

ИЗ ТЕКУЩЕЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Дальние корреляции частиц и вейвлеты

И.М. Дремин

Обсуждается проблема дальних корреляций частиц, рождающихся при соударениях частиц и ядер высоких энергий. Дальние корреляции охватывают большие группы частиц. В их числе отметим, например, такие корреляции, которые приводят к структурам кольцевой и эллиптической формы в плоскости полярных и азимутальных углов в индивидуальных событиях с большой множественностью. Метод вейвлет-анализа, позволяющий выделять различные структуры, был предложен и применен к изучению некоторых центральных взаимодействий ядер свинца со свинцом при энергии 158 ГэВ на нуклон. Дается обзор предшествующих попыток поиска дальних (в частности, кольцевых) корреляций частиц, а также недавних работ по вейвлет-анализу взаимодействий ядер.

PACS numbers: 02.30.Px, 12.38.-t, 13.85.-t, 13.87.-a

Содержание

1. Введение (1235).
2. О некоторых дальних корреляциях (1236).
3. Ранний событийный анализ (1238).
4. Вейвлеты: основные понятия (1239).
5. Вейвлет-анализ взаимодействий ядер высоких энергий (1240).
6. Заключение (1244).

Список литературы (1244).

1. Введение

Недавно в Брукхевенской национальной лаборатории (США) были проведены первые эксперименты на новом ускорителе RHIC, в котором встречные пучки ядер тяжелых элементов сталкивались друг с другом с полной энергией 130 ГэВ на нуклон. Уже получены первые интересные, но пока предварительные результаты, в частности, о полном числе — множественности — рождающихся частиц. Оказалось, что в расчете на один нуклон она даже превышает множественность при соударении нуклонов с нуклонами при той же энергии в системе центра масс. Вскоре станет возможным изучение событий, в которых число рожденных заряженных частиц приблизится к цифре 10 000. С пуском ускорителя LHC в ЦЕРНе (Швейцария), когда энергия сталкивающихся ядер на нуклон возрастет до 14 ТэВ в системе центра масс, станут доступны для исследования события множественного рождения частиц с числом заряженных частиц в конечном состоянии более 20 000.

Проблема представления и анализа таких событий становится весьма нетривиальной. Каждая частица может быть охарактеризована точкой в трехмерном фазовом пространстве, и таким образом можно построить распределение этих точек для каждого отдельного события. Различные картины, образованные этими точками в фазовом объеме, соответствуют разным корреляциям частиц, а следовательно, и разной динамике взаимодействия. Задача обнаружения этих картин и их интерпретации становится крайне важной для понимания динамики взаимодействия. Фактически мы вступаем в новый этап изучения процессов множественного рождения, когда помимо обычных методов отбора конкретных событий с помощью триггеров или же построения простейших инклюзивных распределений частиц становятся важными эксклюзивные характеристики при событийном исследовании многочастичных процессов. Для классификации полученных данных потребуются и адекватные методы анализа. Именно таким методом и является вейвлет-анализ этих отдельных событий. Сейчас пока предприняты лишь первые (обсуждаемые в этой статье) попытки применения этого метода, который, несомненно, должен найти более широкое распространение.

Известны разные корреляции частиц, рожденных в соударениях при высоких энергиях. Особенно хорошо изучены двухчастичные корреляции, обусловленные либо распадом двухчастичных резонансов, либо эффектом Бозе–Эйнштейна для тождественных частиц. Обычная техника корреляционных функций, также известная, скажем, в статистической физике, хорошо приспособлена для исследования этих двухчастичных корреляций. Значительно сложнее применять эту методику в случае, когда требуется анализировать несколько частиц, потому что корреляционные функции для трех и более частиц зависят от многих переменных, и с ними трудно работать. Тем не менее изучались корреляции, ответственные за образование кластеров (мини-струй, не

И.М. Дремин. Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, 117924 Москва, Ленинский просп. 53, Российская Федерация
Тел. (095) 132-29-29. Факс (095) 135-85-33
E-mail: dremin@lpi.ru

Статья поступила 15 сентября 2000 г.

сводимых к резонансам) и струй (коррелированных систем из большего числа частиц, обладающих общей угловой направленностью вылета). Особенно активно эта работа велась при изучении e^+e^- -соударений, где струйные и министруйные структуры видны наиболее четко. В других процессах приходилось применять специальные процедуры усреднения, чтобы получить информацию из поведения различных моментов распределений в разных областях фазового пространства (см. недавние обзорные статьи [1–3]). Это привело к пониманию таких глобальных свойств процессов, как перемежаемость (впервые рассмотренная в работе [4]) и фрактальность распределений частиц в фазовом объеме (впервые рассмотренная в работе [5]). Было также показано [6–8], что даже при использовании низших пертурбативных приближений квантовая хромодинамика (КХД) объясняет (по крайней мере на качественном уровне) эти особенности процессов как обусловленные перемежаемым характером последовательного испускания струй с последовательно уменьшающимися энергиями. Были также предсказаны в КХД [9, 10] и затем подтверждены экспериментом (см. обзорные статьи [2, 3]) некоторые совершенно новые и неожиданные характеристики, такие, как осцилляции кумулянтных корреляторов распределений по множественности. Этим было продемонстрировано наличие помимо притягивательных также и отталкивательных сил между группами с разным числом частиц.

Однако истинные многочастичные корреляции частиц, обусловленные возможными коллективными эффектами, все еще могут оставаться не вскрытыми в отдельных событиях. Не ясно, удастся ли их вообще обнаружить с помощью используемых методов усреднения, особенно если вероятность таких событий невелика. Эти локальные эффекты можно было бы заметить в некоторых (вероятно, редких) событиях при анализе особых структур, образуемых рожденными частицами в их фазовом объеме. Их следует отделить от аналогичных структур, возникающих за счет тривиальных статистических флуктуаций. Метод вейвлет-анализа как раз и позволяет распознавать соответствующие корреляционные структуры, проявляющие себя на разных масштабах, и подавить статистический шум, даже если он был очень заметным в начальном наборе [11–14]. В способности выявлять локальные характеристики процесса и проявляется прежде всего преимущество вейвлет-анализа по сравнению с другими методами и, в частности, с анализом Фурье (см. подробнее обзор [14]). В свою очередь в этой статье дается более подробный обзор одной из проблем, кратко затронутых в работе [14].

2. О некоторых дальних корреляциях

Прежде чем переходить к применениям этого метода, рассмотрим примеры возможных корреляций, которые можно было бы пытаться искать и исследовать. Хорошо известным примером дальних корреляций является асимметрия вперед-назад в индивидуальных событиях. Однако она носит глобальный характер, тогда как мы здесь будем больше интересоваться такими корреляциями, которые приводят к особым протяженным структурам в доступном фазовом пространстве. Более конкретно будут, в основном, обсуждаться поиски так называемых кольцевых структур, напоминающих черен-

ковские кольца, и лишь вскользь упоминаться другие возможности.

Хорошо известно черенковское излучение фотонов, когда пучок электронов (или других заряженных частиц) проходит через среду с показателем преломления, превышающим единицу. Испущенные фотоны образуют кольцо в плоскости, перпендикулярной движению пучка, т.е. они испускаются под определенным полярным углом. В качестве адронного аналога можно трактовать налетающее ядро как поток удерживаемых в его объеме кварков (экранированных цветных зарядов), приводящий к испусканию глюонов (струй частиц) при прохождении через ядро мишени. Напомним, что черенковские фотоны проявляются как коллективный эффект излучения среды, через которую проходит пучок. Черенковские глюоны могли бы возникать за счет коллективного излучения сталкивающимися ядрами. Именно поэтому кольцевые структуры, если они будут надежно установлены и подтверждены в разных экспериментах, послужили бы указанием на коллективные дальние корреляции в таких системах.

