

КОНФЕРЕНЦИИ И СИМПОЗИУМЫ

Мезоскопические и сильнокоррелированные электронные системы "Черноголовка-2000"

Квантовая мезоскопика: современное состояние

М.В. Фейгельман, В.В. Рязанов, В.Б. Тимофеев

PACS numbers: 01.10.Fv, 68.65.-k, 71.27.+a, 81.07.-b

1. Введение

Первая международная конференция "Мезоскопические и сильнокоррелированные электронные системы" проходила в Черноголовке летом 1997 г. Материалы этой конференции опубликованы в специальном выпуске журнала *Успехи физических наук* в феврале 1998 г. [1] (<http://www.ufn.ru>). Идея собрать вместе специалистов в таких исходно различных областях физики, как полупроводники, неупорядоченные металлы и сверхпроводники, оказалась чрезвычайно своевременной и продуктивной, и было решено организовать серию таких конференций с трехгодичным интервалом. Вторая "Мезо"-конференция была проведена в Черноголовке в июле 2000 г., ее материалы опубликованы в англоязычном приложении к *УФН* [2]. Характерные черты зарождающейся области физики "квантовая мезоскопика" и стиля конференции уже описаны во вводной статье к материалам конференции "Черноголовка-97" — "Встречи в мезоскопической области" [1]. Здесь мы предлагаем обзор основных направлений квантовой мезоскопики, представленных на конференции "Черноголовка-2000".

Сначала мы коротко напомним, с чем работает квантовая мезоскопика. Рассмотрим систему субмикронных размеров с $10^3 - 10^9$ электронами — металл, полупроводник или даже изолят. Такую систему нельзя описывать обычными средствами квантовой механики нескольких частиц: хотя уравнение Шредингера для полной многочастичной волновой функции и может быть написано, от него мало пользы, поскольку его невозможно решить даже численно. С другой стороны, мощные методы многочастичной статистической механики также неприменимы к таким системам, поскольку флуктуации макроскопических величин могут

быть сравнимы с их средними значениями. Другими словами, квантовая мезоскопика работает с системами, которые достаточно велики по сравнению с атомами и большинством молекул, но все еще слишком малы, чтобы пренебрегать специфическими квантовыми свойствами каждого из электронов, как это обычно делается в "макроскопической" физике твердого тела. Помимо чисто академического интереса, такие системы интересны как возможный "мост" междуnanoэлектроникой для вычислений и телекоммуникаций и молекулярной биологией (ДНК и белки являются типичными мезоскопическими объектами, если принять во внимание их большие размеры); одно из наиболее интересных их приложений в будущем — квантовые вычисления. Ниже мы приведем краткий перечень результатов, представленных на конференции "Мезо-2000".

2. Наноэлектронные устройства для квантовых вычислений

Мы начинаем обзор с последней из списка основных тем конференции, так как в ней за последние годы произошел особенно большой прогресс. Достаточно сказать, что до лета 1997 г. не было опубликовано ни одной, даже чисто теоретической, схемы наноэлектронной реализации кубита. Быстрый прогресс начался годом позже, когда появилось несколько теоретических статей с предложением использовать для реализации кубита одноэлектронные транзисторы (эффект кулоновской блокады) [3], различные типы фрустрированных джозефсоновских сеток [4, 5], электронные спины квантовых точек [6] и донорных примесей в полупроводниках [7] (для сравнения с более ранним состоянием дел см. сообщение в *УФН* [8]). Экспериментальный прогресс последовал немедленно, особенно в первых двух из упомянутых направлений: впервые о когерентном управлении квантовым твердотельным устройством сообщили Накамура, Пашкин и Цай из Исследовательского института (NEC Research Institute) в Цукубе, которые использовали "сверхпроводящую одноэлектронную ловушку". Следующие два когерентных квантовых устройства принадлежали к семейству джозефсоновских сеток и были сделаны в Стони Брук [10] и Дельфте [11].

М.В. Фейгельман. Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, 117940 Москва, ул. Косыгина 2, Российская Федерация
Тел. (095) 137-32-44

E-mail: feigel@landau.ac.ru

В.В. Рязанов, В.Б. Тимофеев. Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Московская обл., Российская Федерация

Статья поступила 28 мая 2001 г.

Результаты последнего из упомянутых экспериментов [11] были представлены на конференции "Черноголовка-2000" Ф.К. Вильгельмом из Технического университета, Дельфт (они опубликованы в материалах конференции [2, с. 117]). Идея этого эксперимента состояла в использовании кольца из трех маленьких джозефсоновских контактов, для которых джозефсоновская энергия E_J гораздо больше зарядовой $E_C = e^2/2C$ (где C — емкость контакта); в то же время контакты слабые в том смысле, что магнитный поток, индуцированный в кольце, очень мал: $2\pi L I_c \sim 10^{-3} \Phi_0$. При помещении во внешнее магнитное поле, производящее поток $\Phi \approx \Phi_0/2$, кольцо оказывается бистабильной почти вырожденной системой, два стационарных состояния которой соответствуют двум противоположным направлениям кольцевого тока. Разница энергий этих двух состояний $\delta E \sim I_c/c(\Phi - \Phi_0/2)$. Зарядовая энергия, хотя она и мала, обеспечивает ненулевую амплитуду квантового туннелирования между двумя классическими состояниями с различными направлениями тока $\Delta \sim \sqrt{E_J E_C} \exp(-a\sqrt{E_J/E_C})$, где $a \sim 1$. Основным результатом представленного эксперимента была демонстрация резонансного поглощения микроволн квантовым трехконтактным кольцом на частоте $f_0(\Phi)$. Поведение $f_0(\Phi)$ соответствует теоретическим предсказаниям и позволяет определить частоту туннелирования $\Delta/\hbar \sim \sim 600$ МГц.

Общий подход к проблеме квантового измерения состояния кубита, особенно в применении к реализации кубита с использованием "ящика" с единичным зарядом, был представлен в сообщении Ю.Г. Махлина (Университет Карлсруэ и Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, Москва). Взаимодействие между кубитом и измеряющим устройством было детально изучено с помощью кинетического уравнения для редуцированной матрицы плотности. Рассмотрено два вида детекторов: одноэлектронный транзистор (SET) и квантовый точечный контакт (QPC), оба связанные с кубитом емкостной связью. Процесс измерения характеризуется тремя временнымами масштабами. На самом коротком масштабе, определяющемся временем сбоя фазы τ_ϕ , фазовая когерентность между двумя собственными состояниями кубита разрушается, в то время как вероятности их заполнения не меняются. Позднее переходы под влиянием измерения смешивают состояния, изменяя вероятности их заполнения на временах порядка $t_{mix} > \tau_\phi$ и стирая информацию о начальном состоянии кубита. Причина смешивания состоит в том, что оператор заряда (измеряемая величина) и гамильтониан кубита не коммутируют. Третий масштаб t_{meas} определяет минимальное время, необходимое для того, чтобы данное измерение с высокой точностью различило два возможных состояния кубита. В рассмотренной схеме прямо измеряемая величина — это количество m электронов, прошедших через SET или QPC за данный временной промежуток t . Измерение эффективно, если $t_{meas} \ll t_{mix}$, т.е. заполнение состояний кубита не меняется во время измерения. Махлин представил результаты расчетов t_{meas} и t_{mix} , а также распределения вероятностей для перенесенного заряда $P(m, t)$ для обоих измерительных устройств. Результаты этих исследований опубликованы в [12].

Обзор теоретических достижений группы из Базельского университета (Швейцария) в области "спинтран-

ники" был представлен Е.В. Сухоруковым и Г. Буркардом [2, с. 126]. Во-первых, была описана архитектура квантового компьютера с кубитами из электронных спинов в квантовых точках. Основная идея состоит в использовании чувствительности амплитуды электронного обмена между двумя соседними квантовыми точками к величине электрического потенциала затвора для того, чтобы управлять спиновым обменным гамильтонианом. Далее рассматривались проблемы измерений. Было показано, что состояния с запутанными (entangled) электронными спинами (синглет и триплет) могут быть определены по различным значениям фактора Фано (отношение шум/ток): шум увеличивается для синглета и уменьшается для триплета по сравнению с его величиной для нескоррелированных электронов. Была изучена чувствительность этих результатов к присутствию фермижидкостного взаимодействия в квантовой точке; показано, что точность запутанного синглетного или триплетного состояния уменьшается в z_F^2 раз, где z_F — ферми-жидкостный ренормфактор.

Сообщение А.В. Шитова [13] (Институт им. Л.Д. Ландау) о решении задачи о переходе Ландау–Зинера при наличии взаимодействия с окружением имеет отношение к любой мезоскопической реализации кубитов. Речь идет о задаче про неадиабатические переходы в двухуровневой системе с гамильтонианом, зависящим от времени, связанной с неконтролируемыми микроскопическими возбуждениями в термостате. Было показано, что при нулевой температуре связь с окружением всегда подавляет вероятность перехода Ландау–Зинера P_{LZ} , в то время как при относительно большой температуре эффект связи с окружением немонотонный: относительно слабая связь увеличивает P_{LZ} , а сильная — уменьшает. Конкретный пример мезоскопической двухуровневой системы, используемой как квантовый интерферометр, был изучен Ю.М. Гальпериным (Университет Осло и Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербург) и др. Эти авторы рассматривали одноканальный сверхпроводящий квантовый контакт (SQPC) с разностью сверхпроводящей фазы ϕ , помещенный в микроволновое электромагнитное поле. В таком контакте имеется два андреевских уровня, переносящих ток и локализованных в окрестности SQPC, с разностью энергий $[1 - D \sin^2 \phi/2]^{1/2}$ (здесь D — прозрачность контакта). Представленный доклад был посвящен исследованию процесса разрушения фазовой когерентности андреевских состояний, во-первых, из-за флуктуаций напряжения и, во-вторых, из-за временных флуктуаций прозрачности D . Эти результаты представлены в материалах конференции [2, с. 121].

Совершенно новый подход к реализации квантовых вычислений без декогерентности с использованием неспаренных майорановских фермионов в квантовых проволоках был представлен А.Ю. Китаевым (Microsoft Research и Институт им. Л.Д. Ландау) и опубликован в материалах конференции [2, с. 131]. Сама идея физически устойчивых к ошибкам квантовых вычислений принадлежит Китаеву [14]; он предложил искать какую-нибудь сильнокоррелированную квантовую систему, которая может находиться в двух (или больше) квантовомеханически вырожденных полностью делокализованных состояниях. Любое локальное физическое возмущение (действующее на маленькую часть системы) не может существенно испортить квантовое состояние такого

кубита. Чтобы реализовать эту идею, нужно найти систему с очень специфическим основным состоянием. У нее не должно быть никакого обычного параметра порядка (т.е. никакие стандартные симметрии гамильтониана не должны нарушаться в основном состоянии), но должна быть щель в спектре возбуждений и так называемое "топологическое вырождение", т.е. вырождение, связанное с глобальными топологическими свойствами системы. Один из примеров таких систем — лафлиновское состояние в дробном квантовом эффекте Холла. К. Вэн и К. Ниу [15] показали, что лафлиновское состояние с фактором заполнения $v = 1/2m + 1$, определенное на поверхности тора, имеет вырождение кратности $1/v$. Это свойство устойчиво к любому локальному возмущению гамильтониана с точностью порядка $\exp(-L/L_H)$, где L — размер системы, $L_H = \sqrt{\Phi_0/H}$ — магнитная длина. К сожалению, очень сложно создать двумерный электронный газ на торе и затем поместить его в квантующее магнитное поле. Одной из наиболее интересных задач как для теории, так и для эксперимента является поиск какой-нибудь реализуемой двумерной модели с топологическим вырождением. Одним из кандидатов является решетка спинов $1/2$, сильно фruстрированная антиферромагнитным взаимодействием. Такая система может находиться (как было показано недавними численными расчетами [17]) в давно предсказанном Ф.В. Андерсоном [16] основном состоянии типа "резонансных валентных связей" (RVB), которое удовлетворяет всем указанным выше условиям. В докладе Китаева [2, с. 131] рассматривался другой подход к осуществлению той же главной идеи: он предложил модель одномерной электронной системы, в которой топологическое вырождение достигается вследствие расщепления одной из электронных степеней свободы на два вещественных майорановских фермиона, локализованных на противоположных концах системы. Еще раз подчеркнем, что поскольку любое физическое возмущение локально в пространстве, вероятность того, что оно повлияет на состояние такой "майорановской пары", очень мала. Физическая реализация идеи Китаева, вероятно, может быть достигнута путем использования сверхпроводников с триплетным спариванием.

3. Мезоскопическая сверхпроводимость

Эта тема немного старше предыдущей, она возникла (экспериментально) менее 10 лет назад. Работы в этой области мезоскопической физики являются важной частью научного фундамента для разработки микроскопических квантовых когерентных устройств. Примеры такой взаимосвязи содержались, как минимум, в трех докладах на конференции. Первый из них, теоретический доклад Г.Б. Лесовика (Институт им. Л.Д. Ландау), был посвящен задаче о запутывании (entanglement) электронных спинов в нормальном металле вблизи NS границы: простой факт, что куперовская пара является спиновым синглетом, приводит к квантово-механическим корреляциям (запутыванию) между спинами двух электронов, которые вышли из сверхпроводника, но сохранили фазовую когерентность. Более того, в докладе было показано [18], что запутанность спинов приводит к новому эффекту увлечения: если S-резервуар соединен с двумя N-резервуарами при помощи нормальных проводников со спиновой избирательностью (например, сделанных из ферромагнетиков с противопо-

ложной поляризацией), то протекание тока через один из этих контактов приводит к току такого же направления в другом контакте, даже если нет никакого падения напряжения между вторым N-резервуаром и сверхпроводником. Кроме того, обсуждалась общая задача об измерениях и редукции волнового пакета (см. [2, с. 74]).

