к вероятности исчезновения любого потока излучения, возникающего в стационарных условиях, что и будет положено в основу вывода соотношений.

Составление уравнений для вероятности какого-либо процесса обычно основано на детальном описании событий, определяющих процесс, и соответствующем представлении вероятности каждого события. Далее будут использованы только два положения теории вероятностей: вероятность совокупности независимых событий равна произведению вероятностей всех событий этой совокупности; вероятность совокупности взаимоисключающих событий равна сумме вероятностей всех событий этой совокупности. Эти положения уже применялись при интерпретации уравнений и функций раздела 2.

Воспользуемся тем, что можно рассматривать вероятность исчезновения излучения, пришедшего откуда угодно в любое место стационарного объекта при любом направлении и частоте. Выберем излучение, которое в точке наблюдения \mathbf{r} имеет частоту ν и направление $(-\mathbf{u})$, противоположное направлению наблюдения

в полученных ранее выражениях интенсивности (2.24)–(2.29). Сначала обсудим вероятность исчезновения этого излучения в результате поглощения в единице объема в окрестности произвольной точки среды. Эта вероятность определяется совокупностью следующих последовательных независимых событий.

1. Излучение приходит из точки \mathbf{r} в произвольную точку \mathbf{r}^* луча b (см. рис. 2) без взаимодействия со средой.
2. В точке \mathbf{r}^* происходит первое рассеяние.
3. Рассеянное в \mathbf{r}^* излучение приходит в окрестность произвольной точки \mathbf{r}' в единице поперечного сечения в направлении $(-\mathbf{u}')$ с частотой ν' произвольным путем, т.е. претерпевая по дороге любые рассеяния в среде.
4. В окрестности точки \mathbf{r}' излучение поглощается на единице длины.

Введем обозначения вероятностей разных групп событий этой совокупности и составим уравнения, связывающие их.

Пусть

$$P_{\text{abs}}[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu) \rightarrow (\mathbf{r}^*, -\mathbf{u}, \nu) \rightarrow (\mathbf{r}', -\mathbf{u}', \nu')]$$

описывает вероятность совокупности всех событий 1–4;

$$P[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu) \rightarrow (\mathbf{r}^*, -\mathbf{u}, \nu) \rightarrow (\mathbf{r}', -\mathbf{u}', \nu')]$$

— вероятность событий 1–3;

$$g[(\mathbf{r}^*, -\mathbf{u}, \nu) \rightarrow (\mathbf{r}', -\mathbf{u}', \nu')]$$

— вероятность событий 2 и 3; наконец,

$$k(\mathbf{r}', -\mathbf{u}', \nu')$$

— коэффициент поглощения, определяющий вероятность события 4.

Введенные вероятности на самом деле имеют смысл плотностей вероятностей: P_{abs} рассчитано на единицу объема, а P и g — на единицу площади в окрестности конечного пункта следования излучения, т.е. точки \mathbf{r}' . Это уточнение опускается для краткости.

Непосредственно из данных определений следуют связи между введенными вероятностями независимых событий:

$$P_{\text{abs}}[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu) \rightarrow (\mathbf{r}^*, -\mathbf{u}, \nu) \rightarrow (\mathbf{r}', -\mathbf{u}', \nu')] = P[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu) \rightarrow (\mathbf{r}^*, -\mathbf{u}, \nu) \rightarrow (\mathbf{r}', -\mathbf{u}', \nu')] k(\mathbf{r}', -\mathbf{u}', \nu'), \quad (3.3)$$

$$P[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu) \rightarrow (\mathbf{r}^*, -\mathbf{u}, \nu) \rightarrow (\mathbf{r}', -\mathbf{u}', \nu')] = g[(\mathbf{r}^*, -\mathbf{u}, \nu) \rightarrow (\mathbf{r}', -\mathbf{u}', \nu')] \exp[-t(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}^*, \nu)]. \quad (3.4)$$

Теперь выпишем уравнение, которому должна удовлетворять функция g , и поясним его смысл:

$$g[(\mathbf{r}^*, -\mathbf{u}, \nu) \rightarrow (\mathbf{r}', -\mathbf{u}', \nu')] = V\{g[(\mathbf{r}'', -\mathbf{u}'', \nu'') \rightarrow (\mathbf{r}', -\mathbf{u}', \nu')]\} + \delta[(\mathbf{r}^*, -\mathbf{u}, \nu) - (\mathbf{r}', -\mathbf{u}', \nu')]. \quad (3.5)$$

Вероятность прохождения излучения через среду, когда первое рассеяние происходит в $(\mathbf{r}^*, -\mathbf{u}, \nu)$, описывается оператором рассеяния V , который можно пред-

ставить в виде

$$V\{g[(\mathbf{r}'', -\mathbf{u}'', \nu'') \rightarrow (\mathbf{r}', -\mathbf{u}', \nu')]\} \equiv \int_{\mathbf{r}''_0}^{\mathbf{r}''} d\mathbf{r}'' \int_{4\pi} d(-\mathbf{u}'') \times \int_{\Delta\nu} d\nu'' g[(\mathbf{r}'', -\mathbf{u}'', \nu'') \rightarrow (\mathbf{r}', -\mathbf{u}', \nu')] \times \exp[-t(\mathbf{r}^* \rightarrow \mathbf{r}'', \nu'')] \alpha(\mathbf{r}^*, -\mathbf{u}, \nu) \times A(\mathbf{r}^*, -\mathbf{u} \rightarrow -\mathbf{u}'', \nu \rightarrow \nu''). \quad (3.6)$$

В подынтегральном выражении сомножители определяют вероятности следующих последовательных независимых событий (справа налево):

$\alpha(\mathbf{r}^*, -\mathbf{u}, \nu) A(\mathbf{r}^*, -\mathbf{u} \rightarrow -\mathbf{u}'', \nu \rightarrow \nu'')$ — вероятность первого рассеяния в \mathbf{r}^* ;

$\exp[-t(\mathbf{r}^* \rightarrow \mathbf{r}'', \nu'')]$ — вероятность прохождения излучения вдоль луча b'' из \mathbf{r}^* в \mathbf{r}'' без взаимодействия со средой;

$g[(\mathbf{r}'', -\mathbf{u}'', \nu'') \rightarrow (\mathbf{r}', -\mathbf{u}', \nu')]$ — вероятность рассеяния в \mathbf{r}'' и последующего произвольного прохождения из $(\mathbf{r}'', -\mathbf{u}'', \nu'')$ в $(\mathbf{r}', -\mathbf{u}', \nu')$.

Промежуточная точка \mathbf{r}'' может лежать где угодно на луче b'' , луч b'' может проходить через точку \mathbf{r}^* в любом направлении $(-\mathbf{u}'')$ и частоты ν'' могут быть различными. События, отличающиеся значениями величин $\mathbf{r}'', -\mathbf{u}'', \nu''$, являются взаимоисключающими, поэтому вероятность совокупности таких событий получается интегрированием по ним.

Таким образом, оператор рассеяния (3.6) учитывает все возможности прохождения излучения из $(\mathbf{r}^*, -\mathbf{u}, \nu)$ в $(\mathbf{r}', -\mathbf{u}', \nu')$ после рассеяний в среде.

В уравнении (3.5) учитывается возможность совпадения начальной $(\mathbf{r}^*, -\mathbf{u}, \nu)$ и конечной $(\mathbf{r}', -\mathbf{u}', \nu')$ точек. В этом случае возможно описываемое оператором рассеяния прохождение излучения через рассеивающую среду с возвращением в $(\mathbf{r}^*, -\mathbf{u}, \nu)$, но возможно и непосредственное поглощение в начальной точке, без блуждания внутри среды. δ -функция в уравнении (3.5) учитывает возможность этого события. Вероятности всех этих несовместимых событий складываются, что и образует правую часть уравнения (3.5).

Функции P и g описывают вероятности прихода рассматриваемого излучения в окрестность \mathbf{r}' . Вероятность прихода и поглощения в единице объема в этой области определяется формулой (3.3). Поглощение разными компонентами среды в разных местах \mathbf{r}' с разными частотами ν' и направлениями $(-\mathbf{u}')$ так же, как и первое рассеяние в разных местах \mathbf{r}^* луча b , являются событиями взаимоисключающими, поэтому общая вероятность поглощения излучения из $(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu)$ всей средой записывается в виде

$$P_{v, \text{abs}}(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu) = \sum_k P_{k, \text{abs}}(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu) = \sum_k \int_v d^3\mathbf{r}' \int_{4\pi} d\mathbf{u}' \int_{\Delta\nu} d\nu' \times \int_{\mathbf{r}''_0}^{\mathbf{r}''} d\mathbf{r}'' P[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu) \rightarrow (\mathbf{r}^*, -\mathbf{u}^*, \nu) \rightarrow (\mathbf{r}', -\mathbf{u}', \nu')] \times k_k(\mathbf{r}', -\mathbf{u}', \nu'). \quad (3.7)$$

Здесь учтена формула (2.10) для коэффициента поглощения и интегрирование по $(-\mathbf{u}')$ заменено на интегриро-

вание по \mathbf{u}' , что возможно, так как интегрирование ведется по полному телесному углу.

Аналогично записывается выражение вероятности исчезновения излучения на окружающей поверхности S после рассеяний в объеме с учетом того, что все попадающее на поверхность излучение там исчезает, так как излучение поверхности I_S задано в рассматриваемой задаче:

$$P_{S, \text{scat}}(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu) = \int_S d^2\mathbf{r}'_0 \int_{\nu} d^3\mathbf{r}' \times \\ \times \int_{\Delta\nu} d\nu'_0 P_{\text{scat}}[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu) \rightarrow (\mathbf{r}') \rightarrow (\mathbf{r}'_0, -\mathbf{u}'_0, \nu'_0)]. \quad (3.8)$$

Для краткости записи в P_{scat} уже учтены вероятности рассеяний в точке \mathbf{r}' в разных направлениях и с разными частотами, а также вероятности первых рассеяний в разных точках \mathbf{r}^* луча b .

Полное исчезновение возникающего излучения в стационарных условиях есть событие достоверное. Его вероятность определяется суммой взаимоисключающих исчезновений в объеме и на поверхности. При этом на поверхность излучение может выходить как после рассеяний в среде, так и без рассеяний. В последнем случае вероятность выхода определяется экспонентой от оптической плотности. Вероятность достоверного события равна единице, поэтому находим условие полного исчезновения излучения в следующем виде:

$$P_{v, \text{abs}}(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu) + P_{S, \text{scat}}(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu) + \exp[-t(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}_0, \nu)] = 1. \quad (3.9)$$

Это равенство будет положено в основу получения стационарных соотношений.

3.3. Стационарное соотношение между слагаемыми интенсивности

Для получения стационарного соотношения надо ввести в условие (3.9) слагаемые интенсивностей. Для этого сопоставим уравнения, описывающие вероятности исчезновения излучения, с уравнениями, описывающими интенсивность излучения. Сначала сравним уравнения (3.5), (3.6), определяющие вероятность g , с уравнениями (2.21), (2.22), определяющими функцию Грина уравнения переноса. Можно легко убедиться в том, что уравнения полностью совпадают, если, во-первых, выполнено соотношение взаимности (2.7) или (2.9), а во-вторых, излучение одинаково ослабляется при прохождении вдоль произвольного луча в двух противоположных направлениях, т.е. выполняются следующие условия обратимости:

$$k(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) = k(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu), \\ \alpha(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) = \alpha(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu), \quad (3.10) \\ \exp[-t(\mathbf{r}_1 \rightarrow \mathbf{r}_2, \nu)] = \exp[-t(\mathbf{r}_2 \rightarrow \mathbf{r}_1, \nu)].$$

Эти условия могут нарушаться в сильно анизотропной среде.

Когда совпадают уравнения, определяющие функции G и g , имеем

$$g[(\mathbf{r}^*, -\mathbf{u}, \nu) \rightarrow (\mathbf{r}', -\mathbf{u}', \nu')] = G[(\mathbf{r}', \mathbf{u}', \nu') \rightarrow (\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, \nu)]. \quad (3.11)$$

Когда имеет место это равенство, сопоставляя (2.26) и (3.4) и учитывая снова (3.10), находим

$$P[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu) \rightarrow (\mathbf{r}^*, -\mathbf{u}, \nu) \rightarrow (\mathbf{r}', -\mathbf{u}', \nu')] = \\ = P[(\mathbf{r}', \mathbf{u}', \nu') \rightarrow (\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, \nu) \rightarrow (\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)]. \quad (3.12)$$

Аналогично можно получить равенство вероятностей прохождения излучения от произвольной точки поверхности в любую точку объема. Приведем результат без вывода:

$$P_{\text{scat}}[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu) \rightarrow (\mathbf{r}') \rightarrow (\mathbf{r}'_0, -\mathbf{u}'_0, \nu'_0)] = \\ = P_{\text{scat}}[(\mathbf{r}'_0, \mathbf{u}'_0, \nu'_0) \rightarrow (\mathbf{r}') \rightarrow (\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)]. \quad (3.13)$$

Равенства (3.12), (3.13) означают, что вероятности прохождения излучения из одной произвольной точки рассеивающей среды в другую и обратно одинаковы. Эти равенства являются следствием того, что, во-первых, в каждом акте рассеяния излучения веществом выполняются соотношения взаимности и, во-вторых, справедливы условия обратимости (3.10).

Используя выражения (3.7), (3.8), равенства (3.12), (3.13) и выражения (2.25), (2.28), можно ввести в условие стационарности (3.9) парциальные слагаемые интенсивности излучения i_k, i_{scat} . При этом надо учесть, что i_{scat} определяется только освещенной извне или излучающей частью окружающей поверхности. В общем случае замкнутая окружающая поверхность может быть разбита на две части:

$$S = S_{\text{rad}} + S_{\text{ex}},$$

где S_{rad} — часть поверхности, с которой излучение в объем поступает (на ней $I_S \neq 0$), а S_{ex} — часть поверхности, с которой излучение в объем не поступает, а только уходит из него (на этой части поверхности $I_S = 0$). Она может быть либо полностью поглощающей и холодной, либо прозрачной и не освещенной извне. Соответственно следует разбить область интегрирования по поверхности в (3.8) на две части и ввести i_{scat} только в ту часть, что относится к излучающей или освещенной снаружи поверхности S_{rad} . В результате имеем

$$\sum_k \int_{\nu} d^3\mathbf{r}' \int_{4\pi} d\mathbf{u}' \int_{\Delta\nu} d\nu' \times \\ \times \int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} d\mathbf{r}^* \frac{i_k[(\mathbf{r}', \mathbf{u}', \nu') \rightarrow (\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, \nu)] k_k(\mathbf{r}', \mathbf{u}', \nu')}{p_k(\mathbf{r}', \mathbf{u}', \nu')} + \\ + \int_{S_{\text{rad}}} d^2\mathbf{r}'_0 \int_{\nu} d^3\mathbf{r}' \int_{\Delta\nu} d\nu'_0 \frac{i_{\text{scat}}[(\mathbf{r}'_0, \mathbf{u}'_0, \nu'_0) \rightarrow (\mathbf{r}') \rightarrow (\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)]}{I_S(\mathbf{r}'_0, \mathbf{u}'_0, \nu'_0)} + \\ + P_{S_{\text{ex}}}(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu) + \exp[-t(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}_0, \nu)] = 1. \quad (3.14)$$

Здесь $P_{S_{\text{ex}}}(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu)$ — вероятность выхода излучения на пропускающую поверхность S_{ex} после рассеяния внутри среды. Эта вероятность определяется такой же формулой, как (3.8), но интегрирование ведется не по поверхности S , а по поверхности S_{ex} . При записи коэффициента поглощения k_k здесь использовано первое равенство (3.10).

Соотношение (3.14) представляет собой условие стационарности излучения и описывает связи между парциальными слагаемыми интенсивности i_k и i_{scat} в общем виде. В работе [59] условие стационарности получено и в

случае, когда показатель преломления n изменяется в среде.

