

**ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ**

**О галатеях-ловушках  
с погруженными в плазму проводниками**

А.И. Морозов, В.В. Савельев

*Включение в состав магнитных систем плазменных ловушек магнитоизолированных (токонесущих) проводников, погруженных в плазму, радикально расширяет множество возможных ловушек. В обзоре преимущественно рассматриваются результаты исследований галатей с  $\beta = 1$ , выполненных в 90-е годы. Обсуждаются общие и специфические свойства галатей, а также аналитические и численные расчеты конкретных схем. Приводятся результаты экспериментальных исследований ряда галатей в электроразрядных режимах.*

PACS numbers: 52.55.-s, 52.55.Lf, 52.55.Mg

**Содержание**

1. Введение (1153).
2. Общая характеристика галатей (1156).
  - 2.1. "Магнитные баллоны". "Идеальные" ловушки.
  - 2.2. Три технические трудности, связанные с галатеями-реакторами.
  - 2.3. Галатеи как объект теории.
  - 2.4. Как мы шли к галатеям.
3. Миксины при отсутствии плазмы ( $\beta = 0$ ) (1160).
  - 3.1. О статике миксин при  $\beta = 0$ .
  - 3.2. Об устойчивости миксин при  $\beta = 0$ .
  - 3.3. Динамика миксин в системах без стабилизации.
  - 3.4. Падение миксин с конечной проводимостью в Галатее-А.
  - 3.5. Динамика идеальных миксин внутри сверхпроводящих экранов.
  - 3.6. Оценка конструктивных параметров миксины для реактора.
4. Магнитные оболочки миксин (1166).
  - 4.1. Равновесие плазмы в МОМ.
  - 4.2. Теплопроводность в МОМ.
  - 4.3. О толщине МОМ.
  - 4.4. Ловушка-галатея "Диполь".
  - 4.5. Микрогалатеи или зонды-миксины.
5. О некоторых кинетических эффектах в галатеях (1171).
  - 5.1. Ко- и контрастолкновения заряженных частиц с магнитным барьером.
  - 5.2. Об одном классе равновесных кинетических конфигураций.
  - 5.3. Устойчивость потока в мультипольном плазмоводе Падалки.
6. Плоские задачи с резким переходом плазма – поле (1174).
  - 6.1. Плоские фигуры равновесия.
  - 6.2. О силе между проводниками (миксинами).
7. Осесимметричные конфигурации (1178).
  - 7.1. Равновесные конфигурации в гидродинамическом приближении.

**А.И. Морозов.** Российский научный центр "Курчатовский институт", 123182 Москва, пл. Курчатова 1, Россия

Тел. (095) 196-77-55

**В.В. Савельев.** Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, 125047 Москва, Миусская пл. 4, Россия

Тел. (095) 250-78-37

E-mail: oyufed@spp.keldysh.ru

Статья поступила 24 марта 1998 г.

жении.

7.2. Двумерные стационарные плазменные конфигурации.

7.3. Гибридная модель.

7.4. Кинетическая модель.

8. Галатея-Пояс (1183).
  - 8.1. Принципиальная схема.
  - 8.2. Коротко о токовых слоях.
  - 8.3. О статических моделях Пояса.
  - 8.4. Экспериментальное моделирование формирования конфигурации Галатеи-Пояса.
9. Электроразрядные ловушки (1189).
  - 9.1. Электростатическая плазменная ловушка (ЭСПЛ).
  - 9.2. Электроразрядная квадрупольная ловушка-галатея ЭРЛ-М ("Авоська").
  - 9.3. Электроразрядная модификация Галатеи-А.
10. Заключение (1193).

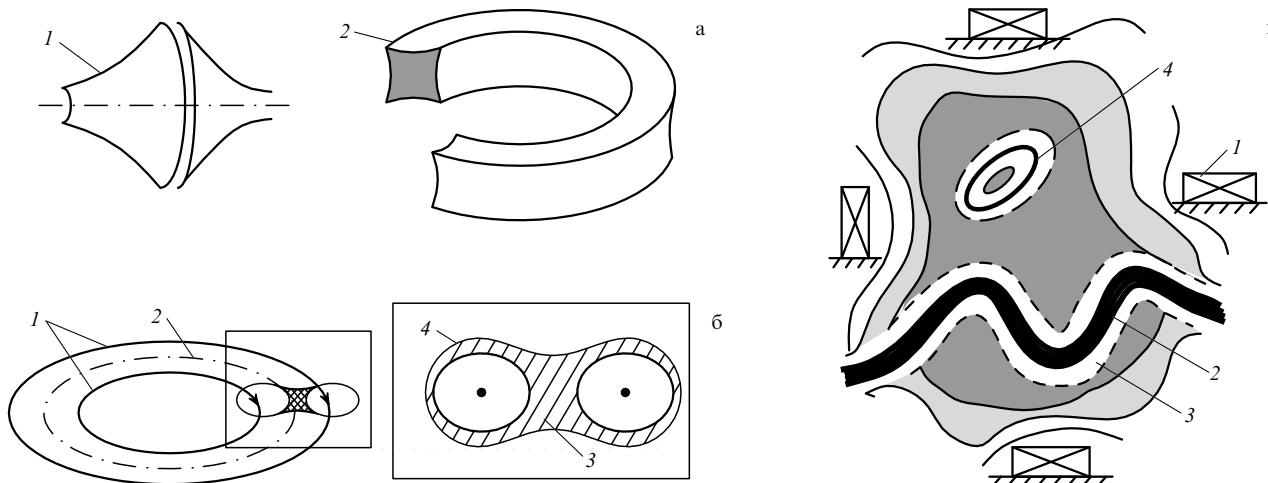
**Список литературы (1193).**

**1. Введение**

Подавление конвективных неустойчивостей является необходимым условием эффективного удержания плазмы. Только подавив их, можно попытаться подавить и различные дрейфовые неустойчивости и тем самым выйти на уровень классических переносов. Конвективные неустойчивости, как правило, связаны с диамагнетизмом плазмы. Поэтому с общих позиций помещать плазму в магнитное поле неестественно. Ситуацию в традиционных ловушках (с отношением давления плазмы к давлению магнитного поля  $\beta < 1$ ) спасает то, что траектория частицы в магнитном поле — не просто ларморовский кружок, а спираль, благодаря чему частица переходит из области с одной напряженностью магнитного поля в область с другой напряженностью (например, пробкотрон с палками Иоффе), и это может обеспечить удержание частиц.

Чтобы радикально подавить вредный для удержания эффект диамагнетизма, надо использовать поле не как "среду обитания" плазмы, а как "забор", ограждающий область, где находится плазма<sup>1</sup>. В этом случае диамаг-

<sup>1</sup> Условно ловушки, содержащие области без магнитного поля, будем называть "ловушками с  $\beta_0 = 1$ " (см. раздел 2.3).



**Рис. 1.** От остроугольных конфигураций к галатеям: (а) остроугольные односвязная (1) и двусвязная (2) конфигурации; (б) общий вид и сечение ловушки "Дублон": 1 — левитирующие проводники с током, 2 — линия нулевого магнитного поля, 3 — остроугольный ОПО, 4 — "мантия", (в) к определению понятий "галатея" и "миксина": 1 — "опертая катушка", 2 — "зашемленная" миксина, 3 — магнитная оболочка миксины (МОМ), 4 — свободные миксины.

нетизм превращается из противника в помощника. И так было бы при абсолютно жестком и недеформируемом магнитном поле. Но магнитное поле деформируемо, и поэтому резкая граница плазма — поле оказывается устойчивой лишь при условии

$$(\mathbf{n}^0, \nabla)H > 0. \quad (1.1)$$

Здесь  $\mathbf{n}^0$  — внешняя нормаль к границе плазмы. В результате связный плазменный объем с необходимостью оказывается "остроугольным" (рис. 1а). А это означает, что конфигурация обладает щелями, поперечный размер которых  $\delta$  порядка ионного ларморовского радиуса:

$$\delta \gtrsim \rho_i. \quad (1.2)$$

Все это хорошо известно с середины 50-х годов и было предметом исследований как наших, так и зарубежных ученых [1—4]. В этих работах, однако, проблема щелей либо не затрагивалась совсем, либо их ширина оценивалась слишком оптимистично ( $\delta \approx \rho_e$ ). Но уже первые эксперименты на антипробкотронах показали, что реальная ширина щелей близка к оценке (1.2). А это практически лишает такие ловушки перспективы стать реакторами. Очевидно, сохраняя устойчивость, бесщелевой забор можно сделать, только замыкая острые углы друг на друга, как это показано на примере ловушки "Дублон" (рис. 1б). Но такое замыкание с необходимостью осуществляется магнитными "слоями", содержащими сепаратрису, с одной стороны опирающуюся на основной плазменный объем (ОПО), а с другой охватывающую проводники с током. В результате плазма из ОПО растекается вдоль сепаратрисы, образуя плазменные слои, которые, следуя [5], будем называть "мантиями". Появление мантий автоматически требует отрыва проводников, создающих магнитную конфигурацию, от опоры и превращения их в левитирующие, погруженные в плазму элементы со своей магнитной оболочкой.

Следуя [6, 7], будем называть "галатеями" любые ловушки (рис. 1в), содержащие проводники с током,

погруженные в плазму, а находящиеся в плазме проводники — "миксинами"<sup>2</sup>. Появление мантий автоматически требует отрыва проводников, создающих магнитную конфигурацию, от опоры и превращения их в левитирующие миксины. Появление левитирующих миксин требует трех новых элементов: "опорных катушек" 1, которые создают поле, поддерживающее миксины, "фиксаторов" 2 их относительного положения, а также "стабилизаторов" 3, обеспечивающих устойчивость положения каждой миксины.

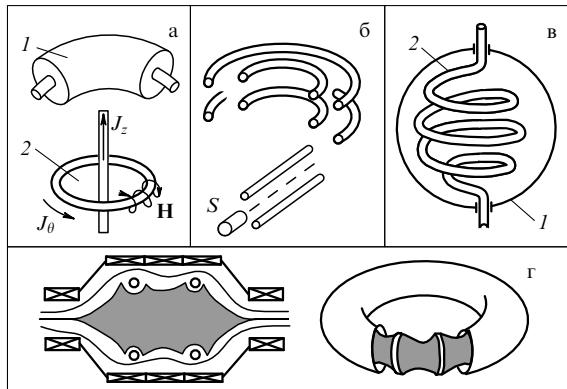
Введя в плазменную конфигурацию мантию, мы закрыли щели. Но в самих мантиях кривизна магнитных силовых линий неблагоприятна с точки зрения устойчивости. Однако, как показывают расчеты, не представляет особого труда возникающую здесь тенденцию к наиболее опасным гидродинамическим неустойчивостям компенсировать участками силовых линий, примыкающих к зоне, где  $H \rightarrow 0$  (см. раздел 8).

Выше мы пришли к галатеям, отталкиваясь от проблемы магнитных конфигураций, содержащих зону без магнитного поля, окруженную магнитным барьером без щелей. Этую группу галатеев будем условно именовать "галатеями с  $\beta_0 = 1$ ". Но для многих задач интерес могут представлять и галатеи, где нет нулевого магнитного поля ( $\beta_0 \neq 1$ ).

Легкость манипулирования магнитными полями галатеев была причиной их популярности уже на заре формирования идеи магнитного удержания. Так, в основополагающей работе А.Д. Сахарова [8] описан не прообраз токамака, а галатея. В 50-х годах был выполнен цикл теоретических работ по галатеям и предложен ряд схем этих ловушек. По-видимому, работа Д.В. Орлинского [9] была первой попыткой создать и экспериментально исследовать систему типа галатеи.

В 60-х и начале 70-х годов интерес к галатеям непрерывно рос. На рисунке 2 изображены основные

<sup>2</sup> Миксина (*Myxine glutinosa*) — "родственница" миноги, похожая на нее. Миксины обладают удивительной способностью завязываться в узел.

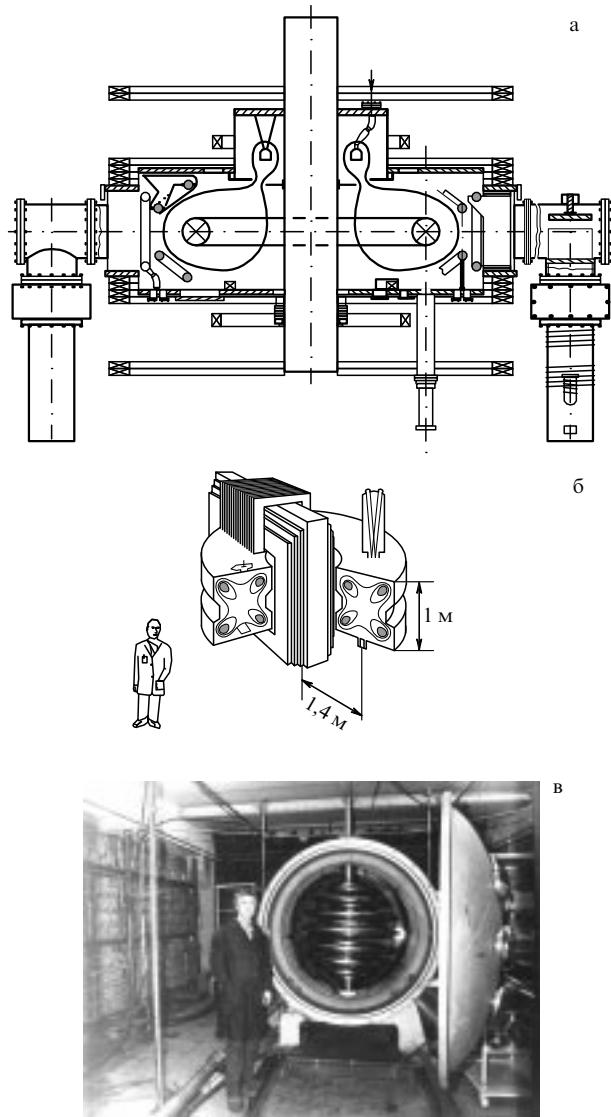


**Рис. 2.** Типы классических галатей: (а) токамакообразные "левитроны" [8, 10]; (б) мультипольные галатеи [4, 11–14] ( $S$  — источник плазмы); (в) "Торнадо" [15, 16]; (г) ловушки с "охранными" проводниками [1, 9].

типы галатей, которые к середине 70-х годов стали объектом как теоретических, так и экспериментальных исследований<sup>3</sup>: токамакообразные "левитроны" с  $\beta_0 < 1$ , галатеи с охранными проводниками ( $\beta_0 = 1$ ), мультипольные галатеи ( $\beta_0 = 1$ ), торнадо — галатея с закрепленной миксиной. В это время были созданы установки весьма высокого технического уровня в СССР, Западной Европе и Америке (рис. 3). Эти исследования, в частности, показали возможность классического удержания, правда, в сравнительно узком диапазоне параметров [10].

Однако к середине 70-х годов большинство работ по галатеям закрывается в связи с успехами на токамаках. Исследования галатеев остаются незавершенными и не доведенными до логического конца. Поэтому сегодня их трудно комментировать. В своей массе они остались сосредоточенными около режимов с очень малым  $\beta$  (рис. 3а). Этот шаг исследований галатеев в США был подытожен в обзоре Иошикавы [10]. Первая фраза аннотации этого обзора звучит так: "Internal-conductor devices for low- $\beta$  toroidal confinement are reviewed". Отсюда видно, что в то время еще не было до конца осознано, что галатеи нужны, прежде всего, для получения больших  $\beta$ . Позднее ситуация изменилась и среди схем галатеев, появившихся в 60-х годах, дольше всех были предметом исследований галатеи с  $\beta_0 \approx 1$ . Так левитирующий октуполь висконсинского университета (рис. 3б) работал еще в середине 80-х годов, а установки "Торнадо" в Физико-техническом институте (Санкт-Петербург) работают и сейчас [16] (рис. 3в).

