

PACS number: 03.67. – a

Квантовая телепортация и голография

И.В. Соколов, А. Гатти,
М.И. Колобов, Л.А. Луджиато

Квантовая телепортация позволяет перенести квантовое состояние некоторой системы (например, электромагнитного поля) из одного места в другое, используя обмен классической информацией в сочетании с квантовым каналом, в котором используются квантовые запутанные состояния вспомогательных полей. Одним из первых явлений квантовой информации, реализованных оптическими методами, была квантовая телепортация состояния пространственно одномодовых световых лучей. Мы показываем, что при обобщении схемы телепортации на пространственно многомодовые световые волны появляется возможность телепортировать квантовое состояние распределенных в пространстве и времени полей, например несущих оптические изображения. Такой вид телепортации (квантовая голографическая телепортация) может рассматриваться как предельный случай голографии с подавленными квантовыми шумами и высокой верностью воспроизведения объекта поля.

Квантовая телепортация является одним из явлений квантовой информации [1, 2], которая особенно быстро и активно развивается с начала 90-х годов. Всего несколько лет прошло от первых теоретических предложений ряда явлений квантовой информации до их успешной реализации, в основном — средствами квантовой оптики. Этому немало помог тот рекордно высокий уровень эксперимента, который достигнут в квантовой оптике в управлении световыми полями и атомами, в чувствительности детектирования, точности измерений и т.д.

Протоколы квантовой телепортации существенно опираются на свойства запутанных состояний. Предположим, что квантовая система образована, например, двумя подсистемами одной физической природы (или различной природы, но с формально аналогичной структурой набора базисных состояний, важных в данной физической ситуации). Запутанными, или ЭПР (Эйнштейна – Подольского – Розена) состояниями являются состояния системы, в которых индивидуальные наблюдаемые подсистем имеют наибольшую неопределенность, а взаимно коммутирующие наблюдаемые, которые описывают относительное состояние или движение подсистем, определены точно. Для ЭПР состояний характерна предельная квантовая корреляция образующих подсистем.

Первый протокол квантовой телепортации был предложен в [3] для спиновых систем (случай дискретных переменных). В оптике аналогом спина 1/2 (в том смысле, что набор базисных состояний является подобным) является одиночный фотон с двумя возможными состояниями поляризации. Чистым состояниям спина 1/2 сопоставляются точки на сфере направлений спина, а поляризационные состояния фотона изображаются аналогичными точками на сфере Пуанкаре. Источник поляризационных ЭПР состояний двух одновременно излучаемых фотонов был создан в работе [4] на основе спонтанного параметрического рассеяния и немедленно использован для реализации в эксперименте квантовой

телепортации [5], плотного кодирования и других протоколов квантовой информации. В дальнейшем была предложена [6] и осуществлена в оптическом опыте [7] квантовая телепортация непрерывных переменных, где телепортировалось высоковозбужденное квантовое состояние пространственно одномодового светового луча. Теория квантовой телепортации пространственно одномодового, но широкополосного по частоте светового поля рассматривалась в [8].

Мы рассматриваем в данном сообщении (см. также [9–11]) более общий вид квантовой телепортации непрерывных переменных, когда оказывается возможным телепортировать с высокой верностью квантовое состояние световых полей, распределенных и в пространстве, и во времени. Интерес к подобному обобщению протокола квантовой телепортации стимулируется тем, что такие поля могут быть носителями оптических изображений, неоднородных массивов информации в устройствах параллельной обработки данных и т.д. Принципиально необходимой частью обсуждаемой схемы (рис. 1) по сравнению с исходной схемой работ [6, 7] является пространственно распределенный параллельный квантовый канал, который реализуется с помощью пространственно многомодовых ЭПР полей $E_1(\mathbf{r}, t)$ и $E_2(\mathbf{r}, t)$, находящихся в запутанном состоянии. Здесь $\mathbf{r}$ — координата в поперечном сечении луча.