Уже довольно давно я выдвинул идею [15] о возможном излучении черенковских глюонов, основываясь на экспериментальном наблюдении положительной вещественной части амплитуды упругого рассеяния вперед для всех адронных процессов при высоких энергиях. Это требование является необходимым условием появления такого процесса, поскольку в обычно используемой формуле для показателя преломления n его превышение над единицей пропорционально именно этой вещественной части:

$$\Delta n(\omega) = \text{Re } n(\omega) - 1 = \frac{2\pi N}{\omega^2} \text{Re } A(\omega, 0^\circ) \approx \approx \frac{3\mu^3}{8\pi\omega} \sigma(\omega)\rho(\omega). \quad (1)$$

Здесь ω — энергия излученного кванта, N — плотность рассеивателей, оцениваемая в случае адронов как $N \approx 3\mu^3/(4\pi)$, где масса пиона обозначена как μ , и $A(\omega, 0^\circ)$ — амплитуда рассеяния вперед с $\rho(\omega) = = \text{Re } A(\omega, 0^\circ)/\text{Im } A(\omega, 0^\circ)$, нормированная на полное сечение оптической теоремой $\text{Im } A(\omega, 0^\circ) = \omega\sigma(\omega)/(4\pi)$. Таким образом, необходимое условие черенковского излучения $\Delta n(\omega) > 0$ выполнено, если $\rho(\omega) > 0$. Для типичных значений σ , ρ и ω в адронных процессах имеем $\Delta n(\omega) \ll 1$.

Однако впоследствии я заметил [16], что для таких тонких мишеней, как адроны и ядра, подобный эффект может появиться просто за счет малости длины конформента, что может служить еще одним способом оценки этой длины. Тормозное, черенковское и переходное излучения глюонов в тонких мишенях становятся неразличимыми, поскольку их вклады идут в одну и ту же область углов. В то же время может сказаться и различие между тормозным и черенковским излучением, проявляющееся в том, что для полного тормозного излучения длина формирования будет значительно больше за счет релятивистского эффекта, тогда как для черенковского излучения она жестко связана с протяженностью среды. Поэтому тормозное излучение усилится и пойдет на малые углы, а слабое черенковское излучение придется наблюдать на сильном фоне, что затруднит его выделение. Однако, как мы увидим, оно должно идти на

довольно большие углы в системе центра масс, что более благоприятно для его наблюдения.

Общая формула [17] для полной энергии dW , испущенной в интервал телесных углов $d\Omega$ векторными частицами с энергиями от ω до $\omega + d\omega$, излученными "ступенчатым" заряженным током $|\mathbf{j}_\mu^\perp|$, проходящим внутри мишени толщиной l и с показателем преломления n со скоростью $v = \beta c$, имеет вид

$$\frac{dW}{d\Omega d\omega} = \frac{e^2 \beta^2 \sin^2[\omega l(1 - \beta n \cos \theta)]}{\pi^2 c (1 - \beta n \cos \theta)^2} \sin^2 \theta, \quad (2)$$

где e — электрический заряд, θ — полярный угол испускания фотонов.

Такой ступенчатый цветной ток был использован в работах [15, 16] в качестве модели деконфайнмента кварков (цвета) сталкивающихся адронов или ядер только внутри объема с радиусом сильных взаимодействий $l \sim \mu^{-1}$, откуда и наблюдается этот коллективный эффект. Вне этой области кварки рассматриваются как экранированные удерживаемые объекты, и потому там нет никаких цветных токов. Таким образом, феноменологический параметр l описывает размер области удержания обычных статичных адронов, которая как раз и отвечает области деконфайнмента во время соударения, откуда и наблюдается этот коллективный эффект. Спиральные и массовые характеристики кварков и глюонов подобны соответствующим характеристикам электронов и фотонов. Поэтому для применения формулы типа (2) к случаю испускания глюонов кварками, освобожденными лишь на некоторой длине (ступенчатый цветной ток), следует заменить в этой формуле α на $\alpha_S C_F$, где α_S — бегущая константа связи КХД, $C_F = 4/3$, и учесть малость угла излучения $\theta_{l.s.}$ в лабораторной системе при высоких энергиях и разностей $\Delta n = n - 1$ и $1 - \beta$, а также отношения μ/ω . Тогда инклюзивное сечение такого процесса излучения можно записать в виде [15, 16]

$$\frac{\omega}{\sigma} \frac{d^3 \sigma}{d^3 k} = \frac{4\alpha_S C_F \theta_{l.s.}^2 \sin[\omega l(\theta_{l.s.}^2 - 2\Delta n)/4]}{\pi^2 \omega^2 (\theta_{l.s.}^2 - 2\Delta n)^2}. \quad (3)$$

В случае электромагнитного излучения в макроскопических мишенях выполняется условие $\omega l \Delta n / 2 \gg 1$. Правая часть формулы приводит к дельта-функции Дирака с аргументом, в точности соответствующим обычному черенковскому кольцу для фотонов. В адронном случае справедливо противоположное неравенство

$$\frac{\omega \Delta n}{2} \sim \frac{3\rho(\omega)}{16\pi} \ll 1 \quad (4)$$

(при $\sigma \sim \mu^{-2}$, $l \sim \mu^{-1}$). Поэтому теперь как положение, так и размер кольца согласно (3) определяется длиной удержания l , а не просто Δn .

Конечно, конфайнмент партонов внутри адронов приводит к дополнительной экранировке излучения низкоэнергичных глюонов, которое приобретает мультипольный характер, поскольку начальный ток (адрон или ядро) бесцветен, в отличие от заряженного тока электронного пучка. Поэтому глюонное излучение должно иметь еще более коллективный характер и обладать более жестким спектром, нежели обычное черенковское излучение фотонов. Однако учесть это коллективное поведение строго количественно пока не представляется возможным. Подавление за счет мнимой части ампли-

туды было оценено [16] как несущественное, поскольку оно приводит к множителю порядка единицы:

$$\exp\left(-\frac{3\mu^2 \sigma l}{8\pi}\right) \approx \exp\left(-\frac{\mu l}{8}\right) \approx 0,9, \quad (5)$$

который несуществен для вероятности процесса.

Если испускается несколько глюонов и каждый из них порождает мини-струи с центром, расположенным при определенном полярном угле (или псевдобыстроте¹) без какого-либо ограничения на азимутальный угол, то на мишенной диаграмме, т.е. в плоскости, перпендикулярной оси столкновения, будет наблюдаться кольцевая структура. Поэтому интересно поискать на опыте такие структуры с относительно малой корреляционной длиной по быстроте и большой азимутальной корреляционной длиной. Если плотность мини-струй внутри кольца достаточно высока и они перекрываются, то они будут образовывать (кольцевой) хребет (или стену согласно [18]). Если же число испущенных глюонов невелико, мы увидим несколько (или одну) струй (или башен согласно [18]), скоррелированных по полярному, но не по азимутальному углу. Формула (3) предсказывает довольно большой полярный угол излучения глюонов, т.е. большой радиус кольца на мишенной диаграмме, что благоприятствует его наблюдению:

$$\theta_{l.s.}^{\max} \geq \sqrt{\frac{2\pi}{El}}, \quad (6)$$

где E — энергия соударения. При длине деконфайнмента порядка области действия обычных ядерных сил $l \sim \mu^{-1}$ получается следующая оценка полярных углов появления колец в системе центра масс для двух одинаковых сталкивающихся частиц:

$$\theta_{c.m.s.} \sim 70^\circ (110^\circ), \quad (7)$$

где угол в скобках соответствует излучению другой частицей в заднюю полусферу. Если длина излучения для сталкивающихся ядер пропорциональна $A^{1/3}$, то соответствующий угол излучения будет вести себя, как $A^{-1/6}$. Это можно проверить в столкновениях ядер с разными атомными весами. В зависимости от вероятности появления таких процессов можно будет наблюдать либо одно, либо оба кольца в одном событии.

