

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Новые данные о пион-пионном взаимодействии
при низких энергиях

В.В. Верещагин, К.Н. Мухин, О.О. Патаракин

Рассмотрены современные теоретические и экспериментальные методы исследования пион-пионного взаимодействия и полученные с их помощью результаты. Описаны эксперименты по извлечению сведений о $\pi\pi$ -рассеянии из реакций типа $\pi N \rightarrow \pi\pi N$, исследованию K_{e4} -распада, изучению свойств пиония и опыты с поляризованной мишенью. Рассказано о концепции эффективной теории поля и изложены основные идеи киральной теории возмущений. Рассмотрены проблема легких скалярных резонансов и проблема некорректности задач анализа экспериментальных данных.

PACS numbers: 13.75. – n, 13.90. + i, 14.40. – n, 14.40. Aq

Содержание

1. Введение (353).
2. Исследование реакций типа $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ (356).
 - 2.1. Методы обработки данных. 2.2. Эксперименты последнего десятилетия.
3. K_{e4} -распад (362).
 - 3.1. Данные Росселле и других. 3.2. Новый эксперимент в Брукхейвене.
4. Изучение свойств $(\pi^+\pi^-)$ -атома (365).
 - 4.1. Метод альтернативных каналов. 4.2. Метод меченого пиония.
5. Поляризационные эксперименты (368).
6. Проблема легких скаляров (372).
7. Киральная теория возмущений (375).
 - 7.1. Эффективные теории поля. 7.2. Схема КТВ. 7.3. Длины рассеяния пионов в СКТВ и ОКТВ.
8. Проблема некорректности задач анализа данных (379).
9. Заключение (383).
- Список литературы (384).

1. Введение

В 1935 г. Юкава предположил, что квантами сильного взаимодействия являются мезоны, т.е. новые, не обнару-

женные к тому времени частицы с массой, промежуточной между массами протона и электрона. В 1947 г. такие сильновзаимодействующие частицы были открыты в составе космических лучей, они получили название π -мезонов, или пионов. Несколько позже π -мезоны стали получать на ускорителях, в том числе в последние два десятилетия на сильноточных ускорителях — мезонных фабриках.

В настоящее время свойства пионов хорошо изучены. Напомним, что по современной классификации π -мезоны относятся к легким мезонам без аромата (light unflavored mesons with $S = C = B = 0$), причем они имеют наименьшую массу не только в этом классе, но и вообще среди всех сильновзаимодействующих частиц — адронов.

Пионы встречаются в трех зарядовых состояниях: π^+ , π^- , π^0 с массами, равными соответственно $m_{\pi^\pm} \approx 139,6$ МэВ и $m_{\pi^0} \approx 135$ МэВ. Их барионное число, как и у всех мезонов, равно нулю. Кварковая структура π -мезонов:

$$\pi^+ = u\bar{d}, \quad \pi^0 = \frac{u\bar{u} - d\bar{d}}{\sqrt{2}}, \quad \pi^- = d\bar{u}.$$

Все пионы — псевдоскалярные частицы, т.е. имеют нулевой спин и отрицательную пространственную четность ($J_\pi^P = 0^-$).

Мезоны π^+ , π^- и π^0 являются членами изотопического триплета с изоспином $I = 1$ и проекциями изоспина $+1$, -1 и 0 соответственно. При этом π^+ - и π^- -мезоны являются частицей и античастицей друг друга, а π^0 -мезон — истинно нейтральная частица с положительной зарядовой четностью ($C_{\pi^0} = +1$). G-четность у всех пионов отрицательна ($G_\pi = -1$). Время жизни заряженных пионов $\tau_{\pi^\pm} \approx 2,6 \times 10^{-8}$ с. Они распадаются по слабым схемам

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad \text{и} \quad \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu.$$

В.В. Верещагин. Санкт-Петербургский государственный университет, 198904 Санкт-Петербург, Петродворец, Российская Федерация
Тел. (812) 559-55-01

E-mail: vvv@AV2467.spb.edu

К.Н. Мухин, О.О. Патаракин. Российский научный центр "Курчатовский институт". Институт общей и ядерной физики
123182 Москва, пл. Курчатова 1, Российская Федерация
Тел. (095) 196-76-63. Факс (095) 196-91-33

E-mail: mukhin@chen.net.kiae.su, patarak@dnuc.polyn.kiae.su

Статья поступила 27 мая 1999 г.,
после доработки 20 декабря 1999 г.

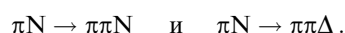
Время жизни нейтрального пиона: $\tau_{\pi^0} \approx 0,8 \times 10^{-16}$ с. Он распадается по электромагнитной схеме $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$.

Наличие интенсивных пионных пучков позволило надежно исследовать многочисленные процессы с участием π -мезонов: рождение в пион-нуклонных и пион-ядерных взаимодействиях, рассеяние и ядерные реакции, поглощение и образование π -мезоатомов и др.

Пион — квант *сильного* взаимодействия. Это означает, что влияние пион-пионного рассеяния на механизмы любой реакции с участием адронов может оказаться весьма значительным. Именно поэтому для понимания физики адронов необходимы экспериментальные данные о свойствах $\pi\pi$ -взаимодействия. Эти данные пока еще невозможно получить прямым путем, изучая рассеяние пионов на пионной мишени (хотя лет пятнадцать тому назад уже обсуждалась идея создания встречных пионных пучков [1]). Поэтому используются косвенные методы, а именно исследование перечисленных выше и некоторых других процессов, идущих с участием пионов. Информация о $\pi\pi$ -взаимодействии извлекается с помощью теоретического анализа из экспериментальных результатов.

Напомним вкратце историю исследования $\pi\pi$ -взаимодействия.

Первые значительные работы в этой области были опубликованы около 40 лет тому назад. Мы имеем в виду прежде всего работы Чу и Лоу [2] и Гойбла [3], которые лежат в основе многих последующих исследований реакций типа



Метод, предложенный в [2], основан на предположении о доминирующей роли процессов однопионного обмена (One Pion Exchange — OPE) в механизмах протекания этих реакций. При этом характеристики $\pi\pi$ -взаимодействия (сечения, фазы, длины рассеяния) получают либо фитированием экспериментальных результатов в физической области, либо экстраполяцией их в пионный полюс.

Практически в это же время (1958–1962 гг.) В.Н. Грибовым, В.В. Анисовичем и А.А. Ансельмом [4–8] был разработан метод, позволяющий извлекать характеристики пион-пионного рассеяния из анализа данных о низкоэнергетических реакциях с образованием трех частиц в конечном состоянии. В работах 1962–1971 гг. В.В. Анисовича и др. [7–10] описаны методы определения фаз $\pi\pi$ -рассеяния из ($K \rightarrow 3\pi$)-распадов и длин рассеяния из реакции $\pi N \rightarrow \pi\pi N$; в работах 1967–1969 гг. А.В. Арефьева и др. [11, 12] — методы определения длин $\pi\pi$ -рассеяния.

В 1966 г. Вейнберг [13] развил теорию "мягких" пионов, основанную на идее киральной симметрии сильных взаимодействий, высказанной в 1958 г. Фейнманом и Гелл-Манном [14]. В пределе *точной* киральной симметрии масса пиона равна нулю; длины рассеяния оказываются малыми. Поскольку реальные пионы имеют хоть и очень малую (в адронной шкале), но все же отличную от нуля массу, то киральная симметрия нарушена; величины соответствующих поправок определяются механизмом нарушения. В пионерских работах [15–17] рассмотрены простейшие варианты моделирования этого механизма путем введения того или иного типа нарушения в эффективный лагранжиан пион-пионного

взаимодействия. Естественно, что значения длин рассеяния оказываются при этом зависящими от структуры члена, ответственного за нарушение симметрии.

Модель амплитуды реакции $\pi N \rightarrow \pi\pi N$, основанная на идеях нарушенной киральной симметрии и OPE-доминантности, была предложена в работе Олссона и Тернера [18]. В этой модели единственным свободным параметром является коэффициент ξ при члене, нарушающем киральную симметрию в лагранжиане пион-пионного взаимодействия. Значение ξ можно определить, фитируя экспериментальные данные о реакциях $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ при низких энергиях. Простота модели способствовала ее популярности: подавляющее большинство ныне существующих данных обработано с ее помощью. Необходимо отметить, однако, что развитие методов киральной теории возмущений (КТВ) показало, что эта модель может претендовать лишь на роль нулевого приближения, причем только значение $\xi = 0$ совместимо с требованиями квантовой хромодинамики (КХД).

В 1968 г. Пайс и Трейман показали [19], что для изучения низкоэнергетического ($2m_\pi < m_{\pi\pi} < m_K$) $\pi\pi$ -взаимодействия удобно использовать K_{e4} -распад ($K^\pm \rightarrow \pi^+\pi^-e^\pm\nu_e$), в котором единственными адронами в конечном состоянии являются пионы. Однако использование этого метода затруднялось из-за очень малой парциальной ширины данного канала K -распада (4×10^{-5}).

Годом раньше, в 1967 г., П.И. Голубничим и др. [20] и В. Аусландером и др. [21] была изучена реакция аннигиляции $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, что позволило получить параметры дипионного ρ^0 -резонанса, а несколько позднее (в 1969–1972 гг.) измерить пионный формфактор [22–24] и сравнить его с предсказаниями теории векторной доминантности.

Из других ранних работ упомянем работы Джексона [25] и Петерсена [26], посвященные изучению реджезации π -обмена и описанию на этой основе реакций с образованием одного и двух пионов. Этому же направлению были посвящены работы К.Г. Борескова, А.Б. Кайдалова и Л.А. Пономарева [27–30].

Огромную роль в дальнейшем развитии теоретических представлений о структуре фундаментальных взаимодействий сыграла предложенная в работе Венециано [31] дуальная модель амплитуды реакции $\pi\pi \rightarrow \pi\omega$. Теоретические и феноменологические аспекты дуальности рассмотрены в многочисленных обзорах и книгах (см., например, [32–35]).

Большое влияние на распространение и развитие идей, возникших при изучении физики пионов низких энергий, оказали обзоры Джексона [36], Г.А. Лексина [37], Басдевана и др. [38] и Петерсена [39], а также книги Д.В. Ширкова и др. [40] и Мартина и др. [41], посвященные дисперсионным теориям сильных взаимодействий при низких энергиях и пион-пионному взаимодействию.

Перечисленные выше ранние работы вместе с последующими, выполненными вплоть до конца 70-х годов, были использованы в обзорах [42, 43], опубликованных в 1981–1982 гг. Общее резюме, вытекающее из этих обзоров, может быть сформулировано в виде следующих пунктов:

1. Основным методом получения информации о $\pi\pi$ -взаимодействии являлась в то время обработка данных о реакциях $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ и $\pi N \rightarrow \pi\pi\Delta$ с выделением вклада

ОРЕ. Этот метод широко использовался в области высоких энергий налетающего пиона (см., например, [44, 45]) и сравнительно мало при средних и, особенно, низких энергиях, что затрудняло получение данных при малых значениях дипионных масс (из-за кинематического подавления этой области фазового объема при больших импульсах налетающего пиона). Отметим, однако, что уже в 1963 г. в работе [46] в результате анализа реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^- \pi^+ p$ при энергии 200–300 МэВ впервые получили сечение $\pi\pi$ -рассеяния, а позднее в работе [47] — δ_0^0 -фазу в интервале дипионных масс 280–320 МэВ.

Главными трудностями метода являются недостаточная надежность выделения ОРЕ-диаграммы среди фоновых и неоднозначность экстраполяции в пионный полюс. Для преодоления этих трудностей нужны поляризационные эксперименты и точное измерение сечений реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ вблизи порога.

2. Кроме этого основного метода для получения информации о $\pi\pi$ -взаимодействии использовались и другие, однако их роль по разным причинам была относительно невелика. Так, например, из теории K_{e4} -распадов следовала принципиальная возможность получения надежной информации о $\pi\pi$ -рассеянии, в ряде работ были получены разности фаз $\delta_0^0 - \delta_1^1$ в околороговой области и дана оценка длин, однако состояние эксперимента в то время не позволяло использовать эту возможность в полной мере. Не хватало статистического материала, который нужно было существенно увеличивать. Исключением является работа Росселье и др. [48], результаты которой ныне считаются наиболее надежными.

Сравнительно мало использовалась (см., однако, [20–24]) для исследования $\pi\pi$ -взаимодействия реакция аннигиляции $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, которая особенно удобна для определения длины рассеяния a_1^1 . В самом конце 70-х годов появились работы Берглунда и др. [49], Дулуда и др. [50], Мартина и Моргана [51] по использованию реакции аннигиляции $\bar{p}p \rightarrow \pi^+\pi^-$ для изучения области больших $m_{\pi\pi}$. В этих работах указывалось на возможность существования новых пионных резонансов в области $m_{\pi\pi} = 2,1\text{--}2,3$ ГэВ с ширинами ~ 200 МэВ. Но это были первые, не очень надежные результаты (новые данные о пионных резонансах подробно описаны в недавнем обзоре В.В. Анисовича [52]).

3. Наряду с экспериментальными методами изучения $\pi\pi$ -взаимодействия развивались и интенсивно использовались чисто теоретические: пертурбативный анализ условия унитарности, дисперсионные соотношения, уравнения Роя, дуальность. Значительным продвижением в понимании динамики пионов было развитие концепции спонтанно нарушенной киральной симметрии (см., например, книгу [53], обзоры [54, 55], а также недавно изданную монографию Вейнберга [56]).

4. Благодаря использованию всех перечисленных методов к концу 70-х годов в изучении физики $\pi\pi$ -взаимодействия был достигнут весьма заметный прогресс, но оставалось и много неясного. Действительно, хотя поведение фаз в упругой области от порога до $m_{\pi\pi} \approx 1$ ГэВ было известно (правда, с не очень высокой точностью, 15–20 %), однако в области 1–1,8 ГэВ, где нельзя пренебрегать неупругими каналами $\pi\pi \rightarrow K\bar{K}$ и $\pi\pi \rightarrow 4\pi$, истинное решение выбрано не было, а изучение еще более высокой области энергий $m_{\pi\pi} > 2$ ГэВ только начиналось.

К достижениям этого периода, безусловно, относится обнаружение целого ряда новых резонансных состояний, однако положение с длинами $\pi\pi$ -рассеяния было не столь благополучным. Область экспериментальных значений a_0^0 простиралась от $-0,006m_\pi^{-1}$ до $+0,8m_\pi^{-1}$ (при наиболее вероятном значении $(0,2\text{--}0,3)m_\pi^{-1}$), причем неожиданно большие значения $a_0^0 = (0,6\text{--}0,8)m_\pi^{-1}$ были получены из анализа, казалось бы, наилучшей для определения параметров S_0 -волны реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \pi^0 p$ [57–59]. Однако в работе [59] больших значений фазы δ_0^0 у порога (и, следовательно, большого значения a_0^0) замечено не было. По-видимому, работа по изучению канала $\pi^- \pi^+ \rightarrow \pi^0 \pi^0$ весьма трудна экспериментально, но что следует обратить внимание в дальнейшем.

Относительно значения a_0^2 было известно, что оно, видимо, мало и отрицательно (с разбросом $(-0,20 < a_0^2 < -0,045)m_\pi^{-1}$, см. табл. 2 из обзора [42]); для a_1^1 было принято значение $a_1^1 \approx 0,035m_\pi^{-3}$, хотя и здесь разброс достаточно велик $((0,02\text{--}0,1)m_\pi^{-3})$, в связи с чем имеются сомнения в гладкости поведения P -волны вблизи порога; для длин рассеяния с $l \geq 2$ фактически существуют только оценки: $a_2^0 \approx 16 \times 10^{-4}m_\pi^{-5}$, $a_2^2 \approx 2 \times 10^{-4}m_\pi^{-5}$, $a_3^1 \approx 10^{-4}m_\pi^{-7}$, которые нуждаются в уточнении.

Из анализа результатов, полученных к концу 70-х годов, вытекала программа исследований, выполненных в последнее 20-летие. При реализации этой программы встретилось несколько неожиданных моментов. В частности, если к концу 70-х годов в известной проблеме up-down в поведении фазы δ_0^0 в упругой области выбор в пользу нижнего решения казался определенным, то теперь проблема возникла снова: среди новых решений имеются и верхние, и промежуточные.

Проблема легких скаляров, в течение 20 лет также считавшаяся окончательно решенной, вновь актуальна: несколько независимых групп снова (практически одновременно) "открыли" σ -мезон — легкое скаляр-изоскалярное состояние с массой $M_\sigma \sim 550$ МэВ и очень большой шириной ($\Gamma_\sigma \sim 300$ МэВ). В литературе уже появились утверждения (сделанные на основе анализа экспериментальных данных) о нонетной структуре спектра легких скаляров.

В области низких энергий, где и раньше ситуация была достаточно напряженной, еще сильнее повысилась актуальность получения особо надежных экспериментальных результатов. В значительной степени это обусловлено запросами теории: для уверенного выбора того или иного сценария нарушения киральной симметрии точность имеющихся данных явно недостаточна. Фазу δ_0^0 , например, надо знать с точностью до градусов, а длины рассеяния — с точностью до $0,01m_\pi^{-1}$. Ожидается, что такие возможности будут получены после завершения активно ведущихся в настоящее время работ по изучению свойств пиония, K_{e4} -распада и поляризационных экспериментов.

Более подробное изложение читатель найдет в соответствующих разделах данного обзора. Подчеркнем, что мы сознательно не рассматриваем результаты, относящиеся к области энергий выше 1 ГэВ, где также получено много новых интересных результатов: это сделано в обзоре В.В. Анисовича [52].

Чрезвычайно краткое изложение вопросов, связанных с концепцией эффективной теории, объясняется

ограниченностью допустимого объема публикации. Так, например, работы по киральной теории возмущений в пределе тяжелого бариона не рассмотрены вовсе: эта тема требует отдельного обзора. Читатель, интересующийся этими вопросами, может обратиться к оригинальным работам [61–63] и обзорным докладам [64, 65].

Материал обзора следующим образом распределен по его разделам.

После введения в разделе 2 описаны основные методы получения информации о $\pi\pi$ -взаимодействии из анализа реакций типа $\pi N \rightarrow \pi\pi N$. В последующих трех разделах рассмотрены слабо освещенные (или совсем не упомянутые) в предыдущих обзорах теоретические и экспериментальные методы, получившие особое развитие в последнее время. В частности, в разделе 3 рассказано о работе по изучению K_{e4} -распада, которая должна дать точное значение разности фаз $\delta_0^0 - \delta_1^1$. Раздел 4 посвящен исследованию свойств экзотического $(\pi^+\pi^-)$ -атома — пиония, которое, возможно, позволит получить точное значение разности S-волновых длин рассеяния $a_0^0 - a_0^2$. В разделе 5 рассмотрено исследование реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ с использованием информации о поляризации нуклона мишени. Это направление считается перспективным для получения надежных данных о $\pi\pi$ -взаимодействии в широкой области энергий.

Для удобства чтения теоретические вопросы сосредоточены в отдельном блоке, состоящем из разделов 6–8: в разделе 6 рассказано о современном состоянии проблемы легких скаляров, раздел 7 посвящен рассмотрению концепции эффективной теории поля и киральной теории возмущений, в разделе 8 рассмотрена весьма актуальная в настоящее время проблема некорректности задач анализа экспериментальных данных, в том числе относящихся к изучению $\pi\pi$ -взаимодействия.

В заключительном разделе 9 подведены итоги проведенных к настоящему моменту исследований по всем перечисленным выше направлениям и рассмотрены перспективы на будущее. При написании обзора была использована литература (статьи, обзоры, книги, доклады на международных конференциях) до 1999 г. включительно, но, конечно, приведенный список не может претендовать на полноту.

2. Исследование реакций типа $\pi N \rightarrow \pi\pi N$

2.1. Методы обработки данных

С 60-х годов и до сего дня одним из основных источников информации о $\pi\pi$ -взаимодействии являются процессы $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ ¹. Это объясняется их относительной экспериментальной доступностью (сечения достаточно велики для набора статистики), а также возможностью связать наблюдаемые величины с характеристиками $\pi\pi$ -рассеяния и получить (в принципе) полную информацию о всех возможных состояниях $\pi\pi$ -системы в широкой области дипионных масс. В этом разделе мы расскажем о результатах новых измерений и их последующей обработке.

Основная масса новых результатов получена в течение последних 10 лет. Эксперименты проводились неза-

висимо несколькими группами [67–79]; главной целью было получение данных (полных сечений и распределений) о пион-пионном рассеянии. Особенность этих экспериментов — четко наметившаяся тенденция работы в околопороговой области. Это объясняется двумя причинами. Во-первых, резко возросший уровень экспериментальной и вычислительной техники позволяет (статистически эффективно) работать с процессами, сечения которых очень малы. Во-вторых, низкоэнергетические пионные реакции оказались чрезвычайно интересными с точки зрения теории (см. разделы 6 и 7); и в первую очередь это относится к $\pi\pi$ -рассеянию.

Прежде всего введем необходимые обозначения (мы следуем работам [80, 81]). Амплитуда $M_{\beta;\alpha}^{bc;a}$ реакции

$$\pi_a(k_1) + N_\alpha^\nu(p) \rightarrow \pi_b(k_2) + \pi_c(k_3) + N_\beta^\mu(q) \quad (1)$$

($a, b, c = 1, 2, 3$ и $\alpha, \beta = 1, 2$ — изотопические индексы, $\mu, \nu = 1, 2$ — поляризации нуклонов, а k_i, p, q — 4-импульсы) может быть представлена в виде

$$M_{\beta;\alpha}^{bc;a} = [t_a]_{\beta\alpha} \delta_{bc} A^{\mu\nu} + [t_b]_{\beta\alpha} \delta_{ca} B^{\mu\nu} + [t_c]_{\beta\alpha} \delta_{ab} C^{\mu\nu} + i\epsilon_{abc} \delta_{\beta\alpha} D^{\mu\nu}. \quad (2)$$

Каждый изоскалярный формфактор X ($X = A, B, C, D$) имеет следующую структуру:

$$X^{\mu\nu} = \bar{u}^{\mu+}(q) \hat{X} i\gamma_5 u^{\nu-}(p), \quad (3)$$

причем любая из 4×4 матриц $\hat{X}$ представима в виде

$$\hat{X} = S_X + \bar{V}_X \hat{k} + V_X \hat{k} + \frac{i}{2} D_X [\hat{k}, \hat{k}]_-, \quad (4)$$

где введены (комплексные) комбинации импульсов

$$k \stackrel{\text{def}}{=} -k_1 + \epsilon k_2 + \bar{\epsilon} k_3, \quad \bar{k} \stackrel{\text{def}}{=} -k_1 + \bar{\epsilon} k_2 + \epsilon k_3, \\ \epsilon = i \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \bar{\epsilon} = \epsilon^*, \quad (5)$$

и, как обычно, $\hat{k} \equiv k_\mu \gamma^\mu$. Определенные в (4) 16 скалярных формфакторов $S_X, \bar{V}_X, V_X, T_X$ ($X = A, B, C, D$) являются функциями пяти кинематических переменных $t, v, \bar{v}, \theta, \bar{\theta}$:

$$t = Q^2, \quad v = kP, \quad \bar{v} = \bar{k}P, \quad \theta = kQ, \quad \bar{\theta} = \bar{k}Q; \\ P \equiv p + q, \quad Q \equiv p - q.$$

Формфакторы (4) не являются независимыми функциями: они связаны соотношениями кроссинга и бозесимметрии, а также условиями C-четности [80].

Для дальнейшего важно отметить, что график однопионного обмена дает вклад только в S_A , изобарный же обмен — во все формфакторы; существенно также то обстоятельство, что в выражение для квадрата модуля амплитуды формфактор S_X входит с коэффициентом $-t$. Это означает, что в физически доступной области распределение по t содержит слагаемое, имеющее при $t = -m_\pi^2$ характерный максимум; оно обусловлено механизмом однопионного обмена. Кроме того, это же слагаемое имеет (двойной) полюс по t в физически недоступной точке $t = m_\pi^2$ и обращается в нуль при $t = 0$ (рис. 1). Эти свойства являются основой метода Чу–Лоу [2] (см. также [3]) и его обобщения, предложенного в [81], ибо они дают надежду на то, что при обработке экспериментальных данных указанное слагаемое удаст-

¹ Со списком литературы, относящейся к работам до 1980 г., можно познакомиться в предыдущем обзоре [42] (см. также [66]).

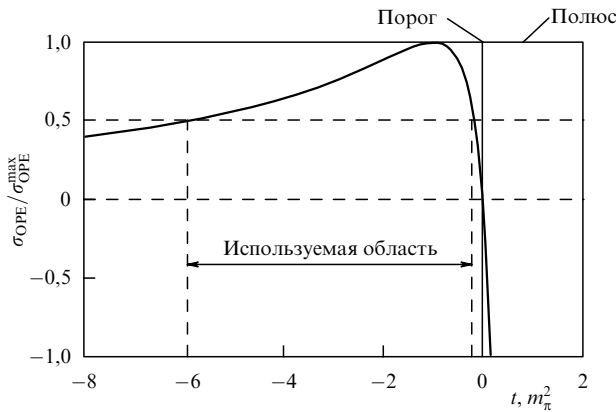


Рис. 1. График вклада диаграммы однопионного обмена, нормированный на максимальное значение, как функция переданного 4-импульса. Показана область, где вклад OPE более 50 % от максимума (при $t = -1$). Рисунок взят из [112].

ся выделить и, следовательно, получить информацию о квадрате модуля амплитуды, описывающей $\pi\pi$ -взаимодействие на массовой поверхности. Детальное описание метода Чу–Лоу можно найти в монографиях [41, 66] и обзорах [37, 42] (см. также раздел 2.2).

Другое характерное свойство *низкоэнергетической* амплитуды реакции $\pi N \rightarrow \pi N$, а именно, наличие обусловленных требованием унитарности особенностей по кинематическим переменным конечного состояния, является основой метода Анисовича–Ансельма–Грибова [8]. В отличие от "феноменологического" подхода Чу–Лоу — это строгий метод, основанный на пертурбативном решении условия унитарности. Будучи дополнен требованиями киральной симметрии и соответствующими правилами подсчета порядка ("киральный счет"), он эквивалентен широко известной ныне схеме киральной теории возмущений (см. раздел 7).

Следует упомянуть также еще об одном способе, часто используемом при анализе данных о реакции $\pi N \rightarrow \pi N$. Суть его сводится к построению какой-либо модели реакции, фиксации части параметров в соответствии со вкусами авторов (например, по известным ширинам распадов) и определению остальных ("свободных") параметров путем фитирования экспериментальных данных. Наиболее популярной из этого ряда является модель Олссона–Тернера [18, 82–84]. В этой модели постулируется, что главный вклад в амплитуду дают всего два графика: точечная вершина $\pi\pi\pi N\bar{N}$ и граф с однопионным обменом. Вершины $\pi N\bar{N}$ и $\pi\pi\pi N\bar{N}$ получаются из простейшего инвариантного лагранжиана

$$L_{\pi N} = G_V \bar{N} \sigma_\mu \gamma_5 N D_\mu \pi,$$

где G_V — известная константа псевдовекторной πN -связи, а $D_\mu \pi$ — ковариантная производная пиона (см. раздел 7). Вершина, описывающая $\pi\pi$ -взаимодействие, фигурирует в графе однопионного обмена; она задается лагранжианом

$$L_{\pi\pi} = \frac{1}{2} D_\mu \pi D^\mu \pi + \xi [\pi^2]^2,$$

где второе слагаемое учитывает нарушение симметрии. В рамках этой модели длины рассеяния пионов однозначно связаны с величиной параметра ξ .

