

Дробный квантовый эффект Холла

Х. Штёрмер

(Нобелевская лекция. Стокгольм, 10 декабря 1998 г.)

PACS numbers: 67.90.+z, 73.40.Hm

Содержание

1. Введение (304).
 2. Двумерные электронные системы (305).
 3. Модулированное легирование (306).
 4. Эффект Холла (307).
 5. Целочисленный квантовый эффект Холла (308).
 6. Дробный квантовый эффект Холла (310).
 - 6.1. Открытие. 6.2. Причины возникновения. 6.3. Об электронах и квантах потока. 6.4. Композитные частицы. 6.5. Фермионы и бозоны. 6.6. Статистика композитных частиц. 6.7. Дробный квантовый эффект Холла при $\nu = 1/3$. 6.8. Состояние с $\nu = 1/2$. 6.9. Другие ДКЭХ-состояния. 6.10. Необычное состояние с $\nu = 5/2$.
 7. Выводы (318).
 8. Эпилог (318).
- Список дополнительной литературы (319).

1. Введение

Дробный квантовый эффект Холла — очень противостественное физическое явление. Оно означает, что много электронов, действуя сообща, могут создать новую частицу, заряд которой *меньше*, чем заряд отдельно взятого электрона. Кажется, что это невозможно. Совокупность объектов может образовать *большой* объект, или ее части могут сохранять свои размеры, но невозможно создать что-нибудь *меньшее*. Если бы новые частицы имели удвоенный заряд, это не было бы парадоксом: электроны могут просто "приклеиться" друг к другу и образовать пары. Но дробные заряды действительно очень необычны. Причем эти заряды не просто меньше заряда составляющих систему электронов, они в точности равны $1/3$, $1/5$ или $1/7$ и т.д. заряда электрона в зависимости от условий их образования. Кроме того, мы точно знаем, что ни один из электронов системы не распадается на составные части.

Дробный заряд — самая интересная, но не единственная загадка этого эффекта. Квантовые числа (обычно целые или полуполые) оказываются также дробными, например, $2/5$, $4/9$ или $11/7$, или даже $5/23$. Более того, электроны могут захватывать "кусочки" магнитного поля, образуя совершенно новые объекты. Свойства таких композитных частиц сильно отличаются от свойств электронов. Иногда кажется, что они "забывают" о гигантских магнитных полях и движутся по прямой, в то время как голый электрон должен был бы вращаться по окружности очень малого радиуса. Их масса не имеет ничего общего с массой первоначального электрона, а возникает исключительно за счет взаимодействия с соседями. Более того, захваченное магнитное поле существенно меняет классификацию этих частиц: в зависимости от величины магнитного поля от фермионов к бозонам и затем опять к фермионам. И, наконец, предполагается, что некоторые такие композитные частицы объединяются и образуют пары, отдаленно напоминающие электронные пары в сверхпроводниках, что может привести к еще одному совершенно поразительному новому состоянию с таинственными свойствами.

Все эти необычные явления происходят при низких температурах в двумерной электронной системе, помещенной в сильное магнитное поле, — только электроны и магнитное поле. Электроны находятся внутри твердого тела, на поверхности раздела двух немного отличающихся полупроводников. В настоящее время — это самая гладкая поверхность, которую мы можем сделать, чтобы ограничить движение электронов в двух измерениях. Остальное делает квантовая механика.

Большинство экспериментов очень просты. Все, что требуется, — это сильное магнитное поле (обычно от стандартного сверхпроводящего магнита), температура, близкая к абсолютному нулю (обычно от $1/100$ до $1/10$ К) от серийного гелиевого охладителя, батарея, резистор и вольтметр. На самом деле используют более сложное оборудование, чтобы увеличить скорость набора данных.

Образцы изготавливаются из сверхчистых полупроводниковых материалов. Они — существенная составляющая эксперимента. Перед тем как спуститься в таинственные пещеры двумерной многочастичной физики, необходимо также приобрести навык в сложных технологиях, что сделает возможным само путешествие.

Х. Штёрмер (H. Störmer). Department of Physics and Department of Applied Physics Columbia University, New York, NY 10023, Bell Labs, Lucent Technologies Murray Hill, NJ 07974

2. Двумерные электронные системы

В трехмерном мире для создания двумерной системы требуется наличие обычной поверхности или же поверхности раздела двух веществ (интерфейса) и силы, которая удерживает изучаемую систему на этой поверхности. Бильярд (поверхность — стол, удерживающая сила — гравитация) — наиболее известная модель такой системы. Электроны можно удерживать на поверхности жидкого гелия или на поверхности некоторого диэлектрика. Они могут там удерживаться электрическим полем, которое прижимает их к слабо проницаемому барьеру. Наиболее успешный метод создания двумерной электронной системы (2DES) состоит в том, что электроны заключаются внутри твердого тела на поверхности раздела полупроводника и диэлектрика или на поверхности раздела двух различных полупроводников. Первые — это так называемые кремниевые полевые

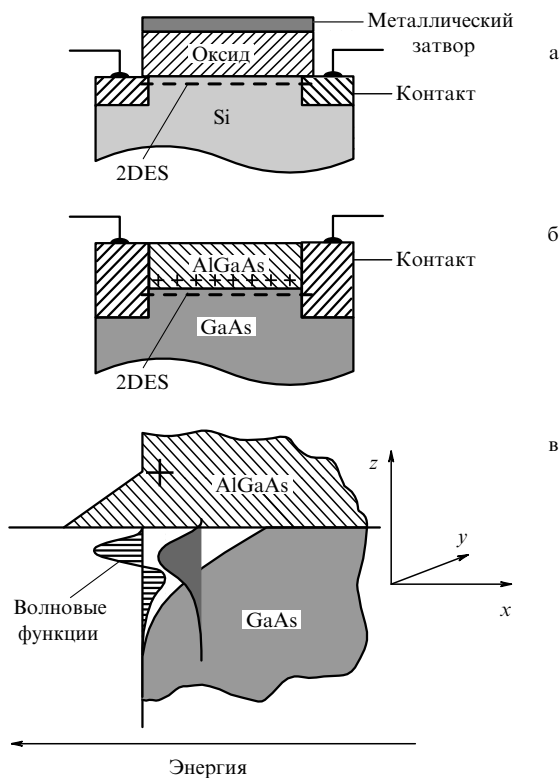


Рис. 1. Схема кремниевого полевого транзистора типа металл–оксид–полупроводник. Двумерная электронная система располагается у поверхности раздела между кремнием и двуокисью кремния. Электроны прижимаются к слою оксида электрическим полем затвора (а). Схема модулированно-легированной гетероструктуры галлий–мышьяк/алюминий–галлий–мышьяк (GaAs/AlGaAs). 2DES реализуется на поверхности раздела между GaAs и AlGaAs. Электроны прижимаются к слою AlGaAs электрическим полем заряженных донорных примесей кремния (+), которые находятся в AlGaAs (б). Энергетическая ситуация в модулированно-легированной структуре (очень похожая на ситуацию в полевом Si-MOS-транзисторе). Энергия увеличивается справа налево. Электроны на поверхности раздела связаны в треугольной потенциальной яме. Эти электроны имеют дискретные энергетические состояния в направлении z , одно из них показано черным цветом, второе — горизонтальной штриховкой. При низких температурах и низких концентрациях электронов только нижнее (зачерненное) состояние занято. Движение электронов полностью запрещено в направлении z , но они могут двигаться в плоскости xy (в).

МОП-транзисторы (металл–оксид–полупроводник), в которых 2DES возникает на границе раздела кремния и его окиси (рис. 1а).

В кремниевых полевых МОП-транзисторах электроны "живут" на кремниевой стороне поверхности раздела, прижатые к слабо проницаемому изолирующему стеклу из окиси кремния с помощью электрического поля от металлического электрода, расположенного поверх стекла. Возможность изменять концентрацию электронов в кремнии — и, следовательно, электрическое сопротивление — посредством этого электрода (называемого затвором) делает эту структуру идеальным транзистором. Кремниевый полевой МОП-транзистор — это рабочая лошадка сегодняшней кремниевой индустрии с оборотом примерно в 140 миллиардов долларов; он является ключевым элементом любой продукции: от персонального компьютера до цифровых часов.

В полевых МОП-транзисторах электроны могут двигаться вдоль плоскости интерфейса, но их движение в перпендикулярном направлении ограничено. Фактически, как следует из квантовой механики, они вообще не могут двигаться в этом направлении. Электрическое поле электрода прижимает носители к стеклу так сильно, и они оказываются так сильно запертыми в этом направлении, что квантовая механика разрешает существование только набора дискретных уровней в этом измерении (рис. 1в). При низких температурах, много меньших, чем расстояние между этими уровнями по энергии, и при достаточно малой плотности все электроны сосредоточены на низшем из этих уровней. Их движение в направлении z полностью подавлено. С другой стороны, они могут свободно двигаться в плоскости xy . Кремниевый полевой МОП-транзистор представляет собой почти идеальное воплощение концепции 2DES, и в большей своей части физика 2DES базируется именно на нем.

Как бы хороши и универсальны ни были полевые МОП-транзисторы, они все же имеют свои ограничения. Электроны, сосредоточенные на поверхности раздела между кристаллическим полупроводником и изолирующим аморфным стеклом, часто рассеиваются на неровностях плоскости раздела или на примесях, проникающих через слой стекла. Такое электронное рассеяние нежелательно. Оно случайным образом срывает электроны с их траекторий, затрудняя наблюдение их "чистого" поведения, обусловленного исключительно их собственным взаимодействием и взаимодействием с магнитным полем. Конечно, электроны также рассеиваются на колебаниях атомов, так называемых фононах. Охлаждение образца до температуры, близкой к абсолютному нулю, подавляет такие колебания до уровня, при котором они становятся пренебрежимо малыми по сравнению с рассеянием на остаточных примесях.

Двумерная система электронов, удерживаемых на поверхности раздела между двумя различными кристаллическими полупроводниками, должна быть даже "лучше", чем в случае кремниевого полевого МОП-транзистора. Модулированно-легированная гетероструктура галлий–мышьяк/алюминий–галлий–мышьяк (GaAs/AlGaAs) представляет собой такую улучшенную систему для научных исследований и высоко-технологических применений.

3. Модулированное легирование

Чистые полупроводники не проводят электричества при низких температурах. В них нет свободных электронов, которые могли бы двигаться по кристаллу. Все электроны поглощаются химическими связями, которые обеспечивают существование кристалла как целого. Для того, чтобы проводить электричество, полупроводники требуют введения небольшого количества примесей или, как говорят, легирования. Легирование заключается в себе что-то похожее на физическую "уловку-22"¹: без легирования нет свободных электронов, однако это же легирование приводит к появлению примесей, которые сильно рассеивают появившиеся свободные носители. В трехмерных полупроводниках практически невозможно выйти из этого замкнутого круга. В двух измерениях, однако, такой путь есть. Можно отделить подвижные электроны от порождающих их примесей, помещая те и другие в разные, но расположенные по соседству плоскости. Такие слои должны быть очень близки друг к другу, чтобы примеси могли передавать свои электроны, но, с другой стороны, эти слои должны быть на достаточном расстоянии друг от друга, чтобы рассеяние электронов на заряженных остовах тех примесей, от которых они произошли, подавлялось. Молекулярная пучковая эпитаксия (МПЭ) дает возможность сделать такую процедуру.

МПЭ представляет собой технику напыления в условиях глубокого вакуума, которая позволяет напылять высококачественные тонкие слои полупроводников друг на друга. Изобретенная в конце 60-х годов Элом Чо в Bell Labs, она стала основой широкой индустрии, производящей электронные приборы с высокими характеристиками, в основном, для средств связи. В качестве стандартной комбинации для выращивания кристаллов в МПЭ используются GaAs и AlGaAs. Эти два полупроводника имеют практически одинаковые межатомные расстояния (постоянные решетки), но слегка отличаются по энергии свободных электронов (сродство к электрону). Электроны "предпочитают" GaAs нежели AlGaAs (в типичных сэндвичах это обеспечивается разницей в энергиях порядка 300 мэВ). Практически одинаковые постоянные решетки гарантируют фактическое отсутствие дефектов и напряжений и, следовательно, высокое качество поверхности раздела. Разность сродства к электрону позволяет держать электроны на расстоянии от породивших их сильно рассеивающих примесей.