Конечно, если партон, испускающий глюонную струю, движется уже изначально под углом к оси столкновения, кольцо превратится в эллипс. Для наблюдения эффекта предпочтительно иметь дело с ядрами, поскольку число сталкивающихся партонов увеличивается, хотя при этом увеличивается и фон за счет обычных процессов. Если число частиц, попавших в кольцо, велико, то появится пик в распределении по псевдобыстроте. Однако обычный метод гистограмм не всегда достаточно хорош для выделения эффекта, потому что плотная группа может оказаться разбитой по двум соседним интервалам или же вообще оказаться эллипсоидальной формы, и эффект будет занижен. Тем не менее из гистограмм зачастую удается получить первые указания на наличие эффекта.

Именно такая гистограмма взаимодействия ядер в космических лучах [19] инициировала мой интерес к этой проблеме. В распределении по псевдобыстроте был замечен сильный пик, и вначале он был интерпретиро-

¹ Псевдобыстрота определяется как $\eta = -\ln \tan(\theta/2)$.

ван как обусловленный огромным кластером. Однако число частиц в пике оказалось столь большим (в нем было 56 заряженных частиц при среднем числе частиц в таких интервалах около 10), что пришлось внимательно изучить мишенную диаграмму, в результате чего было обнаружено, что частицы образуют на ней хребет. Было получено указание и на наличие другой (более разреженной) кольцевой структуры в задней полусфере того же события. Заметные пики в распределениях частиц по псевдобыстроте наблюдались и в других событиях в космических лучах [20–23], а также при событийном анализе ускорительных данных [24, 25]. Особенно впечатляет событие [25] пион-нуклонного взаимодействия, в котором пик в 60 раз превышает среднюю плотность частиц в довольно узком окне псевдобыстрот. Частицы в этом пике весьма равномерно распределены по азимутальному углу (структура типа хребта). Однако множественности в проанализированных ядро-ядерных процессах превышают ускорительные множественности в адрон-адронных процессах примерно в 50 раз. В этом случае огромный комбинаторный фон может сгладить силу проявления пиков. Конечно, все эти события были одиночными представителями, выбранными визуально из набора событий.

Обычно высказывают соображение, что анализ отдельного события с большой множественностью в центральных взаимодействиях тяжелых ядер при высоких энергиях может быть статистически значимым сам по себе из-за большого числа рожденных частиц. Для классификации таких событий на количественном уровне необходимо применить метод, который позволил бы распознавать отдельные локальные образы при разных масштабах разрешения и допускал бы обратное преобразование. Это стало возможным лишь с появлением и развитием недавно предложенных методов вейвлет-анализа. Метод вейвлет-анализа хорошо приспособлен для поставленной задачи, потому что с его помощью можно находить различные образы в отдельном событии.

Другим примером коллективных дальних корреляций может служить так называемый эллиптический поток, т.е. азимутальная асимметрия в индивидуальном событии. Он может быть связан с классическим эффектом пращи [26], т.е. с вращением ядер после периферического столкновения, вызванным направленным давлением [27] при заданном прицельном параметре. В этом случае можно будет получить из эксперимента сведения об уравнении состояния ядерного вещества, изучая формы рожденных сжатых состояний. Другая возможная причина асимметрии связана со струйной структурой события, поскольку испускание двух струй с большими поперечными импульсами сразу приводит к азимутальной асимметрии события за счет законов сохранения энергии-импульса. Однако эти две гипотезы можно различить по их проявлениям на эксперименте, а именно по структуре распределений частиц в индивидуальных событиях. Мимоходом я бы отметил, что такие события ("огурцы") тоже наблюдались. Они отвечают большой величине второго коэффициента в их разложении Фурье. Более того, при анализе отдельных событий с большой множественностью были найдены и "цветы с тремя лепестками", которые соответствуют большим значениям третьих коэффициентов Фурье. Однако эти предварительные результаты пока не опубликованы, и я не

буду останавливаться на них здесь, сосредоточив обсуждение только на кольцевых событиях.

Пособытийный анализ структур мишенных диаграмм в измеренных на опыте и генерированных монтекарловских событиях становится особенно важным для событий с очень высокой множественностью, ожидаемых на ускорителях RHIC и LHC. Однородная 4π-геометрия детекторов (таких, как в коллаборации STAR на RHIC) будет весьма существенной для того, чтобы избежать чисто методических дефектов. Можно с уверенностью сказать, что будут найдены различные структуры, и это позволит распределить по классам все события и их "аномальные" характеристики. Подчеркнем, однако, что фон за счет обычных процессов излучения и перерасеяния партонов огромен в ядро-ядерных столкновениях. Поэтому заранее не ясно, сколь четко удастся выделить обсуждаемые эффекты из более традиционных структур. Можно полагаться лишь на специфические характеристики этого эффекта при его выделении и на первый позитивный опыт в этом направлении. Четкое выделение и распознавание образов, появляющихся с малой вероятностью, как объективных проявлений динамических характеристик взаимодействия требует новых методов идентификации, не чувствительных к обычному фону и статистическим флуктуациям (шуму). В качестве такого метода я предложил использовать для пособытийного анализа процессов множественного рождения метод вейвлет-анализа. Результаты описаны ниже, но прежде приведены результаты более ранних работ, использовавших другие методы.

3. Ранний пособытийный анализ

При визуальном просмотре отдельных событий имеется тенденция выделять разные, зачастую необычные структуры с плотными группами (пиками) и разреженными областями в фазовом пространстве события. Однако во многих случаях такие эффекты обусловлены чисто статистическими флуктуациями, и выводы оказываются весьма субъективными. Для устранения статистических флуктуаций при глобальном анализе был предложен [4] метод факториальных моментов. В результате его применения были обнаружены фрактальные свойства распределений даже в отдельных событиях (см. обзор [1]). Возрастание факториальных моментов при уменьшении размеров интервалов указывает на наличие нестатистических флуктуаций. Поэтому такой метод можно использовать при предварительном отборе событий с сильными динамическими флуктуациями. Вместе с тем при этом происходит некоторое усреднение информации о конкретной форме структур в индивидуальном событии. И наоборот, структуры на мишенных диаграммах визуально часто неразличимы [28] в событиях с разным поведением факториальных моментов. Желательно использовать более чувствительные и селективные критерии.

Первый детальный пособытийный анализ данных с большой статистикой [29, 30] по адрон-адронным взаимодействиям (к сожалению, при довольно малой средней множественности) был предпринят с целью обнаружения плотных (на оси быстрот) групп частиц, сильно отделенных от других групп (изолированность). Плотные группы могли бы представлять собой отдельные плотные струи или же кольцевые события. Некоторые поро-

говые (нижние) значения были выбраны по экспериментальным характеристикам для плотности этих групп и для их отдаления от ближайших соседей по оси быстрот. Эти группы оказались довольно узкими. Были определены положения их центров по оси быстрот и построено их распределение. Оказалось, что центры групп предпочитают располагаться при некоторых углах. Положения максимумов в распределении центров групп находятся близко к оценкам, которые вытекают из формулы (7). Эта особенность говорит в пользу приведенной выше модели. Заметим, однако, что поиск таких флуктуаций в виде плотных групп интересен сам по себе, даже независимо от приведенной теоретической интерпретации.

В ядро-ядерных взаимодействиях первый систематический событийный анализ был предпринят коллаборацией NA49 [31]. К сожалению, он был ограничен только изучением флуктуаций поперечных импульсов частиц и относительных долей каонов и пионов. Никаких необычных флуктуаций в доле каонов к пионам не было обнаружено. Флуктуации поперечных импульсов оказались меньше, чем в адронных процессах, но это объясняется на качественном уровне как результат внутриядерного перерассеяния. Никаких сведений о подструктурах в индивидуальных событиях не приводится. Это и не удивительно, поскольку в этом эксперименте эффективная область регистрации частиц ограничена и неоднородна, а потому регистрируется лишь небольшая доля вторичных частиц. Более того, эта особенность детектора приводит к тому, что искажаются многие характеристики, важные для восстановления и распознавания образов при флуктуациях плотности частиц. Поэтому результаты такого анализа имеют весьма ограниченное применение для наших целей.