Таким образом, в модели Олссона–Тернера для амплитуды реакции $\pi N \rightarrow \pi N$ получается простое выражение, зависящее от одного свободного параметра ξ , который и определяется путем фитирования. Именно этим обстоятельством объясняется ее популярность: подавляющее большинство экспериментальных групп, изучавших низкоэнергетический процесс $\pi N \rightarrow \pi N$, использовало эту модель при анализе полученных данных, приводя в качестве результата найденное значение ξ и соответствующие ему величины S-волновых длин π -рассеяния:

$$a_0^0 = R \left(7 - \frac{5}{2} \xi \right), \quad a_0^2 = -R(2 + \xi),$$

$$R \equiv \frac{m_\pi^2}{32\pi f_\pi^2}, \quad f_\pi = 92 \text{ МэВ}. \quad (6)$$

Следует заметить, однако, что в данном случае простота не является достоинством. Так, в модели не учтены графы с обменами одним и двумя виртуальными нуклонами, наличие которых следует из структуры *уже* *учтенного* лагранжиана $L = L_{\pi N} + L_{\pi\pi}$ и соответствующих кинетических членов. Далее, как показано в работе [84], физически приемлемо лишь значение $\xi = 0$; оно соответствует главному (беспетлевому) порядку киральной теории возмущений. Любое другое значение приводит к противоречию с требованиями КХД. Наконец, из чисто физических соображений очевидно, что резонанс $\Delta(1232)$, дающий вклад в непосредственной близости от порога реакции $\pi N \rightarrow \pi N$, может оказать существенное влияние на форму амплитуды.

В связи с вкладом Δ -резонанса необходимо сделать два замечания. Во-первых, до сих пор в литературе встречаются утверждения о его малости; в качестве обоснования приводятся ссылки на экспериментальные данные о ширине распада $\Delta \rightarrow \pi N$, которая действительно очень мала. Нетрудно, однако, понять, что в данном случае малость ширины обусловлена не малостью амплитуды, а малой величиной (всего лишь ~ 15 МэВ) фазового объема трехчастичного канала распада. Поскольку тот же объем входит общим множителем в выражения для сечений реакции $\pi N \rightarrow \pi N$, то приведенная выше аргументация несостоятельна. Во-вторых, различные способы учета вклада Δ -резонанса ("простейший" пропагатор, "исключение" спина 1/2 и т.д.) эквивалентны с точностью до членов нерезонансного типа, если "регуляризующий" член $iM_\Delta \Gamma$ добавлять только в знаменатель *главной* (т.е. полюсной) части, числитель которой вычислен на *массовой поверхности изобары*. Если же регуляризацию выполнять до выделения главной части (как это обычно делается), то в модель вносится трудно контролируемая зависимость от схемы учета изобарного вклада. Именно по этой причине в последнее время стали появляться работы, в которых делаются попытки развить строгий подход, трактующий изобару как независимую степень свободы киральной теории возмущений (см., например, [85]).

Еще одно замечание относительно роли $\pi\pi$ -амплитуды в графике однопионного обмена уместно в связи с часто встречающимся в статьях утверждением о якобы "внемассовом" характере вершины. Это не более чем недоразумение. Как хорошо известно (см., например, [86]), вычет в пионном полюсе есть не что иное, как амплитуда $\pi\pi$ -рассеяния на *массовой поверхности всех*

пионов. Это обстоятельство еще раз специально подчеркивается в [84].

Окончательный вывод относительно "модельного" подхода к анализу данных о низкоэнергетической реакции $\pi N \rightarrow \pi \pi N$ таков. Модели представляют интерес как инструмент для выяснения относительной важности того или иного механизма реакции и оценки порядков величин. Для извлечения же значений параметров $\pi\pi$ -рассеяния из экспериментальных данных модели вряд ли пригодны. Вывод этот не нов (см., например, [41]); последние результаты лишь подтвердили его. Мы будем иметь это в виду при описании различных методов обработки экспериментальных данных, включая "модельные".

Выше мы упоминали о двух основных подходах к обработке данных, позволяющих извлекать сведения о $\pi\pi$ -взаимодействии: это метод Чу–Лоу (с различными модификациями) и киральная теория возмущений (а также ее предшественник — метод Анисовича–Ансельма–Грибова). Оба подхода достаточно сложны и могут эффективно использоваться лишь специально подобранными группами. По этой причине к настоящему моменту большинство новых данных было подвергнуто лишь предварительной обработке путем фитирования параметрами той или иной модели; в основном, эксплуатировалась модель Олссона–Тернера с единственным параметром ξ . Таблица 1 (основная часть которой заполнена данными из работы [75]) дает достаточно полное представление о результатах, полученных разными группами. Подставляя значения ξ из правого столбца в формулы (6), нетрудно убедиться в том, что в сравнении с ситуацией начала 80-х годов особого прогресса не наблюдается. Причина не только (и не столько) в неадекватности модели: можно забыть о физической сути и воспринимать модель как способ параметризации данных. Даже в том случае, когда способ этот плох, он должен быть *одинаково* плохим для всех данных, если они согласуются друг с другом. Проблема заключается именно во взаимной несогласованности данных, полученных разными группами. Подробный анализ ситуации дан в работе [93]. Здесь мы лишь отметим, что проблема несогласованности различных наборов данных имеет значительно более глубокие корни, чем это кажется на первый взгляд (подробнее об этом см. раздел 8).

Таблица 1

Реакция	Год	Литература	ξ
Различные	1979	[87]	$-2,0 \pm 0,2$
$\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$	1980	[88]	$-0,2 \pm 0,3$
$\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$	1980	[89]	$-0,05 \pm 0,26$
$\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$	1989	[67]	$-0,5 \pm 0,8$
$\pi^- p \rightarrow \pi^- \pi^0 p$	1989	[68]	$0,1^{+0,5}_{-0,7}$
$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ n$	1990	[70]	$1,07 \pm 0,41$
			$1,56 \pm 0,47$
$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ n$	1991	[72]	$-0,20 \pm 0,15$
$\pi^- p \rightarrow \pi^0 \pi^0 n$	1991	[90]	$-0,98 \pm 0,52$
Различные	1993	[91]	$-0,60 \pm 0,10$
$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^0 p$	1994	[76]	$-0,25 \pm 0,10$
Различные	1997	[92]	$-0,53 \pm 0,13$

Описание работ, выполненных с применением метода Чу–Лоу для реакций пионообразования на нуклоне для большого импульса налетающего пиона, можно найти, например, в [41, 42]. Отметим, что обычно при проведе-

нии фазового анализа $\pi\pi$ -рассеяния ограничиваются рассмотрением S-, P- и D-волн — это оправдано при не слишком высоких импульсах налетающего пиона. В этом случае из разных зарядовых каналов можно получить от двух до пяти фаз (в различных комбинациях). Поэтому желательно совместно анализировать несколько каналов. Такой подход использован, например, в работе [94], где анализировались данные [95] по четырем каналам реакции $\pi N \rightarrow \pi \pi N$. При экстраполяции использовалось псевдопериферическое приближение, фазовый анализ проводился энергетически зависимым и энергетически независимым методами, в качестве дополнительного критерия применен отбор событий по углу Ван-Хова [96], учтена возможность образования Δ -изобары в конечном состоянии. В результате получены согласованные решения для фаз δ_0^0 , δ_0^2 , δ_1^1 , δ_2^0 и δ_2^2 $\pi\pi$ -рассеяния в упругой области (в качестве примера на рис. 2 приведены значения фазы $\delta_0^0(m_{\pi\pi})$). Получены длины рассеяния для S-, P- и D-волн:

$$\begin{aligned} a_0^0 &= (0,24 \pm 0,03)m_\pi^{-1}, & a_0^2 &= (-0,04 \pm 0,04)m_\pi^{-1}, \\ a_1^1 &= (0,034 \pm 0,003)m_\pi^{-3}, \\ a_2^0 &= (7,8 \pm 6,0) \times 10^{-4}m_\pi^{-5}, & a_2^2 &= (3,8 \pm 1,4) \times 10^{-4}m_\pi^{-5}. \end{aligned}$$

Для анализа амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния, полученной методом Чу–Лоу, часто используется техника уравнений Роя [97], подробно описанная, например, в [41, 66]. Она стала уже традиционной [94, 98, 247], поэтому мы лишь кратко расскажем о работах последних лет.

В работе [99] S- и P-волновые фазы определялись фитированием всей совокупности имеющихся экспериментальных данных по пяти зарядовым каналам реакции $\pi N \rightarrow \pi \pi N$ в области дипионных масс от порога до 1 ГэВ. Для нахождения парциальных амплитуд $\pi\pi$ -рассеяния применялись уравнения Роя. Длины рассеяния варьиро-

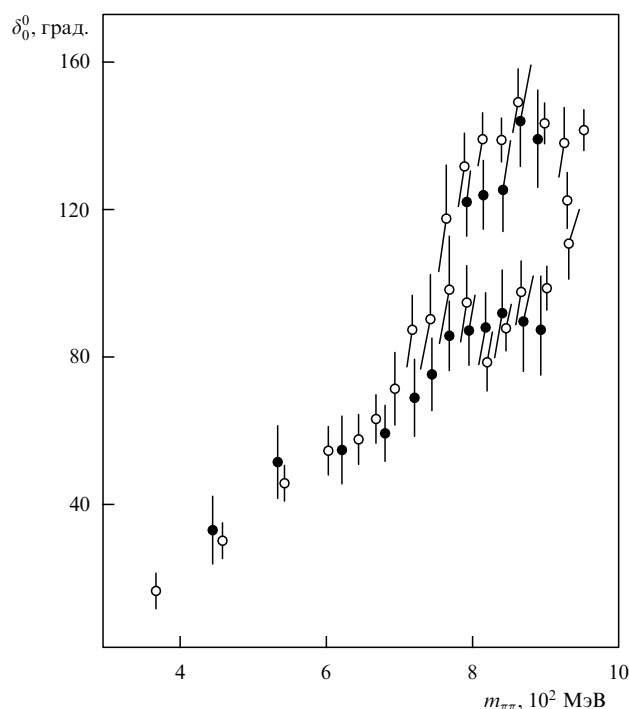


Рис. 2. Два варианта расчета экспериментальных значений фазы $\delta_0^0(m_{\pi\pi})$, полученных с помощью метода Чу–Лоу из данных реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^- \pi^+ n$ [94].

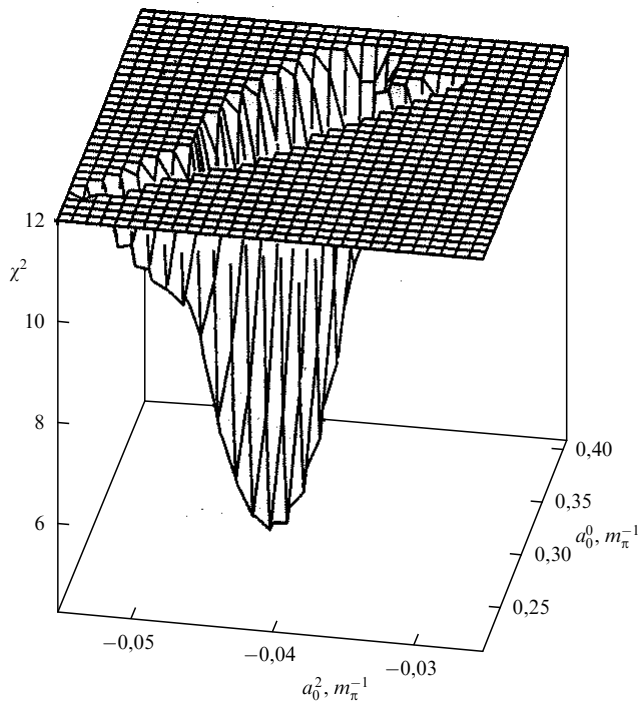


Рис. 3. Двумерный профиль χ^2 для реальной части S-волновой амплитуды от S-волновых длин рассеяния [99].

вались для получения наилучшего фита. На рисунке 3 приведен двумерный профиль χ^2 для реальной части амплитуды S-волны в зависимости от длин рассеяния. Ясно видно, что S-волновые длины сильно коррелированы. Это отражает факт, на который впервые обратили внимание Морган и Шоу [100]. Они заметили, что значения S-волновых длин рассеяния, соответствующие возможным решениям в рамках дисперсионного подхода, ложатся на узкую область в плоскости (a_0^0, a_0^2) . Эта область получила название "универсальная кривая". Сейчас можно с уверенностью говорить о правильности этого вывода. Выбрать единственное возможное решение при имеющейся точности экспериментальных данных затруднительно, но нужно ожидать, что истинное значение длин лежит на плоскости (a_0^0, a_0^2) в пределах универсальной кривой:

$$0,205m_\pi^{-1} < a_0^0 < 0,270m_\pi^{-1}, \quad -0,048m_\pi^{-1} < a_0^2 < -0,016m_\pi^{-1}.$$

К рассматриваемому направлению относится и работа [101], в которой применялись так называемые "внутренние" дисперсионные соотношения. Дисперсионные интегралы вычислялись для области $m_{\pi\pi} > 0,6$ ГэВ с использованием экспериментальных данных о фазах рассеяния из работы [102]. Амплитуды в околопороговой области получали, используя унитарные модели, согласующиеся с экспериментальными данными работы [48] по K_{e4} -распаду. В результате найдены парциальные амплитуды во всей области дипионных масс (включая нефизическую); определены положения подпороговых нулей в S-волне для различных возможных значений длин рассеяния. Показано, что рассчитываемые парциальные амплитуды очень чувствительны к начальным параметрам в околопороговой области, а условие кросс-симметрии выполняется только тогда, когда значения a_0^0 и a_0^2 лежат на универсальной кривой.

2.2. Экспериментальные работы последнего десятилетия

Перейдем теперь к обсуждению новых экспериментов по изучению разных зарядовых каналов реакции $\pi N \rightarrow \pi\pi N$. Начнем с рассмотрения процесса $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \pi^0 n$, замечательной особенностью которого является образование в конечном состоянии только нейтральных частиц. Это устраняет необходимость учета кулоновских поправок и позволяет детектировать вылетающие частицы ближе к порогу, чем в случае образования заряженных частиц. Однако сам эксперимент, который в идеале сводится к одновременной регистрации четырех γ -квантов от распада двух π^0 -мезонов, весьма труден. Этим объясняется сравнительно позднее появление относительно полных и надежных данных для этого канала, хотя первые данные о полных сечениях при сравнительно низких энергиях налетающего пиона (279, 240 и 200 МэВ) появились уже в 70-е годы [103, 104].

Систематическое изучение реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \pi^0 n$ вблизи порога с подробным анализом результатов было проведено в работе [75], выполненной на брукхейвенском синхротроне. Использовалась жидководородная мишень, помещенная в центр куба, состоящего из 360 кристаллов NaI (так называемый Crystal Box, рис. 4а). События с заряженными частицами отсекались специальными детекторами, окружающими мишень. Рабочие события $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \pi^0 n$ и нормировочные $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$ отбирались методом недостающей массы (рис. 4б–д). В результате обработки были получены значения полных сечений, угловых и массовых распределений реакции при импульсах π^- -мезонного пучка в интервале 7–140 МэВ/с выше порога. Экстраполируя полученные данные к порогу и используя модель Олссона–Тернера, авторы получили длины пион-пионного рассеяния:

$$a_0^0 = (0,207 \pm 0,028)m_\pi^{-1} \quad \text{и} \quad a_0^2 = (-0,022 \pm 0,011)m_\pi^{-1}. \quad (7)$$

Изучению реакции $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ с образованием пионов в других зарядовых состояниях посвящены работы нескольких групп. Совокупность данных, полученных к 1984 г., приведена в работе [105]. С 1989 г. в печати стали появляться новые данные. Группа Omicron (CERN) опубликовала данные по реакциям $\pi^- p \rightarrow \pi^- \pi^+ n$, $\pi^- p \rightarrow \pi^- \pi^0 p$ и $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ n$ [67–71], группа из Эрлангенского университета (PSI) — по реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^- \pi^+ n$ [73, 74], а канадская группа (TRIUMF) — по реакции $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ n$ [72]. Данные по реакциям $\pi^\pm p \rightarrow \pi^\pm \pi^0 p$ были опубликованы группой Virginia-Stanford (LAMPF) [76]. Наконец, в 1997 г. опубликованы результаты выполненного в TRIUMF эксперимента по измерению сечений реакций $\pi^\pm p \rightarrow \pi^\pm \pi^+ n$ при энергиях налетающих пионов 172–200 МэВ [77–79]. Методика измерений описана в [106].

Для пояснения трудностей, которые пришлось преодолеть экспериментаторам, напомним некоторые особенности детектирования частиц при работе с заряженными пионами в конечном состоянии. Первая проблема, возникающая при изучении реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ у порога, — надежная оценка импульса пучка, к изменению которого очень чувствительно сечение в этой области энергии. Это один из наиболее опасных источников систематической погрешности результата. Вторая проблема — необходимость компромисса между желанием

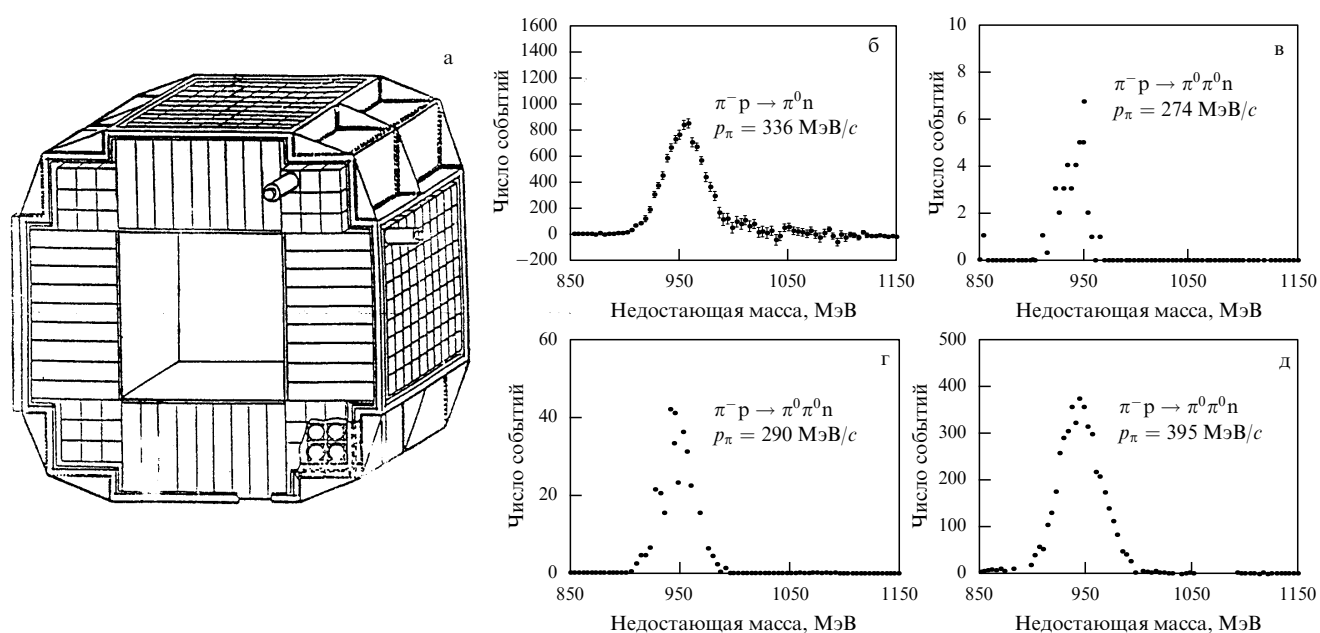


Рис. 4. Изучение реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \pi^0 n$ методом Crystal Box [90]: (а) размещение кристаллов NaI в установке; (б–д) спектры недостающей массы для реакций $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$ и $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \pi^0 n$ при различных импульсах.

измерить сечение как можно ближе к порогу (где оно очень мало, а это значит, что нужна достаточно толстая мишень) и стремлением уменьшить энергетические потери заряженных частиц (особенно, медленных протонов) при движении их в веществе мишени. Группа Omicron решала эту задачу, используя для регистрации протонов газовую водородную мишень высокого давления, а для регистрации $\pi^\pm$ -мезонов — проволочные камеры. Другое решение при изучении реакции $\pi^\pm p \rightarrow \pi^\pm \pi^\pm n$ применила группа, работающая в TRIUMF [72], которая детектировала $\pi^\pm$ -мезоны непосредственно в мишени, используя параметры $(\pi - \mu)$ -распада, а нейтрон регистрировала отдельно (рис. 5). Таким способом удалось получить результаты при энергии всего лишь на 6 МэВ выше порога.

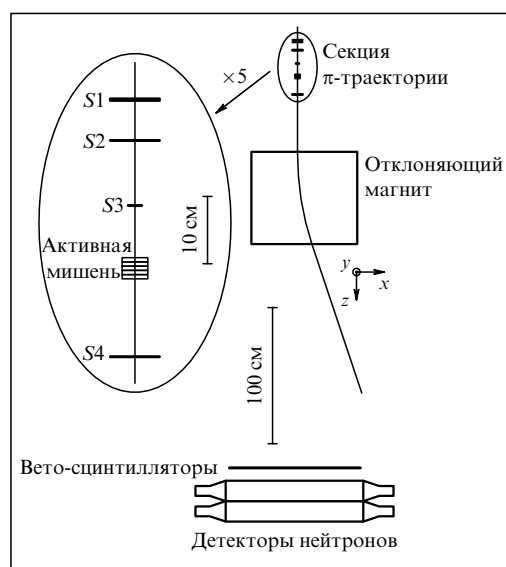


Рис. 5. Схема эксперимента Севиора и др. [72]: S1–S4 — пластиковые сцинтилляторы.

При анализе своих данных группа Omicron выполняла экстраполяцию к порогу с помощью формул модели Олссона–Тернера. Результаты приведены выше в табл. 1; на основании этих результатов авторы пришли к выводу о невозможности согласованного описания данных по всем четырем каналам в рамках использованной модели.

Данные, опубликованные группой Virginia–Stanford [76], характеризуются особой тщательностью разработки экспериментальных деталей; то же верно в отношении анализа [107]. В настоящее время это единственная работа, в которой сделана попытка оценить систематическую погрешность результата, вносимую процедурой деконволюции (учет поправок на аксептанс и конечное разрешение детектора). Именно поэтому погрешности, полученные авторами в процессе предварительного анализа данных с помощью метода Чу–Лоу [108], следует, видимо, считать скорее реалистическими, нежели консервативными. Так, например, анализ данных о реакции $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^0 p$ привел к значению

$$a_0^2 = (-0,055 \pm 0,021) m_\pi^{-1}.$$

Погрешность этого результата явно не удовлетворяет запросы теоретиков; ее величина, однако, косвенно отражает те трудности, которые приходится преодолевать при извлечении информации о механизме однопионного обмена. Подчеркнем еще раз, что как постановка эксперимента, так и методика анализа в данном случае выглядят безупречно.

Данные [73, 74] относятся к распределениям в реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$. Они уникальны в двух отношениях. Во-первых, они полностью опубликованы в виде цифровых таблиц (с учтенными поправками на аксептанс и т.п.). Это обстоятельство делает данные общедоступными: их может обрабатывать любая группа, а не только авторы эксперимента. Во-вторых, они описывают 4-мерные распределения по фазовому объему, т.е. фактически квадрат модуля амплитуды (усредненный по начальным

и просуммированный по конечным поляризациям нуклонов); распределения этого типа раньше получали только на пузырьковых камерах, дававших несравненно более бедную статистику. К сожалению, табулированы не сами эти распределения, а лишь относительная характеристика — так называемая W -функция, равная отношению двух измеренных распределений:

$$W \equiv 4\pi \frac{d^4\sigma}{dp_{\pi^+} d\cos\theta_{\pi^+} d\cos\theta_{\pi^-} d\phi_{\pi^-}} \bigg/ \frac{d^2\sigma}{dp_{\pi^+} d\cos\theta_{\pi^+}};$$

ни числитель, ни знаменатель отдельно не табулированы. Кроме того, приведенные в таблицах цифры пересчитаны (такое утверждение авторов) из лабораторной системы к системе центра масс. Это не было бы недостатком, если бы процедура пересчета могла быть согласована с методикой получения данных. Однако приведенные авторами формулы недвусмысленно свидетельствуют о некорректности такого пересчета. Наконец, сама форма W -функции чрезвычайно неудобна с точки зрения возможностей теоретического анализа. Видимо, указанными обстоятельствами и объясняется тот факт, что данные [73, 74] к настоящему времени подверглись лишь предварительному (качественному) анализу. Так, в работах [109–111] показано, что экспериментальные распределения, в основном, не противоречат результатам, полученным в рамках нерелятивистской киральной модели с учетом резонансов. Тот же вывод был сделан в рамках киральной теории возмущений с тяжелым барионом (HBChPT — Heavy Baryon Chiral Perturbation Theory) [65]; отмечается, однако, что некоторые характерные детали распределений описать не удастся.

Полученные в TRIUMF данные [79] о реакции $\pi^+p \rightarrow \pi^+\pi^+n$ анализировались по формулам HBChPT [61–63]; соответствующие длины рассеяния таковы:

$$a_0^0 = (0,23 \pm 0,08)m_{\pi}^{-1}, \quad a_0^2 = (-0,031 \pm 0,008)m_{\pi}^{-1}.$$

Следует подчеркнуть, что указанные значения погрешности отражают теоретическую неопределенность формул HBChPT [61–63]; статистическая же погрешность данных не превышает 10 % этих величин.

Данные [78] о реакции $\pi^-p \rightarrow \pi^-\pi^+n$, также полученные в TRIUMF, были подвергнуты более тщательному анализу с использованием техники экстраполяции Чу–Лоу и уравнений Роя. Результаты интересны, и мы расскажем о них подробнее.

Метод Чу–Лоу [3, 2] детально описан в монографиях [41, 66] и в обзорах [37, 42]. Как уже отмечено выше, этот метод основан на предположении о доминирующей роли механизма однопионного обмена. Известны различные его модификации, суть которых сводится к учету возможных вкладов конкурирующих механизмов. Общий подход, основанный на учете точных симметрий, предложен в [80, 81]. Как часто бывает, слабым местом этого подхода является именно его общность: отсутствие детальной информации о конкурирующих механизмах приводит к необходимости введения большого числа свободных параметров, что, в свою очередь, требует наличия очень больших массивов данных. Задачи одновременного определения многих параметров, как правило, неустойчивы (подробнее см. об этом раздел 8). Именно поэтому применение метода Чу–Лоу в его простейших вариантах (с последующим исследованием

устойчивости ответов относительно малых изменений данных, добавления новых параметров и т.п.) представляет значительный интерес, давая возможность ответить на вопрос о надежности метода и о величинах систематической погрешности результатов. Первый этап этих исследований осуществлен в работе [78] (подробное описание дано в [112]), посвященной анализу данных о реакциях $\pi^+p \rightarrow \pi^+\pi^+n$ при энергиях налетающего пиона от 223 до 305 МэВ. Эксперимент был выполнен на установке CHAOS на мезонной фабрике TRIUMF (Канада). Для каждой энергии и зарядового канала статистический материал составлял около 10 000 событий.