Обсудим смысл входящих в (3.14) величин. Во-первых, отношение испускательной и поглощательной способностей p_k/k_k равно интенсивности первичного излучения k -й компоненты, возникающего в объеме с единичным поперечным сечением и толщиной k_k^{-1} . Следовательно, $i_k k_k/p_k$ в (3.14) — отношение слагаемого интенсивности i_k к интенсивности соответствующего первичного излучения k -й компоненты. Далее, i_{scat}/I_S — отношение слагаемого i_{scat} рассеянного излучения поверхности к интенсивности его первичного излучения. Экспоненциальное слагаемое — отношение слагаемого интенсивности, пришедшего без взаимодействия со средой из точки \mathbf{r}_0 поверхности в точку наблюдения \mathbf{r} , к первичному излучению поверхности.

В (3.14) входят величины, являющиеся предметом исследований как в расчетах, так и в спектроскопических экспериментах. В опытах могут быть непосредственно измерены интенсивности падающего извне излучения I_S , оптические плотности t , суммарные интенсивности I , определяемые формулой (2.20). Величина вероятности выхода $P_{S_{\text{ex}}}(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu)$ тоже может быть измерена (см. раздел 4.4). Такие слагаемые интенсивности, как i_k и I_S , а также отношение p_k/k_k , непосредственно измерить обычно не удается, но их часто требуется найти на основе остальных измерений. Соотношение (3.14) при этом может быть полезным.

Отметим важную особенность соотношения (3.14): оно может быть легко преобразовано на основе его вероятностного смысла. Приведем лишь один пример. Пусть какая-то часть объема $v_{\text{non-rad}}$ столь мало излучает, что соответствующее слагаемое интенсивности не может быть зарегистрировано в опытах. С другой стороны, поглощение излучения в этой области может быть существенным. Так может случиться, если какая-то часть теплового излучателя значительно холоднее остальных. Формально при этом в (3.14) появляется неопределенность типа $i_k/p_k = 0/0$, относящаяся к объему $v_{\text{non-rad}}$. Учет неопределенности можно произвести следующим путем. Интеграл по объему $v_{\text{non-rad}}$ в соотношении (3.14) равен вероятности поглощения в этом объеме $P_{v_{\text{non-rad}}}$. Ее можно выделить из общей вероятности поглощения, исключив из области интегрирования по объему область $v_{\text{non-rad}}$. Вместо этого в (3.14) появится в явном виде вероятность $P_{v_{\text{non-rad}}}$ наряду со слагаемым $P_{S_{\text{ex}}}$. В конкретных задачах такая запись может быть более удобной.

3.4. Частные случаи стационарного соотношения

Соотношение (3.14) является достаточно общим и имеет широкую область применимости. При практическом употреблении нет необходимости использовать столь общие связи. При упругих рассеяниях, как и в случае описания интенсивностей излучения (см. раздел 2.3), в (3.14) исчезают все интегрирования по частотам. В открытом со всех сторон и не освещенном снаружи излучателе исчезает слагаемое с интегралом по поверхности S_{rad} . Наконец, вероятность выхода за пределы объекта часто отсутствует, т.е. $P_{S_{\text{ex}}}(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu) = 0$. Это имеет место, во-первых, когда вся окружающая поверхность S излучает или освещена снаружи. Во-вторых, даже в тех случаях, когда неизлучающая поверхность S_{ex} имеется, совсем не всегда излучение из $(\mathbf{r}, -\mathbf{u})$ до этой

поверхности может не добраться. Излучение может не попасть на поверхность S_{ex} по разным причинам. Например, если оптическая плотность излучателя велика и поглощение существенно, то излучение может полностью затухнуть по дороге к поверхности S_{ex} . Или если, наоборот, оптическая плотность мала, а рассеяние происходит только под малыми углами к начальному направлению $(-\mathbf{u})$, рассматриваемое излучение попадает только на часть поверхности, расположенную напротив наблюдателя. Если неосвещенная поверхность S_{ex} расположена вне этой части, то к ней рассматриваемое излучение не пройдет. В обоих случаях $P_{S_{\text{ex}}}(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu) = 0$.

Теперь конкретизируем отношение испускательной и поглощательной способностей (p_k/k_k) в двух практически важных случаях. Во-первых, в случае тепловых излучателей первичное излучение каждой компоненты определяется законом Кирхгофа–Клаузиуса (3.1). В этом случае имеем

$$\frac{p_k(\mathbf{r}', \mathbf{u}', \nu')}{k_k(\mathbf{r}', \mathbf{u}', \nu')} = n^2(\nu') I^0 [T_k(\mathbf{r}'), \nu']. \quad (3.15)$$

Во-вторых, рассмотрим излучение газа. Распределение населенностей по атомным и молекулярным энергетическим уровням может быть как равновесным, так и неравновесным. Отношение испускательной способности к истинной поглощательной способности каждого k -го сорта газа можно получить с помощью соотношений Эйнштейна (см., например, [62]). Оно определяется отношением населенностей (N) энергетических уровней, между которыми происходит излучательно-поглощательный переход. Пусть l и u — нижний и верхний уровни выбранного перехода k -й компоненты газовой смеси. Тогда можно записать

$$p_k(\nu') = \frac{a_{u-1} h \nu' N_u}{4\pi},$$

$$k_k(\nu') = \frac{c^2}{8\pi(\nu')^2} \frac{g_u}{g_l} a_{u-1} N_l \left(1 - \frac{g_l N_u}{g_u N_l} \right).$$

Здесь a_{u-1} — вероятность спонтанного излучательного перехода с верхнего на нижний уровень, g_u, g_l — статистические веса уровней. Отсюда получаем

$$\frac{p_k(\mathbf{r}', \mathbf{u}', \nu')}{k_k(\mathbf{r}', \mathbf{u}', \nu')} = \frac{2h\nu'^3}{c^2} \left[\frac{g_u N_l(\mathbf{r}')}{g_l N_u(\mathbf{r}')} - 1 \right]^{-1}. \quad (3.16)$$

При больцмановском распределении по уровням (3.16) переходит в (3.15) при $n = 1$ и соответствующей температуре. Температура, входящая в (3.15), и отношение населенностей, входящее в (3.16), часто представляют интерес для экспериментаторов. Определение их в рассеивающих средах представляет собой достаточно сложную задачу. Соотношение (3.14), куда непосредственно входят эти величины, может помочь в решении таких задач.

Отметим, что в обоих рассмотренных случаях малые изменения частоты при рассеянии и изменение направления излучения практически не влияют на величину отношения p_k/k_k , хотя каждая из величин p_k и k_k может зависеть от частоты и направления сильно. Но эта зависимость у обеих величин практически одинакова. Подобная инвариантность отношения p_k/k_k при изменениях частоты и направления достаточно характерна.

Обратимся к частным случаям стационарного соотношения (3.14), связанным с характеристиками первичных излучателей.

1. Пусть p_k/k_k не зависит от координат, т.е. относительные населенности уровней (или соответствующая температура) каждой k -й компоненты среды не изменяются внутри излучателя. Тогда отношение p_k/k_k может быть вынесено за знаки интегралов в каждом слагаемом суммы \sum_k . Пусть, кроме того, поверхность S_{rad} излучает однородно, изотропно и ее излучение слабо зависит от частоты, т.е. I_S не зависит от $(\mathbf{r}'_0, \mathbf{u}'_0, \nu'_0)$. Тогда можно вынести I_S за знаки интегралов второго слагаемого левой части. Легко убедиться в том, что после этого интегралы представляют собой интенсивности I_k и $I_{S, \text{scat}}$ в соответствии с (2.24) и (2.27). Учтя это, вместо (3.14) получаем

$$\sum_k \left(\frac{p_k}{k_k}\right)^{-1} I_k(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) + \frac{I_{S, \text{scat}}(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)}{I_S} + P_{S_{\text{ex}}}(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu) + \exp[-t(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}_0, \nu)] = 1. \quad (3.17)$$

Так же можно получать подобные соотношения, если внутри отдельных частей объема или поверхности отношение p_k/k_k или интенсивность I_S не изменяются. Тогда в (3.14) можно выделять интенсивности соответствующих частей. Такое преобразование будет использовано ниже в разделе 4.2.3.

2. Пусть излучатель является тепловым и окружен излучающей замкнутой стенкой. Тогда для отношения p_k/k_k надо воспользоваться формулой (3.15), а начальное тепловое излучение поверхности описать известной формулой

$$I_S(\mathbf{r}_0, \mathbf{u}_0, \nu) = n^2(\nu) I^0[T(\mathbf{r}_0, \nu)]$$

(ср. с (3.2)). Кроме того, так как поверхность замкнута, надо положить $P_{S_{\text{ex}}} = 0$ и $S_{\text{rad}} = S$. В этом случае из (3.14) сразу получается соотношение между слагаемыми, выведенное ранее из условий равновесия излучения в замкнутой полости, содержащей излучающую, поглощающую и рассеивающую среду [50, 51].

Вместо (3.17) имеем

$$\sum_k \frac{I_k(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)}{n^2(\nu) I^0(T_k, \nu)} + \frac{I_{S, \text{scat}}(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)}{n^2(\nu) I^0(T_S, \nu)} + \exp[-t(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}_0, \nu)] = 1. \quad (3.18)$$

Такие соотношения были выведены ранее в [42, 47–49] из условий термодинамического равновесия в полости.

3. В реальных объектах характеристики первичного излучения p_k/k_k и I_S обычно изменяются внутри и на поверхности объекта. Но часто представляют интерес и используются усредненные по объему и поверхности характеристики первичного излучения. Наблюдаемое излучение должно остаться неизменным при усреднении. Это относится как к суммарному излучению, так и к его отдельным слагаемым. Используя такие усреднения, из (3.14) получим соотношения между слагаемыми излучения. Иногда еще для упрощения задачи усредняются и оптические характеристики взаимодействия излучения с веществом k , α , A . Здесь найдем соотношения между слагаемыми без этого упрощения, т.е. считая, что взаимодействие излучения с веществом не изме-

няется при усреднении. В этом случае вероятности прохождения излучения из одного места в другое, как и вероятности прохождения с завершающим поглощением, остаются тоже неизменными.

Запишем интенсивность излучения k -й компоненты, используя при $m = k$ формулы (2.24), (2.25), равенства (3.3), (3.12), а также введя указанное усреднение:

$$\begin{aligned} I_k(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) &= \int_{\nu} d^3 \mathbf{r}' \int_{4\pi} d\mathbf{u}' \int_{\Delta\nu} d\nu' \times \\ &\times \int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} d\mathbf{r}^* \frac{p_k(\mathbf{r}', \mathbf{u}', \nu')}{k_k(\mathbf{r}', \mathbf{u}', \nu')} k_k(\mathbf{r}', \mathbf{u}', \nu') \times \\ &\times P[(\mathbf{r}', \mathbf{u}', \nu') \rightarrow (\mathbf{r}^*, \mathbf{u}, \nu) \rightarrow (\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)] = \\ &= \left(\frac{p_k}{k_k}\right)_{\text{eff}} P_{k, \text{abs}}(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu). \end{aligned} \quad (3.19)$$

Здесь $P_{k, \text{abs}}(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu)$ — вероятность поглощения всей k -й компонентой среды излучения, идущего из $(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu)$; $(p_k/k_k)_{\text{eff}}$ — эффективное (усредненное) отношение излучательной и поглощательной способностей k -й компоненты среды.

Как говорилось ранее, основное значение может иметь усреднение по объему, так как зависимость отношений излучательной и поглощательной способностей от частоты внутри диапазона $\Delta\nu$ и от направлений обычно мала. Эффективной величиной $(p_k/k_k)_{\text{eff}}$ в случае тепловых излучателей соответствует усредненная эффективная температура k -й компоненты среды $T_{k, \text{eff}}$, а в случае излучения в атомных линиях — эффективное отношение населенностей атомных уровней $(N_u/N_l)_{\text{eff}}$ рассматриваемого атомного перехода.

Аналогично можно ввести эффективную (усредненную) интенсивность излучения окружающей поверхности S , используя формулы (2.27), (2.28), (3.8) и (3.13):

$$\begin{aligned} I_{S, \text{scat}}(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) &= \int_{S_{\text{rad}}} d^2 \mathbf{r}'_0 \int_{\nu} d^3 \mathbf{r}' \int_{\Delta\nu} d\nu'_0 I_S(\mathbf{r}'_0, \mathbf{u}'_0, \nu'_0) \times \\ &\times P_{\text{scat}}[(\mathbf{r}'_0, \mathbf{u}'_0, \nu'_0) \rightarrow (\mathbf{r}', \mathbf{u}', \nu') \rightarrow (\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)] = \\ &= I_{S, \text{eff}} \int_S d^2 \mathbf{r}'_0 \int_{\nu} d^3 \mathbf{r}' \times \\ &\times \int_{\Delta\nu} d\nu'_0 P_{\text{scat}}[(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu) \rightarrow (\mathbf{r}', -\mathbf{u}', \nu') \rightarrow (\mathbf{r}'_0, \mathbf{u}'_0, \nu'_0)] = \\ &= I_{S, \text{eff}} P_{S, \text{scat}}(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu). \end{aligned} \quad (3.20)$$

Смысл такого усреднения состоит в том, что реальное начальное излучение поверхности S_{rad} равномерно распределяется по всей замкнутой поверхности S так, что интенсивность рассеянного излучения $I_{S, \text{scat}}$ остается такой же, как раньше. Используя (3.19) и (3.20) в условии полного исчезновения излучения (3.9), находим с учетом (3.7)

$$\begin{aligned} \sum_k \left(\frac{p_k}{k_k}\right)_{\text{eff}}^{-1} I_k(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) + \frac{I_{S, \text{scat}}(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)}{I_{S, \text{eff}}} + \\ + \exp[-t(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}_0, \nu)] = 1. \end{aligned} \quad (3.21)$$

В этом соотношении отсутствует $P_{S_{\text{ex}}}$, как и в равновесном соотношении между слагаемыми теплового излучения (3.18). Это — наиболее простая форма связей между слагаемыми излучения. Если бы мы усредняли

начальное излучение только по поверхности $S_{\text{рад}}$, то такое соотношение между слагаемыми не отличалось бы от (3.17).

Обсудим особенности усредненных характеристик. Сначала остановимся на эффективном отношении излучательной и поглощательной способности $(p_k/k_k)_{\text{эфф}}$. Способ получения этой величины определяется формулой (3.19), откуда следует, что при заданной наблюдаемой интенсивности величина эффективного отношения зависит от всей совокупности локальных величин p_k/k_k в излучателе и от вероятности прохождения излучения в излучателе, т.е. от взаимодействия излучения с веществом. Если первичное излучение изменяется внутри излучателя, а характеристики взаимодействия зависят от частоты, то и эффективные отношения тоже могут существенно зависеть от частоты, хотя соответствующие локальные отношения, как указывалось выше, от частоты зависят слабо.

Поясним сказанное примером излучения в области спектральной линии атома в случае, когда точка наблюдения интенсивности \mathbf{r} находится на периферии излучателя. Коэффициент поглощения атома в линии сильно зависит от частоты, резко возрастая по мере приближения к центру линии. Отсюда следует, что чем ближе к центру линии, тем в меньшей мере излучение приходит к наблюдателю из удаленных от него областей излучателя, иначе говоря, уменьшается вероятность такого прихода P . Если оптическая плотность излучателя в центре линии достаточно велика, то свет в центре линии приходит к наблюдателю только из ближайшей к нему периферии излучателя. Пусть излучатель тепловой. Когда температура на всех глубинах одна и та же (т.е. p_k/k_k постоянно), изменения частоты никак не влияют на эффективное отношение. Когда же температура изменяется, изменяется и эффективное отношение $(p_k/k_k)_{\text{эфф}}$. Действительно, пусть температура центральной части излучателя выше, чем на периферии, где находится наблюдатель. Тогда в центре линии наблюдается свет, первично излученный холодными периферийными областями излучателя, а на достаточном удалении от центра линии — свет, излученный на всех глубинах излучателя. В соответствии с этим усреднение по (3.19) при частоте в центре линии дает меньшую величину $(p_k/k_k)_{\text{эфф}}$, чем на частотах, удаленных от центра.

Зависимость эффективного отношения $(p_k/k_k)_{\text{эфф}}$ (т.е. эффективных относительных населенностей или температуры) от частоты может служить источником полезной информации о неоднородном излучателе. На основе описанного влияния частоты на выход излучения внутри спектральной линии в свое время был разработан метод нахождения распределения температуры в тепловом излучателе как в средах без рассеяния [63, 64], так и в рассеивающих средах [42]. К вопросу об определении эффективных температур на разных частотах излучения сильно рассеивающей среды вернемся в разделе 5.5.