Полный анализ фазового объема пока доступен лишь в традиционных экспериментах с эмульсионными камерами. Поэтому разумно попытаться провести событийный анализ именно этих данных. Хотя полное число анализируемых событий обычно невелико и разделение частиц по типам не проводится, точность измерения углов очень высока. Именно это важно для поставленной задачи изучения флуктуаций плотности частиц. Очень интересный систематический событийный анализ данных эмульсионного эксперимента EMU13 в ЦЕРНе о соударениях Pb-Ag/Vr при энергии² 158 ГэВ с большой множественностью был предпринят коллаборацией KLM [28]. Результаты были сопоставлены с тремя разными моделями Монте-Карло: Fritiof, Venus и моделью случайных процессов, названной SMC. Было отмечено, что даже в одночастичных распределениях вероятности найти выброс (пик) и высоты этих пиков оказываются систематически больше в измеренных событиях, нежели в смоделированных. Это было продемонстрировано на распределениях флуктуаций пиков. Комбинаторный фон, конечно, понижает силу наблюдаемого сигнала. На двумерной (мишенной) диаграмме $\eta - \varphi$ фазового пространства³ также наблюдается слегка

повышенная кластеризация (струйность) частиц в измеренных событиях по сравнению с генерированными, особенно при малых размерах кластеров. Размер кластера (конуса) определялся как $R = (\delta\eta^2 + \delta\varphi^2)^{1/2}$, и число частиц в конусе было выбрано больше 4. Доля частиц, попавших в кластеры, оказалась весьма значительной. К сожалению, не приводится анализ распределений центров кластеров по псевдобыстроте и по азимутальному углу. Поэтому невозможно восстановить, является этот эффект следствием только ближних корреляций или же здесь проявляются и дальние корреляции, подобные обсуждавшимся выше. Поэтому единственное общее заключение состоит в том, что неоднородность (струйность) заполнения фазового пространства частицами сильнее в измеренных событиях ядро-ядерных соударений, нежели во всех моделях Монте-Карло, использующих традиционные подходы к описанию этих процессов.

В работе [32] была изучена азимутальная подструктура распределений частиц в узких интервалах псевдобыстроты для плотных и разреженных групп. Исследовались центральные взаимодействия O/S-Ag/Au при 200 ГэВ, измеренные коллаборацией EMU01 в ЦЕРНе. Некоторые критерии оказались практически нечувствительными к этой подструктуре и не привели к каким-либо отличиям от стохастических средних с дополнительным учетом γ -конверсии и интерференции тождественных частиц. Однако когда был использован параметр

$$S_2 = \sum_i \left(\frac{\Delta\varphi_i}{2\pi} \right)^2, \quad (8)$$

где $\Delta\varphi$ есть разность азимутальных углов двух соседних частиц в группе и суммирование ведется по всем частицам i в группе, выявилась некоторая струйная структура в разреженных группах, которую не удалось объяснить с помощью обычных эффектов. Это является указанием на наличие структуры типа хребта (но не башни) в анализируемых группах внутри определенных окон по псевдобыстроте. Этот анализ подчеркивает важность выбора критериев, достаточно чувствительных к характеристикам изучаемых структур. По моему мнению, даже параметр S_2 , использованный в этой работе при заданной величине интервала псевдобыстроты в традиционном стиле гистограмм, усредняет флуктуации в индивидуальных событиях слишком сильно. Надо использовать более локальные характеристики, чтобы не сгладить заметные различия между разными структурами.

Были также изучены и плотные группы, появляющиеся в ядро-ядерных столкновениях при относительно низких энергиях [33]. Их распределения по псевдобыстроте обладают максимумами, напоминающими пики и отмеченными в работах [29, 30]. Однако при этих энергиях вклад фрагментационных процессов настолько силен, что не ясно, как продукты фрагментации влияют на заключения, которые можно было бы сделать из такого совпадения.

4. Вейвлеты: основные понятия

Все эти результаты, хотя и ценные сами по себе, все же не отвечают на вопрос о наличии дальних корреляций в индивидуальных событиях, которые приводили бы к специфическому расположению частиц внутри фазового

² До сих пор соударения ядер изучались только на выведенных пучках. Поэтому всюду, где идет речь об энергии ядерных соударений, имеется в виду энергия, приходящаяся на нуклон налетающего ядра в системе покоя мишени. Налетающие ядра указаны перед знаком дефиса, ядра мишени — после него. Ясно, что соударения ядер на встречных пучках потребуют новых условных обозначений.

³ Здесь φ — азимутальный угол.

объема. Чтобы узнать это, необходимо провести пособытийный анализ на больших масштабах. Такая возможность предоставляется с использованием вейвлетов. Опишем вкратце основные сведения о вейвлетах (более подробно см. обзоры [13, 14]).

Обычно используемые вейвлеты образуют полную ортонормированную систему функций с компактным носителем (т.е. заданную на конечном интервале), получающуюся с помощью процедур смещения и изменения масштаба. Именно за счет изменения масштаба (сжатия и уширения) они способны выделять локальные характеристики любого сигнала (функции) на разных шкалах, а за счет смещения (сдвигов) покрывать всю необходимую область, в которой такой сигнал изучается. Ортогональность вейвлетов позволяет быть уверенными в том, что информация, полученная на заданном масштабе (т.е. при данном уровне разрешения), не интерферирует с информацией на других шкалах.

Под вейвлет-анализом понимается изучение любой функции путем разложения ее в ряд (или интеграл) по этой системе функций — вейвлетов. В силу свойства полноты системы допускается обратное вейвлет-преобразование (синтез). Это означает, что первоначальная функция или те ее части, которые ответственны за искомые корреляции, могут быть полностью воспроизведены без какой-либо потери информации. При анализе нестационарных сигналов или же неоднородных изображений (подобных картинах современного искусства с их резкими гранями между предметами) свойство локальности вейвлетов приводит к их заметному превосходству над преобразованием Фурье, которое предоставляет нам возможность узнать лишь глобальные частоты (масштабы) изучаемого сигнала (объекта), поскольку используемая там система функций (синусы, косинусы или комплексные экспоненты) определена на бесконечном интервале.

С помощью вейвлет-анализа выявляются *локальные* свойства любой структуры индивидуального события на *разных* масштабах и, более того, устраняются гладкие полиномиальные характеристики и подчеркиваются флуктуационные структуры. Можно надеяться вообще избавиться от статистических флуктуаций, выбирая только сильные коррелированные флуктуации, что позволит наблюдать именно те динамические флуктуации, которые превышают статистическую компоненту (шум).

Традиционная формула для вейвлет-преобразования одномерной функции $f(x)$ записывается в виде

$$W(a, b) = a^{-1/2} \int f(x) \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) dx, \quad (9)$$

где ψ обозначает вейвлет с аргументом, сдвинутым к точке $x = b$ (смещение) и заданным на масштабе a (шкала). Для непрерывных вейвлетов как a , так и b являются непрерывными переменными. В случае дискретных вейвлетов обычно выбирают $a = 2^j$, где j являются целыми числами, и заменяют b на $2^j k$. Как видно, вейвлет-коэффициенты для функции одной переменной представляют собой уже функции от двух переменных, в отличие от случая коэффициентов Фурье, являющихся функциями одной переменной. За счет этого определяются одновременно и масштаб (частота), и то (эффективное) место, где он проявляется.