Поведение гибридных структур сверхпроводник — ферромагнетик также было центральной темой экспериментального доклада В.В. Рязанова (Институт физики твердого тела, Черноголовка), хотя и в совсем другом смысле: сообщалось о первой реализации джозефсоновского SFS π -контакта. Хотя теоретические предсказания возможности такого поведения джозефсоновского SFS контакта были сделаны довольно давно [19], все попытки изготовить их были неудачны до 1999 г., когда появились первые эксперименты лаборатории Рязанова в ИФТТ. Ключевая идея состояла в использовании разреженного ферромагнетика CuNi с очень низкой температурой Кюри (около 20 К). Относительно слабое обменное поле делает возможным, прежде всего, измерение критического джозефсоновского тока в таком F-слое толщины d_F около 20–30 нм. Детальное изучение [20] подтвердило предсказание о том, что в некотором интервале толщин d_F состояние контакта с наименьшей энергией достигается при разности фаз равной π (отсюда термин π -контакт). Более того, один и тот же контакт может переключаться из обычного (0) в π -состояние при изменении температуры. Наиболее прямое доказательство этого факта было получено измерением критического тока $I_c(\Phi)$ через фрустрированную сетку из пяти π -контактов в зависимости от внешнего магнитного потока Φ [2, с. 81].

Третий доклад в этой секции, связанный с попытками реализации квантовых вычислений, был сделан Д.А. Ивановым (Высшая федеральная политехническая школа (Eidgenössische Technische Hochschule), Цюрих) [21]. Он рассматривал электронные состояния, локализованные в вихре в р-волновом сверхпроводнике. В отличие от случая обычных s-волновых вихрей, в которых основные локализованные состояния имеют малую, но отличную от нуля энергию $\epsilon_n \sim (n + 1/2)\Delta^2/E_F$, вихрь в идеальном р-волновом сверхпроводнике содержит электронный уровень с точно нулевой энергией. В частном случае реализации р-спаривания с параметром порядка такого же типа, как в А-фазе ${}^3\text{He}$ ситуация еще более странная: состояние с нулевой энергией в вихре вещественно, т.е. представляется майорановским фермионом вместо обычного электрона (см. доклад Китаева [2, с. 131]). Далее оказывается, что основное состояние сверхпроводника с четным количеством ($2k$) таких вихрей имеет 2^k -кратное вырождение! Перестановки вихрей генерируют набор унитарных преобразований, действующих в 2^k -мерном подпространстве. Таким образом, рассмотренная в докладе система может оказаться еще одним способом реализации идеи Китаева о квантовых вычислениях, устойчивых к ошибкам. К сожалению, сверхпроводники с симметрией спаривания А-фазы до сих пор не найдены; более того, до конца не ясно, какова может быть физическая реализация перестановки вихрей. Тем не менее сам факт того, что топологическая стабильность может быть реализована в таком хорошо изученном конденсированном состоянии, как А-фаза ${}^3\text{He}$, кажется очень многообещающим.

Серьезное экспериментальное подтверждение существования сверхпроводимости углеродных нанотрубок было представлено в докладе А.Ю. Касумова (Институт проблем технологии микроэлектроники, Черноголовка и Университет Орсе). Были проведены измерения вольт-амперной характеристики нескольких образцов, состоящих из одностенных нанотрубок (single-wall nanotubes, SWNT) и жгутов из примерно 100 таких нанотрубок, подвешенных между электродами из бислоев Au–Pt. Было изучено несколько образцов, и для образца с самой длинной нанотрубкой было обнаружено падение сопротивления в 100 раз при самых низких температурах (эффект чувствителен к магнитному полю и исчезает в достаточно сильных полях). В образцах с меньшими нанотрубками такой же эффект был выражен гораздо слабее, что находится в соответствии с подавлением собственной сверхпроводимости нанотрубок из-за близости с нормальными электродами. Эти результаты (см. [2, с. 69] и [22]) согласуются с предыдущими исследованиями той же группы, в которых был найден аномально большой джозефсоновский ток в аналогичных образцах со сверхпроводящими электродами Au–Ta: измеренные значения I_c были в 40 раз больше, чем предсказанные по стандартной формуле Амбера–Баратова (даже если считать энергетическую щель бислоя равной ее значению в чистом Та). Излишне говорить, что собственная сверхпроводимость такого одномерного объекта, как SWNT, очень интересна и теоретически, и с точки зрения возможных приложений.

Теория NS транспорта через квантовый точечный контакт сверхпроводника с таким "необычным" проводником как структура с двумерным электронным газом (2DEG) (или, возможно, SWNT) была представлена Н.М. Щелкачевым [23] (Институт им. Л.Д. Ландау). Были получены общие результаты для зависимости критического тока I_c от потенциала затвора и сопротивления SN-границы в случае баллистического транспорта в нормальной области. Было показано, в частности, что джозефсоновский ток $I(\phi)$ имеет максимум при разности фаз π на таком контакте; в результате значение I_c можно найти из рассмотрения наименьшего положительного андреевского уровня при $\phi = \pi$.

Хотя принято считать, что электронный транспорт через контакт сверхпроводника с нормальным металлом происходит благодаря андреевскому отражению, и поэтому квантуется целыми кратными $2e$, прямое экспериментальное доказательство этого факта не существовало вплоть до последнего времени. В одном из первых экспериментов такого рода (представленном А.А. Кожевниковым, Йельский университет) измерялись ток и его флуктуации в мезоскопической структуре, состоящей из последовательно соединенных нормального металла и сверхпроводника в присутствии высокочастотного электромагнитного поля. Четкие особенности в интенсивности шума при напряжении $V = h\nu/2e$ подтверждают, что эффективный заряд равен $2e$. Аналогичные измерения были проделаны на более сложной NS-структуре типа андреевского интерферометра; было обнаружено, что и ток, и шум модулированы магнитным потоком с периодом $h/2e$, что соответствует кванту заряда $2e$ (см. [24]).

Известно, что пространственно-разрешающая СТМ-спектроскопия — мощное средство для микроскопического изучения неоднородного сверхпроводящего со-

стояния. Два экспериментальных доклада на конференции были связаны с этим методом. В первом из них, сделанном И. Маджио-Априле (Женевский университет), была исследована структура вихрей в высокотемпературных сверхпроводниках YBCO и BiSCCO [25]. В отличие от случая "обычного" сверхпроводника NbSe₂, ранее изученного таким же способом, было обнаружено, что количество электронных состояний, локализованных в ядре вихря, равно всего 1 в YBCO и даже 0 в BiSCCO, что находится в противоречии с предсказаниями любой теории типа БКШ. Полученный из этих данных эффективный размер ядра вихря в BiSCCO гораздо меньше, чем обычно принимаемое значение порядка 2 нм для длины когерентности в этом веществе. Прямое следствие из этого неожиданного наблюдения состоит в том, что сила пиннинга вихрей, обусловленного мелкомасштабным композиционным беспорядком, должна быть гораздо больше (при низких температурах), чем ранее ожидалось. Второй доклад, сделанный К. Шапелье (Центр ядерных исследований, Гренобль), был посвящен измерениям локальной плотности состояний вnanoструктурах Au–Nb, изготовленных методом УФ литографии (см. [2, с. 71] и [26]). Большинство полученных данных находится в хорошем согласии с теорией, основанной на уравнении Узаделя для неоднородных грязных сверхпроводников с феноменологически введенным временем декогерентности электронов t_{dc} . Из результатов эксперимента получается довольно малое значение $t_{dc} \approx 20$ пс для золота (что согласуется с результатами совершенно другого эксперимента группы из Сакле [27]). "Теоретическим партнером" последнего доклада был доклад П.М. Островского (Институт им. Л.Д. Ландау), который представил вычисления [28] одночастичной плотности состояний в нормальной части SN и SNS nanoструктур. Представленные вычисления существенно уточняют результаты, полученные ранее при помощи стандартного уравнения Узаделя (которое предсказывает существование энергетической щели E_g порядка энергии Таулесса E_{Th}). Именно, при помощи учета топологически нетривиальных седловых точек (инстантонов) в соответствующей теории поля было показано, что мезоскопические флуктуации приводят к конечной (хотя и экспоненциально убывающей) плотности состояний при энергиях $E < E_g$. Физически это происходит из-за наличия "квазилокализованных" [29] состояний в нормальной части структуры.

Общая задача учета температурных флуктуаций в двумерном сверхпроводнике обсуждалась в докладе, представленном А.А. Варламовым (Институт физики материалов (INFM), Рим, и Московский институт стали и сплавов), см. [2, с. 94]; особое внимание уделялось "ультрачистому" пределу в теории сверхпроводимости. При использовании электродинамики сверхпроводника во флуктуационном режиме необходимо помнить, что вблизи критической температуры роль эффективного размера флуктуационной куперовской пары выполняет длина когерентности Гинзбурга–Ландау $\xi_{GL}(T) = \xi_0 \sqrt{T_c/T - T_c}$. Поэтому случай чистого сверхпроводника ($\ell \gg \xi_0$) вблизи перехода можно формально подразделить на чистый, все еще локальный ($\xi_0 \ll \ell \ll \xi_{GL}(T)$) и ультрачистый, нелокальный ($\xi_{GL}(T) \ll \ell$) пределы. Ультрачистый предел, в частности, может быть важен для высокотемпературных сверхпроводников. Хорошо известно, что флуктуационная

поправка первого порядка к проводимости вблизи сверхпроводящего перехода состоит из вкладов Асламазова – Ларкина, Маки – Томпсона и поправки к плотности состояний. Первый из них имеет простой физический смысл прямого переноса заряда самими флуктуационными парами и может быть легко выведен из феноменологических уравнений Гинзбурга – Ландау, зависящих от времени, тогда как вклады Маки – Томпсона и плотности состояний имеют чисто квантовое происхождение и могут быть вычислены только в рамках микроскопического подхода. В работе, представленной Варламовым, теория флуктуационной проводимости была заново выведена для произвольной концентрации примесей, включая ультрачистый предел. Было показано, что формальная расходимость вклада от флуктуационной плотности состояний, полученная ранее для чистого случая, снимается при правильном учете нелокального рассеяния баллистических электронов: в ультрачистом пределе квантовая поправка к плотности состояний сокращается членом Маки – Томпсона и остается только классическая парапроводимость.

Природа эффектов сверхпроводящего спаривания в неоднородных системах и гибридных структурах в присутствии сильного электрон–электронного взаимодействия и/или сильного беспорядка была рассмотрена в двух теоретических и двух экспериментальных докладах этой конференции. А. Фридман (Еврейский университет, Иерусалим) представил очень необычные экспериментальные результаты для проводимости контактов нормальный металл – андерсоновский диэлектрик – сверхпроводник при низком напряжении (а именно, изучались контакты Au – InO_x – Pb). Было обнаружено [30], что при низком напряжении андреевский кондактанс G_A может значительно превышать *удвоенное* значение нормального кондактанса G_N той же структуры (полученное путем магнитного подавления сверхпроводимости в Pb). Теоретически, максимальное отношение $G_A/G_N = 2$ достигается в случае баллистического транспорта в нормальной области; при низких T и V для диффузного нормального металла без взаимодействия $G_A = G_N$. Из представленных Фридманом данных большинство из 80 изученных образцов дали отношение G_A/G_N в интервале от 2 до 4, а в некоторых случаях было даже превышено значение 5. В настоящее время не существует теории сверхпроводящего эффекта близости в андерсоновских изоляторах, и результаты данного эксперимента представляют собой очень интересную теоретическую проблему.

Куда меньше сюрпризов можно было ожидать при экспериментальном изучении, казалось бы, вполне классических SNS контактов, представленном Т.И. Батуриной из Института физики полупроводников, Новосибирск [2, с. 91]. Новая идея, использованная в этих экспериментах, состояла в том, что сверхпроводящие и нормальные области были сделаны из одного материала — пленки PtSi с относительно низким сопротивлением на квадрат, близким к 100 Ом. Дело в том, что пленка PtSi является сверхпроводником с $T_c \approx 0,56$ К, в то время как тонкие (субмикронные) сужения (сделанные из той же пленки методом электронной литографии с последующим плазменным травлением) остаются нормальными при любых температурах. Эта оригинальная технология делает возможным приготовление почти идеальных SN контактов с очень низким сопротивле-

нием границы. Изучалась зависимость $I(V)$ как для одиночных SNS контактов (с длиной нормальной области L_N гораздо *большей*, чем температурная длина когерентности $\xi_T = \sqrt{\hbar D/T}$), так и для двумерных структур из нескольких сотен контактов. Благодаря условию $L_N \gg \xi_T$ никакого джозефсоновского тока не было; тем не менее совершенно неожиданные эффекты когерентности были обнаружены при сравнении аномалий в $I-V$ -характеристиках при низких напряжениях для одного контакта и для многоконтактной структуры. А именно, в одиночном контакте наблюдался относительно широкий минимум в сопротивлении при нулевом напряжении (ширина порядка 140 мкВ), в то время как для двумерного массива такой же минимум имел ширину 10 мкВ. Кроме того, в двумерном массиве обнаружена богатая субгармоническая структура энергетической щели с острыми минимумами сопротивления при $eV = \pm 2\Delta/n$ для целых $n = 2, 4, 5, 6, 8, 10, 16$. Теоретического объяснения этих результатов не существует, несмотря на то, что, казалось бы, все было сделано в области применимости стандартной теории "грязной" сверхпроводимости.