Однако мы глубоко убеждены в большом будущем галатеев<sup>4</sup>. В конечном счете, то обстоятельство, что в традиционных ловушках магнитная система опирается на Землю, имеет две основные причины. Во-первых, так проще. Магнитная подвеска требует более сложной техники. Но она теперь перестает быть проблемой, что особенно хорошо видно на примере создания поездов на



**Рис. 3.** Образы классических галатеев: (а) сфератор [10]; (б) левитирующий октуполь [17]; (в) "Торнадо" [16].

магнитной подвеске. Во-вторых, магнитная подвеска требует либо сверхпроводников, либо использования переменных магнитных полей для обеспечения скин-эффекта в поддерживаемых элементах. Переменные поля во многих случаях (в частности, для целей УТС при традиционном подходе) не приемлемы, а сверхпроводники классического типа требуют дорогих материалов и специального оборудования. Однако сейчас положение радикально меняется в связи с появлением высокотемпературных сверхпроводников и решением технологических вопросов создания из них лент и проводов. Таким образом, технические трудности и неудобства, порождаемые магнитной подвеской, явно уходят в прошлое, и в недалеком будущем они просто не будут приниматься во внимание. Но тогда на первый план выступают принципиальные достоинства галатеев.

К этому следует добавить, что плазменные ловушки с  $\beta_0 = 1$  нужны для решения не только проблем УТС, но и многих технических задач. Одна из первых задач этого рода возникла в связи с необходимостью создания экономичных газоразрядных камер (ГРК) для ионных

<sup>3</sup> В подписях к рисункам указана очень небольшая часть существующих публикаций, преимущественно русскоязычных. Составление достаточно полного обзора вкладов в проблему разных авторов — дело специального исследования.

<sup>4</sup> И это не только наше мнение. С конца 80-х годов появилась, в частности, большая совокупность публикаций, посвященная галатее "Диполь", предложенной А. Хасегава [18] (см. раздел 4.5).

космических двигателей. Для этой цели Д. Мур предложил покрыть поверхность камеры системой положительных анодов, защищив их от попадания электронов знакоизменным магнитным полем, создаваемым небольшими постоянными магнитами [19]. Позднее такого рода системы стали называться ГРК с периферийным магнитным полем и получили широкое распространение в инжекторах для УТС и др. Тем самым была радикально уменьшена гибель плазмы на стенке, что позволило снизить цену иона почти на порядок. Большой интерес представляют "корковые" системы с периферийным магнитным полем для плазменной технологии как "плазменные ванны" для обработки деталей. Разумеется, переход на галатеи только улучшит характеристики таких систем. Наконец, создание миксиообразных (магнитозащищенных) тел, допускающих погружение в плазму, со временем получит большое распространение. Это могут быть, в частности, автономные магнитозащищенные диагностические аппараты для больших плазменных устройств (см. раздел 4.5), а может быть, и для зондирования верхних слоев Солнца.

Данный обзор охватывает работы по галатеям, которые ведутся при участии авторов с конца 80-х годов (см. раздел 2.4). Можно выделить три главные особенности этих работ. Во-первых, рассматриваются не одна-две конкретные схемы, а принципиальные возможности, которые открывает использование левитирующих миксин. В результате предложен ряд новых схем галатеев, о которых сказано ниже. Во-вторых, в центре внимания находятся галатеи с  $\beta_0 = 1$ . В-третьих, экспериментальные исследования галатеев проводятся в электроразрядных режимах.

## 2. Общая характеристика галатеев

### 2.1. "Магнитные баллоны". "Идеальные" ловушки

Один из показателей уровня технической культуры общества — характер посуды, предназначенный для хранения продуктов. Появление продуктов с новыми свойствами требуют появления новых сосудов. Параллельно с этим идет процесс всемерного уменьшения отношения объема (массы) материала сосуда к объему (массе) хранимого продукта. Сосуды — не только вместилища, но, как правило, — и тепловые (энергетические) барьеры. Особенно наглядно это видно на примере сосудов Дьюара. Появление коллайдеров можно трактовать, как создание сосудов для быстро движущихся моноскоростных потоков.

Проблема УТС поставила задачу удержания горячей плазмы — облака частиц обоих знаков, движущихся с большими, сильно различающимися скоростями. Появились различные схемы плазменных ловушек<sup>5</sup> — сначала тороидальных, а затем и открытых. Однако эта плазменная посуда обладает фундаментальным недостатком. Здесь плазма "перемешана" с магнитным полем ( $\beta < 1$  и даже  $\beta \ll 1$ ). В результате диамагнетизм ларморовских кружков провоцирует конвективные неустойчивости, а магнитное поле занимает неоправданно большой объем, тогда как, в принципе, для удержания плазмы достаточно иметь магнитную корку ("скор-

лупу"), находящуюся на периферии плазменного объема. Эта схема позволяет уменьшить объем, занятый магнитным полем, в  $\theta_\mu = L/\delta$  раз. Здесь  $L$  — диаметр плазменного объема,  $\delta$  — толщина магнитной корки.

Однако "корковые" ловушки ("магнитные баллоны") не только имеют малый объем, занятый магнитным полем. Они предельно экономичны в отношении напряженности этого поля. Об этом наглядно говорят данные, приведенные в табл. 1 и полученные при  $\beta_0 = 1$ , т.е. при  $H^2/8\pi = nkT$ .

Таблица 1

Напряженность, Э	Концентрация, $10^{11} \text{ см}^{-3}$	Температура, эВ
10	1	30
100	10	300
1000	100	$3 \times 10^3$
10000	1000	$3 \times 10^4$

Магнитные баллоны можно рассматривать как идеальные ловушки. Конечно, каждая конкретная задача выдвигает свои критерии оптимальности. Поэтому понятие идеальной ловушки в известном смысле условно. И тем не менее ввести такое понятие представляется целесообразным как некий предельный ориентир.

Естественно под идеальной ловушкой понимать ловушку коркового типа ("магнитной баллон") без щелей, устойчивую по отношению к конвекции, облающую классическим переносом частиц и энергии.

В обычной газодинамике подавление конвекции автоматически обеспечивает классический перенос. Однако при магнитном удержании в плазме текут токи, которые могут вести к раскачке сравнительно вялых возмущений, приводящих к развитию конвективных ячеек, способных существенно увеличить перенос. Тем не менее, как показывают и теория, и эксперимент, если подавлена конвекция, то, варьируя градиенты плазменных профилей, можно, как правило, добиться классического переноса. Таким образом, не вызывает сомнения практическая реализуемость идеальных ловушек и, как видно из сказанного, это будут галатеи с  $\beta_0 = 1$ .

Другое дело — термоядерный реактор. Это не просто ловушка для плазмы "термоядерных параметров", а во-первых, дважды ловушка, которая должна удерживать не только горячее "топливо" (плазму), но и в течение некоторого времени заряженные продукты реакции. Но кроме проблемы второго удержания (удержания заряженных продуктов реакции) есть еще проблемы ввода "топлива" и его разогрева, а также вывода "золы", т.е. продуктов реакции. Наконец, в реакторе должна обязательно иметься радиационная защита. Все это может потребовать отхода от идеальных ловушек.

И тем не менее, в целом, вряд ли можно сомневаться, что галатеи сыграют существенную роль в решении проблемы УТС. Особенно велика их роль будет при переходе к гипертемпературным реакторам на  $D^3He$ ,  $DD$  и др., поскольку синхротронное излучение в галатеях с  $\beta_0 = 1$  минимально. Рассмотрение комплекса реакторных вопросов выходит за пределы обзора, но некоторые из них будут ниже затронуты.

**О дешевизне галатеев.** Разработка галатеев сегодня сильно отстает от соответствующих разработок токамаков, стеллараторов и пробочных ловушек. И этот разрыв часто выдвигается как аргумент против изучения гала-

<sup>5</sup> Слово "ловушка" для данной цели явно неудачно. Почему в таком случае не назвать их "плазменными капканами"?

тей. Однако при этом упускается из вида их исключительная дешевизна, обусловленная простотой конструкции и эффективным использованием в галатеях магнитного поля. Что же касается магнитной подвески, то она безусловно нужна при энергетических временах удержания  $\tau_E \geq 1$  мс, но при меньших значениях можно обойтись и без нее. Нужно учесть (см. раздел 9), что подавление в галатеях конвекции делает реальным снижение переносов до классического уровня. Все это позволяет надеяться с помощью весьма скромных средств пройти путь до лабораторных моделей ловушек с водородной плазмой термоядерных параметров (ЛТЯП)  $n \sim 10^{14}$  см<sup>-3</sup>,  $T_i \sim T_e \sim 10$  кэВ и  $\tau_E \sim 1$  с. Естественно, что секундные времена удержания уже потребуют сверхпроводящих хорд в миксинах. Считая напряженность поля на переходе плазма–поле  $H \sim 10^4$  Э, имеем ионный ларморовский радиус  $r_i \sim 1$  см, а коэффициент диффузии при  $\beta \sim 1$  и  $T_e \sim 10$  кэВ

$$D_{\perp} \approx \frac{c^2}{4\pi\sigma_0} \approx 10 \text{ см с}^{-1}. \quad (2.1)$$

Здесь  $\sigma_0$  — "спиртовская" проводимость плазмы. Поэтому толщина слоя, на которую проникает плазма за 1 с, может быть равной  $\delta \leq 10$  см.

## 2.2. Три технические трудности, связанные с галатеями-реакторами [6]

Сегодня еще достаточно широко распространено мнение, что переход на магнитную подвеску миксина сопряжен с большими техническими трудностями, к которым относятся: 1) создание самой подвески миксина с радиационной защитой; 2) сброс энергии, приходящейся на миксину, из зоны термоядерных реакций; 3) поддержание нужной температуры в сверхпроводящей "хорде" миксина.

1. Если речь идет о ловушках (без реакций), то последние две трудности просто отпадают, а первая из них резко упрощается, так как отпадает необходимость в радиационной защите. Поэтому при оценке массы миксина в этом случае можно взять за основу массу сверхпроводящей хорды. Учитывая, что тяжесть и амплуа сила, действующие на сверхпроводник, пропорциональны его объему (при постоянной плотности тока), уравнение равновесия можно записать в дифференциальной форме

$$\rho g = 0,1 j_{SP} H_{\perp}. \quad (2.2)$$

Здесь  $\rho$  — плотность хорды,  $j_{SP}$  — плотность тока в ней, А см<sup>-2</sup>, а  $H_{\perp}$  — напряженность внешнего магнитного поля, которое поддерживает миксина в поле тяжести. Подставляя в (2.2) величины  $\rho = 10$  г см<sup>-3</sup>,  $j_{SP} = 10^4$  А см<sup>-2</sup>,  $g \approx 10^3$  см с<sup>-2</sup>, находим значение поддерживающего магнитного поля

$$H_{\perp} \approx 10 \text{ Э.} \quad (2.3)$$

Иными словами, достаточно магнитного поля, лишь на порядок с небольшим превосходящего магнитное поле Земли, чтобы подвесить миксина в случае отсутствия радиационной защиты.

Теперь кратко<sup>6</sup> обсудим ситуацию в условиях термоядерного реактора. Здесь для сверхпроводящей хорды

требуется, прежде всего, защита от проникающего излучения. В зависимости от типа рабочего вещества реактора и материала сверхпроводника толщина этой защиты должна быть порядка

$$\delta_m \sim 50-80 \text{ см.}$$

При этих толщинах для поддержания миксина потребуется поперечное магнитное поле

$$H_{\perp} \sim 150-300 \text{ Э.}$$

Если учесть, что при  $\beta_0 = 1$  для удержания плазмы термоядерных параметров (DT,  $n_i = n_e = 10^{14}$  см<sup>-3</sup>,  $T_i = T_e = 10$  кэВ) потребуется барьерное поле  $H_b \approx 10^4$  Э, то величина  $H_{\perp}$  оказывается сравнительно малой.

2. Сброс термоядерной энергии, приходящей на миксина с плотностью  $\sim 1$  МВт м<sup>-2</sup>, может быть обеспечен (в случае DT-смеси) тепловым излучением поверхности, нагретой до  $T \approx 2000$  К.

3. Наконец, поддержание температуры криозоны на уровне  $\sim 15$  К при использовании классического сверхпроводника Nb<sub>3</sub>Sn или  $\sim 70$  К при использовании новых сверхпроводников с азотным уровнем рабочих температур может быть реализовано либо с помощью встроенных в миксина криогенераторов, либо путем периодического охлаждения всей миксина с применением внешних холодильников (см. раздел 3.6).

Таким образом, сегодня нет видимых серьезных проблем технического характера в создании миксина для галатей как с энергетически пассивной, так и с энергогенерирующей плазмой.

Очевидно, ситуация с миксинами в дальнейшем будет только улучшаться благодаря неизбежному повышению рабочих температур сверхпроводников, а также переходу к малонейтронным гипертемпературным реакторам.

## 2.3. Галатеи как объект теории

В предыдущем разделе мы подчеркнули одну фундаментальную особенность галатей — возможность реализации в их классе бесщелевых ловушек с  $\beta_0 = 1$ . Однако галатеи имеют еще целый ряд важных свойств, и некоторые из них мы здесь отметим.

**2.3.1. Полнота множества галатей.** Как известно, из теоремы вириала Ферми–Чандрасекара следует, что создать равновесные статические МГД-конфигурации можно только при наличии немагнитных сил. В лабораторных условиях это может быть только сила упругости твердых тел. И в галатеях твердые тела освобождаются от искусственных ограничений — быть опертыми на Землю и касаться плазмы только одной своей стороной ("первая стенка").

В результате если множество традиционных ловушек {T} ограничено односвязными (открытыми) и двусвязными (тороидальными) ловушками, то множество галатей {Г} и топологически, а тем более метрически сегодня необозримо. Поэтому можно сказать, что множество галатей включает как очень частный случай множество традиционных ловушек:

$$\{\Gamma\} \supset \{T\}. \quad (2.4)$$

Возможности, которые открывают галатеи, позволяют, в частности, решить проблему больших  $\beta$  не на

<sup>6</sup> Подробнее об этом в разделе 3.5.

метрическом, а на топологическом уровне и тем самым создать ловушки с

$$\beta_{loc} = \infty,$$

т.е. магнитные баллоны.

Включение (2.4) может показаться перебором, однако это не так. Некоторые новые схемы галатей получены из традиционных ловушек (рис. 4). Так, если в "Астроне" Кристофилюса заменить кольцо из быстрых частиц (электронов или ионов) проводником с током, то получим Галатею-Астрон или Галатею-А (Гала). Ее магнитная конфигурация может быть трех типов (рис. 4а) [20, 21]. В [22] одним из авторов и В.Д. Пустовитовым была предложена стелларатор-галатея (рис. 4б), которая представляет собой просто торсotron, в котором основные витки не опираются на подставки, а подвешены магнитным полем фиксаторов. В результате, растекаясь вдоль сепаратрисы, плазма охватывает мантии основные проводники. Осуществленная таким образом "заливка" плазмой сепаратрисы, безусловно, увеличит устойчивость плазменной конфигурации и достижимое значение  $\beta$ . На это указывают не только общие соображения, приведенные в [22], но и первые расчеты в [23]. Другим примером такого же перехода от традиционной ловушки к галатеям служит возможный переход от ловушки "Атолл" М.С. Иоффе к квадрупольной ловушке. Но галатеи могут образовываться и менее тривиальным образом. Пример тому — Галатея-Пояс [24] (рис. 4в). Это квадрупольная ловушка, в которой благодаря азимутальному току, текущему по плазме, образуется токовый слой. Эта галатея подробно рассмотрена в разделе 8.

Поэтому нам представляется, что полнота множества галатеев открывает перспективы для разработки общей теории удержания плазмы, не связанной с по сути случайнym ограничением множества традиционных

ловушек, а именно, с условием опертости всех катушек о "землю". Здесь первоочередной задачей, по-видимому, будет разработка принципов классификации галатеев.

**2.3.2. Особенности физики галатеев.** По своей конструкции и процессам галатеи имеют ряд существенных отличий от традиционных ловушек. Отметим наиболее важные из них с точки зрения теории:

1) многосвязность плазменных объемов и, в частности, их "дырявость";

2) наличие в ловушках не двух блоков (плазмы и поля), а трех (плазмы, поля, твердотельных миксин со своей электродинамикой), которые должны описываться самосогласованным образом. В частности, в состоянии равновесия должны находиться как плазма, так и миксины;

3) наличие в галатеях с  $\beta_0 = 1$  областей без магнитного поля, которые принципиально должны описываться кинетически;

4) исследование устойчивости "тонких" (переходного плазма — поле и мантийного) слоев требует в целом нелинейного анализа в кинетическом приближении;

5) поверхностные слои галатеев — магнитных баллонов с относительно тонкими переходными слоями и мантиями во многих случаях можно будет рассматривать как "черепичные", т.е. состоящие из квазиавтономных блоков. Это обстоятельство заметно упрощает исследование таких галатеев по сравнению, например, с токамаками или стеллараторами, в которых основной плазменный объем проходит бесконечными силовыми линиями.