Наиболее известная двумерная электронная система — это 2DES в сэндвичах типа GaAs/AlGaAs, выращенных методом МПЭ, которая располагается на поверхности раздела со стороны GaAs (рис. 1б). Слой GaAs толщиной в несколько мкм выращивается на подложке из AlGaAs толщиной 0,5 мм. Подложка является матрицей для напыляемых атомов, а также обеспечивает механическую поддержку для конечной структуры. Затем слой GaAs покрывается слоем AlGaAs толщиной ~ 0,5 мкм. Во время этого высокотехнологичного, чрезвычайно чистого процесса послонного роста в слой

AlGaAs на расстоянии 0,1 мкм от поверхности раздела вводятся примеси кремния. Каждая примесь кремния имеет на внешней оболочке на один электрон больше по сравнению с атомом галлия, который она замещает в твердом теле. Примесь легко теряет этот дополнительный электрон, который странствует по твердому телу в качестве электрона проводимости. В поисках состояния с минимальной энергией такой электрон отважно покоряет энергетическую вершину и сваливается в слой GaAs на расстоянии 0,1 мкм от поверхности раздела. В очень чистом слое GaAs такие электроны проводимости могут двигаться практически независимо по отношению к породившим их примесям, оставшимся в слое AlGaAs по другую сторону барьера. С помощью модулированного легирования удается совместить несовместимое!

Притяжение положительно заряженных (потерявших один электрон) неподвижных ионов кремния прижимает подвижные электроны к барьеру на поверхности раздела с AlGaAs (рис. 1в). Ситуация полностью аналогична той, которая складывается в кремниевом полевом МОП-транзисторе, где металлический затвор прижимает электроны к барьеру на поверхности раздела с окисью кремния. Возникает такое же квантование движения носителей в направлении z , и они оказываются квантовомеханически связанными у поверхности раздела, оставаясь подвижными в плоскости x,y . Преимущество таких модулированно-легированных гетероструктур GaAs/AlGaAs над кремниевыми полевыми МОП-транзисторами состоит в гладкости на атомарном уровне поверхности раздела двух кристаллических полупроводников очень высокой чистоты. Транзисторы на основе модулированно-легированных материалов (high electron mobility transistors) обладают минимальным шумом и максимальным быстродействием. Они широко применяются в мобильной телефонной связи. Как ни странно, многие необыкновенные физические явления, описываемые ниже, происходят в таком же транзисторе, который используется в мобильных телефонах, если его охладить до низкой температуры и поместить в магнитное поле.

Подвижность электрона — это величина, которая характеризует, насколько свободно электрон движется через вещество. При низких температурах, когда рассеянием на фонах можно пренебречь, подвижность в современных гетероструктурах GaAs/AlGaAs превышает таковую в кремниевых полевых МОП-транзисторах почти в 1000 раз! Сегодня такие модулированно-легированные образцы представляют собой самое совершенное воплощение концепции двумерного металла, в котором практически отсутствует нежелательное рассеяние (рис. 2). Это можно наиболее наглядно продемонстрировать с помощью средней длины свободного пробега электрона между двумя столкновениями. Она равна приблизительно 1/5 мм. Это означает, что электрон проводимости проходит мимо миллиона атомов полупроводника без рассеяния.

Модулированное легирование было изобретено и осуществлено в 1977 г. в Bell Labs четырьмя исследователями. На фотографии того времени (рис. 3) они стоят около одной из первых МПЭ-установок. МПЭ-технология невероятно продвинулась с тех пор, и МПЭ-установки стали больше и сложнее. На рисунке 4 показана современная МПЭ-установка в Bell Labs и рядом с ней те люди, которые с ее помощью создают самые совершенные в мире модулированно-легированные образцы.

¹ Catch-22 — ситуация, представляющая две равно нежелательные возможности. Выражение появилось в английском языке после выхода в 1961 г. антивоенного романа американского писателя Дж. Хеллера "Уловка-22". (Примеч. ред.)

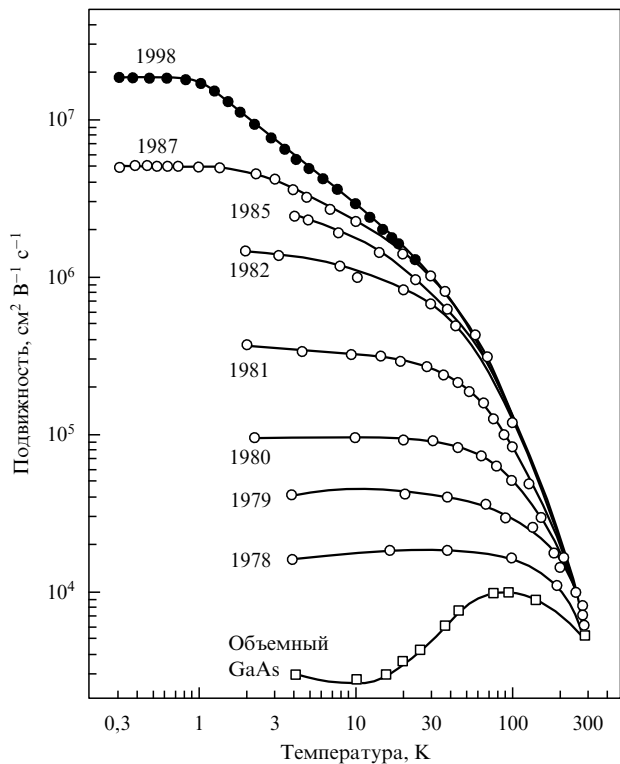


Рис. 2. Прогресс, достигнутый за 20 лет в повышении подвижности μ электронов в двумерной электронной системе модулированно-легированных гетероструктур GaAs/AlGaAs. При высоких температурах значение μ ограничено рассеянием на фононах в твердом теле. При сверхнизких температурах μ ограничено рассеянием на примесях и дефектах материала. График "объемный GaAs" представляет характерные данные для объемного образца GaAs. Таким образом, с момента изобретения модулированного легирования μ возросла более чем в 1000 раз. Подвижность $2 \times 10^7 \text{ см}^2 \text{ В}^{-1} \text{ с}^{-1}$ приблизительно соответствует баллистическому полету электрона через полупроводник на расстояние 1/5 мм (!), прежде чем произойдет столкновение.



Рис. 3. Изобретатели модулированного легирования около одной из первых установок для молекулярной пучковой эпитаксии в Bell Labs, 1978 г. Слева направо: Вилли Вигман, Арт Госсард, Хорст Штёрмер и Рэй Дингл.

4. Эффект Холла

Эффект Холла был открыт в 1879 г. Эдвином Холлом, аспирантом университета Джона Хопкинса в Балтиморе. Пропуская ток I через тонкую пластинку листового

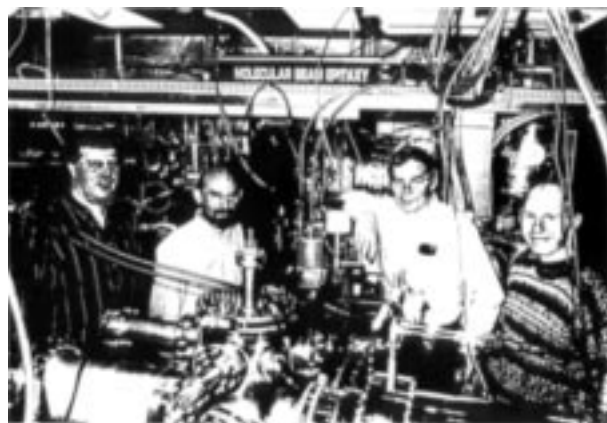


Рис. 4. Современная установка для сверхчистой молекулярной пучковой эпитаксии в Bell Labs. В центре Лорен Пфайффер (второй справа) и Кен Уэст (второй слева), которые синтезируют материалы с самой высокой в мире подвижностью. Слева Кирк Болдуин, который работает со мной уже почти 20 лет. Справа — Амир Якоби, постдок, исследующий одномерные проволоки.

золота, он измерял два характерных напряжения (рис. 5). Первое — напряжение V вдоль направления прохождения тока. Результат деления V на ток I представляет собой электрическое сопротивление материала R . Второе — напряжение V_H поперек направления тока, которое, как ожидалось, должно быть равно нулю, поскольку ток течет перпендикулярно этому направлению. Так и было в измерениях Холла до тех пор, пока он не наложил магнитное поле B перпендикулярно поверхности пластинки. Из серии экспериментов Холл сделал вывод, что V_H пропорционально току I и магнитному полю B . Следовательно, обозначая V_H/I как электрическое сопротивление R_H , получим $R_H \propto B$. С тех пор этот эффект называют эффектом Холла. Соответствующее напряжение V_H называется холловским напряжением;

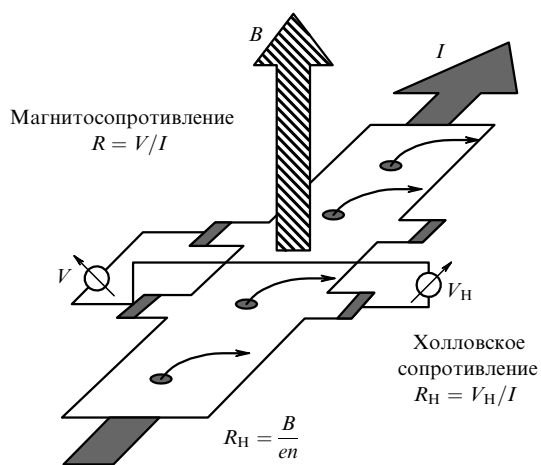


Рис. 5. Геометрия измерения магнитосопротивления R и холловского сопротивления R_H в зависимости от тока I и магнитного поля B . V представляет собой продольное падение напряжения вдоль линии тока, а V_H — холловское напряжение, которое возникает перпендикулярно линии тока. Электронная плотность на 1 см^2 обозначена через n , а заряд электрона — через e . Черные точки изображают электроны, которые отклоняются к боковой стороне образца под действием силы Лоренца, возникающей из-за магнитного поля.

результат деления V_H на ток I представляет собой холловское сопротивление R_H .

Возникновение эффекта Холла связано с классической электродинамикой. Магнитное поле приводит к появлению силы Лоренца, стремящейся повернуть в сторону электроны, которые должны в среднем двигаться вдоль направления тока. Она прижимает электроны к одной из боковых сторон образца (в зависимости от направления магнитного поля), что приводит к возникновению избыточного заряда на одной стороне по сравнению с другой. Этот избыток заряда в итоге приводит к появлению напряжения в поперечном к току направлении. Очевидно, что чем больше поле, тем сильнее прижимаются электроны и тем больше R_H . К тому же, чем ниже плотность электронов, тем больше R_H . Это на первый взгляд кажется противоестественным, но это легко доказать: можно создать такой же ток, используя меньшее количество электронов, которые движутся *быстрее*. На более быстрые электроны действует большая по величине сила Лоренца, в результате возникает большее V_H и, следовательно, большее R_H .

Окончательное выражение для R_H имеет вид

$$R_H = \frac{B}{ne},$$

где n — плотность электронов на единицу площади (1 см^2) образца, равная плотности электронов N в единицу объема (1 см^3), умноженной на толщину образца; e — заряд электрона. Отметим, что в формулу не входят никакие другие характеристики электрона, например, масса, или какие-нибудь другие свойства материала — только электронная плотность. Самое замечательное то, что R_H не зависит от формы образца. То есть даже некоторое количество дырок, просверленных в образце, не изменили бы результат. Если электрические контакты не нарушены, то перфорированная металлическая пластина имеет такое же холловское сопротивление, что и целая пластина. Поскольку эффект Холла не зависит от каких-либо внутренних или внешних характеристик, он стал стандартным методом определения плотности свободных электронов в проводниках. В частности, электронная плотность полупроводников, которая может сильно меняться в зависимости от способа приготовления образца, измеряется при помощи эффекта Холла.