Теоретические результаты, сообщенные М.А. Скворцовыми (Институт им. Л.Д. Ландау), относились к влиянию электрон–электронного отталкивания на проводимость и шум в двумерной диффузной гибридной системе, состоящей из сверхпроводника, соединенного с нормальным металлом через тунNELНЫЙ барьер (SIN структура). Развитый метод основан на синтезе двухвременного формализма Келдыша [32] с представлением электронной динамики в рамках эффективной теории поля с функциональным интегралом по Q -матрице [33, 34]. Этот подход был недавно предложен в [35] и обобщен на SIN структуры с низкой проводимостью границы G_T в [36]. Представленные новые результаты позволяют рассматривать SIN структуры с произвольным соотношением кондактанса границы G_T и диффузного кондактанса G_N . Эффективное действие Келдыша представлено в виде функционала от локального в пространстве матричного поля $Q(t, t'|r)$, средние значения которого совпадают с нормальной и аномальной электронными функциями Грина. Интегрирование по диффузным модам методом функциональной ренормгруппы позволяет представить действие всей системы через Q -матрицы сверхпроводящего и нормального резервуаров: Q_S и Q_N . Этот функционал, названный "эффективным действием эффекта близости", позволяет определить полную статистику переноса заряда в SIN структуре в присутствии куперовского взаимодействия в диффузном нормальном металле (см. [31] и [2, с. 76]). Метод "эффективного действия эффекта близости" можно рассматривать как обобщение подхода матрицы рассеяния [37, 38] для задач с электрон–электронным взаимодействием. Были получены результаты для проводимости и шума в двумерных SIN структурах; показано, что поправки от взаимодействия пропорциональны $g^{-1/2} \ln(L/d)$. Это приводит к немонотонной зависимости проводимости и фактора Фано от температуры, напряжения и магнитного поля.

Другой аспект этой же общей задачи обсуждался в докладе Фей Жу (Принстонский университет и Исследовательский институт NEC), который рассмотрел эффекты мезоскопических флуктуаций в неупорядоченных сверхпроводящих пленках. Стандартная теория

грязных сверхпроводящих пленок предполагает, вслед за Абрикосовым – Горьковым [39] и Андерсоном [40], что статический случайный потенциал примесей можно рассматривать на одноэлектронном уровне, т.е. при условии, что амплитуда спаривания Δ однородна в пространстве. Фей Жу рассмотрел конкретный случай, когда это предположение нарушается, а именно, неупорядоченную сверхпроводящую пленку в параллельном магнитном поле H близком к парамагнитному пределу Чандraseкара – Глогстона. В пределе сильного спин-орбитального взаимодействия $\tau_{so}\Delta \ll \hbar$ разрушение сверхпроводимости из-за эффекта парамагнитного распаривания имеет вид фазового перехода второго рода. Вблизи этого перехода становятся важными два эффекта, не учтываемые в стандартном приближении Абрикосова – Горькова – Андерсона: 1) амплитуда сверхпроводящего спаривания становится сильно неоднородной в пространстве (образуются изолированные островки с локальной сверхпроводимостью); 2) джозефсоновское взаимодействие между различными островками имеет случайный знак, что приводит к образованию состояния сверхпроводящего стекла со спонтанным нарушением симметрии по отношению к обращению времени (см. [2, с. 87]).

4. Общая теория мезоскопических сеток

Два теоретических сообщения на конференции были посвящены развитию общих методов, пригодных для рассмотрения различных мезоскопических эффектов в рамках единой вычислительной схемы. Очень общий подход к описанию всех видов когерентных эффектов в мезоскопических структурах был представлен Ю. В. Назаровым (Технический университет, Дельфт). Он основан на методе, предложенном в [36] (и развитом в работе, представленной Скворцовым, как обсуждалось выше). Было предложено рассматривать такие, на первый взгляд, различные явления, как кулоновская блокада, электрический шум, мезоскопические флуктуации проводимости, статистика тока, инжекция спина и т.д. в рамках единой теории, оперирующей с матричным полем $Q(t, t'|\mathbf{r})$ размера 8×8 , которое включает индексы спина, Горькова – Намбу и Келдыша для электронов. Была схематически описана дискретная версия этой теории с конечным числом элементов (развивающая очень полезные идеи ранее представленные в [41]). После дискретизации система представляется в виде набора узлов, соединителей и резервуаров. Матричное поле $Q(t, t'|\mathbf{j})$ фиксировано в резервуарах j_t и флуктуирует в узлах j_n ; свойства соединителей определяют вид действия через $Q(t, t'|\mathbf{j})$.

Доклад Ж. Монтамбо (Университет Орсе) был посвящен мезоскопическим цепям (также называемым графами), сделанным из квазидисперсионных диффузных проводников. Во-первых, различные физические величины (слаболокализационная поправка к проводимости $\Delta\sigma_{wl}$, средняя флуктуация проводимости $\langle\delta\sigma^2\rangle$, типичная намагниченность цепи $M_{typ} = [\langle M^2 \rangle - \langle M \rangle^2]^{1/2}$ и поправка M_{int} к средней намагниченности $\langle M \rangle$, обусловленная взаимодействием) были выражены через спектральный определитель $S_d(\gamma) = \prod_n(\gamma + E_n)$ уравнения диффузии для рассматриваемой системы. Это общий шаг для всех мезоскопических структур, он не зависит от квазидисперсионности структуры графа; последняя становится важна на втором шаге, когда выводится выражение для $S_d(\gamma)$ в терминах матрицы M размера $N \times N$.

Здесь N — количество узлов графа, а матрица M зависит от длин связей $l_{z\beta}$, соответствующих фаз $\theta_{z\beta} = (2\pi/\Phi_0) \int_z^\beta A d\mathbf{l}$ и длины сбоя фазы L_ϕ . В качестве физического приложения была найдена связь между намагниченностью незатухающих (persistent) токов в массиве соединенных колец и в аналогичном наборе изолированных колец (см. [2, с. 65]).

5. Переходы сверхпроводник – металл – диэлектрик

В некотором смысле этот предмет является частью мезоскопической сверхпроводимости, хотя и очень специальной частью. Суть проблемы состоит в сложном взаимном влиянии куперовского спаривания, андерсонской локализации и кулоновского взаимодействия, усиленного беспорядком. Наличие трех (по крайней мере) различных видов взаимодействия, которые имеют одинаковый порядок величины, делает конкуренцию между ними достаточно сильной: до сих пор не существует теории, позволяющей делать надежные количественные предсказания таких явлений. В этом смысле обсуждаемая проблема заметно отличается от основной части мезоскопической сверхпроводимости (но при этом близка к теме четырех последних докладов этой секции). Ниже мы кратко опишем состояние дел в данной области, а потом обсудим результаты, представленные на конференции.

В тонких пленках сверхпроводимость обычно исчезает, когда сопротивление пленки на квадрат R_\square становится сравнимо с $R_Q = h/(2e)^2 \approx 6,5$ кОм. Существует два основных теоретических сценария разрушения сверхпроводимости при увеличении R_\square : "бозонный" [42, 43] и "фермионный" [44]. Первый предполагает, что пленка эффективно неоднородна либо из-за гранулированной структуры, либо из-за сильных флуктуаций сверхпроводящего спаривающего взаимодействия или длины свободного пробега электронов. Таким образом, первый этап сверхпроводящего перехода — формирование локальной сверхпроводимости в изолированных областях (гранулах, островках и т.д.), которые связаны джозефсонским взаимодействием. Корреляция фазы из-за джозефсоновского взаимодействия конкурирует с корреляцией заряда из-за кулоновского отталкивания между куперовскими парами. Известно [42, 45], что конкуренция между джозефсоновской энергией E_J и зарядовой энергией E_C является механизмом перехода сверхпроводник – диэлектрик (S – I) при нулевой температуре в искусственных массивах [46, 47], гранулированных пленках [48] и объемных образцах [49]. В таких системах из-за куперовского спаривания нет свободных электронов, но пары могут быть локализованы кулоновским отталкиванием. Это "бозонный" механизм подавления сверхпроводимости. Очевидно, что на несверхпроводящей стороне перехода должно наблюдаться диэлектрическое основное состояние. Эффективная зарядовая энергия E_C^{eff} для куперовских пар совпадает со своим затравочным значением $E_C = (2e)^2/2C$ только в пределе большого сопротивления контактов между гранулами $R_j \gg R_Q$. При меньших R_j эффективная емкость увеличивается, и E_C^{eff} уменьшается по закону $-\ln(E_C^{eff}/E_C) \approx \pi^2 R_Q/8R_j$ (аналогичные результаты для нормальных контактов можно найти в [50, 51]). В то же время затравочная E_C в системах с переходом S – I обычно бывает в пределах нескольких Кельвин, т.е. одного порядка со сверхпроводящей щелью Δ , которая также

определяет $E_J = 4R_Q/2R_j$. Поэтому E_J обычно становится сравнимо с E_C^{eff} при $R_j \sim R_Q$. В тонких пленках сопротивление одиночного контакта R_j того же порядка, что и сопротивление пленки R_{\square} . Таким образом, выполняется ранее указанное соотношение $R_{\square} \sim R_Q$. Наблюдение этого численного факта во многих экспериментах привело М.П.А. Фишера [43] к попытке сформулировать общую теорию, основанную на идее дуальности между вихрями и куперовскими парами. Если бы такая дуальность была точным свойством гамильтониана, она привела бы к $R_{\square} = R_Q$ в точке перехода сверхпроводник – диэлектрик, т.е. критическое значение безразмерного кондактанса $g = \hbar/e^2 R_{\square}$ было бы равно $2/\pi$. Тем не менее нет теоретических причин считать эту дуальность точной симметрией. Поэтому неудивительно, что во многих экспериментах $g_c \neq 2/\pi$. Более того, в некоторых из них [53] критическое значение R_{\square} отличается от R_Q очень сильно.

Однородно неупорядоченные сверхпроводящие пленки [55–57, 60] представляют другую группу систем, в которых квантовые флуктуации приводят к разрушению сверхпроводимости. Теория подавления T_c в таких пленках была развита в [44]. Качественная идея этой теории состоит в том, что кулоновское отталкивание, усиленное беспорядком, приводит к уменьшению куперовского притяжения, а значит, и T_c . Температура сверхпроводящего перехода обращается в нуль, когда g уменьшается до $g_{\text{Fin}} = [(2\pi)^{-1} \ln(1/T_{c0}\tau_{\text{tr}})]^2$, где T_{c0} — БКШ температура перехода вещества (измеренная в толстых пленках), а τ_{tr} — время упругого рассеяния. При меньших $g < g_{\text{Fin}}$ должно возникать металлическое состояние; по крайней мере, при не очень низких температурах слаболокализационная поправка $g(T) - g_0 = (-1/\pi^2) \ln(1/T\tau)$ действительно мала. Этот второй ("фермионный") механизм подавления сверхпроводимости совсем не похож на "бозонный" [42, 43], поскольку его основная черта состоит в исчезновении куперовских пар. Обзор экспериментальных данных, подтверждающих фермионный механизм, см. в [52]. Недостаток этой теории состоит в пренебрежении квантовыми флуктуациями фазы бозонного поля (параметра порядка) $A(x, t)$ (т.е. ее можно рассматривать, как разновидность теории БКШ с перенормированной константой притяжения).

"Бозонная" и "фермионная" теории переходов сверхпроводник – металл – диэлектрик развивались почти независимо в течение около 10 лет, поскольку обычно считалось, что они применимы к двум разным типам систем. В последние годы экспериментальные и теоретические исследования показали, что связь между двумя подходами гораздо сложнее. Теоретическое обсуждение связи между бозонным и фермионным механизмами квантового фазового перехода из сверхпроводящего состояния в однородно неупорядоченной системе было сделано А.И. Ларкиным [62]. Показано, что фермионный механизм осуществляется в тонких пленках, если критическое значение g_F больше, чем $2/\pi$, т.е. когда $\ln(1/T_{c0}\tau) \geq 5$. При больших значениях $T_{c0}\tau$ поправка Финкельштейна к силе куперовского спаривания менее важна, чем локализационные эффекты и прямое кулоновское отталкивание, т.е. бозонный механизм преобладает.

Экспериментально квантовые переходы из сверхпроводящего состояния обычно изучаются в зависимости от магнитного поля B . При фермионном механизме фазовый переход сверхпроводник – металл должен происхо-

дить при повышении B , вблизи перехода при $T = 0$ сверхпроводящая энергетическая щель сильно подавляется, и наблюдается слабое отрицательное магнитосопротивление в перпендикулярном поле из-за орбитальных эффектов в слаболокализационной поправке (в случае сильного спин-орбитального взаимодействия магнитосопротивление должно быть положительным). С другой стороны, бозонный механизм должен проявляться выше критического поля B_c в виде более сильного отрицательного магнитосопротивления из-за подавления полем щели в спектре, наведенной локальными парными корреляциями. В этом случае ожидается отрицательное магнитосопротивление как для перпендикулярного, так и для продольного направлений \mathbf{B} , хотя значение критического поля B_c (приводящего к подавлению дальнего сверхпроводящего порядка), конечно, зависит от направления \mathbf{B} . Теория отрицательного магнитосопротивления гранулированных сверхпроводников при низких температурах была построена в [61] для асимптотического предела больших магнитных полей, когда эффекты спаривания почти полностью подавлены и весь эффект слабый. Эта теория почти непосредственно применима к экспериментам [54] на толстых (200 нм) гранулированных пленках Al–Ge с размером алюминиевых гранул близким к 10 нм. Для образцов, сверхпроводящих при $B < B_c < 1$ кЭ, максимальное значение сопротивления $R(B_{\text{peak}} \sim 2,5$ Тл), измеренное при $T = 0,3$ К, было примерно вдвое больше сопротивления при $B \rightarrow \infty$. Состояние системы при $B > B_c$ называют "бозе-диэлектриком". Аналогичное поведение было обнаружено в [54] на других образцах, которые никогда не становятся глобально сверхпроводящими, но имеют гигантское отрицательное магнитосопротивление в сильных полях.