Поясним с помощью наглядных соображений схему телепортации, показанную на рис. 1, не учитывая вначале ЭПР поля и их источник (оптические параметрические усилители OPA_1 , OPA_2 и делитель лучей BS_1). Объектное поле $A_{in}(\mathbf{r}, t)$, квантовое состояние которого требуется телепортировать, рассеивается делителем лучей BS_2 на два вторичных луча, $B_x(\mathbf{r}, t)$ и $B_y(\mathbf{r}, t)$. Деление необходимо для того, чтобы затем в каждой из рассеянных волн осуществить оптическое смешение с сильной классической опорной волной (LO_x или LO_y) на полупрозрачном зеркале (BS_3 или BS_4). В распределенных световых полях после каждого из этих зеркал формируется пространственно-временной сигнал биений опорной волны с

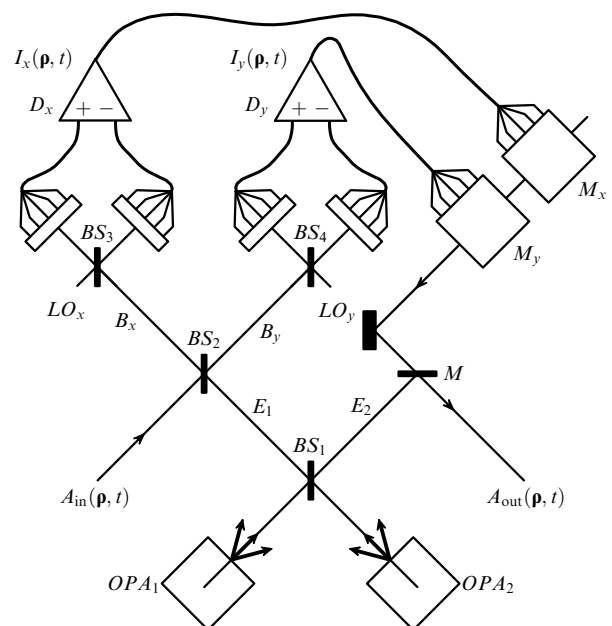


Рис. 1. Схема квантовой голографической телепортации.

синфазной ей квадратурной компонентой объектного поля. Фазы опорных волн сдвинуты на $\pi/2$, так что два сигнала биений (один в канале детектирования B_x , другой в B_y) несут вместе полную информацию о поле объектной волны. Для наблюдения пространственно-временных сигналов биений используются разностные детекторы D_x и D_y . Детектор содержит две матрицы эффективных счетчиков фотонов (например, ССД матрицы), элементы которых мы для простоты считаем малыми. Нестационарные поверхностные плотности фототоков двух матриц каждого детектора вычитаются. Сигналом детектора, направляемым по многоканальной классической линии связи в устройство, где будет приготавливаться телепортированное поле $A_{\text{out}}(\mathbf{p}, t)$, является нестационарная поверхностная плотность разностного тока $I_x(\mathbf{p}, t)$ или $I_y(\mathbf{p}, t)$.

Рожденные таким образом классические сигналы могут рассматриваться как нестационарные голограммы объектного поля $A_{\text{in}}(\mathbf{p}, t)$. Действительно, для их получения применяются те же действия, что и при записи голограмм: оптическое смещение с опорной волной, запись пространственного сигнала биений. Аналогия с голографией действует и на этапе приготовления поля $A_{\text{out}}(\mathbf{p}, t)$. Токи $I_x(\mathbf{p}, t)$ и $I_y(\mathbf{p}, t)$ управляют с пространственно-временным разрешением модуляторами M_x , M_y , которые освещаются восстанавливающей классической волной. Каждый из модуляторов создает в своей квадратурной амплитуде восстанавливающей волны вклад, который повторяет нестационарную плотность тока и в конечном счете соответствующую квадратурную амплитуду входного поля $A_{\text{in}}(\mathbf{p}, t)$. Отметим, что сходство между телепортацией и голографией было замечено [12] даже в связи с телепортацией пространственно одномодовых полей.