Выбор конкретной формы вейвлета зависит от изучаемой проблемы и не предопределен заранее. В качестве

примера непрерывного вейвлета упомянем так называемую "мексиканскую шляпу", которая есть не что иное, как вторая производная функции Гаусса. Дискретные вейвлеты получаются в результате решения определенных функциональных уравнений и не представляются в аналитической форме (за исключением простейшего, но редко используемого практически вейвлета Хаара). Однако они более удобны для компьютерных расчетов (подробнее см. обзоры [13, 14]).

5. Вейвлет-анализ взаимодействий ядер высоких энергий

Первые попытки применить вейвлет-анализ в физике множественного рождения частиц восходят к П. Каррузеру [34–36], который использовал вейвлеты для диагонализации ковариантных матриц в некоторых упрощенных каскадных моделях таких процессов. Затем были высказаны идеи [37, 38] о применении их к изучению корреляций частиц в событиях с большой множественностью, и, в частности, вейвлеты были использованы в поисках особых корреляций, характерных для так называемого дезориентированного кирального конденсата [39, 40]. Распределения JACEE событий по псевдобыстроте также были подвергнуты вейвлет-анализу в работе [37].

Как упоминалось выше, вейвлеты наиболее эффективны при анализе неоднородных структур. Именно поэтому я и предложил использовать их для расшифровки неоднородностей в фазовом пространстве (в частности, на мишенных диаграммах) событий с очень большой множественностью. В настоящее время этим методом пока произведен анализ [41, 42] только пяти многочастичных событий соударений двух ядер свинца при энергии 158 ГэВ. Я привожу здесь эти события центральных столкновений с наивысшими зарегистрированными множественностями от 1034 до 1221 заряженных частиц в конечном состоянии, выбранные из 150 просмотренных событий и подвергнутые вейвлет-анализу с целью изучения возможных неоднородных структур на их мишенных диаграммах. Данные взяты из результатов облучения в ЦЕРНе эмульсионной камеры с тонкой свинцовой мишенью в эксперименте коллаборации EMU15 из Физического института РАН.

Мишенные диаграммы распределений вторичных частиц этих событий [42] приведены на рис. 1, где расстояние по радиусу от центра задается полярным углом θ , а азимутальный угол φ отсчитывается вокруг центра. Я показываю их здесь с целью продемонстрировать, что даже если и удастся непосредственно увидеть некоторые неоднородности на этих диаграммах, то не очень просто различить, какие из них обусловлены динамическими причинами, и, более того, вся диаграмма весьма неоднородна из-за тривиального релятивистского эффекта увеличения плотности при малых полярных углах. Если просуммировать по азимутальным углам, то получают распределения по псевдобыстроте в лабораторной системе η , приведенные на рис. 2. Заметные пики (η -spikes), сильно превышающие ожидаемые статистические флуктуации, видны в индивидуальных событиях. Такая неоднородность по псевдобыстроте может возникать либо за счет появления отдельной мощной струи, т.е. большой группы (башни) частиц, сосредоточенных в небольшой области полярных

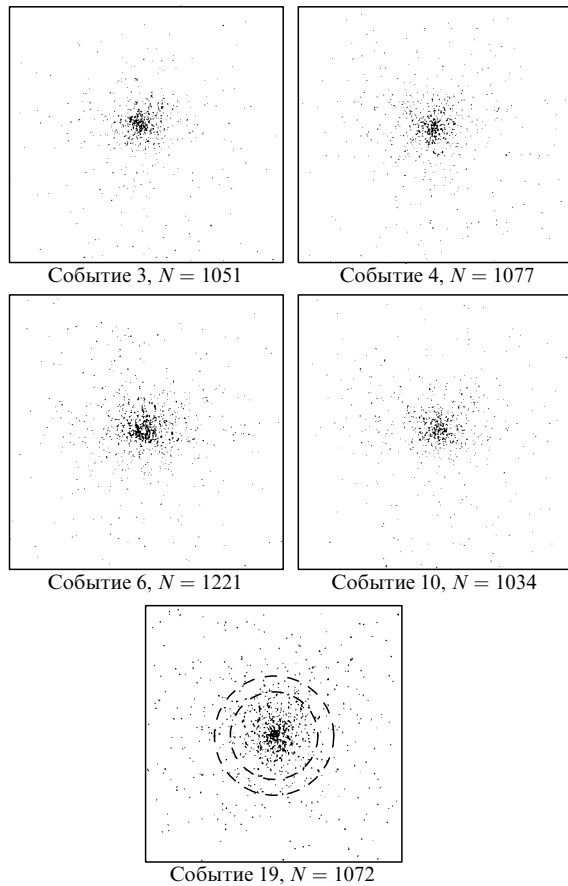


Рис. 1. Мишенные диаграммы пяти событий Pb-Pb-взаимодействий при энергии 158 ГэВ/нуклон, полученные коллаборацией EMU15. Расстояние по радиусу отмеряет полярный угол. Азимутальный угол отсчитывается вокруг центра.

и азимутальных углов, либо за счет кольцевой структуры (хребет), когда несколько струй (или кластеров) с меньшим числом частиц в каждой из них расположены при близких полярных углах, но заметно отличаются по их азимутальным углам. Оказывается, что проблема остается, даже если попытаться сгладить неоднородность по полярным углам путем замены полярного угла на псевдобыстроту или на отнормированную интегральную переменную [43]

$$\bar{\eta}(\eta) = \int_{\eta_{\min}}^{\eta} \rho(\eta') d\eta' / \int_{\eta_{\min}}^{\eta_{\max}} \rho(\eta') d\eta', \quad (10)$$

которая приводит к плоскому распределению $\rho(\bar{\eta})$.

В работе [41] вейвлеты впервые были применены в анализе двумерных картин флуктуаций на мишенной диаграмме отдельного события взаимодействия, показанного на рис. 1 под номером 19. Там были представлены результаты *одномерного* анализа отдельных азимутальных секторов этой двумерной картинке. С этой целью вся азимутальная плоскость была разбита на 24 сектора протяженностью $\pi/12$ каждый (таким образом, все недостатки метода гистограмм по этой переменной, к сожалению, оставались). Затем проводился вейвлет-анализ распределений по псевдобыстроте в каждом из секторов по отдельности после интегрирования в нем по азимутальным углам. Впоследствии соседние сектора соединялись друг с другом.

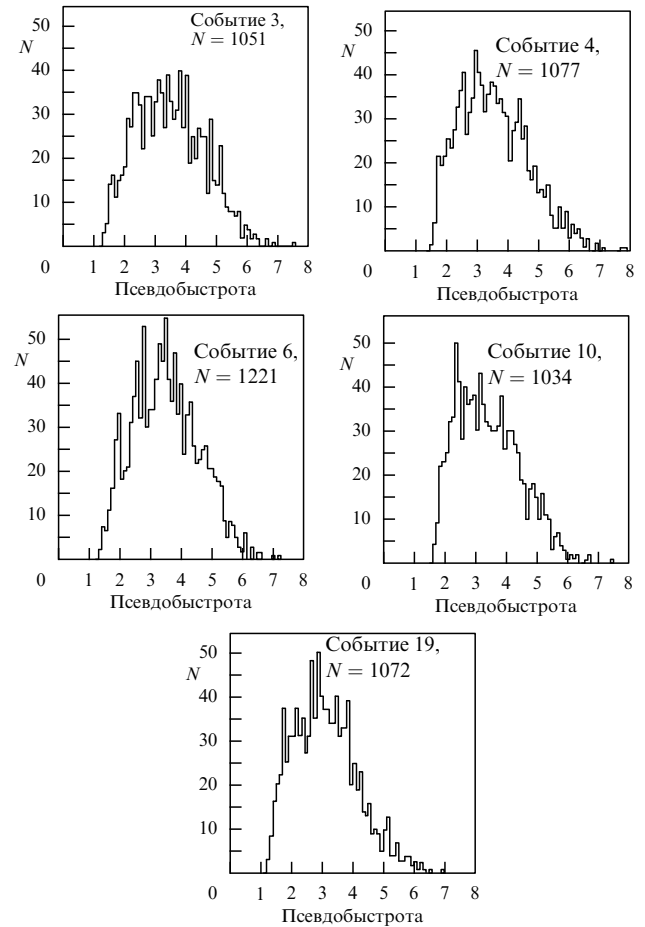


Рис. 2. Распределения частиц по псевдобыстроте в пяти событиях из рис. 1.