Перейдем к обзору докладов, сделанных на конференции по этой теме. Все три экспериментальных сообщения (представленные В.Ф. Гантмахером (Институт физики твердого тела, Черноголовка), Дж. Валлесом (Университет Провиденса) и С. Окумой (Токийский технологический институт)) были посвящены однородно разупорядоченным пленкам разных типов. Дж. Валлес представил результаты туннельных измерений и измерений сопротивления в очень тонких пленках Bi и PbBi, конденсированных на аморфных слоях Sb или Ge (см. [2, с. 104]). Пленки с сопротивлением в нормальном состоянии ниже 10 кОм были сверхпроводящими при низких температурах, в то время как пленки с большим сопротивлением становились изоляторами. Изучение туннельной плотности состояний со сверхпроводящей стороны перехода показало, что подавление щели (т.е. абсолютного значения параметра порядка) становится важным при приближении сопротивления пленки к своему критическому значению. Это указывает на наличие фермионного механизма подавления сверхпроводимости в исследованных пленках. С другой стороны, чистой теории БКШ с уменьшенной щелью недостаточно для описания данных для почти критических пленок, так как: 1) туннельная зависимость $I(V)$ достаточно сильно отличается от формы, предсказываемой перенормированной теорией БКШ и 2) приведенная ширина температурного сверхпроводящего перехода $\Delta T/T_c$ растет с уменьшением T_c и становится порядка 1 при $T_c \approx 0,1$ К. Оба эти явления показывают, что какие-то квантовые флуктуации, не включенные в перенорми-

рованную теорию БКШ – Финкельштейна, должны становиться важными.

Основной темой доклада Гантмахера было обсуждение "бозонных" явлений в необычных сверхпроводниках. В качестве первого примера приводились результаты, полученные в достаточно толстых (20 нм) пленках InO_x [58]. Уникальная особенность этих пленок состоит в том, что содержание кислорода (а значит, и плотность носителей) можно менять непрерывно и в разные стороны в очень широком диапазоне R_N . В части образцов сверхпроводящее состояние разрушалось магнитным полем в пределах нескольких Тесла (сопротивление при низких T росло почти по закону Аррениуса). При дальнейшем увеличении поля сопротивление сначала росло до максимального значения, а потом уменьшалось и выходило на слабо зависящий от температуры уровень в пределе высоких полей. Наиболее интересным свойством этих данных является очень большое отрицательное магнито-сопротивление при больших полях, аналогичное обсуждавшемуся выше в связи с экспериментом [54] в гранулированных системах. Несмотря на отсутствие гранулированной структуры в пленках InO_x , отношение $R_{\max}/R_{14 \text{ Тл}}$ максимального (при $T = 30 \text{ мК}$) сопротивления к его асимптотическому значению при $B = 14 \text{ Тл}$ было порядка 5, что является наибольшим отрицательным магнито-сопротивлением, наблюдавшимся в сверхпроводниках. Качественное поведение магнито-сопротивления одинаково в перпендикулярном и параллельном магнитных полях, хотя значения B_c и B_{peak} отличаются примерно в два раза. Отметим также, что критическое (при $B = B_c$) сопротивление вышеописанных образцов было довольно большим, близким к 8 кОм. Это хорошо выраженное поведение типа бозе-диэлектрика, наблюдавшееся в однородно разупорядоченных пленках, требует построения новой концепции спаривания, аналогичного куперовскому, но для (почти) локализованных электронов. Такое спаривание должно приводить к пространственно-локализованным куперовским парам. Простейший пример такого рода можно найти в очень старой (до теории БКШ) работе [63], в которой образование бозонов из сильно связанных пар электронов предлагалось в качестве механизма сверхпроводимости. Тем не менее любая теория такого типа сталкивается с трудностью: даже в системах, близких к переходу S–I, как, например, InO_x , эффективное количество электронов в корреляционном объеме $n_e \xi^3 / E_F$ всегда велико по сравнению с единицей (хотя и на много порядков меньше, чем в обычных сверхпроводниках), поэтому куперовские пары должны сильно перекрываться. До сих пор неясно, как описывать куперовские пары, образованные из локализованных беспорядком, но все еще сильно перекрывающихся электронных состояний. Вторая часть доклада Гантмахера была посвящена поведению низкотемпературного слоистого сверхпроводника NdCeCuO (см. [59]). В магнитном поле происходит сдвиг кривых сопротивления $R(T, H)$ без заметного уширения, что позволяет использовать стандартное определение верхнего критического поля $H_{c2}(T)$, как в обычных низкотемпературных сверхпроводниках. Но несмотря на это, обнаруживается аномальное поведение $H_{c2}(T) \propto \sqrt{1 - T/T_c}$. Такая же степенная зависимость была ранее выведена для бозе-конденсации в модели слабо неидеального бозе-газа в магнитном поле, поэтому данные по NdCeCuO интерпретировались в пользу

существования "прелокализованных" бозонов в данном веществе.

В сообщении, сделанном С. Окумой (см. [2, с. 108]), изучались сходство и различие в сверхпроводящих свойствах "толстых" (более 100 нм) и "тонких" (около 5 нм) пленок аморфного Mo_3Si . В толстых пленках наблюдалось поведение типа "вихревого стекла" с линейно обращающимся в нуль сопротивлением в относительно низких магнитных полях. В более сильных полях $B > B_0$ наблюдался переход в состояние "вихревой жидкости" с конечным линейным сопротивлением $\rho(T)$. Важно, что это сопротивление не обращается в нуль в пределе нулевой температуры; другими словами, при разрушении сверхпроводимости получается металлическое основное состояние. Поскольку критическое поле B_0 оказалось значительно меньше обычного поля H_{c2} , это металлическое состояние не является обычной ферми-жидкостью. Качественно его можно понимать как квантовую жидкость вихревых нитей. Тонкие пленки, напротив, демонстрируют типичное для двумерных систем поведение в слабых полях: температурно активированное движение вихрей, активационная энергия которого уменьшается с B как $U(B) \propto \ln(B_0/B)$. При $B > B_0 \approx 2,35 \text{ Тл}$ поведение сопротивления несколько похоже на обнаруженное Гантмахером и др. в пленках InO_x : наблюдаются максимум $R(B)$ при некотором $B_p > B_0$ и область отрицательного магнито-сопротивления. Тем не менее величина эффекта в этом случае почти на два порядка ниже, чем в InO_x ; таким образом, неясно, применима ли в этом случае модель бозе-диэлектрика. Если она в самом деле применима, то причина большого численного отличия значений магнито-сопротивления может заключаться в разнице сопротивлений изучаемых образцов: в сильных полях сопротивление тонких пленок в работе Окумы было близко к 2 кОм, т.е. по крайней мере, в пять раз меньше, чем в пленках InO_x , исследованных Гантмахером и др. В связи с этим стоит напомнить об упоминавшейся выше экспоненциальной зависимости перенормированной емкости от сопротивления контакта (см. также [50, 51]). Кроме того отметим, что относительно гладкое активационное поведение сопротивления Mo_3Si в слабых полях (с логарифмической зависимостью U от B) не обязательно распространяется в область самых малых полей: очень интересный контрпример был обнаружен в недавнем эксперименте [64] на весьма похожих пленках $\text{Mo} - \text{Ge}$ с $R_{\square} \sim 1 \text{ кОм}$.

Суммируя все три экспериментальных доклада, рассмотренных выше, можно сделать вывод, что в практически одинаковых системах наблюдается много различных интересных явлений, которые все еще нуждаются в адекватном теоретическом объяснении. Другая очень интересная экспериментальная загадка [47, 53, 64–66] состоит в существовании "бозе-металла" — состояния с температурно-независящим ненулевым сопротивлением в двумерной системе при очень низких температурах в широкой области между состояниями сверхпроводника и диэлектрика. Тем не менее, как это часто случается, теоретический доклад по той же теме (сделанный М. В. Фейгельманом, Институт им. Л. Д. Ландау) был посвящен совсем другой модели перехода сверхпроводник – металл, которая еще не реализована экспериментально. Эта новая модель (см. [2, с. 99] и [67]) состоит из решетки малых сверхпроводящих островков, находящихся на поверхности "грязной" металлической пленки

(или двумерного электронного газа). Проводимости контактов между островками и пленкой велики, так же как и проводимость пленки $g = \hbar/e^2 R_{\square} \gg 1$. Ясно, что эта модель построена для того, чтобы включить основные черты и "бозонного", и "фермионного" подходов, которые обсуждались выше: она содержит и квантовые флуктуации фазы θ_j на всех сверхпроводящих островках, и эффекты, производимые фермиевским морем электронов, диффузионно движущихся в случайному потенциале в присутствии кулоновского отталкивания. Ставится вопрос: при каких условиях пленка в целом будет макроскопически сверхпроводящей при $T = 0$? Обычный ответ на этот вопрос следует из хорошо известной модели Шмida [68] для шунтированного джозефсоновского контакта (resistively shunted Josephson junction, RSJJ): сверхпроводимость существует, пока сопротивление в нормальном состоянии между соседними островками меньше R_Q . Основной вывод доклада Фейгельмана состоит в том, что этот ответ неправильный. На самом деле сверхпроводимость разрушается *раньше*, уже при $R_n/R_Q \sim 1/\sqrt{g}$. Этот результат получается при правильном учете квантования электронного транспорта в диффузной среде (в отличие от стандартной модели RSJJ, в которой квантовая диссипация учитывается в линейном приближении). Вычисления, представленные в докладе, определяют эффективную кулоновскую энергию для сверхпроводящего островка, связанного хорошим контактом с металлическим резервуаром, и джозефсоновскую энергию связи между такими островками. Сравнение этих двух энергий определяет кривую перехода сверхпроводник – металл. Альтернативная интерпретация этих вычислений состоит в определении константы куперовского взаимодействия для всего массива (пленка + островки); область параметров, в которой $\lambda_{\text{eff}} < 0$, соответствует макроскопическому сверхпроводящему состоянию. Представляет значительный интерес исследование влияния магнитного поля и флуктуационного спаривания на сопротивление системы в металлической области, однако это еще предстоит сделать.

6. Одноэлектронные транзисторы

В предыдущем разделе настоящего обзора мы проанализировали фундаментальные следствия явления кулоновской блокады как причины квантовых фазовых переходов; с практической точки зрения это явление позволяет проводить очень точные измерения электрического заряда. Устройства, способные выполнять такие измерения, называются одноэлектронными транзисторами (SET), и два доклада на конференции были посвящены их изготовлению и исследованию. Кулоновская блокада проводимости, которая лежит в основе работы этих мезоскопических электронных устройств, происходит, пока зарядовая энергия $E_C = e^2/2C$ много больше температуры. Типичная рабочая температура лежит в субкельвиновом диапазоне для туннельных контактов с размером более $0,1 \times 0,1 \text{ мкм}^2$ и $C > 0,1$. В настоящее время многие экспериментаторы пытаются увеличить рабочую температуру, низкое значение которой является основным недостатком при практическом применении серийных одноэлектронных устройств. В докладе А.Ю. Пашкина (Исследовательский институт NEC, Цукуба) был представлен алюминиевый одноэлектронный транзистор, сделанный с помощью ли-

ографии, который демонстрирует заметную модуляцию рабочих характеристик при комнатной температуре [72]. Измеренный зарядовый эквивалент шума при 300 К составлял $4 \times 10^{-2} e \text{ Гц}^{-1/2}$ на частоте 1 Гц, и, как ожидается, он должен уменьшиться в 1000 раз в режиме белого шума на высоких частотах, что обеспечит применимость транзистора в качестве чувствительного электрометра. Такой SET, применимый при комнатных температурах, был изготовлен при помощи стандартной электронно-лучевой литографии и обычной техники теневого напыления. Размер напыленной структуры определяется размером окна маски, нижний воспроизведимый предел для которого составляет около 10 нм, при этом размер островка совпадает с размером окна, если островок изготовлен в первом конденсированном слое. Тем не менее авторы доклада смогли пойти дальше этого предела, используя напыление островка во втором слое. Оценка зарядовой энергии устройства дает большую величину, около 115 мэВ, что соответствует температуре 670 К.

Новый тип одноэлектронных транзисторов с полосками из пленки Cr с большим сопротивлением вместо традиционных туннельных контактов был представлен В.А. Крупениным и др. (Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова и Физико-технический институт (Physikalisch-Technische Bundesanstalt), Брауншвейг) [2, с. 113]. Как уже обсуждалось в разделе 5, усиленное беспорядком кулоновское взаимодействие в пленках с сопротивлением большим, чем $R_Q \equiv h/4e^2 \cong 6,5 \text{ кОм}$, тоже может приводить к блокаде проводимости. В таких "резистивных" SET'ах с полным асимптотическим сопротивлением 110 кОм наблюдалась хорошо выраженная кулоновская блокада и глубокие е-периодические модуляции в широком диапазоне напряжений на затворе и токов. Уровень шума в новых SET'ах был таким же, как в типичных одноэлектронных транзисторах Al/AlO_x/Al, а именно, $\delta Q \approx 5 \times 10^{-4} e \text{ Гц}^{-1/2}$ на частоте 10 Гц. В состоянии кулоновской блокады на $I-V$ -характеристике есть большая область с почти нулевым током. Уменьшение тока в режиме кулоновской блокады имеет гораздо более резкий вид ($\alpha > 10$), чем зависимость $I \propto V^3$, которая является типичной для транзисторов с туннельными барьерами при низких температурах [69], из-за эффектов двойного туннелирования, т.е. одновременного туннелирования двух электронов через два барьера [70]. Эта зависимость показывает, что процессы двойного туннелирования, т.е. когерентное туннелирование одного электрона на островок и одновременный уход другого электрона с островка, сильно подавлены. Такое подавление двойного туннелирования происходит в одномерных массивах из большого числа туннельных контактов [69] или в одноэлектронных транзисторах, снабженных миниатюрными резисторами, так называемые R-SET'ы [71], из-за влияния диссирирующего электромагнитного окружения [73], созданного этими резисторами. Последняя система обладает преимуществом, состоящим в возможности эффективного управления транспортным током с помощью затвора. Интересно, что хотя новые предложенные резистивные устройства основаны на другом типе контактов, их поведение такое же, как и у R-SET'а, т.е. они совмещают сильную модуляцию одноэлектронного тока и значительное подавление тока двойного туннелирования. Другое преимущество новых устройств заключается

в относительной простоте их изготовления. Основную трудность представляет напыление пленки Cr с хорошо определенным сопротивлением.