Роль квантового канала, который превращает голографию в квантовую голографическую телепортацию, можно пояснить следующим образом. С точки зрения классической оптики, если нет возбужденных ЭПР полей $E_1(\mathbf{p}, t)$ и $E_2(\mathbf{p}, t)$, то на обращенные в их сторону входы делителей лучей BS_2 и M не поступает никакое световое поле. Однако в квантовом описании этой ситуации необходимо учесть, что осцилляторы поля волн, освещающих эти "холостые" входы, находятся в вакуумном состоянии и несут энергию $\hbar\omega/2$ на моду, где ω — оптическая частота. Представление о спектральной и угловой плотностях энергии вакуумного шума в свободном пространстве можно получить, сопоставив вакуумному шуму тепловое излучение при $k_B T \sim \hbar\omega$. Эта оценка дает температуру T поверхности солнца.

Вакуумное поле со входа E_1 участвует в записи и восстановлении динамической голограммы аналогично полю $A_{\text{in}}(\mathbf{p}, t)$, как это видно из рис. 1, и вносит дополнительные квантовые флуктуации в восстановленное поле $A_{\text{out}}(\mathbf{p}, t)$. Независимое вакуумное поле со входа E_2 примешивается к полю $A_{\text{out}}(\mathbf{p}, t)$ на зеркале M , коэффициент отражения которого мы принимаем близким к 1 (в других вариантах, как можно увидеть, все равно находится вход для вакуумного шума). С точки зрения квантовой физики, эти источники флуктуаций и определяют предельные возможности восстановления объектного поля в классической голографии.

Строгое описание общего случая, когда в схеме действует также и квантовый канал (ЭПР поля), основано на понятии совместного измерения в базисе Белла,

проводимого с полями $A_{\text{in}}(\mathbf{p}, t)$ и $E_1(\mathbf{p}, t)$ в левой части рис. 1. Однако и здесь можно наглядно пояснить физическое происхождение и роль перепутывания, обобщая известные построения (см., например, [7]) на распределенные в пространстве и времени поля.

Один из возможных способов получения необходимого перепутывания состоит в оптическом смещении полей $S_1(\mathbf{p}, t)$ и $S_2(\mathbf{p}, t)$ в пространственно многомодовом сжатом состоянии [13–17]. Эти поля генерируются в оптических параметрических усилителях OPA_1 и OPA_2 , на входы которых поступают поля в вакуумных состояниях $C_1(\mathbf{p}, t)$ и $C_2(\mathbf{p}, t)$. Преобразование сжатия, записанное в представлении Фурье,

$$S_m(\mathbf{p}, t) \rightarrow s_m(\mathbf{q}, \Omega), \quad m = 1, 2$$

(и аналогично для других полей), имеет вид

$$s_m(\mathbf{q}, \Omega) = U_m(\mathbf{q}, \Omega)c_m(\mathbf{q}, \Omega) + V_m(\mathbf{q}, \Omega)c_m^\dagger(-\mathbf{q}, -\Omega), \quad (1)$$

где коэффициенты $U_m(\mathbf{q}, \Omega)$, $V_m(\mathbf{q}, \Omega)$ определяются нелинейной восприимчивостью кристаллов, напряженностью волны накачки и условиями фазового согласования волн. Мы будем далее иметь в виду коллинеарное вырожденное согласование в кристаллах типа I. В [18] рассмотрена возможность получения двух сжатых полей с ортогональными поляризациями в нелинейном кристалле типа II. Области неопределенности для вкладов в поля $S_1(\mathbf{p}, t)$ и $S_2(\mathbf{p}, t)$ от гармоник на частотах $\mathbf{q}, \Omega$ имеют вид эллипсов на плоскости комплексной амплитуды. Угол наклона главной оси эллипса есть

$$\psi_m(\mathbf{q}, \Omega) = \frac{1}{2} \arg \{ U_m(\mathbf{q}, \Omega) V_m(-\mathbf{q}, -\Omega) \}, \quad (2)$$