В 1879 г. Эдвин Холл обнаружил, что в нормальном металле сопротивление R_H линейно зависит от величины магнитного поля B (рис. 6). В 1980 г. Клаус фон Клитцинг показал, что для двумерных электронных систем эта зависимость имеет совершенно другой вид.

5. Целочисленный квантовый эффект Холла

Если провести холловский эксперимент для двумерной электронной системы кремниевого полевого МОП-транзистора при низких температурах жидкого гелия ($\sim 4 \text{ К}$) в очень сильном магнитном поле ($\sim 10 \text{ Тл}$), то вместо линейной зависимости холловского сопротивления от магнитного поля, полученной Холлом, будет наблюдаться ступенчатая зависимость (рис. 7). Еще более удивительно то, что R_H на каждой ступеньке квантовано — с точностью до нескольких миллиардных (!) долей — на величину $R_H = h/(ie^2)$, где i — целое число, h — постоянная Планка ($R_H \approx 25,812 \dots \text{ кОм}$ при $i = 1$). В

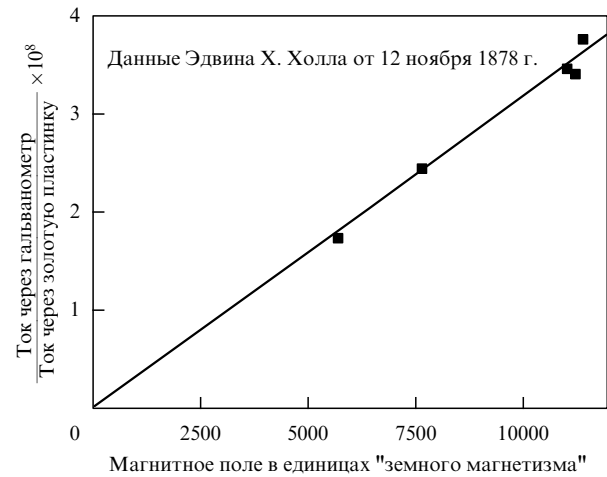


Рис. 6. Данные, полученные Эдвином Холлом в 1878 г. График построен по таблице из его статьи. Вертикальная ось отвечает холловскому напряжению V_H , а горизонтальная — магнитному полю B (см. рис. 5). Линейная зависимость между V_H и B и, следовательно, между R_H и B очевидна. Со времен Эдвина Холла это строго линейное соотношение было подтверждено многими, более точными экспериментами.

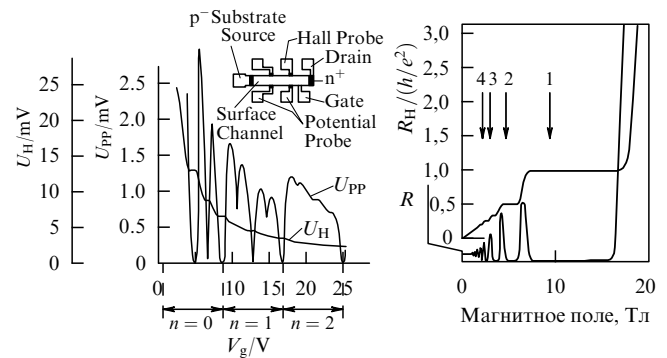


Рис. 7. Слева: открытие целочисленного квантового эффекта Холла в двумерной электронной системе кремниевого полевого МОП-транзистора. Оригинальный график Клауса фон Клитцинга, 1980 г. Вместо гладкой кривой он обнаружил горизонтальные плато в холловском напряжении (V_H) и соответствующие им глубокие минимумы магнитосопротивления (U_{PP}). По горизонтальной оси отложено напряжение затвора (V_g), которое изменяет плотность носителей n . Справа: аналогичные данные, полученные на двумерной электронной системе GaAs/AlGaAs. Поскольку эти данные изображены в зависимости от магнитного поля, их можно непосредственно сравнить с данными Эдвина Холла на рис. 6. Вместо линейной зависимости холловского сопротивления от магнитного поля, как на рис. 6, здесь наблюдаются широкие плато R_H , а также глубокие минимумы R .

1990 г. квант сопротивления h/e^2 , который воспроизводимо измеряется с точностью до восьми значащих цифр с помощью этого целочисленного квантового эффекта Холла (ЦКЭХ), стал новым международным эталоном сопротивления. Магнитосопротивление R , соответствующее квантованным значениям R_H , практически равно нулю. Это другая отличительная особенность ЦКЭХ, и обе эти особенности напрямую связаны друг с другом.

Почему поведение 2DES столь необычно? И в чем причина появления этих ступенек и минимумов? В классической физике электрон в сильном магнитном

поле вращается по круговой орбите, подчиняясь действию силы Лоренца. В квантовой же механике для него существует только дискретный набор разрешенных орбит с дискретными величинами энергии. Эта ситуация аналогична случаю дискретных орбит, возникающих в атоме. Эти так называемые уровни Ландау представляют собой эквидистантный ряд состояний с энергиями $E = (i - 1/2)h e B / (2\pi m)$, $i = 1, 2, 3, \dots$, пропорциональными магнитному полю B ; здесь m — масса электрона, h — постоянная Планка. (В этой лекции мы пренебрегаем эффектами, связанными с наличием у электрона спина. Это упрощает рассмотрение без потери общности.) Электрон может иметь только эти значения энергии и не может иметь те, которые лежат в больших энергетических щелях между ними. Наличие этих щелей существенно для проявления ЦКЭХ. Именно в этом заключается качественное отличие 2DES от трехмерных электронных систем. Движение в третьем измерении, вдоль магнитного поля, может добавить любое количество энергии к энергии уровня Ландау. Поэтому в трех измерениях энергетические щели полностью заполнены и, следовательно, отсутствуют, что препятствует возникновению квантового эффекта Холла. В дополнение к существованию энергетической щели в 2DES число электронов, заполняющих каждый уровень Ландау, строго фиксировано. Это отражается в числе орбит d , которые могут принадлежать данному уровню Ландау на единице поверхности образца. Оказывается, что оно равно $d = eB/h$. Заметим, что эта емкость уровня Ландау, также называемая вырождением, зависит только от универсальных констант и магнитного поля B . Никакие другие характеристики вещества не входят в это выражение. Таким образом, это универсальная величина, не зависящая от используемого материала.

Пусть наш образец имеет фиксированную двумерную плотность электронов n . При низких температурах, когда все электроны стремятся занять самое нижнее из имеющихся энергетических состояний, и при достаточно сильном магнитном поле все электроны находятся на самом нижнем уровне Ландау, заполняя его лишь частично. При уменьшении магнитного поля емкость уровней Ландау падает в соответствии с формулой $d = eB/h$. При $B_1 = nh/e$ нижний уровень Ландау полностью заполнен. При дальнейшем уменьшении поля один из электронов должен покинуть нижний уровень Ландау и перепрыгнуть через энергетическую щель на следующий, более высокий уровень Ландау, затратив энергию $h e B_1 / (2\pi m)$. Уменьшение поля до $B_2 = nh / (2e) = B_1 / 2$ приведет к заполнению двух уровней Ландау, и один из электронов должен перейти на третий уровень и т.д. Такой процесс создает последовательность полей $B_i = nh / (ei)$, при которых все электроны полностью заполняют точное число уровней Ландау, оставляя все вышележащие уровни Ландау пустыми. В этих выделенных на оси магнитного поля точках магнитосопротивление R мгновенно обращается в нуль, а холловское сопротивление R_H принимает строго определенные значения. Используя формулу $R_H = B / (ne)$ из классического выражения для холловского сопротивления и подставляя в нее последовательность характерных полей B_i , получаем квантованное холловское сопротивление $R_H = h / (ie^2)$, $i = 1, 2, 3, \dots$. Хотя это и есть требуемый результат, он не объясняет отличительные черты ЦКЭХ: широкие плато R_H и широкие минимумы R .

В соответствии с приведенным выводом R_H должно принимать квантованные значения только при строго определенных магнитных полях B_i . Если бы это было справедливо, то ЦКЭХ был бы плохой основой для эталона, так как точность определения сопротивления R_H , равного одному из квантованных значений, зависела бы от точности измерения B . В действительности же в ЦКЭХ холловское сопротивление R_H принимает квантованное значение в широком диапазоне B вокруг B_i .

Причиной возникновения широких плато и минимумов является локализация электронов. Несмотря на тщательное приготовление 2DES, на поверхности раздла все же остаются энергетические "долины" и "холмы", обусловленные остаточными дефектами, ступеньками или примесями. На каждом уровне Ландау в какой-то мере воспроизводится этот неровный ландшафт. Когда уровень Ландау заполняется электронами, некоторые электроны попадают в ловушки (локализуются) и оказываются изолированными. Они больше не принимают участия в электропроводности через образец, пятна локализованных электронов становятся инертными и играют роль отверстий, вырезанных в двумерной пластине. Как и в случае перфорированной металлической пластины, такие изолированные пятна не влияют на измерения плотности подвижных носителей в гладкой части ландшафта, которые обтекают все холмы и долины. По мере заполнения или освобождения уровня Ландау вначале заполняются или освобождаются только локализованные состояния на краях энергетической зоны, оставляя состояния уровня Ландау, отвечающие обширным плоским областям, полностью заполненными. При этом холловское сопротивление образца R_H и магнитосопротивление R остаются постоянными. Так как состояния уровня Ландау, соответствующие проводящим областям, полностью заполнены, то холловское сопротивление остается равным квантованному значению. Локализованные электроны представляют собой резервуар носителей, которые поддерживают точное заполнение уровней Ландау в энергетически гладкой области образца теперь уже для конечного интервала магнитных полей, что приводит к существованию протяженного интервала для квантованного холловского сопротивления и для нулевого омического сопротивления в ЦКЭХ.

Точность квантования не зависит от формы и размеров образца, а также от того, насколько четко очерчены области контактов (на рис. 8 показан особенно вопиющий в этом смысле пример). По капризу природы для существования в ЦКЭХ ступенек строго определенной высоты *необходимо* наличие дефектов в образце. Без такой "грязи" не было бы ЦКЭХ. Вместо ЦКЭХ чистая система даже в двумерии демонстрировала бы прямую линию Эдвина Холла.

С помощью остроумного мысленного эксперимента Боб Лафлин доказал существование точно квантованного ЦКЭХ, исходя из очень простых соображений (см. его нобелевскую лекцию в этом номере). В его подходе величина $R_H = h / (ie^2) = (h/e) / (ie)$ трактуется как отношение кванта магнитного потока $\phi_0 = h/e$ к заряду электрона e , умноженному на номер заполненного уровня Ландау i . Кванты магнитного потока — это некоторые элементарные единицы, с помощью которых можно описывать взаимодействие магнитного поля с системой электронов. (Само по себе магнитное поле не

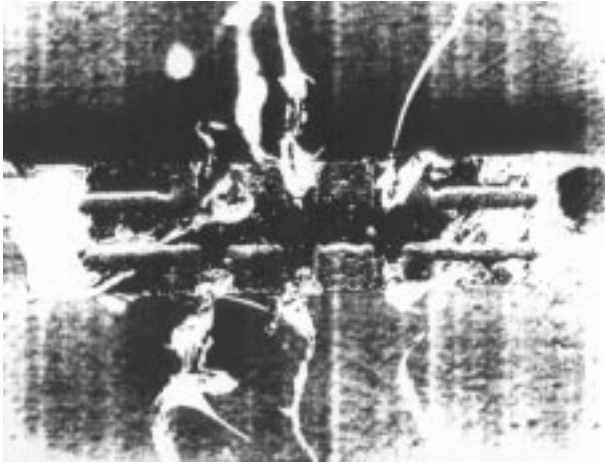


Рис. 8. Фотография образца гетероструктуры GaAs/AlGaAs. Его размеры около $6 \times 1,5$ мм. Черная область (в действительности она зеркальная, но в ней отражается черная фотокамера) — поверхность, под которой находится 2DES. Серые области — выемки, сделанные для того, чтобы ток протекал только через центральную часть образца. Белые пятна неправильной формы состоят из индия, который используется для создания контактов с 2DES. К контактам присоединены золотые провода. На образцах, подобных этому, приготовленных без соблюдения точных размеров и без особой аккуратности, наблюдается квантование холловского сопротивления с относительной точностью порядка 10^{-8} . Представленный образец — тот самый, на котором был открыт дробный квантовый эффект Холла (ДКЭХ) в 1981 г.