7. Локализация и квантовый хаос

Явление квантовой локализации невзаимодействующих электронов, помещенных в случайный потенциал, давно предсказанное Ф. В. Андерсоном [74], стало краеугольным камнем квантовой мезоскопики вскоре после ключевой работы Л. П. Горькова, А. И. Ларкина и Д. Е. Хмельницкого [75] по теории *слабой локализации*. Эта теория легла в основу исследования различных явлений квантового транспорта, основной чертой которого является квантовая интерференция электронов, не описываемая в рамках стандартного квазиклассического кинетического уравнения. Практически одновременно Б. Л. Альтшулер и А. Г. Аронов [76] начали исследования в другом важном направлении, показав важность электрон-электронных взаимодействий при медленной диффузии в случайному потенциале примесей. Противоположный предел сильно локализованных электронных состояний в легированных полупроводниках был детально изучен А. Л. Эфросом и Б. И. Шкловским [77], которые, в частности, ввели понятие *кулоновской щели* в плотности состояний сильно локализованных взаимодействующих электронов. Впоследствии множество работ было посвящено решению двух основных проблем: 1) описанию андерсоновского перехода между локализованными и делокализованными состояниями невзаимодействующих электронов и 2) описанию перехода металл-диэлектрик в реальных веществах со взаимодействующими электронами. Даже первая из этих проблем до сих пор не решена аналитически, хотя основные черты локализационного перехода Андерсона хорошо поняты большей частью благодаря обширным численным исследованиям. Тем не менее попытки решить эту проблему привели ко многим очень интересным "побочным" результатам. В частности, была понята глубокая связь между типом статистики энергетических уровней и волновых функций с одной стороны, и типом динамики (регулярная или хаотическая) с другой, что дало начало новому направлению исследований, названному "квантовый хаос".

Несколько докладов на конференции были посвящены этим вопросам. Т. Фромхолд из Ноттингемского университета представил численные результаты по квазиклассическому движению электронов низшей минизоны сверхрешетки гетероструктуры в сильном магнитном поле [2, с. 24]. Отклонение магнитного поля от оси гетероструктуры вызывает переход от стабильного регулярного движения к хаотической динамике. Утверждается, что причина этого перехода чисто квантовомеханическая, связанная с дисперсионным соотношением в минизоне. Хаос делокализует квазиклассические траектории и связанные с ними уровни энергии. Приведены доводы в пользу резкого увеличения электрической проводимости из-за делокализации, вызванной хаосом.

Доклад, сделанный А. Д. Мирлиным (Университет Карлсруэ), был посвящен проблеме статистики волновых функций в точке перехода Андерсона и в ее окрестности. А именно, численными методами изучалось распределение вероятностей для показателей локализации состояния (в англоязычной литературе — inverse participation ratio) $P_q = \int d^d r |\psi(\mathbf{r})|^{2q}$ в случае степенной модели

случайных циклических матриц (power-low random banded matrix, PRBM). Критическая PRBM определяется как случайная матрица с независимым распределением недиагональных элементов с дисперсией $\langle |H_{ij}|^2 \rangle$, которая пропорциональна $[b/(i-j)]^2$, пока $|i-j|$ не станет сравнимым с размером матрицы. Ранее было показано, что такая модель соответствует андерсоновской критической точке (порогу подвижности) для любого значения b . Модель PRBM оказалась очень полезной "лабораторией" для изучения перехода Андерсона, благодаря возможности применения различных аналитических методов; при больших b задача изучалась в [78] методом ренормгруппы в рамках суперматричной сигма-модели, в то время как при $b \ll 1$ использовалась совсем другая ренормгруппа [79], изначально предложенная Левитовым [86]. В обсуждаемой работе была численно получена функция распределения $\mathcal{P}(p_q)$ для нормированных (на их типичное значение) $p_q = -P_q/P_q^{\text{typ}}$ в широком интервале значений b . Основные выводы следующие: 1) $\mathcal{P}(P_q)$ масштабно инвариантны, 2) скейлинг P_q^{typ} с размером системы задает набор дробных показателей D_q , которые являются хорошо определенными нефлуктуирующими величинами.

Хотя теория мезоскопических флуктуаций (т. е. регулярная зависимость проводимости и других физических величин от небольших модификаций потенциала примесей, магнитного поля и т. д.) хорошо развита [80] для невзаимодействующих диффузных электронов, ее расширение на системы со взаимодействием нетривиально. Интересный шаг в этом направлении был сделан Б. З. Спиваком (Университет штата Вашингтон), который предложил теорию мезоскопической чувствительности спеклов в нелинейной неупорядоченной среде [81]. Было показано, что сколь угодно слабая нелинейность в уравнении Шрёдингера со случайнм потенциалом приводит к неограниченному росту (экспоненциально с размером системы) чувствительности решения к начальным данным. Грубо говоря, это напоминает ситуацию с экспоненциальной расходимостью траекторий в классических задачах хаотической динамики.

Понимание поведения *взаимодействующих и почти локализованных* электронов до сих пор весьма недостаточно, хотя обычно считается (по крайней мере до последнего времени) хорошо установленным один основной факт: любая двумерная система становится диэлектриком в пределе нулевой температуры (если она не станет сверхпроводником, как обсуждалось выше). Кроме того, переход в диэлектрическое состояние (с экспоненциальной зависимостью сопротивления от температуры) обычно становится резким, когда сопротивление возрастает до значения квантового сопротивления фон Клитцинга $R_K = h/e^2 \approx 27$ кОм. Эти "правдоподобные утверждения" стали ставиться под сомнение в последние годы, и несколько работ на эту тему было представлено на конференции. Мы начнем с описания очень необычных результатов З. Д. Квона и др. (Институт физики полупроводников, Новосибирск): двумерная решетка "антиточек", изготовленная в виде гетероструктуры GaAs/AlGaAs, демонстрировала степенную зависимость сопротивления от температуры $R(T) \propto T^{-\alpha}$ даже в области $R \geq 10R_K$. Показатель α рос по мере роста R , но не превышал значения 0,7 даже для образцов с самым большим R . Более того, в магнитном поле $B \geq 1$ Тл исчезала даже эта слабая тенденция к диэлект-

рическому поведению, и проводимость структуры $R \gg R_K$ практически не зависела от T (ср. похожую ситуацию с двумерным металлом, обсуждавшуюся в контексте проблемы переходов сверхпроводник–металл–диэлектрик). Очевидно, что эти результаты [2, с. 20] противоречат основным положениям теории квантового транспорта; причина расхождения до сих пор не понята.

Побудительной причиной идущих в последние годы дискуссий о справедливости теории квантового транспорта в двух измерениях были экспериментальные результаты Пудалова и др. по низкотемпературной проводимости инверсионных слоев Si [82, 83] (такие же результаты были позже получены для других систем с двумерным электронным газом). Аномальный (антилокализационный) знак зависимости сопротивления от температуры, наблюдавшейся в этих экспериментах, привел к большому количеству предположений о пределах применимости теории слабой локализации в присутствии взаимодействия и о существовании двумерных металлов при $T = 0$. Эта идея выглядит довольно интригующей. Тем не менее она утратила свою изначальную мотивацию: новый анализ данных по магнитосопротивлению в кремниевых полевых МОП-транзисторах (Si-MOSFET), представленный В.М. Пудаловым (Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва), показал, что основные аномальные тенденции в поведении $R(T, H)$ при относительно низких температурах могут быть объяснены квазиклассическими эффектами (конечным отношением температуры к фермиевской энергии двумерного электронного газа). Таким образом, "текущий вывод", данный Пудаловым, состоит в том, что имеющиеся данные в диапазоне $R \ll R_K$ можно объяснить [84] с помощью квазиклассической формулы Друде с температурно-зависящими параметрами при учете обычных поправок слабой локализации.

Другая точка зрения на происхождение странного немонотонного поведения $R(T, H)$ в сверхчистых Si-MOSFET-структурах была представлена А.М. Финкельштейном (Институт Вейцмана, Реховот). Он показал, что прямое обобщение его ренормгрупповой теории [34] для неупорядоченной взаимодействующей фермижидкости на случай полупроводника с двумя долинами объясняет немонотонную зависимость $R(T)$ при $H = 0$ с пятикратным падением при низких T (и подавление этого эффекта параллельным магнитным полем) без подгоночных параметров! Основная идея состоит в том, что включение дополнительного (по отношению к спиновому) вырождения по долинам сильно увеличивает антилокализационный член в логарифмическом вкладе в проводимость, ранее найденном в [34] для случая неупорядоченного электронного газа с зависящим от спина взаимодействием. В обычном случае одной долины амплитуда зависящего от спина взаимодействия Γ_2 не может стать настолько большой, чтобы пересилила антилокализация. Финкельштейн показал, что тот же вывод был бы неверен для системы с вырождением по долинам: в разумном диапазоне величин Γ_2 антилокализационный знак полной поправки к проводимости существует в экспериментальном диапазоне температур. Хотя двухдолинная структура естественна для абсолютно чистого Si-MOSFET, рассеяние за счет беспорядка приводит к перемешиванию долин, а сильное

перемешивание возвращает задачу к стандартной однодолинной. Поскольку сила примесного рассеяния различна в разных образцах, этим можно объяснить неуниверсальность наблюдавшейся немонотонной зависимости $R(T)$ [85].

Четыре доклада на конференции были посвящены одной фундаментальной проблеме: роли взаимодействия между электронами, локализованными за счет беспорядка. Л.С. Левитов (Массачусетский технологический институт) представил развитие своей теории [86] делокализации волновых функций в присутствии сильного диагонального беспорядка и дальних случайных прыжков с амплитудой $|t_{ij}| = V_{ij}|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|^{-d}$. Здесь $V_{ij} = |\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{a}_j|$, d — размерность пространства и \mathbf{a}_i — случайные некоррелированные n -мерные векторы. Степенное убывание амплитуд прыжков с показателем, равным размерности пространства, приводит к маргинальному поведению этой модели (для более медленного убывания амплитуды прыжков локализация отсутствует, в то время как для более быстрого убывания все состояния локализованы). Характеристики маргинальной системы меняются логарифмически медленно при увеличении пространственного масштаба L , поэтому естественно использовать метод ренормгруппы. Левитов построил аналитическую ренормгруппу в реальном пространстве для функции распределения $f(\mathbf{a})$ перенормированных случайных параметров \mathbf{a} . Поток ренормгруппы приводит к устойчивой точке для $n > 1$; соответствующий ренормгрупповой анализ эволюции волновых функций показывает, что показатель локализации состояния P_2 масштабируется с L с единственным показателем степени D_2 — в согласии с результатом Мирлина (см. выше) для случая независимых случайных V_{ij} . В то же время для $n = 1$ не существует ренормгруппового решения в виде фиксированной точки; соответственно статистика P_2 мультифрактальна, т.е. описывается только непрерывным набором показателей. До сих пор мы рассматривали свойства модели без взаимодействия, введенной Левитовым в [86]. Случайные прыжки рассмотренного вида физически наиболее естественно возникают в задаче взаимодействующих двухуровневых систем в стеклах, когда дальнее взаимодействие имеет диполь–дипольную природу, или происходит из-за упругих напряжений. В таком случае локальные степени свободы представляются переменными σ_i , эквивалентными спинам $1/2$, которые обеспечивают сильную локальную нелинейность. Случайные переменные V_{ij} становятся матрицами в псевдо спиновом пространстве: $V_{ij}^{ab}\sigma_i^a\sigma_j^b$, тогда как диагональный беспорядок имеет вид $\epsilon_i\sigma_i^z$. Удерживая только компоненту V^{zz} , можно свести эту задачу к классической кулоновской щели Эфроса и Шкловского [77], которые показали, что локальная плотность состояний подавляется взаимодействием. Левитов рассмотрел [87] другое упрощение полной задачи: он удержал компоненты V^{xx} , V^{yy} и V^{xy} , в результате чего задача свелась к обменной XY-модели. Используя псевдофермионное представление для спина $1/2$, он вновь сконструировал ренормгруппу в реальном пространстве и показал, что ее поток приводит к сингулярному росту плотности состояний при низких энергиях — результат, противоположный возникающему в задаче о классической кулоновской щели. Физически это означает, что термическая проводимость в структурных стеклах может быть значительной, несмотря на отсутствие

делокализованных элементарных возбуждений. Такое же утверждение можно применить к *электронным стеклам*, изучавшимся экспериментально Вакниным и др. (см. ниже).