а множитель растяжения (сжатия) осей $\exp(\pm r_m(\mathbf{q}, \Omega))$ дается соотношением

$$\exp(\pm r_m(\mathbf{q}, \Omega)) = |U_m(\mathbf{q}, \Omega)| \pm |V_m(\mathbf{q}, \Omega)|. \quad (3)$$

Для получения ЭПР полей волны в сжатом состоянии должны быть согласованы по фазе. Мы примем дальше, что выполняются условия

$$\begin{aligned} U_1(\mathbf{q}, \Omega) &= U_2(\mathbf{q}, \Omega) \equiv U(\mathbf{q}, \Omega), \\ V_1(\mathbf{q}, \Omega) &= -V_2(\mathbf{q}, \Omega) \equiv V(\mathbf{q}, \Omega). \end{aligned} \quad (4)$$

На рисунке 2а, б показаны эллипсы неопределенности сжатых состояний полей $S_1(\mathbf{p}, t)$, $S_2(\mathbf{p}, t)$ на выходе нелинейных кристаллов. Поворот эллипсов в зависимости от пространственной частоты можно связать с дифракцией световых волн в процессе нелинейного распространения и с соответствующим увеличением площади когерентности S_c света в сжатом состоянии, что в конечном счете ухудшает разрешающую способность квантовой голографической телепортации в пространстве. Однако влияние дифракции можно частично устранить с помощью тонкой линзы [13, 16]. На рисунке 2в, г показаны эллипсы неопределенности с учетом такой коррекции.

Поля $E_1(\mathbf{p}, t)$ и $E_2(\mathbf{p}, t)$ в перепутанном состоянии могут быть получены смещением полей $S_1(\mathbf{p}, t)$ и $S_2(\mathbf{p}, t)$ на делителе лучей BS_1 :

$$E_n(\mathbf{p}, t) = \sum_{m=1,2} R_{nm} S_m(\mathbf{p}, t), \quad (5)$$

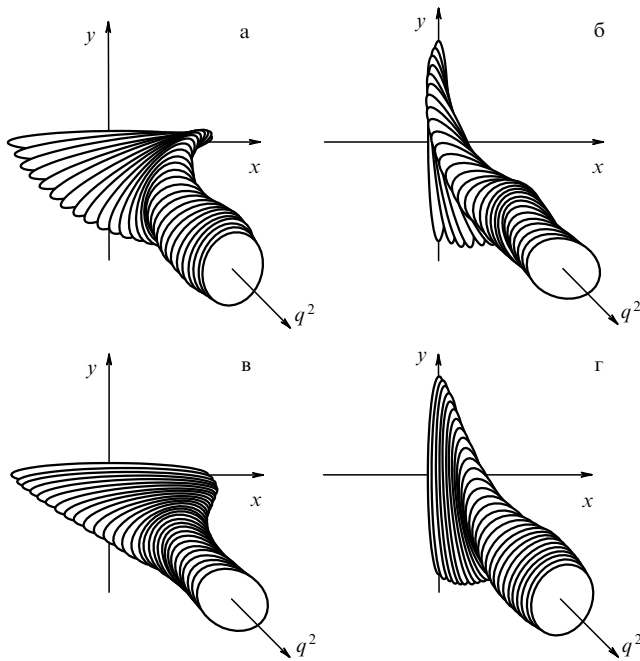


Рис. 2. Эллипсы неопределенности в зависимости от пространственной частоты q вкладов в напряженность полей в сжатом состоянии: для поля $S_1(\mathbf{p}, t)$ соответственно до (а) и после (в) компенсации дифракции с помощью тонкой линзы; (б, г) — то же для поля $S_2(\mathbf{p}, t)$. Множитель сжатия есть $\exp(r(0, 0)) = 3$.

где

$$\{R_{nm}\} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

есть матрица рассеяния делителя.