Теперь остановимся на эффективной начальной интенсивности поверхности $I_{S_{\text{эфф}}}$, определяемой формулой (3.20). Эта величина введена достаточно условно, что видно хотя бы из того, что она связана с интенсивностью только рассеянного, а не всего наблюдаемого излучения поверхности. Тем не менее интенсивность $I_{S_{\text{эфф}}}$ может быть весьма полезной, так как достаточно просто измеряется экспериментально (см. раздел 4.3) и может быть использована в соотношении (3.21) для определе-

ния других слагаемых излучения. При таком использовании $I_{S_{\text{эфф}}}$ может быть важной та зависимость этой эффективной начальной интенсивности от частоты, которая определяется не зависимостью начального излучения от частоты $I_S(v'_0)$, а способом усреднения. Рассмотрим этот вопрос, используя (3.20) с учетом (3.13). Пусть реальная начальная интенсивность $I_S(\mathbf{r}'_0, \mathbf{u}'_0, v'_0)$ постоянна и может быть вынесена за знаки интегралов в первом равенстве (3.20). Тогда находим

$$\frac{I_{S_{\text{эфф}}}}{I_{S_{\text{scat}}}} = \frac{P_{S_{\text{рад}}}(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, v)}{P_{S_{\text{рад}}}(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, v) + P_{S_{\text{ex}}}(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, v)}. \quad (3.22)$$

Здесь использовано то, что вероятность выхода на замкнутую поверхность S равна сумме вероятностей выхода на поверхности $S_{\text{рад}}$ и S_{ex} . Из полученного равенства следует, что приведенной усреднением зависимости $I_{S_{\text{эфф}}}$ от частоты можно ожидать, когда $P_{S_{\text{ex}}} \neq 0$.

4. Применение соотношений между слагаемыми интенсивности в исследованиях пылевой плазмы

4.1. Условия в пылевой плазме

Полученные выше соотношения являются достаточно общими, поэтому могут быть полезными при решении задач переноса излучения в различных объектах. В настоящем разделе будут рассмотрены возможности использования полученных соотношений в пылевой плазме, которая представляет собой двухфазную среду, состоящую из газа ($k = a$) и частиц пыли ($k = p$).

В различных областях спектра собственное излучение пылевой плазмы определяется различными ее компонентами [42]. Так, в области спектральных линий вклад в излучение дают как атомы (молекулы) газовой фазы, так и частицы пыли. В центрах достаточно сильных линий преобладает вклад газа. В континууме, между линиями, излучение определяют частицы. Частицы пыли являются причиной упругого рассеяния излучения. Упругое рассеяние атомами (молекулами) пренебрежимо мало по сравнению с рассеянием макрочастицами. При частотах излучения, находящихся в области спектральных линий, вообще говоря, может быть важным неупругое рассеяние на атомах (молекулах). Но в рассматриваемых здесь задачах неупругое рассеяние несущественно, поэтому далее будет учитываться только упругое рассеяние макрочастицами. Кроме того, в газе можно положить $n = 1$.

Первичное излучение твердых поверхностей в окрестности плазмы и частиц пыли обычно является тепловым и определяется температурами (T_S) и (T_p) соответственно. Распределение населенностей энергетических уровней атомов или молекул газовой фазы можно считать равновесным только при достаточно высоких давлениях. Тогда излучение и газовой фазы является тепловым, оно определяется температурой (T_a). В этом случае пылевую плазму называют термической. Температура газа (T_a) в термической пылевой плазме обычно отличается от температуры частиц (T_p) и температуры твердых поверхностей (T_S). Примером такой плазмы могут служить факелы продуктов сгорания при атмосферном давлении. При достаточно низких давлениях распределение населенностей энергетических уровней

обычно неравновесно, поэтому излучение атомов тепловым не является. Такая пылевая плазма возникает, например, в разряде пониженного давления.

В опытах с пылевой плазмой измеряются интенсивности выходящего из плазмы суммарного излучения. Точка \mathbf{r} при этом находится на границе объекта ($\mathbf{r} = \mathbf{r}_S$) (см. рис. 2) или за его пределами. Кроме того, обычно можно измерить оптическую толщину плазмы $t_0(\nu) \equiv t(\mathbf{r}_0 \rightarrow \mathbf{r}_S, \nu)$ между противоположащими точками \mathbf{r}_S и \mathbf{r}_0 . Когда плазма окружена непрозрачными стенками, в них обычно имеются малые оптические отверстия, что дает возможность проводить измерения. В соответствии с (2.10) в пылевой плазме получаем для суммарной оптической плотности t_0 в области спектральных линий

$$t_0(\nu) = t_a(\nu) + t_p(\nu). \quad (4.1)$$

В континууме имеем $t_0 = t_p$.

4.2. Примеры применения равновесных соотношений в термической плазме

В работах [42, 47–49, 51] рассматривались различные возможности использования равновесных соотношений в расчетах и экспериментах. Здесь остановимся на характерных примерах, относящихся к термической плазме. Опуская для краткости обозначения аргументов \mathbf{r} , \mathbf{u} в записях интенсивностей, перепишем (3.18) в следующем виде:

$$\frac{I_a(\nu)}{I^0(T_a, \nu)} + \frac{I_p(\nu)}{I^0(T_p, \nu)} + \frac{I_{S, \text{scat}}(\nu)}{I^0(T_S, \nu)} + \exp[-t_a(\nu) - t_p(\nu)] = 1. \quad (4.2)$$

4.2.1. Определение погрешностей расчетов. Так как соотношения между слагаемыми являются точными и не зависят от конкретных характеристик излучающего объекта, их можно использовать для определения погрешностей расчетов в различных случаях. При решении уравнений переноса с целью получения интенсивностей излучения, выходящего из светящегося объекта, весьма продуктивным является вероятностный метод. Метод был предложен В.В. Соболевым [65] и состоит в том, что сначала определяется вероятность выхода излучения из объекта с учетом рассеяния. Для нахождения вероятности такого выхода решается интегральное уравнение переноса со специальным свободным членом. Интенсивность выходящего излучения выражается через мощность первичных источников и вероятность выхода. Вероятностный метод развивался во многих работах (см. [2, 42, 56, 66–68]), а в настоящее время активно используется при решении различных задач переноса излучения (см., например, [69]).

Вероятностным методом рассчитывались относительные величины слагаемых интенсивности излучения термической пылевой плазмы, окруженной непрозрачными светящимися стенками. Результаты содержатся в работах [42, 47–49, 68, 70]. В расчетах варьировались форма излучателя, оптические плотности атомов и частиц $[t_a(\nu), t_p]$, вероятности выживания λ_p и индикатрисы рассеяния на частицах χ . Расчеты велись как при частотах в области спектральных линий, так и в континууме.

Погрешности расчетов оценивались с помощью соотношения (4.2). Для нахождения погрешностей в левую часть (4.2) подставлялись рассчитанные значения отно-

сительных интенсивностей и оптические плотности, при которых велись расчеты. Отличие результата от единицы и служило характеристикой погрешности.

4.2.2. Нахождение отдельных слагаемых интенсивности.

Соотношение (4.2) включает в себя относительные величины трех слагаемых излучения I_a , I_p , $I_{S, \text{scat}}$. Во многих случаях одно из них отсутствует. Это имеет место в континууме, где $I_a = 0$, или в случае белых, полностью рассеивающих частиц, когда $I_p = 0$. В таких случаях, если одно из относительных слагаемых известно или просто определяется, то второе может быть найдено с помощью соотношения между слагаемыми. Приведем лишь один пример. Рассмотрим излучение в континууме, когда макрочастицы пыли достаточно велики и их индикатриса рассеяния сильно вытянута вперед, т.е. рассеяние происходит под малыми углами [41]. Тогда при определении интенсивности излучения, возникающего внутри объема излучателя, можно принять, что свет, рассеянный вперед, не взаимодействует со средой. При этом можно приближенно считать, что взаимодействие излучения с веществом сводится лишь к поглощению. В этом случае имеем

$$\frac{I_p(\nu)}{I^0(T_p, \nu)} \approx 1 - \exp[-(1 - \lambda)t_p]. \quad (4.3)$$

Близкие результаты дает применение известного транспортно-приближения [71].

В то же время другое слагаемое излучения, $I_{S, \text{scat}}(\nu)/I^0(T_S, \nu)$, не может быть определено путем подобного простейшего грубого учета рассеяния, так как это слагаемое полностью определяется рассеянием. Но с помощью (4.2), учтя (4.3), легко находим

$$\frac{I_{S, \text{scat}}(\nu)}{I^0(T_S, \nu)} \approx \exp(-t_p) [\exp(\lambda t_p) - 1]. \quad (4.4)$$

Приближенные соотношения (4.3), (4.4) были использованы в [48] для нахождения относительных интенсивностей $I_p/I^0(T_p)$ и $I_{S, \text{scat}}/I^0(T_S)$ в континууме плоского слоя. Они практически совпали с тем, что дало численное решение уравнения переноса.

4.2.3. Исследование приэлектродной области сильноточного разряда.

Рассмотрим пример возможного применения соотношений между слагаемыми в случае, когда разные участки замкнутой поверхности, окружающей пылевую плазму, имеют различные температуры.

В приэлектродной области сильноточного разряда в результате эрозии электродов часто содержатся макроскопические частицы, которые излучают, поглощают и рассеивают излучение. Окружающая разряд замкнутая поверхность может включать в себя электроды и непрозрачные стенки. На электродах часто имеются малые яркие пятна с высокой температурой. При спектроскопических исследованиях приэлектродной области через специальные небольшие отверстия в стенках измеряется интенсивность излучения, так что пятна (так же, как другие части поверхности) в поле зрения наблюдателя не попадают. Но при этом в наблюдаемую интенсивность неизбежно включено рассеянное излучение всей поверхности. При проведении опытов полезно знать, каков вклад разных частей излучателя в измеряемую

интенсивность. Такие сведения важны в диагностических экспериментах. Ниже будет обсуждена одна из возможных процедур использования полученных соотношений между слагаемыми на примере решения этой задачи.

Вся окружающая поверхность может быть разделена на две части: $S = S_1 + S_2$, где S_1 — поверхность, занимаемая горячими пятнами и имеющая температуру T_1 , а S_2 — остальная поверхность, находящаяся при температуре T_2 . Приведем характерные значения этих величин и оптической плотности частиц, используя данные из [72]:

$$\begin{aligned} S_1 &= 10^{-2} \text{ см}^2, & S_2 &= 20 \text{ см}^2, \\ T_1 &= (4000 - 20000) \text{ К}, & T_2 &\leq 2000 \text{ К}, \\ \nu &= 5 \times 10^{14} \text{ с}^{-1}, & t_p &= 0,5. \end{aligned}$$

Эти данные дают возможность предварительно оценить отношение интенсивностей рассеянного излучения пятен и остальной поверхности при выбранной частоте излучения по простейшей формуле

$$\frac{I_{S_1, \text{scat}}}{I_{S_2, \text{scat}}} \approx \frac{I^0(T_1)S_1}{I^0(T_2)S_2}.$$

При $T_1 = 4000 \text{ К}$ имеем

$$\frac{I_{S_1, \text{scat}}}{I_{S_2, \text{scat}}} \approx 2,$$

а при $T_1 = 20000 \text{ К}$ получаем

$$\frac{I_{S_1, \text{scat}}}{I_{S_2, \text{scat}}} \approx 400,$$

т.е. рассеянное излучение пятна может быть как сравнимым с рассеянным излучением остальных поверхностей, так и гораздо больше его. Покажем, что независимо от величины этого отношения с помощью соотношений между слагаемыми можно найти абсолютные величины $I_{S_1, \text{scat}}$ и $I_{S_2, \text{scat}}$ в случае полностью рассеивающих частиц.

Сначала воспользуемся общим соотношением (3.14). Разобьем область интегрирования по поверхности $S = S_{\text{rad}}$ на две части: S_1 и S_2 . Получится сумма двух интегралов по поверхности. Затем учтем, что начальное излучение поверхностей определяется функциями Планка при температурах T_1 и T_2 соответственно. Функции Планка можно вынести из-под знака каждого интеграла. Остающиеся интегралы описывают интенсивности рассеянного излучения соответствующей части поверхности $I_{S_1, \text{scat}}$ и $I_{S_2, \text{scat}}$ (см. (2.27)). Такая операция приводит к тому, что в соотношении (4.2) вместо третьего слагаемого в левой части появляется сумма двух отношений, каждое из которых определяется соответствующими поверхностями. Вместо (4.2) имеем в континууме

$$\frac{I_p(\nu)}{I^0(T_p, \nu)} + \frac{I_{S_1, \text{scat}}(\nu)}{I^0(T_1, \nu)} + \frac{I_{S_2, \text{scat}}(\nu)}{I^0(T_2, \nu)} = 1 - \exp[-t_p(\nu)]. \quad (4.5)$$

Как видно из приведенных выше данных, площадь, занимаемая пятнами, много меньше всей остальной площади, т.е. $S_1 \ll S_2$. Относительные интенсивности рассеянного излучения поверхностей, входящие в (4.5), прежде всего определяются именно этими площадями. Если поле зрения наблюдателя не находится в непосредственной близости к пятнам, имеем

$$\frac{I_{S_1, \text{scat}}(\nu)}{I^0(T_1, \nu)} \ll \frac{I_{S_2, \text{scat}}(\nu)}{I^0(T_2, \nu)},$$

т.е. относительная интенсивность рассеянного излучения пятна пренебрежимо мала, и ее можно опустить в соотношении (4.5). Полученное соотношение позволяет экспериментально найти рассеянное излучение пятен и остальной поверхности. Когда частицы полностью рассеивают излучение и сами соответственно не излучают ($I_p = 0$), вместо (4.5) имеем

$$\frac{I_{S_2, \text{scat}}(\nu)}{I^0(T_2, \nu)} = 1 - \exp[-t_p(\nu)]. \quad (4.6)$$

В опытах могут быть измерены: суммарное рассеянное излучение всей поверхности

$$I_{S, \text{scat}} = I_{S_1, \text{scat}} + I_{S_2, \text{scat}};$$

оптическая плотность t_p ; температура поверхности T_2 . Тогда из соотношения (4.6) легко определяется $I_{S_2, \text{scat}}$ при известных t_p и T_2 , а из равенства

$$I_{S_1, \text{scat}} = I_{S, \text{scat}} - I_{S_2, \text{scat}}$$

находим $I_{S_1, \text{scat}}$. Итак, использование (4.6) и результатов измерений дало возможность решить проблему.

Обратим внимание на то, что в предлагаемом методе, во-первых, не потребовалось знания температуры в области горячих пятен T_1 , которая определяется с большим трудом, и, во-вторых, в результате получены абсолютные величины рассеянного излучения разных частей поверхности. Когда макроскопические частицы не только рассеивают, но и поглощают (излучают), те же действия дают полезную оценку максимально возможного эффекта рассеяния излучения поверхностей.

Подчеркнем важную особенность описанной процедуры. Хотя абсолютная величина рассеянного излучения пятен может быть значительно больше, чем величина рассеянного излучения остальной поверхности, относительные их величины, входящие в используемые связи, соотносятся противоположным образом. Это и дает возможность упрощать соотношения между относительными слагаемыми так, как это сделано выше.

Приведенный пример демонстрирует, как можно видоизменять, упрощать и использовать соотношения между слагаемыми при решении конкретных задач эксперимента.