Теория статистики уровней в присутствии слабой кулоновской щели обсуждалась Я.М. Блантером (Технический университет, Дельфт). Обычно, в режиме диэлектрика статистику уровней считают пуассоновской. Тем не менее это верно только в случае невзаимодействующих электронов, потому что взаимодействие приводит к корреляции уровней. Этот эффект изучался [88] в случае относительно короткого (из-за экранирования внешним затвором) межэлектронного взаимодействия. В этом случае поправки к плотности состояний от взаимодействия малы: $\delta v(E) \ll v_0$, и могут быть детально рассмотрены аналитически. Было показано, что $\delta v(E)$ отрицательно и сингулярно при $T = 0$ даже для короткого взаимодействия, тогда как при относительно высоких температурах $\delta v(E)$ является немонотонной функцией E/T . Было показано, что корреляция уровней $\langle \delta v(E_1) \delta v(E_2) \rangle$ имеет характер отталкивания для $E_1 E_2 < 0$ (два уровня с разных сторон ферми-поверхности) и притяжения для $E_1 E_2 > 0$.

В экспериментальной работе, представленной А. Вакниным (Еврейский университет, Иерусалим), установлена очень интересная связь между далекими по своему происхождению задачами об электронном транспорте в слабом диэлектрике и о "старении" в стеклах. Измерена зависимость проводимости изолирующих пленок In_2O_3 как функция времени t . Измерение начиналось после цикла изменения потенциала затвора V_g (который управляет плотностью электронов) от начального значения V_{g0} до некоторого нового значения V_{gn} , которое выдерживалось в течение "времени ожидания" t_w , а затем потенциал возвращался к исходному значению V_{g0} . Обнаружено [89], что кривая временной зависимости наведенного изменения проводимости $\Delta G(t)$ очень точно масштабируется с временем ожидания t_w , а полная амплитуда эффекта также зависит от V_g и T . Сильная зависимость от t_w показывает наличие очень медленных процессов коллективного электронного движения, в общих чертах похожих на процессы перегруппировки спинов в спиновых стеклах [90]. Перераспределение электронов между локализованными состояниями можно рассматривать в рамках модели взаимодействующих двухуровневых систем. Поскольку изменения кулоновской энергии из-за одиночных прыжков имеют дипольный вид, эта модель похожа на изученную Левитовым. Более того, поскольку температура влияет только на амплитуду $\Delta G(t)$, но не на ее зависимость от времени, можно предположить, что важны квантовые процессы. Теория квантового старения электронных стекол в настоящее время не создана; кажется разумным попытаться использовать при ее построении модель Левитова.

М.Е. Гершензон (Университет Ратгерса) представил результаты экспериментальных исследований неомического транспорта в двумерном электронном слое, образованном в структуре GaAs, легированной кремнием, в режимах слабой и сильной локализации [91]. Показано, что все данные хорошо описываются моделью "горячих электронов", которая предполагает, что основной неомический эффект происходит из-за перегрева электронов по сравнению с температурой фононной подси-

стемы $T_e > T$. Измеряемое сопротивление зависит от температуры электронов T_e , которая определяется поглощаемой в образце мощностью W . Сделаны два важных вывода: 1) электрон-фононное взаимодействие примерно одинаково в режимах сильной и слабой локализации; 2) в режиме сильной локализации сопротивление зависит только от T_e . Это значит, что прыжковая проводимость в режиме локализации (обычно считают, что она определяется взаимодействием электронов с фононами) происходит на самом деле благодаря электрон-электронному взаимодействию, по крайней мере в исследованных структурах с двумерным электронным газом.

В заключение отметим теоретический доклад И.М. Суслова (Институт физических проблем им. П.Л. Капицы, Москва), в котором были представлены детальные, основанные на первых принципах, расчеты плотности состояний $v(E)$ для уравнения Шрёдингера со случайным потенциалом при энергиях E , близких к андерсоновскому порогу подвижности E_g . Хотя при E_g $v(E)$ является регулярной функцией, ее вычисление весьма затруднительно из-за отсутствия в задаче простых малых параметров. Тем не менее Суслов смог построить надежный метод вычислений (см. [92] и [2, с. 31]), основанный на комбинации диаграммной техники и инстанционного анализа, который позволяет вычислить $v(E)$ при всех энергиях, по крайней мере, для модели с почти четырьмя пространственными измерениями: $4 - d \ll 1$.

8. Квантовый эффект Холла

В последнее десятилетие было установлено, что дробный квантовый эффект Холла (ДКЭХ) и другие необычные свойства электронов в двух измерениях можно понять в модели "составных" частиц. Действительно, каковы реальные частицы в двумерной электронной системе в сильном перпендикулярном магнитном поле при достаточно низкой температуре? Оказывается, что электроны эффективно захватывают внешний магнитный поток или существенную его часть, образуя частицы, называемые *композитными фермionами*. В результате сильно взаимодействующие электроны в магнитном поле B преобразуются в слабо взаимодействующие композитные фермиины в более слабом поле $B^* = B - 2pN\Phi_0$, где $2p$ — четное целое число, $\Phi_0 = h/e$ — квант потока, а N — плотность двумерных электронов. Другими словами, электроны с фактором заполнения v превращаются в композитные фермиины с фактором заполнения $v^* = N\Phi_0/|B^*|$ или $v = v^*/(2pv^* \pm 1)$. То есть присоединение к каждому электрону бесконечно тонкого безмассового магнитного соленоида с $2p$ квантами потока, противоположными полю B , переводит его в композитный фермийон. Такое преобразование сохраняет множитель -1 , возникающий при перестановке двух фермийнов, потому что связанное состояние электрона и четного числа квантов потока само по себе является ферми-частицей. Также не изменяются фазовые множители Ааронова–Бома для всех замкнутых путей, так как дополнительный фазовый множитель от потока $\Phi = 2p\Phi_0$ имеет вид $\exp(2\pi i\Phi/\Phi_0) = 1$. Таким образом, ДКЭХ для двумерных электронов интерпретируется как целый квантовый эффект Холла для композитных фермийнов, обусловленный уровнями Ландау для них. Эта довольно простая интерпретация ДКЭХ не только

объясняет все наблюдаемые плато, но также объединяет целый и дробный квантовые эффекты Холла. Наблюдение композитных фермионов в окрестности фактора заполнения $v = 1/2$, где нет ни КЭХ, ни какой-либо щели в спектре возбуждений, стало важной вехой для теории композитных фермионов. Было явно продемонстрировано, что композитные фермионы существуют не только как проявление ДКЭХ, когда они образуют уровни Ландау. Наблюдение "фермиеvского моря" композитных фермионов напрямую подтверждает их фермистатистику, а измерения их циклотронного радиуса свидетельствуют о том, что они несут заряд $(-e)$. Концепция композитных фермионов дополняется введением в теорию статистического калибровочного поля Черна–Саймонса. В работе М.А. Баранова и др. (Курчатовский институт, Москва; Амстердамский университет) рассмотрены основные составляющие теории абелевых состояний двумерного КЭХ. Представленная теория [2, с. 44] объединяет подход Финкельштейна к локализации и кулоновским эффектам с понятием вакуума топологических инстантонов и черн-саймоновской калибровочной инвариантности. Авторы ввели понятие новой симметрии (F-инвариантность) для систем с потенциалом взаимодействия бесконечного радиуса. Основные результаты теории были получены в терминах скейлинговых диаграмм проводимостей.

За последние несколько лет установлены многочисленные свойства композитных фермионов и образуемых ими квантовых жидкостей. Экспериментально наблюдалось фермиеvское море, осцилляции Шубникова–де Гааза, циклотронные орбиты. Измерены заряд, спин, статистика, масса, магнитный момент. В мезоскопических экспериментах композитные фермионы ведут себя как бильярдные шары. И.В. Кукушкин и др. (ИФТТ, Черноголовка; Институт Макса Планка, Штутгарт) представили результаты магнитооптических экспериментов на композитных фермионах в двумерном электронном газе в гетероструктурах GaAs. Измерения циркулярно поляризованной фотолюминесценции [2, с. 36] использовались как эффективный инструмент для анализа спиновой поляризации композитных фермионов при различных дробных факторах заполнения. В частности, из температурной зависимости поляризации спинов при $v = 1/2$ были найдены фермиеvская энергия и зеемановское расщепление для композитных фермионов. Обнаружено, что зеемановское расщепление усиливается в 2,5 раза из-за взаимодействия между композитными частицами. Взаимодействие очень чувствительно к ширине двумерного канала. С другой стороны, поляризация спина при $v = 1/3$ и $v = 2/3$ демонстрирует активационное поведение, а выведенная из нее величина спиновой щели близка к значению, полученному одновременно из транспортных измерений.

В докладе М.О. Дороховой и С.И. Дорожкина (ИФТТ, Черноголовка) представлены результаты экспериментальных исследований магнитоемкости в состоянии КЭХ при наличии крупномасштабных флуктуаций потенциала. Было обнаружено, что ширины минимумов емкости не зависят от магнитного поля и одинаковы для четных, нечетных и дробных факторов заполнения, измеренных в зависимости от средней электронной плотности [2, с. 39]. Этот результат показывает, что ширина минимума емкости в исследованных образцах определяется крупномасштабными флуктуациями плот-

ности заряда. Величины энергетической щели, найденные для четных факторов заполнения, очень близки к значениям циклотронной щели. При нечетных факторах заполнения $v = 1, 3$ и 5 щель увеличивается по сравнению с зеемановским расщеплением.

Двумерные электронные системы при $v = 1$ и некоторых других факторах заполнения в режиме КЭХ демонстрируют спонтанное магнитное упорядочение. Это состояние представляет собой весьма специфический вид ферромагнетизма: электроны в этом состоянии свободно двигаются, как в металлах, например в железе, но, тем не менее, существует щель в спектре возбуждений, которая проявляется в точном квантовании холловской проводимости и исчезновении диссилативной продольной проводимости σ_{xx} . При $v = 1$ нижнее спиновое состояние нижнего уровня Ландау полностью заполнено, и точное основное состояние (в пренебрежении перемешиванием уровней Ландау) выглядит достаточно просто: это детерминант Слэттера, построенный на волновых функциях Лафлина. В отличие от железа этот двумерный ферромагнетик полностью поляризован, так как кинетическая энергия "вымораживается" в дискретные уровни Ландау и поляризация электронного газа не требует затрат кинетической энергии. Но низкоэнергетические спиновые степени свободы в таком необычном ферромагнетике обладают некоторыми новыми свойствами. Несколько лет назад Сонди и др. сделали важное открытие: вблизи $v = 1$, вследствие того что обменная энергия велика и локально выстраивает спины параллельно, а зеемановская энергия мала, энергетически выгоднее образование топологических спиновых структур с помощью частичного переворачивания некоторых спинов. Такой топологический объект был назван скирмionом (по аналогии с моделью Скирма в ядерной физике). Поскольку система является магнетиком с квантованной холловской проводимостью, оказывается, что скирмionная структура несет ровно один дополнительный заряд. Различные транспортные и оптические измерения, сдвиг Найта в ЯМР и др. подтвердили предсказание о том, что каждый добавленный или убранный заряд переворачивает много спинов.

Фазовая диаграмма и скирмionная энергетическая щель в двухслойных гетероструктурах при целых факторах заполнения изучалась С.В. Иорданским и др. (Институт им. Л.Д. Ландау и Ланкастерский университет) с использованием метода скрытой симметрии [2, с. 49]. В результате были найдены три фазы: ферромагнитная, угловая (canted) антиферромагнитная и спин-синглетная. Каждая фаза нарушает скрытую симметрию SU(4) и стабилизируется анизотропными взаимодействиями. Авторы отождествляют зарядовые возбуждения бислоя со скирмionными топологическими возбуждениями, используя нелинейную сигма-модель. Обнаружено, что скирмionная энергетическая щель сильно меняется в пространстве параметров бислоя и имеет острый минимум в фазе углового антиферромагнетика. Вычисленная энергетическая щель сравнивается с результатами измерений диагональной активационной проводимости, выполненных Девятым и др.

Е.В. Девятым и др. (ИФТТ, Черноголовка, Университеты Глазго и Гамбурга) представили результаты туннельных измерений кулоновской псевдощели в двумерном электронном бислое в квантующем магнитном поле с фактором заполнения $v = 1$ [93]. Туннельная вольт-

амперная характеристика показала, что для двойного максимума, наблюдавшегося в туннельном сопротивлении в окрестности $v = 1$, величина найденной псевдощели линейно зависит от энергии, причем наклон этой зависимости определяется фактором заполнения, магнитным полем и температурой. В то же время, было обнаружено совершенно другое поведение вольт-амперной характеристики при $v = 1/3$ и $2/3$, которое было объяснено как проявление дробных щелей.

Аномальные транспортные свойства двумерных электронов и композитных фермионов в присутствии крупномасштабного беспорядка обсуждались Д. Г. Поляковым и др. (Университет Карлсруэ и Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе, Санкт-Петербург). Обнаружено [2, с. 27], что низкочастотное поведение проводимости определяется эффектами памяти, связанными с процессами возврата, которые не учитываются в теории Больцмана, а именно, поправка к $\text{Re } \sigma$ от процессов возврата имеет скачок, пропорциональный $|\omega|$. Этот эффект имеет квазиклассическое происхождение и доминирует (по сравнению с квантовой поправкой, пропорциональной $\ln \omega$) в широком диапазоне частот, когда $k_F d \gg 1$ (d — масштаб беспорядка). Показано, что в рамках теории композитных фермионов для наполовину заполненного уровня Ландау квазиклассическая аномалия на нулевой частоте усиливается в достаточно большом магнитном поле. Продемонстрировано, что немарковская квазиклассическая кинетика приводит к сильному магнитосопротивлению $\Delta \rho_{xx}$. Квазиклассический эффект памяти обеспечивает положительное $\Delta \rho_{xx}$, наблюдаемое при малых отклонениях от половинного заполнения. При больших отклонениях положительное магнитосопротивление заканчивается резким падением ρ_{xx} .