На рисунке 3 наглядно поясняется возникновение корреляций между рассеянными полями. Рассмотрим соответствующие друг другу объемы когерентности $V_c = cT_c V_c$ в световых полях в сжатом состоянии,

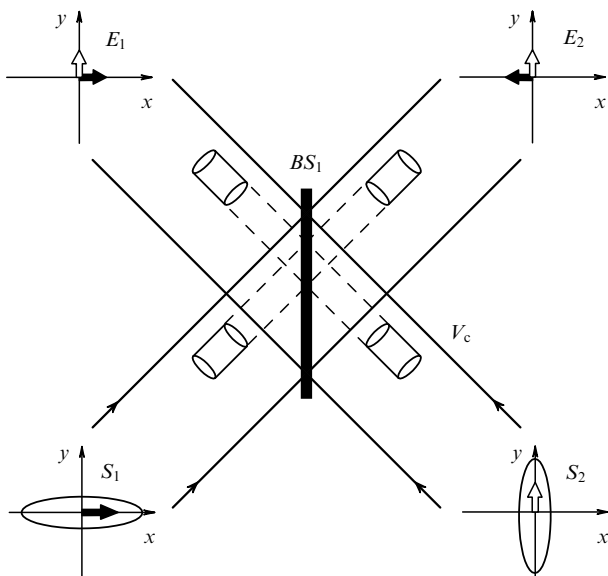


Рис. 3. Получение ЭПР полей при оптическом смешении полей в сжатом состоянии.

падающих на зеркало делителя. Здесь T_c — время когерентности. Области неопределенности и случайные локальные значения напряженности поля в этих объемах показаны в нижней части рисунка. Сжатие считается эффективным, поэтому основной вклад дают вытянутые квадратурные компоненты напряженности полей, а сжатые компоненты малы и на рисунке не показаны. Напряженности рассеянных полей $E_1(\mathbf{p}, t)$ и $E_2(\mathbf{p}, t)$ в соответствующих объемах когерентности получаются векторным сложением напряженностей полей $S_1(\mathbf{p}, t)$ и $S_2(\mathbf{p}, t)$ в сжатом состоянии (см. на рис. 3 сверху). Видно, что в пределе эффективного сжатия рассеянные поля имеют одинаковые (с точностью до знака) квадратурные компоненты и, следовательно, являются полностью коррелированными.

Можно показать с помощью квантового расчета, что возникающие при этом ЭПР корреляции обладают следующими особенностями.

1. Коррелированными являются значения ЭПР полей $E_1(\mathbf{p}, t)$ и $E_2(\mathbf{p}, t)$ в соответствующих друг другу объемах когерентности.

2. Эффективные корреляции имеют пространственный и временной масштабы S_c и T_c , т.е. имеют место для средних по объему когерентности значений напряженности. Поля, усредненные по малым объемам $V \ll V_c$, обладают независимыми флуктуациями.

3. С увеличением сжатия степень ЭПР корреляций растет, но при этом растет среднее число фотонов сжатого света в объеме когерентности. Идеальные ЭПР корреляции в случае непрерывных переменных требуют сколь угодно больших энергетических затрат.

Для телепортации, т.е. для воспроизведения квантового состояния объектного поля в восстановленном поле, необходимо выбрать коэффициент передачи классического канала

$$A_{in}(\mathbf{p}, t) \rightarrow I_{x,y}(\mathbf{p}, t) \rightarrow A_{out}(\mathbf{p}, t)$$

равным 1. При этом квадратурные компоненты напряженности ЭПР поля $E_1(\mathbf{p}, t)$ проходят в выходное поле с коэффициентами передачи ± 1 (здесь нужно учесть набег фазы, вносимые делителем лучей BS_2). Как уже было сказано выше, коэффициент отражения выходного зеркала M для ЭПР поля $E_2(\mathbf{p}, t)$ считается близким к 1. Для телепортированного поля можно получить