4.3. Экспериментальное исследование контуров спектральных линий на основе стационарных соотношений

В спектральной диагностике плазмы важнейшим источником информации являются контуры спектральных линий атомов. Имеется много хорошо разработанных методов диагностики, основанных на использовании контуров в "чистой" плазме, где нет существенного рассеяния на неоднородностях. В пылевой плазме макро-частицы влияют на контуры линий. Для использования известных методов диагностики требуется учитывать это влияние. В работах [42, 73–75] описаны опыты по экспериментальному исследованию влияния частиц на контуры линий излучения атомов. Основной целью опытов была проверка возможностей расчета "чистого"

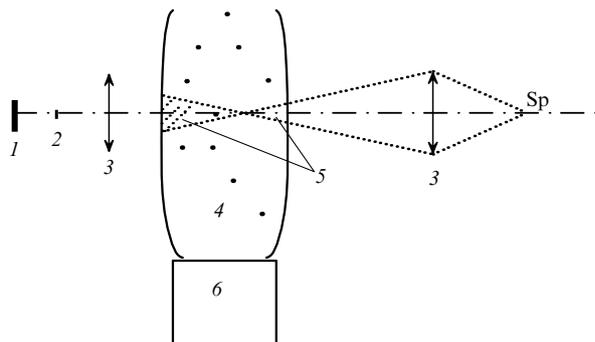


Рис. 4. Схема опытов с запыленными продуктами сгорания: 1 — источник внешнего освещения; 2 — экран; 3 — фокусирующие линзы; 4 — факел продуктов сгорания с макрочастицами; 5 — поле зрения; 6 — горелка; Sp — вход в спектральный прибор.

контура спектральной линии из наблюдаемого экспериментально, искаженного пылью. Эксперименты велись в плазме продуктов сгорания при атмосферном давлении, когда излучение атомов можно считать тепловым. Исследовалось влияние белых рассеивающих частиц окисла алюминия Al_2O_3 на контуры линий натрия (589,0 нм) и цезия (455,5 нм). Размеры частиц варьировались от 1 до 100 мкм. Факел продуктов сгорания был открытым (рис. 4).

Проводились измерения интенсивностей при наличии и в отсутствие макроскопических частиц, а также при наличии и в отсутствие внешнего освещения. В качестве граничной поверхности служила открытая поверхность факела. Часть ее освещалась снаружи с помощью специальной оптической системы. Система включала в себя источник внешнего освещения 1 (ленту вольфрамовой лампы) и малый экран 2 (см. рис. 4). Можно было изменять площадь поверхности факела и телесный угол, внутри которых создавалось внешнее освещение. Вся освещаемая поверхность располагалась на стороне факела, противоположной регистрирующей аппаратуре Sp. Экран предотвращал прямое попадание внешнего излучения в аппаратуру так, что оно могло быть зарегистрированным лишь после рассеяния в поле зрения 5 спектрального прибора.

Другие оптические схемы (на рис. 4 не показаны) использовались для измерения температуры атомов и оптической плотности плазмы. Эффективная температура атомов $T_{a, \text{eff}}$, усредненная по направлению наблюдения, определялась обобщенным методом обращения. Оптические плотности измерялись по ослаблению внешнего излучения как в отсутствие частиц, так и при их наличии. В отсутствие частиц определялась зависимость оптической плотности атомов $t_a(\nu)$ от частоты в области спектральной линии. При наличии частиц измерялась суммарная оптическая плотность $[t_0(\nu) = t_a(\nu) + t_p]$ на разных частотах. Оптические плотности частиц были невелики ($t_p = 0,1-0,2$) и практически не изменялись при изменении частоты.

Таким образом, в опытах можно было сравнивать искаженные и "чистые" контуры спектральных линий.

Отметим два результата, которые используются в дальнейшем.

1. Белые рассеивающие частицы оказывают заметное воздействие на излучение в спектральных линиях атомов только при наличии внешней подсветки. Следовательно,

контур линий в присутствии частиц, но без подсветки, является "чистым".

2. При относительно низкой оптической плотности частиц их воздействие существенно при тех частотах излучения, при которых оптические плотности атомов тоже невелики. Отсюда следует, что если в центре спектральной линии атомарная оптическая плотность t_a мала, то частицы изменяют весь контур линии. При этом изменяется как величина интенсивности, так и форма контура. Если же в центре линии t_a велико, то частицы изменяют только крылья линии, где атомарная оптическая плотность достаточно мала. Поэтому при измерениях температуры атомов использовались частоты в центральной части мощной резонансной линии натрия, где влияние частиц незначительно.

На рисунке 5 в качестве примера представлен результат измерения контура линии цезия (455,5 нм) в относительных единицах. Оптическая плотность атомов цезия в линии изменялась от 0,2 при расстоянии от центра линии $\Delta\lambda = 0,017$ нм до 0,04 при $\Delta\lambda = 0,06$ нм.

Для объяснения полученных результатов ранее в работах [73–75] проводились численные решения уравнения переноса. При проведении расчетов привлекались дополнительные сведения и принимался ряд упрощающих предположений. В качестве дополнительных сведений фигурировали данные о размерах частиц, приближенные сведения о комплексном показателе преломления окисла алюминия при высоких температурах и о характере внешнего освещения. При обсчете экспериментальных данных были сделаны упрощающие предположения о частицах (сферические, одинакового размера, однородно распределены в факеле), о форме плазменного образования (плоский слой), о геометрии внешней подсветки (аксиально симметрична). Расчеты давали возможность получить из измеренных контуров линий, искаженных частицами, "чистые" контуры, которые можно было сравнивать с экспериментальными невозмущенными контурами.

В работе [76] получение "чистых" контуров из возмущенных было проведено на основе соотношения между

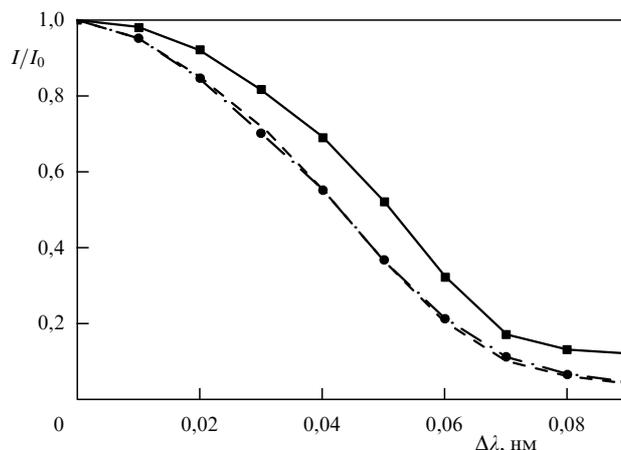


Рис. 5. Контур спектральной линии цезия (455,5 нм), излучаемой плазмой продуктов сгорания с макрочастицами окиси алюминия со средним диаметром 3,6 мкм при $t_p = 0,1$. Сплошная кривая (квадратики) — измеренный контур в присутствии частиц и внешней подсветки; штрихпунктирная (кружочки) — измеренный контур без внешней подсветки; штриховая кривая рассчитана из сплошной с использованием формул (4.7) и (4.8).

слагаемыми излучения. Покажем, что в этом случае для очистки контура от влияния частиц не требуется ни численного решения уравнения переноса, ни привлечения упрощающих предположений. Сначала используем соотношение (3.21), учитывая, что первичное излучение атомов и освещенной извне поверхности факела можно считать тепловым, а собственное излучение белых частиц отсутствует ($I_p = 0$). Опуская обозначения \mathbf{r} , \mathbf{u} , вместо (3.21) находим в области спектральной линии, где $\nu = \nu_l$,

$$\frac{I_a(\nu_l)}{I^0(T_{a, \text{eff}}, \nu_l)} + \frac{I_{S, \text{scat}}(\nu_l)}{I^0(T_{S, \text{eff}}, \nu_l)} = 1 - \exp[-t_a(\nu_l) - t_p(\nu_l)]. \quad (4.7)$$

Здесь $I_a(\nu_l)$ — искомая интенсивность "чистого" контура, $I_{S, \text{scat}}(\nu_l)$ — искажающая интенсивность рассеянного внешнего излучения, $T_{S, \text{eff}}$ — эффективная температура поверхности.

В континууме при $\nu = \nu_{\text{cont}}$, где $I_a = 0$, получаем

$$\frac{I_{S, \text{scat}}(\nu_{\text{cont}})}{I^0(T_{S, \text{eff}}, \nu_{\text{cont}})} = 1 - \exp[-t_p(\nu_{\text{cont}})]. \quad (4.8)$$

Обычно в опытах непосредственно измеряются: в линии — суммарная интенсивность $I(\nu_l) = I_a(\nu_l) + I_{S, \text{scat}}(\nu_l)$ (сплошная кривая на рис. 5) и суммарная оптическая плотность $t_a(\nu_l) + t_p$; в континууме — интенсивность рассеянного излучения поверхности $I_{S, \text{scat}}$ и оптическая плотность частиц t_p . В то время как оптическая плотность частиц практически не изменяется при изменении частоты в области спектральной линии и в ее ближайшей окрестности, т.е. при переходе от ν_{cont} к ν_l , интенсивность рассеянного излучения меняется существенно. Для учета ее влияния на наблюдаемую интенсивность следует сделать следующее. Из (4.8) по измеренным в континууме $I_{S, \text{scat}}$ и t_p можно определить $T_{S, \text{eff}}$. Затем из (4.7) и измеренных суммарных интенсивностей $I(\nu_l)$ можно найти искомые $I_a(\nu_l)$ и $I_{S, \text{scat}}(\nu_l)$, используя измеренные оптические плотности и эффективную температуру атомов, а также найденную эффективную температуру поверхности $T_{S, \text{eff}}$. Результаты такого расчета I_a (штриховая линия) сопоставляются на рис. 5 с независимо измеренным "чистым" контуром (штрихпунктирная линия). Можно видеть, что согласие вполне удовлетворительное.

При таком нахождении I_a считается, что усреднение по неоднородно освещенной поверхности не привносит дополнительной зависимости эффективной интенсивности излучения поверхности $I_{S, \text{eff}}$ и эффективной температуры $T_{S, \text{eff}}$ от частоты. Так можно считать при условии $P_{S, \text{ex}} = 0$ (см. раздел 3.4). В рассматриваемых опытах с открытым факелом выполнение этого условия обеспечивалось тем, что снаружи освещалась вся поверхность факела, через которую могло уходить излучение, имевшее в точке наблюдения направление, противоположное направлению наблюдения. Но отсюда следует, что для получения того же результата можно было использовать соотношение (3.17) при $P_{S, \text{ex}} = 0$. В этом случае соотношения (3.17) и (3.21) одинаковы. Ясно, что результат такого получения чистого контура не отличается от предыдущего.

Таким образом, представленная работа демонстрирует работоспособность соотношений (3.17) и (3.21) при обработке результатов экспериментов. Не потребовалось ни дополнительных сведений об объекте исследования, ни сопутствующих сложных расчетов для решения задачи.

4.4. Об измерениях относительных населенностей атомных уровней на основе стационарного соотношения

При исследованиях пылевой плазмы часто необходимо определять относительную населенность атомных уровней. Спектральные способы включают в себя измерения интенсивностей спектральных линий и ослабления внешнего излучения. Учет влияния рассеивающих частиц на обе измеряемые величины может производиться численно. При этом, как уже подчеркивалось ранее, должны быть заданы многие характеристики объекта. С другой стороны, полученные соотношения между слагаемыми включают в себя отношения испускательных и поглощательных способностей атомов, которые связаны с относительными населенностями уровней. Далее рассмотрим возможность использования соотношений между слагаемыми при измерениях атомарных относительных населенностей [60].

Сначала обсудим возможность экспериментального определения вероятности ухода излучения $P_{S, \text{ex}}(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu)$ через прозрачную и не освещенную снаружи поверхность S_{ex} . Напомним, что это — вероятность ухода излучения после рассеяний в среде. Эта вероятность может быть экспериментально измерена по крайней мере двумя различными способами. Во-первых, можно осветить объект в точке \mathbf{r} в направлении $-\mathbf{u}$. При этом надо измерить поток рассеянного излучения через поверхность S_{ex} . Во-вторых, можно осветить поверхность S_{ex} снаружи и измерить поток рассеянного излучения в точке наблюдения \mathbf{r} в направлении \mathbf{u} . Отношения наблюдаемых потоков к освещающим равны искомой вероятности в обоих случаях.

При таких измерениях надо позаботиться об исключении попадания прямого, нерассеянного внешнего излучения в регистрирующий прибор. В первом способе для этого достаточно исключить при измерениях излучение, проходящее через малую область поверхности в окрестности $(\mathbf{r}_0, -\mathbf{u})$. Эта область расположена напротив точки наблюдения. Во втором способе ту же область не следует освещать снаружи, в противном случае будет определяться не вероятность $P_{S, \text{ex}}(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu)$, а сумма $\{P_{S, \text{ex}}(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu) + \exp[-t(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}_0, \nu)]\}$, что тоже может быть полезным. Конечно, для определения $P_{S, \text{ex}}(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu)$ можно использовать и соотношения между слагаемыми, когда другие величины, входящие, например, в (3.17), измерены.

Теперь обратимся к примерам возможного определения относительных населенностей атомов. Перепишем выражение наблюдаемой интенсивности (2.20) и соотношение (3.17) в случае пылевой плазмы в следующем виде:

$$I(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) = I_a(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) + I_p(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) + I_{S, \text{scat}}(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) + I_S(\mathbf{r}_0, \mathbf{u}, \nu) \exp[-t_0(\mathbf{r}_0 \rightarrow \mathbf{r}, \nu)], \quad (4.9)$$

$$\left(\frac{p_a}{k_a}\right)^{-1} I_a(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) + \frac{I_p(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)}{I^0(T_p, \nu)} + \frac{I_{S, \text{scat}}(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)}{I_S} + P_{S, \text{ex}}(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu) + \exp[-t_0(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}_0, \nu)] = 1. \quad (4.10)$$

Здесь p_a/k_a прямо связано с населенностями уровней выражением (3.16). Принято, что излучение частиц пыли является тепловым и характеризуется температурой T_p . Рассмотрим случай, когда плазма открыта, т.е. окружающая поверхность прозрачна и не освещена, но ее можно освещать снаружи при проведении измерений. Тогда интенсивность $I_S \neq 0$ только при наличии специ-

ального внешнего освещения. Покажем, как можно найти относительную населенность атомов в случае белых частиц, когда $I_p = 0$. Частота излучения ν должна быть выбрана в области спектральной линии. Для определения относительных населенностей атомов с помощью (4.9), (4.10) и (3.16) надо произвести следующие измерения.

1. Измерение интенсивности без внешнего освещения, когда $I_S = 0$. Из (4.9) находим $I(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) = I_a(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)$.

2. Измерение оптической плотности $t_0(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}_0, \nu)$ по ослаблению внешнего излучения, создаваемого в точке \mathbf{r}_0 в направлении \mathbf{u} , т.е. при $I_S(\mathbf{r}_0, \mathbf{u}, \nu) \neq 0$.

3. Измерение вероятности выхода $P_{S_{ex}}$ одним из двух способов, указанных выше. В обоих способах создается специальное внешнее освещение плазмы.

4. Измерение интенсивности I со специальным внешним освещением, используемым при измерении $P_{S_{ex}}$. (Оно, как говорилось ранее, не должно попадать непосредственно, без рассеяния, в регистрирующий прибор.) Тогда из (4.9) получаем

$$I(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) = I_a(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) + I_{S,scat}(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu).$$

Так как интенсивность $I_a(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)$ уже определена в п. 1, из этого равенства определяется $I_{S,scat}(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)$.

5. Измерение интенсивности внешнего облучения I_S .

После проведения всех упомянутых измерений из (4.10) и (3.16) определяется искомое отношение $g_u N_1 / (g_1 N_u)$.

Ясно, что в зависимости от конкретных условий и задач эксперимента возможны различные варианты совокупности требуемых измерений. Например, в описанном случае можно не производить отдельно измерений оптической плотности (п. 2), а вместо измерения вероятности выхода $P_{S_{ex}}$ по п. 3 измерять сумму ($\{P_{S_{ex}}(\mathbf{r}, -\mathbf{u}, \nu) + \exp[-t_0(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}_0, \nu)]\}$), как это описывалось выше.

Приведенные примеры использования соотношений между слагаемыми излучения для наглядности подбирались так, что дополнительных расчетов при решении задач экспериментов практически не требовалось. Ясно, что в большом числе исследований соотношения могут применяться вместе с иными методами решения проблем, например вместе с вычислительными работами. Продemonстрируем это в частном случае нахождения относительных населенностей атомных уровней, когда частицы излучают, т.е. $I_p \neq 0$. В этом случае надо найти путем вычислений или добавочных измерений интенсивность излучения частиц I_p и функцию Планка $I^0(T_p)$ или температуру частиц. Когда отношение $I_p(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) / I^0(T_p, \nu)$ и интенсивность I_p известны, те же измерения, что и в предыдущем случае белых частиц, когда $I_p = 0$, дают возможность найти относительную населенность $g_u N_1 / (g_1 N_u)$.