Из физики элементарных частиц известно, что электрон является ярким примером элементарной частицы, а именно, до сих пор в экспериментах с самыми высокими энергиями не обнаружено свидетельств внутренней структуры электрона. Но в физике конденсированного состояния при изучении поведения носителей в полупроводниках при низких температурах электроны могут играть по другим правилам. Ярким примером является дробный квантовый эффект Холла, который можно объяснить на языке квазичастиц, несущих часть (!) заряда электрона. Нужно помнить, что на более фундаментальном уровне квазичастицы в ДКЭХ являются коллективными возбуждениями взаимодействующих электронов. В работе группы из Института Вейцмана, представленной М. Резниковым, обсуждалось экспериментальное наблюдение дробового шума, производимого квазичастицами в ДКЭХ-системе. Обычный электрический ток слабо флуктуирует, потому что заряд переносится дискретными электронами, которые движутся независимо и переносят заряд e . В ДКЭХ ток переносится квазичастицами с зарядом $e/3$, $e/5$ в зависимости от фактора заполнения. В предшествующих исследованиях (представленных Д. Глатти на Первой мезоскопической конференции в Черноголовке в 1997 г. [94]) было объявлено о существовании квазичастиц с зарядом, равным $1/3$ заряда электрона, что совпадает с фактором заполнения соответствующего ДКЭХ-состояния. Поэтому осталось неясным, что именно измерялось в этих экспериментах — заряд или проводимость? Резников и др. [95] сообщили о наблюдении квазичастиц с зарядом

$e/5$ в состоянии с фактором заполнения $2/5$ при измерении дробового шума в двумерном электронном газе. Они выполнили измерения двухконтактной проводимости (в единицах кванта проводимости) в зависимости от напряжения, приложенного к затвору квантового точечного контакта. Полученные результаты означают, что в режиме ДКЭХ заряд можно измерять независимо от проводимости, что подтверждает предыдущие наблюдения квазичастиц с дробным зарядом. С точки зрения картины композитных фермионов дробный заряд возникает в виде так называемого "локального заряда" композитного фермиона, определяемого как сумма его внутреннего заряда $(-e)$, и заряда окружающего его экранирующего облака. Легко показать, что его значение при $v = v^*/(2pv^* \pm 1)$ равно $-e/(2pv^* \pm 1)$. Таким образом, этот дробный заряд есть проявление квантовой экранировки жидкостью композитных фермионов.

В докладе Н. Б. Житенева и др. (Bell Labs, Lucent Technologies) сообщалось о создании нового метода сканирования на субмикронных масштабах и его применении для наблюдения локализованных электронных состояний в режиме КЭХ [96]. Уже давно является общепризнанным, что локализация электронов существует в физике КЭХ. Точное квантование холловского сопротивления и обращение в нуль диагонального сопротивления при факторах заполнения, близких к целым, связывается с электронными состояниями, локализованными на уровне Ферми внутри двумерного электронного газа. При изменении плотности электронов заряд отдельных локализованных состояний может меняться из-за одноэлектронных прыжков, производящих осцилляции локального электрического потенциала. Авторы искали подобные проявления локализованных состояний в режиме КЭХ с помощью сканирующего электрометра и во многих точках обнаружили локализованные сигналы, которые осциллировали при изменении электронной плотности. В общем случае соответствующая пространственная картина достаточно сложна, но часто видны хорошо выраженные объекты, которые, очевидно, возникают из-за отдельных локализованных состояний. Эти объекты взаимодействуют и время от времени образуют упорядоченные структуры (аналог двумерной электронной вигнеровской решетки).

9. Квантовые ямы, точки и проволоки

В этой секции обсуждалось коллективное поведение межъяденных (непрямых) экситонов в связанных квантовых ямах, процессы рассеяния, связанные с двумерными экситонными поляритонами в микрорезонаторах на основе GaAs, процессы туннелирования между сильно разупорядоченными электронными системами в гетероструктурах GaAs, спектроскопия электрон-электронного рассеяния в двумерном электронном газе, теория электронного g -фактора в ультрамалых металлических гранулах и необычное поведение мезоскопических волн зарядовой плотности.

Мы начнем с рассмотрения двумерных систем, связанных двойных квантовых ям и сверхрешеток, которые очень привлекательны, в частности, потому, что существует принципиальная возможность пространственного разделения фотовозбужденных электронов и дырок в смежных квантовых ямах. В двойных квантовых ямах при приложении электрического поля, наклоняющего

зоны, пространственно разделенные электроны и дырки могут образовывать непрямые экситоны благодаря кулоновскому взаимодействию. Межъямные экситоны живут дольше внутриямных, поэтому их можно накапливать до достаточно большой плотности, и газ, состоящий из этих экситонов, можно охладить до очень низких температур. В результате нарушения инверсионной симметрии непрямые экситоны обладают дипольным моментом даже в основном состоянии. Теория предсказывает различные возможные сценарии коллективного поведения в плотной системе пространственно разделенных электронов и дырок. На практике было показано, что конденсированная диэлектрическая экситонная фаза (аналог бозе-конденсата) возможна только в присутствии латерального ограничения (случайного или искусственно созданного) в плоскости квантовой ямы. Под действием этого ограничения и связанного с ним внешнего сжатия непрямым экситонам проще обеспечить высокую критическую плотность для появления коллективной экситонной фазы. В докладе, представленном В.Б. Тимофеевым (ИФТТ, Черноголовка) и др., изучался люминесцентный спектр пространственно непрямых экситонов в двойной квантовой яме GaAs/AlGaAs в электрическом поле. В этих N-I-N структурах электрон и дырка в непрямом экситоне разделены в соседних квантовых ямах тонким туннельным барьером AlAs. Обнаружено [97], что при резонансном возбуждении циркулярно поляризованным светом линия люминесценции непрямых экситонов быстро сужается по мере роста концентрации экситонов, и одновременно растет степень циркулярной поляризации экситонной фотolumинесценции. При резонансном возбуждении линейно поляризованным светом выстраивание межъямных экситонов нарастало пороговым образом с ростом оптической накачки. При анализе зависящих от времени спектров было установлено, что в этих условиях скорость рекомбинации также возрастает примерно на порядок. Наблюдаемый эффект имеет место при температурах ниже критической и может быть объяснен на языке коллективного поведения непрямых экситонов (бозе-конденсация). Изучение спектров фотolumинесценции в магнитном поле показало, что коллективная экситонная фаза является диэлектрической, а непрямые экситоны в этой фазе сохраняют свои индивидуальные свойства.

Интерпретация результатов этих экспериментов по эволюции спектров фотolumинесценции непрямых экситонов в зависимости от температуры и концентрации предложена в теоретическом докладе А.С. Иоселевича (Институт им. Л.Д. Ландау). Автор утверждает, что широкая низкоэнергетическая линия фотolumинесценции, существующая при всех T и достаточно низких плотностях, возникает из-за связывания "некогерентных" экситонов отдельными примесями. Тем не менее из-за эффектов экранировки локальные центры могут локализовать лишь экситоны с концентрацией ниже пороговой, $n \leq n_c$; выше порога (для $n > n_c$) избыточные экситоны остаются делокализованными (или локализованными только на очень больших масштабах). Пространственная когерентность типа Костерлица–Таулеса может устанавливаться в этой группе делокализованных непрямых экситонов при достаточно низких T , что приводит к узкому высокозергетическому пику в спектре фотolumинесценции, который наблюдается только при большой концентрации.

Последние несколько лет большой интерес вызывают исследования двумерных экситон-поляритонных явлений в полупроводниковых микрорезонаторах, именно этому был посвящен доклад В.Д. Кулаковского и др. (ИФТТ, Черноголовка) [2, с. 54]. Полупроводниковыми микрорезонаторами называют плоские резонаторы Фабри–Перо, в которых роль зеркал выполняют расположенные брэгговские отражатели, состоящие из перемежающихся четвертьвольновых слоев с низкой и высокой диэлектрической константой. В рассмотренном случае авторы использовали типичный микрорезонатор на основе GaAs с шестью квантовыми ямами InGaAs, расположенными в центре. В экспериментах с сильным экситон-фотонным взаимодействием обычно используются зеркала AlGaAs/AlAs с не менее чем 20 повторениями, для достижения требуемой высокой добротности резонатора. В микрорезонаторе экситонные и фотонные состояния квантуются вдоль направления роста (z), и благодаря этому возникает однозначное соответствие между состояниями экситона и фотона в k -пространстве. Тем не менее в направлении роста фотон имеет конечное время жизни из-за утечки через зеркала. Таким образом, двумерные экситоны напрямую связаны с внешними фотонами, и в результате поляритонные состояния и связанные с ними явления в пределе сильного взаимодействия можно изучать в прямых оптических экспериментах. Эта ситуация сильно отличается от случая объемных кристаллов или квантовых ям, и в этом заключается принципиальная причина того, что новую поляритонную физику можно изучать в микрорезонаторах. Одно из интригующих свойств двумерных экситонных поляритонов связано с их бозонной природой. Стоит напомнить, что смешанное экситон-фотонное состояние (нижняя поляритонная ветвь) в микрорезонаторах характеризуется чрезвычайно малой эффективной массой ($< 10^{-4} m_0$, m_0 — масса свободного электрона). Благодаря этому можно достичь высокого заполнения дна экситон-поляритонной зоны ($k = 0$) при относительно низкой плотности ($na^2 \ll 1$, где n — плотность экситонных поляритонов, a — боровский радиус). В этом случае бозонная природа поляритонов может способствовать стимулированному межзонному (внутризонному) рассеянию и, в принципе, может привести к бозе-конденсации. Поляритон-поляритонное рассеяние измерялось Кулаковским и др. в микрорезонаторе на основе GaAs методом поляризованной фотolumинесценции с использованием циркулярно и эллипсоидально поляризованного резонансного фотовозбуждения в нижнюю ветвь двумерных поляритонов. Обнаружено, что рассеяние усиливается, если существует разрешенное промежуточное состояние синглетного биэкситона при возбуждении светом с эллиптической поляризацией. Найдено экспоненциальное возрастание излучения нижних поляритонов с $k = 0$ при высоких плотностях возбуждения для основной спиновой компоненты. Обнаруженный эффект показывает, что стимулированное рассеяние возникает из-за бозонной природы экситонных поляритонов, когда достигается высокое заполнение при $k = 0$.

Туннельные процессы между сильно разупорядоченными двумерными электронами в гетероструктурах GaAs изучались и обсуждались в докладе, представленном Ю.В. Дубровским и др. (Институт проблем технологий микроэлектроники РАН, Черноголовка; Лаборатория сильных магнитных полей, Гренобль; Универси-

теты Ноттингема и Шеффилда) [98]. Двумерные электроны возникали в очень тонких слоях, легированных кремнием (кремниевое дельта-легирование), в GaAs с обеих сторон туннельного барьера AlGaAs. Обнаружено, что из-за электронных корреляций, которые линейно зависят от магнитного поля, при температуре жидкого гелия в сильном магнитном поле возникает кулоновская щель в туннельной плотности состояний. Температурная зависимость магнитных поправок к равновесной туннельной проводимости проявляет черты, которые можно в качестве предположения интерпретировать как свидетельство перехода обычного диэлектрика в диэлектрическое КЭХ-состояние. Кроме того, сильное взаимодействие между уровнями Ландау различных двумерных подзон также наблюдалось в виде антипересечения положений соответствующих пиков при изменении магнитного поля.

Процессы электрон-электронного рассеяния в двумерном электронном газе обсуждались в докладе, представленном Х. Бухманом и др. (Университет Вюрцбурга и Институт физики низких температур, Харьков). Основная тема этой работы [2, с. 57] — очевидное различие в передаче импульса двумерными электронами по сравнению с трехмерным случаем. Это различие обеспечивается сохранением энергии и импульса, которые контролируются параметром $\max(T, \epsilon)/\epsilon_F$, характеризующим степень вырождения (здесь ϵ — неравновесная энергия электрона, отсчитанная от энергии Ферми ϵ_F). В отличие от трехмерного случая электрон-электронные соударения в двумерном электронном газе приводят к рассеянию на малые углы $\phi \sim \epsilon/\epsilon_F$. Тем не менее вероятность электронных соударений с почти противоположными импульсами $\mathbf{p} = -\mathbf{p}_1$ резко возрастает по сравнению с трехмерным случаем. В рассмотренных экспериментах проводилась инжекция и детектирование электронов через квантовый точечный контакт с целью изучения неравновесного распределения двумерных электронов в гетероструктурах на основе GaAs. Квантовый точечный контакт задается электростатически приложением отрицательного напряжения к литографически изготовленным затворам Шоттки (такой метод использовался для достаточно хорошего управления углом электронного пучка). Таким образом, функция углового рассеяния находится непосредственно из экспериментальной зависимости отклонения электронного пучка в магнитном поле. Обнаружено, что функция углового рассеяния уширивается с увеличением кинетической энергии электронов в отличие от трехмерных систем, где ширина не зависит от энергии. Более того, описанный минимум находится на малых углах. Эти наблюдения показывают важность двумерных эффектов плотности состояний и процессов электрон-электронного малоуглового рассеяния в двумерных системах.