Анализ основывался на предположении о доминировании ОРЕ-обмена в ограниченной области достаточно малых t . Для применения экстраполяции отбирались события, лежащие в области $-6m_{\pi}^2 < t < -0,2m_{\pi}^2$. Использовалась линейная по t экстраполяционная функция, применялось псевдопериферическое приближение [113]. Кроме того, одновременно учитывались данные, соответствующие разным начальным энергиям при одинаковых значениях дипионных масс (это гарантировало независимость получаемого значения сечения пион-пионного взаимодействия от энергии пучка), и предполагалось, что конечные пионы рождаются в S-состоянии. В этом случае одним из подгоночных параметров является искомое сечение $\pi\pi$ -рассеяния; второй параметр — наклон определялся по (измеренным) дважды дифференциальным сечениям изучаемой реакции. Полученные сечения канала $\pi^+\pi^-$ хорошо согласуются с результатами ранее выполненных в [99] расчетов, основанных на уравнениях Роя [97] с привлечением полной мировой базы данных по фазам $\pi\pi$ -рассеяния, определенным из экспериментов с большими энергиями налетающего пиона. Это согласие означает, по-видимому, что использование экстраполяции Чу–Лоу одинаково законно (или незаконно) как при высоких, так и при низких энергиях.

Различными способами оценивалась длина S₀-волнового рассеяния. Из найденных сечений оценена верхняя граница $a_0^0 \leq (0,238 \pm 0,006)m_{\pi}^{-1}$; пороговое же разложение дает

$$a_0^0 = [0,204 \pm 0,014(\text{stat}) \pm 0,008(\text{syst})]m_{\pi}^{-1}. \quad (8)$$

Авторы работы отмечают, что критерии применимости использованной методики экстраполяции выполнялись не для всего статистического материала. Для больших дипионных масс (конкретное значение зависело от начального импульса) линейная область по t не обнаружена; колоколообразная форма интервалов напоминает таковую для событий из области Δ -пика в эксперименте при $p_{\pi} = 1,5$ ГэВ/с.

Еще более интригующим является результат, полученный при анализе реакции $\pi^+p \rightarrow \pi^+\pi^+n$: критерии применимости псевдопериферического приближения (линейность аппроксиманта и независимость распределения от угла разлета пионов) не выполняются ни для одного интервала дипионных масс! Эти факты крайне важны, поскольку они говорят о проявлениях конкурирующих механизмов. Аналогичное наблюдение относительно области меньших $m_{\pi\pi}$ сделано в 1995 г. Джонсоном [114], который специально отметил необходимость учета фоновых диаграмм при анализе данных вблизи порога.

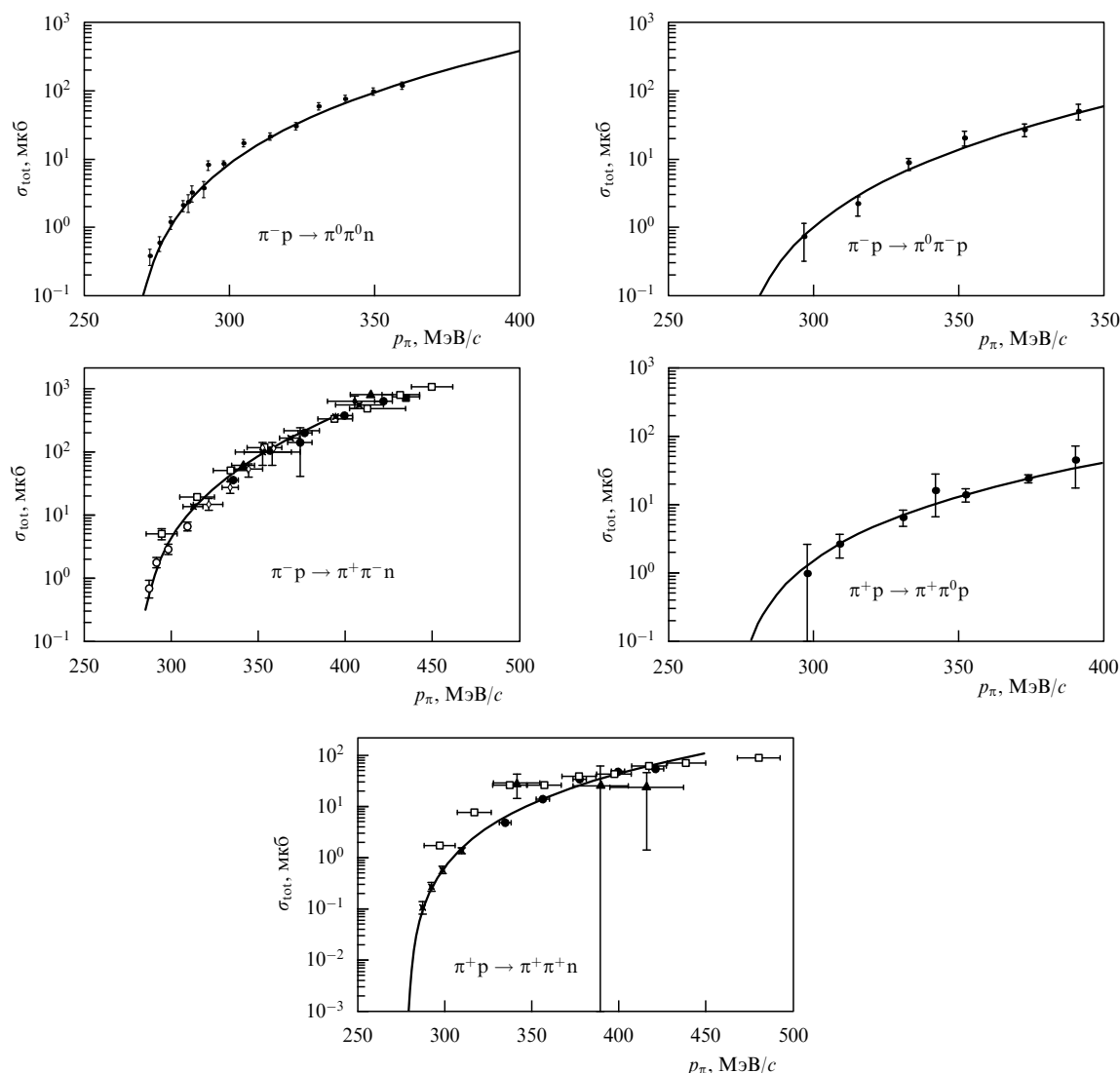


Рис. 6. Полные сечения реакций $\pi N \rightarrow \pi \pi N$. Данные для каналов $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ n$ взяты из [112], остальные данные — из работы [92].

В области высоких энергий важность учета вклада от фоновых диаграмм была понята уже в 70-х годах (см. ссылки в [42]; о работах последнего времени рассказано в разделе, посвященном поляризационным экспериментам). В области же низких энергий ($p_\pi < 500$ МэВ/с) соответствующий анализ выполнен в [93] и в расширенном варианте — в [115]. В обоих случаях вывод категоричен: вклад графика однопионного обмена, несомненно, чувствуется, однако выделение его в рамках обобщенного метода Чу–Лоу невозможно из-за сильных корреляций с конкурирующими процессами. Это утверждение вполне согласуется с выводами уже цитированных выше работ [61–63], сделанными на основе метода HVBChPT.

Означает ли сказанное, что метод экстраполяции Чу–Лоу неприменим для анализа реакций $\pi N \rightarrow \pi \pi N$? Разумеется, нет. Проблема не в применимости метода как такового (ответ зависит от цели; так, например, для оценки порядка величины сечения можно использовать весьма грубые методы), а в умении оценить систематическую погрешность результатов, получаемых с его помощью. С этой точки зрения результаты второго этапа работы, начатой в [78] (изучение зависимости ответа от

выбора интервала по t , устойчивость относительно введения дополнительных параметров и т.п.), могли бы оказаться весьма полезными.

Заканчивая этот раздел, приведем на рис. 6 существующие к настоящему времени экспериментальные данные по полным сечениям реакций $\pi N \rightarrow \pi \pi N$ вблизи порога, а также в табл. 2 — результаты экспериментальных работ по определению S-волновых длин $\pi\pi$ -рассеяния. На рисунке 7 сведены имеющиеся экспериментальные значения по S- и P-волновым фазам.

3. K_{e4} -распад

K_{e4} -распад ($K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- e^+ \nu_e$) является одним из наиболее надежных источников информации о низкоэнергетическом $\pi\pi$ -взаимодействии. Он позволяет (при минимальных модельных предположениях) получать информацию о разности фаз $\delta_0^0 - \delta_1^1$ вблизи порога. Объясняется это тем, что кинематическая зависимость амплитуды, обусловленная *слабым* взаимодействием, хорошо известна и, следовательно, все отклонения, наблюдаемые в эксперименте, связаны с *сильным* взаимодействием, вызывающим перерассеяние конечных

Таблица 2

Реакция	Литература	a_0^0, m_π^{-1}	a_0^2, m_π^{-1}
$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ n, \pi^+ \pi^0 p$	[94]	$0,24 \pm 0,03$	$-0,04 \pm 0,04$
$\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n, \pi^- \pi^0 p$			
$\pi^- p \rightarrow \pi^0 \pi^0 n$	[116]	$0,197 \pm 0,010$	$-0,032 \pm 0,004$
$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ n, \pi^+ \pi^0 p$	[90]	$0,189 \pm 0,011$	$-0,030 \pm 0,002$
$\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n, \pi^- \pi^0 p, \pi^0 \pi^0 n$			
$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^0 p$	[76]	$0,177 \pm 0,006$	$-0,041 \pm 0,003$
$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ n, \pi^+ \pi^0 p,$	[99]	$0,205 < a_0^0 < 0,270$	$-0,048 < a_0^2 < -0,016$
$\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n, \pi^- \pi^0 p$			
$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ n, \pi^+ \pi^0 p$	[92]	$0,193 \pm 0,008$	$-0,034 \pm 0,003$
$\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n, \pi^- \pi^0 p, \pi^0 \pi^0 n$			
$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ n$	[77]	$0,23 \pm 0,08$	$-0,03 \pm 0,008$
$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ n$	[112]	$0,204 \pm 0,014 \pm 0,008$	—

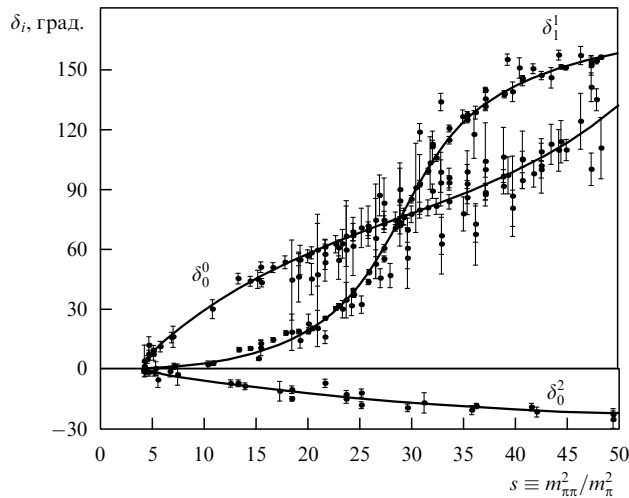


Рис. 7. Опубликованные экспериментальные значения S- и P-волновых фазовых сдвигов $\pi\pi$ -рассеяния в области от порога до 1 ГэВ дипионной массы. Рисунок взят из работы [246].

пионов. Задача дополнительно упрощается тем, что пионная пара $\pi^+\pi^-$, образующаяся в K_{e4} -распаде, обладает малой энергией — это позволяет пренебречь влиянием высших парциальных волн; правило же $\Delta I = 1/2$ ограничивает изоспиновую структуру амплитуды состояниями с $I = 0, 1$.

Все это было понято очень давно (см., например, [117–119, 19, 41]), поэтому первые опыты по изучению K_{e4} -распада были предприняты уже в 1969–1973 гг. [120–125]. Однако K_{e4} -распад относится к числу очень редких мод K^+ -распада ($\Gamma_{K_{e4}}/\Gamma_{\text{tot}} = 4 \times 10^{-5}$), в связи с чем в этих опытах была набрана относительно невысокая статистика, не позволившая сделать достаточно точных заключений о свойствах $\pi\pi$ -взаимодействия.

В последние годы полным ходом идет работа по подготовке нового эксперимента, в котором предполагается набрать огромную статистику $\sim 5 \times 10^5$ событий K_{e4} -распада. Для реализации этого проекта потребуется еще 2–3 года (см. ниже). Поэтому мы кратко расскажем о данных, полученных в эксперименте Росселле и др. [48], в котором была набрана очень приличная для того времени статистика ($\sim 30\,000$ событий) и получено пять значений разности фаз $\delta_0^0 - \delta_1^1$ в интервале дипионных масс 280–360 МэВ. В настоящее время значение длины $\pi\pi$ -рассеяния a_0^0 , определенное по данным этого эксперимента, приводится как наиболее надежное.

3.1. Данные Росселле и других

Вывод формул, описывающих K_{e4} -распад, можно найти в указанных выше оригинальных работах и в книге [41], где дана подробная библиография. Для наших же целей достаточно перечислить предположения, использованные в процессе вывода. Они таковы:

- 1) применима стандартная (V–A)-теория слабых взаимодействий, соблюдается CPT- и T-симметрия, верны правила $\Delta I = 1/2$, $\Delta Q = \Delta S$;
- 2) массой электрона можно пренебречь;
- 3) вклад в перерасеяние пионов дают лишь низшие парциальные волны (S и P).

Опираясь на эти предположения и разумный выбор кинематических переменных, можно записать квадрат модуля амплитуды (просуммированный по поляризациям лептонов) в виде, удобном для сравнения с экспериментально измеренными распределениями. При этом оказывается, что разность фаз

$$\Delta(m_{\pi\pi}^2) \equiv \delta_0^0 - \delta_1^1,$$

зависящая от квадрата инвариантной массы дипиона $m_{\pi\pi}^2$, может быть найдена двумя разными способами из соотношений типа

$$\tan[\Delta(m_{\pi\pi}^2)] = \frac{X_1}{X_2}, \quad \tan[\Delta(m_{\pi\pi}^2)] = \frac{X_3}{X_4},$$

где X_i ($i = 1, 2, 3, 4$) — независимые функции, определяемые по результатам измерений. Возможность двух независимых способов определения Δ на одном и том же наборе данных дает дополнительный тест самосогласованности последних.

Если объем данных достаточно велик для получения статистически обеспеченных распределений по разным переменным, то можно пытаться определять Δ по каждому из распределений отдельно; это резко повысило бы надежность результата. Однако даже в эксперименте [48], где удалось получить около 30 000 событий, необходимость определять одновременно 15 параметров приводила к довольно большим статистическим погрешностям. Окончательный результат этой работы — значения разности фаз Δ при пяти различных энергиях — приведен в табл. 3 и на рис. 8.

Считая (в соответствии с результатами работы [98]), что вклад δ_1^1 в данной области дипионных масс мал (меньше 1°), авторы [48] заключают, что они получили δ_0^0 .

Кроме разности фаз $\Delta = \delta_0^0 - \delta_1^1$, авторы работы [48] получили (правда, уже модельно-зависимым способом)

Таблица 3

$m_{\pi\pi}$, МэВ	280–296	296–310	310–325	325–347	> 347
Число событий	5673	6128	5941	6472	6108
$\langle m_{\pi\pi} \rangle$, МэВ	289	303	317	335	367
$\Delta = \delta_0^0 - \delta_1^1$, град	$4,0 \pm 7,4$	$12,0 \pm 4,0$	$7,4 \pm 2,9$	$11,4 \pm 2,3$	$15,4 \pm 2,3$

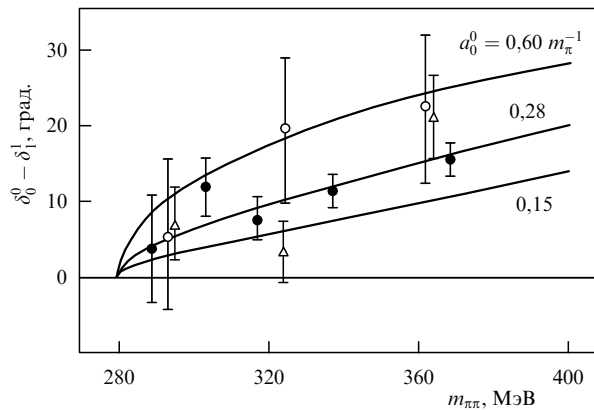


Рис. 8. Разность фазовых сдвигов $\delta_0^0 - \delta_1^1$ из работ Росселье и др. [48] (кружки), Зильберштейна и др. [124] (квадраты) и Бейера и др. [125] (треугольники).

S-волновую длину $\pi\pi$ -рассеяния a_0^0 . Для решения этой задачи ими была использована модель Басдевана и др. [98], в соответствии с которой в энергетической области K_{e4} -распада

$$\sin 2\delta = 2 \left(\frac{m_{\pi\pi}^2 - 4m_{\pi}^2}{m_{\pi\pi}^2} \right)^{1/2} \left(a_0^0 + \frac{bq^2}{m_{\pi}^2} \right), \quad (9)$$

где $b \equiv b_0^0 - a_1^1$, b_0^0 — наклон S-волны, a_1^1 — длина рассеяния P-волны, q — импульс дипиона. Величины b и a_0^0 согласно модели связаны соотношением

$$b = 0,19 - (a_0^0 - 0,15)^2 \quad (10)$$

с теоретической неопределенностью на величину b , равной $\pm 0,04$. Параметры модели определялись из решений уравнений Роя, в которые в качестве исходных данных закладывались известные фазовые сдвиги в области дипионных масс 500–900 МэВ. Подставляя в (9) найденные пять значений Δ и считая a_0^0 и b свободными параметрами, авторы [48] нашли

$$a_0^0 = 0,31 \pm 0,11; \quad b = 0,11 \pm 0,16. \quad (11)$$

Использование соотношения (10) позволило получить для a_0^0 более точное значение

$$a_0^0 = 0,28 \pm 0,05. \quad (12)$$

Авторы подчеркивают, что это значение может измениться при модификации модели или при изменении данных по фазовым сдвигам при $m_{\pi\pi} > 500$ МэВ. В настоящее время в качестве результата работы [48] принято считать значение a_0^0 , равное [126]

$$a_0^0 = (0,26 \pm 0,05)m_{\pi}^{-1}. \quad (13)$$

3.2. Новый эксперимент в Брукхейвене

Начиная с 1993 г. идет планомерная работа по подготовке новых измерений K_{e4} -распада в эксперименте, проводящемся в Брукхейвене (в настоящее время — это эксперимент E-865, см., например, [127]). Схема эксперимента приведена на рис. 9. В этом эксперименте будет использован несепарированный каонный пучок с импульсом 6 ГэВ/с, пятиметровая распадная камера, магнит (D5) для разделения положительных и отрицательных частиц, триггерный годоскоп (A-счетчик). Импульс будет определяться с помощью пропорциональных проволоочных камер (P1–P4) и второго магнита D6; идентификация частиц — с помощью электромагнитного ливневого калориметра, черенковских счетчиков (C1, C2), стопки из слоев железа для измерения пробега мюонов, проволоочных камер, мюонных годоскопов (B- и C-счетчики) и измерителя траектории пучка (не ливневого) в верхней части распадной камеры.

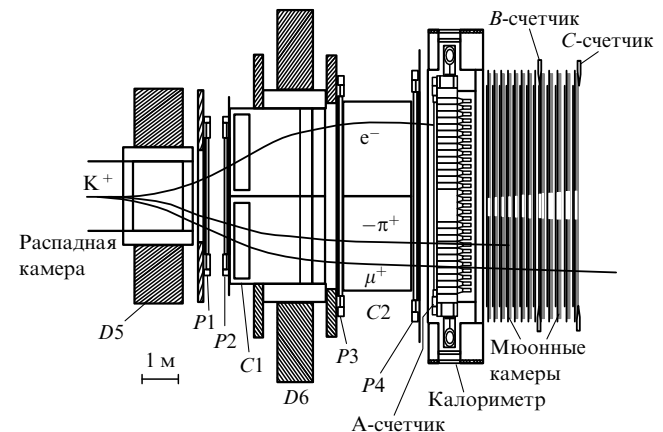


Рис. 9. Проект нового эксперимента по изучению K_{e4} -распада [127]: D5 — разделительный магнит; P1–P4 — пропорциональные проволоочные камеры; D6 — магнит для определения импульса частиц; C1, C2 — черенковские детекторы; A-счетчик — триггерный годоскоп; B- и C-счетчики — мюонные годоскопы.

История становления и современный статус эксперимента таковы:

1993–1995 гг. Развитие линии пучка, размещение и установка детекторов, определение их функций, контроль скорости счета триггеров, определение фоновых условий и др.

1995–1996 гг. Получение данных о процессах $K^+ \rightarrow \pi^+\mu^+\mu^-$, $K^+ \rightarrow \pi^+e^+e^-$ и др.

1997 г. Набор статистического материала по $K^+ \rightarrow \pi^+\mu^+\mu^-$, K_{e3} -, K_{e4} -распадам. Начало анализа данных.

1998 г. Длительный набор данных о K_{e4} -распаде. Общее количество событий (после обрезаний и исключения ложных) должно составить 3×10^5 . В настоящее время на ленты записано около 3×10^5 необработанных

событий. Анализ данных планируется проводить совместно с теоретическими группами Лунда, Фраскати, Вены, Берна, Марселя, Юлиха, Хельсинки, Бонна и Орсе.

4. Изучение свойств $(\pi^+\pi^-)$ -атома

Кроме K_{e4} -распада, изучение свойств которого позволяет модельно-независимым образом получить разность фаз $\delta_0^0 - \delta_1^1$, предложен и разрабатывается методически еще один способ получения данных о $\pi\pi$ -рассеянии. Речь идет об изучении свойств одного из экзотических адронных атомов — $(\pi^+\pi^-)$ -атома.

Поскольку время жизни $\pi^\pm$ -мезонов ($\tau_{\pi^\pm} = 2,6 \times 10^{-8}$ с) велико по сравнению с типичными временами каскадных переходов между атомными уровнями ($\tau_{\text{каскад}} \approx 10^{-14} - 10^{-11}$ с), то, в принципе, возможно образование связанного состояния из π^+ - и π^- -мезонов $(\pi^+\pi^-)_{\text{ат}}$, которое Вигдор предложил называть пионием [128].

Пионий был предсказан в 1986 г. Г.В. Ефимовым и др. [129]. Это водородоподобный атом, связанный кулоновскими силами, с энергией связи 1,86 кэВ и боровским радиусом 387 фм. Схема уровней и основные каналы распада пиония [128] представлены на рис. 10а. Расчеты, проведенные в [129], показывают, что время жизни пиония в основном состоянии определяется сильным каналом распада на два π^0 -мезона и по порядку величины равно $\tau_{1s} \approx 10^{-15}$ с. Сравнительно большое (для сильного процесса) значение τ_{1s} связано с тем, что распад $(\pi^+\pi^-)$ -атома на $2\pi^0$ подавлен малым фазовым объемом,

киральной симметрией и конкуренцией со стороны канала разделения $(\pi^+\pi^-)$ -атома на π^+ - и π^- -мезоны.

Вероятность распада пиония на $2\pi^0$ может быть представлена выражением

$$W(2\pi^0) \approx 1,43(a_0^0 - a_0^2)^2 |\Psi_{ns}(0)|^2, \quad (14)$$

а электромагнитного распада на два γ -кванта [129–131] —

$$W(2\gamma) = \frac{2\pi\alpha^2}{m_{\pi^\pm}^2} |\Psi_{ns}(0)|^2, \quad (15)$$

где α — постоянная тонкой структуры, а $\Psi_{ns}(0)$ — волновая функция в нуле (при нулевом расстоянии между частицами) для S-состояния с квантовым числом n .

Из формул (14) и (15) видно, что, измеряя время жизни пиония в основном состоянии или отношение вероятностей распада $W(2\gamma)/W(2\pi^0)$, можно получить квадрат разности длин рассеяния $(a_0^0 - a_0^2)^2$, причем, как показано в [132–134], поправки на сильное взаимодействие к кулоновским расчетам $\Psi_{ns}(0)$ меньше 1 %.

Подставив в формулы (14) и (15) найденные в рамках киральной теории возмущений [135] значения S-волновых длин рассеяния ($a_0^0 = (0,20 \pm 0,01)m_\pi^{-1}$, $a_0^2 = (-0,042 \pm 0,002)m_\pi^{-1}$), можно получить оценочные значения для времени жизни пиония и отношения вероятностей его распада по каналам 2γ и $2\pi^0$:

$$\tau_{1s} \approx 3,7 \times 10^{-15} \text{ с}; \quad \frac{W(2\gamma)}{W(2\pi^0)} \approx 0,005.$$

И, наоборот, если бы удалось измерить τ_{1s} или $W(2\gamma)/W(2\pi^0)$, то можно было бы найти модельно-независимым методом значение $a_0^0 - a_0^2$. При этом для получения его с точностью 5 % достаточно измерить τ_{1s} или $W(2\gamma)/W(2\pi^0)$ с точностью 10 %.

В настоящее время развиваются два принципиально разных метода измерения этих величин. В обоих методах атомы пиония образуются из π^+ - и π^- -мезонов, рождающихся при бомбардировке внутренней мишени ускорителя пучком протонов. Но в одном методе (методе альтернативных каналов) мишень должна быть достаточно толстой и плотной, а пучок характеризоваться высоким гамма-фактором, чтобы пионий на протяжении своего распадного пути $l = c\tau_{1s}\gamma$ имел заметную вероятность испытать ионизационный развал на $(\pi^+\pi^-)$ -пары, выделив и подсчитав которые, можно оценить время жизни (рис. 10в).

В другом методе (методе меченого пиония) мишень должна быть очень тонкой, а гамма-фактор невысоким, чтобы практически все атомы пиония выходили из нее, не испытав ионизационного развала, а распадались естественным путем на два π^0 -мезона (и два γ -кванта, рис. 10б). В этом случае для оценки τ_{1s} надо каким-то образом выделить ("пометить") из множества продуктов взаимодействия протонов с мишенью атомы пиония и измерить для них отношение $W(2\gamma)/W(2\pi^0)$. Ниже мы рассмотрим оба эти метода более подробно.

4.1. Метод альтернативных каналов

Как уже упоминалось, идея метода альтернативных каналов (или метода толстой мишени) заключается в сравнении вероятности естественного распада пиония с вероятностью его ионизационного развала на пару

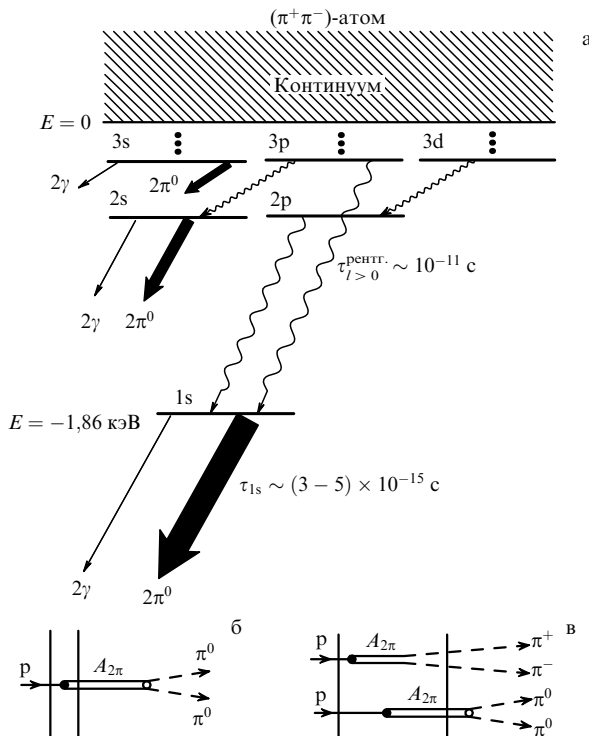


Рис. 10. Свойства пиония [128, 137]: (а) схема уровней и основные моды распада пиония; (б) образование пиония в тонкой мишени с последующей аннигиляцией на два π^0 -мезона за ее пределами; (в) альтернативные каналы поведения пиония в толстой мишени: ионизационный развал на π^+ - и π^- -мезоны в пределах мишени (вверху) и аннигиляции на два π^0 -мезона (внизу).