$$A_{out}(\mathbf{p}, t) = A_{in}(\mathbf{p}, t) + F(\mathbf{p}, t), \quad (7)$$

где

$$F(\mathbf{p}, t) = E_2(\mathbf{p}, t) + E_1^\dagger(\mathbf{p}, t) \quad (8)$$

есть вклад квантовых флуктуаций, вносимых ЭПР полями. В недостижимом идеальном случае этот вклад был бы сколь угодно мал ввиду взаимного сокращения коррелированных квадратурных амплитуд вкладов $E_2(\mathbf{p}, t)$ и $E_1^\dagger(\mathbf{p}, t)$, которые прошли в телепортированное поле по классическому и квантовому каналам. Именно компенсация квантовых флуктуаций и отличает квантовую голографическую телепортацию от классической голографии. Для более реального случая конечного сжатия квантовый анализ [9–11] показывает, что шумовое поле $F(\mathbf{p}, t)$ является классическим и обладает гауссовой статистикой. Корреляционные функции шума

для разных пространственно-временных точек существенно отличны от нуля, если эти точки находятся в одном и том же объеме когерентности.

Чтобы выявить значение пространственно-временных масштабов и роль усреднения напряженности поля, определим квадратурные амплитуды поля $A_{\text{out}}(\mathbf{p}, t)$, средние по пространственной области (пикселу) площадью $S = \Delta^2$ и по времени накопления T :

$$X_{\text{out}}(j, i) = \frac{1}{\sqrt{ST}} \int_{S_j} d\mathbf{p} \int_{T_i} dt (A_{\text{out}}(\mathbf{p}, t) + A_{\text{out}}^\dagger(\mathbf{p}, t)), \quad (9)$$

$$Y_{\text{out}}(j, i) = \frac{i}{\sqrt{ST}} \int_{S_j} d\mathbf{p} \int_{T_i} dt (A_{\text{out}}(\mathbf{p}, t) - A_{\text{out}}^\dagger(\mathbf{p}, t)); \quad (10)$$

и аналогично для $A_{\text{in}}(\mathbf{p}, t)$. Здесь (j, i) — дискретный индекс, который нумерует площадку и интервал времени усреднения. Средние квадратурные амплитуды шумового поля $F(\mathbf{p}, t)$ также определим аналогично (9), (10) и обозначим через $\mathcal{X}(j, i)$, $\mathcal{Y}(j, i)$. Эти амплитуды обладают гауссовой статистикой, которая задается корреляционной матрицей

$$\mathcal{C}(j, j'; i, i') = \langle \mathcal{X}(j, i) \mathcal{X}(j', i') \rangle = \langle \mathcal{Y}(j, i) \mathcal{Y}(j', i') \rangle. \quad (11)$$

Световые поля в сжатом состоянии, генерируемые за один проход нелинейного кристалла, являются широкополосными и имеют малое время когерентности. Если время усреднения достаточно велико ($T \gg T_c$), то шумовые поля на разных временных интервалах независимы:

$$\mathcal{C}(j, j'; i, i') = \delta_{i, i'} \mathcal{C}(j, j'). \quad (12)$$

Если площадки накопления велики по сравнению с площадью когерентности ($S \gg S_c$), то шумовые поля на разных площадках также независимы:

$$\lim_{S/S_c \rightarrow \infty} \mathcal{C}(j, j') = 2\delta_{j, j'} \exp(-2r(0, 0)). \quad (13)$$

Пределу классической голографии отвечает здесь отсутствие сжатия, $r(0, 0) = 0$, а в случае эффективной генерации ЭПР полей в квантовом канале $r(0, 0) \gg 1$ и вклад шумового поля исчезает.