Задача о g -факторе индивидуальных электронных уровней в металлических наночастицах и квантовых точках рассматривалась в докладе А.И. Ларкина (Университет Миннесоты и Институт им. Л.Д. Ландау). Во-первых, было показано, что эффекты спин-орбитального рассеяния гораздо сильнее, чем в обычной ферми-жидкости. Причина состоит в том, что скорость спин-орбитального рассеяния τ_{so}^{-1} нужно сравнивать с расстоянием между уровнями δ , а не с энергией Ферми E_F . Сильные эффекты спин-орбитального рассеяния происходят при $\tau_{so}\delta \ll 1$. Для наночастицы или квантовой точки произ-

вольной формы как спиновое, так и орбитальное движение дают вклад в полный магнитный момент. Для трехмерной диффузной наночастицы показано, что оба вклада малы, что приводит к $g \sim \max[(\delta_{so})^{1/2}, (l/L)^{1/2}]$. Если электроны рассеиваются на границах (т.е. $l \geq L$), то g -фактор порядка 1. В двумерной квантовой точке орбитальный вклад в g -фактор преобладает, он достигает значений порядка $\sqrt{k_F l}$. Для квантовых точек GaAs орбитальный вклад еще сильнее из-за малости эффективной массы электронов: $g \sim (m/m^*)\sqrt{k_F l}$. Эти результаты описаны в [99].

Хотя мезоскопические эффекты в сверхпроводниках очень интенсивно изучаются в течение нескольких лет, почти ничего неизвестно о поведении другого коррелированного состояния — волны зарядовой плотности (ВЗП) — в микронных образцах. Технология приготовления таких структур и результаты первых экспериментальных исследований мезоскопических эффектов в квазиодномерных соединениях NbSe₃ и TaS₃ с ВЗП были представлены Х. ван дер Зантом (Технический университет, Дельфт). В NbSe₃ было обнаружено [2, с. 61] заметное уменьшение силы пиннинга ВЗП с уменьшением расстояния между контактами вплоть до 1 мкм. Еще удивительнее результаты, полученные на образцах TaS₃: вольт-амперные характеристики микронных сегментов сильно зависели от сегмента. Некоторые сегменты демонстрировали отрицательное дифференциальное сопротивление; иногда даже полное сопротивление сегмента оказывалось отрицательным. Тем не менее на больших масштабах, когда расстояние между контактами было больше 10 мкм, все вольт-амперные зависимости были вполне регулярны. Теории для описания этих явлений пока не существует.

Список литературы

1. УФН **168** (2) 113–248 (1998)
2. *Phys. Usp. (Suppl.)* **44** (10) 1–136 (2001)
3. Shnirman A, Schoen G, Hermon Z *Phys. Rev. Lett.* **79** 2371 (1998); Makhlin Yu, Schoen G, Shnirman A *Nature* **386** 305 (1999)
4. Mooij J E et al. *Science* **285** 1036 (1999)
5. Ioffe L B et al. *Nature* **398** 679 (1999); Blatter G, Ioffe L B, Geshkenbein V B *Phys. Rev. B* **63** 174511 (2001)
6. Loss D, Di Vincenzo D P *Phys. Rev. A* **57** 120 (1998)
7. Kane B *Nature* **393** 133 (1998)
8. Фейгельман М В УФН **169** 917 (1999)
9. Nakamura Y, Pashkin Yu, Tsai H S *Nature* **398** 786 (1999)
10. Freedman J R et al. *Nature* **406** 43 (2000)
11. van der Wal C et al. *Science* **290** 773 (2000)
12. Makhlin Yu G, Schoen G, Shnirman A *Rev. Mod. Phys.* **73** 357 (2001); *Phys. Rev. Lett.* **85** 4578 (2000)
13. Shytov A V, cond-mat/0001012
14. Kitaev A Yu, quant-ph/9707021
15. Wen X G, Niu Q *Phys. Rev. B* **41** 9377 (1990)
16. Anderson P W *Mat. Res. Bull.* **8** 153 (1973); Fazekas P, Anderson P W *Philos. Mag.* **30** 423 (1974)
17. Misguich G et al. *Phys. Rev. B* **60** 1064 (1999)
18. Lesovik G B, Martin T, Blatter G, cond-mat/0009193
19. Булаевский Л Н, Кузий В Б, Собянин А А *Письма в ЖЭТФ* **25** 314 (1977); Буздин А А, Булаевский Л Н, Панюков С И *Письма в ЖЭТФ* **35** 147 (1982); Demler E A, Arnold G B, Beasley M R *Phys. Rev. B* **55** 15174 (1997)
20. Ryazanov V V et al. *Phys. Rev. Lett.* **86** 2427 (2001)
21. Ivanov D A *Phys. Rev. Lett.* **86** 268 (2001)
22. Kociak M et al. *Phys. Rev. Lett.* **86** 2416 (2001)
23. Kuhn D et al. *Phys. Rev. B* **63** 054520 (2001); Chtchelkachev N M, Lesovik G B, Blatter G *Phys. Rev. B* **62** 3559 (2000)

24. Kozhevnikov A, Schoelkopf R, Prober D *Phys. Rev. Lett.* **84** 3398 (2001)
25. Hoogenboom B W et al. *Phys. Rev. B* **62** 9179 (2000)
26. Vinet M, Chapelier C, Lefloch F *Phys. Rev. B* **63** 165420 (2001)
27. Pierre F et al. *J. Low Temp. Phys.* **118** 437 (2000); Gougam A B et al. *J. Low Temp. Phys.* **118** 447 (2000)
28. Ostrovsky P M, Skvortsov M A, Feigel'man M V *Phys. Rev. Lett.* **87** 027002 (2001)
29. Muzykantskii B A, Khmelnitskii D E *Phys. Rev. B* **51** 5480 (1995)
30. Varkin A, Frydman A, Ovadyahu Z *Phys. Rev. B* **61** 13037 (2000)
31. Skvortsov M A, Larkin A I, Feigel'man M V *Phys. Rev. B* **63** 134507 (2001)
32. Келдыш Л В *ЖЭТФ* **47** 1515 (1964)
33. Efetov K B *Supersymmetry in Disorder and Chaos* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1997)
34. Финкельштейн А М *ЖЭТФ* **84** 168 (1983); Finkelstein A M *Sov. Sci. Reviews Sect. A Phys. Rev.* (Ed. I M Khalatnikov) **14** (Pt. 2) 3 (1990)
35. Kamenev A, Andreev A *Phys. Rev. B* **60** 2218 (1999)
36. Feigel'man M V, Larkin A I, Skvortsov M A *Phys. Rev. B* **61** 12361 (2000)
37. Nazarov Yu V *Phys. Rev. Lett.* **73** 134 (1994)
38. Beenakker C W J *Rev. Mod. Phys.* **69** 731 (1997)
39. Абрекосов А А, Горьков Л П *ЖЭТФ* **35** 1158 (1958); **36** 319 (1959)
40. Anderson P W *J. Phys. Chem. Solids* **11** 26 (1959)
41. Nazarov Y V *Phys. Rev. Lett.* **73** 1420 (1994)
42. Ефетов К Б *ЖЭТФ* **78** 2017 (1980)
43. Fisher M P A *Phys. Rev. Lett.* **65** 923 (1990)
44. Финкельштейн А М *Письма в ЖЭТФ* **45** 37 (1987)
45. Fazio R, Schön G *Phys. Rev. B* **43** 5307 (1991)
46. Delsing P et al. *Phys. Rev. B* **50** 3959 (1994)
47. van der Zant H S J et al. *Phys. Rev. Lett.* **69** 2971 (1992); *Phys. Rev. B* **54** 10081 (1996)
48. Orr B G et al. *Phys. Rev. Lett.* **56** 378 (1986); см. [53]
49. Гантмахер В Ф *Письма в ЖЭТФ* **64** 713 (1996)
50. Nazarov Yu V *Phys. Rev. Lett.* **82** 1245 (1999)
51. Kamenev A, cond-mat/0002385; *Phys. Rev. Lett.* **85** 4160 (2000)
52. Finkelstein A M *Physica B* **197** 636 (1994)
53. Jaeger H M et al. *Phys. Rev. B* **40** 182 (1989)
54. Gerber A et al. *Phys. Rev. Lett.* **78** 4277 (1997)
55. Hebard A F, Paalanen M A *Phys. Rev. Lett.* **65** 927 (1990)
56. Гантмахер В Ф и др. *Письма в ЖЭТФ* **68** 337 (1998); Gantmakher V F et al., cond-mat/0004377
57. Chervenak J A, Valles J M (Jr) *Phys. Rev. B* **59** 11209 (1999)
58. Гантмахер В Ф и др. *Письма в ЖЭТФ* **71** 231 (2000); **71** 693 (2000); Gantmakher V F et al. *Physica B* **284–288** 246 (2000)
59. Гантмахер В Ф и др. *Письма в ЖЭТФ* **72** 33 (2000)
60. Mason N, Kapitulnik A *Phys. Rev. Lett.* **82** 5341 (1999)
61. Beloborodov I S, Efetov K B *Phys. Rev. Lett.* **82** 3332 (1999); Beloborodov I S, Efetov K B, Larkin A I *Phys. Rev. B* **61** 9145 (2000); cond-mat/9910027
62. Larkin A I *Ann. Phys. (Leipzig)* **8** 507 (1999)
63. Shafroth M R *Phys. Rev.* **100** 463 (1955)
64. Mason N, Kapitulnik A, cond-mat/0006138
65. Geerligs L J et al. *Phys. Rev. Lett.* **63** 326 (1989)
66. Berghuis P, Kes P H *Phys. Rev. B* **47** 262 (1993)
67. Feigel'man M V, Larkin A I, Skvortsov M A *Phys. Rev. Lett.* **86** 1869 (2001)
68. Schmid A *Phys. Rev. Lett.* **51** 1506 (1983)
69. Geerligs L J, Averin D V, Mooij J E *Phys. Rev. Lett.* **65** 3037 (1990)
70. Averin D V, Odintsov A A *Phys. Lett. A* **140** 251 (1989)
71. Zorin A B et al. *J. Appl. Phys.* **88** 2665 (2000)
72. Pashkin Yu et al. *Appl. Phys. Lett.* **76** 2256 (2000)
73. Odintsov A A, Bubanja V, Schön G *Phys. Rev. B* **46** 6875 (1992)
74. Anderson P W *Phys. Rev.* **109** 1492 (1958); Abrahams E et al. *Phys. Rev. Lett.* **42** 673 (1979)
75. Горьков Л П, Ларкин А И, Хмельницкий Д Е *Письма в ЖЭТФ* **30** 248 (1979)
76. Altshuler B L, Aronov A G, in *Electron–Electron Interactions in Disordered Conductors* (Eds A J Efros, M Pollack) (Amsterdam: North-Holland, 1985) p. 1
77. Efros A L, Shklovskii B I *J. Phys. C* **8** L49 (1975); Efros A L *J. Phys. C* **9** 2021 (1975)
78. Mirlin A D et al. *Phys. Rev. E* **54** 3221 (1996)
79. Mirlin A D, Evers F *Phys. Rev. B* **62** 7920 (2000); *Phys. Rev. Lett.* **84** 3690 (2000)
80. Spivak B Z, Zyuzin A Yu "Mesoscopic fluctuations of current density in disordered conductors", in *Mesoscopic Phenomena in Solids* (Eds B L Altshuler, P A Lee, R A Webb) (Amsterdam: North-Holland, 1991) p. 37; Altshuler B L, Kravtsov V E, Lerner I V "Distribution of mesoscopic fluctuations and relaxation processes in disordered conductors", in *Mesoscopic Phenomena in Solids* (Eds B L Altshuler, P A Lee, R A Webb) (Amsterdam: North-Holland, 1991) p. 449
81. Spivak B Z, Zyuzin A Yu *Phys. Rev. Lett.* **84** 1970 (2000)
82. Pudalov V M, D'Lorio M, Campbell J W *Письма в ЖЭТФ* **57** 592 (1993)
83. Пудалов В М *УФН* **168** 227 (1998)
84. Altshuler B L et al., cond-mat/0008005; Brunthaler G et al., cond-mat/0007230; Pudalov V M et al., cond-mat/0004206; Altshuler B L, Maslov D L, Pudalov V M, cond-mat/0003032
85. Punnoose A, Finkel'stein A M, cond-mat/0105471
86. Levitov L S *Phys. Rev. Lett.* **64** 547 (1990); Altshuler B L, Levitov L S *Phys. Rep.* **288** 487 (1997)
87. Levitov L S *Ann. Phys. (Leipzig)* **8** 697 (1999)
88. Blanter Ya M, Raikh M *Phys. Rev. B* **63** 075304 (2001)
89. Vaknin A, Ovadyahu Z, Pollak M *Phys. Rev. Lett.* **84** 3402 (2000)
90. Vincent E et al., in *Complex Behaviour of Glassy Systems* (Lecture Notes in Physics, Vol. 492, Ed. M Rubi) (Berlin: Springer, 1997) p. 184; Nordblad P et al., in *Spin Glasses and Random Fields* (Ed. A P Young) (Singapore: World Scientific, 1998) p. 1
91. Gershenson M E et al. *Phys. Rev. Lett.* **85** 1718 (2000)
92. Суслов И М *УФН* **168** 503 (1998)
93. Девятов Е В *УФН* **170** 327 (2000)
94. Saminadayar L et al., cond-mat/9706307; *Phys. Rev. Lett.* **79** 2526 (1997)
95. Reznikov M et al. *Nature* **399** 238 (1999)
96. Zhitenov N et al. *Nature* **404** 473 (2000)
97. Ларионов А В, Тимофеев В Б *Письма в ЖЭТФ* **73** 342 (2001)
98. Khanin Yu N et al. *Physica E* **6** 602 (2000); Иванов Д Ю и др. *Письма в ЖЭТФ* **72** 684 (2000)
99. Matveev K A, Glazman L I, Larkin A I *Phys. Rev. Lett.* **85** 2789 (2000)