Если частицы достаточно велики по сравнению с длиной волны излучения, то величина отношения $I_p(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) / I^0(T_p, \nu)$ может быть определена достаточно просто расчетным путем (см. раздел 4.2.2). Тогда если измерить температуру частиц T_p одним из методов обращения, можно найти и величину интенсивности I_p .

Полезно сравнить предлагаемый метод определения относительных населенностей в пылевой плазме с соответствующим методом, используемым в чистой плазме, где нет рассеяния излучения макрочастицами. Главное

отличие сводится к необходимости дополнительного измерения интенсивностей при наличии непрямого (по отношению к регистрирующему прибору) специального освещения в случае рассеивающей среды для определения вероятности выхода $P_{S_{ex}}$ и интенсивности $I_{S,scat}(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)$. Эти измерения дают возможность учитывать рассеяние простейшим способом, используя соотношения между слагаемыми, например (4.10).

5. Соотношения между слагаемыми теплового излучения в случае, когда геометро-оптическое приближение в излучателе неприменимо

Выше все соотношения между слагаемыми излучения были получены в предположении применимости приближения геометрической оптики при описании излучения в излучателе. Представляет интерес получение подобных связей в случае таких рассеивающих сред, внутри которых геометрическая оптика неприменима. Тогда нельзя использовать классический закон Кирхгофа для описания возникновения теплового излучения. Да и понятие интенсивности излучения внутри такой среды теряет смысл.

В качестве примера подобных сред можно привести твердые пористые теплозащитные материалы. Они представляют собой структуру, состоящую из твердого прозрачного вещества (например, кварца) и воздуха, заполняющего поры. Такие материалы, в частности, используются в космических орбитальных аппаратах. Проблемы теплопереноса и переноса излучения в них прямо связаны с решением технических задач. Поэтому подобные материалы активно исследуются теоретически и экспериментально [77–80].

С другой стороны, при проведении спектроскопических исследований рассеивающих сред обычно все регистрирующие устройства расположены вне этих сред и в области их расположения приближение геометрической оптики использовать можно. Примером подобной ситуации могут служить условия, при которых ведутся исследования оптических свойств сильно рассеивающих материалов при высоких температурах [81–83].

Далее будут получены соотношения между слагаемыми теплового излучения, испускаемого упруго рассеивающей средой, внутри которой геометрическую оптику применять нельзя, а наблюдение излучения ведется в областях ее применимости. Для получения связей в таких условиях будет использован обобщенный закон Кирхгофа, выведенный методами статистической радиопизики [84, 85].

5.1. Характеристики теплового излучения и обобщенный закон Кирхгофа

Когда геометро-оптическое приближение применять нельзя, основными характеристиками флуктуирующего поля теплового излучения являются усредненные квадратичные и билинейные комбинации компонент электрических и магнитных полей (корреляционные функции), а не интенсивности, используемые в теории переноса. Классический закон Кирхгофа–Клаузиуса позволяет выразить мощность первично возникающего в каком-либо месте среды теплового излучения через поглощательную способность излучателя и его температуру в том же месте (3.1). Это дает возможность найти интен-

сивность в любой точке наблюдения в результате решения уравнения переноса (2.24), (2.25). В обобщенном законе Кирхгофа через поглощательные характеристики и температуру излучателя уже выражены усредненные квадратичные и билинейные комбинации тепловых флуктуационных электрических и магнитных полей в произвольном месте наблюдения. Билинейные комбинации зависят от характеристик среды, определяющих прохождение в ней излучения. Энергетические характеристики теплового излучения могут быть выражены через усредненные билинейные комбинации полей.

Обобщенный закон Кирхгофа получен [84, 85] на основе применения и развития флуктуационно-диссипационной теоремы статистической физики [86, 87], которая связывает, в соответствии со своим названием, возможность возникновения тепловых случайных флуктуаций в среде со свойствами среды диссипировать энергию, т.е. превращать ее в тепло. А тепловые флуктуации в среде являются источником теплового излучения.

Рассмотрим смысл обобщенного закона Кирхгофа, для чего вкратце опишем основные этапы его получения, следуя [85]. В уравнения Максвелла были введены сторонние случайные токи, описывающие возникновение тепловых флуктуаций. Тогда напряженности электрических и магнитных полей, определяемые полученными уравнениями, представляют собой тепловые флуктуационные поля. Наряду с тепловыми полями рассматривались вспомогательные поля, создаваемые единичными точечными диполями, расположенными в точке наблюдения теплового излучения. Колебания диполей не являются случайными, они вполне детерминированы и происходят гармонически с выбранной частотой. Далее, теорема взаимности, вытекающая из уравнений Максвелла, позволила связать флуктуационное тепловое поле в произвольной точке наблюдения со сторонними случайными токами в среде при помощи полей единичных диполей. Затем были составлены выражения средних квадратичных и билинейных комбинаций тепловых полей в точке наблюдения через усредненные произведения сторонних случайных токов. Рассмотрение тепловых полей в изотермической среде и использование принципа детального равновесия привело авторов [84] к выражениям усредненных произведений сторонних случайных токов через характеристики поглощения (диссипации) и температуру в каждой точке среды. Именно эти выражения представляют собой запись флуктуационно-диссипационной теоремы в рассматриваемом случае. Наконец, соотношения, выведенные на основе теоремы взаимности, позволили связать средние квадратичные комбинации тепловых флуктуирующих полей в произвольной точке наблюдения с температурой среды и поглощением средой излучения единичных диполей, расположенных в той же точке наблюдения. Эти связи представляют собой обобщенный закон Кирхгофа и имеют весьма широкую область применимости.

Обобщенный закон Кирхгофа использовался ранее при решении некоторых задач теплообмена [88]. В основу рассмотрения был положен усредненный вектор Пойнтинга флуктуационного теплового поля. Далее обобщенный закон Кирхгофа будет использован для описания среднего квадрата напряженности флуктуационного теплового электрического поля.

В соответствии с обобщенным законом Кирхгофа средний квадрат модуля напряженности теплового электрического поля частоты ν в произвольной точке наблюдения \mathbf{r} при заданной ориентации \mathbf{n} (см. далее рис. 6) можно записать в виде [85]

$$\langle |E(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \nu)|^2 \rangle = \int_{v_{\text{abs}}} \langle |E(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \mathbf{n}, \nu)|^2 \rangle d^3 \mathbf{r}', \quad (5.1)$$

где

$$\langle |E(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \mathbf{n}, \nu)|^2 \rangle = 4\pi [T(\mathbf{r}'), \nu] q(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}', \mathbf{n}, \nu). \quad (5.2)$$

Здесь

$$P(T, \nu) = h\nu \left[\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1 \right]^{-1} \quad (5.3)$$

— средняя энергия гармонического осциллятора частоты ν при температуре T (за вычетом нулевой энергии, которая не принимает участия в излучении); $q(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}', \mathbf{n}, \nu)$ — плотность потерь энергии излучения единичного электрического диполя частоты ν в окрестности \mathbf{r}' , когда диполь расположен в точке \mathbf{r} и имеет ориентацию \mathbf{n} ; $\langle \rangle$ — знак усреднения по случайным тепловым флуктуациям.

Модуль момента единичного электрического диполя с частотой ν есть [84]

$$d_{\text{el}} = \frac{1}{2\pi\nu}. \quad (5.4)$$

В рассеивающих средах прохождение излучения от единичного диполя до точки \mathbf{r}' определяется взаимодействием излучения с веществом во всем объеме объекта, поэтому плотность потерь энергии диполя тоже определяется характеристиками вещества во всем объеме.

Подынтегральное выражение $\langle |E(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \mathbf{n}, \nu)|^2 \rangle d^3 \mathbf{r}'$ в (5.1) есть тот вклад в рассматриваемый суммарный квадрат модуля напряженности электрического поля в точке \mathbf{r} , который обусловлен первичным тепловым излучением области $d^3 \mathbf{r}'$. Аддитивность вкладов вытекает из линейности уравнений Максвелла. Первичные тепловые источники не коррелированы между собой. Первичное тепловое излучение может возникать только в тех областях, где оно поглощается. Этим определяется область интегрирования v_{abs} в (5.1).

В соответствии с обобщенным законом Кирхгофа величина каждого вклада определяется, во-первых, температурой излучателя в точке появления первичного теплового излучения \mathbf{r}' , во-вторых, прохождением через среду излучения единичного точечного диполя из точки наблюдения \mathbf{r} в точку первичного излучения \mathbf{r}' и диссипацией этого излучения в области $d^3 \mathbf{r}'$. Излучение диполя распространяется в среде в направлении, противоположном направлению распространения наблюдаемого теплового излучения.

Итак, обобщенный закон Кирхгофа (5.1), (5.2) позволяет описывать усредненный по флуктуациям квадрат напряженности теплового электрического поля. При этом в произвольной точке наблюдения суммируются (интегрируются) вклады отдельных первичных тепловых излучателей, расположенных в разных частях объекта.

5.2. Выражение экспериментально наблюдаемого излучения через первичное излучение среды

Рассмотрим расположение основных элементов экспериментальных установок в опытах по исследованию теплового излучения. Схематически обычно оно сводится к следующему (рис. 6). Излучение исследуемого объекта v проходит к регистрирующей аппаратуре Sp через воздух, а также через те или иные элементы оптической схемы L . Объект v может быть окружен прозрачной или непрозрачной стенкой w . Когда стенка непрозрачна, наблюдение излучения ведется через специальные отверстия. Пусть внутри объекта v излучение не может быть описано методами геометрической оптики. В то же время вне объема v геометрическая оптика применима, если несколько отступить от объекта на расстояния порядка длин корреляции [26]. Длины корреляции в таких объектах, как сильно рассеивающие случайно-неоднородные материалы, определяются размерами неоднородностей в них и длиной волны излучения. Спектральную регистрирующую аппаратуру всегда можно сфокусировать в такую точку наблюдения \mathbf{r} , где геометро-оптическое описание излучения применимо.

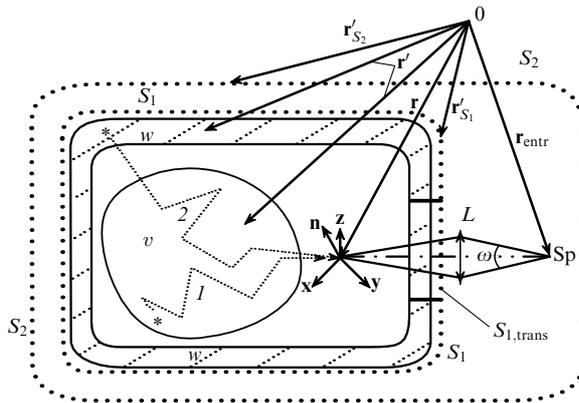


Рис. 6. Схема экспериментальных наблюдений объектов, внутри которых геометрическая оптика неприменима: v — объект; w — стенка; S_1, S_2 — окружающие поверхности; $S_{1,trans}$ — прозрачная часть поверхности S_1 ; L — оптическая система; Sp — вход в спектральный прибор.

Распространение излучения внутри рассеивающего объекта v , во-первых, определяет поступление энергии его собственного излучения во внешнюю по отношению к нему область и, во-вторых, определяет прохождение внешнего излучения, например, излучения стенок w , через вещество объекта (см. условные "траектории" 1 и 2 на рис. 6). Если условия применения геометрической оптики внутри излучателя не выполняются, то возникновение в нем теплового излучения и выход в "геометро-оптическую" область могут быть описаны с помощью обобщенного закона Кирхгофа. Так же можно описывать тепловое излучение стенок и иных элементов установки. При этом в область интегрирования v_{abs} в (5.1) включаются все перечисленные тепловые излучатели. Когда те или иные части установки не излучают и не поглощают, а только рассеивают излучение, они не вносят вклада в область интегрирования, но, конечно, влияют на прохождение излучения и результирующие поля в точке наблюдения, т.е. на величину $q(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}', \mathbf{n}, \nu)$ в (5.2).

Будем здесь и далее считать, что диэлектрическая и магнитная проницаемости в области наблюдения равны единице. Тогда средняя спектральная плотность энергии излучения $U(\mathbf{r}, \nu)$ в точке наблюдения \mathbf{r} на частоте ν может быть представлена в виде [84]

$$U(\mathbf{r}, \nu) = \frac{\langle |E(\mathbf{r}, \mathbf{x}, \nu)|^2 \rangle + \langle |E(\mathbf{r}, \mathbf{y}, \nu)|^2 \rangle + \langle |E(\mathbf{r}, \mathbf{z}, \nu)|^2 \rangle}{2\pi}. \quad (5.5)$$

Здесь $E(\mathbf{r}, \mathbf{x}, \nu), E(\mathbf{r}, \mathbf{y}, \nu), E(\mathbf{r}, \mathbf{z}, \nu)$ — проекции спектральной плотности электрического поля на оси произвольно ориентированной ортогональной системы координат в точке \mathbf{r} .

Равенство (5.5) верно в волновой зоне излучателя, т.е. в области применимости геометрической оптики. Средние квадраты модулей проекций поля определяются выражениями (5.1), (5.2). Используя эти выражения для всех трех компонент электрического поля в (5.5), умножив и разделив результат на $4\pi\nu^2/c^3$, можно среднюю спектральную плотность энергии представить в виде

$$U(\mathbf{r}, \nu) = \int_{v_{abs}} u(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \nu) d^3\mathbf{r}', \quad (5.6)$$

где

$$u(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \nu) = U^0[T(\mathbf{r}'), \nu] P_U(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \nu) \quad (5.7)$$

— вклад в энергию излучения в точке наблюдения \mathbf{r} того излучения, что первично возникло в единичном объеме в окрестности \mathbf{r}' , а затем прошло в точку \mathbf{r} через среду. Здесь

$$U^0(T, \nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \Pi(T, \nu) \quad (5.8)$$

— равновесная энергия электромагнитного поля при температуре T и частоте ν в геометрооптическом приближении;

$$P_U(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \nu) = \frac{c^3}{4\pi^2\nu^2} \sum_{\mathbf{n}=\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}} q(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}', \mathbf{n}, \nu). \quad (5.9)$$

Как следует из предыдущего, функция $P_U(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \nu)$ непосредственно зависит от оптических характеристик объекта, определяющих прохождение излучения по произвольным путям из точки наблюдения \mathbf{r} в точку \mathbf{r}' и диссипацию там.

Таким образом, получены выражения плотности энергии теплового излучения в области наблюдения через характеристики излучателя. Но при проведении оптических и, в частности, спектроскопических экспериментов измеряются потоки излучения, попадающие в оптический прибор. Поэтому необходимо связать энергию излучения с потоками.

Выпишем связь плотности энергии излучения в геометро-оптической области с интенсивностью в соответствии с [26]:

$$U(\mathbf{r}, \nu) = c^{-1} \int_{4\pi} I(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) d\mathbf{u}. \quad (5.10)$$

Здесь $I(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)$ — интенсивность излучения частоты ν в точке \mathbf{r} в направлении \mathbf{u} , а $d\mathbf{u}$ — элемент телесного угла.

Интеграл от интенсивности по всем направлениям есть полный поток излучения F в точке \mathbf{r} :

$$F(\mathbf{r}, \nu) = \int_{4\pi} I(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) d\mathbf{u} = U(\mathbf{r}, \nu)c. \quad (5.11)$$

Для получения интенсивности в выбранном направлении из плотности энергии по (5.10) надо знать зависимость интенсивности I от направления \mathbf{u} . Когда излучение изотропно, т.е. I не зависит от направления, сразу получаем

$$I(\mathbf{r}, \nu) = \frac{cU(\mathbf{r}, \nu)}{4\pi}. \quad (5.12)$$

Обратим внимание на то, что полученные выражения плотности энергии и потоков применимы к любой точке пространства, где можно использовать геометрическое приближение. В зависимости от выбора точки и направления наблюдения изменяются величины полей и плотность потерь энергии диполя $q(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}', \mathbf{n}, \nu)$, входящей в обобщенный закон Кирхгофа (5.2). В то же время все выписанные формулы сохраняют силу независимо от положения точки наблюдения. Поэтому можно их применить, например, как к точке наблюдения с радиус-вектором \mathbf{r} , так и к точке \mathbf{r}_{entr} на входе в регистрирующий прибор (см. рис. 6). При этом прохождение излучения через фокусирующую оптику (L) непосредственно сказывается на величине $q(\mathbf{r}_{\text{entr}} \rightarrow \mathbf{r}', \mathbf{n}, \nu)$, а следовательно, и на величине плотности энергии, интенсивности и общего потока излучения на входе в прибор в точке \mathbf{r}_{entr} . В эту точку фокусируется излучение объекта исследования.