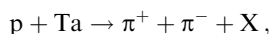
заряженных пионов при движении в среде с высокой плотностью электронов. При этом предполагается, что, с одной стороны, процесс ионизационного развала (в частности, время торможения и пробег атома пиония до его развала) можно надежно рассчитать методами физики атомных столкновений, а с другой — изучить экспериментально, выделив из спектра рождающихся в мишени пионов избыточные пары медленных π^+ - и π^- -мезонов от ионизационного развала пиония.

Расчет позволяет оценить полное число рождающихся в мишени атомов пиония и относительную долю тех, которые испытали ионизационный развал. Поскольку развал является конкурирующим каналом по отношению к естественному распаду, то по числу зарегистрированных избыточных ($\pi^+\pi^-$)-пар и известному из расчета времени торможения до развала можно оценить время жизни пиония. Очевидно, что для успеха этого метода надо, чтобы конкуренция была заметной, т.е. чтобы распадная длина пиония и его средний пробег в мишени до ионизационного развала были сравнимы по величине, для чего и нужны высокий гамма-фактор и достаточно толстая и плотная мишень.

Описанная методика была предложена и опробована в ИФВЭ (г.Серпухов) [136, 137], а затем принята за основу эксперимента DIRAC, проводящегося в CERN [138]. Ниже мы опишем оба этих эксперимента.

Схема установки, использованной в ИФВЭ, приведена на рис. 11а,б. В эксперименте атомы пиония и свободные пионные пары рождались в толстой (8 мкм) танталовой мишени, помещенной во внутренний протонный пучок с энергией 70 ГэВ. Атомы пиония либо аннигилировали на $2\pi^0$, либо разваливались внутри мишени на ($\pi^+\pi^-$)-пары в результате взаимодействия с ее атомами. Как свободные, так и атомные ($\pi^+\pi^-$)-пары попадали в 40-метровый вакуумный канал и детектировались в интервале импульсов 0,8–2,4 ГэВ/с с разрешением 1 МэВ/с. Число атомных ($\pi^+\pi^-$)-пар зависит от времени жизни атома, сечения ионизационного развала и толщины мишени. В предположении, что $\tau_{1s} = 3,7 \times 10^{-15}$ с, аннигиляционная длина пиония в состоянии $1s$ при $\gamma=10$ равна 11 мкм, а средний свободный пробег в танталовой мишени — 6 мкм (т.е. меньше толщины мишени). В данном эксперименте при 10^{11} взаимодействий с танталом возникало в среднем в области аксептанса установки 8 атомов пиония, из которых 40 % разваливались в мишени на атомные ($\pi^+\pi^-$)-пары. Контрольные измерения с тонкой (1,4 мкм) мишенью показали, что в ней разваливается только 10 % атомов.

Отличительными особенностями атомных ($\pi^+\pi^-$)-пар является малый относительный импульс ($Q < 3$ МэВ/с), т.е. $E_1 \approx E_2$, и малый угол раскрытия $Q_{1,2} = 6/\gamma$ мрад. На рисунке 11в,г показаны спектры пионных пар, образующихся в толстой мишени в реакции



в зависимости от величины F :

$$F = \left[\left(\frac{Q_L}{\sigma_{Q_L}} \right)^2 + \left(\frac{Q_x}{\sigma_{Q_x}} \right)^2 + \left(\frac{Q_y}{\sigma_{Q_y}} \right)^2 \right]^{1/2},$$

выражающей относительный импульс Q пионов пары через его продольную Q_L и поперечные Q_x и Q_y проекции

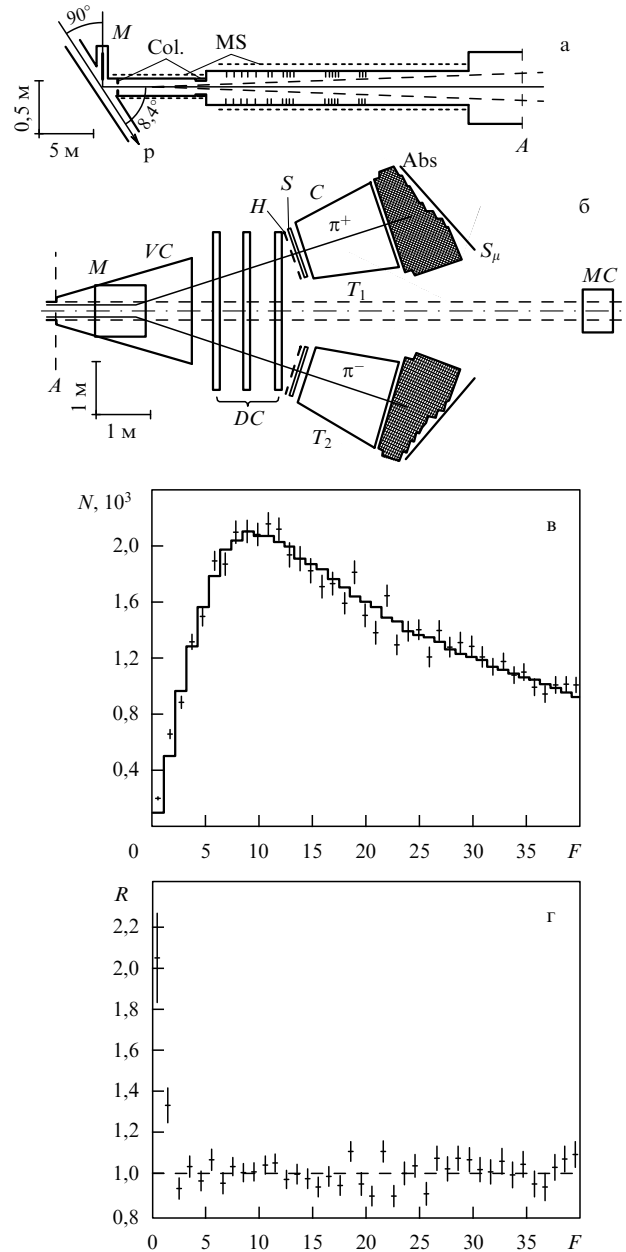


Рис. 11. Эксперимент ИФВЭ в Серпухове по поиску пиония [136, 137]. (а) Схема канала: p — внутренний протонный пучок; M — мишень; $Col.$ — коллиматор; MS — магнитная защита; (б) магнит и детекторы: M — полюсы магнита спектрометра; VC — вакуумная камера; DC — дрейфовые камеры; H — сцинтилляционный годоскоп; S, S_μ — сцинтилляционные счетчики; C — газовые черенковские счетчики; Abs — чугунный поглотитель; MC — мониторные счетчики; (в) экспериментальное распределение ($\pi^+\pi^-$)-пар, образованных в толстой мишени, в зависимости от F (точки с погрешностями) и аппроксимация распределения свободных пар (гистограмма); (г) отношение экспериментального распределения к аппроксимирующему.

и их стандартные отклонения σ_{Q_L} , σ_{Q_x} и σ_{Q_y} . Очевидно, что пионным парам от развала пиония, имеющим малый Q и малый угол раскрытия, соответствуют малые значения F (в работе брались $F < 2$), а свободным парам, образующимся в результате случайных совпадений π^+ - и π^- -мезонов, рождающихся в мишени, — большие (в работе брались $F > 3$).

На рисунке 11в гистограммой показан спектр свободных пар, нормированный при $F > 3$ на эксперимент и экстраполированный в область $F < 2$ (с поправкой на кулоновское взаимодействие). Точками с погрешностями на том же рисунке показан экспериментальный спектр. На рисунке 11г приведено отношение числа пар, измеренных в эксперименте, к числу свободных пар, даваемому гистограммой. Видно, что при малых F имеется заметный избыток $(\pi^+\pi^-)$ -пар, который можно объяснить образованием в толстой мишени атомов пиония с последующим их ионизационным развалом. Контрольный эксперимент с тонкой мишенью избытка $(\pi^+\pi^-)$ -пар при малых F в пределах ошибок не показал. Обработка полученных результатов дала для численных значений избыточных атомных пар

$$n_{\text{thick}} = 272 \pm 49, \quad \bar{\chi}^2 = 1,28;$$

$$n_{\text{thin}} = 35 \pm 41, \quad \bar{\chi}^2 = 0,75$$

для толстой и тонкой мишеней соответственно.

Этот результат предполагается улучшить в эксперименте DIRAC (Dimesonic Relativistic Atom Complex), ставящемся в CERNe [138]. Авторы проекта эксперимента (коллорабация физиков ОИЯИ, участвовавших в предыдущей работе [136], и ряда других институтов) надеются в течение 2–3 лет получить около 20 000 атомных пар от развала пиония с относительным импульсом пионов меньше 3 МэВ/с и углом раскрытия меньше 3 мрад.

Схема эксперимента представлена на рис. 12. В работе будет использован протонный пучок черновского ускорителя PS с импульсом 24 ГэВ/с и несколько различных мишеней, среди которых наиболее оптимальной считается титановая. Предполагается, что разрешающая способность аппаратуры для регистрации пионов будет порядка 1 МэВ/с, что позволит с большой статистикой увидеть избыток атомных пионных пар вблизи нулевого относительного импульса в 2–3 интервалах его изменения.

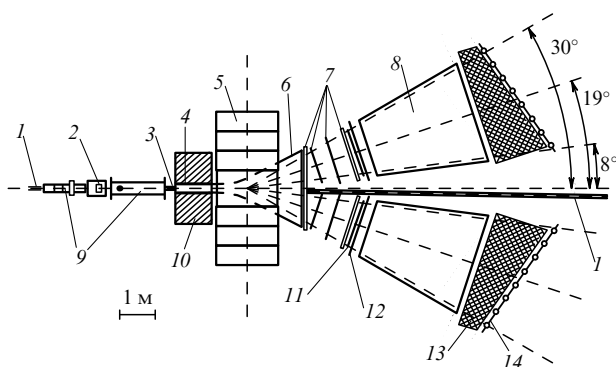


Рис. 12. Схема эксперимента DIRAC [138]: 1 — протонный пучок, 2 — фольговые мишени, 3 — сцинтилляционные волоконные координатные детекторы, 4 — коллиматор, 5 — магнит спектрометра, 6 — вакуумная камера, 7 — дрейфовые камеры, 8 — черенковские счетчики, 9 — вакуумная трубка, 10 — радиационная защита, 11 — вертикальные годоскопы, 12 — горизонтальные годоскопы, 13 — чугунные поглотители, 14 — мюонные сцинтилляционные счетчики.

4.2. Метод меченого пиония

Идея второго метода, описанного в работе Беткера и др. [139], заключается в выделении атомов пиония с по-

мощью мечения их продуктами какой-либо реакции и измерения отношения ветвей распада $2\gamma/2\pi^0$. Очевидно, что для реализации этого метода необходимы условия, противоположные применявшимся в методе толстой мишени. Пробег пиония до развала должен быть много больше распадной длины, что можно обеспечить, выбрав очень тонкую (струйную) мишень с низкой плотностью электронов и невысокий гамма-фактор.

Согласно формулам (14) и (15) отношение ветвей распада пиония на 2γ и $2\pi^0$ пропорционально $(a_0^0 - a_0^2)^{-2}$ и не зависит от значения главного квантового числа n и возможных поправок на сильное взаимодействие к величине $\Psi_{ns}(0)$. Таким образом, измеряя отношение $W(2\gamma)/W(2\pi^0)$, можно рассчитывать на получение модельно-независимым способом значения $a_0^0 - a_0^2$. При этом достаточно измерять только совпадения пары γ -квантов с продуктами реакции мечения, так как из-за малости ожидаемого отношения ($\sim 0,5 \times 10^{-2}$) распад пиония по каналу $2\pi^0$ должен сопровождать образование практически всех ($> 99\%$) продуктов мечения. Однако из-за этой же малости для получения точного результата необходима большая частота образования атомов пиония (> 1000 ат сут $^{-1}$, т.е. примерно 5 пар γ -квантов в сутки). Достигнуть этого трудно, так как нужна высокая светимость ускорителя, которую достаточно сложно обеспечить в условиях использования очень тонкой газовой мишени.

В рассматриваемой работе [139] исследовалась возможность мечения нейтрального атома пиония $(\pi^+\pi^-)_{\text{ат}}$ реакцией



в которой меткой образования пиония должен был бы служить повышенный выход ${}^3\text{He}$ при энергии протонов чуть выше порога этой реакции (430,5 МэВ), причем должна быть исключена возможность детектирования $\pi^\pm$ -мезонов от распада пиониевого континуума (рис. 10а) на заряженные пионные пары. Как будет описано ниже, в полной мере эту задачу решить не удалось, однако в процессе исследования "родственной" реакции



(практически с тем же порогом и с той же меткой ${}^3\text{He}$, но теперь уже для пары свободных заряженных пионов) были получены интересные результаты, позволяющие оценить перспективу развития предложенного метода.

Схема установки приведена на рис. 13. В качестве источника протонов использовалось накопительное кольцо циклотрона Индианского университета [140], в качестве струйной мишени — поток чистого дейтериевого газа толщиной 3×10^{15} ат см $^{-2}$. При бомбардировке этой мишени пучком 2×10^9 накопленных охлажденных электронами протонов с током 1 мА была достигнута светимость 10^{31} см $^{-2}$ с $^{-1}$.

Вниз по пучку от мишени расположен дипольный магнит D1, который отклоняет пучок накопленных протонов на 6° , а образующихся ядер ${}^3\text{He}$ — на $13,2^\circ$. Пучок ядер ${}^3\text{He}$ анализировался в 5,6-метровом магнитном канале (состоящем из двух дипольных D2, D3 и трех квадрупольных Q1–Q3 магнитов) с детекторами на входе (малая дрейфовая камера и тонкий пластиковый сцинтиллятор S1) и на выходе (позиционно-чувствитель-

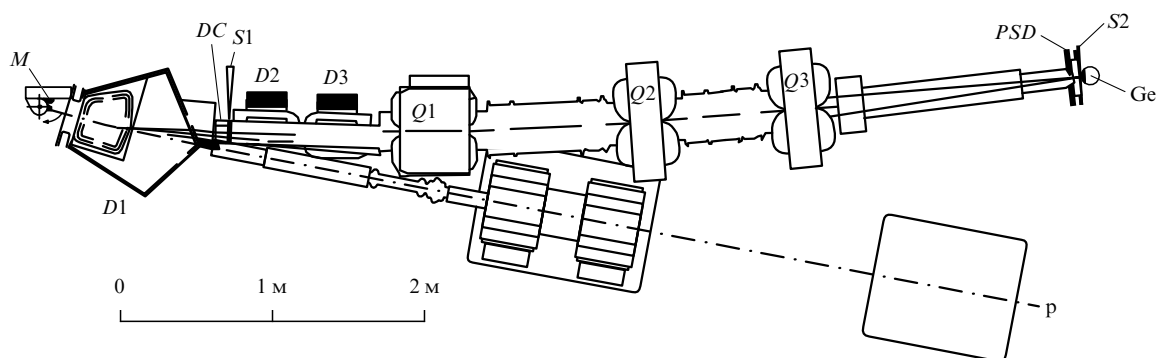
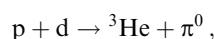


Рис. 13. Схема установки для изучения пиония методом мечения [139]: *M* — мишень; *D1* — магнит, разделяющий пучок протонов и ядра ^3He ; *DC* — дрейфовая камера; *S1*, *S2* — пластиковые сцинтилляторы; *D2*, *D3* и *Q1*–*Q3* — дипольные и квадрупольные магниты для формирования пучка ядер ^3He ; *PSD* — позиционно-чувствительный кремниевый детектор; *Ge* — германиевый детектор; *p* — линия охлажденного пучка протонов.

ный кремниевый детектор *PSD*, второй пластиковый сцинтиллятор *S2* и тормозной германиевый детектор). Триггером служили тройные совпадения *S1*, *S2* и *PSD*. Ядра ^3He выделялись по времени пролета расстояния между счетчиками *S1* и *S2*.

Входная часть установки (в районе 6° дипольного магнита) была окружена пятью пластиковыми счетчиками для регистрации медленных заряженных пионов (с типичным отклонением около 100°) или мюонов от их распада. Полная вероятность регистрации этими счетчиками по крайней мере одного из заряженных пионов пары при энергии 431,5 МэВ равна примерно 75 %. Сигналы от счетчиков использовались либо в схеме антисовпадений с ^3He -меткой при поиске нейтральных атомов пиония, либо в схеме совпадений с той же меткой при исследовании образования свободных $(\pi^+\pi^-)$ -пар.

Система была откалибрована по двухчастичной реакции рождения одного π^0 -мезона:



сечение которой вблизи ($\Delta E = 0,7$ МэВ) порога (199,4 МэВ) известно и равно $\sigma_{\text{tot}} = 0,88$ мкб [141]. Ядра ^3He , образующиеся при этой энергии, идентифицировались по времени пролета между счетчиками *S1* и *S2*, а соответствующий их разлету кинематический конус определялся с помощью дрейфовой камеры. Полученное сечение с 10%-ной точностью совпадает с опубликованными в [141], а фон оказался равным примерно 100 пб.

Результаты работы для полного сечения, умноженного на аксептанс (σ_{eff}), образования ^3He вблизи порогов рождения пар $2\pi^0$ (415,4 МэВ) и $\pi^+\pi^-$ (430,5 МэВ) приведены в табл. 4.

Таблица 4

Энергия пучка, МэВ	$^3\text{He} \pi^\pm$, пб	$^3\text{He} \pi^\pm$ -фон, пб	$^3\text{He} \pi^\pm$, пб
412,0 *	32 ± 12		$135 \pm 5,5$
429,5 *	16 ± 8		419 ± 41
431,5 *	67 ± 11	51 ± 14	367 ± 26
429,5 **	20 ± 9		541 ± 47
433,5 **	124 ± 19	104 ± 21	566 ± 40

* Результаты, полученные с энергетическими воротами для ^3He , соответствующими образованию $\pi^+\pi^-$ при 431,5 МэВ.
 ** То же при 433,5 МэВ.

Из результатов, приведенных в таблице, наиболее впечатляюще выглядят данные второго столбца, полученные в схеме совпадений выхода ^3He с регистрацией π^+ -, π^- -мезонов, т.е. при условиях, необходимых для выделения реакции (17). Сравнивая значения сечений для энергий выше и ниже порога этой реакции (430,5 МэВ), можно видеть, что вблизи порога действительно образуются свободные пары заряженных пионов. Считая данные при $E = 429,5$ МэВ фоном, можно получить σ_{eff} реакции (17) (третий столбец таблицы), а введя поправки на полную эффективность пионного сцинтиллятора (74 ± 10 %) и аксептанс, умноженный на эффективность использования фазового объема (91 ± 5 %), — полное сечение реакции (17) при энергии на $1 \pm 0,2$ МэВ выше порога:

$$\sigma_{\text{tot}} = (76 \pm 21_{\text{stat}} \pm 11_{\text{syst}}) \text{ пб}. \quad (18)$$

Аналогичное сравнение результатов, полученных в схеме антисовпадений выхода ^3He с $(\pi^+\pi^-)$ -парами (четвертый столбец таблицы), показывает, что они практически не изменяются при пересечении порога реакции (16) рождения пиония, что указывает на чрезвычайно малое сечение его образования, не позволяющее увидеть эффект. Сравнение с результатами работы [136], в которой наблюдались $(\pi^+\pi^-)$ -пары от развала пиония (см. раздел 4.1), дает возможность оценить сечение образования пиония в данной работе, не достигающим 1 пб. Цифры, приведенные в четвертом столбце, можно считать фоном.

Авторы полагают, что при таком сечении образования пиония для его экспериментального обнаружения надо снизить фон в 100 раз и поднять светимость ускорителя на три порядка (до $10^{34} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$), что в настоящее время находится за пределами возможностей современных протонных накопительных колец с охлажденным пучком. В ранее обсуждавшейся работе [128] выражается надежда (основанная на результатах работы [142] и частном сообщении Н. Machner), что применение в качестве мишеней более тяжелых ядер, чем дейтрон, приведет к возрастанию вероятности образования пиония.

5. Поляризационные эксперименты

Основной объем информации о $\pi\pi$ -взаимодействии получен из обработки данных о реакциях $\pi N \rightarrow \pi\pi N$

методом экстраполяции в пионный полюс. В принципе, этот метод может дать представление о всех волнах $\pi\pi$ -рассеяния при любых значениях дипионной массы. Однако, как уже отмечалось, он обладает двумя существенными недостатками: неоднозначностью процедуры экстраполяции и трудностью выделения вклада ОРЕ. С первым недостатком борются, повышая точность результатов измерения, со вторым — варьируя величину импульса налетающего пиона и работая в области малых t ; при этом неявно предполагается, что вклад "мешающих" механизмов зануляется при экстраполяции. В настоящее время общепризнано, что эти способы выделения вклада ОРЕ из данных по распределениям в реакциях $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ не обеспечивают модельной независимости результатов. Более перспективным считается использование поляризационных данных.

Идея проста: механизм обмена пионом (спин-четность коего 0^-) оказывает определенное влияние на поляризацию нуклона, рожденного в реакции $\pi N \rightarrow \pi\pi N$; это влияние отлично от того, которое связано с обменом мезонами другой спин-четности. Нетрудно понять, что по той же причине зависимость амплитуды от поляризации нуклона-мишени также оказывается различной при обменах разными значениями спин-четности. Резюмируя, можно сказать, что структура спиральных амплитуд реакции $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ несет информацию о механизме образования дипиона. Используя этот факт, мы имеем дополнительный критерий при отборе событий, обусловленных механизмом ОРЕ. Заметим, что в работах [143–147] (поляризованный протонный пучок) и [147–149] (поляризованная мишень) зависимость сечения рождения мезонов от начальной поляризации нуклона изучалась экспериментально.

Процессы пионорождения в реакциях $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ на поляризованной мишени впервые были изучены в работах Беккера и др. [150], де Лесквена и др. [151–153] и проанализированы в работах Свека, де Лесквена и ван-Россума [154, 155]. Важной особенностью этого анализа является возможность исследования спиновой зависимости рождения пиона непосредственно на уровне амплитуд. Опишем вкратце этот анализ.

В качестве исходных данных в работах [154, 155] были использованы экспериментальные результаты исследования реакций $\pi^+ n \rightarrow \pi^+ \pi^- p$ при 5,98 и 11,95 ГэВ/с на дейтериевой поляризованной мишени [151–153] и $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ при 17,2 ГэВ/с на поляризованном протоне [150].

При $m < 1$ ГэВ дипионная система образуется преимущественно в спиновом состоянии с $J = 0$ (S-волна) и $J = 1$ (P-волна). Наблюдаемыми величинами служат 15 элементов спиновой матрицы плотности, которые описывают угловое распределение дипиона. В работах [153–155] они были выражены в форме двух S-волновых (S и $\bar{S}$) и шести P-волновых ($L, \bar{L}, U, \bar{U}, N$ и $\bar{N}$) амплитуд поперечно-поляризованного нуклона отдачи. Буквы с чертой над ними соответствуют амплитудам процессов, в которых спин нуклона отдачи ориентирован параллельно нормали к плоскости рассеяния ("вверх"), а без черты — антипараллельно ("вниз"). L и $\bar{L}$ обозначают P-амплитуды, соответствующие спину дипиона $J = 1$ и спиральности $\lambda = 0$; $U, \bar{U}$ и $N, \bar{N}$ — комбинации амплитуд с $\lambda = \pm 1$ и противоположной природой t -канального обмена. Амплитуды $S, \bar{S}, L, \bar{L}, U$ и $\bar{U}$ преобладают при

аномальном обмене, амплитуды $N, \bar{N}$ — при нормальном.

Разность модулей амплитуд поперечно поляризованного нуклона является парциально-волновой поляризацией:

$$\tau(A) = |A|^2 - |\bar{A}|^2 = 2\varepsilon \text{Im}(A_0 A_1^*),$$

где A_0 и A_1 — амплитуды нуклонной спиральности (nonflip и flip), $\varepsilon = +1$ для $A = S, L, U$ и $\varepsilon = -1$ для $A = N$. Для реакции $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ амплитуды S_0, L_0, U_0 — nonflip амплитуды a_1 -обмена, S_1, L_1, U_1 — flip амплитуды π -обмена; N_0 и N_1 — a_2 -обмена. В таблице 5 представлены "поперечные" состояния нейтрона мишени и протона отдачи, а также спиральность дипиона, соответствующие амплитудам $S, \bar{S}, L, \bar{L}, U, \bar{U}, N$ и $\bar{N}$ для реакции $\pi^+ n \rightarrow \pi^+ \pi^- p$.

Таблица 5

Амплитуда	n	p	$\lambda(\pi^+\pi^-)$
S, L	$\uparrow$	$\downarrow$	0
$\bar{S}, \bar{L}$	$\downarrow$	$\uparrow$	0
U	$\uparrow$	$\downarrow$	+1 или -1
$\bar{U}$	$\downarrow$	$\uparrow$	+1 или -1
N	$\downarrow$	$\downarrow$	+1 или -1
$\bar{N}$	$\uparrow$	$\uparrow$	+1 или -1

Из таблицы видно, что поперечные амплитуды $\bar{S}, \bar{L}, \bar{U}$ и $\bar{N}$ описывают образование дипионного состояния при антипараллельном спине нуклона отдачи относительно нормали к плоскости рождения, а амплитуды S, L, U и N — при параллельном. В свою очередь, амплитуды $S, \bar{S}, L, \bar{L}, U$ и $\bar{U}$ соответствуют случаям опрокидывания спина нуклона (flip), а N и $\bar{N}$ — случаям, когда спин нуклона не изменяется (nonflip).

Авторы работ [152–155] показали, что с помощью линейных комбинаций из упомянутых выше наблюдаемых можно получить верхние границы квадратов модулей амплитуд P-волны:

$$|L|^2 + \frac{1}{3}|S|^2, \quad |U|^2 + \frac{1}{3}|\bar{S}|^2, \quad |N|^2 + \frac{1}{3}|\bar{S}|^2. \quad (19)$$

Их нижние границы были получены вычитанием из каждого члена (19) значений $\frac{1}{3}|S|^2$ или $\frac{1}{3}|\bar{S}|^2$, вычисленных отдельно для каждого интервала (t, m) .

Результаты работы [154] были выражены в виде графиков зависимости $|L|^2, |\bar{L}|^2, |U|^2, |\bar{U}|^2, |N|^2, |\bar{N}|^2, |S|^2$ и $|\bar{S}|^2$ от $m(\pi^+\pi^-)$ в интервале 450–850 МэВ при одном значении $t = -0,068$ (ГэВ/с)² для реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ ($p_\pi = 17,2$ ГэВ/с) и при пяти значениях t (от $-0,16$ до $-0,55$ (ГэВ/с)²) для реакции $\pi^+ n \rightarrow \pi^+ \pi^- p$ ($p_{\pi^+} = 5,98$ ГэВ/с).