квантуется, что отличает его от заряда, который обычно кратен e . Однако в этой лекции, рассматривая магнитное поле в присутствии электронов, мы будем рассуждать так, как если бы оно было квантованным.) Холловское сопротивление R_H , которое является отношением ϕ_0 к e , можно рассматривать как очень точную меру заряда электрона, если представить заряд как $e = \phi_0 / (iR_H)$. С этой точки зрения, опыт Клауса фон Клитцинга дает нам прецизионный электрометр для измерения заряда частицы, переносящей ток в 2DES.

6. Дробный квантовый эффект Холла

6.1. Открытие

В начале октября 1981 г. мы вместе с Дэном Цуи (мы оба работали в Bell Labs) привезли новый образец, сделанный из модулированно-легированного GaAs/AlGaAs в Магнитную лабораторию Фрэнсиса Биттера в МТИ, Кембридж. Этот образец вырастили Арт Госсард, также сотрудник Bell Labs, и его ассистент Вилли Вигман. Занимаясь в течение двух лет модулированным легированием и накопив огромный опыт, они сумели впервые изготовить образец с низкой электронной плотностью $n = 1,23 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ и чрезвычайно высокой подвижностью $\mu = 90000 \text{ см}^2 \text{ В}^{-1} \text{ с}^{-1}$. На рисунке 8 представлена фотография именно этого образца. Мы надеялись, что используя сильные магнитные поля, создаваемые в Магнитной лаборатории, мы сможем замахнуться на так называемый существенно квантовый предел, когда нижний уровень Ландау только частично заполнен электронами. Мы намеревались исследовать этот режим на предмет обнаружения признаков так называемого вигнеровского кристалла — кристалла из электронов в двух

измерениях. Образование такой регулярной упорядоченной системы электронов было предсказано теоретически, но ее еще никто не наблюдал экспериментально.

Проводя 7 октября измерения эффекта Холла на этом образце при температуре жидкого гелия (4,2 К), мы получили результаты, представленные в верхней части рис. 9. В высшей мере линейное соотношение между холловским сопротивлением R_H и магнитным полем B хорошо видно на рис. 9. Отклонения при малых полях указывают на возникновение ЦКЭХ. Зная электронную плотность и высоту ступенек сопротивления ($R_H = h/(ie^2)$, $i = 1, 2, 3, \dots$), можно с уверенностью идентифицировать эти особенности как ЦКЭХ. После появления последней ступеньки ($i = 1$) при $B = 5$ Тл (~ 7 см на нашей миллиметровке) при любых полях, превышающих это значение, электроны должны находиться на самом нижнем уровне Ландау, заполняя только некоторую долю ν его полной емкости. При охлаждении образца до 1,5 К ЦКЭХ-особенности становятся более выраженными, превращаясь в знакомые плоские плато (рис. 9, вверху). Необычная особенность возникает при $B = 15$ Тл: график холловского сопротивления начинает отклоняться от первоначальной прямой

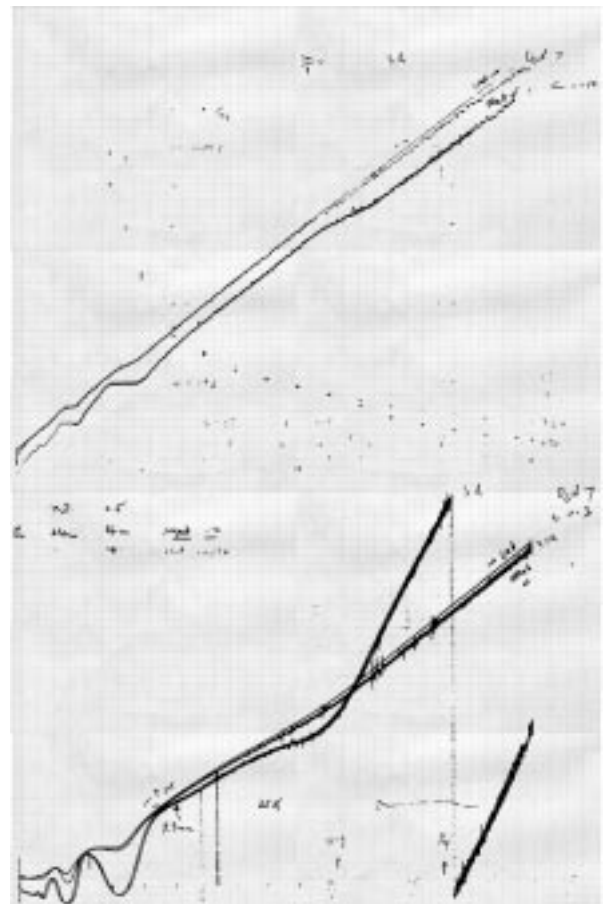


Рис. 9. Миллиметровка с результатами от 7 октября 1981 г., полученными на образце № 6–19–81(3) (см. рис. 8). Вверху: холловское сопротивление R_H при температурах 4,2 К и 1,5 К в зависимости от магнитного поля B . Внизу: магнитосопротивление R в зависимости от магнитного поля при тех же температурах. 1 Тл эквивалентна $\sim 1,5$ см. Особенности при ~ 3 см и ~ 7 см соответствуют ЦКЭХ. Более слабые особенности при ~ 21 см обусловлены ДКЭХ. Неразборчивые надписи в верхней части рисунка относятся к другим данным, так как миллиметровка использовалась не один раз.

линии, демонстрируя поведение, аналогичное тому, которое наблюдается в ЦКЭХ при более высокой температуре 4,2 К. Эта особенность оказалась для нас полной неожиданностью. Это выглядело так, как будто в сильных полях вдали от плато R_H появляется минимум магнитосопротивления R , обычно сопутствующий плато (рис. 9, внизу).

ЦКЭХ, будучи проявлением полного заполнения уровней Ландау, не мог иметь к этому отношения, так как в полях выше $B \approx 5$ Тл нижний уровень заполнен лишь частично. Более того, холловское сопротивление в окрестности этого изменения наклона сильно превышало максимальное возможное ЦКЭХ-сопротивление $R_H = h/e^2 = 25$ кОм. Дэн Цуи в шутку "измерил" большим и указательным пальцами расстояние между точкой $B = 0$ и последней ступенькой ЦКЭХ (~ 7 см) и определил положение новой особенности в этих "единицах". Он получил тройку и воскликнул: "Кварки!" Казалось бы шутя, он со своей остро отточенной интуицией, уловил самую суть полученных результатов.

Если следовать мысленному эксперименту Лафлина и принять, что холловское сопротивление может служить мерой заряда частицы, то плато в три раза выше, чем последнее плато ЦКЭХ, означает возникновение заряда $q = \phi_0/(3h/e^2) = e/3$. Очевидно, что наш низкотемпературный, низкоэнергетический эксперимент (миллиэлектронвольты, а не миллионы эВ) не мог породить ничего, даже отдаленно напоминающего кварки, субъядерные частицы с зарядом $1/3$ от заряда электрона. Но, как

оказалось, предположение о наблюдении неких частиц с дробным зарядом было абсолютно правильным. В то время мы не понимали, что же мы открыли. В статье Цуи, Штёрмера и Госсарда, опубликованной в марте 1982 г. в *Phys. Rev. Letts*, содержалось описание наших результатов (рис. 10), а также рассуждения о том, что они могут иметь отношение к вигнеровской кристаллизации или чему-нибудь подобному, однако в той работе было и замечание о дробном заряде.

6.2. Причины возникновения

ЦКЭХ можно объяснить, рассматривая только квантованное движение одиночных двумерных электронов в присутствии магнитного поля и случайные флуктуации потенциала на поверхности раздела, создающие локализованные состояния. Существование всех других электронов учитывается простейшим образом — по участию в заполнении или освобождении уровней Ландау. Электростатическое взаимодействие (называемое кулоновским) между одинаково заряженными носителями несущественно для понимания ЦКЭХ. Поэтому его называют одночастичным эффектом.

ДКЭХ, с другой стороны, уже нельзя объяснить на основе поведения одиночных электронов в магнитном поле. Можно предположить, что наличие энергетической щели, столь необходимое для точного квантования в ЦКЭХ, также существенно и для возникновения ДКЭХ. Однако все энергетические щели, порожденные магнитным полем, уже "отработали" в ЦКЭХ, приведя к целочисленному квантованию холловского сопротивления $R_H = h/(ie^2)$, $i = 1, 2, 3, \dots$. Другие энергетические щели — при дробном заполнении уровня Ландау — должны иметь иную природу.

Причина ДКЭХ заключается во взаимодействии между электронами. Поэтому он называется многочастичным эффектом, или эффектом электронных корреляций, так как заряженные электроны избегают встречи друг с другом, сложным образом согласовывая свое относительное движение. В ЦКЭХ электроны не имеют возможности избегать друг друга, поскольку полностью заполнив целое число уровней Ландау, электроны уже "плотно упакованы". При дробном заполнении это не так. На уровне Ландау появляется больше "места". Электроны обладают свободой, которая позволяет им избегать встречи друг с другом энергетически самым выгодным способом. Электронный кристалл, который мы искали и в котором электроны занимают фиксированные позиции на максимальном удалении друг от друга, представляет собой статистическую картину, минимизирующую электронное взаимодействие. В ДКЭХ электроны находятся в еще более выгодном состоянии, непредсказуемом теоретически, которое представляет собой сложный всеобщий квантовомеханический танец.

Многочастичные эффекты представляют собой одну из самых сложных задач для теоретического рассмотрения. В большинстве случаев они вносят лишь малые поправки в описание поведения электронов и могут учитываться приближенно. Часто такое рассмотрение вполне оправдано, однако иногда многочастичные взаимодействия становятся основой физического эффекта. Сверхпроводимость и сверхтекучесть, например, имеют как раз такую сложную природу, и, чтобы объяснить эти явления, пришлось изобрести новые сложные теоретиче-

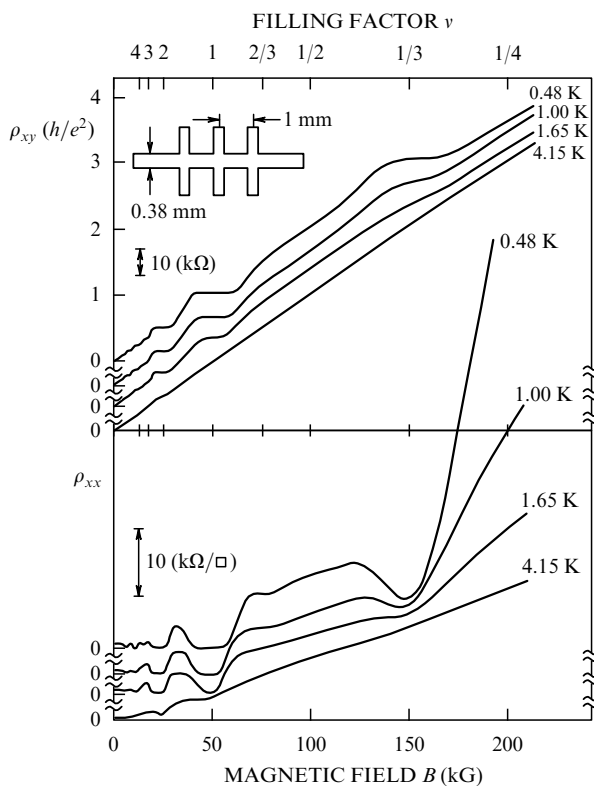


Рис. 10. Первые опубликованные результаты по ДКЭХ. Данные по холловскому сопротивлению (здесь ρ_{xy}) и магнитосопротивлению (здесь ρ_{xx}) получены на том же самом образце, что и на рис. 9. Фактор заполнения уровня Ландау ν указан сверху. Особенности при $\nu = 1, 2, 3, \dots$ обусловлены ЦКЭХ. Особенности при $\nu = 1/3$ соответствуют ДКЭХ. Указаны размеры образца и его температура.