В силу линейности задачи можно для интенсивности I и полного потока F написать выражения, аналогичные (5.6) и (5.7):

$$I(\mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) = \int_{v_{\text{abs}}} i(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) d^3\mathbf{r}', \quad (5.13)$$

где

$$i(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu) = I^0[T(\mathbf{r}'), \nu] P_I(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu); \quad (5.14)$$

$$F(\mathbf{r}, \nu) = \int_{v_{\text{abs}}} f(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \nu) d^3\mathbf{r}', \quad (5.15)$$

где

$$f(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \nu) = F^0[T(\mathbf{r}'), \nu] P_U(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \nu). \quad (5.16)$$

В этих выражениях I^0 определяется формулой Планка (2.8), а $F^0 = U^0/c$, где U^0 описывается формулой (5.8). Из выражений (5.6), (5.7), (5.10), (5.13), (5.14) вытекает соотношение

$$P_U(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \nu) = \int_{4\pi} \frac{P_I(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)}{4\pi} d\mathbf{u}. \quad (5.17)$$

В случае изотропного излучения вместо (5.17) имеет место равенство

$$P_U(\mathbf{r}, \nu) = P_I(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \nu). \quad (5.18)$$

В интегральных выражениях (5.6), (5.13), (5.15) каждая из составляющих энергии, интенсивности и потока (подынтегральные выражения) отличается местом первичного возникновения теплового излучения. Анало-

гично, в выражениях (5.7), (5.14), (5.16) функции $P(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)$ характеризуют возникновение излучения в \mathbf{r}' и прохождение его в \mathbf{r} . С другой стороны, в соответствии с обобщенным законом Кирхгофа (5.2) эти составляющие излучения определяются прохождением излучения единичного диполя, расположенного в \mathbf{r} , в противоположную сторону, в точку \mathbf{r}' , и диссипацией там. Такой двойной смысл составляющих излучения и функций P обеспечен соотношением взаимности, положенным в основу вывода обобщенного закона Кирхгофа. Введенные здесь функции P аналогичны функциям, входящим в выражения интенсивностей, полученным в приближении геометрической оптики (см. (2.25)). Там прохождение излучения в противоположные стороны тоже было одинаковым, когда выполнялись условия обратимости и соотношения взаимности в каждом акте рассеяния излучения. При этом соответствующие функции P были равны друг другу (см. (3.12), (3.13)).

Полученные в этом разделе формулы будут использованы при выводе соотношений между слагаемыми излучения двумя различными методами.

5.3. Равновесные соотношения

Применим выражения энергии (5.6) и интенсивности (5.13) к описанию равновесного излучения в замкнутой изотермической полости, внутри которой имеется рассеивающая среда. Пусть стенка w на рис. 6 замкнута, непрозрачна и имеет ту же температуру, что заключенное внутри образованной полости вещество. Подчеркивая то, что стенка замкнута, обозначим ее как w_c (closed). Стенка и среда внутри полости могут испускать и поглощать тепловое излучение. Если считать, что поглощение происходит внутри объема стенки, то следует разделить область интегрирования v_{abs} на соответствующие части v и w_c . Учтем, что результирующие плотности энергии и интенсивности в области наблюдения, вне объема v , где применимо геометрическое приближение, равны в этом случае равновесным значениям U^0 , I^0 , определяемым формулами (5.8), (2.8). Подставляя U^0 , I^0 в левые части (5.6), (5.13) и деля на них обе части уравнений, находим, считая пока, что все температуры одинаковы,

$$\int_v \frac{u(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \nu)}{U^0[T(\mathbf{r}'), \nu]} d^3\mathbf{r}' + \int_{w_c} \frac{u(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \nu)}{U^0[T(\mathbf{r}'), \nu]} d^3\mathbf{r}' = 1, \quad (5.19)$$

$$\int_v \frac{i(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \nu)}{I^0[T(\mathbf{r}'), \nu]} d^3\mathbf{r}' + \int_{w_c} \frac{i(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \nu)}{I^0[T(\mathbf{r}'), \nu]} d^3\mathbf{r}' = 1. \quad (5.20)$$

Это — простейшие равновесные соотношения между относительными величинами слагаемых плотности энергии u/U^0 и интенсивности i/I^0 . Соотношение между слагаемыми плотности энергии (5.19) получено в [89]. Там же было выведено соотношение между слагаемыми интенсивности в предположении, что излучение в полости изотропно, и, следовательно, применима формула (5.12). Обратим внимание на то, что здесь соотношения получены из условия равновесия в изотермической замкнутой полости на основе выражений (5.6), (5.13), представляющих собой просто запись аддитивности вкладов первичных излучателей.

В знаменателях подынтегральных выражений последних двух формул выписаны меняющиеся в объекте температуры $T(\mathbf{r}')$. Это связано с возможностью использовать соотношения в неизотермических объектах.

Поясним, на чем основана такая возможность. Как следует из (5.7) и (5.14), под знаками интегралов в (5.19) и (5.20) стоят функции P_U и P_I , которые определяются характеристиками взаимодействия излучения с веществом и непосредственно от температуры не зависят. Именно это обстоятельство позволяет использовать последние два равенства при меняющихся в объекте температурах $T(\mathbf{r}')$, если изменения температур столь малы, что не приводят к заметным изменениям функций P_U , P_I .

Полученные соотношения упрощаются, когда те или иные части неизотермического излучателя имеют постоянную температуру. Пусть стенка w находится при одной температуре, T_{w_c} , а вещество внутри полости — при другой, T_v . Тогда можно переписать полученные соотношения, учтя, что после вынесения U^0 , I^0 из-под знаков интегралов там остаются плотность энергии и интенсивность соответствующей части объекта. Такой же результат получается и в том случае, когда внутри стенки и объема температуры изменяются, но излучение может характеризоваться усредненными (эффективными) температурами. Эффективная температура неизотермического излучателя — это температура такого же по оптическим свойствам, но изотермического излучателя, интенсивность излучения которого равна интенсивности реального неизотермического объекта. В разделе 4.2 уже рассматривались подобные усредненные характеристики излучателей.

Выпишем связь между слагаемыми интенсивности I_v и I_{w_c} в этом случае:

$$\frac{I_v(\mathbf{r}, \nu)}{I^0(T_{v, \text{eff}}, \nu)} + \frac{I_{w_c}(\mathbf{r}, \nu)}{I^0(T_{w_c, \text{eff}}, \nu)} = 1. \quad (5.21)$$

Это соотношение аналогично (3.18) с учетом того, что здесь оно получено в простейшем случае однофазной среды ($k = 1$) и при $n = 1$ в области наблюдения. Кроме того, в (5.21), в отличие от (3.18), не выделяется излучение, пришедшее в точку наблюдения \mathbf{r} непосредственно с противоположной стенки, оно включено во второе слагаемое.

В разделе 5.5 будет показано, как соотношение (5.21) можно использовать для анализа экспериментальных данных при нахождении эффективных температур сильно рассеивающей среды.

5.4. Стационарные соотношения

Целью настоящего раздела является получение соотношений между слагаемыми наблюдаемого в геометро-оптической области излучения не из условия равновесия, а из условия стационарности. Здесь, как и в разделе 3.2, будет выведено условие стационарности как условие, которому должны удовлетворять вероятности исчезновения возникающего излучения. Но метод нахождения этого условия будет иным. В нем будет использовано то, что в обобщенный закон Кирхгофа в форме (5.1), (5.2) входит плотность потерь энергии единичного диполя $q(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}', \mathbf{n}, \nu)$. Поле диполя имеет смысл функции Грина в рассматриваемой задаче [85]. Для нахождения требуемых соотношений используем условие стационарности, которому удовлетворяет излучение единичного детерминированного диполя.

Единичный электрический диполь частоты ν с моментом (5.4), расположенный в точке наблюдения \mathbf{r} , излучает

в окружающее пространство за единицу времени энергию, определяемую следующей величиной:

$$\varepsilon(\nu) = \frac{4\pi^2 \nu^2}{3c^3}. \quad (5.22)$$

Пусть место расположения \mathbf{r} диполя, имеющего направление \mathbf{n} , находится внутри воображаемой замкнутой поверхности S . Внутри этой поверхности имеется и область v_{abs} , где излучение диполя может поглощаться. Пусть излучение в рассматриваемом объекте стационарно в том смысле, что характеристики, усредненные за времена, большие периода колебания (ν^{-1}), не изменяются со временем. Именно такое излучение описывает обобщенный закон Кирхгофа. Тогда энергия излучения диполя исчезает в пространстве, окружающем диполь, в течение того же времени, что возникает. Исчезновение энергии может происходить за счет поглощения в объеме и за счет ухода потока энергии через поверхность. Это можно записать, используя объемную плотность потерь и вектор Пойнтинга на окружающей поверхности:

$$\varepsilon(\nu) = \int_{v_{\text{abs}}} q(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}', \mathbf{n}, \nu) d^3\mathbf{r}' + \int_S \mathbf{S}(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}'_S, \mathbf{n}, \nu) d^2\mathbf{r}'_S. \quad (5.23)$$

Здесь $\mathbf{S}(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}'_S, \mathbf{n}, \nu)$ — вектор Пойнтинга единичного диполя в точке \mathbf{r}'_S на поверхности S . Это выражение будет положено в основу вывода искомых связей между слагаемыми стационарного излучения.

Выражение (5.23) остается справедливым при любом расположении замкнутой поверхности S , если объем v_{abs} и точка наблюдения \mathbf{r} , входящие в (5.23), находятся внутри нее. На рисунке 6 представлены две разные возможности проведения окружающей поверхности (показаны пунктиром). Во-первых, поверхность может проходить по внешней границе излучающей и поглощающей стенок w и замыкать открытую часть стенки, если такая имеется. Это — поверхность S_1 . Внутри нее находится объект исследования (излучатель с рассеивающей средой), занимающий объем v (стенка w , а также точка наблюдения \mathbf{r}). Во-вторых, в случае спектроскопических экспериментов, вообще говоря, можно окружить поверхность S все элементы экспериментальных устройств, существенно влияющие на наблюдаемое излучение. Так проведена поверхность S_2 на рисунке. Внутри нее находится тот же объем v и стенки w , а также и иные части экспериментального устройства, такие, как оптическая схема L . Точка наблюдения в этом случае может находиться на входе в регистрирующий прибор и определяться радиус-вектором \mathbf{r}_{entr} . В обоих случаях можно написать

$$v_{\text{abs}} = v + w. \quad (5.24)$$

Но в первом случае (S_1) величина w представляет поглощающий объем только стенки, а во втором — поглощающий объем всех элементов, находящихся внутри S_2 , за исключением v .

Рассмотрим поверхностный интеграл в равенстве (5.23) в разных случаях. Этот интеграл равен нулю, когда поток излучения от излучателя до граничной поверхности S не доходит. В частности, это может иметь место, если излучатель со всех сторон окружен

непрозрачными, полностью поглощающими стенками w , расположенными внутри S . В этом случае исчезновение излучения носит объемный характер и полностью учитывается объемным интегралом. Когда излучение свободно выходит через всю поверхность S во все стороны, вклад в поверхностный интеграл могут давать все области поверхности. В общем случае можно положить, что излучение из объема может выходить через некоторую прозрачную часть поверхности S_{trans} . Тогда выход через эту часть поверхности и дает вклад в поверхностный интеграл. Такая прозрачная часть поверхности S_1 помечена на рис. 6 как $S_{1,\text{trans}}$.

Введем в равенство (5.23) тепловые электрические поля, используя в объемном интеграле соотношение (5.2) обобщенного закона Кирхгофа:

$$\varepsilon(v) = \int_{v_{\text{abs}}} \frac{\langle |E(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \mathbf{n}, v)|^2 \rangle}{4\pi [T(\mathbf{r}'), v]} d^3\mathbf{r}' + \int_{S_{\text{trans}}} \mathbf{S}(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}'_S, \mathbf{n}, v) d^2\mathbf{r}'_S. \quad (5.25)$$

Равенство (5.25) есть запись сохранения энергии диполя в стационарных условиях, включающая в себя квадраты модулей электрических полей теплового излучения. Используем его для получения связей между слагаемыми плотности энергии излучения.

Из формул (5.1), (5.5) и (5.6) следует, что плотность энергии в точке \mathbf{r} , обусловленная первичным излучением в точке \mathbf{r}' , может быть записана в следующем виде:

$$u(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, v) = \frac{\langle |E(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \mathbf{x}, v)|^2 \rangle + \langle |E(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \mathbf{y}, v)|^2 \rangle + \langle |E(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \mathbf{z}, v)|^2 \rangle}{2\pi}. \quad (5.26)$$

Как видно из (5.7) и (5.8), плотность энергии $u(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, v)$ пропорциональна $\Pi[T(\mathbf{r}'), v]$, т.е. зависит от температуры в точке первичного появления излучения.

Запишем (5.25) для трех диполей, расположенных в точке наблюдения \mathbf{r} и ориентированных вдоль осей $\mathbf{n} = \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$ ортогональной системы координат. Здесь $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$ — единичные векторы. Полученные три равенства надо сложить и использовать под знаком объемного интеграла формулу (5.26). Наконец, разделив результат этих преобразований на $3\varepsilon(v)$, получаем с учетом равенств (5.8), (5.22)

$$\int_{v_{\text{abs}}} \frac{u(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, v)}{U^0[T(\mathbf{r}'), v]} d^3\mathbf{r}' + P_3(\mathbf{r} \rightarrow S_{\text{trans}}, v) = 1. \quad (5.27)$$

Здесь

$$P_3(\mathbf{r} \rightarrow S_{\text{trans}}, v) = \int_{S_{\text{trans}}} \sum_{\mathbf{n}=\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}} \frac{\mathbf{S}(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}'_S, \mathbf{n}, v)}{3\varepsilon(v)} d^2\mathbf{r}'_S \quad (5.28)$$

— доля энергии трех диполей, которая выходит за пределы объема v через поверхность S_{trans} .

Соотношение (5.27) есть запись того, что вероятность исчезновения возникающего излучения диполя равна единице. Слагаемые в (5.27) имеют следующий вероятностный смысл. Объемный интеграл равен вероятности поглощения излучения трех диполей в объеме v_{abs} , поверхностный интеграл $P_3(\mathbf{r} \rightarrow S_{\text{trans}}, v)$ есть вероят-

ность выхода того же излучения через поверхность S_{trans} . Подынтегральные выражения соответственно описывают плотность вероятности поглощения в объеме в окрестности \mathbf{r}' и плотность вероятности выхода через поверхность в окрестности \mathbf{r}'_S . Равенство (5.7) позволяет вместо (5.27) написать

$$\int_{v_{\text{abs}}} P_U(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, v) d^3\mathbf{r}' + P_3(\mathbf{r} \rightarrow S_{\text{trans}}, v) = 1. \quad (5.29)$$

Соотношения (5.27), (5.29) представляют собой искомые стационарные связи между относительными величинами слагаемых средней спектральной плотности энергии излучения в точке наблюдения \mathbf{r} . Действительно, под знаком объемных интегралов стоят относительные слагаемые плотности, каждое из которых определяется первичным излучением той или иной области. Кроме того, объемные интегралы могут быть разбиты на слагаемые, обусловленные первичным излучением той или иной части общего излучающего (поглощающего) объема, например в соответствии с (5.24).