**2.3.3. О терминологии.** Прежде чем переходить к рассмотрению конкретных вопросов, уточним содержание ряда терминов, которыми будем пользоваться. Это мы уже сделали для двух крайних случаев: вакуумного магнитного поля ( $\beta \rightarrow 0$ ) и для конфигураций с резким переходным слоем плазма — поле ( $\beta_0 = 1$ ), когда его толщина  $\delta \ll L$ , где  $L$  — характерный поперечный размер основного плазменного объема. В вакуумном случае будем называть "барьерной поверхностью" поверхность  $\Psi_b = \text{const}$  ( $\Psi$  — функция магнитного потока), которая по тому или иному критерию устойчивости (например,  $U = \int H^{-1} dl = \min$ ) разделяет зоны устойчивости и неустойчивости плазмы при  $\beta \rightarrow 0$ . Если конфигурация тороидальная, то линии  $S$  (точка в плоскости  $(r, z)$ ) на поверхности  $\Psi_b$ , где напряженность поля минимальна, назовем "перевалом", а величину поля

$$H_b = \min H(\Psi_b) \quad (2.5)$$

— "барьерным полем" по данному критерию устойчивости при  $\beta \rightarrow 0$ . В принципе, полезно ввести еще понятие "абсолютного перевала"  $S^*$  и "абсолютного барьера"  $H_b^*$ , понимая под первым геометрическое место точек, не связанных критериями устойчивости, где напряженность магнитного поля достигает абсолютного минимума  $H_b^*$  на всем множестве линий, соединяющих зону с  $H = 0$  в центре конфигурации с внешним пространством, где  $H \rightarrow 0$ .

В случае конфигураций с резким переходом плазма — поле прежде всего выделяется "граница плазмы", которую можно определить как магнитную поверхность  $\Psi_T$ , давление плазмы на которой равно  $P_T = \theta P_0$ . Здесь величина  $\theta \sim 0,5$ , а  $P_0$  — давление в основном плазмен-

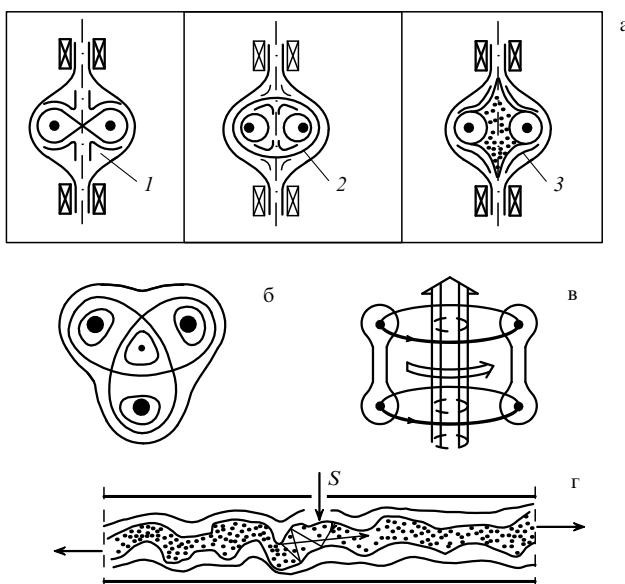


Рис. 4. "Новые" схемы галатеев: (а) твердотельный аналог "Астрона" — Галатея-А: 1, 2 — вакуумные магнитные поля соответственно с одной и двумя нулевыми точками на оси системы, 3 — Галатея-А с односвязным плазменным объемом  $\beta_0 = 1$ ; (б) стелларатор-галатея (Стега); (в) Галатея-Пояс; (г) галатеи диффузионного типа со слабостолкновительной плазмой.

ном объеме, где  $H \rightarrow 0$ . Далее вводим "барьерную" поверхность  $\Psi_b$ , как в вакуумном случае, по тому или иному критерию устойчивости. При этом, разумеется,

$$\Psi_\Gamma \leq \Psi_b, \quad \Psi > 0.$$

И, аналогично вакуумному случаю, определяем "перевал"  $S$  и "барьерное поле"  $H_b$ .

Теперь перейдем к определению параметра  $\beta$ . Очевидно, это можно сделать несколькими способами.

1. Локальный параметр  $\beta$ :

$$\beta_{\text{loc}} = \frac{8\pi P}{H^2}. \quad (2.6a)$$

В конфигурациях с крутым профилем он изменяется от  $\sim 0$  до  $\sim \infty$ .

2. "Границный"  $\beta_\Gamma$  для основного плазменного объема:

$$\beta_\Gamma = \frac{8\pi P_0}{H_\Gamma^2} \Big|_{\theta=0}. \quad (2.6b)$$

В случае крутого профиля  $\beta_\Gamma \approx 1$ .

3. "Сепаратрисный" параметр  $\beta_s$ :

$$\beta_s = \frac{8\pi P_0}{H_s^2}. \quad (2.6b)$$

Здесь  $H_s$  — максимальное значение напряженности поля на сепаратрисе [17].

4. "Барьерный" параметр  $\beta$ :

$$\beta_b = \frac{8\pi P_0}{H_b^2}. \quad (2.6c)$$

Введенный нами условный параметр  $\beta_0$  можно отождествить с  $\beta_\Gamma$ .

## 2.4. Как мы шли к галатеям

Наш путь к галатеям начинается в 1968 г. с доклада на Новосибирской конференции МАГАТЭ "Стационарные плазменные ускорители и перспективы их применения в термоядерных исследованиях" [25]. В этом докладе была предложена в некотором смысле принципиально новая схема термоядерного реактора в виде длинного соленоида, вдоль которого течет нагретая до термоядерных температур плазма (рис. 5). В самой примитивной форме эта система состоит из сильноточного ускорителя 1, соленоида 2, на входе в который плазменный поток переходит из сверхзвукового режима течения в звуковой и нагревается до нужной температуры, а также приемника-рекуператора 3<sup>7</sup>. Удобство такой схемы очевидно. Но вся трудность заключается в большой длине соленоида. Если для оценки принять скорость плазмы в соленоиде  $V_s = 10^8 \text{ см с}^{-1}$ , то минимальная длина соленоида  $L$  дается выражением

$$L = V_s \tau_E = V_s \frac{A}{n}. \quad (2.7)$$

Здесь  $A = (nt)_\text{min}$  — постоянная Арцимовича — Лоусона, равная для DT-реакции  $10^{14} \text{ с см}^{-3}$ . Полагая плотность плазмы на оси соленоида  $n_s = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ , получаем

<sup>7</sup> На этой же конференции близкая схема была предложена в работе Д.Л. Така.

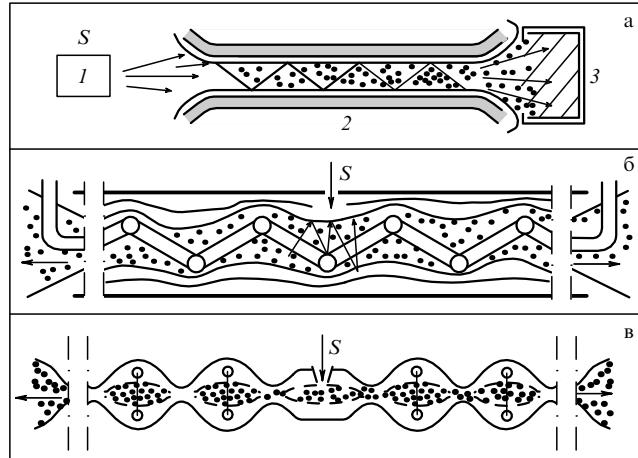


Рис. 5. Ловушки с движущейся плазмой: (а) пролетотрон с инжекцией энергичной плазмы: 1 — источник плазмы, 2 — соленоид, 3 — приемник плазмы; (б) диффузионная ловушка со спиралеобразной "зашемленной" миксиной (Гега); (в) диффузионная секционированная ловушка со стохастизирующими ячейками типа Галатея-А (Габи).

$\tau_E = 10^{-2} \text{ с}$  и  $L \approx 10 \text{ км}$ . Выбранной плотности  $n_s$  соответствует напряженность магнитного поля  $H_s \sim 10^5 \text{ Э}$ . При указанном пролетном времени  $\tau_0 = \tau_E = 10^{-1} \text{ с}$  глубина классической диффузии  $\delta^{(c)} \approx 3 \text{ мм}$ . Поэтому диаметр струи за пролетное время практически не изменится, если взять его равным  $\delta_s \approx 4 \text{ см}$ . В этих условиях термоядерная мощность, генерируемая 1 м струи, будет равна  $P_1 \approx 10 \text{ МВт}$ . Следовательно, полная мощность такого термоядерного реактора составит  $\sim 100 \text{ ГВт}$ . Если диаметр первой стенки соленоида  $D_s \sim 3 \text{ м}$ , то плотность энергетического потока на нее  $\sim 1 \text{ МВт м}^{-2}$ . Идея пролетного реактора — "пролетотрона" может иметь много вариантов реализации. В частности, инжектируя пеллеты в центр уже "подожженного" реактора, можно убрать инжектор. По-разному может быть решен приемник выходящей плазмы и т.п. Идея пролетного реактора с разных точек зрения заманчива, и к ней возвращались разные авторы<sup>8</sup>, предлагая те или иные ее модификации. Реальную оценку пролетотрона дал в свое время Г.И. Будкер: "Такие системы рассматривались, в частности, Морозовым, Таком и др. Поскольку в продольном направлении в плотной плазме не предполагалось ни термоизоляции, ни удержания, то длина установки становилась порядка нескольких сот метров ... Я бы сказал, что она адекватна проблеме термоядерной электростанции с коммерчески интересной мощностью. Однако имеются очень большие трудности в моделировании такой машины, а чтобы сразу приступить к строительству полномасштабной установки, нужна необычайная смелость экспериментатора и финансировавшей его организации" [27].

Дальнейшее развитие идеи шло по двум направлениям. С одной стороны, продолжались исследование и совершенствование сильноточного квазистационарного плазменного ускорителя, принципиальная схема которого была предложена в Институте атомной энергии

<sup>8</sup> Пост в [26] описывает вариант пролетотрона под названием "линейный коллайдер" без ссылки на работы А.И. Морозова и Д.Л. Така.

им. И.В. Курчатова [28–30] еще в середине 1959 г., а в 1960 г. там же начаты его экспериментальные исследования. По своей сути этот ускоритель является магнитоплазменным аналогом сопла Лаваля (газодинамического сопла), в котором рабочее вещество ускорялось не газокинетическим давлением, а давлением магнитного поля. Создание такого ускорителя оказалось очень не простым делом, прежде всего, из-за трудностей согласования электрического поля в ускорительном канале с электрическим полем на электродах. Однако в начале 90-х гг. они были преодолены (ИФАН, Беларусь; ХФТИ, Украина; ТРИНИТИ, Россия) и в расчетном режиме заработал квазистационарный сильноточный плазменный ускоритель (КСПУ) первого поколения, генерирующий потоки мощностью  $\sim 3$  ГВт, с энергией ионов водорода  $\sim 1$  кэВ и длительностью импульса  $\sim 100$  мкс. Появление такого мощного инжектора, естественно, поставило вопрос о выборе схем ловушек, способных выдержать "удар" плазменной струи из КСПУ, но одновременно и достаточно "скромных" размеров. Если отталкиваться от пролетотрона, то естественная идея — это замена магнитных цилиндрических стенок пролетотрона с зеркальным отражением (рис. 5а) магнитными стенками, рассеивающими частицы "макродиффузно". Так появляется схема "вытянутого торнадо" (рис. 5б), т.е. соленоида, внутри которого помещается несимметричная токонесущая спираль<sup>9</sup>. Несимметричность нужна была для того, чтобы у рассеивающихся на магнитных стенках ионов не сохранялся какой-либо параметр (интеграл). Время жизни частицы, движущейся в этой ловушке с редкими объемными столкновениями и хаотически, в среднем, рассеивающейся на стенах, определяется диффузионным временем

$$\tau^{\text{dif}} \approx \frac{L_s^2}{a_s V_s} . \quad (2.8)$$

Здесь  $a_s$  — диаметр магнитного канала. Взяв с учетом нейтронной защиты  $a_s \approx 3$  м,  $\tau^{\text{dif}} \approx 10^{-2}$  см,  $V_s = = 10^8$  см  $\text{s}^{-1}$ , получим

$$L_s \sim 200 \text{ м.}$$

Эта длина при барьере поле  $\sim 100$  кЭ уже приемлема для полномасштабных экспериментов. Если же отказаться от нейтронной защиты, то можно взять  $a_s \approx 50$  см и тогда

$$L_s \sim 80 \text{ м.}$$

По объему поля такая ловушка оказывается скромнее ИТЭРа. Собственно с момента формирования идеи "Геги" и появился термин "галатея". Интерес на первых порах именно к диффузионным системам имел и определенные исторические причины. Идея этих систем, по-видимому, впервые была высказана в одном из отчетов А.И. Морозовым в конце 50-х годов в следующей форме (рис. 5в). Назовем ловушку "стохастирующей ячейкой", если она имеет два торцевых отверстия, через которые могут входить и выходить частицы, и обладает "стохастирующим" свойством, состоящим в том, что, войдя в один из торцов, частица "забывает", через какой именно торец она вошла, и с равной вероятностью может

<sup>9</sup> Эта ловушка в [20] была названа "Геликон-Галатея" или сокращено "Гега". Кстати, Гега — это очень красивый водопад недалеко от озера Рица на Кавказе.

выйти через любой из них. Тогда, если сделать цепочку из  $2N+1$  стихастизирующих ячеек, помещенная в центр цепочки частица будет находиться в ней в среднем в течение времени

$$\tau_N \approx \tau_1 N^2 . \quad (2.9)$$

Здесь  $\tau_1$  — время жизни в одной ячейке.

Первыми реализациями диффузионных ловушек были ловушки ГОЛ<sup>10</sup> и ЭСПЛ [31]. В ГОЛ — системе с плотной плазмой — стохастизация осуществлялась за счет объемных столкновений. В ЭСПЛ — системе с редкой плазмой — стохастизация была следствием больших градиентов магнитного и электрического полей. Подробнее об ЭСПЛ будет сказано в разделе 9. Когда в конце 80-х гг. встал вопрос о разработке ловушки для КСПУ, то наряду с описанной выше диффузионной ловушкой Гега была предложена диффузионная ловушка Галатея бисерная — Габи [20]. Здесь в качестве стохастирующей ячейки предполагалась ловушка Галатея-А (рис. 4а). Масштабы Габи соизмеримы с масштабами Геги.

Тогда же в начале 90-х гг. было решено продемонстрировать достоинства галатей на предельно простой ловушке — торoidalном квадруполе и попробовать получить в нем сравнительно высокоэнергетичную плазму с помощью прямого разряда, как это уже делалось в случае ЭСПЛ. Так появились мультипольные электроразрядные ловушки (ЭРЛ): сначала ЭРЛ-М ("Авоська"), а затем в 1998 г. — ловушка "Октуполь". О них будет сказано в разделе 9. Там же описаны эксперименты в электроразрядных режимах с ловушкой типа Галатея-А. Все эти эксперименты продемонстрировали высокую эффективность галатей с  $\beta_0 = 1$ .

В начале 90-х гг. были предложены схемы Стелларатора-Галатеи и Галатеи-Пояс, которые изображены на рис. 4.

### 3. Миксины при отсутствии плазмы ( $\beta = 0$ )

#### 3.1. О статике миксин при $\beta = 0$

Магнитные системы галатей, как правило, должны создаваться таким образом, чтобы миксины находились в устойчивом равновесии и в отсутствии плазмы. Так возникают простейшие задачи теории галатей — статика миксин, а затем их устойчивость при  $\beta = 0$ .