ские понятия. Для объяснения ДКЭХ также необходимы новые понятия.

Боб Лафлин предложил правильный теоретический подход и придумал элегантную волновую функцию, которая описывает квантовомеханическое поведение всех электронов в ДКЭХ с $\nu = 1/3$ (а также ДКЭХ-состояния с другими $1/q$) в виде компактного выражения, содержащего всего лишь около 15 символов. Это выражение — триумф многочастичной теории. Он также предложил механизм возникновения щели и происхождения таинственного заряда $e/3$ (см. его нобелевскую лекцию в этом номере). В следующих разделах я попытаюсь донести до читателя простую красоту физических представлений, описывающих ДКЭХ. Моя лекция адресована не специалистам, для которых написано несколько прекрасных монографий (см. список дополнительной литературы), а хорошо осведомленным в науке непрофессионалам, которые пытаются разобраться в природе такого необычного явления как ДКЭХ. Обсуждение не является исторически последовательным. Оно исходит из концепции образования композитной частицы из электрона и магнитного поля. С этой точки зрения красота поведения электронов на двумерных уровнях Ландау проявляется самым лучшим образом.

6.3. Об электронах и квантах потока

С точки зрения классической механики двумерные электроны ведут себя как заряженные бильярдные шары на столе (рис. 11а). Они отличаются по своей предыстории, и за каждым из них в отдельности можно проследить. Однако с квантовомеханической точки зрения электроны "размазаны" по всему столу. Они принципиально неразличимы, и можно говорить только о вероятности

нахождения электрона (любого электрона) в каком-то определенном месте. В идеальных двумерных системах эта вероятность абсолютно однородна по всей плоскости. Электроны ведут себя как бесструктурная жидкость (рис. 11б). Это не означает, что движение электронов нескоррелировано. Эти одинаково заряженные носители стремятся избегать друг друга, как показано на рис. 11в в классическом представлении. Так же они ведут себя и в квантовомеханической жидкости (рис. 11б). Этим определяется вероятность обнаружить один электрон в каком-то месте при условии, что другой электрон находится в другом месте (например, неподалеку), однако это нельзя представить столь же наглядно, как на рис. 11в.

Важный концептуальный шаг вперед состоит в том, чтобы представить, как пронизывающее систему магнитное поле B создает крошечные "водовороты" в электронном "море" (так называемые вихри), по одному на каждый квант потока магнитного поля $\phi_0 = h/e$ (см. рис. 11г). Представление о водоворотах в данном случае хорошо отражает действительность, так как таким вихрям в самом деле присуще некое квантовомеханическое "завихрение" — закручивание фазы². Внутри вихря плотность электронов ведет себя следующим образом: она стремится к нулю в центре и выходит на значение средней внешней зарядовой плотности на границе вихря. Размер вихря приблизительно равен площади, содержащей один квант магнитного потока (площадь $\times B = \phi_0$). Поэтому можно представить, что каждый вихрь несет в себе один квант потока. Конечно, вихри так же однородно "размазаны" по плоскости, как и электроны. В соответствии с требованиями квантовой механики вероятность найти электрон, так же, как и вихрь, в определенном месте остается полностью однородной (рис. 11д). Тем не менее картина электронов и вихрей представляет собой интуитивный способ рассмотрения электрон-электронных корреляций в присутствии магнитного поля.

Электрон и вихрь — в некотором смысле объекты противоположного типа: первый представляет собой сгусток заряда, а второй — его *отсутствие*. Узвязка их относительного расположения может оказаться энергетически очень выгодной. Например, очень благоприятная ситуация возникает при размещении вихря непосредственно на электроне, так как середина водоворота вытесняет из себя все соседние заряды и удерживает их на расстоянии, уменьшая тем самым взаимное отталкивание. Этот интуитивный образ требует некоторой гибкости ума. Каждый электрон находится в центре вихря и в то же время представляет собой часть совокупности электронов, которые создают вихри, окружающие все другие электроны. Но кто сказал, что многочастичная физика проста?

Необходимо, чтобы каждый электрон был окружен *одним* вихрем. На языке электронов и вихрей — это способ выполнения в данной системе принципа Паули, который в этой ситуации требует, чтобы два электрона не находились в одном и том же положении. Водоворот представляет собой искомое убежище. При полном заполнении нижнего уровня Ландау, когда число электронов *равно* числу квантов потока, расположение элект-

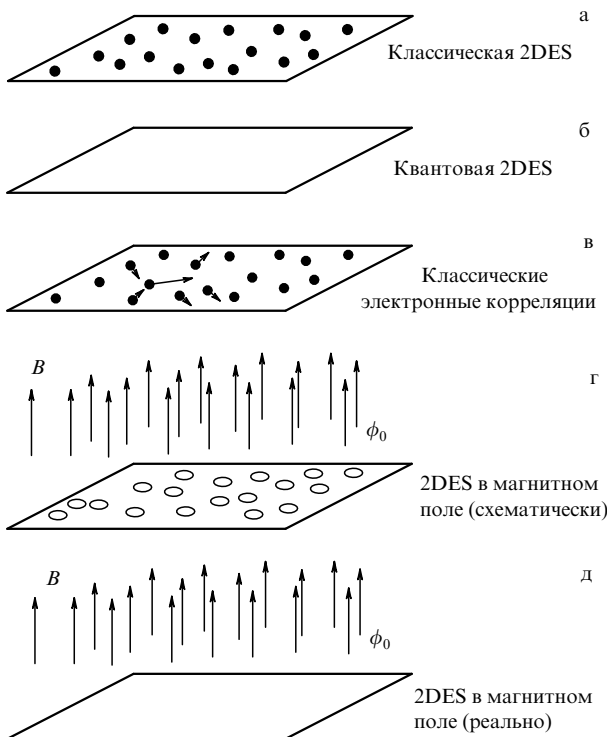


Рис. 11. Схематическое изображение 2DES в различных приближениях. Черные точки представляют электроны. Белые кружки — вихри. Стрелки — кванты потока ϕ_0 магнитного поля B .

² Изменение фазы волновой функции при обходе вокруг центра вихря. (Примеч. пер.)

ронов и вихрей полностью определяется принципом Паули — один вихрь на один электрон, без вариантов (рис. 12). Это и есть условие возникновения ЦКЭХ $\nu = 1$. Его нетрудно обобщить для $i = 2, 3, 4, \dots$, если включить в рассмотрение большее число уровней Ландау и учесть наличие спина у электрона. Таким образом, ЦКЭХ управляется принципом запрета Паули для электронов. Другими словами, наличие многих электронов учитывается в ЦКЭХ тривиальным образом — они заполняют пустые состояния. Когда число вихрей отличается от числа электронов, возникают новые возможности.

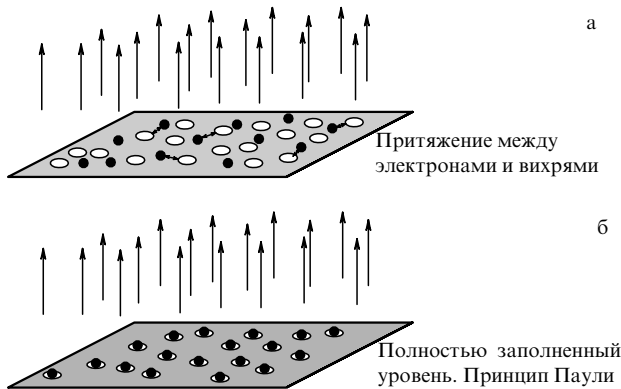


Рис. 12. Схематическое изображение электрон-вихревого притяжения в 2DES в присутствии магнитного поля. В случае полностью заполненного уровня Ландау, $\nu = 1$, число электронов равно числу вихрей, и принцип Паули заставляет вихри "сидеться" на электронах (наличие спина у электронов не учитывается).

Когда магнитные поля превышают величину, соответствующую ЦКЭХ с $i = 1$, более сильное магнитное поле порождает больше квантов потока, и, следовательно, вихрей становится больше, чем электронов. Принцип Паули выполняется при размещении по одному вихрю на каждом электроне (см. рис. 13а), но при этом остаются неиспользованные вихри. Электростатическая кулоновская энергия электронной системы могла бы значительно уменьшиться при размещении

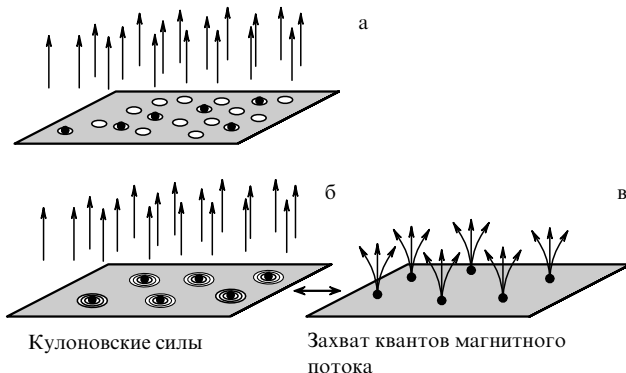


Рис. 13. Схематическое изображение электрон-вихревого притяжения при дробном заполнении уровня Ландау, $\nu = 1/3$. Теперь вихрей в три раза больше, чем электронов. Принцип Паули удовлетворяется при размещении по одному вихрю на каждый электрон (а). Размещение трех вихрей на каждом электроне уменьшает межэлектронное (кулоновское) отталкивание (б). Размещение вихрей на электронах можно рассматривать как захват квантов магнитного потока, в результате которого электроны превращаются в композитные частицы (в).

более одного вихря на каждом электроне (рис. 13б). Большое количество вихрей на электроне образуют более мощный водоворот и оттесняют соседние электроны еще дальше, таким образом уменьшая энергию отталкивания. Возникающее при этом относительное движение электронов не управляется более принципом Паули, а определяется, главным образом, возможностью уменьшения кулоновской энергии. Это — основной механизм электрон-электронных корреляций в 2DES, помещенной в магнитное поле. Описание электрон-электронных корреляций на языке захвата вихрей электронами облегчает понимание этого сложного многочастичного взаимодействия. В конце концов, рассмотрение вихрей как маленьких водоворотов оставляет нам возможность наглядно представить нечто, не имеющее классического аналога.

6.4. Композитные частицы

Концепция вихрей — это способ описания квантов потока магнитного поля в двумерной электронной системе, и можно считать, что вихрь — это объект, созданный квантом потока. Мысленно удобно заменять вихри их "родителями" — самими квантами потока. Тогда размещение вихрей на электронах становится эквивалентным захвату квантов магнитного потока носителями (рис. 13б, в). Электрон *плюс* квант потока можно рассматривать, как новый объект, который принято называть композитной частицей (КЧ). При движении этого объекта через жидкость квант потока действует как невидимый щит, защищающий его от действия других электронов. Заменяв систему сильно взаимодействующих электронов системой электронов с такими "защитными кольцами", которые любезно предоставило магнитное поле, мы вообще устранили проблему межэлектронного взаимодействия в задаче и перешли к композитным частицам, которые почти не взаимодействуют друг с другом. Это — маленькое чудо, что существует такое преобразование очень сложной многочастичной задачи о поведении хорошо известных объектов (электронов в магнитном поле) к гораздо более простой одночастичной задаче о поведении довольно сложных объектов (электрон плюс квант потока), и чудо, что оно было открыто.

КЧ ведут себя не так, как голые электроны. Все внешнее магнитное поле "вошло в состав" частиц в результате захвата электронами квантов потока. Следовательно, с точки зрения КЧ магнитное поле исчезло, и они больше не испытывают с его стороны никакого действия. Они живут на двумерной плоскости, на которую эффективно не действует поле. Еще более важно то, что захваченный квант потока меняет природу частиц, превращая фермионы в бозоны и наоборот.