Когда можно считать, что отдельные участки излучателя являются изотермическими, следует разбить объемный интеграл в (5.27) на соответствующие части и в каждой из них вынести знаменатель за знак интеграла. Пусть такими частями объекта являются излучатель v и стенка w , а их температуры соответственно равны T_v, T_w . Тогда вместо (5.27) находим

$$\frac{U_v(\mathbf{r}, v)}{U^0(T_v, v)} + \frac{U_w(\mathbf{r}, v)}{U^0(T_w, v)} + P_3(\mathbf{r} \rightarrow S_{\text{trans}}, v) = 1. \quad (5.30)$$

В случае неизотермических излучателей полезно, как и ранее, введение эффективных температур, усредненных по всему излучателю или по выбранному участку объема или поверхности. Введем эффективную температуру произвольного излучающего объема v_i , используя равенства (5.6), (5.7):

$$\begin{aligned} U_i(\mathbf{r}, v) &= \int_{v_i} u(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, v) d^3\mathbf{r}' = \\ &= \int_{v_i} U^0[T(\mathbf{r}'), v] P_U(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, v) d^3\mathbf{r}' = \\ &= U^0(T_{i,\text{eff}}, v) \int_{v_i} P_U(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, v) d^3\mathbf{r}'. \end{aligned} \quad (5.31)$$

Отсюда следует

$$\int_{v_i} P_U(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, v) d^3\mathbf{r}' = \int_{v_i} \frac{u(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, v)}{U^0[T(\mathbf{r}'), v]} d^3\mathbf{r}' = \frac{U_i(\mathbf{r}, v)}{U^0(T_{i,\text{eff}}, v)}. \quad (5.32)$$

Эти равенства дают возможность преобразовать объемные интегралы в (5.27), (5.29), после чего эти интегралы становятся равными сумме отношений $U_i(\mathbf{r}, v)/U^0[T_{i,\text{eff}}, v]$. Если верно (5.24), т.е. $i = v, w$, то вместо (5.27), (5.29) получается соотношение, вполне аналогичное (5.30). Только вместо T_i там фигурируют эффективные температуры $T_{i,\text{eff}}$.

Рассмотрим случай, соответствующий проведению поверхности $S = S_1$ на рис. 6, когда стенка w не замкнута. Аналогично тому, как это делалось в разделе 3.3, введем эффективную температуру всей окружающей

поверхности S или стенки w . При этом реальное неоднородное излучение, приходящее в объем v через окружающую поверхность, заменяется излучением, равномерно распределенным по всей замкнутой поверхности S . Такая операция делается с помощью следующих соотношений:

$$U_w(\mathbf{r}, \nu) = \int_w U^0[T(\mathbf{r}'), \nu] P_U(\mathbf{r}'_S \rightarrow \mathbf{r}, \nu) d^3\mathbf{r}' = U^0(T_{S, \text{eff}}, \nu) \left[\int_w P_U(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \nu) d^3\mathbf{r}' + P_3(\mathbf{r} \rightarrow S_{\text{trans}}, \nu) \right]. \quad (5.33)$$

Здесь $P_3(\mathbf{r} \rightarrow S_{\text{trans}})$ определяется выражением (5.28).

Вместо (5.27), используя $T_{i, \text{eff}}$ при $i = v$ и $T_{S, \text{eff}}$, находим

$$\frac{U_v(\mathbf{r}, \nu)}{U^0(T_{v, \text{eff}}, \nu)} + \frac{U_w(\mathbf{r}, \nu)}{U^0(T_{S, \text{eff}}, \nu)} = 1. \quad (5.34)$$

Чтобы перейти от соотношений между слагаемыми энергии излучения к соотношениям между слагаемыми потоков этой энергии, надо воспользоваться формулами (5.6), (5.10), (5.11), (5.13), (5.15). Вместо (5.27) получаем

$$\int_{v_{\text{abs}}} d^3\mathbf{r}' \int_{4\pi} d\mathbf{u} \frac{i(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)}{4\pi I^0[T(\mathbf{r}'), \nu]} + P_3(\mathbf{r} \rightarrow S_{\text{trans}}, \nu) = 1, \quad (5.35)$$

$$\int_{v_{\text{abs}}} \frac{f(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \nu)}{F^0[T(\mathbf{r}'), \nu]} d^3\mathbf{r}' + P_3(\mathbf{r} \rightarrow S_{\text{trans}}, \nu) = 1. \quad (5.36)$$

При практическом использовании соотношения (5.35) требуется знать зависимость слагаемых интенсивности $i(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \mathbf{u}, \nu)$ от направления \mathbf{u} . Простейший случай — изотропное излучение. Ранее (см. раздел 5.3) говорилось, что излучение изотропно в изотермической замкнутой полости. Имеются и иные условия, когда излучение можно считать изотропным. В частности, сильно рассеивающая среда может способствовать возникновению изотропного результирующего излучения. Так, в замкнутой неизотермической полости излучение тоже может быть изотропным, если в ней расположен сильно рассеивающий излучатель. Тогда справедливы формулы (5.12), (5.18) и равенство

$$u(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \nu) = \frac{i(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \nu) 4\pi}{c}.$$

Для подынтегральных выражений в (5.27) получаем

$$\frac{u(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \nu)}{U^0[T(\mathbf{r}'), \nu]} = \frac{i(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}, \nu)}{I^0[T(\mathbf{r}'), \nu]}.$$

Проанализируем одну из возможностей использования соотношения (5.36), включающего суммарные по направлениям потоки излучения. Воспользуемся тем, что на входе в спектральный прибор (в точке \mathbf{r}_{entr} на рис. 6) весь суммарный поток излучения, идущего от объекта v , сосредоточен внутри телесного угла ω , определяемого оптической системой установки. Вне этого телесного угла потоки от объекта в точке \mathbf{r}_{entr} обычно пренебрежимо малы. Если это так, то под знаком интеграла в (5.36) стоит отношение регистрируемого потока того излучения, что первично возникло в \mathbf{r}' , к равновесному потоку при температуре $T(\mathbf{r}')$. В случае изотермических частей объекта v и w соотношения между

потоками получаются непосредственно из (5.30) и (5.34) простой заменой U на F , U^0 на F^0 и \mathbf{r} на \mathbf{r}_{entr} .

Таким образом, в настоящем разделе получен набор связей между слагаемыми энергии, интенсивности и потоков стационарного излучения. Они представлены формулами (5.27)–(5.30), (5.34)–(5.36). Во все соотношения, где не используется эффективная температура поверхности $T_{S, \text{eff}}$, входит вероятность выхода излучения диполей $P_3(\nu)$ через поверхность S_{trans} . Эта величина может, вообще говоря, определяться экспериментально, аналогично тому, как это описывалось в разделе 4.3, путем соответствующего освещения объекта исследования и измерения прохождения излучения через объект. С другой стороны, эта величина, как упоминалось ранее, может быть равной нулю, когда излучение из точки наблюдения просто не доходит до прозрачной части поверхности S_{trans} . Как будет видно из дальнейшего, определение эффективных температур поверхности осуществляется достаточно просто при помощи полученных в этом и предыдущем разделах соотношений, поэтому использование соотношений, включающих эффективные температуры, часто может быть предпочтительным. В зависимости от условий и потребностей эксперимента из достаточно полного набора связей между слагаемыми излучения можно выбрать наиболее подходящие.

Сопоставление полученных здесь стационарных соотношений с полученными ранее показывает, во-первых, что они вполне согласуются с тем, что было получено в разделе 3.3 в случае применимости геометрической оптики при описании излучения в рассеивающей среде. Во-вторых, основное отличие от равновесных соотношений раздела 5.3 для теплового излучения в замкнутой полости состоит в том, что в равновесных соотношениях отсутствует вероятность выхода излучения через прозрачную поверхность. Равновесные соотношения представляют собой частный случай стационарных.

5.5. Использование полученных соотношений в спектроскопических исследованиях сильно рассеивающего материала

Излучательная способность сильно рассеивающих материалов при высоких температурах измеряется методами скоростной спектрометрии [81–83]. Схема экспериментальной установки представлена на рис. 7. Исследуемый образец (4) сильно рассеивающего материала помещается в печь (6), которая представляет собой графитовую цилиндрическую полость, нагреваемую в поле высокочастотного индуктора. Полость разделена горизонтальной перегородкой на верхнюю (5) и нижнюю (3) части. Образец подвешивается внутри верхней полости на двух тонких проволочках (7), закрепленных на держателе (8). Радиационный пирометр (1), сфокусированный на дно печи инфракрасной линзой (2), измеряет температуру дна печи T_0 . Верх печи открыт. Через него проходит излучение, направляемое поворотным зеркалом (9) и инфракрасной линзой (10) к скоростному спектрометру (12). При проведении экспериментов сначала регистрируется спектр излучения дна нагретой печи $I_0(\nu)$. Затем внутрь печи помещается образец. После его нагрева до стационарной температуры регистрируется спектр излучения образца, находящегося в печи $I_{v+w}(\nu)$. Затем методом падающей печи [90] производится регистрация спектра излучения образца $I_v(\nu)$: печь падает вниз, и ее

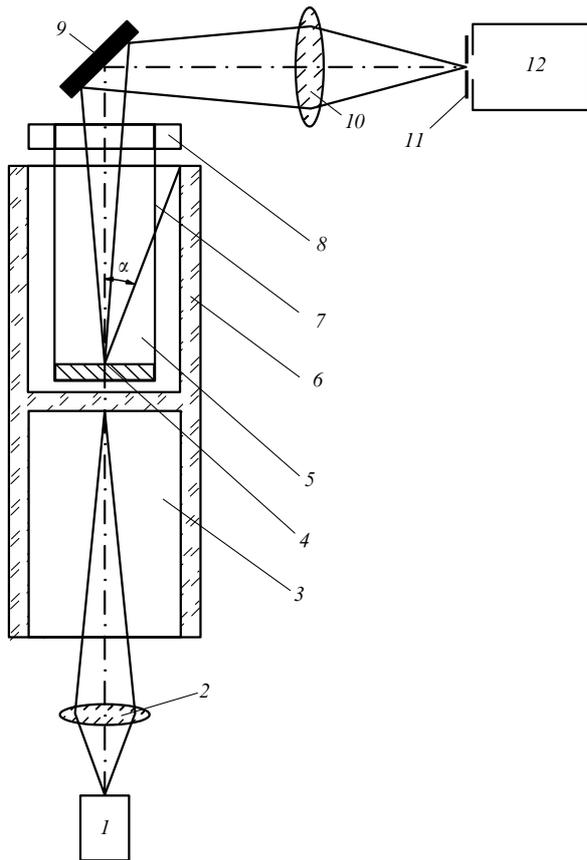


Рис. 7. Экспериментальная установка для измерения излучательной способности сильно рассеивающих материалов при высоких температурах: 1 — радиационный пирометр; 2, 10 — инфракрасные линзы; 3 — нижняя часть печи; 4 — исследуемый образец; 5 — верхняя часть печи; 6 — стенки печи; 7 — проволочки подвески образца; 8 — держатель образца; 9 — поворотное зеркало; 11 — входная щель спектрометра; 12 — спектрометр.

излучение отсекается экраном. Регистрация производится сразу после падения печи, пока температура образца не успела существенно измениться. Излучательная способность определяется по измеренному отношению спектральных интенсивностей излучения образца и дна печи. Печь рассматривается как модель черного тела. Модель не является идеальной: верх полости открыт, не вполне изотермичны стенки печи (температура T_w переменна).

При исследованиях излучательной способности необходимо знать температуру образца. Температура образца сильно рассеивающих, слабо поглощающих материалов непостоянна внутри неизотермической печи. В этом случае надо знать эффективную температуру образца $T_{v, \text{eff}}$, упоминавшуюся ранее. Непосредственное экспериментальное определение эффективной температуры термометрами или пирометрами крайне затруднительно. Обычно эта температура определяется путем численного решения уравнения теплопереноса и переноса излучения в образце. Используются сведения о тепловых и оптических свойствах образца, а также о температурах стенок печи, измеряемых термометрами. При расчетах делаются многие упрощения.

В работе [91] предложена методика определения эффективной температуры сильно рассеивающего материала на основе соотношений между слагаемыми излу-

чения, описанными в разделе 5.3. При ее применении не требуется проводить сложных расчетов переноса излучения и теплопроводности и использовать при этом многие дополнительные сведения и предположения.

Методика применена при исследовании кварцевой волокнистой теплоизоляции с пористостью 93,5%. Образцы представляли собой диски диаметром 30 мм, толщиной 4 и 9,7 мм. Регистрация спектров проводилась при непрерывном сканировании в диапазоне длин волн от 1,5 до 5,0 мкм и в интервале температур дна модели T_0 от 800 до 1200 °С. Отметим, что характерные размеры диаметров волокон не превышают нескольких микрометров, а размеры области визирования на поверхности образца измеряются миллиметрами, т.е. гораздо больше размеров неоднородности в образце. Следовательно, в области визирования можно применять приближение геометрической оптики в соответствии с [26].

Подчеркнем важную особенность проводимых измерений. Интенсивность излучения стенок печи, попадающего в регистрирующий прибор при наличии в печи рассеивающего материала $I_w(v)$, подвержена сильному влиянию этого материала. В то же время интенсивность излучения образца рассеивающего материала $I_v(v)$, наоборот, практически не зависит от того, находится образец внутри печи или вне ее, так как внутренние стенки графитовой печи почти полностью поглощают падающее на них излучение. Отсюда следует, что измерение излучения образца вне печи дает слагаемое, определяемое первичным излучением образца $I_v(v)$, и в том случае, когда образец помещен в печь. Тогда из суммарного регистрируемого излучения печи с образцом $I_{v+w}(v)$ можно определить и второе слагаемое $I_w(v) = I_{v+w}(v) - I_v(v)$. Таким образом, в описываемых опытах измеряются слагаемые I_v и I_w излучения печи с помещенным в нее образцом рассеивающего материала.

Используем соотношения, полученные в разделах 5.3 и 5.4, для определения эффективной температуры рассеивающего материала в описанных опытах. Сначала, следуя работе [91], применим равновесное соотношение (5.21). При этом прежде всего надо учесть, что в равновесные соотношения входят интенсивности $I_{w_c}(v)$ и эффективные температуры $T_{w_c, \text{eff}}$ стенок замкнутых полостей, а в опытах с падающей печью полость частично открыта. Отличие интенсивностей приближенно учитывалось с помощью коэффициента K , который определялся как отношение потока энергии излучения на верхнюю поверхность образца из реальной модели черного тела к потоку энергии из замкнутой модели. Коэффициент K вычислялся на основе известной геометрии внутренней части печи с учетом угла раскрытия α (см. рис. 7). Считалось, что $I_{w_c}(v) = I_w(v)/K$. Учитывая сказанное, получаем вместо (5.21) следующее равенство:

$$\frac{I_v(v)}{I^0(T_{v, \text{eff}}, v)} + \frac{I_{v+w}(v) - I_v(v)}{KI^0(T_{w_c, \text{eff}}, v)} = 1. \quad (5.37)$$

По этому соотношению, вообще говоря, уже можно находить эффективную температуру $T_{v, \text{eff}}$, но в работе [91] измерялись только относительные величины интенсивностей, поэтому были использованы результаты измерения величин $I_0(v)$, T_0 , а также и связь между ними:

$$I_0(v) = E(T_0, v) I^0(T_0, v),$$

где $E(T_0, \nu)$ — эффективная излучательная способность модели черного тела, рассчитываемая по специально разработанной методике [82, 92]. В результате имеем расчетное соотношение, включающее относительные величины измеряемых интенсивностей и эффективные температуры образца и стенок печи:

$$\frac{I_{v+w}(\nu)}{I_0(\nu)} = \frac{KI^0(T_{w_c, \text{eff}}, \nu)}{E(T_0, \nu)I^0(T_0, \nu)} + \frac{I_v(\nu)}{I_0(\nu)} \left[1 - \frac{KI^0(T_{w_c, \text{eff}}, \nu)}{I^0(T_{v, \text{eff}}, \nu)} \right]. \quad (5.38)$$

Для нахождения эффективных температур по этому соотношению было использовано то, что в некоторой области частот $I_v(\nu) = 0$. Это дает возможность найти из (5.38) эффективную температуру поверхности $T_{w_c, \text{eff}}$, пользуясь выражением функции Планка. Затем расчетным путем было показано, что эта температура во всем исследуемом диапазоне спектра от частоты не зависит. Тогда в тех областях спектра, где $I_v(\nu) \neq 0$, по (5.38) может быть определена эффективная температура образца в зависимости от частоты. На рисунке 8 приведены результаты таких измерений. Видно, что эффективная температура образца зависит от длины волны, толщины образца и температуры дна печи.