Как видно из рис. 3, взятого из работы [41], наблюдаются как струйные, так и кольцевые структуры в величинах квадратов вейвлет-коэффициентов. Здесь приведены четыре из проанализированных 24 секторов. Вейвлет-коэффициенты вычислялись с использованием вейвлета "мексиканской шляпы". Более темные области отвечают большим флуктуациям, т.е. большим вейвлет-коэффициентам. В самом верху каждой картинке, т.е. на малых масштабах a , вейвлет-анализ указывает короткими темными линиями на отдельные частицы так, как они расположены по оси быстрот в данном секторе. При увеличении шкалы a по мере движения вниз по каждой картинке проявляются корреляции (группировки) частиц разных конфигураций, отвечающие кластерам или струям. Наконец, при еще больших значениях масштаба a заметна протяженная структура (указанная стрелками на рисунке), которая распространяется из одного азимутального сектора в другой при близких (в соседних секторах) значениях полярного угла (псевдобыстроты). На полной диаграмме она образует нечто вроде хребта эллиптической формы вокруг центра диаграммы. Эта структура дает заметный вклад в пик в распределении по псевдобыстроте для события 19 на рис. 2 и около него (подробнее см. работу [41]). Отметим, что заметить эту структуру на мишенной диаграмме этого события, просто разглядывая ее, довольно сложно, как видно из рис. 1. Это обусловлено специфическими свойствами распределения в плоскости $\theta-\varphi$ с резким повышением

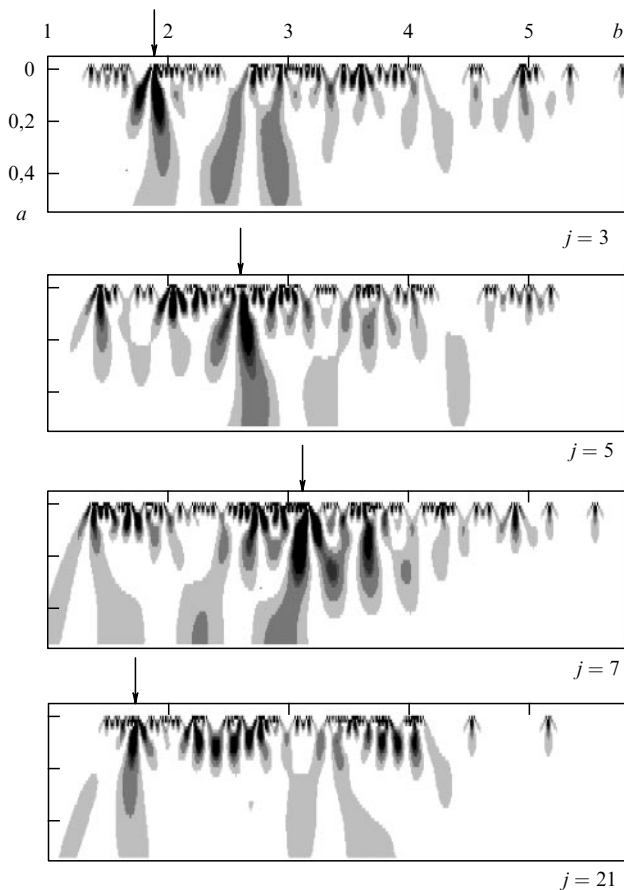


Рис. 3. Вейвлет-коэффициенты в событии 19, проанализированном в [41]. Темные области соответствуют большим значениям коэффициентов. Показаны четыре из 24 секторов. Псевдобыстрота отложена по горизонтальной оси, масштаб растет вниз по вертикальной оси.

плотности частиц на малых полярных углах за счет релятивистских эффектов. Помимо этого древесные структуры на вейвлетном рисунке, возможно, соответствуют тем фрактальным свойствам фазового объема в процессах множественного рождения, которые были обнаружены с помощью метода факториальных моментов.

Чтобы выяснить эти характеристики более полно, надо провести локальный *двумерный* анализ. Очень желательно вообще избавиться от такой проблемы, как разбиение струи по двум интервалам гистограммы, которая часто появляется при задании заранее фиксированных длин интервалов псевдобыстроты. Именно это могло случиться и в приведенном выше анализе события 19 [41] при выборе 24 азимутальных секторов. Кроме того, там среднее число частиц в секторе было около 50, что само по себе уже находится на пределе допустимой точности при вычислении вейвлет-коэффициентов. Двумерный вейвлет-анализ плотности числа частиц непосредственно на двумерной же мишенной диаграмме не страдает от таких процедур. Вейвлеты выбирают размер и форму окна на этой плоскости автоматически (так называемые гейзенберговские окна; см., например, [11]) в зависимости от флуктуаций плотности числа частиц в заданном месте. Размер окна становится маленьким при резких изменениях (флуктуациях) и большим при медленном изменении функции. При этом производится многомасштабный анализ на разных шкалах и в разных областях.

В общем случае вейвлет-коэффициенты W_{j_1, k_1, j_2, k_2} двумерной функции $f(\theta, \varphi)$ находятся по формуле

$$W_{j_1, k_1, j_2, k_2} = \int f(\theta, \varphi) \psi(2^{-j_1} \theta - k_1; 2^{-j_2} \varphi - k_2) d\theta d\varphi. \quad (11)$$

Здесь

$$f(\theta, \varphi) = \sum_i \delta(\theta - \theta_i) \delta(\varphi - \varphi_i),$$

где θ_i, φ_i — соответственно полярный и азимутальный углы вылета рожденных частиц, а суммирование ведется по всем частицам i в данном событии; k_1, k_2 обозначают положения частиц, а j_1, j_2 — анализируемые шкалы. Функция ψ является анализирующим вейвлетом. Чем выше флуктуации плотности частиц в данной области, тем больше значения соответствующих вейвлет-коэффициентов.

Практически использовалось двумерное представление, полученное как прямое тензорное произведение двух многомасштабных представлений с помощью одномерных восьмипараметрических дискретных вейвлетов Добеши. При этом вычислялись стандартные коэффициенты ss, sd и dd двумерной матрицы (см. [11]). Была выбрана общая шкала $j_1 = j_2 = j$. Это упрощает вычисления и представление полученных результатов, но может оказаться не вполне удовлетворительным с физической точки зрения и, возможно, будет обобщено при дальнейших, более совершенных исследованиях. Подобный же базис был использован в работе [44].

Как уже подчеркивалось выше, кольцевая структура должна быть проявлением коллективного эффекта, включающего много частиц и довольно большие масштабы. Поэтому чтобы исключить мелкомасштабные флуктуации, связанные с одиночными частицами и малыми группами, и анализировать только их кластеризационные свойства, были выбраны большие масштабы $j > 5$, на которых остаются лишь струи и их кольцевые структуры, как это подсказывает рис. 3. Таким образом, все коэффициенты с $j < 6$ полагаются равными нулю. Вейвлет-коэффициенты при любом j из интервала $6 \leq j \leq 10$ были представлены как функции полярного и азимутального углов в виде двумерной поверхности типа ландшафта над двумерной же плоскостью мишенной диаграммы. Обратное вейвлет-преобразование их позволяет получить модифицированные мишенные диаграммы анализируемых событий, содержащие только структуры, обязанные своим появлением дальним корреляциям. Большие флуктуации плотности частиц внутри этих широкомасштабных образований и, следовательно, большие вейвлет-коэффициенты соответствуют более темным областям на этих модифицированных мишенных диаграммах, показанных на рис. 4. Здесь демонстрируются два события (под номерами 3 и 6) из числа ранее показанных пяти на рис. 1 и рис. 2. В них ясно видны как струйная, так и кольцевая структуры, различные в разных событиях. Отметим, что была рассмотрена область псевдобыстрот $\eta > 1,8$, чтобы не иметь дело с методическим эффектом обрезания⁴ в области $\eta \approx 1,6 - 1,8$.