Начнем со статики идеально проводящих миксин. Здесь нужно решать систему уравнений, включающую уравнение для безвихревого магнитного поля и условия обращения в нуль сил и моментов сил, действующих на каждую из  $N$  миксин:

$$\Delta\phi = 0 , \quad (3.1a)$$

$$M_k \mathbf{g} + \frac{1}{c} \int_{V_k} \mathbf{j} \times \mathbf{H} dV = 0 , \quad (3.1b)$$

$$\int_{V_k} \left( \rho_k \mathbf{g} + \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathbf{H} \right) \times \mathbf{r} dV = 0 . \quad (3.1c)$$

<sup>10</sup> ГОЛ была предложена Г.И. Будкером и Д.Д. Рютовым независимо от упомянутого отчета, ЭСПЛ — В.В. Жуковым и А.И. Морозовым.

Здесь  $\phi$  — скалярный потенциал магнитного поля,  $\rho_k$  — плотность,  $V_k$  — объем  $k$ -й миксины. Условие равновесия по отношению к вращению (3.1в) выполняется автоматически, если система обладает осевой симметрией. Однако условие равновесия центра тяжести миксины (3.1б) требует специальных мер. Рассмотрим эту ситуацию на двух простых примерах.

**3.1.1. Галатея-А.** Если ось ловушки расположить вертикально (рис. 4а), то миксина под действием силы тяжести сместится на расстояние  $\zeta$  от средней плоскости, не нарушая симметрии. Это смещение определяется уравнением (3.1б)

$$Mg = \frac{1}{c} 2\pi R J_\mu H_r^{\text{ex}}(R, \zeta). \quad (3.2)$$

Здесь  $H_r^{\text{ex}}$  —  $r$ -компоненты "внешнего" поля (поля пропорциональных катушек),  $J_\mu$  — ток в миксине. Если радиус миксины  $R \ll L$  — расстояния между пробками, то магнитное поле в окрестности миксины может быть описано в параксиальном приближении [32]

$$\phi(r, z) = \int H_0(z) dz - \frac{r^2}{4} H'_0(z) + \frac{r^4}{64} H''_0(z) + \dots \quad (3.3)$$

Здесь  $H_0(z)$  — поле на оси системы. Из (3.3) следует

$$H_r = -\frac{r H'_0}{2} + \dots, \quad (3.4a)$$

$$H_z = H_0 - \frac{r^2}{4} H''_0 + \dots \quad (3.4b)$$

Для упрощения дальнейших формул будем считать, предполагая  $\zeta \ll L$ , что

$$H_0(z) = H_{00} \left( 1 + \frac{z^2}{b_1^2} \right). \quad (3.5)$$

Подставляя (3.5) и (3.4а) в (3.2), находим смещение

$$\zeta = -\frac{Mgb_1^2 c}{2\pi R^2 H_{00}} \frac{1}{J_\mu} \equiv -\frac{A}{J_\mu}. \quad (3.6)$$

Оценим величину  $\zeta$ , взяв параметры не слишком далекими от реакторных:

$$\begin{aligned} J_\mu &= 5 \times 10^6 \text{ А}, \quad H_{00} = 10^4 \text{ Э}, \quad b_1 = 6 \text{ м}, \\ R &= 2 \text{ м}, \quad M_1 = \frac{M}{2\pi R} = 10 \text{ т м}^{-1}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Величина  $M_1$  здесь взята с учетом радиационной защиты (см. раздел 3.5). Подставляя (3.7) в (3.6), получаем

$$\zeta \approx 36 \text{ см.}$$

**3.1.2. Квадруполь (рис. 6а).** Две миксины с токами одного направления заведомо неравновесны и при термоядерных параметрах притягиваются друг к другу с большой силой. Так, при расстоянии между миксинами  $2a = 2$  м и токе в миксинах  $J \sim 5 \times 10^6$  А сила притяжения, рассчитанная на погонный метр миксины, равна

$$F_1 \approx 250 \text{ т м}^{-1}.$$

Очевидно, миксины должны быть "разгружены" с помощью внешних магнитных полей. Такие поля могут быть

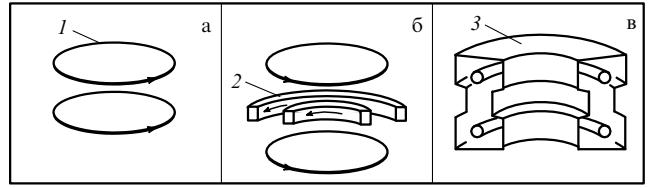


Рис. 6. К механике миксин в квадруполе: (а) неравновесная система двух миксин 1; (б) равновесная, но неустойчивая система миксин с опертыми фиксаторами 2; (в) устойчивая конфигурация миксин в сверхпроводящем профилированном коробе 3.

получены посредством одного или нескольких кольцевых проводников. Вариантов здесь много, но суть их сводится к тому, чтобы создать на поверхности миксины квазиоднородное поле, при котором

$$\iint \frac{H^2}{8\pi} n_z^0 ds = 0.$$

Здесь  $n_z^0$  —  $z$ -компоненты единичной нормали к поверхности миксины. Это можно сделать, помещая либо жестко закрепленные фиксаторы-“растягиватели” с тем же направлением тока, что и в миксинах, либо “расталкиватели” с противоположным током между миксинами (рис. 6б). В обоих случаях усиливается поле на внутренних (смотрящих друг на друга) сторонах миксин и ослабляется поле на внешних сторонах. Чтобы проиллюстрировать количественно возникающую ситуацию, избегая громоздких вычислений, рассмотрим квадруполь с большим аспектным отношением  $\alpha \equiv R/a \gg 1$ , когда поле миксин и фиксаторов можно аппроксимировать полем прямых нитей. Считая, что фиксаторы являются расталкивателями, нетрудно убедиться, что миксины будут находиться в равновесии, если выполнено условие [7]

$$\frac{J_\phi}{J_\mu} = \frac{a^2 + b^2}{4a^2}, \quad (3.8)$$

где  $b$  — расстояние от фиксатора до нуля магнитного поля.

Отметим, что фиксаторы-расталкиватели обладают достоинством, заключающимся в ослаблении “тороидального” эффекта, т.е. смещения по радиусу нуля магнитного поля при конечном аспектном отношении. В то же время они уменьшают рабочий объем ловушки. Нетрудно убедиться, что при  $J_\phi \geq J_\mu$  нужная конфигурация полностью исчезает. Таким образом, в данном случае силовая разгрузка миксин и токовая компенсация ( $J_\phi = J_\mu$ ), которая важна для ослабления тороидального эффекта, несовместимы. Очевидно, в реальных условиях приоритет должен быть отдан силовой разгрузке. Из сказанного видно, что фиксаторы могут ухудшать удерживающие свойства галатей. Здесь мы ограничимся приведенными двумя примерами. Ряд других примеров статики миксин при  $\beta = 0$  рассмотрен в [33, 34]. О равновесии миксин при  $\beta \neq 0$  будет сказано в разделах 6, 8.

### 3.2. Об устойчивости миксин при $\beta = 0$

Можно выделить три основные класса задач об устойчивости миксин при  $\beta = 0$ : 1) определение инкрементов

неустойчивостей, развивающихся в нестабилизированных, но равновесных системах миксин; 2) создание активных систем с обратными связями для подавления неустойчивостей; 3) создание самостабилизирующихся систем с устойчивым положением миксин.

Задачи первого класса для Галатеи-А и квадруполя рассмотрим в следующем разделе. Этот очень простой вариант галатей представляет практический интерес на начальном этапе исследований, когда, с одной стороны, не мешает жесткое крепление миксин, а с другой, создание сверхпроводящего комплекса по тем или иным причинам невыгодно.

Системы с обратными связями использовались в галатеях 60–70 гг. Относящийся к этому времени сфератор Иошикавы с указанной системой стабилизации миксины изображен на рис. За. Однако стабилизация обратными связями вряд ли оптимальна для систем с  $\beta_0 = 1$ . Это связано, прежде всего, с сильной перестройкой поля при заполнении ловушки плазмой, сопровождающейся существенным изменением сил, действующих на миксины. Кроме того, при функционировании систем с обратными связями магнитные поля испытывают "грубые" вариации, которые могут значительно влиять на удержание плазмы. Наконец, такие системы в чем-то слишком "техничны" и при теоретическом анализе с необходимостью приводят к громоздким моделям. Поэтому здесь мы не будем говорить о них и ограничимся только самостабилизирующими магнитными системами стационарных галатей. В качестве универсального стабилизирующего элемента ниже рассматриваются сверхпроводящие экраны — коробки достаточно простой формы. Сразу подчеркнем, что нас будет интересовать лишь принципиальная сторона дела. Стабилизирующая роль экрана качественно ясна из рис. бв, где изображен квадруполь. Прежде всего введем фундаментальный масштаб для угловой частоты колебаний миксин, окруженных экранами, — левитационную частоту. Для этого рассмотрим колебание прямого проводника с погонной массой  $M_1$  и постоянным током  $J$ , который находится над идеально скинированной (сверхпроводящей) плоскостью. Высота  $h_0$ , на которой находится проводник в равновесии, определяется условием

$$M_1 g = \frac{2J_\mu^2}{2h_0 c^2}. \quad (3.9)$$

Если проводник вывести из состояния равновесия, то его колебания описываются уравнением

$$M_1 \frac{d^2 h}{dt^2} = \frac{J_\mu^2}{hc^2} - M_1 g. \quad (3.10)$$

Линеаризуя (3.10), получаем обычное уравнение для малых колебаний маятника

$$\frac{d^2 \tilde{h}}{dt^2} + \frac{g}{h_0} \tilde{h} = 0, \quad h = h_0 + \tilde{h}, \quad (3.11)$$

с угловой частотой левитационных колебаний, равной [33]

$$\Omega_J = \sqrt{\frac{g}{h_0}} = \sqrt{\frac{J_\mu^2}{c^2 M_1 h_0^2}}. \quad (3.12)$$

Ниже мы увидим, что с точностью до множителя  $\sim 1$  эта частота появляется во всех системах с экранами.

### 3.3. Динамика миксин в системах без стабилизации

На начальном этапе экспериментальных исследований галатей могут представлять интерес неустойчивые системы, но с относительно малым инкрементом  $\gamma_F$ , таким, что

$$S_F = \gamma_F \tau_E > 1. \quad (3.13)$$

Здесь  $\tau_E$  — характерное время удержания плазмы, например энергетическое время. Кроме критерия (3.13), характеризующего время жизни конфигурации галатеи, практически важную роль играет параметр

$$S_J = \gamma_J \tau_E, \quad (3.14)$$

где  $\gamma_J$  — декремент затухания тока в миксинах, если они сделаны из проводников с конечной проводимостью.

**3.3.1. Деформация структуры галатей при отсутствии экранов.** Если можно считать миксины идеально проводящими, то их динамика в общем случае определяется функцией Лагранжа [2, 35]

$$L = \sum_k \frac{MV_k^2}{2} + \sum_{k,\alpha,\beta} \frac{I_{k(\alpha,\beta)} \Omega_{k(\alpha)} \Omega_{k(\beta)}}{2} - \sum_k \frac{L_k J_k^2}{2c^2} - \sum_{i>k} \frac{M_{ik} J_i J_k}{c^2} - \sum_k \frac{1}{c} \Phi_k^e J_k. \quad (3.15)$$

Здесь  $1 \leq k \leq N$  — номера миксин,  $L_k$  — коэффициенты самоиндукции, которые мы считаем зависящими от координат миксин  $q_k$  ( $q_k$  — совокупность положения центра масс и ориентации нормали к плоскости миксина  $\mathbf{n}_k^0$ ),  $M_{ik}$  — коэффициенты взаимоиндукции, зависящие от всех  $q_k$  и всех  $\mathbf{n}_k^0$ ,  $\Phi_k^e(q_i, \mathbf{n}_i^0)$  — магнитные потоки от посторонних источников магнитного поля,  $I_{k(\alpha,\beta)}^e$  — компоненты тензора момента инерции  $k$ -й миксины,  $\Omega_{k(\alpha)}$  — компоненты угловой скорости. Вся система даже в осесимметричном случае имеет  $5N$  геометрических координат и  $6N$  скоростей. К этому надо добавить  $N$  значений токов в миксинах. Здесь мы ограничимся упрощенным рассмотрением Галатеи-А и прямого квадруполя с фиксаторами.

**Динамика миксина в Галатее-А.** Здесь возможны три вида смещений из равновесного положения: вдоль оси  $z$ , вдоль радиуса  $r$  и наклона плоскости миксина. Рассмотрим каждое из возмущений в отдельности, предполагая их линейными, а магнитное поле опертых (пробочных) катушек аппроксимируем формулами (3.4), (3.5).

1. Движение миксина вдоль оси  $z$  описывается в линейном приближении уравнением

$$M_1 \frac{d^2 z}{dt^2} = -M_1 g + \frac{J_\mu}{c} H_r = -M_1 g + \frac{J_\mu}{c} (-R) H_{00} \frac{z}{b^2}. \quad (3.16)$$

Отсюда следует, что  $z = \zeta + \tilde{z}$ , где выражение для  $\zeta$  (3.6) было получено ранее, а колебания  $\tilde{z}$  происходят с угловой частотой

$$\omega_z = 2 \sqrt{\frac{J_\mu R H_{00}}{cb^2 M_1}}. \quad (3.17)$$

Используя данные (3.7), находим  $\omega_z \approx 8 \text{ с}^{-1}$ , следовательно, период колебаний  $\sim 1 \text{ с}$ .

2. Смещение  $\xi$  миксина вдоль радиуса нарастает во времени экспоненциально. Это связано с зависимостью  $H_z$  от радиуса. Сила, действующая на смещенную для определенности вдоль  $x$  миксину, равна

$$F = -\frac{RJ_\mu}{c} \int \cos \theta' H_z(r(\theta'), z) d\theta'. \quad (3.18)$$

Здесь  $\theta'$  — полярный угол с вершиной в центре смещенной миксины. Этому углу соответствует расстояние от оси ловушки

$$r = \sqrt{\xi^2 + R^2 + 2R\xi \cos \theta'} \approx R + \xi \cos \theta'.$$

Подставляя эту величину в выражение (3.18) для  $H_z$ , получаем

$$H_z \approx H_0 - \frac{R^2 + 2R\xi \cos \theta'}{2} H'_0, \quad (3.19)$$

и, следовательно,

$$F = \frac{RJ_\mu}{c} \xi R \pi H'_0 = \frac{J_\mu H_{00} \pi R^2}{cb^2} \xi.$$

Таким образом, смещение по радиусу описывается уравнением

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} - \frac{J_\mu H_{00} R}{2cM_1 b^2} \xi = 0. \quad (3.20)$$

Отсюда находим инкремент роста  $\xi$

$$\gamma_F = \sqrt{\frac{J_\mu H_{00} R}{2cM_1 b^2}} = \frac{\omega_z}{\sqrt{2}}. \quad (3.21)$$

Видно, что эта величина близка к угловой частоте колебаний по  $z$ . Очевидно, радиальное смещение может быть стабилизировано, если  $H'_0(0) < 0$ , но тогда становится неустойчивым смещение по  $z$ .

3. Ситуация с поворотом плоскости более сложная. Качественно видно, что если в окрестности плоскости  $z = -\xi$  при  $r = R$  магнитные силовые линии с хорошей точностью лежат на сфере, то ориентация плоскости миксина находится в состоянии безразличного равновесия. Если же магнитная поверхность в рассматриваемой зоне аппроксимируется сплюснутым (вдоль  $z$ ) эллипсоидом, то ориентация плоскости миксина устойчива. Наоборот, если аппроксимирующий эллипсоид вытянут, то ориентация неустойчива.