6.5. Фермионы и бозоны

В физике различают два типа частиц — фермионы и бозоны. Фермионы, например, электроны или протоны, характеризуются тем, что одинаковым частицам этого вида *запрещено* находиться в одном и том же квантовомеханическом состоянии, в частности, в одном положении. Они подчиняются принципу запрета Паули и последовательно заполняют одно разрешенное состояние вслед за другим. Бозоны, например, фотоны или атомы гелия, не имеют таких ограничений и даже предпочитают находиться в *одном и том же* состоянии.

Они подчиняются статистике Бозе–Эйнштейна. В известном смысле, принцип запрета для фермионов — причина того, что наш мир не стягивается в точку (все одинаковые фермионы держатся на расстоянии друг от друга), а поведение бозонов — причина таких явлений (обычно называемых бозе-конденсацией), как лазерная генерация света или сверхтекучесть (все фотоны или атомы гелия конденсируются в одном и том же состоянии). Фермионы имеют полуцелый спин, а бозоны — целый спин (спин характеризует внутреннее "вращение" частицы).

Как видно на примере сверхтекучести в гелии, фермионы (элементы атома — электроны, протоны, нейтроны) могут объединяться, образуя бозоны (атомы гелия). В известном смысле сверхпроводимость также можно рассматривать как попарное объединение фермионов (электронов) в бозоны (куперовские пары), которые испытывают бозе-конденсацию в сверхпроводящее состояние. Однако невозможно создать квазифермион, объединив бозоны. Очень упрощенно, причина этого различия состоит в том, что сумма полуцелых значений может быть целым числом, но сумма целых значений не может дать полуцелое число.

Системы фермионов и бозонов ведут себя очень по-разному, когда две частицы в системе меняются местами. Как говорят, фермионы и бозоны имеют разную *статистику*. Волновая функция системы (которая в квантовой механике описывает поведение всех частиц системы) при таком обмене умножается на -1 в случае фермионов и на $+1$ в случае бозонов. Это одна из глубоких загадок квантовой механики, и здесь нет возможности осветить ее более подробно. В любом случае приходится принимать наставления природы.

6.6. Статистика композитных частиц

Электроны являются фермионами. Если медленно переместить два электрона в двумерной электронной системе относительно друг друга и поменять их местами, волновая функция изменит знак, как и должно быть в случае фермионов. Для КЧ это не так (рис. 14). В этом случае необходимо учитывать захваченный квант потока, а его наличие меняет статистику частиц. При медленном движении двух КЧ относительно друг друга и их обмене сами по себе электроны меняют знак волновой функции, но каждый захваченный квант потока создает дополнительное "закручивание", умножая волновую функцию на еще одну -1 . В результате КЧ могут быть как фермионами, так и бозонами в зависимости от числа захваченных ими квантов потока. Электрон плюс *четное* число квантов потока становится композитным *фермионом* (КФ), так как его волновая функция умножается на -1 *нечетное* число раз, т.е. на -1 . Электрон плюс *нечетное* число квантов потока становится композитным бозоном (КБ), так как волновая функция умножается на -1 *четное* число раз, т.е. на $+1$. Эта так называемая трансмутация статистики частиц, возникающая из-за захвата квантов потока, коренным образом связана с двумерностью рассматриваемой системы. Она отражает глубокую связь между пространством и статистикой частиц.

Если принять, что КЧ включают в себя внешнее магнитное поле и демонстрируют либо бозонное, либо фермионное поведение, то можно без труда понять запутанные свойства двумерной электронной системы в сильном магнитном поле.

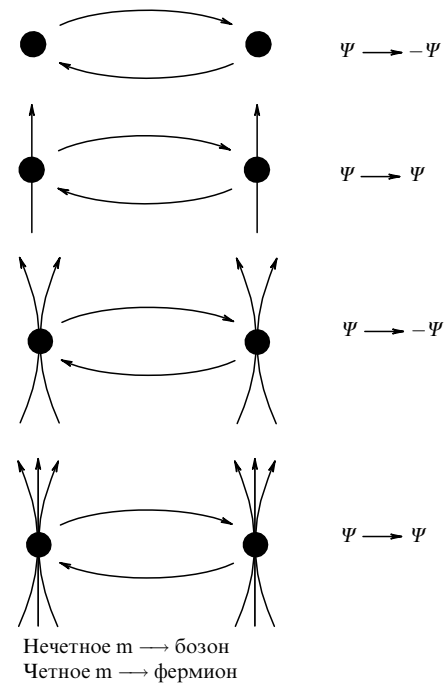


Рис. 14. Статистика электронов и композитных частиц. Взаимная замена двух частиц влияет на волновую функцию Ψ , которая описывает квантовомеханическое поведение системы. Для электронов Ψ умножается на -1 , что является определением фермионов. Если захвачено нечетное число квантов потока, то при обмене двух частиц Ψ не изменяется (т.е. умножается на $+1$), что позволяет считать эти частицы бозонами. Захват четного числа квантов потока опять превращает частицу в фермион (m — число квантов потока).

6.7. Дробный квантовый эффект Холла при $\nu = 1/3$

При заполнении на $1/3$ нижнего уровня Ландау ($\nu = 1/3$) число квантов потока магнитного поля на единицу площади в три раза больше, чем количество электронов в двумерной системе. Поэтому в электронной жидкости содержится в три раза больше вихрей, чем носителей. Для минимизации электрон-электронного взаимодействия каждый электрон принимает три вихря, что удерживает другие электроны на оптимальном расстоянии. Это эквивалентно захвату трех квантов потока каждым электроном, который превращается при этом в КЧ (рис. 13в). Так как все внешнее магнитное поле включено в частицы, эти частицы находятся в условиях эффективного отсутствия магнитного поля. Состоящая из электрона и *нечетного* числа квантов потока, результирующая частица представляет собой композитный *бозон*. Будучи бозонами и находясь в условиях нулевого магнитного поля, такие КБ испытывают бозе-конденсацию в новое основное состояние с энергетической щелью, характерной для такой бозе-конденсации. Это и есть искомая щель, которая необходима для возникновения квантования холловского сопротивления и для обращения в нуль обычного сопротивления. Она была определена разными экспериментальными методами, в том числе непосредственно измерена по рассеянию света.

Когда магнитное поле превышает величину, соответствующую точному заполнению от $\nu = 1/3$, возникает больше вихрей (рис. 15). Они не захвачены какими-нибудь электронами, так как это потребовало бы изменения симметрии конденсированного состояния. Величина дефицита заряда в каждом из таких вихрей составляет точно $1/3$ от заряда электрона. По сравнению с

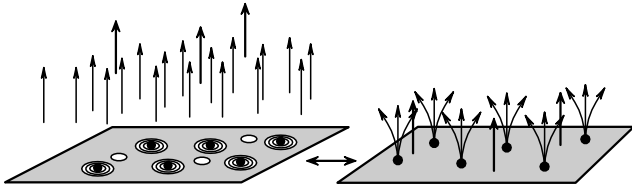


Рис. 15. Схематическое изображение квазичастиц с зарядом $e/3$. Чуть большее магнитное поле B , чем при $\nu = 1/3$, создает дополнительные вихри. Они представляют собой как бы впадины в море электронов. В каждой впадине не хватает ровно $1/3$ электронного заряда. Это и есть дробно заряженные частицы в ДКЭХ.

отрицательно заряженными электронами эти квазидырки (водовороты в электронном море) — эффективно положительные заряды. Можно провести аналогичное рассуждение в случае магнитного поля немного меньшего, чем для $\nu = 1/3$, когда появляются квазиэлектроны с отрицательным зарядом $e/3$. Квазичастицы могут свободно двигаться по двумерной плоскости и переносить электрический ток. Они и есть те самые знаменитые частицы с зарядом $1/3$, возникающие в ДКЭХ, которые наблюдались различными экспериментальными методами, например, в самых последних экспериментах они регистрировались путем измерения электрического шума, производимого ими. Образование плато в ДКЭХ происходит, как и в ЦКЭХ, из-за флуктуаций потенциала и возникающей в результате этого локализации носителей. В случае ДКЭХ носители — это не электроны, а причудливые квазичастицы с дробным зарядом.

ДКЭХ при $\nu = 1/5, 1/7$ и т.д. с квазичастицами, имеющими заряд $e/5, e/7$ и т.д., объясняется точно так же, как ДКЭХ при $1/3$, т.е. захватом 5, 7 и т.д. квантов потока на каждый электрон. Фактически даже такие состояния как $\nu = 2/3, 4/5, 6/7$ и т.д. и $\nu = 1 + 1/3, 1 + 1/5$ и т.д. объясняются аналогично, например, $\nu = 2/3$ рассматривается как уровень Ландау, на $1/3$ заполненный *отсутствующими* электронами. Таким образом, все дробы, отвечающие фактору заполнения уровня Ландау вида $\nu = i \pm 1/q$ (часто называемые первичными дробями) поддаются рациональному объяснению. Но кроме них существует множество других состояний.

6.8. Состояние с $\nu = 1/2$

На первый взгляд состояние с $\nu = 1/2$ должно быть похоже на состояние с $\nu = 1/3$, однако, они очень сильно отличаются. При половинном заполнении нижнего уровня Ландау магнитное поле содержит в *два* раза больше квантов потока на единицу площади и, следова-

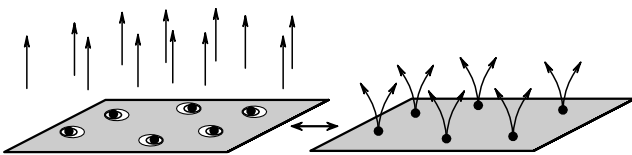


Рис. 16. Схематическое изображение состояния при факторе заполнения уровня Ландау $\nu = 1/2$. С каждым электроном связаны два вихря, что эквивалентно захвату двух квантов потока. Небольшое смещение второго вихря от центра соответствует возникновению в плоскости крошечного диполя.

тельно, имеется в два раза больше вихрей, чем носителей. По аналогии с состоянием $\nu = 1/3$ с каждым электроном в этом случае связано два вихря, которые удерживают другие электроны в отдалении (рис. 16). Однако захват *четного* числа квантов магнитного потока каждым электроном создает объекты, которые являются композитными фермионами, а не композитными бозонами. Это резко изменяет их поведение по сравнению с ДКЭХ при $\nu = 1/3$ и аналогичными ему случаями.

Как и в случае $\nu = 1/3$ внешнее магнитное поле при $\nu = 1/2$ уже включено в частицы, и они находятся в условиях эффективно равного нулю магнитного поля. Однако будучи фермионами они не конденсируются в нижнее энергетическое состояние. Вместо этого они заполняют одно за другим состояния, последовательно оказывающиеся низшими по энергии, пока не достигнут максимального и все КФ будут размещены. Этот процесс эквивалентен заполнению состояний электронами при $B = 0$. Следовательно, с точки зрения КФ, состояние с $\nu = 1/2$ эквивалентно случаю электронов при $B = 0$. Несмотря на *гигантское* внешнее магнитное поле, при половинном заполнении уровня Ландау КФ движутся так же, как электроны в *нулевом* магнитном поле. Это непосредственно наблюдается в экспериментах. Захват квантов потока преобразует эти "бывшие" электроны и они распространяются вдоль прямолинейных траекторий в сильном магнитном поле, в котором обычные электроны вращались бы по маленьким круговым орбитам. Масса КФ, обычно рассматриваемая как характеристика частицы, не имеет никакого отношения к массе исходного электрона. Вместо этого масса КФ зависит от магнитного поля и только от магнитного поля. Фактически, эта масса имеет чисто многочастичное происхождение и является исключительно результатом взаимодействия, а не свойством какой-нибудь отдельной частицы. Это еще одно загадочное проявление межэлектронного взаимодействия в сильном магнитном поле. Отсутствие конденсации и энергетической щели препятствует появлению квантованного холловского сопротивления в состоянии с $\nu = 1/2$. Вместо этого холловская линия не имеет никаких особенностей, так же, как для электронов вблизи $B = 0$ (рис. 17).