Из структуры графиков (рис. 14а–г) видно, что процесс пионообразования в реакциях $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ весьма сложным образом зависит от характера "поперечности" нуклона отдачи для фиксированных спина J , спиральности λ и типа обмена σ . Для примера рассмотрим рис. 14а, где приведены графики $|L|^2$ и $|\bar{L}|^2$, которые описывают образование $\pi\pi$ -системы с $J = 1, \lambda = 0$ и $\sigma = -1$. Из рисунка видно, что при всех значениях t , кроме $-0,55$ (ГэВ/с)², преобладает "верхняя" амплитуда $|\bar{L}|^2$, которая растет с массой и обнаруживает неожиданную структуру вблизи массы ρ -мезона, указывающую на

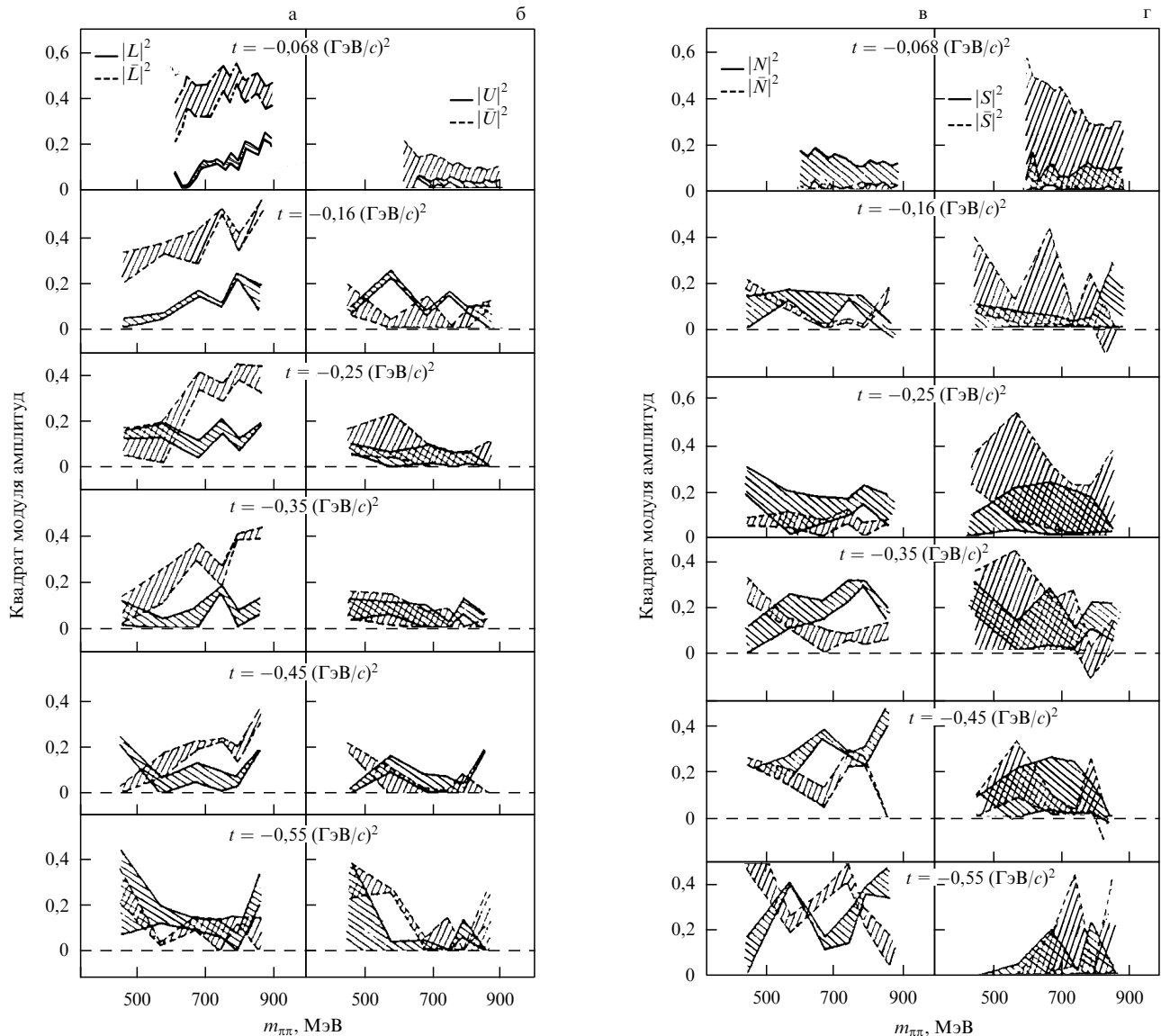


Рис. 14. Зависимость квадратов модулей поперечных нуклонных амплитуд от $m_{\pi\pi}$ при разных t для реакции $\pi^+ n \rightarrow \pi^+ \pi^- p$ (5,98 ГэВ/с) и при $t = -0,068$ (ГэВ/с)² для реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ (17,2 ГэВ/с) [154]: (а) данные для $|L|^2$ и $|\bar{L}|^2$, (б) данные для $|U|^2$ и $|\bar{U}|^2$, (в) данные для $|N|^2$ и $|\bar{N}|^2$, (г) данные для $|S|^2$ и $|\bar{S}|^2$.

сложную зависимость образования π^- -мезона от спина нуклона. Большое различие в величине и поведении $|L|^2$ и $|\bar{L}|^2$ свидетельствует о наличии сильного вклада a_1 -обмена в спиральной нуклонной амплитуде nonflip.

На рисунке 14г для сравнения приведены графики для $|S|^2$ и $|\bar{S}|^2$, описывающие образование $\pi^+ \pi^-$ -системы с $J = 0$. Из рисунка видно, что здесь тоже преобладает "верхняя" амплитуда $|\bar{S}|^2$ и что при изменении $-t$ от 0,15 до 0,45 (ГэВ/с)² $\pi^+ \pi^-$ -состояние образуется с приблизительно равной (или слегка убывающей) вероятностью для всех значений масс. Исключение составляет значение $t = -0,55$ (ГэВ/с)², при котором рождение $\pi^+ \pi^-$ -системы с $J = 0$ подавлено для масс $m < 600$ МэВ. Для случая с $J = 1$, как видно из рис. 14а–в, графики амплитуд $|L|^2$, $|\bar{L}|^2$, $|U|^2$, $|\bar{U}|^2$, $|N|^2$, $|\bar{N}|^2$ обнаруживают обратную картину: амплитуды с $J = 1$ доминируют при $t = -0,55$ (ГэВ/с)².

Таким образом, результаты, полученные для образования дипиона в состояниях с $J = 0$ и $J = 1$, отличаются

друг от друга, что свидетельствует о сильной зависимости этого процесса от поляризации. На это же обстоятельство указывает и сложная структура графиков в районе ρ -резонанса; для ее объяснения надо привлекать предположение о существовании заметного вклада a_1 -обмена. К сожалению, проведенный анализ не позволяет разделить π - и a_1 -обменные амплитуды по нуклонной спиральности.

Вопрос о соотношении между амплитудами аномального обмена (π и a_1) в реакции $\pi N \rightarrow \pi N$ с поперечно поляризованной мишенью рассмотрен в работе [156]. В этой работе показано, что результаты амплитудного анализа данных, полученных с поляризованными мишенями, позволяют выразить амплитуды пионного обмена в форме a_1 -обменных амплитуд. Поскольку последние экспериментально неизвестны, то результат экстраполяции пионообменных амплитуд в нефизическую область (для получения фаз $\pi\pi$ -рассеяния) зависит от модели a_1 -обменной амплитуды. При этом

существовавшее раньше представление о том, что при экстраполяции можно пренебречь a_1 -амплитудой, исключается данными с поляризованных мишеней. В связи с этим в работе [156] утверждается, что сделанные ранее фазовые анализы $\pi\pi$ -рассеяния в области $m_{\pi\pi} < 1000$ МэВ надо считать только приближенными.

Другой интересный результат, полученный в рассматриваемом цикле работ [152–155], заключается в наблюдении особенностей в массовой зависимости S-волновых амплитуд, которые свидетельствуют о возможности существования скалярного состояния $0^{++}(750)$ с $I = 0$ и шириной 100–150 МэВ. Более подробно это заключение обсуждается в работах [157, 158], в которых был проведен модельно-независимый амплитудный анализ в интервале дипионных масс ниже 1000 МэВ. Он дал два сходных решения для модулей S- и P-амплитуд и четырехкратную неопределенность для парциально-волновой интенсивности. Однако все четыре решения обнаруживают резонансную структуру при массах 730 или 750 МэВ. Ширина этой структуры зависит от решения и изменяется в пределах 100–250 МэВ.

Аналогичное заключение о существовании скалярного изоскалярного $\sigma(750)$ -мезона сделано в работе 1997 г. И.Г. Алексеева и др. [159], где получены следующие значения массы и ширины: $M = 744 \pm 5$ МэВ и $\Gamma = 77 \pm 22$ МэВ². Основное содержание работы [159] связано с изучением спиновой зависимости пионорождения в реакции $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ в неисследованной до того времени области промежуточных энергий. Работа выполнена на установке СПИН-Ро [160, 161] с поляризованной протонной мишенью, помещенной в пионный пучок ускорителя ИТЭФ с импульсом 1,78 ГэВ/с (рис. 15). Отметим, что работы ИТЭФ в этой области были начаты еще в 80-е годы и уже в 1990 г. были получены предварительные данные об асимметрии рождения дипионов на поперечно поляризованной мишени, свидетельствующие о спиновой зависимости динамики генерации мезонов [162].

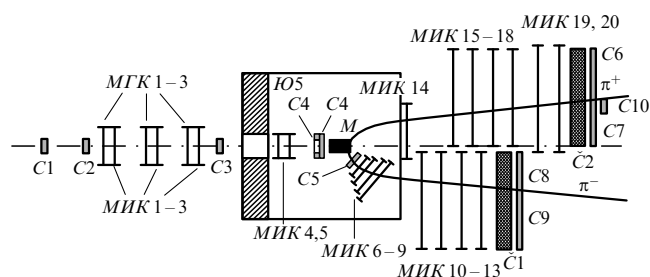


Рис. 15. Схема установки ИТЭФ [159]: C1–C10 — сцинтилляционные счетчики; МГК1-3 и МИК1-20 — магнито-стрикционные гибридные и искровые камеры; Ю5 — широкоапертурный магнит; M — мишень; C1, C2 — черенковские счетчики.

Окончательные результаты, приведенные в работе [159], подтверждают заметную спиновую зависимость на уровне шести стандартных ошибок. Таким образом, спиновая зависимость пионорождения в реакциях

$\pi N \rightarrow \pi\pi N$ обнаружена как при высоких (5,98; 11,85 и 17,2 ГэВ/с), так и при промежуточных (1,78 ГэВ/с) энергиях налетающего пиона. Знак асимметрии рождения дипионов в обоих случаях совпадает, но ее величина в случае промежуточных энергий в 3–4 раза меньше. Опираясь на амплитудный и феноменологический анализ результатов своего эксперимента, авторы [159] пришли к выводу, что единственным физически приемлемым решением старой up-down проблемы пион-пионного фазового анализа является up-решение.

Проблема up-down рассмотрена также в работе Камински и др. [163], где выполнен новый анализ S-волновых амплитуд $\pi\pi$ -рассеяния на статистике $1,2 \times 10^6$ событий реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ при 17,2 ГэВ/с, набранной с помощью поперечно поляризованной мишени. Данные были получены коллаборацией ЦЕРН–Краков–Мюнхен в энергетическом диапазоне 600–1600 МэВ с интервалом 20 МэВ. Используя значительно более слабые предположения, нежели те, что делались в прежних анализах, авторы [163] провели энергетически независимое разделение S-волновой псевдоскалярной амплитуды (π -обмен) и псевдовекторной амплитуды (a_1 -обмен). Они показали, что пренебрегать a_1 -амплитудой нельзя (особенно вблизи 1000 и 1500 МэВ) и сделали вывод о необходимости пересмотра результатов прежних анализов [164–167], поскольку при их получении были сделаны слишком сильные предположения, в частности не учитывался a_1 -обмен. Разделение π - и a_1 -обменов позволило авторам работы [163] выделить S-волновую амплитуду с $I = 0$ при некоторых (слабых) модельных предположениях. Этот анализ дал (уже на уровне результатов, выраженных в модулях) два решения между 600 и 980 МэВ (up-down-неопределенность). В дальнейшем в связи с недостатком информации об относительных фазах было предположено, что фазовое поведение S-волны определяется ее интерференцией с ведущими резонансами P-, D- и F-волн ($\rho(770)$, $f_2(1270)$ и $\rho_3(1690)$), распадающимися на пару пионов. Возникающие вследствие этого относительные фазы (положительные и отрицательные) приводят к дополнительной двукратной неопределенности, в результате чего образуется четыре возможных решения для фазы δ_0^0 в зависимости от массы дипиона. Авторы обсуждаемой работы назвали их "up-steep", "down-steep", "up-flat" и "down-flat". Эти решения представлены соответственно на рис. 16а, б, г, д. У обоих "крутых" решений наблюдается характерное быстрое возрастание фазового сдвига вблизи $m_{\pi\pi} = 760$ МэВ. Однако специальный анализ поведения коэффициента неупругости η показал, что в down-steep-решении нарушается унитарность при $m_{\pi\pi} < 1000$ МэВ (рис. 16в), вследствие чего оно может быть отброшено. Другое "крутое" решение (up-steep) оказывается приемлемым, хотя и в этом случае наблюдаются особенности в поведении коэффициента неупругости (рис. 16е). В этом смысле оба "плоских" решения ведут себя нормально: коэффициент неупругости в них колеблется в районе единицы.

Что касается возможности существования скалярно-изоскалярного резонанса σ , то в районе небольших масс оба "плоских" решения согласуются со значением $\sigma(500)$, а верхнее крутое решение (up-steep) — с узким $\sigma(750)$. При энергиях ниже 1420 МэВ фазовые сдвиги down-flat-решения в пределах ошибок совпадают с решением, полученным без привлечения поляризационных данных.

² Проблема легких скалярных мезонов рассмотрена в следующем разделе.

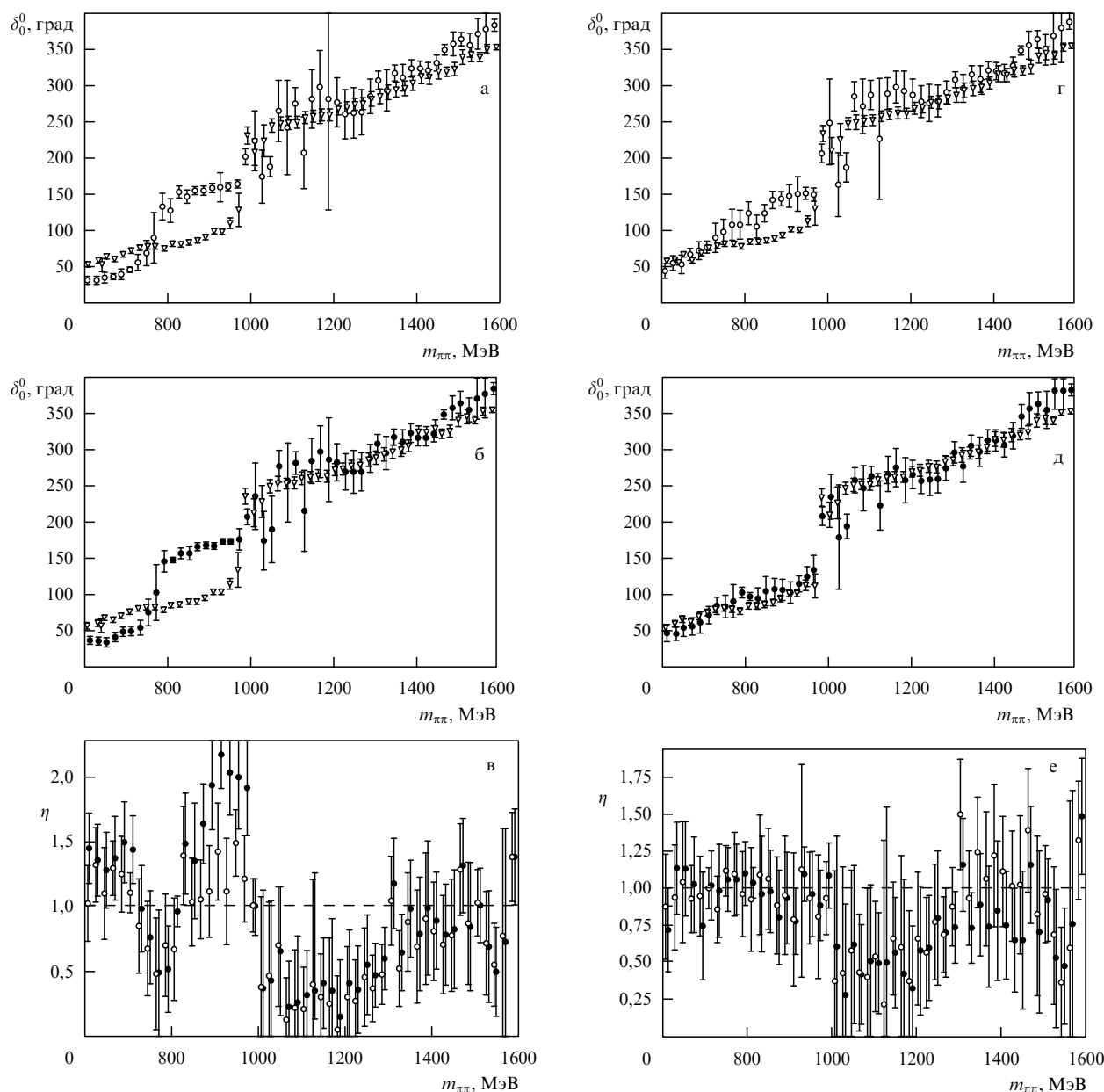


Рис. 16. Результаты работы [163] для различных возможных решений поведения фазы $\delta_0^0(m_{\pi\pi})$.

Однако при более высоких энергиях появляется отличие, которое может быть истолковано как влияние резонанса $f_0(1500)$; этот резонанс, обнаруженный в [168], обсуждался в работах [168–170] в связи с возможностью наблюдения глюбола.

В заключение этого раздела хотелось бы высказать надежду, что в будущем станет возможным получение данных с фиксированными поляризациями обоих (начального и конечного) нуклонов: это позволило бы провести разделение амплитуд без привлечения модельных предположений.

6. Проблема легких скаляров

В этом разделе мы расскажем о полуфеноменологических результатах, касающихся новой интерпретации старых данных о $\pi\pi$ -рассеянии в области низких энергий. Эти результаты получены практически одновре-

менно двумя группами — американской и японской — в самое последнее время (первые публикации появились в 1995 г.). Интересно, что в это же время наметился быстрый рост активности теоретических исследований, посвященных соответствующим кварковым моделям; этот рост в значительной мере стимулирован работами [171, 172].

Общий результат всех упомянутых исследований сводится к утверждению о существовании широкого скаляр-изоскалярного резонанса (σ -мезона) в области 500–800 МэВ. Само по себе это утверждение не ново; интересно то, что основано оно на анализе тех же данных, которые раньше объяснялись без ссылок на σ -мезон. На сей раз, однако, свидетельства в пользу его существования получены из разных (независимых) источников; они оказались настолько вескими, что с 1996 г. широкий скалярный резонанс вновь включен в сводные таблицы PDG [173].

Общей чертой, объединяющей подходы американской и японской групп, является отход от концепции *узкого* резонанса и явный учет того факта, что сильный (комплексный) фон может радикально изменить результирующую форму резонансной кривой. Яркое проявление такой интерференции — превращение пика в провал хорошо известно из квантовой механики (эффект Рамзауэра–Таунсенда; см., например, [174]); в работе [171] соответствующий анализ выполнен на языке теории поля.

Идеи, лежащие в основе подхода американской группы [175–177], вытекают из концепции эффективной теории (см. раздел 7), связанной со спонтанно нарушенной киральной симметрией $SU(2) \times SU(2)$ (в работе по πK -рассеянию рассматривается группа $SU(3) \times SU(3)$). При построении древесной амплитуды (т.е. лагранжиана) упругого $\pi\pi$ -рассеяния в области энергий $m_{\pi\pi} \leq 1,2$ ГэВ учитываются вклады, соответствующие контактному графу и возможным резонансным обменам. Так построенная амплитуда вещественна; она соответствует главному порядку, для учета же унитарных поправок нужно сосчитать вклад петель. Желая избежать этой неприятной процедуры, авторы анализируют изменения, которые следует ожидать при учете поправок, и предлагают следующее:

1. Сравнить теорию с экспериментальными данными о *вещественной* части амплитуды, поскольку статус теоретической формулы в этой области наиболее надежен (главный вклад учтен).

2. Важнейшие изменения, обусловленные поправками, учесть феноменологически, введя соответствующие параметры, гарантирующие соблюдение требований унитарности в окрестности резонанса. Это достигается с помощью следующей параметризации парциальных амплитуд:

$$a_l(s) = \exp(i\delta_b) \sin \delta_b + \frac{\exp(2i\delta_b)MG}{M^2 - s - iM\tilde{G}}, \quad (20)$$

где $s = m_{\pi\pi}^2/m_\pi^2$, δ_b — медленно меняющаяся фоновая фаза, а параметры G и $\tilde{G}$ являются независимыми характеристиками резонанса (G выражается через константу связи в лагранжиане). Выражение (20) обобщает хорошо известную формулу теории рассеяния (см., например, [174]), совпадая с ней в случае *узкого* резонанса, т.е. при

$$G = \tilde{G} \equiv \Gamma \leq M. \quad (21)$$

3. При сравнении теории с экспериментом параметры G и $\tilde{G}$ фитировать как независимые, а величину фоновой фазы $\delta_b(s)$ *вычислять* с помощью построенного эффективного лагранжиана; это обеспечит самосогласованность процедуры.

Выполняя фитирование данных, авторы работ [175, 176] обнаружили следующее:

1. При учете *только* контактного графа реальная часть R_0^0 изоскалярной S -волновой парциальной амплитуды a_0^0 нарушает унитарное ограничение

$$|R_l^I| \leq \frac{\eta_l^I}{2} \quad (22)$$

(здесь $\eta_l^I \leq 1$ — параметр упругости), начиная с энергии $\sqrt{s} \sim 450$ МэВ.

2. Добавление вклада ρ -мезона (в t - и u -канальных графах) значительно "смягчает" ситуацию, но в целом проблемы не снимает; то же верно в отношении вклада скалярного мезона $f_0(980)$.

3. Проблема с унитарным ограничением (22) *полностью* снимается вплоть до энергии $\sqrt{s} = 1,2$ ГэВ, если дополнительно включить вклад скалярного мезона с массой порядка 550 МэВ и "шириной" $\tilde{G} \approx 370$ МэВ, при этом лучшая подгонка данных о R_0^0 по трем параметрам ($G, \tilde{G}, M$) дает значение $G/\tilde{G} = 0,29$.

4. Резкий скачок (со сменой знака!) величины R_0^0 в области $\sqrt{s} \sim 1$ ГэВ полностью объясняется вкладом f_0 -мезона, записанным в виде (20). В этой области фаза фона, обусловленного совокупным влиянием всех остальных графов, оказывается близкой к $\pi/2$, и вклад его в вещественную часть очень мал. Вклад же *узкого* резонанса $f_0(980)$ при $\sqrt{s} < 980$ МэВ отрицателен, а при $\sqrt{s} > 980$ МэВ положителен, что и приводит к резкому скачку R_0^0 . На графиках, приведенных в [176], этот эффект виден столь отчетливо, что возможность простого описания его кажется почти нереальной.

5. Набор указанных ингредиентов вполне достаточен для описания экспериментальных данных о вещественной части амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния при энергиях до 1,2 ГэВ; более того, с его помощью удастся также вполне удовлетворительно описать поведение *мнимой* части. Это достигается путем решения условия унитарности, что возможно, поскольку достаточное условие разрешимости (22) выполнено.

6. Учет вкладов резонансов с массами более 1,2 ГэВ практически не оказывает влияния на описанную выше картину.

В работе [177] авторы проводят ту же программу в отношении процесса упругого πK -рассеяния и приходят к выводу о существовании скалярного κ -мезона с параметрами $M_\kappa \approx 900$ МэВ и $\tilde{G}_\kappa \approx 320$ МэВ. Результаты, полученные в [175–177], стабильны относительно изменения условий фита (учет порога рождения $K\bar{K}$, фиксация тех или иных параметров и т.п.). Это свойство в сочетании с чисто эстетической привлекательностью и физической естественностью исходных посылок позволяет думать, что авторам удалось получить очень убедительные феноменологические аргументы в пользу необходимости учета легких скаляров (σ - и κ -мезонов) в структуре эффективного лагранжиана.

Подход, предложенный в работах японской группы [178–183] (авторы называли его методом интерферирующих амплитуд), по идейному содержанию очень близок подходу, описанному выше; главное отличие в том, что он сформулирован в более общей форме, не связанной с конкретной динамикой процесса. Предложен метод параметризации парциальных амплитуд, автоматически удовлетворяющий требованиям унитарности в случае наличия *нескольких* резонансов с одинаковыми квантовыми числами (простая сумма брейт-вигнеровских членов этим свойством не обладает) и, в отличие от метода K -матрицы, допускающий естественную физическую интерпретацию непосредственно в терминах S -матрицы. Замечая, что результирующая фаза парциальной волны при данной энергии есть просто сумма фазовых сдвигов, вносимых резонансами и нерезонансным фоном, авторы записывают S -матрицу в виде произведения $n+1$ комплексных сомножителей с единичными модулями. Один сомножитель соответствует фону, а

каждый из остальных — резонансу (n — число возможных резонансов в рассматриваемом интервале энергий). При энергии, близкой к массе одного из узких резонансов, парциальная волна принимает вид (20) (где учтено условие (21)); именно этим обстоятельством (а также предположением о наличии сильного отталкивающего потенциала — кора) и объясняется совпадение результатов, полученных двумя группами. Отметим кстати, что анализ данных о πK -рассеянии, выполненный в [180], привел авторов к выводу о существовании изодублета скалярных χ -мезонов с массой 900 МэВ; этот вывод подтвержден в [177].

Подробное изложение метода интерферирующих амплитуд потребовало бы слишком много места; для ознакомления с деталями лучше обратиться к оригинальным работам [178, 181]. Мы же ограничимся несколькими замечаниями относительно общей структуры формул, полученных в этих работах. Прежде всего, как показано в [178], метод легко обобщается на многоканальный случай (что существенно для анализа $\pi\pi$ -рассеяния при энергиях вблизи порога рождения $K\bar{K}$). Далее, показано, что в случае одного резонанса параметризация, построенная методом интерферирующих амплитуд, совпадает с получаемой в модифицированном K -матричном подходе, использованном в работах [184, 185] (и основанном на известном представлении Далица–Туана [186]). Наконец, тщательный анализ соответствия между тремя базами представления S -матрицы ("голые" состояния, состояния K -матрицы и наблюдаемые в эксперименте "физические" состояния), выполненный в [182], показал, что в тех случаях, когда фаза упругого процесса мала и, следовательно, применима теорема Ватсона [187] о взаимодействии в конечном состоянии, метод интерферирующих амплитуд (с соответствующим ограничением на свободные параметры) дает возможность построения параметризации амплитуд процессов рождения, совместной с требованиями этой теоремы. В случаях же, когда упругая фаза велика и теорема Ватсона неприменима, все параметры должны рассматриваться как независимые и определяться по результатам фитирования.