Теперь посмотрим, что может дать в этом же случае использование не равновесных соотношений раздела 5.3, а стационарных соотношений раздела 5.4. В условиях описываемого эксперимента можно считать, что излучение внутри печи, куда фокусируется спектральная аппара-

тура, изотропно; тогда из (5.34) с помощью (5.12) получаем, учтя, что в рассматриваемом случае поверхность S совпадает с внутренней поверхностью печи,

$$\frac{I_v(\nu)}{I^0(T_{v, \text{eff}}, \nu)} + \frac{I_w(\nu)}{I^0(T_{w, \text{eff}}, \nu)} = 1. \quad (5.39)$$

Это соотношение отличается от равновесного (5.21), положенного в основу обработки эксперимента, тем, что в него входят интенсивность излучения и эффективная температура не замкнутой стенки w_c , а частично открытой стенки w . Такое соотношение является более подходящим к условиям опытов с печью, открытой сверху. Поэтому его можно использовать без введения каких-либо поправок на незамкнутость стенки, т.е. не надо использовать приближенный коэффициент K . Значение величины $T_{w, \text{eff}}(\nu)$ при этом отличается от определявшейся выше, что прямо связано с тем, что усреднение температуры в стационарном случае ведется по иным формулам (см. (5.33)), чем в случае замкнутой полости.

6. Заключение

Основные результаты сводятся к следующему.

1. Получены общие соотношения между слагаемыми стационарного излучения объектов с рассеивающими средами. Каждое слагаемое определяется первичным излучением некоторой части излучателя и прохождением излучения в область наблюдения. Соотношения не зависят от конкретных условий в излучателе, хотя сами слагаемые ими определяются.

2. Соотношения между слагаемыми выведены как в случае применимости приближения геометрической оптики в рассеивающей среде, так и в случае, когда его применять нельзя. В первом случае при выводе соотношений использованы общие решения уравнения переноса с помощью функции Грина, во втором рассмотрено тепловое излучение, выходящее из среды с рассеянием, для его описания применен обобщенный закон Кирхгофа.

3. Метод получения общих соотношений основан на вероятностном описании излучения. В случае применимости геометрической оптики составлено уравнение, которое представляет собой запись того, что вероятность исчезновения возникающего в стационарном режиме излучения равна единице. Введение в полученное уравнение слагаемых стационарного излучения привело к стационарным соотношениям между ними. Соотношения получены, когда верны условия обратимости в среде и справедливы соотношения взаимности в каждом акте рассеяния.

4. Когда приближение геометрической оптики неприменимо, стационарные соотношения тоже получены на основе анализа условия стационарности, имеющего вероятностный смысл.

5. В частном случае теплового излучателя, окруженного замкнутой излучающей поверхностью, из стационарных соотношений получены равновесные, которые можно вывести и из условия равновесия излучения в изотермической полости, внутри которой имеется излучающая и рассеивающая среда.

6. В общем виде соотношения между потоками излучения представлены в интегральной форме (см. (3.14), (5.35), (5.36)), а в практически полезных частных

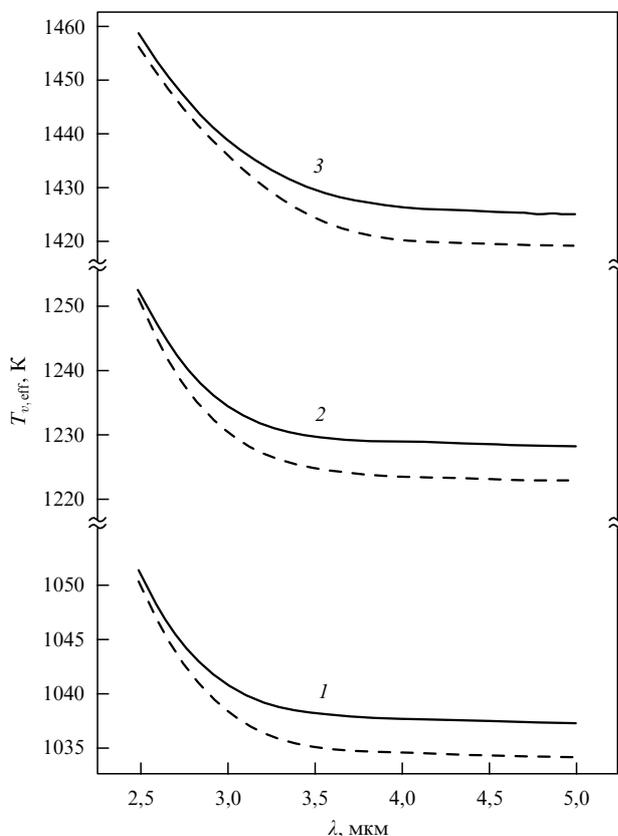


Рис. 8. Эффективная температура образцов кварцевой теплоизоляции толщиной 4 мм (сплошные линии) и 9,7 мм (штриховые линии) при разных температурах дна печи T_0 : 1 — 800 °C; 2 — 1000 °C; 3 — 1200 °C.

случаях — в алгебраической (см. (3.17), (3.18), (3.21), (5.21), (5.39)).

7. В соотношения входят величины, являющиеся объектом спектроскопических исследований. Приведенные примеры демонстрируют широкие возможности использования соотношений в экспериментальной практике и при расчетах излучения.

Список литературы

1. Чандрасекар С *Перенос лучистой энергии* (М.: ИЛ, 1953)
2. Соболев В В *Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет* (М.: ГИТТЛ, 1956)
3. Амбарцумян В А *Научные труды Т. 1* (Под ред. В В Соболева) (Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1960)
4. Иванов В В *Перенос излучения и спектры небесных тел* (М.: Наука, 1969)
5. Соболев В В *Курс теоретической астрофизики 3-е изд.* (М.: Наука, 1985)
6. Минин И Н *Теория переноса излучения в атмосферах планет* (М.: Наука, 1988)
7. Зигель Р, Хауэлл Дж *Теплообмен излучением* (М.: Мир, 1975)
8. Оцисик М Н *Сложный теплообмен* (М.: Мир, 1976)
9. Рубцов Н А *Теплообмен излучением в сплошных средах* (Новосибирск: Наука, 1984)
10. Бекефи Дж *Радиационные процессы в плазме* (М.: Мир, 1971)
11. Дэвисон Б *Теория переноса нейтронов* (М.: Атомиздат, 1960)
12. Weinberg A M, Wigner E P *The Physical Theory of Neutron Chain Reactors* (Chicago: Univ. of Chicago Press, 1958)
13. Кейз К, Цвайфель П *Линейная теория переноса* (М.: Мир, 1972)
14. *Перенос радиации в рассеивающих и поглощающих атмосферах. Стандартные методы расчета* (Под ред. Ж Ленобль) (Л.: Гидрометеониздат, 1990)
15. Rudic S, Frisch H J. *Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **50** 127 (1993)
16. Романова Л М *Изв. РАН. Сер. Физ. атмосферы и океана* **34** 808 (1998); **35** 516 (1999)
17. Merritt N D, Evans K F *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **60** 635 (1998)
18. Kocifat M, Luka J C *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **60** 933 (1998)
19. O'Brien D M *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **60** 573 (1998)
20. Rao Monhan D J. *Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **62** 559 (1999)
21. Abulwafa E M, Attia M T *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **66** 487 (2000)
22. Barman S K *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **66** 509 (2000)
23. Spurr R J, Kurosu T P, Chance K V *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **68** 689 (2001)
24. Барабаненков Ю Н *УФН* **102** 3 (1970)
25. Исимару А *Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах Т. 1* (М.: Мир, 1981)
26. Апресян Л А, Кравцов Ю А *Теория переноса излучения: Статистические и волновые аспекты* (М.: Наука, 1983)
27. Thomas H M, Morfill G E *Nature* **379** 806 (1996)
28. Цытович В Н *УФН* **167** 57 (1997)
29. Нефедов А П, Петров О Ф, Фортон В Е *УФН* **167** 1215 (1997)
30. Fortov V E et al. *Phys. Lett. A* **229** 317 (1997)
31. Липаев А М и др. *ЖЭТФ* **112** 2030 (1997)
32. Герасимов Ю В и др. *Письма в ЖТФ* **24** (19) 62 (1998)
33. Fortov V E et al. *Phys. Lett. A* **267** 179 (2000)
34. Молотков В И и др. *Письма в ЖЭТФ* **71** 152 (2000)
35. Mie G *Ann. Phys. (Leipzig)* **25** 377 (1908)
36. Шифрин К С *Рассеяние света в мутной среде* (М.-Л.: Гостехиздат, 1951)
37. Шифрин К С, Зельманович И Л *Таблицы по светорассеянию* (Под ред. К С Шифрина) (Л.: Гидрометеониздат, 1966)
38. Ван де Хюлст Г *Рассеяние света малыми частицами* (М.: ИЛ, 1961)
39. Van de Hulst H C *Multiple Light Scattering: Tables, Formulas, and Applications* (New York: Academic Press, 1980)
40. Борн М, Вольф М *Основы оптики* (М.: Наука, 1970)
41. Борен К, Хафмен Д *Поглощение и рассеяние света малыми частицами* (М.: Наука, 1986)
42. Васильева И А *УФН* **163** (8) 47 (1993)
43. Ваулина О С, Нефедов А П, Петров О Ф *ТВТ* **30** 983 (1992)
44. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Квантовая механика. Нерелятивистская теория* (М.: Наука, 1989)
45. Васильева И А *Доклады РАН* **350** 467 (1996)
46. Васильева И А "Диагностика плазмы в МГД генераторах", в кн. *Магнито-гидродинамическое преобразование энергии. Физико-технические аспекты* Гл. 4 (Под ред. В А Кириллина, А Е Шейндинна) (М.: Наука, 1983)
47. Васильева И А *ТВТ* **32** 878 (1994)
48. Vasilieva I A *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **55** 127 (1996)
49. Vasilieva I A *Vacuum* **47** 1297 (1996)
50. Васильева И А *Доклады РАН* **347** 610 (1996)
51. Васильева И А *ТВТ* **35** 408 (1997)
52. Суринов Ю А *Изв. АН СССР. Отд. техн. наук* (9) 1331 (1952); (10) 1455 (1952)
53. Адрианов В Н *Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук* (2) 17 (1986)
54. Суринов Ю А *Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук* (3) 26 (1990)
55. Агеев Ю М *ИФЖ* **23** 829 (1972)
56. Васильева И А, Сахнович Л А *ТВТ* **25** 544 (1987)
57. Васильева И А *Доклады РАН* **366** 32 (1999)
58. Vasil'eva I A *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **66** 223 (2000)
59. Васильева И А *ТВТ* **38** 274 (2000)
60. Vasilieva I A *Radiat. Eff. Defect. Solids* **154** 61 (2001)
61. Васильев А М *Введение в статистическую физику* (М.: Высшая школа, 1980)
62. Ландсберг Г С *Оптика* (М.: Наука, 1976)
63. Васильева И А и др. *ДАН СССР* **264** 853 (1982)
64. Васильева И А и др. *ТВТ* **28** 357 (1990)
65. Соболев В В *Астрон. ж.* **28** 355 (1951)
66. Минин И Н *Астрон. ж.* **43** 1244 (1966)
67. Васильева И А *ТВТ* **27** 360 (1989)
68. Васильева И А *ТВТ* **28** 1181 (1990)
69. Israelian G J. *Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **67** 293 (2000)
70. Vasilieva I A *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **35** 171 (1986)
71. Марчук Г И *Методы расчета ядерных реакторов* (М.: Гос. изд-во лит. в области атомной науки и техники, 1961)
72. Раховский В И *Физические основы коммутации электрического тока в вакууме* (М.: Наука, 1970)
73. Васильева И А, Владимиров В И, Депутатова Л В *ТВТ* **29** 1086 (1991)
74. Deputatova L V, Vasilieva I A, Vladimirov V I, in *Eleventh Intern. Conf. on MHD Electrical Power Generation. Oct. 12 – 16, 1992 Vol. 3* (Beijing, China, 1992) p. 1009
75. Vasilieva I A, in *Proc. of the XXI Intern. Conf. on Phenomena in Ionized Gases, Bochum Sept. 19 – 24, 1993 Vol. 3* (Eds G Ecker, U Arendt, J Böselser) (Bochum, Germany, 1993) p. 356
76. Васильева И А, Владимиров В И, Депутатова Л В *Изв. РАН. Сер. Физ.* **63** 2229 (1999)
77. Петров В А, Марченко Н В *Перенос энергии в частично прозрачных твердых материалах* (М.: Наука, 1985)
78. Петров В А, Степанов С В *Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук* (7) 21 (1987)
79. Иванов А П, Лойко В А, Дик В П *Распространение света в плотно-упакованных дисперсных средах* (Минск: Наука и техника, 1988)
80. Галактионов А В, Петров В А, Степанов С В *ТВТ* **32** 398 (1994)
81. Дождиков В С, Петров В А *ТВТ* **33** 628 (1995)
82. Dozhdikov V S, Petrov V A *High Temp.-High Press.* **27/28** 403 (1995/1996)
83. Дождиков В С, Петров В А *ТВТ* **35** 802 (1997)
84. Левин М Л, Рыгов С М *Теория равновесных тепловых флуктуаций в электродинамике* (М.: Наука, 1967)

85. Рытов С М, Кравцов Ю А, Татарский В И *Введение в статистическую радиофизику* Ч. 2 *Случайные поля* (М.: Наука, 1978)
86. Callen H B, Welton T A *Phys. Rev.* **83** 34 (1951)
87. Callen H B, Greene R F *Phys. Rev.* **86** 702 (1952); Greene R F, Callen H B **88** 1387 (1952)
88. Полевой В Г *Теплообмен флуктуационным электромагнитным полем* (М.: Наука, 1990)
89. Васильева И А *ТВТ* **36** 482 (1998)
90. Резник В Ю и др. "Устройство для измерения излучательной способности твердых материалов при высоких температурах" Авт. Свид. № 1132153; *Бюлл. изобр.* (48) 145 (1984)
91. Васильева И А и др. *ТВТ* **36** 639 (1998)
92. Русин С П, Мухамедьяров К С *ТВТ* **20** 658 (1982)

Stationary radiation of objects with scattering media

I.A. Vasil'eva

*Institute for High Energy Densities, Associated Institute of High Temperature, Russian Academy of Sciences
ul. Izhorskaya 13/19, 127412 Moscow, Russian Federation
Tel. (7-095) 484-24 29
E-mail: dlv@hedric.msk.su*

The radiation observed inside or outside a stationary radiator with a scattering medium within it is a sum of components, each being determined by, first, the primary radiation from some part of the radiator and, second, the probability for this radiation to reach the region where it is observed. In this review, general and rather simple relations between these components are discussed, which — unlike the components themselves — are independent of the specific optical characteristics of an object as well as of its geometry, inhomogeneity, etc. In deriving the relations, both situations in which geometrical optics is and is not applicable to radiation in a scattering medium are considered. When geometrical optics does apply, stationary relations are derived from the probabilistic stationarity condition, i.e., from the fact that all the radiation that appears in a stationary regime disappears with probability unity. Equilibrium relations are derived from stationary ones in the particular case of a thermal radiator in a closed isothermal cavity. In deriving stationary relations in the geometrical optics approximation, the general solutions of the linear equation of transfer are presented using the Green's function approach. When geometrical optics cannot be used inside the scattering and radiating medium, relations for the components of outgoing thermal radiation only are obtained; and the generalized Kirchhoff's law which Levin and Rytov obtained by statistical radiophysics methods is used. In this case stationary relations are also derived from a probabilistically meaningful stationarity condition; the equilibrium relations follow from stationary ones as well as from the isothermal cavity equilibrium condition. The quantities involved in all the relations obtained are a subject of experimental and computational spectroscopy. Examples of current and potential applications are given. The relations have been successfully used in such diverse spectroscopic experiments as the study of how macroscopic particles affect dusty plasma emission line profiles; and temperature measurements in strongly scattering solid porous materials.

PACS numbers: **44.30. + v**, **44.40. + a**, 95.30.Jx

Bibliography — 92 references

Received 3 April 2001