**Динамика миксин в квадруполе с фиксаторами.** Структурный анализ динамики двух тороидальных миксин в квадрупольной системе с фиксаторами требует в общем случае рассмотрения 10 уравнений, причем силы между проводниками описываются эллиптическими функциями. Это весьма громоздкая процедура, и поэтому здесь мы ограничимся простой моделью, предположив, что плоскости миксин не наклоняются, а аспектное отношение велико. Тогда, сделав очевидные оговорки, мы можем рассматривать колебания двух прямых миксин при наличии двух прямых фиксаторов (3.8). Обозначив радиусы-векторы первых  $\mathbf{r}_1$  и  $\mathbf{r}_2$ , а вторых  $\mathbf{x}_b$  и  $(-\mathbf{x}_b)$ ,

можно записать следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} M_1 \frac{d^2 \mathbf{r}_1}{dt^2} &= \frac{2J_\mu J_\phi}{c^2} \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_b}{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{x}_b)^2} + \frac{2J_\mu J_\phi}{c^2} \frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{x}_b}{(\mathbf{r}_1 + \mathbf{x}_b)^2} - \\ &\quad - \frac{2J_\mu^2}{c^2} \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2}, \\ M_1 \frac{d^2 \mathbf{r}_2}{dt^2} &= \frac{2J_\mu J_\phi}{c^2} \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_b}{(\mathbf{r}_2 - \mathbf{x}_b)^2} + \frac{2J_\mu J_\phi}{c^2} \frac{\mathbf{r}_2 + \mathbf{x}_b}{(\mathbf{r}_2 + \mathbf{x}_b)^2} - \\ &\quad - \frac{2J_\mu^2}{c^2} \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)^2}. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Предполагая выполненным условие равновесия (3.8), а токи в проводниках постоянными, в линейном приближении получаем

$$\begin{aligned} M_1 \frac{d^2 \xi_1}{dt^2} &= \frac{4J_\mu J_\phi}{a^2 + b^2} \xi_1 - \frac{2J_\mu^2}{c^2} \frac{\xi_1 - \xi_2}{a^2 + b^2}, \\ M_1 \frac{d^2 \xi_2}{dt^2} &= \frac{4J_\mu J_\phi}{a^2 + b^2} \xi_2 - \frac{2J_\mu^2}{c^2} \frac{\xi_2 - \xi_1}{a^2 + b^2}. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Здесь  $\xi_1 = \mathbf{r}_1 - a\mathbf{y}^0$ ,  $\xi_2 = \mathbf{r}_2 + a\mathbf{y}^0$ , а  $J_\mu$  и  $J_\phi$  считаются положительными, так как их знаки учтены знаками перед членами в правой части. Сразу видно, что в общем случае положение миксин неустойчиво. Действительно, сложив уравнения (3.23), получим уравнение движения центра масс

$$M_1 \frac{d^2}{dt^2} (\xi_1 + \xi_2) = \frac{4J_\mu J_\phi}{a^2 + b^2} (\xi_1 + \xi_2). \quad (3.24)$$

Отсюда видно, что случайные смещения центра нарастают со временем с инкрементом

$$\gamma = \sqrt{\frac{4J_\mu J_\phi}{M_1(a^2 + b^2)}}. \quad (3.25)$$

Очевидно, качественный вывод о неустойчивости положения центра тяжести миксин будет справедлив и при конечном аспектном отношении.

### 3.4. Падение миксин

#### с конечной проводимостью в Галатее-А

Если в вертикально поставленной Галатее-А миксина отсоединенна от источника питания, то при конечном сопротивлении  $R_\Omega$  ток в ней постепенно затухает и миксина падает.

При падении миксина пересекает внешнее поле, и поэтому изменение тока в ней подчиняется уравнению

$$J_\mu R_\Omega = -\frac{L}{c^2} \frac{dJ_\mu}{dt} + 2\pi R \frac{V_z H_r}{c}. \quad (3.26)$$

Если ток затухает достаточно медленно, то положение миксина можно считать квазиравновесным. Тогда из (3.6)

$$\begin{aligned} V_z &\approx \frac{d\xi}{dt} = \frac{cMgb_1^2}{H_{00}2\pi R^2} \frac{d}{dt} \frac{1}{J_\mu} \equiv -\frac{a}{J_\mu^2} \frac{dJ_\mu}{dt}, \\ a &\equiv \frac{cMgb_1^2}{H_{00}2\pi R^2}, \quad J_\mu < 0 \end{aligned} \quad (3.27)$$

Учитывая (3.4), имеем

$$\begin{aligned} H_r(\zeta, R) &= -\frac{RH'_0(\zeta)}{2} = -RH_{00} \frac{\zeta}{b_1^2} = \\ &= -\frac{RH_{00}}{b_1^2} \frac{a}{J_\mu} = -\frac{cMg}{2\pi R} \frac{1}{J_\mu}. \end{aligned} \quad (3.28)$$

В результате приходим к следующему уравнению для затухания тока в миксине:

$$\frac{L}{c^2} \frac{dJ_\mu}{dt} \left( 1 - \frac{c^2}{L} \frac{aMg}{J_\mu^3} \right) + R_\Omega J_\mu = 0. \quad (3.29)$$

Видно, что благодаря падению миксин в магнитном поле пробок вместо обычной индуктивности  $L$  появляется эффективная индуктивность

$$\begin{aligned} L_{\text{eff}} &= L + \frac{c^3(Mg)^2 b_1^2}{H_{00} 2\pi R^2} \frac{1}{|J_\mu|^3} = L \left( 1 + \frac{Mg|\zeta|8\pi}{LH_\Omega^2 R^2} \frac{\pi}{2} \right), \\ H_J &\equiv \frac{2\pi J_\mu}{cR}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Полагая  $L = 2\pi R\theta$ , где  $\theta \sim 1$ , получаем достаточно наглядное выражение

$$L_{\text{eff}} = L \left( 1 + \frac{Mg|\zeta|}{W_J} \right), \quad (3.31)$$

где

$$W_J = \frac{H_J^2}{8\pi} 40R^3$$

— масштаб энергии магнитного поля, создаваемого током в миксине.

Уравнение (3.29) легко интегрируется:

$$-\frac{R_\Omega c^2}{L} t = \ln \frac{J_\mu}{J_0} + \frac{c^2 aMg}{3L} \left( \frac{1}{J_\mu^3} - \frac{1}{J_0^3} \right). \quad (3.32)$$

Если на начальной стадии затухания тока существенную роль играет обычная индуктивность, то на поздних стадиях — наведенная индуктивность. И в этом случае ток убывает не по экспоненте, а по закону

$$J_\mu(t) \approx J_0 \left( \frac{1}{1+At} \right)^{1/3}, \quad A \equiv \frac{3R_\Omega}{Mga}, \quad (3.33)$$

где  $J_0$  — начальный ток в миксине. Если время измерять безразмерной величиной  $\tau = (c^2 R_\Omega / L)t$ , то, как видно из (3.32), зависимость  $J/J_0$  определяется  $\tau$  и безразмерным параметром

$$\varkappa \equiv \frac{c^2 aMg}{3L|J_0|^3}. \quad (3.34)$$

### 3.5. Динамика идеальных миксин внутри сверхпроводящих экранов

Колебания идеально проводящих миксин в вакуумном объеме, окруженном сверхпроводящим экраном, сводится к решению уравнения (3.1) с граничным условием на поверхности экрана  $H_n = 0$ . Как правило, здесь требуется расчет трехмерных полей и учет их влияния на динамику миксин. Эта задача в общем случае вполне

решаема с помощью существующих кодов и машин. Однако весьма полезно иметь и относительно простые аналитические модели, хотя и грубо аппроксимирующие реальные ситуации. В [33, 34] рассмотрены некоторые методы аналитических решений этой задачи. Изложим один из них.

В [33] предложена простая методика расчета моделей колебаний миксин, которая была названа "шланговым" приближением. Это приближение основано на двух допущениях: 1) экран представляет собой тороидальную трубу с большим аспектным отношением, т.е.  $\alpha = R/a \gg 1$ ; 2) малое сечение тора представляет собой окружность. Если эти условия выполнены, то любой отрезок тора размером в несколько малых диаметров можно считать прямым цилиндром, а находящийся в нем отрезок миксина рассматривать как прямой проводник с током, ориентированным вдоль оси прямого цилиндра. Поскольку экран предполагается идеально скринированным, то магнитное поле в окрестности любой точки  $P$  оси тора можно представить как поле двух токов — самого проводника с током  $J$  и его изображения с током  $-J$ , находящегося от центра сечения трубы на расстоянии

$$\rho = \frac{a^2}{\xi^2} \xi. \quad (3.35)$$

Здесь  $a$  — малый радиус тора.

Теперь можно написать общее выражение для силы, действующей на элемент миксина  $ds$ , находящейся внутри тороидального экрана<sup>11</sup>. Радиус-вектор этого элемента можно записать в виде  $\mathbf{r}(\theta) = \mathbf{r}_0(\theta) + \xi(\theta, t)$ , где  $\theta$  — параметр, определяющий точку на осевой линии тора, соответствующую положению рассматриваемого элемента при отсутствии смещения ( $\xi = 0$ ).

Сила, действующая на рассматриваемый элемент со стороны изображения миксина, очевидно, равна

$$d\mathbf{F} = -\frac{2J_\mu}{c^2} \frac{\xi_\perp}{a^2 - \xi_\perp^2} ds. \quad (3.36)$$

Здесь  $\xi_\perp$  — составляющая смещения, перпендикулярная средней линии тора. Интегрируя (3.36), получаем выражение для силы, действующей на всю миксину,

$$\mathbf{F} = -\frac{2J_\mu^2}{c^2} \int_0^\theta ds \frac{\xi_\perp}{a^2(\theta) - \xi_\perp^2}. \quad (3.37)$$

Здесь  $\xi_\perp = \xi - \tau_0(\xi, \tau_0)$ , а  $\tau_0 = d\mathbf{r}_0/ds$  — единичный вектор, касательный к оси шнура.

Аналогичную формулу можно вывести и для момента сил, действующего на миксину и приводящего к качанию ее плоскости.

Отметим три конкретных примера использования формулы (3.37) для расчета колебаний проводников в сверхпроводящем экране.

**Прямая нить с током в прямой трубе.** В этом случае из формулы (3.36) следует

$$M_1 \frac{d^2\xi}{dt^2} + \frac{2J_\mu}{c^2} \frac{\xi}{a^2 - \xi^2} = 0.$$

<sup>11</sup> В принципе, осевая линия экрана не обязана для проводимых рассуждений быть окружностью.

Если  $|\xi| \ll a$ , то имеют место гармонические колебания с левитационной частотой

$$\Omega = \sqrt{\frac{2J_\mu^2}{c^2 M_1 a^2}}. \quad (3.38)$$

Это выражение отличается от частоты, даваемой формулой (3.12), множителем  $\sim 1$ .

**Кольцевая миксина в торе круглого сечения.** Пусть миксина имеет большой радиус тора  $R_\mu$ , равный радиусу средней линии тора  $R_0$ . Если она смещается по оси  $z$ , сохраняя ориентацию плоскости, то частота колебаний будет по-прежнему равна (3.38). Если же миксина смещается по оси  $x$ , т.е. оставаясь в плоскости  $z = 0$ , то частота колебаний уменьшится в  $\sqrt{2}$  раз и будет равна

$$\Omega^* = \sqrt{\frac{J_\mu^2}{c^2 a^2 M_1}}. \quad (3.39)$$

**Колебания двух миксин разного радиуса с токами одного направления, лежащих в одной плоскости (конфигурация "Дублон") и находящихся внутри тороидального экрана с малым радиусом  $a$ .** В этом случае мы имеем два конкурирующих фактора: с одной стороны, миксины стремятся "слipнуться" вследствие притяжения параллельно текущих токов, а с другой, они отталкиваются от экрана. Выполненный в [33] анализ линейных колебаний такой системы показал, что конфигурация устойчива, если расстояние между кольцами

$$\Delta = R_2 - R_1 \geq a,$$

и неустойчива в противоположном случае.

### 3.6. Оценка конструктивных параметров миксины для реактора

Чтобы отчетливее представить себе, как могут выглядеть реакторы-галатеи, полезно привести оценки конструктивных параметров миксины в реакторных условиях. Первые оценки этих параметров были сделаны в [36]. Они дали разумные значения, но были не очень обоснованы. Поэтому здесь мы приведем результаты работы [37], в которой проведены обстоятельные расчеты динамики излучения в миксине на основе кода ИТЭР [38].

Расчеты были выполнены для демонстрационного реактора с рабочим циклом 1000 с. При этом предполагалось, что на поверхность миксины падает нейтронный поток интенсивностью  $P_1 = 1 \text{ МВт м}^{-2}$ , а в качестве сверхпроводника используется композит на основе Nb<sub>3</sub>Sn. Основная задача расчетов состояла в подборе таких параметров защиты, чтобы при относительно малых размерах обеспечить сверхпроводящее состояние в течение 1000 с. Поскольку рабочий цикл ограничен небольшим временем, была предложена трехзонная радиационно-аккумулятивная схема миксины. Наружная (красная) зона должна перехватывать  $\geq 95\%$  падающей на миксину энергии. Эта зона с неизбежностью нагреется за время  $\leq 100$  с до температуры  $\geq 1700$  К и начнет сбрасывать в виде теплового излучения основную часть приходящей на нее энергии. Делается эта зона в оптимизированной модели из вольфрама, что не только обеспечивает ее стойкость при высокой темпе-

ратуре, но и благодаря высокому (60 %) альбедо по отношению к термоядерным нейtronам существенно снижает поток излучения в глубь миксины.

Следующая (серая) зона работает в аккумулятивном режиме, т.е. она никуда не сбрасывает тепло, а непрерывно греется излучением в течение всего рабочего цикла. В результате в расположенную в центре миксины криозону (синюю зону) доходит  $\sim 10^{-5}$  энергии, падающей на поверхность миксины за все время работы. Криозона также работает в аккумулятивном режиме. В качестве хладагента криозоны в [38] была выбрана водородная шуга (при температуре плавления водорода — 14 К), содержащая равные по объему жидкую и твердую фазы. Проникающая в криозону энергия идет сначала на плавление льда, а затем на нагрев жидкого водорода до температуры его испарения ( $\sim 17$  К при атмосферном давлении).

Далее предполагалось, что зоны разделены друг от друга многослойной экранно-вакуумной изоляцией и скреплены в небольшом количестве мест прочными теплоизоляторами сравнительно малого сечения.

В рамках описанной схемы при дополнительных условиях, что толщина магнитной оболочки миксины равна 50 см, а на ее внешней границе  $H = 10^4$  Э, было рассчитано несколько вариантов защиты из 15 слоев. Целью оптимизации были удешевление миксины и минимизация ее размеров, а варьируемыми параметрами выступали материалы слоев. Одна из лучших найденных композиций представлена в табл. 2.

Таблица 2

Толщина слоя, см	Материал	Плотность поглощенной энергии, Вт см <sup>-3</sup>
15	Водородная шуга	$1,82 \times 10^{-3}$
5	Nb <sub>3</sub> Sn	$8,39 \times 10^{-3}$
5	Водородная шуга	$2,11 \times 10^{-3}$
5	Вода	$3,97 \times 10^{-3}$
5	Нержавеющая сталь	$1,56 \times 10^{-2}$
5	Нержавеющая сталь	$3,02 \times 10^{-2}$
5	Нержавеющая сталь	$1,06 \times 10^{-1}$
5	Вода	$4,52 \times 10^{-2}$
5	Нержавеющая сталь	$1,67 \times 10^{-1}$
5	Нержавеющая сталь	$2,63 \times 10^{-1}$
5	Нержавеющая сталь	$8,38 \times 10^{-1}$
5	Вода	$4,30 \times 10^{-1}$
5	Вольфрам	$2,08 \times 10^0$
5	Вольфрам	$2,35 \times 10^0$
5	Вольфрам	$5,38 \times 10^0$

Ее интегральные характеристики, отнесенные к погонному метру, следующие: наружный диаметр 1,7 м, масса 27 т м<sup>-1</sup>, ток в сверхпроводящей хорде ( $j_{sp} = 1,2 \times 10^4$  А см<sup>-2</sup>)  $J_\mu \sim 6,6$  МА, поперечное магнитное поле, необходимое для поддержания миксины,  $H_\perp = 400$  Э.

Сценарий работы с описанной миксиной прост. Перед началом рабочего цикла миксина лежит на опорах с трубами для хладагентов, ее зоны должным образом охлаждаются, и в сверхпроводящей хорде создается нужное поле. Затем начинает возрастать поперечное магнитное поле  $H_\perp$ , которое поднимает миксину в рабочее положение. После окончания рабочего цикла миксина опускается на те же опоры, внутри которых находятся системы охлаждения и создания тока, и цикл повторяется.

## 4. Магнитные оболочки миксин

Под магнитной оболочкой миксин (МОМ) будем понимать область с полем и плазмой, которая с одной стороны ограничена твердой поверхностью миксины, а с другой — сепаратрисой магнитного поля. Очевидно, есть две характерные ситуации: либо часть сепаратрисы граничит с объемом без поля, либо вся сепаратриса находится в контакте с сильным магнитным полем. В первом случае мы будем говорить об открытой МОМ, а во втором — о закрытой.