Результаты работ обеих групп приобретают особую значимость, если принять во внимание то обстоятельство, что свидетельства в пользу существования легкого скаляра получены также из независимых источников (см. [171, 172, 184, 185, 188–192]); число же теоретических моделей, в которых σ - и χ -мезоны возникают естественным образом, едва ли поддается учету. Из общих схем, базирующихся на концепциях спонтанно нарушенной киральной симметрии и эффективной теории поля (см. ниже), достаточно назвать классические работы Вейнберга [193, 194] и Огиевского [195, 196] по алгебраической реализации киральных симметрий, а также серию недавних статей [197–201] по эффективным теориям.

Значения массы и ширины σ -мезона, полученные японской группой, таковы:

$$M_\sigma = 553 \pm 0,5 \text{ МэВ}, \quad \Gamma_\sigma = 242,6 \pm 1,2 \text{ МэВ}.$$

Указанные авторами значения статистической погрешности не следует воспринимать слишком серьезно. В работе американской группы справедливо отмечено, что основная погрешность в данном случае — систематическая и оценить ее величину (хотя бы приблизи-

тельно) невозможно, ибо она зависит от способа параметризации амплитуды. Эта зависимость обусловлена самой постановкой задачи: не зная структуры функции, описывающей данные, невозможно корректно поставить задачу экспериментального определения ее параметров (в разделе 8 мы рассмотрим эту проблему подробнее). В этой связи результаты проведенного в [182] анализа постулата универсальности проявления резонанса в различных реакциях представляются не только интересными, но и чрезвычайно актуальными.

Число работ (см., например, недавние публикации [202–206]), содержащих новые и новые аргументы в поддержку легких скаляров (особенно популярен σ -мезон), быстро растет; легкое широкое скаляр-изоскалярное состояние вновь отмечается в сводных таблицах [173]. Можно ли понимать это как признание факта существования широких легких скаляров? Иными словами, означает ли это, что неверны результаты тех авторов, которые не обнаруживают σ -мезон при анализе *тех же* (а часто и значительно более обширных — см., например, ссылки в обзоре [52]) массивов данных, в которых он "найден" теперь?

Ответ на этот вопрос невозможно дать до тех пор, пока мы не уточним смысл термина "широкий резонанс". Действительно, анализируя аргументы *pro* и *contra*, приводимые в работах разных авторов, можно заметить следующее.

А. Легкое ($m_\sigma \leq 750$ МэВ) широкое скалярное состояние естественным образом возникает во многих моделях, связанных с динамическими симметриями. В этих случаях используется язык квантовой теории поля и прилагательное "широкое" означает, что велика константа связи при вершине, описывающей процесс распада в низшем приближении. Термин "резонанс" в данном случае неуместен, ибо квантовая теория поля строится с помощью *асимптотических состояний*, стабильных в отсутствии взаимодействия. Именно поэтому выше мы использовали термин "состояние". Тем не менее поведение амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния при энергиях, близких к массе этого состояния, имеет резонансный характер из-за присутствия S -канального графа, содержащего пропагатор σ -мезона. Процедура перенормировки не сдвигает величину *физической* массы (т.е. реальной части положения полюса), но приводит к возникновению мнимой части, величина которой в низшем приближении пропорциональна соответствующей константе связи. Именно это слагаемое и имеет вид брейт-вигнеровского пика (если мнимая часть положения полюса мала по сравнению с вещественной, т.е. мала константа связи). Кроме него, в амплитуде присутствуют и другие слагаемые, не имеющие резонансного вида (в частности, кросс-канальный обмен тем же σ -мезоном) — они соответствуют фону. Сказанное означает, что на языке теории поля фоновый и резонансный вклады не являются независимыми: "выключая" резонанс, мы изменяем также и фон. Более того, наличие резонанса в данной парциальной волне однозначно сказывается на фоновых вкладах в другие волны: это проявление свойства кросс-симметрии, органически присущего формулам теории поля *в каждом порядке петлевого разложения*. Важное следствие: чем шире (и, следовательно, менее заметен) резонанс в данной волне, тем больше его вклад в другие волны, так как и ширина, и нерезонансный вклад пропорциональны квадрату константы связи. Тем не менее

разделение вкладов на фоновый и резонансный никак не связано с шириной (и формой) пика: оно определяется лишь структурой спектра асимптотических состояний. Один из недостатков полевого подхода состоит в том, что условие унитарности в любом конечном порядке петлевого разложения соблюдается лишь приближенно; точность, однако, возрастает (по крайней мере, формально) с увеличением порядка. Другой, не менее значительный, недостаток — модельная зависимость результатов связан с необходимостью фиксировать не только предполагаемую структуру спектра, но и явный вид гамильтониана взаимодействия. Эти черты (в сочетании со сложностью петлевых вычислений) и обусловили непопулярность полевого метода анализа данных, использованного, например, в цитированных выше работах американской группы.

В. При проведении парциально-волнового анализа больших массивов данных используются формулы совершенно иного типа (называемого ниже S -матричным), нежели те, что следуют из теории поля в данном порядке петлевого разложения. В этом случае во главу угла ставится строгое соблюдение требований унитарности в каждой из рассматриваемых парциальных волн; это требование, однако, не предъявляется ни к форме параметризации *полной* амплитуды конкретной (как правило, неупругой) реакции, изучаемой в данном эксперименте, ни к *полной* амплитуде анализируемого блока $2 \rightarrow 2$. Условие же кросс-симметрии в S -матричном подходе, как правило, не удается учесть даже приближенно; то же верно в отношении учета ограничений, связанных с динамическими симметриями. Парциально-волновой анализ больших массивов данных — сложная вычислительная задача с большим числом подгоночных параметров. Поэтому в подавляющем большинстве случаев при фитировании используют простейшие варианты параметризации фоновых вкладов: как правило, ограничиваются линейными аппроксимациями. Исследование зависимости результатов от типа выбранной параметризации не проводится, так как это сопряжено с очень большими затратами машинного времени для вычисления различных систем корреляторов. Нетрудно понять, что в случае *узкого* резонанса приближение линейного фона вполне оправдано; это отнюдь не очевидно, если резонанс *широкий* и, следовательно, может быть имитирован фоном. В силу указанных причин идентификация широких резонансов в S -матричном подходе — очень сложная задача, требующая огромных вычислительных ресурсов.

Эти замечания позволяют разрешить отмеченное выше противоречие между сторонниками (С) и противниками (П) σ -мезона. Прежде всего следует четко сформулировать утверждения сторон.

С: Имеющиеся данные о низкоэнергетическом пион-пионном взаимодействии хорошо согласуются с гипотезой о существовании широкого скалярного σ -мезона с массой $m_\sigma \leq 750$ МэВ, понимаемого как отдельная степень свободы в квантово-полевым описании. Утверждение проверено на ограниченной выборке данных.

П: Скалярный мезон с массой $m_\sigma < 1$ ГэВ, понимаемой как величина реальной части положения полюса парциальной амплитуды, не виден при S -матричном анализе большой совокупности экспериментальных данных о различных неупругих реакциях, несущих информацию о $\pi\pi$ -рассеянии.

Вспоминая сделанные выше замечания, нетрудно понять, что области применимости двух утверждений не пересекаются и, следовательно, никакого противоречия нет; зато очевидна необходимость в дальнейшей работе, связанной с сопоставлением полевого и S -матричного языков анализа данных.

7. Киральная теория возмущений

7.1. Эффективные теории поля

Современное понимание проблем низкоэнергетического пион-пионного взаимодействия в значительной степени (если не полностью) основано на концепции эффективной теории поля. Идея эффективной теории впервые четко сформулирована в работе Вейнберга [207] в 1979 г.; там же указана схема построения эффективной теории, учитывающей специфические черты квантовой хромодинамики и позволяющей развить самосогласованный подход к описанию низкоэнергетических взаимодействий пионов. Идея столь элегантна и одновременно проста, что для ее понимания (по крайней мере, на качественном уровне) не требуется знания утонченных методов современной квантовой теории. В изложении мы будем следовать уже цитированной выше статье [207] и книге Вейнберга [56].

Основным элементом конструкции квантовой теории поля является лагранжиан, несущий всю информацию о динамике системы и, в частности, о ее симметрии. Построив по данному лагранжиану соответствующий гамильтониан (эта операция не всегда тривиальна), мы получаем S -матрицу:

$$S = T \exp \left(-i \int H_{\text{int}}(x) dx \right), \quad (23)$$

где $H_{\text{int}}(x)$ — гамильтониан взаимодействия (в картине взаимодействия). Теория *автоматически* удовлетворяет принципам квантовой механики, унитарности, кроссинга, микропричинности и требованиям симметрии, если лагранжиан есть эрмитова локальная функция причинных полевых операторов (и их производных), инвариантная относительно преобразований соответствующей группы (см., например, [56]).

Вейнберг [207] сформулировал следующую "теорему": *самая общая теория, удовлетворяющая указанным принципам, может быть построена с помощью конструкции (23), если в качестве лагранжиана взять наиболее общую форму полевых операторов, ограниченную лишь требованиями эрмитовости, локальности и симметрии*. Доказательство неизвестно (поэтому слово "теорема" заключено в кавычки), однако утверждение выглядит чрезвычайно правдоподобно, и до сих пор нет ни одного контрпримера.

Приведенное утверждение выглядит несколько проще, будучи сформулировано в виде рецепта для вычислений по теории возмущений:

— построй *самый общий* лагранжиан взаимодействия, учитывающий все необходимые степени свободы (поля) и совместный с требованиями рассматриваемой симметрии;

— при вычислении матричных элементов для какого-либо процесса учти *все* члены, дающие вклад в данном порядке (по числу петель!).

"Теорема" Вейнберга утверждает, что результатом будет матричный элемент самого общего вида, согласованный с требованиями квантовой механики, кроссинга, унитарности, микропричинности и рассматриваемой симметрии. В статье [207] упоминается также аналитичность (и не упомянут кроссинг), однако позднее (см. [56]) это утверждение не приводится. Можно показать (см. [197] и [208]), что требование аналитичности нужно накладывать независимо как условие самосогласованности схемы.

Проиллюстрируем сказанное примером, взятым из книги [56]. Рассмотрим теорию вещественного скалярного поля (единственная степень свободы) $\phi(x)$, симметричную относительно сдвигов $\phi(x) \rightarrow \phi(x) + \varepsilon$ и отражений $\phi(x) \rightarrow -\phi(x)$. Поскольку симметрия в этом случае запрещает появление членов без производных, то самый общий лагранжиан принимает вид

$$L = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + g_1 (\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi)^2 + \dots, \quad (24)$$

где многоточием обозначены члены с большим числом полей и (или) производных. Для того, чтобы сосчитать матричный элемент упругого процесса $2 \rightarrow 2$ в низшем порядке петлевого разложения (т.е. в древесном приближении), нужно отобрать в (24) *все* члены четвертого порядка по полям и их производным. Результат имеет вид

$$M(s, t, u) = a(s^2 + t^2 + u^2) + \dots, \quad (25)$$

где a — константа, многоточием указаны члены высших степеней по кинематическим переменным s, t, u .

На первый взгляд кажется, что мы узнали не слишком много нового: выражение (25) могло быть написано на основании одних лишь требований кроссинга с точностью до неизвестного постоянного слагаемого (линейный член отсутствует также из-за кросс-симметрии и условия $s + t + u = 0$). Это впечатление, однако, ошибочно: *теория, основанная на лагранжиане (24), оказывается перенормируемой в каждом порядке петлевого разложения*. Это утверждение выглядит парадоксом, поскольку ни один из членов лагранжиана не относится к типу перенормируемых. Тем не менее оно верно, и причина почти очевидна. Как хорошо известно, структура расходимостей теории подчинена тем же симметричным ограничениям, что и лагранжиан (разумеется, если не вводить искусственного нарушения при регуляризации). По условию, наш лагранжиан содержит *все* члены, совместные с требованиями симметрии. Это означает, что расходимость любого типа может быть поглощена соответствующими коэффициентами.

Обнаружив у теории приятное свойство перенормируемости, естественно спросить: чем мы пожертвовали ради его получения? Ответ очевиден: перенормируемость ни на йоту не приблизила нас к решению задачи, поскольку для получения осмысленного результата после перенормировки (в данном порядке петлевого разложения!) мы должны задать физические значения бесконечного набора констант связи, что нереально. Если так, то есть ли какой-то смысл в нашем построении? На этот вопрос Вейнберг дает положительный ответ, замечая, что в тех случаях, когда рассматривается спонтанно нарушенная симметрия (и, значит, в спектре теории присутствует голдстоуновский бозон), описанная

выше конструкция позволяет построить теорию возмущений по степеням импульса (или, что эквивалентно, по степеням s, t, u); в этом случае в каждом конечном порядке появляется *конечное* число констант, подлежащих фиксации с помощью экспериментальных данных.

Рассмотренный выше пример теории с лагранжианом (24) дает возможность проиллюстрировать это утверждение. Так, в низшем нетривиальном порядке амплитуда процесса $2 \rightarrow 2$ полностью определяется вершиной четвертого порядка (по производным и, следовательно, по импульсам) $g_1 (\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi)^2$. Первая поправка к этому результату возникает также от древесного графа, соответствующего вершине с двумя дополнительными производными вида $g_2 (\partial_\mu \partial_\nu \phi \partial^\mu \partial^\nu \phi) (\partial_\alpha \phi \partial^\alpha \phi)$; она имеет шестую степень по импульсу. Следующая поправка (восьмая степень) происходит от однопетлевых графов с двумя вершинами четвертого порядка (вклад $\sim g_1^2$) и от древесных графов с вершинами, имеющими восемь производных. При использовании размерной регуляризации все расходимости устраняются перенормировкой констант связи при вершинах восьмого порядка (в иных схемах для устранения расходимостей второй и четвертой степеней нужно, кроме того, выполнить также перенормировку констант при вершинах с четырьмя и с шестью производными). Кроме полинома, однопетлевые графы дают также неаналитические вклады ($\sim g_1^2$) вида

$$s^4 \ln s + t^4 \ln t + u^4 \ln u, \\ (st)^2 \ln u + (tu)^2 \ln s + (us)^2 \ln t, \dots$$

Нетрудно понять, что эти поправки к древесным вкладам обеспечивают выполнение требований унитарности в рассматриваемом порядке по импульсу.

Внимательный читатель мог заметить, что приведенное выше простое правило подсчета порядка петлевого вклада ($8 = 4 + 4$) отнюдь не самоочевидно. Не вызывает сомнений тот факт, что вершина с четырьмя производными ($\sim g_1$) имеет четвертый порядок по импульсу. Проблема заключается в том, что при образовании петли две линии из четырех становятся внутренними; в этом случае соответствующий импульс не мал и наше правило подсчета порядка может оказаться неверным. К счастью, этого не происходит. В статье [207] получена формула, позволяющая сосчитать порядок v (по импульсу) произвольного связного графа:

$$v = 2(N_L + 1) + \sum_d N_d(d - 2). \quad (26)$$

Здесь N_L — число петель в графе, а N_d — число вершин, имеющих порядок (т.е. число производных) d . Из соотношения (26) видно, что при $d \geq 2$ (в нашем случае $d = 4$) главные вклады происходят от графов с минимальным числом петель.

Итак, мы видим, что в тех случаях, когда симметрия запрещает взаимодействия с малым числом производных, оказывается возможным построить теорию возмущений по импульсу. Конечно, при этом мы не получим никаких динамических следствий, кроме тех, что содержатся в исходных постулатах: лоренц-инвариантность, причинность, унитарность, симметрия и кроссинг. Но в том-то и дело, что в области малых импульсов соответствующие ограничения оказываются чрезвычайно силь-

ными! Причина, разумеется, в том, что рассматриваемая симметрия накладывает очень жесткие ограничения на динамику взаимодействия. Свобода в выборе констант, возникающих в выражениях для амплитуды, отражает неполноту наших знаний о динамике: нам известны лишь свойства симметрии. Существенно, что поле ϕ как таковое может и не фигурировать в списке фундаментальных полей; оно может соответствовать связанному состоянию. В этом смысле и следует понимать термин "эффективная теория". В рамках любой *фундаментальной* теории с той же симметрией величины всех наших констант были бы жестко фиксированы значениями ее параметров.

В связи с рассмотренным примером необходимо подчеркнуть один сугубо технический пункт, чрезвычайно важный с точки зрения корректности вычисления петлевых графов. Дело в том, что лагранжианы типа (24) содержат слишком много производных. Хорошо известно (см., например, гл. 7 в [56]), что в этом случае переход от картины Гейзенберга к картине взаимодействия нетривиален: нековариантные члены, возникающие одновременно в гамильтониане взаимодействия и в пропагаторах, не сокращаются, а в совокупности приводят к возникновению дополнительных (сингулярных) лоренц-инвариантных слагаемых в функционале действия. Пренебрежение этими слагаемыми может привести к расхождениям, нарушающим исходную симметрию [209].

В концепции эффективной теории есть и еще одна деталь, которую стоит отметить. Дело в том, что лагранжиан такой теории, наряду с высшими степенями производных первого порядка, с необходимостью содержит также и производные высших порядков. Это свойство приводит к серьезным трудностям при построении соответствующего гамильтониана, который, в свою очередь, необходим для получения корректной системы правил Фейнмана. При работе в данном порядке *по импульсу* эта задача, в принципе, разрешима; структура же теории в данном порядке *петлевого* разложения остается неясной. Серьезность этой проблемы очевидна, но решение пока неизвестно. Тем не менее сама идея метода настолько привлекательна, что в настоящее время он очень широко применяется для описания сильных взаимодействий в области низких энергий, в частности пион-пионного взаимодействия.

7.2. Схема КТВ

Идея описания низкоэнергетических сильных взаимодействий с позиций эффективной теории поля и наброски соответствующих вычислений, изложенные Вейнбергом в статье [207], были развиты и превращены в законченную вычислительную конструкцию в серии работ Гассера и Лойтвилера [210, 211], посвященных киральной теории возмущений (КТВ). В настоящее время эта теория настолько развилась, что превратилась фактически в самостоятельный раздел, отнюдь не ограниченный рамками низкоэнергетической физики адронов. (Для знакомства можно рекомендовать книги [56, 212] и цитируемые ниже обзорные статьи.) Число статей, ежегодно появляющихся в печати, столь велико, что нет никакой возможности хотя бы кратко упомянуть о важнейших результатах; поэтому мы коснемся лишь тех из них, которые имеют непосредственное отношение к пион-пионному взаимодействию.

Киральная теория возмущений в простейшем варианте есть не что иное, как эффективная теория поля, обладающая той же (приближенной) симметрией, что и квантовая хромодинамика и приспособленная для описания низкоэнергетических взаимодействий частиц, принадлежащих легчайшему октету группы $SU(3)$ (π -, K - и η -мезоны). Как известно, лагранжиан КХД обладает приближенной киральной симметрией $SU(3) \times SU(3)$, возникновение которой обусловлено относительной (в адронной шкале) малостью масс триплета легких кварков (s , u , d). Это означает, что попытка построения теории возмущений, параметрами которой служили бы импульсы адронов и кварковые массы (обезразмеренные неким параметром $\Lambda \sim 1$ ГэВ), была бы не лишена смысла, по крайней мере, в области малых импульсов. К сожалению, структура КХД в этой области чрезвычайно сложна: свойство конфайнмента не дает возможности делать какие-либо выводы из вычислений, основанных на обычной теории возмущений. Можно, однако, попытаться сконструировать эффективную теорию, учитывающую характерные особенности КХД, — конфайнмент и приближенную киральную симметрию. Свойство конфайнмента означает, что в спектре эффективной теории должны присутствовать только адронные степени свободы. Учет же свойств симметрии осложняется тем обстоятельством, что характерные черты адронного спектра не обнаруживают важного признака наличия киральной симметрии $SU(3) \times SU(3)$, а именно, существования дублетов по четности. Это осложнение не создает проблемы, поскольку соответствующая физическая картина — спонтанно нарушенная симметрия в настоящее время хорошо понята; прекрасное изложение можно найти в монографиях [56, 213].

Общепринятая ныне картина низкоэнергетической физики сильных взаимодействий такова. Киральная симметрия $SU(3) \times SU(3)$, являющаяся точной симметрией КХД в случае нулевых масс легких кварков, спонтанно нарушается возникновением ненулевых вакуумных ожиданий у комбинаций кварковых полей типа $\langle \bar{\psi}\psi \rangle$ (так называемых конденсатов); при этом обычная $SU(3)$ -симметрия остается точной. Спонтанное нарушение вызывает возникновение октета безмассовых псевдоскалярных мезонов (голдстоуновских бозонов), которые приобретают массу за счет эффектов прямого (явного) нарушения, обусловленных отличием от нуля масс легких кварков. Эффекты прямого нарушения (в том числе и расщепление масс внутри октета) могут быть учтены по теории возмущений, нулевое приближение которой должно быть основано на лагранжиане, инвариантном относительно преобразований киральной группы. Ключевым пунктом в этом сценарии является условие, гарантирующее структуру спектра состояний, согласованную с требованием наличия *спонтанно* нарушенной киральной симметрии. Это условие означает, что объектами, на которых реализуется представление киральной группы, служат многочастичные состояния, отличающиеся лишь числом мягких голдстоуновских бозонов; это, разумеется, не относится к преобразованиям точной симметрии нулевого приближения, образующим подгруппу $SU(3)$. На языке полевых операторов, из которых строится лагранжиан, это условие эквивалентно требованию нелинейности групповых преобразований. Таким образом, нулевое приближение эффективной теории должно строиться на основе лагран-

жиана, инвариантного относительно преобразований *нелинейно реализованной* группы $SU(3) \times SU(3)$, при этом преобразования, соответствующие подгруппе $SU(3)$, должны быть линейны.

Нелинейные представления простейшей киральной группы $SU(2) \times SU(2)$ (с линейно реализованной изотопической подгруппой $SU(2)$) построены Вейнбергом [214] (см. также [56]); общая же теория нелинейных представлений произвольной компактной группы G , линейных на заданной подгруппе H , развита в работах [215–219]. Результат чрезвычайно прост и может быть сформулирован в виде рецепта:

1. Построй *ковариантную производную* голдстоуновского поля ϕ по следующему правилу:

$$\mathcal{D}_\mu \phi = F(\phi) \partial_\mu \phi.$$

При заданных группе G и подгруппе H матричная (поле ϕ несет групповой индекс!) функция $F(\phi)$ определяется однозначно с точностью до замены полевых переменных, не влияющей, как известно, на элементы S -матрицы на массовой поверхности.

2. Построй *ковариантные производные* прочих полей ("материи") ψ по правилу

$$\mathcal{D}_\mu \psi = V(\phi) \partial_\mu \psi.$$

При указанных выше условиях матричная функция $V(\phi)$ также единственна с точностью до замены переменных.

3. Из "структурных блоков" ψ , $\mathcal{D}_\mu \psi$ и $\mathcal{D}_\mu \phi$ построй произвольный лагранжиан, инвариантный относительно (линейных!) преобразований подгруппы H ; при этом поле ϕ должно фигурировать *только* в указанных блоках.

4. Построенный лагранжиан *автоматически* будет инвариантен относительно *всех* преобразований группы G .

Проиллюстрируем сказанное примером (см. [214]). В случае киральной группы $SU(2) \times SU(2)$ голдстоуновскими бозонами являются пионы. Простейший лагранжиан, описывающий самодействие изотриплета пионов π , имеет вид

$$L_{\pi\pi} = \frac{1}{2} \mathcal{D}_\mu \pi \mathcal{D}^\mu \pi, \quad (27)$$

где при определенном выборе координат в пространстве пионных полей

$$\mathcal{D}_\mu \pi = \frac{\partial_\mu \pi}{1 + \lambda^2 \pi^2}. \quad (28)$$

Другой выбор координат, т.е. невырожденная замена

$$\pi' = \pi \Phi(\pi^2), \quad \Phi(0) = 1,$$

привел бы к изменению явного вида ковариантной производной (т.е. правой части соотношения (28)); S -матрица осталась бы прежней. Произвольная константа λ , фигурирующая в (28), может быть определена из условия нормировки аксиального тока (PCAC); это дает $\lambda^{-1} = 2f_\pi$ ($f_\pi = 92$ МэВ — константа слабого распада пиона).

Лагранжиан (27) описывает процессы с участием произвольного (четного) числа безмассовых пионов.

Нетрудно сконструировать и более общую форму, добавив к нему члены вида

$$C_1 (\mathcal{D}_\mu \pi \cdot \mathcal{D}^\mu \pi) (\mathcal{D}_\nu \pi \cdot \mathcal{D}^\nu \pi) + \\ + C_2 (\mathcal{D}_\mu \pi \cdot \mathcal{D}_\nu \pi) (\mathcal{D}^\mu \pi \cdot \mathcal{D}^\nu \pi) + \dots \quad (29)$$

Сравнивая выражения (27) и (29) с (24), мы видим, что вся схема, изложенная в предыдущем разделе, практически без изменений переносится на рассматриваемый случай: эффективная теория процессов рассеяния *мягких* пионов может строиться как разложение по степеням импульса. Низшее приближение полностью определяется одной константой f_π , следующее — двумя (C_1, C_2) и т.д. Число констант, подлежащих определению по экспериментальным данным, в каждом порядке оказывается конечным и вполне разумным с точки зрения возможностей эксперимента (по крайней мере, в низших порядках).

Учет пионной массы не составляет проблемы, если рассматривать ее как второй малый параметр того же порядка, что и импульс. Вся схема подсчета суммарного порядка вклада данного графа остается без изменений; однако число констант, подлежащих фиксации при перенормировке, увеличивается, поскольку включение массы как независимого параметра малости соответствует разложению констант f_π, C_1, C_2 в ряды по степеням m_π^2 .

Мы надеемся, что сказанного достаточно для того, чтобы читатель мог получить ясное представление о принципах построения киральной теории возмущений; подробное изложение потребовало бы отдельного обзора. Случай группы $SU(3) \times SU(3)$ отличается от рассмотренного выше примера только тем, что место триплета пионов занимает октет легчайших псевдоскалярных мезонов, а ковариантные производные строятся в соответствии со структурой группы $SU(3)$. Кроме того, ставший ныне традиционным выбор координат в пространстве голдстоуновских полей (использованный в работах [210, 211]), отличается от принятого выше: мы следуем параметризации Вейнберга [214], более удобной для первоначального знакомства с предметом.

7.3. Длины рассеяния пионов в СКТВ и ОКТВ

Нам остается лишь пояснить, каким образом в КТВ вместо квадратов масс голдстоуновских бозонов появляются массы кварков? На чисто качественном уровне ответ прост: если бы массы кварков были равны нулю, киральная симметрия лагранжиана КХД была бы *точной*; ее спонтанное нарушение привело бы к возникновению *безмассовых* голдстоуновских бозонов. Это означает, что массы последних должны быть пропорциональны массам кварков. Соответствующие соотношения получены в работах [220–222], их детальный анализ и дальнейшее развитие даны в [211, 223–225]. Учет этих соотношений в формулах КТВ является последним звеном в логической цепи, связывающей характеристики низкоэнергетических процессов рассеяния голдстоуновских частиц непосредственно с параметрами КХД — массами легких кварков и величинами конденсатов.

Методы КТВ, базирующейся на *стандартной* схеме спонтанного нарушения киральной симметрии, предполагающей образование значительного по величине

(порядка 1 ГэВ) кваркового конденсата, применялись для расчета многих характеристик низкоэнергетических процессов (см. обзоры [226, 227] и материалы конференций [228, 229]). Практически во всех случаях наблюдается хорошее согласие результатов вычислений с экспериментальными данными. Именно это обстоятельство и позволяет думать, что описанная выше картина низкоэнергетических взаимодействий голдстоуновских частиц следует непосредственно из основных принципов КХД. Более того, формулы КТВ позволяют определить массы легких кварков по экспериментальным данным об адронных процессах — именно так и получены значения, фигурирующие в компиляции [173].