⁴ Более подробное обсуждение этого методического эффекта можно найти в работе [42]. Из него следует, что вейвлеты можно использовать и для анализа методических проблем детекторов. Однако эта задача лежит вне рамок нашего рассмотрения в этой статье.

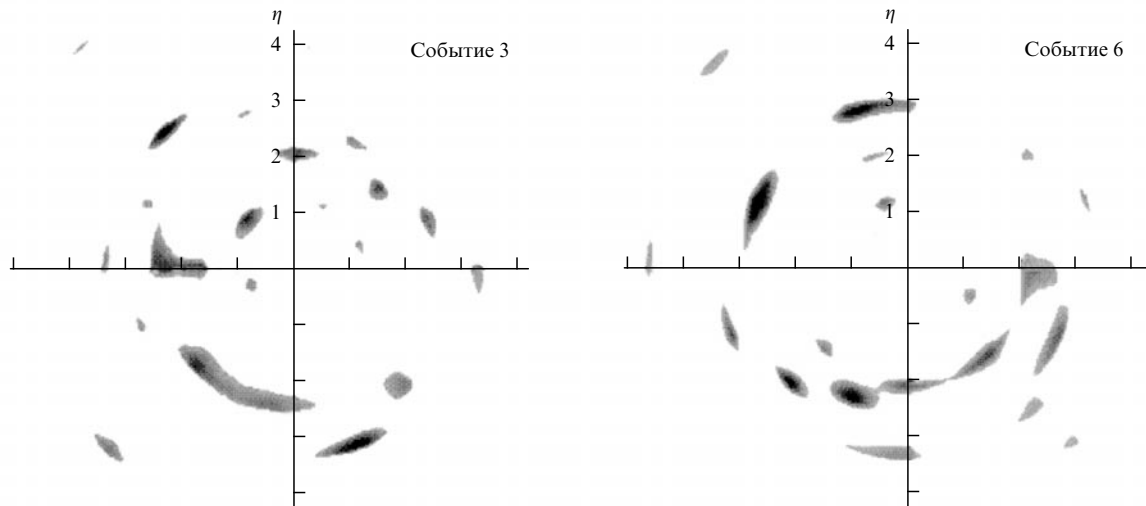


Рис. 4. Модифицированные крупномасштабные мишенные диаграммы двух событий (3 и 6). Более темные области отвечают наибольшим флуктуациям плотности частиц. По радиусу отложена псевдобыстрота в лабораторной системе η .

Несмотря на малость статистики, была предпринята попытка изучить распределение по псевдобыстроте максимумов вейвлет-коэффициентов в надежде увидеть, воспроизводит ли оно те особенности этого распределения, которые были подмечены для плотных групп в работах [29, 30] по анализу адрон-адронных столкновений с большой статистикой, но малыми множественностями в событиях. На рисунке 5 приведено число наивысших максимумов вейвлет-коэффициентов, превышающих порог $W_{j,k} > 2 \times 10^{-3}$, в функции от их псевдобыстроты для всех пяти проанализированных событий. Весьма интересно, что положения максимумов дискретны. Они расположены симметрично относительно значения $\eta \approx 2,9$, соответствующего углу 90° в системе центра масс, как это и должно быть для столкновений двух одинаковых ядер свинца. Различия в их высотах лежат в пределах статистических отклонений. Большой интерес представляет то, что они не заполняют центральную область, а довольно разделены. На качественном уровне это совпадает с результатами работ [29, 30], где были замечены разделенные пики в распределении положений центров плотных групп, находящиеся примерно в той же области.

Для сравнения были сгенерированы по 100 событий центральных взаимодействий ядер свинца при энергии 158 ГэВ на нуклон с помощью модели Fritiof и модели со

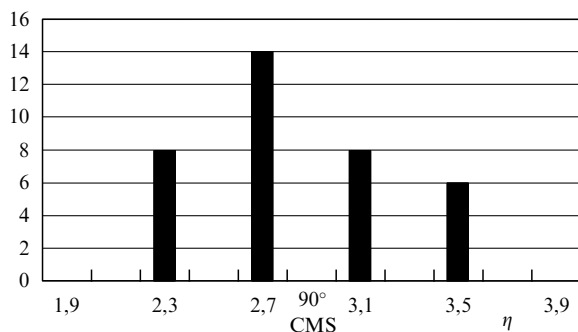


Рис. 5. Распределения по псевдобыстроте максимумов вейвлет-коэффициентов. (Нерегулярность в распределении максимумов, пустоты между ними и отсутствие пиков при $\eta \approx 2,9$.) Псевдобыстрота отложена вдоль горизонтальной оси, число максимумов — вдоль вертикальной оси.

случайным распределением, описывающим инклюзивные характеристики. Были также выделены события с большой множественностью — свыше 1000 заряженных частиц. Флуктуации в этих искусственно генерированных событиях с высокой множественностью оказались заметно меньшими, нежели в экспериментально измеренных, и не было замечено никаких кольцевых структур.

Желательно провести вейвлет-анализ, используя разные масштабы для полярных и азимутальных углов, а также подробно изучить трехмерное фазовое пространство. Однако для последнего необходимы данные об импульсах частиц, которые можно получить лишь по измерениям в магнитном поле. Хотя в эксперименте EMU15 эмульсионная камера и была помещена в магнитное поле $H = 1,8$ Тл, измерения кривизны треков пока не производились и данные о распределениях в трехмерном пространстве отсутствуют. Хотелось бы еще раз подчеркнуть, что хорошее однородное разрешение детекторов с 4π -геометрией очень важно для проведения вейвлет-анализа каждого события и получения надежных сведений о динамических эффектах. В противном случае результаты будут содержать смесь физических и методических явлений, которые невозможно отделить друг от друга при пособытийном анализе. Это замечание в действительности является результатом моего собственного опыта, приобретенного при попытке обнаружить эффект эллиптического потока в данных коллаборации NA49 по соударениям ядер свинца при энергии 158 ГэВ с помощью вейвлет-анализа. Попытка потерпела неудачу, хотя в первых же проанализированных событиях была отмечена заметная азимутальная асимметрия. Однако оказалось, что она имеет место при одних и тех же азимутальных углах в разных событиях. Это вызвало подозрение о методических эффектах, и я запросил у авторов данные об угловом разрешении установки. Опасения подтвердились, так как в детекторе имелись неоднородности, которые и приводили к найденному эффекту. Эта методическая проблема была настолько серьезной, что не позволила выявить никаких динамических азимутальных структур, но, возможно, она может оказаться не столь уж существенной при анализе флуктуаций по полярным углам. Хотя эффективность использования вейвлет-анализа для поиска и обнаружения методических погрешностей и была в данном случае продемонстрирована, не эти задачи пред-

ставляются наиболее интересными с физической точки зрения и потому не рассматриваются здесь.