Рассмотрим равновесие, устойчивость и теплоперенос только в открытой МОМ, к тому же полагая, что радиус МОМ  $b_\mu < R_\mu$ , где  $R_\mu$  — большой радиус миксины.

Картина процессов в МОМ существенно отличается от картины в окрестности первой стенки токамаков или стеллааторов. Это связано с двумя обстоятельствами — нарастанием напряженности поля в МОМ по мере приближения к миксии, что эффективно обеспечивает гидродинамическую устойчивость плазмы, и отсутствием диверторного слоя, перехватывающего примеси, идущие от твердой поверхности в основной объем плазмы<sup>12</sup>.

Здесь мы ограничимся только гидродинамическими моделями МОМ и учетом простой конвективной неустойчивости Розенблюта — Лонгмайера — Кадомцева (РЛК). Такое ограничение связано прежде всего с тем, что вопросы кинетики и достаточно изощренных неустойчивостей, как показывает большой опыт исследований плазменных систем и, прежде всего, ловушек для УТС, как правило, радикально пересматриваются после проведения экспериментов. Поэтому априорное построение таких моделей имеет небольшую ценность. Тем не менее дальше даны известные авторам ссылки на работы, имеющие отношение к этой теме и не вошедшие в обзор.

### 4.1. Равновесие плазмы в МОМ

Принципиальная особенность плазменной конфигурации МОМ — наличие перепада температуры между ее внешней границей и поверхностью миксины. В результате благодаря термодиффузии в МОМ поддерживается ток, который приводит к падению давления по направлению к поверхности миксины. Хотя этот факт отмечал еще А.Д. Сахаров [8], приведем здесь его вывод, так как нам будут интересны и его обобщения.

Наиболее просто все выглядит при наличии осевой симметрии и одного полоидального магнитного поля. А поскольку этот случай для нас особенно интересен, им и ограничимся.

Считая плазму квазистатической, имеем два уравнения движения [39]

$$\begin{aligned} \frac{\nabla P_i}{en} &= \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{V}_i \mathbf{H}] + \mathbf{R}, \\ -\frac{\nabla P_e}{en} &= \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{V}_e \mathbf{H}] - \mathbf{R}, \end{aligned} \quad (4.1)$$

где

$$\mathbf{R} = \left( \frac{\mathbf{j}_\parallel}{\sigma_\parallel} + \frac{\mathbf{j}_\perp}{\sigma_\perp} \right) - 0,71 n \nabla_\parallel k T_e - \frac{3}{2} \frac{n}{\omega_e \tau_e} \frac{[\mathbf{H}, \nabla k T_e]}{H}. \quad (4.2)$$

Направив ось  $x$  перпендикулярно магнитным поверхностям, ось  $y$  вдоль направления симметрии (азимута), а ось  $z$  вдоль  $\mathbf{H}$ , получим  $y$ -компоненту второго из уравнений (4.1) в виде

$$\frac{j_y}{\sigma} = \frac{3}{2} \frac{n}{\omega_e \tau_e} \frac{\partial}{\partial x} k T_e. \quad (4.3)$$

Здесь учтено, что  $\partial P_e / \partial y = 0$ ,  $E_y = 0$ ,  $V_{ex} = 0$ . Подставляя (4.3) в уравнение МГД-равновесия

$$\nabla P = \frac{1}{c} [\mathbf{j}, \mathbf{H}],$$

которое следует из (4.1), получаем

$$\frac{\partial}{\partial x} n(T_i + T_e) = \frac{3}{2} n \frac{\partial T_e}{\partial x}. \quad (4.4)$$

Если считать, что  $T_i = T_e = T$ , то имеем [8]

$$nT^{1/4} = \theta_m = \text{const}. \quad (4.5)$$

Принимая на внешней поверхности МОМ  $n_0 = 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_0 = 10 \text{ кэВ}$ , при температуре плазмы вблизи поверхности миксии  $T_1 = 1 \text{ эВ}$  будем иметь плотность плазмы  $n_\mu = 10^{15} \text{ см}^{-3}$ .

Однако в общем случае  $T_i \neq T_e$ , и если положить  $T_e/T_i = \omega = \text{const}$ , то вместо (4.5) получим

$$nT^{(1-\omega)/2} = \text{const}. \quad (4.6)$$

Следовательно, в случае холодных электронов ( $\omega = 0$ )

$$P = \text{const}. \quad (4.7)$$

Если же электронная температура возрастает, то плотность плазмы все слабее зависит от  $T$  и при  $\omega = 2$  она становится постоянной. При  $\omega > 2$  зависимость  $n$  от  $T_i$  качественно меняет свой характер.

Наконец, два замечания: 1) при выводе формул (4.5), (4.6) предполагалось, что электроны не пересекают магнитных поверхностей. Однако в разделе 9 будут рассмотрены ловушки в "электроразрядных" режимах. В этом случае  $V_{ex} \neq 0$  и соответственно формулы (4.4) — (4.6) несправедливы; 2) только что полученная связь между  $n$  и  $T$  в условиях МОМ автоматически обеспечивает устойчивость магнито-плазменной конфигурации по отношению к гидродинамической конвекции. Это видно из критерия устойчивости РЛК

$$\frac{\partial}{\partial \Psi} P U^\gamma \geq 0, \quad (4.8)$$

где  $U = \int H^{-1} dl$  — удельный объем магнитной силовой трубки, а  $\Psi$  отсчитывается от поверхности миксины. Условие (4.8) есть условие возрастания энтропии единицы массы плазмы при удалении от миксины.

Взяв для оценки поле прямого проводника, получим

$$U \propto \frac{c}{2J_\mu} \frac{r^2}{2} \quad (4.9)$$

<sup>12</sup> В дальнейшем могут быть созданы миксины, охватываемые магнитными слоями, которые будут захватывать примеси и направлять их внутрь миксины.

и, комбинируя (4.8), (4.9), имеем для  $\gamma = 5/3$

$$\frac{\partial}{\partial r} T^{3/4} r^{10/3} > 0. \quad (4.10)$$

Это условие заведомо выполняется с большим запасом, так как  $T$  растет с удалением от миксина.

#### 4.2. Теплопроводность в МОМ

В [40] рассмотрена классическая теплопроводность в МОМ. Изложим основные результаты этой работы.

Полная система уравнений для осесимметричной конфигурации МОМ имеет вид [39]

$$\Delta^* \Psi = -\frac{dP(\Psi)}{d\Psi}, \quad (4.11a)$$

$$T_i = T_i(\Psi), \quad T_e = T_e(\Psi), \quad (4.11b)$$

$$\operatorname{div} \chi_{i\perp} \nabla T_i = Q_i, \quad (4.11c)$$

$$\operatorname{div} \chi_{e\perp} \nabla T_e = Q_e - \frac{j_\theta^2}{\sigma} + S, \quad (4.11d)$$

$$\frac{j_\theta}{\sigma} = \frac{3}{2} \frac{1}{e\omega_e \tau_e} \left[ \frac{\mathbf{H}}{H}, \nabla k T_e \right]_\theta. \quad (4.11e)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \chi_{i\perp} &= \frac{2nkT_i}{M\omega_i^2 \tau_i}, \quad \chi_{e\perp} = 4,66 \frac{nkT_i}{m\omega_e^2 \tau_e}, \\ \tau_i &= \frac{3}{4} \sqrt{\pi} \frac{\sqrt{M}}{\Lambda e^4} \frac{(kT_i)^{3/2}}{n}, \quad \tau_e = \frac{3}{4} \sqrt{\pi} \frac{\sqrt{m}}{\Lambda e^4} \frac{(kT_e)^{3/2}}{n}, \end{aligned} \quad (4.12)$$

$\Lambda$  — кулоновский логарифм, а величины  $Q_i$  и  $Q_e$  соответственно равны

$$\begin{aligned} Q_i &= \frac{3m}{M} \frac{nk}{\tau_e} (T_e - T_i), \\ Q_e &= -Q_i - \alpha n^2 \sqrt{kT_e}, \quad \alpha = \text{const}. \end{aligned}$$

Последний член в  $Q_e$  учитывает тормозное излучение.

Система (4.11a)–(4.11d) весьма сложна. Но учитывая оценочный характер данных расчетов, можно, как нетрудно убедиться, в первом приближении считать магнитное поле вакуумным, пренебречь омическим нагревом и переносом тепла электронами, считать равными температуры электронов и ионов. В результате задача сводится к решению одного уравнения

$$\operatorname{div} (\chi_{\perp} \nabla T) = \alpha n^2 \sqrt{T}. \quad (4.13)$$

Учитывая (4.5), его можно записать в виде

$$\operatorname{div} (\chi_{\perp} \nabla T) = \alpha \theta^2. \quad (4.14)$$

**4.2.1. Плоская модель.** Рассмотрим сначала плоскую модель, когда  $n$  и  $T$  являются функциями декартовой координаты  $x$ , а магнитное поле  $H = \text{const}$ . Характерным размерным параметром, определяющим решения уравнения (4.14), является величина  $A_*$ :

$$A_*^2 = \frac{8\sqrt{\pi} \Lambda e^2 c^2}{3\alpha} \sqrt{M}. \quad (4.15)$$

Тогда

$$\chi_{i\perp} = \frac{A_*^2 \alpha \theta^2}{H^2 T}. \quad (4.16)$$

Для дейтериевой плазмы

$$A_* \approx 5 \times 10^5 \text{ Э см}. \quad (4.17)$$

Используя этот параметр, уравнение (4.14) в одномерном случае можно записать в виде

$$\frac{d^2}{dx^2} \ln T = \frac{H^2}{A_*^2} \equiv \frac{1}{L_*^2}. \quad (4.18)$$

Отсюда следует

$$\frac{T}{T_1} = \left( \frac{T_1}{T_0} \right)^{x/L} \exp \left( \frac{x^2 - Lx}{2L_*^2} \right). \quad (4.19)$$

Здесь принято, что на границе с плазменным объемом температура равна  $T_0$ , а на поверхности миксина ( $x = L$ ) —  $T_1$ .

При произвольных  $T_0$  и  $T_1$  найденная зависимость  $T(x)$  оказывается не монотонной, а имеющей минимум при

$$x_{\min} = \frac{L}{2} - \frac{L_*^2}{L} \ln \frac{T_1}{T_0}.$$

Естественно, что нас интересует такой режим, когда поток тепла направлен только в одну сторону — к миксине. Поэтому должно выполняться неравенство  $x_{\min} \geq L$ . Взяв в качестве толщины МОМ  $L = x_{\min}$ , получим связь  $L$  и  $T_1/T_0$ :

$$\ln \frac{T_0}{T_1} = \frac{L^2}{2L_*^2}.$$

Найдем с помощью этой формулы  $L$ , полагая  $T_0 = 10^4$  эВ,  $T_1 = 10$  эВ,  $H = 10^4$  Э и бера для  $A_*$  значение (4.17). Тогда

$$L = \frac{A_*}{H} \sqrt{2 \ln \frac{T_0}{T_1}} \approx 190 \text{ см}. \quad (4.20)$$

Это сравнительно большая величина, но она явно завышена, так как здесь взято минимальное для реактора значение магнитного поля и не учтена квазицилиндрическая геометрия поля в окрестности миксина. Кроме того, в реальных условиях в плазме всегда будет некоторая доля примесей с  $Z > 1$ , например тех же  $\alpha$ -частиц, и это существенно уменьшает  $A_*$ , а значит, и  $L$ .

**4.2.2. Осесимметричный случай.** В осесимметричном случае уравнение (4.14) можно проинтегрировать вдоль силовых линий ( $\Psi = \text{const}$ ). В результате получим уравнение для температуры

$$\frac{d}{d\Psi} \left( \frac{1}{T} \frac{dT}{d\Psi} \int r^2 \frac{dl}{H} \right) = \frac{1}{A^2} \int \frac{dl}{H}. \quad (4.21)$$

Это уравнение интегрируется в общем виде в квадратурах

$$\begin{aligned} T &= T_0 \exp \left[ -c \int_{\Psi_0}^{\Psi} \left( \int r^2 \frac{dl}{H} \right)^{-1} d\Psi + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{A_*^2} \int_{\Psi_0}^{\Psi} d\Psi \left( r^2 \frac{dl}{H} \right)^{-1} \int_{\Psi_0}^{\Psi} d\Psi \int \frac{dl}{H} \right]. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Конкретный расчет по формуле (4.22) для реактора на D<sup>3</sup>He рассмотрен в работе [40]. Там показано, что при  $n_0 = 4 \times 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_0 = 50 \text{ кэВ}$ ,  $H_0 = 40 \text{ кЭ}$ ,  $T_0/T_1 = 10^4$ ,  $\Lambda = 20$  и толщине МОМ  $L = 70 \text{ см}$  тепловой поток обращается в нуль на расстоянии 50 см от поверхности миксины.

Таким образом, в зоне между  $x_{\min}$  и  $L$  возникает холодная плазма со своей спецификой, но здесь мы не будем ее рассматривать.

В заключение отметим, что в [40] приведены оценки потока на миксину синхротронного излучения, но его интенсивность мала.

Равновесие и перенос тепла в МОМ в рамках одной из кинетических моделей рассмотрен в [41, 42].

#### 4.3. О толщине МОМ

Толщина реальных МОМ будет определяться многими факторами: потоками заряженных частиц на поверхность миксины, теплопроводностью плазмы в МОМ, конструктивными соображениями, динамикой примесей, идущих от поверхности миксины, и т.д. Здесь мы отметим два критерия.

**Длина теплопереноса.** Ранее мы видели, что при толщине МОМ  $L \sim 1 \text{ м}$  за счет только "чистого" тормозного излучения классический тепловой поток, переносимый частицами, "иссякает". Если учесть, что мощность тормозного излучения пропорциональна  $Z^2$ , то вряд ли можно сомневаться, что  $L_{\text{МОМ}} \sim 1 \text{ м}$  достаточна для срыва теплопроводности на поверхность миксины.

**Защита от быстрых заряженных продуктов реакции.** Ее необходимость очевидна. Возьмем для примера DT-реакцию. Получающиеся в результате  $\alpha$ -частицы имеют энергии  $\sim 4 \text{ МэВ}$ . Учитывая, что их торможение происходит на электронах и не сопровождается сильным рассеянием, в качестве естественной толщины защиты МОМ можно взять порядка двух ларморовских кружков (деформированных из-за неоднородности магнитного поля). В поле  $H_0 = 10^4 \text{ Э}$  ларморовский радиус  $\alpha$ -частицы будет равен  $r_\alpha \approx 40 \text{ см}$ . В соответствии со сказанным в разделе 3.6 о толщине радиационной защиты миксины ( $b_\mu \sim 80 \text{ см}$ ) можно считать, что вблизи поверхности миксины  $H_1 \sim 20 \text{ кЭ}$ . Следовательно, и по этому критерию толщина МОМ может быть взята  $L_{\text{МОМ}} \sim 1 \text{ м}$ . Заведомо не исключено, что реальная толщина МОМ окажется на уровне  $\sim 0,5 \text{ м}$ .

#### 4.4. Ловушка-галатея "Диполь"

Выше о миксинах мы говорили как об элементах сложных магнитных систем. Однако и отдельно взятая в "бесконечном" пространстве миксина может быть плазменной ловушкой. Такими ловушками являются, в частности, магнитосфера планет с их радиационными поясами. Устойчивое удержание плазмы здесь обязано выполнению критерия роста энтропии (4.8) при движении к периферии. Именно астрофизические соображения подтолкнули А. Хасегаву высказать идею ловушки-миксина, которая была названа "Диполем" [18]. Позднее ей было посвящено достаточно большое число теоретических работ [43–45]. Эта ловушка представляет по сути некий крайний вариант Галатеи-А, изображенный на рис. 4а.