Этот раздел можно было бы закончить оптимистическим утверждением о том, что фундаментальные параметры КХД определены и новые эксперименты нужны для увеличения точности полученных значений, если бы не маленькое облако, замеченное на небе теории авторами работ [230–232] (см. также доклад Стерна в [228]). Дело в том, что предположение о малости поправок к массовым формулам, используемым в стандартной КТВ (СКТВ), не следует ни из теоретических соображений, ни из данных эксперимента. В случае, если оно неверно, существующие представления о величинах конденсатов и кварковых масс могут претерпеть очень значительные *качественные* изменения, не говоря уже о количественных. Для того, чтобы избежать этого предположения, авторы указанных работ развили обобщенную КТВ (ОКТВ), полностью эквивалентную СКТВ, просуммированной во *всех* порядках, но отличающуюся от нее при учете лишь нескольких низших. Форма эффективного лагранжиана, разумеется, осталась прежней (она однозначно фиксирована требованиями симметрии); изменился вид разложений свободных параметров (масс и констант связи) в ряды по степеням кварковых масс.

Расчет длины a_0^0 $\pi\pi$ -рассеяния в однопетлевом приближении ОКТВ (при условии *очень* малой величины конденсата) дал значение 0,27; двухпетлевая поправка оказалась ничтожной ($\sim 0,5\%$, см. [232]), что свидетельствует об очень быстрой сходимости. Соответствующие результаты СКТВ (конденсат велик) таковы: одна петля — $a_0^0 = 0,20$ [210], две — $a_0^0 = 0,215$ [233] (поправка $\sim 8\%$, сходимость — медленнее). Сравнение с данными [126] ($a_0^0 = 0,26 \pm 0,05$) явно не в пользу СКТВ. Спешить с выводами, однако, не следует. В докладе Стерна [234] специально подчеркивается, что экспериментальные данные, использованные в обоих (СКТВ и ОКТВ) вариантах для определения свободных параметров, далеко не столь надежны, чтобы на их основе строить заключения о механизме реализации спонтанного нарушения симметрии КХД. Именно этим обстоятельством и объясняется настоятельная необходимость в получении новых данных о низкоэнергетическом взаимодействии октета голдстоуновских бозонов. Анализ теоретических неопределенностей в интерпретации данных о K_{e4} -распаде, выполненный в работе [235], показал, что этот процесс чрезвычайно перспективен в указанном отношении, если удастся снизить результирующую (статистика плюс систематика) погрешность данных о разности фаз $\delta_0^0 - \delta_1^1$. Как упоминалось выше, соответствующие данные предполагается получить в ближайшем будущем, которое и покажет, удастся ли преодолеть трудности, связанные с "проблемой аксептанса", рассмотренной в следующем разделе.

8. Проблема некорректности задач анализа данных

В отсутствие возможности прямого измерения характеристик $\pi\pi$ -рассеяния приходится использовать косвенные методы. При этом желаемый результат получается путем очень сложной обработки экспериментальных данных о какой-либо реакции (например, $\pi N \rightarrow \pi\pi N$), доступной прямому измерению и несущей (по крайней мере, в принципе) информацию об амплитуде $\pi\pi$ -рассеяния. Термин "обработка" следует понимать как полную совокупность вычислительных операций, необходимых для извлечения искомой информации (характеристик $\pi\pi$ -рассеяния) из набора чисел ("отсчетов"), полученных с помощью экспериментальной установки.

Процесс обработки традиционно делится на два этапа, сущность которых мы схематически объясним на примере реакции $\pi N \rightarrow \pi\pi N$.

Первый этап выполняется силами группы экспериментаторов и состоит в отделении неупругих событий с двумя пионами и нуклоном в конечном состоянии от чисто упругих и прочих неупругих (типа $\pi N\gamma$) событий, в совокупности называемых фоном; этот этап включает в себя также корректировку данных на аксептанс и конечное разрешение детектора. Результатом является набор чисел (с указанной погрешностью), характеризующих распределение событий реакции $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ по фазовому объему (или части его). Для работы на этом этапе необходимо детальное знание особенностей экспериментальной установки и условий эксперимента.

Второй этап, в отличие от предыдущего, может выполняться любой командой обработчиков: знание установки при этом уже не требуется. На этом этапе используется какая-либо теоретическая схема, позволяющая описывать зависимость сечений реакции $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ от параметров упругого $\pi\pi$ -рассеяния; величины последних определяются с помощью фитирования данных, полученных на первом этапе.

Как правило, объем "первичных" данных, получаемых на современных установках, столь велик, что проблема статистических ошибок отходит на второй план, уступая место проблеме ошибок систематических [236]. Поэтому арсенал методов, используемых на первом этапе, весьма внушителен: в настоящее время он является самостоятельным разделом прикладной математики. Одно из очень значительных достижений этого направления — осознание роли так называемых некорректных (ill-posed) задач и развитие соответствующих методов решения последних.

Второй этап, в отличие от первого, требует значительно меньшего объема численных расчетов, в которых, как правило, используются стандартные пакеты программ. Вместе с тем для работы на этом этапе требуется более глубокое знание чисто теоретических вопросов, необходимое для выбора адекватной модели и анализа результатов фитирования. По-видимому, именно этим обстоятельством объясняется часто встречающаяся в работах, посвященных второму этапу, недооценка принципиальной ограниченности возможностей того или иного математического метода решения соответствующей физической задачи. Такая недооценка опасна тем, что погрешность результатов, указываемая в подавляющем большинстве работ, связывается лишь с погрешностью исходных (для второго этапа) данных о реакции

$\pi N \rightarrow \pi\pi N$, приведенной авторами первого этапа обработки, и никак не соотносится с методами, использованными непосредственно на втором этапе. Это, в свою очередь, вызывает надежды на то, что для получения характеристик $\pi\pi$ -рассеяния с заданной точностью нужно лишь увеличить статистику экспериментальных данных. Недостаточная обоснованность этих надежд становится понятной, если вспомнить основные положения теории некорректных задач.

Понятие некорректной задачи было сформулировано Ж. Адамаром в начале нынешнего столетия; довольно долго считалось, что такие задачи не могут иметь отношения к проблемам физики и техники. Однако уже в сороковых годах важность изучения задач этого типа именно с точки зрения приложений была вполне осознана и началась интенсивная разработка методов их решения. К настоящему времени соответствующая библиография насчитывает тысячи работ и десятки обзорных статей и книг. Для первоначального знакомства можно рекомендовать книги [237–239], а также обзорные статьи [236, 240] (в первой из них рассмотрены вопросы коррекции данных о рассеянии при высоких энергиях, во второй — основные положения соответствующего метода). Мы же ограничимся изложением на уровне "для пешеходов", вполне достаточном для понимания физической сути проблемы.

Итак, что же означает термин "некорректная задача"? Для ответа на этот вопрос рассмотрим простой пример — задачу о построении функции $f(x)$ по результатам измерения коэффициентов a_0, a_i, b_i ($i = 1, 2, \dots$) ее ряда Фурье

$$f(x) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos kx + b_k \sin kx) \quad (30)$$

на всем интервале $[-\pi, \pi]$. Полученные в эксперименте значения коэффициентов a_i и b_i обозначим α_i и β_i соответственно. Таким образом, окончательный экспериментальный результат получается путем суммирования следующего ряда Фурье:

$$f_{\text{exp}}(x) = \frac{1}{2} \alpha_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (\alpha_k \cos kx + \beta_k \sin kx). \quad (31)$$

Попробуем теперь ответить на вопрос: какова погрешность этого результата?

Допустим, что погрешности величин α и β могут быть сделаны сколь угодно малыми (ошибки — чисто статистические), более того, пусть точность измерения возрастает с номером коэффициента по следующему закону:

$$a_0 - \alpha_0 = 0; \quad a_k - \alpha_k = b_k - \beta_k = N \frac{\epsilon}{k}, \quad (32)$$

где $N = \sqrt{3}/\pi$ — коэффициент, введенный для удобства, а ϵ — произвольно малая величина. Нетрудно убедиться в том, что при этих условиях

$$\frac{(a_0 - \alpha_0)^2}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} [(a_k - \alpha_k)^2 + (b_k - \beta_k)^2] = \epsilon^2, \quad (33)$$

т.е. погрешности в задании коэффициентов малы в смысле метрики пространства L_2 .

Сравнивая теперь точное значение $f(x)$ с величиной $f_{\text{exp}}(x)$, мы видим, что отличие задается рядом Фурье

$$\Delta f(x) = \frac{a_0 - \alpha_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} [(a_k - \alpha_k) \cos kx + (b_k - \beta_k) \sin kx], \quad (34)$$

сумма которого произвольно велика; при $x = 0$ этот ряд расходится:

$$\Delta f(0) \sim \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} = \infty.$$

Таким образом, мы видим, что повышение точности экспериментальных данных (коэффициентов Фурье) не может привести к увеличению точности конечного результата. Иными словами, рассматриваемая задача характеризуется чрезвычайно сильной зависимостью ответа от исходных данных: малые изменения последних способны привести к очень большим изменениям результата. Задачи такого типа и называются некорректными (некорректно поставленными).

Отметим, что сделанное выше заключение о некорректности задачи суммирования ряда Фурье верно лишь постольку, поскольку точность результата понимается в смысле абсолютной величины уклонения, т.е. оценка основана на метрике пространства C ; смысл этого замечания станет понятным из дальнейшего изложения.

Приведенный пример может показаться несколько искусственным, ибо в эксперименте всегда измеряется лишь конечное число коэффициентов Фурье. В этом случае погрешность суммы линейно связана с погрешностью исходных данных и проблема, казалось бы, отсутствует. Ошибочность такой аргументации становится понятной, если принять во внимание, что чрезвычайно точное измерение лишь *нескольких* коэффициентов Фурье имеет смысл только в том случае, когда заранее известно, что именно они полностью определяют структуру искомой функции, остальные же в силу каких-либо причин в точности равны нулю. Такого рода дополнительная информация об искомом результате в теории некорректных задач носит название априорной; ее правильный учет действительно может сделать постановку задачи корректной. В отсутствие же априорной информации об искомой функции простого увеличения статистики измерений недостаточно для получения точного ответа; необходимо увеличивать также и число измеряемых коэффициентов Фурье. При этом некорректность исходной задачи проявляется в "разбалтывании" решения по мере увеличения числа учтенных коэффициентов: появляются выбросы и изломы, явно не имеющие никакого отношения к истинному (физически разумному) ответу. Множество примеров такого рода можно найти в книгах [237, 238]. Исторически именно свойства неустойчивости в сочетании с чисто практической нуждой в создании адекватных вычислительных схем и явились толчком к развитию философии и теории решения некорректных задач.

Ознакомившись со смыслом термина "некорректная задача", естественно задать вопрос: связана некорректность только с выбором того или иного метода решения или же у нее есть и корни чисто физической природы? Общий ответ дать невозможно, поскольку в приведенной форме вопрос носит скорее философский, нежели физический.

ский характер. Известно, однако, что проблема некорректности возникает всегда, когда делается попытка извлечь информацию из эксперимента, постановка которого не обеспечивает достаточной величины отношения сигнал/шум. Иными словами, некорректность физической задачи тесно связана с ее информационной недоопределенностью: получение однозначного ответа невозможно без привлечения дополнительных критериев отбора (т.е. априорной информации). Нетрудно понять, что выбор тех или иных критериев есть не что иное, как выбор модели изучаемого явления; опасность состоит в том, что он может оказаться решающим фактором при интерпретации результатов измерений. Так, в разобранном выше примере мы могли ограничиться рассмотрением лишь узкого класса решений, не содержащих гармоник с $k > N$, мотивируя этот выбор тем обстоятельством, что высшие гармоники в эксперименте не исследовались. Использование этой априорной информации, как уже отмечалось, делает задачу математически корректной. Нетрудно, однако, представить себе ситуацию, когда результат следующего эксперимента, в котором измерены все гармоники с $k \leq 2N$, окажется совершенно отличным от результата, полученного в предыдущем: *привлечение физически немотивированной модели процесса — причина неправильной интерпретации опытных данных.*

Пример ряда Фурье удобен тем, что здесь можно указать очень широкий класс физических моделей, для которых задача суммирования является математически корректной. Действительно, с помощью теоремы Парсеваля несложно проверить (см. [237]), что оценка уклонения решений в метрике L_2 (а не в метрике C , как сделано выше)

$$\Delta f = \left\{ \int_{-\pi}^{\pi} |f(x) - f_{\text{exp}}(x)|^2 dx \right\}^{1/2}$$

делает постановку задачи математически корректной при том же способе оценки уклонения данных (33). Выбор же метрики L_2 может быть продиктован, например, тем, что нас интересует не форма "амплитуды" $f(x)$, а энергия, квадратично с нею связанная.

Во многих случаях, когда одних только физических соображений недостаточно для корректной постановки задачи, можно воспользоваться специальными методами регуляризации, приводящими к единственному решению. При этом, однако, оценка величин соответствующих систематических ошибок становится крайне затруднительной. В таких случаях наиболее естественным выглядит применение методов статистической регуляризации, поскольку вносимая при этом модельная зависимость (в любом случае неизбежная) является в известном смысле минимальной [236, 239, 240].

Мы надеемся, что вышеизложенного достаточно для того, чтобы читатель вполне осознал трудности, возникающие при решении некорректных задач, связанных с интерпретацией результатов физических экспериментов. Теперь можно вернуться непосредственно к теме нашего обзора и показать, что теория некорректных задач имеет прямое отношение к проблеме обработки данных с целью извлечения информации о пион-пионном взаимодействии. Это утверждение не ново (см., например, [236]), коль скоро речь идет о первичной обработке, соответствующей первому этапу в нашей классификации: "про-

блема аксептанса" издавна доставляет экспериментаторам множество хлопот. Ей уделяется большое внимание в уже цитированных выше экспериментальных работах последнего десятилетия по изучению реакций $\pi N \rightarrow \pi \pi N$ вблизи порога. Трудность здесь состоит в том, что исследуется неупругий процесс, амплитуда которого имеет нетривиальную зависимость от спина (см. раздел 6). В такой ситуации непосредственное сравнение экспериментальных распределений с расчетами, основанными на статистической гипотезе, теряет смысл и модельно-независимое определение аксептанса невозможно. Аккуратная оценка возникающих при этом систематических искажений, предпринятая в [107], показала, что последние могут вносить поправки $\sim 25\%$ в величины полных сечений и $\sim 15\%$ на бин одномерных гистограмм распределений по t , двумерные же распределения восстанавливались с еще меньшей точностью. Эти цифры ясно показывают, что учет систематических погрешностей может радикально изменить наши представления о точности экспериментальных данных, используемых в работах второго этапа для получения информации о параметрах пион-пионных взаимодействий: оптимизм, возникающий при взгляде на значения статистических ошибок, не имеет прочного фундамента.

Трудности оценки систематических ошибок, возникающих при обработке данных на первом этапе, осознаны большинством экспериментаторов; надо, однако, оговориться, что не всегда имеет место понимание того, что эти трудности тесно связаны со свойством некорректности проблем деконволюции [236].

Совершенно те же проблемы возникают и на втором этапе. Определение параметров амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния по данным о реакции $\pi N \rightarrow \pi \pi N$ есть не что иное, как решение обратной задачи с приближенными начальными условиями (и с приближенно известным ядром); задачи этого типа, как правило, некорректны [240]. Эта возможность стала предметом обсуждения лишь в самое последнее время — после докладов [107, 241] на симпозиуме MENU'95. Причина, видимо, в том, что потребность в очень точных значениях S -волновых длин резко возросла в связи с появлением работ по обобщенной КТВ. В предыдущих разделах уже говорилось о том, что снижение экспериментальных погрешностей до уровня 10–15% позволило бы сделать окончательный выбор в пользу одного из двух сценариев нарушения киральной симметрии. Важность этого выбора очевидна, поэтому надежная безмодельная оценка погрешностей весьма актуальна. Проблема, однако, состоит в том, что сама возможность получения таковой определяется свойствами корректности задачи.

В задаче, решаемой на втором этапе, нетрудно сразу же указать, как минимум, один источник некорректности: это способ отделения "мешающих" механизмов реакции (в дальнейшем мы будем называть их фоновыми) $\pi N \rightarrow \pi \pi N$ от вклада четырехпионной вершины на массовой поверхности. В подходе, основанном на формуле Чу–Лоу, это делается с помощью фильтра — экстраполяционной функции, частично подавляющей фоновые вклады в экспериментально доступной области отрицательных t и экстраполируемой в пионный полюс $t = \mu^2$. Источником некорректности здесь является экстраполяционная процедура: *в случае приближенно известного закона экстраполяции она чрезвычайно неустойчива относительно малых возмущений как самого*

закона (экстраполяционной функции), так и исходных данных (погрешностей распределения и длины интервала). В практических вычислениях эта неустойчивость проявляется в очень сильной зависимости решений как от вида используемых экспериментальных данных (интервал экстраполяции по t , погрешности, тип распределения, импульс налетающего пиона и т.п.), так и от выбора экстраполяционной формулы (линейная, квадратичная и т.д.).

В подходе же, предложенном в [81], фоновые вклады не подавляются, а определяются (наряду с явно выделенным вкладом 4π -вершины на массовой поверхности) по тем же экспериментальным данным о реакции $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ в физической области. Поскольку точный вид фоновых вкладов указать невозможно, их совокупность аппроксимируется функцией, форма которой ограничена лишь самыми общими законами симметрии и требованием гладкости; последнее основано на анализе физических причин, способных породить сингулярности вблизи границ фазового объема. Таким образом, этот подход есть не что иное, как решение обратной задачи с приближенно заданным ядром. Задачи этого типа также некорректны: малые возмущения ядра (т.е. вида функции, аппроксимирующей фоновые вклады) способны привести к неконтролируемому изменению решения. При подгонках это проявляется в возникновении большого числа решений, практически неотличимых на выбранном массиве данных, и в сильной зависимости ответов от выбора того или иного способа аппроксимации фона. Множество примеров такого рода приведено в работах [81, 242].

Из сказанного следует простой вывод: *оценка погрешности длин $\pi\pi$ -рассеяния, основанная лишь на величинах статистических погрешностей экспериментальных данных о реакции $\pi N \rightarrow \pi\pi N$, недостаточно надежна*. Нетрудно понять, что это же заключение с равным основанием можно отнести и к данным, полученным из K_{e4} -распада, по крайней мере к результатам первого этапа их обработки.

Не означает ли этот вывод, что экспериментальное исследование неупругих низкоэнергетических процессов типа $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ не представляет интереса с точки зрения сопоставления результатов с расчетами, основанными на КТВ? Разумеется, нет. В последнее время как теоретики, так и экспериментаторы, непосредственно связанные с проблемой, все больше склоняются к мнению, что дальнейшие эксперименты не только желательны, но и необходимы: сравнение результатов с формулами КТВ для неупругой амплитуды (для процесса $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ они частично получены в [61, 63]) даст ценную (модельно-независимую) информацию о константах связи резонансов с пионами и нуклонами. При таком сравнении проблема некорректности задач второго этапа частично (а возможно, и полностью) снимается, поскольку ядро оператора задается с помощью относительно небольшого числа параметров; точность же параметризации контролируется самой структурой формул КТВ. Разумеется, все трудности, связанные с проблемами деконволюции (учет поправок на аксептанс и конечное разрешение детектора), остаются, но это — проблемы первого этапа, и подробное их обсуждение не входит в круг задач данного обзора.

В заключение этого раздела приведем конкретный пример, ярко иллюстрирующий практическую важность

проблемы некорректности и позволяющий читателю избавиться (по крайней мере, частично) от ощущения некоторой абстрактности вышеизложенного материала. Пример взят из обзорного доклада [243], посвященного анализу результатов КТВ, относящихся к пион-пионным и пион-нуклонным взаимодействиям; он интересен еще и тем, что дает представление о степени надежности интерпретации существующих данных о K_{e4} -распаде.

В настоящее время считается, что наиболее надежное значение S -волновой длины пион-пионного рассеяния с изоспином $I = 0$ получено из анализа данных о K_{e4} -распаде в работе [48]:

$$a_0^0 = 0,28 \pm 0,05 \quad (35)$$

(часто приводится также "уточненное" значение $a_0^0 = 0,26 \pm 0,05$, приведенное в компиляции [126]). Отличие центрального значения от величины 0,21, полученной в результате двухпетлевых расчетов в рамках стандартной КТВ [244], и близость его к величине 0,27, найденной с помощью обобщенной КТВ (в том же порядке) [232], является ныне предметом горячих дискуссий. Необходимость в получении данных с меньшим значением статистической погрешности (именно она и указана в (35)) обосновывается тем обстоятельством, что таковые делают возможным окончательный выбор в пользу одного из двух сценариев нарушения киральной симметрии. В этой связи естественно возникает вопрос о величине *систематической* погрешности данных [48]. Действительно ли эти данные противоречат стандартной КТВ? Отвечая на этот вопрос, автор работы [243] взял экспериментальные значения разности фаз $\delta_0^0 - \delta_1^1$ и выполнил подгонки двумя разными способами.

В первом варианте фитируются два параметра: длина рассеяния a_0^0 и параметр b , учитывающий отклонение от прямолинейности. Кроме того учитывается приближенное соотношение

$$\sin 2(\delta_0^0 - \delta_1^1) = 2\sqrt{1 - \frac{4m_\pi^2}{s}}(a_0^0 - q^2 b) \quad (36)$$

(также использованное в [48]). Считая при этом длину рассеяния a_0^0 и параметр b независимыми величинами, автор получил центральное значение $a_0^0 = 0,31$. Учет же феноменологической связи между этими параметрами (см. [98]) дал величину $a_0^0 = 0,28$, полученную в оригинальной работе [48]. Таким образом, результаты первого способа подгонки полностью подтвердили "каноническое" центральное значение 0,28.

Во втором способе используется выражение для амплитуды, полученное в двухпетлевом приближении стандартной КТВ и зависящее от четырех параметров $\bar{l}_k$ ($k = 1, \dots, 4$), однозначно связанных с длинами рассеяния и параметрами наклона. Считая, для определенности, $\bar{l}_2$ свободным и фиксируя остальные три параметра значениями, соответствующими гипотезе о резонансном насыщении, автор получил в результате подгонки

$$\bar{l}_2 = 6,4 \pm 1,6, \quad a_0^0 = 0,220 \pm 0,012,$$

при этом величина χ^2 оказалась практически той же, что была получена в первом варианте!

Замечая, что теоретический статус формул КТВ, как минимум, не ниже статуса приближенного соотношения

(36), автор делает заключение об отсутствии предмета разногласия: *центральное значение 0,28 длины рассеяния a_0^0 следует не столько из данных [48], сколько из произвольно взятого соотношения (36)*. Возможная физическая причина разброса центральных значений длины рассеяния a_0^0 указана в докладе Лойтвилера [245]: длины рассеяния малы, и их влияние доминирует лишь в малой окрестности порога; следовательно, при обработке данных нужно учитывать высшие члены разложения парциальной волны по энергии. Отнюдь не оспаривая этот тезис, мы хотим подчеркнуть лишь два момента:

1. Из рассмотренного выше примера следует, что при решении прямой задачи (сравнение с экспериментальными данными формул КТВ для разности фаз) учет высших членов разложения не нужен, поскольку и без этого имеется разумное согласие.

2. Учет высших членов при решении *обратной* задачи (т.е. при фитировании разности фаз несколькими параметрами: длинами и параметрами наклона) приведет лишь к еще большему разбросу центральных значений и к значительным корреляциям параметров. Приближенное соотношение (36) использовалось в работе [48] именно для того, чтобы избавиться от корреляций и получить приемлемое значение погрешности. Без использования подобных соотношений (вносящих неконтролируемую модельную зависимость) решение обратной задачи всегда будет неустойчивым относительно введения дополнительных параметров, соответствующих учету высших членов парциально-волнового разложения. Это характерное свойство обратных задач с приближенно известным ядром есть не что иное, как типичное проявление некорректности.

9. Заключение

За два десятилетия, прошедших с момента опубликования предыдущего обзора [42], изучение пион-пионного взаимодействия существенно продвинулось вперед как в теории, так и в эксперименте. Ниже мы кратко перечислим самые существенные из полученных результатов и охарактеризуем перспективы уже начатых исследований.

1. Важным теоретическим достижением последнего 20-летия явилось создание концепции эффективной теории и построение на этой базе киральной теории возмущений (КТВ), дающей твердую основу для вычислений характеристик низкоэнергетических процессов с участием пионов. Модельная независимость результатов, получаемых на этом пути, обусловлена самой структурой КТВ, построенной целиком на принципе спонтанного нарушения киральной симметрии, присущей лагранжиану КХД в пределе нулевых масс кварков. Возможность различных сценариев спонтанного нарушения киральной симметрии учтена в структуре рядов, построенных по схеме обобщенной КТВ; сценарий же, соответствующий большим значениям *нижнего* конденсата, приводит к более экономной схеме стандартной КТВ. Будучи эквивалентными при учете *всех* порядков, эти две схемы отличаются скоростью сходимости рядов и, соответственно, результатами *главных* порядков. Это позволяет (по крайней мере, в принципе) судить о типе сценария нарушения симметрии по экспериментальным данным о $\pi\pi$ -рассеянии. Именно это обстоятельство и делает чрезвычайно актуальной задачу получения очень точных значений длин $\pi\pi$ -рассеяния.

2. Значительным событием последних лет стал новый всплеск интереса к старой (в начале 80-х годов считавшейся решенной) проблеме существования легких широких скалярных резонансов. Крайне необходимые во многих теоретических построениях (в частности, связанных с проявлениями спонтанно нарушенной киральной симметрии на уровне спектра) эти состояния до сих пор не удается однозначно идентифицировать из данных эксперимента. Не исключено, что проблема заключена не в количестве и качестве существующих данных, а в нашем умении оценивать ошибки и интерпретировать на языке теории поля результаты анализа *больших массивов*: только они и могут обеспечить достаточную надежность и ясность выводов.

3. В эксперименте достигнуто очень существенное продвижение к порогу при измерении полных сечений и угловых распределений в реакциях $\pi N \rightarrow \pi\pi N$, в том числе в канале $\pi^0\pi^0 N$. Благодаря уникальной методике проведения экспериментов, указанные характеристики измерены при энергиях, всего лишь на 5–6 МэВ превышающих пороговые значения. Это облегчает решение задачи экстраполяции сечений к порогу, что необходимо при анализе данных в рамках методов, связанных с концепцией мягких пионов.

4. Основное продвижение в области феноменологии связано с обработкой новых данных в рамках метода Чу–Лоу с применением уравнений Роя, а также с анализом результатов поляризационных экспериментов. Эти работы позволили более точно провести фазовые кривые от порога до значений дипионной массы 1,2 ГэВ, а также сузить границы возможных значений длин рассеяния.

5. Вскоре после выхода настоящей статьи должны появиться первые результаты нового эксперимента по исследованию K_{e4} -распада, который ставится в Брукхейвене. С этим экспериментом связаны надежды на решение проблемы выбора сценария спонтанного нарушения киральной симметрии, а также надежды экспериментаторов на возможность низкоэнергетической калибровки результатов, получаемых методом экстраполяции. Предполагается, что в новом эксперименте будет набрана гигантская для столь редкой моды распада статистика в 3×10^5 событий, что позволит получить значение a_0^0 с 5%-ной точностью.