Предлагались различные критерии близости квантового состояния входного и телепортированного полей [19]. Часто используемой мерой эффективности телепортации квантового состояния является верность (fidelity), которая для чистого состояния определяется как

$$F = |\langle \psi_{\text{in}} | \psi_{\text{out}} \rangle|^2. \quad (14)$$

При описании телепортации распределенного в пространстве и времени светового поля это определение сталкивается с принципиальным затруднением. Затруднение вытекает из природы такого поля как системы с большим числом степеней свободы и может быть понято из следующего простого рассуждения. Пусть верность квантовой телепортации состояния поля, заключенного в некоторой пространственно-временной области, оказалась меньшей 1 на малую, но конечную величину. Если мы теперь рассмотрим систему, в которой параллельно телепортируется состояние многих объемов поля в таком же состоянии, то определенная согласно (14) верность окажется равна ранее найденной верности в высокой степени, т.е. всегда равной 0 в пределе большой системы. Таким образом, в случае квантовой голографи-

ческой телепортации реальный смысл имеет не верность, определенная в соответствии с (14) (ее можно было бы назвать глобальной верностью), а редуцированная верность, определяемая для интересующего нас сокращенного набора степеней свободы.

Если принять, что таким степеням свободы в нашем примере отвечают $n = 1, 2, \dots$ определенных выше объемов усреднения (пикселов), то для важного частного случая входного поля $A_{\text{in}}(\mathbf{p}, t)$ в многомодовом когерентном состоянии Глаубера квантовый расчет [11] дает

$$F_n = \frac{1}{\det \{ \delta_{i, j} + (1/2) \mathcal{C}(i, j) \}}. \quad (15)$$

Отсюда видно, что верность телепортации квантового состояния поля на n пикселах зависит как от их числа, так и от корреляций шумового поля на интересующих нас пикселах. Корреляции перестают быть важны, если площадка усреднения S много больше площади когерентности S_c , когда матрица корреляции становится диагональной. При этом, как и в случае пространственно одномодового поля, квантовая голографическая телепортация обладает высокой верностью при эффективном сжатии и глубоких ЭПР корреляциях в квантовом канале.

Авторы благодарят за поддержку Network QUANTIM of the IST program of the European Union.

Список литературы

1. Bouwmeester D, Ekert A K, Zeilinger A (Eds) *The Physics of Quantum Information* (New York: Springer, 2000)
2. Килин С Я *УФН* **169** 507 (1999)
3. Bennett C H et al. *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895 (1993)
4. Kwiat P G et al. *Phys. Rev. Lett.* **75** 4337 (1995)
5. Bouwmeester D et al. *Nature* **390** 575 (1997); Boschi D et al. *Phys. Rev. Lett.* **80** 1121 (1998)
6. Vaidman L *Phys. Rev. A* **49** 1473 (1994); Braunstein S L, Kimble H J *Phys. Rev. Lett.* **80** 869 (1998)
7. Furusawa A et al. *Science* **282** 706 (1998)
8. Van Loock P, Braunstein S L, Kimble H J *Phys. Rev. A* **62** 022309 (2000); quant-ph/9902030
9. Sokolov I V et al. *Opt. Commun.* **193** 175 (2001)
10. Sokolov I V et al., quant-ph/0007026
11. Gatti A et al. (готовится к печати)
12. Braunstein S L *Opt. Photon. News* (Jan.) 10 (1999)
13. Колобов М И, Соколов И В *ЖЭТФ* **96** 1945 (1989)
14. Kolobov M I, Sokolov I V *Phys. Lett. A* **140** 101 (1989)
15. Kolobov M I, Sokolov I V *Europhys. Lett.* **15** 271 (1991)
16. Kolobov M I *Rev. Mod. Phys.* **71** 1539 (1999)
17. Brambilla E et al., quant-ph/0010108
18. Kolobov M I *Phys. Rev. A* **44** 1986 (1991)
19. Ralph T C, Lam P K *Phys. Rev. Lett.* **81** 5668 (1998)

PACS numbers: 32.70.Fw, 32.70.Jz, 42.25.Hz, 42.25.Gy, 42.50.Gy

Действие оптического излучения на границу разреженной резонансной среды. Новые возможности и проблемы

Т.А. Вартамян

Отражение резонансного оптического излучения от границы газовой среды долгое время рассматривалось как тривиальная иллюстрация законов физической оптики [1]. Использование этого явления для изучения взаимо-