6. Заключение

Таким образом, по совокупности всех (пока еще не очень многочисленных) работ мы приходим к выводу о том, что даже на качественном уровне имеется заметное различие между экспериментально измеренными и модельно сгенерированными событиями, проявляющееся в увеличенных и каким-то образом упорядоченных флуктуациях на эксперименте. Первые попытки применения вейвлет-анализа, описанные выше, выявили некоторые своеобразные структуры корреляций на мишенных диаграммах индивидуальных событий с большой множественностью, не появляющиеся в монте-карловских сгенерированных событиях. Это означает, что нам предстоит еще узнать что-то новое о динамической природе этих событий. Кольцевые структуры были использованы здесь только в качестве примера возможных корреляций, приводящих к некоторой специальной группировке частиц в фазовом пространстве. Более детальный вейвлет-анализ на разных уровнях разрешения, а также в трехмерном фазовом объеме может выявить новые, пока не изученные структуры. Описанные выше работы показывают, что на пути к нему нет непреодолимых трудностей.

Моя цель здесь состояла в том, чтобы продемонстрировать применимость и возможности нового метода двумерного вейвлет-анализа, показать качественные особенности и отличия, не дожидаясь возможности получения строгих количественных характеристик, которая появится только с публикацией большого набора данных о ядро-ядерных процессах с высокой множественностью. В частности, в ФИАНе начал действовать специальный автоматический комплекс для просмотра эмульсий с высоким пространственным (угловым) разрешением (см. Web site www.lebedev.ru/structure/pavicom/index.htm). С его помощью можно увеличить статистику анализируемых центральных взаимодействий при энергии 158 ГэВ довольно скоро, с полным использованием однородности, хорошего разрешения и высокой точности эмульсионных данных. В октябре на конференции по динамике многих частиц в Венгрии уже были доложены данные с ускорителя RHIC в полном фазовом объеме и с большим числом событий. Вейвлеты предоставляют мощное средство анализа флуктуационной структуры в индивидуальных событиях.

Список литературы

- De Wolf E A, Dremin I M, Kittel W *Phys. Rep.* **270** 1 (1996)
- Khoze V A, Ochs W *Int. J. Mod. Phys. A* **12** 2949 (1997)
- Dremin I M, Gary J W *Phys. Rep.* (2001) (to be published); hep-ph/0004215
- Bialas A, Peschanski R *Nucl. Phys. B* **273** 703 (1986)
- Dremin I M, in *Festschrift to L. Van Hove* (Eds A Giovannini, W Kittel) (Singapore: World Scientific, 1990) p. 455
- Ochs W, Wosiek J *Phys. Lett. B* **289** 159 (1992); **305** 144 (1993)
- Dokshitzer Yu L, Dremin I M *Nucl. Phys. B* **402** 139 (1993)
- Brax P, Meunier J-L, Peschanski R *Z. Phys. C* **62** 649 (1994)
- Dremin I M *Phys. Lett. B* **313** 209 (1993)
- Dremin I M, Nechitailo V A *Mod. Phys. Lett. A* **9** 1471 (1994)
- Daubechies I *Ten Lectures on Wavelets* (CBMS-NSF Regional Conf. Ser. in Applied Math., 61) (Philadelphia, Pa.: SIAM, 1992)
- Meyer Y *Wavelets: Algorithms & Applications* (Philadelphia, Pa.: SIAM, 1993)
- Астафьева Н М *УФН* **166** 1145 (1996)
- Дремин И М, Иванов О В, Нечитайло В А *УФН* (2001) (в печати)
- Дремин И М *Письма в ЖЭТФ* **30** 152 (1979); **34** 617 (1981)
- Дремин И М *ЯФ* **33** 1357 (1981)
- Тамм И Е, Франк И М *ДАН СССР* **14** 107 (1937); *J. Phys. USSR* **1** 439 (1939)
- Peschanski R, in *Proc. XXII Intern. Symp. on Multiparticle Dynamics, Santiago de Compostela, Spain, 1992* (Ed. C Pajares) (Singapore: World Scientific, 1993) p. 241
- Апанасенко А В, Добротин Н А, Дремин И М, Котельников К А *Письма в ЖЭТФ* **30** 157 (1979)
- Алексеева К И и др. *Изв. АН СССР Сер. Физ.* **26** 572 (1962); *J. Phys. Soc. Jpn. Suppl. A-III* **17** 409 (1962)
- Масленикова Н В и др. *Изв. АН СССР Сер. Физ.* **36** 1696 (1972)
- Arata N *Nuovo Cimento A* **43** 455 (1978)
- Дремин И М, Орлов А М, Третьякова М И *Письма в ЖЭТФ* **40** 320 (1984); *Proc. 17th ICRC* **5** 149 (1981)
- Марутян Н А и др. *ЯФ* **29** 1566 (1979)
- Adamus M et al. (NA22 Collab.) *Phys. Lett. B* **185** 200 (1987)
- Dremin I M, Man'ko V I *Nuovo Cimento A* **111** 439 (1998)
- Ollitrault J-Y *Phys. Rev. D* **46** 229 (1992); **48** 1132 (1993)
- Cherry M L et al. (KLM Collab.) *Acta Phys. Pol. B* **29** 2129 (1998)
- Дремин И М и др. *ЯФ* **52** 840 (1990); Dremin I M et al. *Mod. Phys. Lett. A* **5** 1743 (1990)
- Agababyan N M et al. (NA22 Collab.) *Phys. Lett. B* **389** 397 (1996)
- Roland G (NA49 Collab.) *Nucl. Phys. A* **638** 91c (1998)
- Adamovich M I et al. (EMU01 Collab.) *J. Phys. G* **19** 2035 (1993)
- Gogiberidze G L, Gelovani L K, Sarkisian E K *Phys. Lett. B* **471** 257 (1999)
- Carruthers P, in *Proc. of a NATO Adv. Study Inst. on Hot and Dense Nuclear Matter, Bodrum, Turkey, 1993* (NATO ASI Series, Ser. B, Vol. 335, Eds W Greiner, H Stücker, A Gallmann) (New York: Plenum Press, 1994) p. 65
- Lipa P, Greiner M, Carruthers P, in *Proc. of the Cracow Workshop on Multiparticle Product. Soft Physics and Fluctuations, Cracow, Poland, 1993* (Eds A Bialas et al.) (Singapore: World Scientific, 1994) p. 105
- Greiner M et al. *Z. Phys. C* **69** 305 (1996)
- Suzuki N, Biyajima M, Ohsawa A *Prog. Theor. Phys.* **94** 91 (1995)
- Huang D *Phys. Rev. D* **56** 3961 (1997)
- Zheng Huang et al. *Phys. Rev. D* **54** 750 (1996)
- Nandi B K et al. (WA98 Collab.), in *Proc. of the 3rd Intern. Conf. on Physics and Astrophysics of Quark-Gluon Plasma, Jaipur, India, 1997* (Eds B C Sinha, D K Srivastava, Y P Vijoyi) (New Delhi: Narosa Publ. House, 1998) p. 12
- Astafyeva N M, Dremin I M, Kotelnikov K A *Mod. Phys. Lett. A* **12** 1185 (1997)
- Dremin I M et al. *Phys. Lett. B* (2000) (to be published); hep-ph/0007060
- Bialas A, Gazdzicki M *Phys. Lett. B* **252** 483 (1990)
- Goedecker S, Ivanov O V *Comp. Phys.* **12** 548 (1998)

Long-range particle correlations and wavelets

I.M. Dremin

*P.N. Lebedev Physics Institute, Russian Academy of Sciences
Leninskii prosp. 53, 117924 Moscow, Russian Federation
Tel. (7-095) 132-29 29. Fax (7-095) 135-85 33. E-mail: dremin@lpi.ru*

The problem of long-range correlations of particles produced in high-energy collisions is discussed. Long-range correlations may involve large groups of particles, as exemplified by ring-like and elliptic flow shapes of individual high-multiplicity events in the polar plus azimuthal angle planes. To identify such structures, the wavelet analysis method has been proposed and applied to some central lead-lead collisions at energy of 158 GeV per nucleon. In the present paper, previous attempts at obtaining long-range correlations are discussed and recent wavelet analysis results for high energy nucleus-nucleus interactions are reviewed.