В лабораторных условиях размеры области, занятой магнитным полем, ограничены значениями  $n_T$  и  $T_T$  на внешней границе поля, точнее перепадом удельного

объема магнитных трубок от  $U_T$  на внешней границе до  $U_0$  в области максимальных параметров

$$U_T^\gamma \geq \frac{P_0 U_0^\gamma}{P_T}. \quad (4.23)$$

Если учесть, что отношение  $P_0/P_T$  должно быть на уровне  $\sim 10^7 - 10^8$ , а

$$U_T \propto x_T^4, \quad U_0 \propto R_\mu^4, \quad (4.24)$$

то получим

$$x_T \propto 10R_\mu. \quad (4.25)$$

Здесь  $x_T$  — внешний радиус границы поля при  $z = 0$ . Именно такой масштаб  $x_T$  был указан в [44], где авторы рассматривают схему возможного термоядерного реактора. Диаметр зоны, занятой полем, они оценили в 60 м. Отсылая за подробностями к указанным статьям, содержащим более подробное рассмотрение процессов и схематические проработки реакторов, а также ракетного двигателя на основе ловушки "Диполь" [45], отметим здесь только схему лабораторной модели этой галатеи [46], которую предполагается создать в обозримое время (рис. 7). Параметры этой установки следующие: ток в миксинге 1,24 мА, радиус миксина 0,34 м, объем энергичной плазмы 0,2 м<sup>3</sup>, общий объем плазмы 15 м<sup>3</sup>, температура (равновесная) 1 кэВ, температура горячих электронов 250 кэВ, плотность плазмы 10<sup>13</sup> см<sup>-3</sup>, параметр  $\beta \sim 10\%$ . Плазма будет создаваться за счет нагрева электронов СВЧ-методами.

#### 4.5. Микрогалатеи или зонды-миксины

В ряде работ [47–49] рассмотрена возможность использования колец с током как носителей диагностических устройств для зондирования внутренних областей больших плазменных объемов, например, больших токамаков. Эти кольца были названы "микрогалатеями", хотя более адекватен термин "зонд-миксина" (ЗМ), которым мы и будем пользоваться. Ниже рассмотрены три группы вопросов: 1) особенности работы зонда-миксина в плазменном объеме, 2) термо-магнитные про-

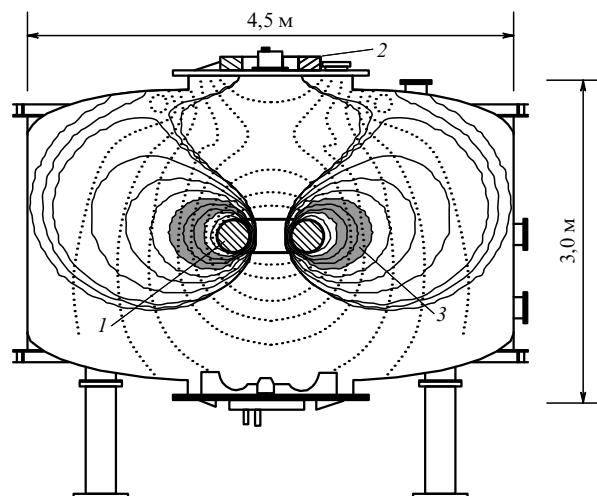


Рис. 7. Схема лабораторной модели ловушки-галатеи "Диполь": 1 — левитирующее кольцо (1,24 мА), 2 — "поддерживающий" виток (0,3 мА), 3 — горячая электронная плазма.

цессы в случае использования кольца из материала с конечной проводимостью, 3) возмущение структуры магнитного поля токамака полем зонда-миксины.

Имея в виду инжекцию ЗМ в токамак, естественно, с целью минимизации размеров зоны возмущения, использовать диамагнитную ориентацию ЗМ по отношению к внешнему полю  $H_0$ , что мы и будем предполагать в дальнейшем (рис. 8а).

**4.5.1. Некоторые оценки.** Минимальная величина тока в ЗМ, необходимая для магнитной экранировки от плазмы, будет близка к  $J_{\min} = (5/\pi)H_0a$ , где  $a$  — большой радиус кольца. Полагая средний диаметр сечения кольца  $b = (2/3)a$ , находим характерную плотность тока  $j_{\min} \approx 5H_0a$ . Таким образом, даже при  $H_0 = 15$  кЭ и  $a = 3$  см эта плотность  $j_{\min} \approx 25$  кА см<sup>-2</sup> заметно пре-восходит типичную для "холодных" сверхпроводников ( $\sim 10$  кА см<sup>-2</sup>). Поэтому сейчас будем ориентироваться на охлажденную медь в качестве проводника, внешнее поле  $H_0 \sim 15$  кЭ,  $a \sim 2-3$  см.

Пусть сепараторика, охватывающая ЗМ, представляет собой сферу радиусом  $r_s$ ,  $b_z$  — протяженность кольца вдоль  $z$  равна  $2b$  и  $a = 2$  см. Плазменную конфигурацию вблизи ЗМ можно предполагать устойчивой, так как удельный объем магнитных трубок быстро уменьшается при приближении к поверхности ЗМ. Предполагая перенос классическим и  $\omega_c t_e \rightarrow \infty$ , находим плотность теплового потока к поверхности ЗМ [47]<sup>13</sup>

$$q = -nD \frac{\partial T_i}{\partial v}, \quad D = \frac{\rho_{iH}^2}{t_i}. \quad (4.26)$$

Здесь  $v$  — нормаль к поверхности,  $t_i$  — величина порядка времени ион-ионных столкновений. Считая перепад параметров по толщине экранирующего слоя  $l$  постоянным, можно написать

$$q = kT_i n \frac{D}{l}. \quad (4.27)$$

Для экспериментальной ситуации ( $H_0 = 10^4$  Э,  $T_i = T_e = 10^2$  эВ,  $l = 1$  см,  $n = 10^{13}$  см<sup>-3</sup>) имеем  $q \approx \approx 0,5 \times 10^5$  эрг см<sup>-2</sup>.

Следовательно, за время пролета ЗМ плазменного объема ( $\tau_f \sim 0,1$  с) на 1 см<sup>2</sup> поверхности выделится  $Q = q\tau_f \approx 1,5 \times 10^{-3}$  Дж, что почти в  $10^6$  раз меньше, чем нужно для начала заметного испарения материала, и тем самым можно вообще обойтись без магнитной защиты. Однако эта возможность малоинтересна с точки зрения реакторных приложений ЗМ.

Замораживание поля в ЗМ целесообразно проводить во внешнем однородном магнитном поле, благодаря чему и внутри кольца, и в его объеме поле будет иметь одно и то же значение  $H_1 \sim (1,5-2)H_0$ . Попав в поле токамака, собственное поле "обволакивает" ЗМ, отодвигая внешнее поле. Разрушение вморможенного поля начинается с наружной стороны кольца и проходит две стадии — сначала ток прорастает в объем кольца, а затем происходит затухание тока в кольце. В [47] показано, что полное время затухания тока на первой и второй стадиях  $\tau_J \sim 0,5$  с.

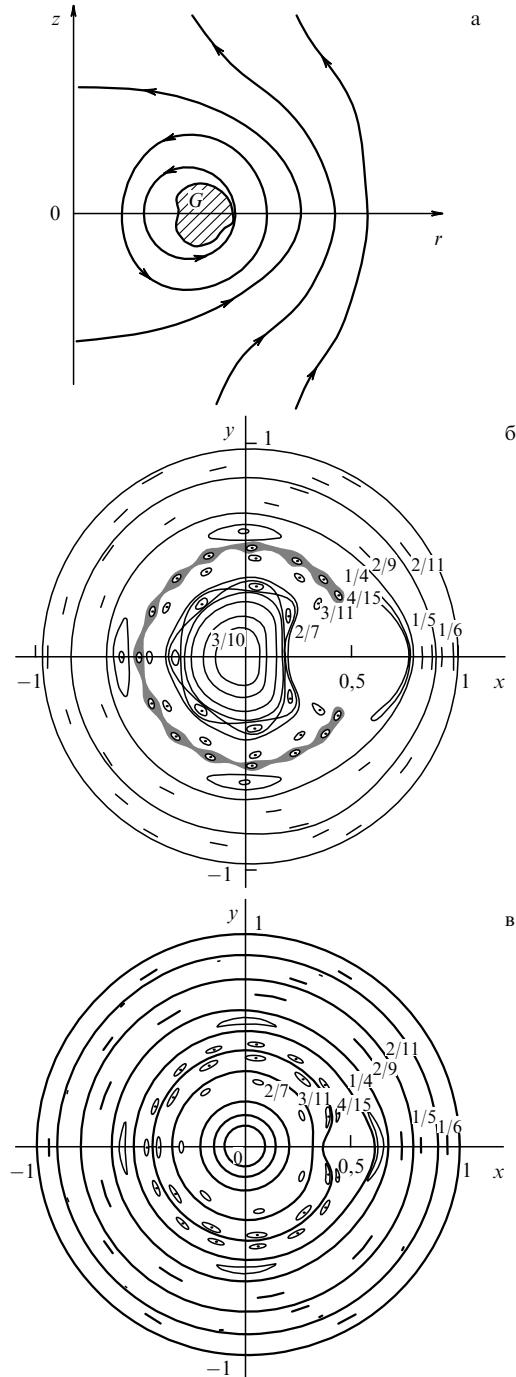


Рис. 8. Зонд-миксина: (а) магнитная конфигурация вблизи зонд-миксины в начальный момент времени; (б), (в) возмущение магнитных поверхностей квазиторOIDального магнитного поля токамака.

Таким образом, оценки позволяют говорить о возможности создания магнитоизолированных автономных зондов (ЗМ) на основе охлажденной меди. В будущем использование "теплых" сверхпроводников радикально упростит создание ЗМ. Очевидно, освоение техники ЗМ откроет новые возможности для работы с плазменными системами больших объемов.

**4.5.2. Термо-магнитные процессы в кольце с конечной проводимостью.** Изучим математическую модель следующего физического процесса [48]. Проводящее

<sup>13</sup> Учитывая оценочный характер приводимого расчета, мы не рассматриваем структуру поверхностного слоя.

кольцо с торoidalным магнитным полем помещается во внешнее однородное магнитное поле, параллельное оси кольца. Ток индуцирует полоидальное поле, которое окружает кольцо и отделено от внешнего поля сепараторной поверхностью. Со временем ток в кольце затухает за счет омического сопротивления, собственное магнитное поле ослабевает, и в результате внешнее поле приближается к кольцу, проникает в него, становясь в итоге однородным во всем пространстве.

Если принять в качестве оси  $z$  цилиндрической системы координат  $(r, \theta, z)$  ось токового кольца (рис. 8а), то задача становится двумерной осесимметричной — магнитное поле имеет только две полоидальные компоненты  $H_r, H_z$ . Внутри кольца эволюция магнитного поля описывается уравнением диффузии, которое в терминах функции магнитного потока  $\Psi$  можно записать в следующем виде:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{c^2}{4\pi\sigma(T)} \Delta^* \Psi, \\ \Delta^* = r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \quad (4.28)$$

Здесь  $\sigma$  — проводимость материала кольца (меди), зависящая от температуры  $T$ , которая меняется со временем в соответствии с уравнением

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{j^2}{\sigma(T)}, \quad (4.29a)$$

$$j = j_\theta = -\frac{c}{4\pi r} \Delta^* \Psi. \quad (4.29b)$$

В правой части (4.29а) опущено слагаемое, обусловленное теплопроводностью, так как оценки показывают, что ее роль несущественна по сравнению с джоулевым нагревом. Теплоемкость  $C_p$  также является функцией температуры. Конкретные выражения для  $\sigma$  и  $C_p$  заданы таблицами<sup>14</sup> и в интересующем нас диапазоне температур интерполируются полиномами.

В вакууме магнитное поле описывается уравнением

$$\Delta^* \Psi = 0. \quad (4.30)$$

На границе вакуум–проводник требуется непрерывность магнитного поля, т.е. непрерывность  $\Psi$  и нормальной производной  $\partial\Psi/\partial n$ . На "бесконечности" задано постоянное внешнее поле  $H_r = 0, H_z = H_0$  или

$$\Psi = \frac{H_0 r^2}{2}, \quad r, z \rightarrow \infty. \quad (4.31)$$

При  $t = 0$  магнитное поле задано однородным и противоположно направленным внешнему полю:  $H_r = 0, H_z = H_1 < 0$ . Затем за малое время поле на бесконечности изменяется до постоянного значения (4.31). Такое изменение соответствует переходу кольца из камеры, где в него вмораживают магнитное поле, в объем с зондируемой плазмой. Начальная температура кольца предполагается однородной по сечению и равной  $T = 20$  К.

Проведена большая серия расчетов для медных колец с различным поперечным сечением (круглым, эллиптическим, прямоугольным) [48]. Если диаметр сечения колец невелик по сравнению с диаметром самого кольца, то

результаты несущественно отличаются для колец с разной формой поперечного сечения. В качестве одного из основных результатов расчетов приведем эмпирическую формулу для оценки времени, за которое сепараторика магнитного поля приближается к кольцу и касается его поверхности:

$$t_s \approx \frac{2}{H_0} \frac{ab^2}{5b + h}. \quad (4.32)$$

Здесь  $a$  — радиус кольца,  $b$  и  $h$  — его полуширина и полувысота, см;  $H_0$  — напряженность внешнего поля, кЭ.

**4.5.3. Изменение структуры торoidalного магнитного поля под действием точечного магнитного диполя.** Хотя магнитное поле торoidalной плазменной конфигурации будет обтекать магнитную полость, создаваемую ЗМ, тем не менее наличие такой полости приведет к изменению структуры магнитных поверхностей. Здесь мы рассмотрим модельную задачу о возмущении заданного симметричного магнитного поля  $\mathbf{H}_0$  несимметрично помещаемым в него точечным магнитным диполем [49]. Вместо тора рассмотрим прямой цилиндр с отождествленными концами. Учитывая, что характерное отношение большого радиуса тора  $R_0$  к малому радиусу  $r_0$  в токамаке  $\sim 3$ , будем считать, что длина цилиндра

$$L = 6\pi r_0. \quad (4.33)$$

Невозмущенное магнитное поле зададим в виде

$$H_\theta^{(0)} = h H_0 \frac{r}{r_0} \left( 1 - \frac{r^2}{2r_0^2} \right), \quad H_z^{(0)} = H_0 = \text{const}, \quad (4.34)$$

где  $h = 2H_\theta^{(0)}/H_0|_{r=r_0}$  — параметр.

Магнитное поле ЗМ аппроксимируется полем диполя с моментом  $m_0$ , ориентированным вдоль оси  $z$ . Величина  $m_0$  связана с током в кольце  $J_0$  и его средним радиусом  $a$  соотношением

$$m_0 = \frac{J_0}{c} \pi a^2.$$

Магнитное поле диполя удобно задать скалярным потенциалом

$$\Phi_m = m_0 \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{\rho}. \quad (4.35)$$

Здесь  $\rho$  — расстояние от диполя  $(x_m, y_m, z_m)$  до рассматриваемой точки. Относительную величину поля диполя в дальнейшем будем характеризовать безразмерным параметром

$$\chi = \frac{m_0}{H_0 r_0^3} = \frac{\pi J_0 a^2}{c H_0 r_0^3}. \quad (4.36)$$

Чтобы можно было отождествить торцы цилиндра, магнитное поле должно быть периодическим. Для этого рассмотрим бесконечную цепочку цилиндров длиной  $L$ , каждый из которых содержит диполь. При расчетах вместо (4.35) используем сумму

$$\Phi_{ms}(\mathbf{x}) = \sum_{n=-N}^N \Phi_m(\mathbf{x}, x_m, y_m, z_m + nL). \quad (4.37)$$

Оценки показали, что в (4.37) достаточно ограничиться значением  $N = 2$ . Поставленная задача сводится к реше-

<sup>14</sup> Справочник химика Т.1 (М.–Л.: Гостехиздат, 1963).

нию системы уравнений

$$\frac{dr}{dz} = \frac{H_r}{H_z}, \quad r \frac{d\theta}{dz} = \frac{H_\theta}{H_z}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}^{(0)} + \mathbf{H}_m \quad (4.38)$$

на многократно повторенном интервале  $(-3\pi, 3\pi)$  по  $z$ . Для каждой силовой линии отмечаются ее точки пересечения с плоскостью  $z = 0$ . Численное интегрирование (4.38) проводилось по методу Рунге–Кутта четвертого порядка точности.

При отсутствии диполя магнитные силовые линии поля навиваются на вложенные цилиндры и поворачиваются на длине  $L = 6\pi r_0$  на угол

$$\delta\theta = 6\pi h \left(1 - \frac{r^2}{2r_0^2}\right).$$

Соответственно число вращения  $\mu = \delta\theta/2\pi$  изменяется от  $\mu(r=0) = 3h$  до  $\mu(r_0) = 3/2h$ . При этом в сечении цилиндров плоскостью  $z = 0$  имеется семейство концентрических окружностей.