Состояния с $\nu = 1/3$ и $\nu = 1/2$ разительно отличаются друг от друга. Одно — это бозе-конденсированное многочастичное состояние, демонстрирующее квантовый эффект Холла и приводящее к существованию дробно заряженных частиц. Второе, несмотря на существование громадного внешнего поля, представляет собой море фермионов, и его частицы имеют массу, которая возникает из-за взаимодействия. Один квант потока на электрон существенно меняет дело.

Многие интригующие вопросы, касающиеся состояния с $\nu = 1/2$, пока остаются открытыми, например: как изменяется масса КФ в зависимости от энергии? какова микроскопическая структура частиц? а также, как спин электрона (которым мы пренебрегали в нашем изложении) влияет на образование КФ? Красивая картина возникает, если у композитных фермионов есть крошечный дипольный момент. Когда один вихрь садится прямо на электрон (принцип Паули), второй вихрь немного смещается от точного центра, что приводит к возникновению электрического диполя на двумерной плоскости. Все это создает широкие перспективы для будущих открытий и дальнейшего развития теории.

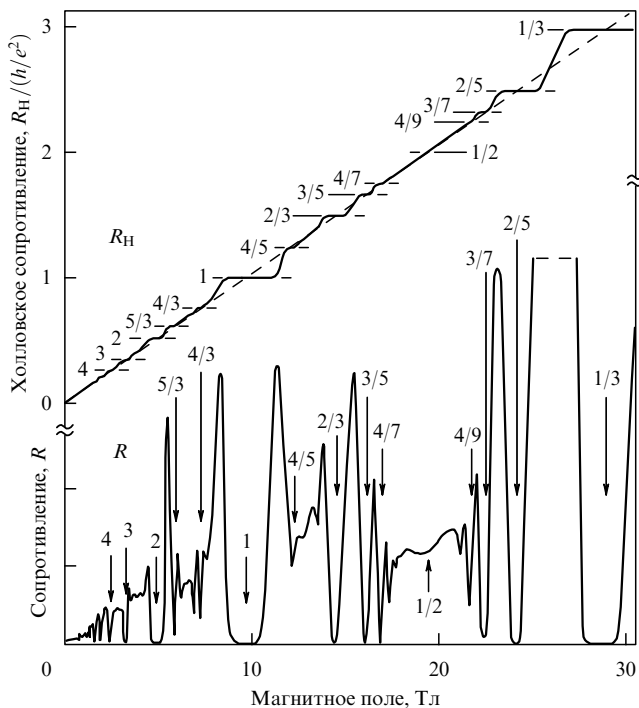


Рис. 17. ДКЭХ, как он выглядит сегодня для 2DES в модулированно-легированных гетероструктурах GaAs/AlGaAs со сверхвысокой подвижностью. Видно, что существует множество состояний с дробным заполнением. Наиболее выраженная серия $\nu = p/(2p \pm 1)$, сходящаяся к $\nu = 1/2$, обсуждается в тексте. Штриховой диагональной линией показано классическое холловское сопротивление.

6.9. Другие ДКЭХ-состояния

Бозе-конденсация КБ, состоящих из электронов и нечетного числа квантов потока объясняет возникновение ДКЭХ при заполнении уровня Ландау, которое выражается первичной дробью $\nu = i \pm 1/q$. При этом возникают квантованные значения холловского сопротивления $R_H = h/\nu e^2$ и глубокие минимумы магнитосопротивления R в соответствующих областях. Однако за прошедшие годы было обнаружено множество других ДКЭХ-состояний. На рисунке 17 показан один из лучших на сегодня экспериментальных графиков, полученный на образце, подвижность которого составляет много миллионов $\text{см}^2 \text{В}^{-1} \text{с}^{-1}$. Почему возникают все эти состояния? Модель композитных фермионов дает чрезвычайно ясную картину. Мы используем ее для объяснения серии четко выраженных дробей $2/5, 3/7, 4/9, 5/11, \dots$ и $2/3, 3/5, 4/7, 5/9, \dots$ (т.е. $\nu = p/(2p \pm 1)$, $p = 2, 3, 4, \dots$), сгруппированных вокруг $\nu = 1/2$.

При половинном заполнении электроны системы преобразуются в КФ, состоящие из электронов, которые несут два кванта магнитного потока. Все внешнее магнитное поле содержится в этих частицах, и они находятся на двумерной плоскости в условиях эффективного отсутствия магнитного поля. Поскольку они являются фермионами, то система КФ при $\nu = 1/2$ похожа на систему электронов той же плотности при $B = 0$. Что происходит, когда магнитное поле отличается от $B = 0$? Движение электронов становится квантованным по электронным уровням Ландау. Они заполняют соответствующие электронные уровни Ландау, доходят до энергетических щелей, и возникает хорошо известный ЦКЭХ. КФ вблизи $\nu = 1/2$ следует тем же курсом. Когда

магнитное поле отличается от величины, соответствующей точно $\nu = 1/2$, движение КФ становится квантованным по уровням Ландау КФ. Они заполняют соответствующие уровни Ландау КФ, доходят до энергетических щелей КФ, и возникает ЦКЭХ. Однако это ЦКЭХ не электронов, а композитных фермионов. Этот ЦКЭХ КФ возникает точно при значениях $\nu = p/(2p \pm 1)$, которым соответствуют положения особенностей ДКЭХ. Фактически, осциллирующие особенности магнитосопротивления R в ДКЭХ вблизи $\nu = 1/2$ очень напоминают осциллирующие особенности R вблизи $B = 0$, причем если последние сдвинуть от $B = 0$ к $\nu = 1/2$, положения особенностей совпадут. Это очень примечательный факт по многим причинам.

КФ сохраняются и в ненулевом эффективном магнитном поле (при удалении от $\nu = 1/2$) и траектории этих композитных частиц имитируют траектории электронов в эквивалентном магнитном поле в окрестности $B = 0$. КФ остаются "хорошими" частицами. Таким образом, сложная задача о многочастичном электронном взаимодействии при факторах заполнения, выражающихся некоторой рациональной дробью, сводится к одночастичной задаче при целочисленном заполнении уровней Ландау композитных фермионов в эффективном магнитном поле. Даже изменение величин энергетических щелей при переходе от одного ДКЭХ-состояния к последующему можно вывести из структуры уровней Ландау КФ. Что еще более поразительно, исходя из этих же соображений, можно получить очень хорошие квантовомеханические волновые функции для этих ДКЭХ-состояний. Следовательно, ДКЭХ электронов можно рассматривать как ЦКЭХ композитных фермионов.

С помощью модели КФ удалось весьма успешно объяснить все такие ДКЭХ-состояния. Даже состояние с $\nu = 1/3$ можно рассматривать в рамках этой модели. При $\nu = 1/3$ композитные фермионы, возникающие при $\nu = 1/2$, квантуются по уровням Ландау КФ и полностью заполняют самый нижний из этих уровней. Следовательно, ДКЭХ-состояние при $\nu = 1/3$ эквивалентно ЦКЭХ при $i = 1$ для композитных фермионов, возникающих при $\nu = 1/2$. По аналогии с электронами, чтобы выполнялся принцип Паули для КФ, кванты потока (по одному на каждый КФ) создают в жидкости композитных фермионов вихри, которые захватываются композитными фермионами. Каждый электрон, захватив два кванта потока (так как он в первую очередь композитный фермион), захватывает третий, что как раз и требуется для образования состояния с $\nu = 1/3$. Вновь возникает бозе-конденсация композитных бозонов как заполнение уровня Ландау в системе композитных фермионов. В режиме ДКЭХ они представляют собой две стороны одной медали.

Можно ли сказать, принимая во внимание все эти черты сходства, что ДКЭХ — это то же самое, что и ЦКЭХ? Конечно же, нет. С одной стороны, ДКЭХ — это результат сложного поведения (многочастичного взаимодействия) простых частиц (электронов) в присутствии реального внешнего магнитного поля. С другой стороны, он представляет собой простое поведение (квантование Ландау) сложных новых составных частиц (композитных фермионов) в присутствии эффективного магнитного поля. Такое понимание ДКЭХ было развито примерно за последние десять лет. Его крайняя простота — это проявление красоты природы, а также демонстра-

ция способностей и интуиции десятков теоретиков, которые сформировали этот взгляд за прошедшие годы. Какую бы модель ни сконструировали для объяснения ДКЭХ, его первопричина — это элегантный квантово-механический танец электронов в магнитном поле.

КФ возникают всюду. Все дроби с четными знаменателями — кандидаты на образование КФ. И все эти КФ-состояния могут создавать свои собственные уровни Ландау, что приводит к богатому разнообразию ДКЭХ-состояний. Мы уже видели подобные состояния на рис. 17. Еще больше таких состояний показано на рис. 18. ДКЭХ-состояния порождаются при заполнениях $\nu = 1/2, 3/2, 1/4, 3/4, 5/4$ и, возможно, $\nu = 3/8$ и $3/14$. Повидимому, это не конец, хотя со временем наиболее слабые состояния разрушаются остаточными флуктуациями потенциала или путем образования кристалла электронов или композитных фермионов. Еще более

совершенные 2DES должны приподнять завесу над этими чувствительными состояниями. Их простое наблюдение и классификация могут показаться чем-то прозаическим. Тем не менее до сих пор, когда мы чуть глубже вскапывали тучную почву двумерных электронных систем в магнитном поле, мы каждый раз получали все новые сюрпризы. Один из них мы сейчас обсудим.

6.10. Необычное состояние с $\nu = 5/2$

Электроны с двумя захваченными квантами потока являются фермионами. Они последовательно заполняют низшие энергетические состояния и представляют собой отправной пункт для появления сложных серий ДКЭХ-состояний, но сами по себе не находятся в ДКЭХ-состоянии. Это, однако, не так в случае состояния с $\nu = 5/2$. Несмотря на четность знаменателя, оно имеет все характеристики ДКЭХ-состояния, включая энергетиче-