6. Еще один эксперимент, результат по которому ожидается в ближайшие годы, связан с изучением экзотического нестабильного водородоподобного $(\pi^+\pi^-)$ -атома — пиония. Теория позволяет связать отношение вероятностей распада пиония по каналам $2\pi^0$ и 2γ с квадратом разности длин $\pi\pi$ -рассеяния $a_0^0 - a_2^0$. Поэтому, измеряя время жизни пиония с 10%-ной точностью, можно получить значение $a_0^0 - a_2^0$ с точностью 5%. В настоящее время предложены и частично уже реализованы в экспериментах два различных варианта измерения времени жизни пиония. В первом (наиболее перспективном) варианте вероятность естественного распада пиония оценивается сравнением ее с измеримой и рассчитываемой вероятностью альтернативного процесса распада $(\pi^+\pi^-)$ -атома в мишени. В 1994 г. в Серпухове уже наблюдались $(\pi^+\pi^-)$ -пары от развала пиония; в настоящее время в CERNе готовится более точный эксперимент (с расчетом на регистрацию 20000 $(\pi^+\pi^-)$ -пар). В случае успеха этого эксперимента можно рассчитывать на получение очень точного значе-

ния величины $a_0^0 - a_0^2$. Во втором варианте время жизни пиония предполагалось оценить, измеряя выход пар γ -квантов от распада пиония. Атомы пиония должны выделяться с помощью мечения их некоторой реакцией. В настоящее время идея мечения уже подтверждена экспериментально, однако пионий не обнаружен. Из оценки сечения его образования (~ 1 пб) следует, что для успеха такого эксперимента необходимо поднять светимость ускорителя на три порядка и снизить фон в 100 раз, что практически невозможно без каких-то новых идей. Таким образом, видимо, можно рассчитывать только на успех первого метода.

В заключение авторы обзора выражают уверенность, что в ближайшие несколько лет многие из отмеченных выше трудностей будут преодолены и совместные усилия экспериментаторов и теоретиков приведут к еще более значительному прогрессу в понимании физики пион-пионных взаимодействий.

Мы приносим глубокую благодарность В.В. Анисовичу, прочитавшему обзор и сделавшему ряд ценных замечаний, М.Ж. Шматикову, Д. Почаничу, Г. Смиту за полезные дискуссии, а также В.Н. Тихонову за помощь в работе над обзором. Один из нас (В.В. Верещагин) выражает свою искреннюю признательность Т. Ишида, М.Д. Скадрону, Дж. Шехтеру и Н. Торнквисту за информацию об их работах и Дж. Гассеру за дискуссии по проблемам эффективных теорий и за дружескую поддержку. Работа В.В. Верещагина поддержана грантом GRACENAS-6-19-97.

Список литературы

1. Балакин В Е, Скринский А Н *Линейные встречные пучки — перспективы развития* (М.: Изд-во МИФИ, 1984)
2. Chew G, Low F *Phys. Rev.* **113** 1640 (1959)
3. Goebel C *Phys. Rev. Lett.* **1** 337 (1958)
4. Gribov V N *Nucl. Phys.* **5** 653 (1958)
5. Ансельм А А, Грибов В Н *ЖЭТФ* **36** 1890 (1959); **37** 501 (1959)
6. Грибов В Н *ЖЭТФ* **41** 1221 (1961)
7. Анисович В В, Ансельм А А, Грибов В Н *ЖЭТФ* **42** 224 (1962)
8. Анисович В В, Ансельм А А *УФН* **88** 287 (1966)
9. Анисович В В, Дахно Л Г *ЯФ* **6** 845 (1967)
10. Анисович В В, Волковицкий П Э *ЯФ* **14** 1055 (1971)
11. Арефьев А В и др. *ЯФ* **5** 1060 (1967)
12. Арефьев А В и др. *ЯФ* **10** 797 (1969)
13. Weinberg S *Phys. Rev. Lett.* **17** 616 (1966)
14. Feynman R, Gell-Mann M *Phys. Rev.* **109** 193 (1958)
15. Weinberg S *Phys. Rev. Lett.* **18** 188 (1967)
16. Schwinger J *Phys. Lett. B* **24** 473 (1967)
17. Chang P, Gursey F *Phys. Rev.* **164** 1752 (1967)
18. Olsson M G, Turner L *Phys. Rev. Lett.* **20** 1127 (1968)
19. Pais A, Treiman S B *Phys. Rev.* **168** 1858 (1968)
20. Голубничий П И и др. *Атомная энергия* **22** 168 (1967)
21. Auslander V et al. *Phys. Lett. B* **25** 433 (1967)
22. Ауслендер В Л и др. *ЯФ* **9** 114 (1969)
23. Augystin J I et al. *Nuovo Cimento Lett.* **2** 214 (1969)
24. Balakin V E et al. *Phys. Lett. B* **41** 205 (1972)
25. Jacson J D *Nuovo Cimento* **34** 1644 (1964)
26. Petersen J L *Phys. Rev. C* **2** 1271 (1971)
27. Боресков К Г и др. *ЯФ* **15** 361, 557 (1972)
28. Боресков К Г, Кайдалов А Б, Пономарев Л А *ЯФ* **17** 1285 (1972)
29. Боресков К Г, Кайдалов А Б, Пономарев Л А, Препринт ИТЭФ-16 (М.: ИТЭФ, 1974)
30. Пономарев Л А *ЭЧАЯ* **7** 186 (1976)
31. Veneziano G *Nuovo Cimento A* **57** 190 (1968)
32. Schwarz J H *Phys. Rep.* **8** 269 (1973)
33. Veneziano G *Phys. Rep.* **9** 199 (1974)
34. Fukugita M, Igi K *Phys. Rep.* **31** 237 (1977)
35. Frampton P H *Dual Resonance Models and Superstrings* (Singapore: World Scientific, 1986)
36. Jacson J D *Rev. Mod. Phys.* **37** 484 (1965)
37. Лексин Г А *УФН* **102** 387 (1970)
38. Basdevant J et al. *Nuovo Cimento A* **7** 363 (1972)
39. Petersen J L, Preprint CERN 7704 (1977)
40. Ширков Д В, Серебряков В В, Мещеряков В А *Дисперсионные теории сильных взаимодействий при низких энергиях* (М.: Наука, 1967)
41. Martin B R, Morgan D, Shaw G *Pion–Pion Interaction in Particle Physics* (New York: Academic Press, 1976)
42. Мухин К Н, Патаракин О О *УФН* **133** 377 (1981)
43. Бельков А А, Бунятов С А *ЭЧАЯ* **13** 5 (1982)
44. Картамышев А А и др. *Письма в ЖЭТФ* **23** 478 (1976)
45. Мухин К Н и др. *Письма в ЖЭТФ* **32** 616 (1980)
46. Батусов Ю А и др. *ЖЭТФ* **45** 913 (1963)
47. Бельков А А, Бунятов С А, Мухин К Н и др. *Письма в ЖЭТФ* **29** 652 (1979)
48. Rosselet L et al. *Phys. Rev. D* **15** 574 (1977)
49. Berglund A et al. *Nucl. Phys. B* **137** 276 (1978)
50. Dulude R S et al. *Phys. Lett. B* **79** 329, 335 (1978)
51. Martin B R, Morgan D, in *Proc. of European Symposium on Antinucleon–Nucleon Annihilations* (Strasbourg, France) RL-78-057 (1978)
52. Анисович В В *УФН* **168** 481 (1998)
53. Волков М К, Первушин В Н *Существенно нелинейные квантовые теории, динамические симметрии и физика пионов* (М.: Атомиздат, 1978)
54. Вайнштейн А Н, Захаров В И *УФН* **100** 225 (1970)
55. Волков М К, Первушин В Н *УФН* **120** 363 (1976)
56. Weinberg S *The Quantum Theory of Fields Vols 1, 2* (Cambridge: Cambridge University Press, 1995)
57. David M et al. *Phys. Rev. D* **16** 2027 (1977)
58. Grivaz J F et al. *Phys. Lett. B* **61** 400 (1976)
59. Borreani G et al. *Nucl. Phys. B* **147** 28 (1979)
60. Donnachie A et al. *Phys. Lett.* **22** 332 (1966)
61. Bernard V, Kaiser N, Meissner Ulf-G *Int. J. Mod. Phys. E* **4** 193 (1995)
62. Bernard V, Kaiser N, Meissner Ulf-G *Nucl. Phys. B* **457** 147 (1995)
63. Bernard V, Kaiser N, Meissner Ulf-G *Nucl. Phys. A* **619** 261 (1997)
64. Meissner Ulf-G, in *Proc. of the Intern. Workshop "Chiral Dynamics: Theory and Experiment"* (Lecture notes in Physics, Vol. 513, Eds A Bernstein, D Drechsel, T Walcher) (Singapore: Springer, 1998) p. 337
65. Kaiser N *π N-Newsletter* **13** 308 (1997)
66. Бельков А А, Бунятов С А, Мухин К Н, Патаракин О О *Пион-пионное взаимодействие* (М.: Энергоатомиздат, 1985)
67. Kernel G et al. *Phys. Lett. B* **216** 244 (1989)
68. Kernel G et al. *Phys. Lett. B* **225** 198 (1989)
69. Kernel G et al., Preprint CERN PPE/90-152 (1990)
70. Kernel G et al. *Z. Phys.* **48** 201 (1990)
71. Kernel G et al. *Z. Phys.* **51** 377 (1991)
72. Seviar M et al. *Phys. Rev. Lett.* **66** 2569 (1991)
73. Ortner H-W et al. *Phys. Rev. C* **47** R447 (1993)
74. Müller R et al. *Phys. Rev. C* **48** 981 (1993)
75. Lowe J et al. *Phys. Rev. C* **44** 956 (1991)
76. Počanić D et al. *Phys. Rev. Lett.* **72** 1156 (1994)
77. Seviar M, in *Proc. of the Intern. Workshop "Chiral Dynamics: Theory and Experiment"* (Lecture notes in Physics, Vol. 513, Eds A Bernstein, D Drechsel, T Walcher) (Singapore: Springer, 1998) p. 377
78. Kermani M et al. *π N-Newsletter* **13** 27 (1997)
79. Lange J B et al. *π N-Newsletter* **13** 32 (1997)
80. Болохов А А, Верещагин В В, Шерман С Г *ЯФ* **46** 2 585 (1987)
81. Bolokhov A A, Vereshagin V V, Sherman S G *Nucl. Phys. A* **530** 660 (1991)
82. Olsson M G, Turner L *Phys. Rev.* **181** 2141 (1969)
83. Olsson M G, Turner L *Phys. Rev. Lett.* **38** 296 (1977)
84. Olsson M G et al. *π N-Newsletter* **10** 201 (1995)
85. Kambor J, in *Proc. of the Intern. Workshop "Chiral Dynamics: Theory and Experiment"* (Lecture notes in Physics, Vol. 513, Eds A Bernstein, D Drechsel, T Walcher) (Singapore: Springer, 1998) p. 138

86. Dashen R, Weinstein M *Phys. Rev.* **183** 1261 (1969)
87. Бельков А А, Бунятов С Ф *ЯФ* **29** 666 (1979)
88. Aaron R et al. *Phys. Rev. Lett.* **44** 66 (1980)
89. Bjork C W et al. *Phys. Rev. Lett.* **44** 62 (1980)
90. Lowe J et al. *Phys. Rev. C* **44** 956 (1991)
91. Lowe J, Burkhardt H *πN -Newsletter* **8** 114 (1993)
92. Burkhardt H, Lowe J *πN -Newsletter* **12** 58 (1997)
93. Vereshagin V et al. *Nucl. Phys. A* **592** 413 (1995)
94. Алексеева Е А и др. *ЖЭТФ* **82** 1007 (1982)
95. Айнутдинов М С и др. *ПТЭ* **2** 47 (1968)
96. Van Hove L *Nucl. Phys. B* **9** 331 (1969)
97. Roy S M *Phys. Lett. B* **36** 353 (1971)
98. Basdevant J L, Froggatt C D, Petersen J L *Nucl. Phys. B* **72** 413 (1974)
99. Patarakin O O, Tikhonov V N, Mukhin K N *Nucl. Phys. A* **598** 335 (1996)
100. Morgan D, Shaw G *Phys. Rev. D* **2** 520 (1970)
101. Hite G E, Kaufmann W B *Phys. Rev. C* **57** 931 (1998)
102. Estabrooks P, Martin A D *Nucl. Phys. B* **79** 301 (1974); **95** 322 (1975)
103. Бунятов С А и др. *ЯФ* **25** 325 (1977)
104. Бельков А А и др. *ЯФ* **31** 181 (1980)
105. Manley D M *Phys. Rev. D* **30** 536 (1984)
106. Raywood K J et al. *Nucl. Instrum. Methods A* **365** 135 (1995)
107. Frlež E et al. *πN -Newsletter* **11** 132 (1995)
108. Počanić D, in *Proc. of the Intern. Workshop "Chiral Dynamics: Theory and Experiment"* (Lecture notes in Physics, Vol. 513, Eds A Bernstein, D Drechsel, T Walcher) (Singapore: Springer, 1998) p. 352
109. Jaekel O et al. *Nucl. Phys. A* **511** 733 (1990)
110. Jaekel O, Dillig M, Vasconcellos C A Z *Nucl. Phys. A* **541** 675 (1992)
111. Jaekel O, Dillig M *Nucl. Phys. A* **561** 557 (1993)
112. Kermani M et al. *Phys. Rev. C* **58** 3431 (1998)
113. Baton J P, Laurens G, Reignier J *Nucl. Phys. B* **3** 349 (1967)
114. Johnson R R *πN -Newsletter* **11** 138 (1995)
115. Bolokhov A A, Polyakov M V, Sherman S G *Europhys. J. A* **1** 317 (1998)
116. Lowe J, Burkhardt H *πN -Newsletter* **3** 114 (1991)
117. Окунь Л Б, Шабалин Е П *ЖЭТФ* **37** 1775 (1959)
118. Шабалин Е П *ЖЭТФ* **44** 765 (1963)
119. Cabibbo N, Maksymowicz A *Phys. Rev. B* **137** 438 (1966)
120. Ely R P et al. *Phys. Rev.* **180** 1319 (1969)
121. Schwinberger W et al. *Phys. Lett. B* **36** 246 (1971)
122. Bourquin M et al. *Phys. Lett. B* **36** 615 (1971)
123. Basile P et al. *Phys. Lett. B* **36** 619 (1971)
124. Zylbersztejn A et al. *Phys. Lett. B* **38** 457 (1972)
125. Beier E W et al. *Phys. Rev. Lett.* **29** 511 (1972); **30** 399 (1973)
126. Nagels M M et al. *Nucl. Phys. B* **147** 189 (1979); Dumbrais O et al. *Nucl. Phys. B* **216** 277 (1983)
127. Lowe J, in *Proc. of the Intern. Workshop "Chiral Dynamics: Theory and Experiment"* (Lecture notes in Physics, Vol. 513, Eds A Bernstein, D Drechsel, T Walcher) (Singapore: Springer, 1998) p. 375
128. Vigdor S E *πN -Newsletter* **13** 181 (1997)
129. Ефимов Г В и др. *ЯФ* **44** 460 (1986)
130. Uretsky J L, Palfrey T R *Phys. Rev.* **121** 1798 (1961)
131. Биленький С М и др. *ЯФ* **10** 812 (1969)
132. Gashi A et al. *nucl-th/9704017* (1997)
133. Бельков А А и др. *ЯФ* **44** 466 (1986)
134. Lyubovitskij V, Rusetsky A *Phys. Lett. B* **389** 181 (1996)
135. Gasser J, Leutwyler H *Ann. Phys. (N.Y.)* **158** 142 (1984)
136. Afanasyev L G et al. *Phys. Lett. B* **308** 200 (1993); **338** 478 (1994)
137. Неменов Л Л *ЯФ* **41** 980 (1985)
138. Adeva B et al. *CERN SPSLC Proposal* (1994)
139. Betker A C et al. *Phys. Rev. Lett.* **77** 3510 (1996)
140. Pollock R E *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **41** 357 (1991)
141. Pickar M A et al. *Phys. Rev. C* **46** 397 (1992)
142. Bonutti F et al. *Phys. Rev. Lett.* **77** 603 (1996)
143. Klem R D et al. *Phys. Rev. Lett.* **36** 929 (1976)
144. Dragoset W H et al. *Phys. Rev. D* **18** 3939 (1978)
145. Bonner B E et al. *Phys. Rev. D* **38** 729 (1988)
146. Bonner B E et al. *Phys. Rev. Lett.* **61** 1918 (1988)
147. Dick L et al. *Phys. Lett. B* **57** 93 (1975)
148. Antille J et al. *Phys. Lett. B* **94** 523 (1980)
149. Apokin V D et al., Serpukhov Report IHEP-89-37 (1989)
150. Becker H et al. *Nucl. Phys. B* **150** 301 (1979); **151** 46 (1979)
151. De Lesquen A et al., CEN-Saclay Int Report DPLPE 82-01 (1988)
152. De Lesquen A et al. *Phys. Rev. D* **32** 21 (1985)
153. De Lesquen A et al. *Phys. Rev. D* **39** 21 (1989)
154. Svec M, de Lesquen A, van-Rossum L *Phys. Rev. D* **42** 934 (1990)
155. Svec M, de Lesquen A, van-Rossum L *Phys. Rev. D* **45** 55 (1992)
156. Svec M *Phys. Rev. D* **47** 2132 (1993)
157. Svec M, de Lesquen A, van-Rossum L *Phys. Rev. D* **46** 949 (1992)
158. Svec M *Phys. Rev. D* **53** 2343 (1996)
159. Алексеев И Г и др., Препринт ГНЦ-РФ-ИТЭФ 19-97 (М.: ИТЭФ, 1997)
160. Бобченко Б М и др., Препринт ИТЭФ N12 (М.: ИТЭФ, 1982)
161. Alekseev I G et al. *Nucl. Phys. B* **348** 257 (1991)
162. Алексеев И Г и др. *ЯФ* **51** 425 (1990)
163. Kaminski R et al. *Z. Phys. C* **74** 79 (1997)
164. Grayer G et al. *Nucl. Phys. B* **75** 189 (1974)
165. Srinivasan V et al. *Phys. Rev. D* **12** 681 (1975)
166. Hyams B et al. *Nucl. Phys. B* **100** 205 (1975)
167. Ochs W *Nuovo Cimento A* **12** 724 (1972)
168. Anisovich V V et al. *Phys. Lett. B* **323** 233 (1994); **364** 195 (1995)
169. Kamiński R, Leśniak L, Maillet J-P *Phys. Rev. D* **50** 3145 (1994)
170. Amsler C, Close F E *Phys. Rev. D* **53** 295 (1996)
171. Törnqvist N A *Z. Phys. C* **68** 647 (1995)
172. Törnqvist N A, Roos M *Phys. Rev. Lett.* **76** 1575 (1996)
173. "Particle Data Group Review of Particle Physics" *Europhys. J. C* **3** (1–4) (1998)
174. Тейлор Дж *Теория рассеяния* (М.: Мир, 1975)
175. Sannino F, Schechter J *Phys. Rev. D* **52** 96 (1995)
176. Harada M, Sannino F, Schechter J *Phys. Rev. D* **54** 1991 (1996)
177. Black D et al. *Phys. Rev. D* **58** 054012 (1998)
178. Ishida S et al. *Prog. Theor. Phys.* **95** 745 (1996)
179. Ishida M *Prog. Theor. Phys.* **96** 853 (1996)
180. Ishida S et al. *Prog. Theor. Phys.* **98** 621 (1997)
181. Ishida S et al. *Prog. Theor. Phys.* **98** 1005 (1997)
182. Ishida M, Ishida S, Ishida T *Prog. Theor. Phys.* **99** 1031 (1998)
183. Ishida M *Nucl. Phys. A* **629** 148c (1998)
184. Zou B S, Bugg D V *Phys. Rev. D* **48** R3948 (1993)
185. Zou B S, Bugg D V *Phys. Rev. D* **50** 591 (1994)
186. Dalitz R H, Tuan S *Ann. Phys. (N.Y.)* **10** 307 (1960)
187. Watson K M *Phys. Rev.* **95** 228 (1954)
188. Mennessier G *Z. Phys. C* **16** 241 (1983)
189. Beveren E et al. *Z. Phys. C* **30** 615 (1986)
190. Minami S *Prog. Theor. Phys.* **81** 1064 (1989)
191. Achasov N N, Shestakov G N *Phys. Rev. D* **49** 5779 (1994)
192. Sadler M, von Geramb H V *Phys. Rev. C* **56** 1218 (1997)
193. Weinberg S *Phys. Rev.* **177** 2604 (1969)
194. Weinberg S, in *Proc. of the Intern. Workshop "Chiral Dynamics: Theory and Experiment"* (Lecture notes in Physics, Vol. 452, Eds A M Bernstein, B R Holstein) (Berlin: Springer, 1995) p. 3
195. Огиевецкий В И *ЯФ* **13** 187 (1971)
196. Огиевецкий В И, в сб. *Проблемы теоретической физики. Памяти И.Е. Тамма* (М.: Наука, 1972) с. 234
197. Vereshagin A, Vereshagin V *Phys. Rev. D* **59** 016002 (1999)
198. Bramon A, Riazuddin, Scadron M D *J. Phys. G* **24** 1 (1998)
199. Delbourgo P, Scadron M D *Int. J. Mod. Phys. A* **13** 657 (1998)
200. Delbourgo P, Liu D, Scadron M D *Phys. Lett. B* **446** 332 (1999)
201. Törnqvist N A *Phys. Rev. Lett.* **78** 1604 (1997)
202. Black D et al. *Phys. Rev. D* **59** 074026 (1999)
203. Fariborz A H, Schechter J *Phys. Rev. D* **60** 034002 (1999)
204. Hannah T *Phys. Rev. D* **60** 017502 (1999)
205. Alkhazov G, Kravtsov A, Prokofiev A *Status of the SPES4 π experiment at Saclay* Conference talk at 8-th International Symposium MENU'99, Zuoz, Switzerland, August 15–21, 1999
206. Anisovich V V, Nikonov V A "The low mass σ -meson: is it an eyewitness of confinement?", hep-ph/9911512
207. Weinberg S *Physica A* **96** 327 (1979)
208. Vereshagin V *Phys. Rev. D* **55** 5349 (1997)
209. Gerstein I S et al. *Phys. Rev. D* **3** 2486 (1971)
210. Gasser J, Leutwyler H *Phys. Lett. B* **125** 325 (1983)
211. Gasser J, Leutwyler H *Nucl. Phys. B* **250** 465, 517, 539 (1985)
212. Donoghue J F, Golovitch E, Holstein B R *Dynamics of the Standard Model* (Cambridge: Cambridge University Press, 1992)

213. Peskin M E, Schroeder D V *An Introduction to Quantum Field Theory* (Reading, MA: Addison-Wesley Publ. Company, 1995)
214. Weinberg S *Phys. Rev.* **166** 1568 (1968)
215. Coleman S, Wess J, Zumino B *Phys. Rev.* **177** 2239 (1969)
216. Callan C G et al. *Phys. Rev.* **177** 2247 (1969)
217. Dietz K, Honerkamp J Z. *Phys.* **222** 46 (1969)
218. Honerkamp J *Nucl. Phys. B* **12** 227 (1969)
219. Bardeen W A, Lee B W *Phys. Rev.* **177** 2389 (1969)
220. Gell-Mann M, Oakes R J, Renner B *Phys. Rev.* **175** 2195 (1968)
221. Glashow S, Weinberg S *Phys. Rev. Lett.* **20** 224 (1968)
222. Weinberg S, in *Festschrift for I.I. Rabi* (Ed. L. Motz) (New York: N.Y. Acad. Sci., 1977) p. 185
223. Gasser J, Leutwyler H *Phys. Rep.* **87** 77 (1982)
224. Leutwyler H *Nucl. Phys. B* **337** 108 (1990)
225. Leutwyler H *Phys. Lett. B* **378** 313 (1996)
226. Meissner Ulf-G *Rep. Prog. Phys.* **56** 903 (1993)
227. Ecker G *Prog. Part. Nucl. Phys.* **35** 1 (1995)
228. *Proc. of the Intern. Workshop "Chiral Dynamics: Theory and Experiment"* (Lecture notes in Physics, Vol. 513, Eds A Bernstein, D Drechsel, T Walcher) (Singapore: Springer, 1998)
229. "Proc. of the Intern. Symposium on Meson–Nucleon Physics and the Structure of the Nucleon" *πN -Newsletter* **13** (1997)
230. Fuchs N H, Sadzijan H, Stern J *Phys. Lett. B* **238** 380 (1990); **269** 183 (1991)
231. Stern J, Sadzijan H, Fuchs N H *Phys. Rev. D* **47** 3814 (1993)
232. Knecht M et al. *Nucl. Phys. B* **457** 513 (1995); **471** 445 (1996)
233. Bijnens J et al. *Phys. Lett. B* **374** 210 (1996)
234. Stern J Invited talk at the *Workshop on Physics and Detectors for DAΦNE* Frascati 1995; hep-ph/9510318
235. Colangelo G, Knecht M, Stern J, Preprint IPNO/TH 94-36 (1994); hep-ph/9406211
236. Аникеев В Б, Жигунов В П *ЭЧАЯ* **24** 989 (1993)
237. Тихонов А Н, Арсенин В Я *Методы решения некорректных задач* (М.: Наука 1986)
238. Васильев Ф П *Численные методы решения экстремальных задач* (М.: Наука, 1981)
239. *Deconvolution with Application in Spectroscopy* (Ed. P A Jansson) (London: Academic Press, 1984)
240. Турчин В Ф, Козлов В П, Малкевич М С *УФН* **102** 345 (1970)
241. Vereshagin V et al. *πN -Newsletter* **10** 176 (1995)
242. Болохов А А, Поляков М В, Шерман С Г, Препринт ПИЯФ 2197 NP-55-1997 (СПб.: ПИЯФ, 1997)
243. Ecker G, in *Proc. of the Intern. Workshop "Chiral Dynamics: Theory and Experiment"* (Lecture notes in Physics, Vol. 513, Eds A Bernstein, D Drechsel, T Walcher) (Singapore: Springer, 1998) p. 337
244. Girlanda L et al. *Phys. Lett. B* **409** 461 (1997)
245. Leutwyler H Talk given at the DAΦNE Workshop (Frascati, 1997); hep-ph/9709406
246. Майоров В Н, Патаракин О О, Тихонов В Н *ЯФ* (в печати)
247. Алексеева Е А, Мухин К Н, Патаракин О О *ЯФ* **35** 917 (1982)

New data on the pion–pion interaction at low energies

V.V. Vereshchagin

*St.-Petersburg State University,
Petrodvorets, 198904 St.-Petersburg, Russian Federation
Tel. (7-812) 559-55 01
E-mail: vvv@AV2467.spb.edu*

K.N. Mukhin, O.O. Patarakin

*Russian Research Center "Kurchatov Institute", Institute of General and Nuclear Physics,
pl. Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russian Federation
Tel. (7-095) 196-76 63. Fax (7-095) 196-91 33
E-mail: mukhin@chen.net.kiae.su, patarak@dnuc.polyn.kiae.su*

Theoretical and experimental approaches to the pion–pion interaction are discussed and the results obtained are presented. Experiments on $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ reactions as a source of information on $\pi\pi$ scattering are described as well as polarized target experiments and those on K_{e4} decay and ponium. The concepts of effective field theory and the basic ideas of chiral perturbation theory are discussed. The problem of light scalar resonances is analyzed and the incorrectness of data analysis procedures is considered.

PACS numbers: **13.75. – n**, **13.90. + i**, **14.40. – n**, **14.40. Aq**

Bibliography — 247 references

Received 27 May 1999, revised 20 December 1999