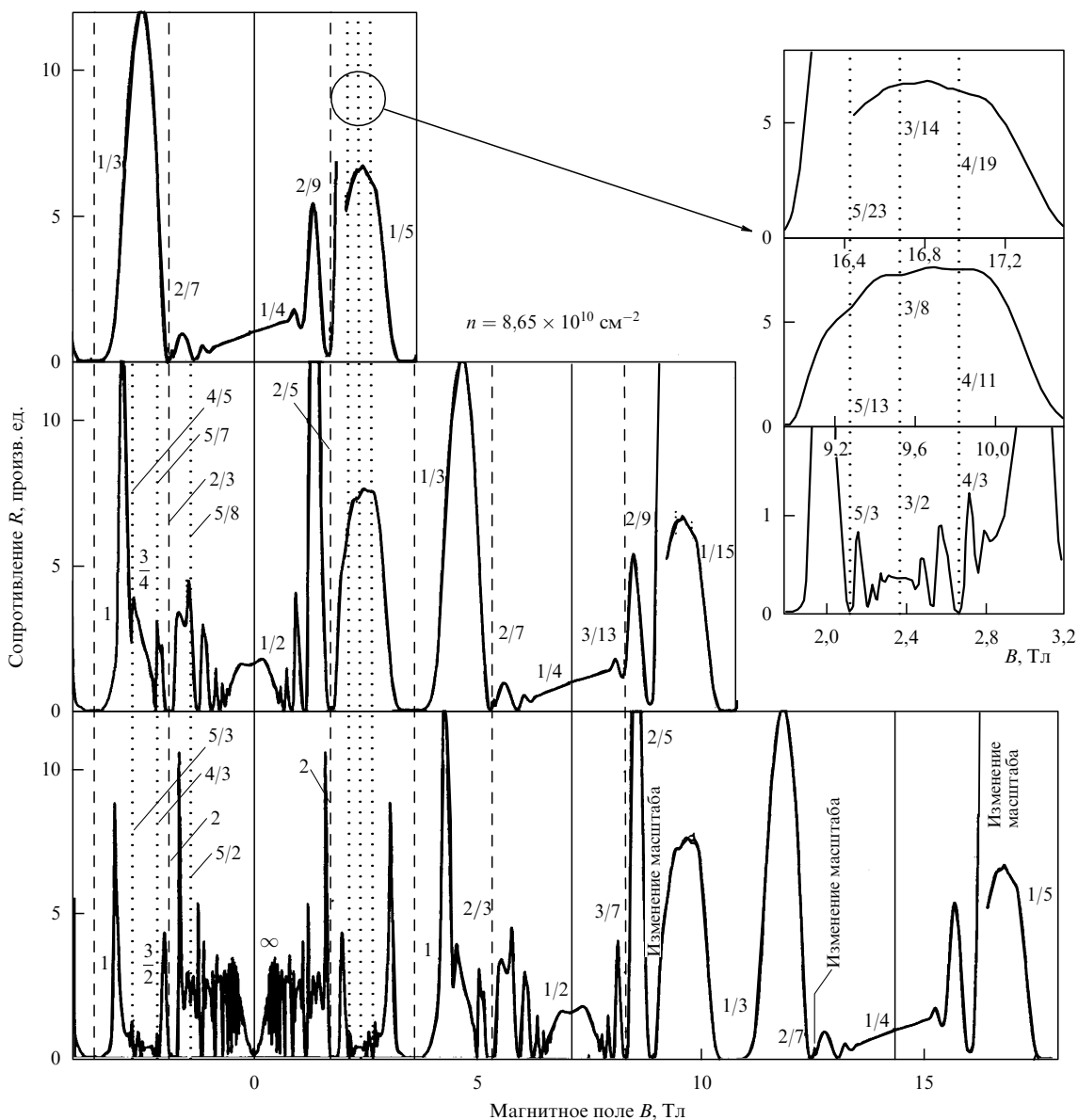


Рис. 18. Серии ДКЭХ-состояний со сложной структурой. Для ясности представлены только графики магнитосопротивления. В средней и верхней части рисунка графики сдвинуты влево на величину, эквивалентную магнитному полю при заполнениях $\nu = 1/2$ и $\nu = 1/4$, соответственно. Вертикальными линиями показано взаимное соответствие между разными ДКЭХ-сериями. На вставке дополнительно показаны ДКЭХ-состояния в увеличенном масштабе.

ческую щель и квантованное холловское сопротивление (рис. 19). Состояние с $\nu = 5/2$ относится к более высокому уровню Ландау ($5/2 = 2 + 1/2$), но это обстоятельство не должно изменять наши простые рассуждения. Нижний уровень Ландау далеко отстоит по энергии, и его можно считать неактивным. Поэтому состояние с $\nu = 5/2$ — это в действительности состояние с $\nu = 1/2$ на более высоком уровне Ландау и должно вести себя как таковое, но его поведение отличается. Несмотря на то, что оно было открыто более десяти лет назад, его природа остается загадочной. Недавно, с появлением модели композитных фермионов, состояние с $\nu = 5/2$ было переосмыслено, и возникло его самое интригующее объяснение.

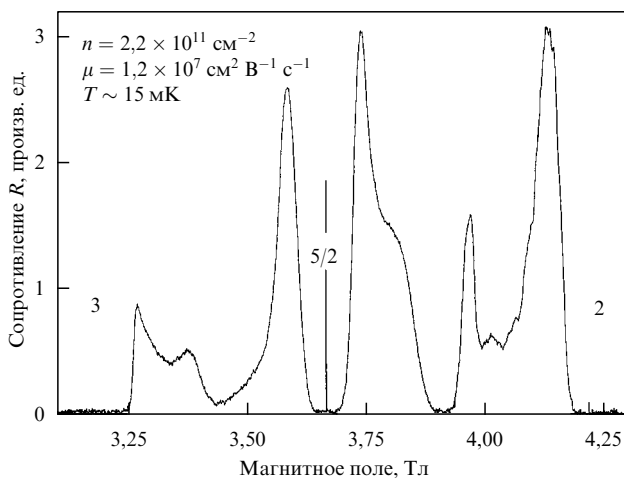


Рис. 19. ДКЭХ при $\nu = 5/2$. ДКЭХ-состояние при таком дробном заполнении с четным знаменателем должно быть запрещено. Причины возникновения этого состояния пока не выяснены. Наиболее интересное объяснение — образование пар композитных фермионов. Эти измерения выполнили J.-S. Xia и Wei Pan из Национальной лаборатории сильных магнитных полей (Гейнсвилл, Флорида). Данные не опубликованы.

Носители, возникающие в результате многочастичных взаимодействий, при половинном заполнении следующего уровня Ландау, действительно связаны с двумя квантами потока — так же, как и их "родственники" при $\nu = 1/2$. Они образуют КФ и заполняют состояния так же, как показано на рис. 16. Однако многочастичные взаимодействия толкают эти КФ дальше, в еще более низкое по энергии основное состояние. По аналогии с образованием куперовских пар в нормальной электронной системе при низкой температуре и их последующей конденсацией в сверхпроводящее состояние с энергетической щелью эти КФ образуют новые *КФ-пары*, которые конденсируются в новое многочастичное основное состояние. Возникающая при этом энергетическая щель является необходимым условием наблюдения характерных особенностей ДКЭХ. Это в высшей степени захватывающий сценарий, так как он предполагает, что и другие электронные корреляции более высокого порядка, чем в модели композитных частиц, могут играть решающую роль. Ожидается, что свойства возникающих частиц также будут крайне необычными (неабелевыми).

В настоящее время остается неясным, действительно ли состояние с $\nu = 5/2$ имеет такую замысловатую

"родословную" или же какое-нибудь другое, более земное, объяснение окажется удовлетворительным. Чтобы получить ответ, нам придется ждать дальнейших, более тонких и сложных экспериментов. Хотя вопрос о происхождении состояния с $\nu = 5/2$ не выяснен, все равно остается хороший шанс, что другое ДКЭХ-состояние, которое еще предстоит отыскать, может иметь такую сложную природу. И возможно это будет такое состояние, которое мы себе и не представляли.

7. Выводы

В двумерных электронных системах, помещенных в сильное магнитное поле, проявляется совершенно новая многочастичная физика. Расположенные на плоскости, такие электроны под действием магнитного поля обнаруживают чрезвычайно разнообразный спектр новых необычных свойств: совершенно неожиданные новые электронные состояния с дробными квантовыми числами; захват квантов магнитного потока электронами; новые частицы, подчиняющиеся как бозе-, так и ферми-статистике; уничтожение сверхсильного магнитного поля; массы, возникающие только за счет межэлектронного взаимодействия и, возможно, новый удивительный процесс образования пар. Это только самые значительные наблюдения и выводы. Самое ошеломляющее — это то, как электроны образуют причудливые частицы с дробным зарядом, без какого бы то ни было дробления отдельного электрона.

Это всего лишь электроны, правда, их очень много. В самом деле, "количество переходит в качество".

8. Эпилог

Мне оказана высокая честь разделить эту премию в пропорции, которая в случае ДКЭХ кажется почти мистическим совпадением, и я очень рад получить 1/3 этой очень почетной награды. К сожалению, еще более прекрасная версия с 1/4 осталась несуществующей. Я отношу все это за счет той громадной удачи, которая сопутствовала мне в жизни, и за счет участия действительно выдающихся коллег, с которыми мне довелось работать.

Как часто бывает, эту премию получили лишь немногие счастливчики, но, с другой стороны, она абсолютно справедливо отмечает тот огромный прогресс, который был достигнут за долгие годы в многочастичной физике (особенно, в физике двумерных систем), и те большие группы экспериментаторов и теоретиков, который этот прогресс осуществили. В этом смысле я считаю, что разделяю эту награду со многими моими коллегами и друзьями на всем земном шаре. Всех их я хотел бы поблагодарить.

Что касается нашего собственного вклада, то настоящими героями в нашем деле остаются создатели материалов. Арт Госсард и Вилли Вигманн изготовили все основные образцы, на которых был открыт ДКЭХ, а впоследствии и многое другое. Приблизительно за последние десять лет Лорен Пфайффер и Кен Уэст подняли искусство и науку выращивания двумерных материалов на новую высоту. Именно на их образцах были сделаны наиболее захватывающие новые открытия в ДКЭХ. Колдовство Кирка Болдуина в "чистой" комнате и выполненный им отбор из тысячи образцов

позволили нам использовать лучшие экземпляры в большинстве экспериментов. Неоценимую поддержку в работе с материалами оказали нам также Al Cho, John English, Jim Hwang, Mansour Shayegan, Charles Tu, Won Tsang, Gunther Weiman.

Я не присутствовал бы здесь, если бы не исключительное экспериментальное мастерство и глубокое понимание физики, которое проявили постдоки, студенты и сотрудники Белл лабораториз, Принстонского университета и других организаций. Это Peter Berglund, Greg Boebinger, Albert Chang, Rui Du, Jim Eisenstein, Hong-Wen Jiang, Woowon Kang, Wei Pan, Bob Willett, Andrew Yeh.

Многое из того, что было открыто экспериментально в данной области, я не смог бы оценить без участия моих друзей и коллег — теоретиков, которые терпеливо обучали меня физике ДКЭХ. Особенно много мне дали Nick d'Ambrumenil, Steve Girvin, Duncan Haldane, Bert Halperin, Song He, Jainendra Jain, Steve Kivelson, Bob Laughlin, Dung-Hai Lee, Peter Littlewood, Allan MacDonald, Rudolf Morf, Phil Platzman, Nick Read, Ed Rezayi, Ramamurti Shankar, Steve Simon. Их на самом деле гораздо больше, слишком много, чтобы перечислить всех.

Моим новым коллегам по Колумбийскому университету я признателен за то, что они тепло приняли меня в свой круг. Я благодарен моей жене Доминик за ее постоянную поддержку и жизнерадостность. Я также признателен фирме, производящей для меня оборудование.

И наконец, я хочу поблагодарить моего давнего коллегу и друга Дэна Цуи в характерной для него немногословной манере: "Спасибо за приглашение на бал".

Перевел с англ. В.В. Лосяков

Список дополнительной литературы

Существует несколько авторитетных монографий по различным вопросам, затронутым в этой лекции, в которых есть ссылки на обширную оригинальную литературу. Здесь представлены некоторые из таких книг.

- Физика кремниевых полевых МОП-транзисторов:
Ando T, Fowler A B, Stern F "Electronic Properties of Two-Dimensional Systems" *Rev. Mod. Phys.* **54** 437 (1983)
- Молекулярная пучковая эпитаксия:
Cho A (Ed.) *Molecular Beam Epitaxy* (Woodbury, N.Y.: AIP Press, 1994)
- Herman M A, Sitter H *Molecular Beam Epitaxy: Fundamentals and Current Status* (Berlin: Springer, 1998)
- Модулированное допирование:
Schubert E F *Doping in III-V Semiconductors* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1993)
- Эффект Холла:
Weiss H *Structure and Application of Galvanomagnetic Devices* (Cambridge: Pergamon Press, 1969)
- Целочисленный квантовый эффект Холла:
Prange R E, Girvin S M (Eds) *The Quantum Hall Effect* 2nd ed. (New York: Springer, 1990)
Chakraborty T, Pietiläinen P *The Quantum Hall Effects: Integral and Fractional* (Springer Series in Solid-State Sciences, Vol. 85) (New York: Springer, 1995)
MacDonald A H (Ed.) *Quantum Hall Effect: A Perspective* (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1989)
- Дробный квантовый эффект Холла и композитные фермионы:
Prange R E, Girvin S M (Eds) *The Quantum Hall Effect* 2nd ed. (New York: Springer, 1990)
MacDonald A H (Ed.) *Quantum Hall Effect: A Perspective* (Kluwer Acad. Publ., 1990)
Chakraborty T, Pietiläinen P *The Quantum Hall Effects: Integral and Fractional* (Springer Series in Solid-State Sciences, Vol. 85) (New York: Springer, 1995)
Das Sarma S, Pinczuk A (Eds) *Perspectives in Quantum Hall Effects* (New York: Wiley and Sons, 1997)
Heinonen O (Ed.) *Composite Fermions: A Unified View of the Quantum Hall Regime* (Singapore: World Scient., 1998)