Наличие возмущений существенно меняет данную простую картину. Это связано с тем, что магнитные поверхности, образованные периодическими силовыми линиями, т.е. линиями с рациональными числами вращения  $\mu = n/m$  ( $n$  — число обходов по азимуту,  $m$  — число периодов по  $z$ , после которых силовая линия замыкается сама на себя) при возмущении не сохраняются. Они расщепляются с образованием волокнистой структуры либо вообще разрушаются. При этом в плоскости  $z = 0$  вместо окружности возникает цепочка, состоящая из  $m$  магнитных островов. При большом возмущении возможно разрушение островной структуры с образованием хаотического слоя.

Расчеты проведены для трех вариантов параметров  $h$  и  $\chi$ : 1)  $h = 0,1$ ,  $\chi = -0,01$  (рис. 8б); 2)  $h = 1/30$ ,  $\chi = -0,01$ ; 3)  $h = 0,1$ ,  $\chi = -0,001$  (рис. 8в). Рассмотрена структура магнитных островов и их перестройки с ростом возмущений. Для всех вариантов характерно обтекание полости, занятой полем диполя. Центр полости близок к центру диполя ( $x_m = 0,5r_0$ ). Из результатов расчетов следует, что наиболее выраженными резонансами в первом варианте (рис. 8б) являются резонансы с  $\mu = 1/4, 2/7, 3/11$ . Особо можно отметить резонанс с  $\mu = 4/15$ . Он находится на грани перерождения эллиптической точки в гиперболическую с пересеком, т.е., погружен в стохастический слой. Этот слой изображен на рис. 8б схематически. Для второго случая заметное расщепление наблюдается при  $\mu = 1/11$  и  $1/12$ , т.е., как и во всех остальных случаях, наибольшему изменению подвергаются те рациональные поверхности, которые находятся вблизи области диполя. Для третьего варианта (рис. 8в) характерно существенное ослабление тех же, что и в первом случае, резонансов. Можно отметить сокращение полости диполя более чем в 2 раза.

Из результатов расчетов видно также, что в случае  $r_0/a \approx 10$ , т.е. когда радиусы плазменного цилиндра и зонда-миксины отличаются на порядок, возмущение, вероятно, можно считать малым.

## 5. О некоторых кинетических эффектах в галатеях

Наличие в галатеях при  $\beta_0 = 1$  переходных слоев плазма–поле, толщина которых может быть соизме-

рима с ионным ларморовским радиусом  $\rho_i$ , делает во многих случаях необходимым анализ как динамики отдельных частиц, так и кинетических моделей равновесия и устойчивости плазменных конфигураций. Некоторые из этих вопросов рассмотрены в данном разделе.

### 5.1. Ко- и контрастолкновения заряженных частиц с магнитным барьером [50]

Рассмотрим простую модель магнитного барьера в виде ступеньки, в которой поле при  $x > 0$  направлено вдоль оси  $z$  (рис. 9а). Пусть на этот барьер падает в точке  $A$  заряженная частица (например, ион) со скоростью  $\mathbf{V}_0 = (V_{0x}, V_{0y})$ . Если  $H_z > 0$ , а  $V_{0y} < 0$ , то сила Лоренца будет направлена в область  $x < 0$  и, описав дугу, меньшую, чем "полукружность", частица выйдет в точке  $B$  из области поля со скоростью  $\mathbf{V}_1 = (-V_{0x}, V_{0y})$ .

Если теперь в точку  $B$  направить ту же частицу со скоростью  $\mathbf{V}_{1*} = -\mathbf{V}_1$ , то она опишет совсем иную траекторию, пройдя дугу, большую, чем "полукружность". Это различие траекторий связано с неинвариантностью уравнения Ньютона–Лоренца по отношению к изменению знака времени.

Столкновение первой частицы, изображенное на рис. 9а, назовем "костолкновением", а испытывающие их частицы, в данном контексте, — "кочастицами". Столкновение второй частицы назовем "контрастолкновением", а такие частицы — "контрачастицами".

Наличие двух типов столкновений может сильно сказываться на удержании частиц в ловушках. Весьма наглядно это проявляется в открытых осесимметричных ловушках с полоидальным магнитным полем: антипробкотронах и галатеях-А. В указанных случаях сохраняется обобщенный момент количества движения

$$MrV_\theta + \frac{e}{c} \Psi \equiv D = \text{const} \quad (5.1)$$

и движение по  $r$  и  $z$  можно представить как движение в поле сил с эффективным потенциалом

$$U = \frac{1}{2Mr^2} \left( \frac{e}{c} \Psi - D \right)^2. \quad (5.2)$$

Будем считать, что в центральной части магнитное поле равно нулю и здесь можно положить  $\Psi = 0$ . Рассмотрим теперь некоторый участок магнитного барьера, где для определенности положим  $\Psi > 0$ . Тогда частица, у которой  $D < 0$ , не может проникнуть внутрь барьера, поскольку потенциал  $U$  монотонно нарастает вовне.

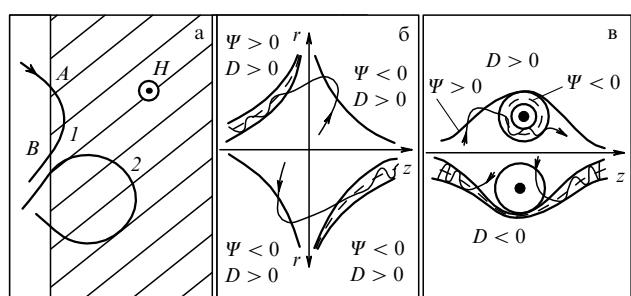


Рис. 9. Ко- и контрастолкновения частиц с магнитным барьером: (а) костолкновения 1 и контрастолкновения 2; (б) столкновения с барьером в антипробкотроне; (в) столкновения с барьером в Галатее-А.

Однако, если  $\Psi$  и  $D$  имеют разные знаки, то потенциал имеет провал при  $\Psi = D$  и в этот провал могут захватываться частицы.

Рассмотрим подробнее антипробкотрон (рис. 9б). В этой ловушке в барьере, окружающем плазму, направление магнитного поля изменяется и соответственно изменяется знак  $\Psi$ . Поэтому независимо от знака момента  $D$  либо слева, либо справа от радиальной щели образуется канал ухода в потенциальном рельефе  $U(r, z, D)$ . Для захвата в канал частица должна иметь продольную (вдоль граничной сплошной линии) составляющую скорости, направленную к осевому выходу из ловушки. По мере уменьшения  $r$ , как видно из (5.2), высота стенок канала растет и частица оказывается захваченной. Выйдет она через осевую пробку или нет, теперь уже определяется пробочным отношением  $\chi = H_{\max}/H_*$  ( $H_{\max}$  — магнитное поле в пробке,  $H_*$  — поле в точке захвата).

Таким образом, имеются два фактора, которые приводят к уходу частицы из антипробкотрона: наличие канала захвата и "подходящих" составляющих скорости поперек и вдоль канала у вошедшей в него частицы. Именно эти факторы приводят к тому, что площади эффективных осевых отверстий для ухода частиц из этой ловушки оказываются неожиданно большими:

$$S^{\text{ax}} \propto 2\pi R\rho_{\min}. \quad (5.3)$$

Здесь  $R$  — наибольший радиус плазменного объема,  $\rho_{\min}$  — ионный ларморовский радиус в пробке.

Ситуация с Галатеей-А сложнее. Здесь граница плазмы также состоит из двух элементов — поверхности миксины  $S_\mu$  и "общей" магнитной поверхности  $S_0$  (рис. 9в), на которых  $\Psi$  имеет разные знаки. Однако поверхность  $S_\mu$  не выходит за пределы плазменного объема. Поэтому для тех частиц, у которых  $D$  имеет тот же знак (пусть положительный), что и  $\Psi$  на поверхности миксины, наличие здесь канала захвата на потенциальном рельефе  $U$  не приводит к потере частиц.

Но эти же частицы, сталкиваясь с "общим" барьером, оказываются кочастицами и для них не существует канала ухода. Поэтому эффективное сечение ухода для этих частиц

$$S^{\text{co}} \propto \pi\rho_{\min}^2. \quad (5.4)$$

Иная ситуация у частиц с  $D < 0$ . Они являются кочастицами для магнитной оболочки миксины и контрачастицами для общей магнитной оболочки. Поэтому

$$S^{\text{con}} \propto 2\pi R\rho_i. \quad (5.5)$$

Из сказанного следует, что если наполнить незамагниченной плазмой Галатею-А, то в первую очередь из ловушки должны уйти частицы с  $D\Psi^0 > 0$  ( $\Psi^0$  — значение  $\Psi$  в окрестности оси). После этого в объеме ловушки останется плазма с частицами, у которых  $D\Psi^0 < 0$ . Такая плазма вращается, и уход частиц из ловушки резко ослабевает. Это связано не только с уменьшением эффективного сечения отверстия ухода в  $R/\rho_i$  раз, но и с отжатием частиц от оси за счет вращения. Однако вращение плазмы может стимулировать появление в ее объеме полоидального магнитного поля и переход этой ловушки в класс ловушек с азимутальным объемным

током. Что же реализуется на самом деле, остается пока неясным.

## 5.2. Об одном классе

### равновесных кинетических конфигураций [51]

Расчет трехмерных равновесных конфигураций галатей с функциями распределения электронов и ионов достаточно общего вида сегодня не реален. Однако сравнительно просто модели равновесных кинетических конфигураций могут быть построены для осесимметричных систем с полоидальными полями и квазиравновесными функциями распределения электронов и ионов. В данном случае квазиравновесность предполагает выполнение двух условий. Во-первых, столкновения редки и в первом приближении можно считать справедливыми уравнения Власова

$$\mathbf{V} \frac{\partial f_{i,e}}{\partial \mathbf{x}} \pm \frac{1}{m_{i,e}} \left( -\nabla\Phi + \frac{1}{c} \mathbf{V} \times \mathbf{H} \right) \frac{\partial f_{i,e}}{\partial \mathbf{V}} = 0, \quad (5.6)$$

во-вторых, система рассматривается на промежутках времени  $\tau > \tau_{\text{mix}}$ , где  $\tau_{\text{mix}}$  — время перемешивания фазового объема, которое есть время забывания адиабатических инвариантов, и предполагается, что  $\tau_{\text{mix}}$  не больше  $\tau_{i,i}$  — времени ион-ионных столкновений.

В таком случае частицы забывают свои начальные условия и можно написать

$$\begin{aligned} f_i &= F_i \left( \frac{M\mathbf{V}^2}{2} + e\Phi, MrV_\theta + \frac{e}{c}\Psi \right) \equiv F_i(\mathcal{E}_i, \mathcal{P}_i), \\ f_e &= F_e \left( \frac{m\mathbf{V}^2}{2} - e\Phi, mrV_\theta - \frac{e}{c}\Psi \right) \equiv F_e(\mathcal{E}_e, \mathcal{P}_e). \end{aligned} \quad (5.7)$$

Здесь  $F_{i,e}(\mathcal{E}_{i,e}, \mathcal{P}_{i,e})$ , в принципе, произвольные функции, которые должны быть заданы из тех или иных соображений. Если они заданы, то из уравнений Максвелла

$$\Delta\Phi = -4\pi e \int (f_i - f_e) d\mathbf{V}, \quad (5.8a)$$

$$\Delta^*\Psi = -\frac{4\pi e}{c} \int V_\theta(f_i - f_e) d\mathbf{V}, \quad (5.8b)$$

$$\Delta^* \equiv r \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

можно найти электрическое и магнитное поля, т.е. полностью рассчитать конфигурацию.

Однако задачу можно существенно упростить, если предположить квазинейтральность. Тогда

$$\int F_i(\mathcal{E}_i, \mathcal{P}_i) d\mathbf{V} = \int F_e(\mathcal{E}_e, \mathcal{P}_e) d\mathbf{V} \quad (5.9)$$

и можно найти связь

$$\Phi = \Phi(r, \Psi). \quad (5.10)$$

Отсюда следует, что магнитные силовые линии при сделанных допущениях являются с точностью до зависимости от  $r$  эквипотенциалами, а плотность плазмы тоже зависит только от  $r$  и  $\Psi$ . Подставляя (5.10) в (5.8b), сводим задачу к одному уравнению типа уравнения Грэда-Шафранова

$$\Delta^*\Psi = -Q(r, \Psi). \quad (5.11)$$

В разделе 7 приведены примеры численных решений этого уравнения.

Сказанное дополним тремя замечаниями, касающимися непосредственно переходного слоя, предполагая только, что он стационарен и его можно считать одномерным.

1. В этом случае магнитное поле может быть двухкомпонентным

$$\mathbf{H} = (0, H_y(x), H_z(x)).$$

Уравнения Власова теперь решаются в общем случае и имеют три интеграла

$$\mathcal{E}_{i,e} = \frac{m_{i,e}V^2}{2} \pm e\Phi,$$

$$\mathcal{P}_{i,e}^{(y)} = m_{i,e}V_y \pm \frac{e}{c}A_y, \quad \mathcal{P}_{i,e}^{(z)} = m_{i,e}V_z \pm \frac{e}{c}A_z, \quad (5.12)$$

так что  $f = F(\mathcal{E}, \mathcal{P}^{(y)}, \mathcal{P}^{(z)})$ .

2. Система уравнений Максвелла

$$\begin{aligned} \frac{d^2\Phi}{dx^2} &= -4\pi e \int (f_i - f_e) dV, \\ \frac{d^2A_{y,z}}{dx^2} &= -\frac{4\pi e}{c} \int V_{y,z}(f_i - f_e) dV \end{aligned} \quad (5.13)$$

при заданных  $F_{i,e}$  и условии квазинейтральности определяет в общем случае конечную связь

$$\Phi = \Phi(A_y, A_z) \quad (5.14)$$

и сводится к двум уравнениям для  $A_y$  и  $A_z$ .

Если переходной слой рассматривается в системе, где есть только полоидальное магнитное поле, то  $A_z = 0$  и, как в осесимметричном случае, все сводится к решению простого уравнения

$$\frac{d^2A_y}{dx^2} = Q(A_y). \quad (5.15)$$

3. В принципе, потенциалы силовых линий могут фиксироваться либо электродами (см. раздел 9.1), либо ионными пучками, приносящими тот или иной заряд. Если считать потенциал  $\Phi(x)$  заданным, то при известной функции  $F_i(\mathcal{E}_i, \mathcal{P}_i)$  можно (считая для простоты магнитное поле полоидальным) написать уравнение для  $A_y$  в квазинейтральном случае:

$$\frac{d^2A_y}{dx^2} = -4\pi e \left( \int V_y F_i dV + \frac{E_x}{H} \int F_i dV \right). \quad (5.16)$$

Очевидно, можно задавать разные распределения. Среди них отметим изодрейфовый режим, когда  $E/H = \text{const}$  или  $\Phi = \kappa A_y$ . В этом случае все электроны в переходном слое дрейфуют с одинаковой скоростью.

### 5.3. Устойчивость потока

#### в мультипольном плазмоводе Падалки [52, 53]

Проблема устойчивости плазмы в ловушках, как показал, в частности, огромный опыт исследований по проблеме УТС, может эффективно решаться только при тесном взаимодействии эксперимента и теории. Следуя этому, рассмотрим здесь работу В.Г. Падалки с сотрудниками, в которой экспериментально изучалась устойчи-

вость течения плазмы в мультипольном плазмоводе. Исследования опирались на критерии устойчивости плазмы [10] в мультипольных ловушках по отношению к перестановочной неустойчивости. Теоретическая работа [10] была выполнена в рамках кинетики, но с большим числом допущений (линейное приближение, отсутствие в невозмущенном состоянии электрических полей, дрейфовый характер движения частиц, максвелловское распределение ионов и др.). В итоге были получены два критерия устойчивости, т.е. установлено наличие двух барьеров удержания плазмы, обязанных, во-первых, минимуму удельного объема магнитной трубы

$$U = \int \frac{dl}{H}, \quad \frac{\partial U}{\partial n} < 0, \quad (5.17)$$

во-вторых, минимуму длины силовой линии

$$\Lambda = \int dl, \quad \frac{\partial \Lambda}{\partial n} < 0. \quad (5.18)$$

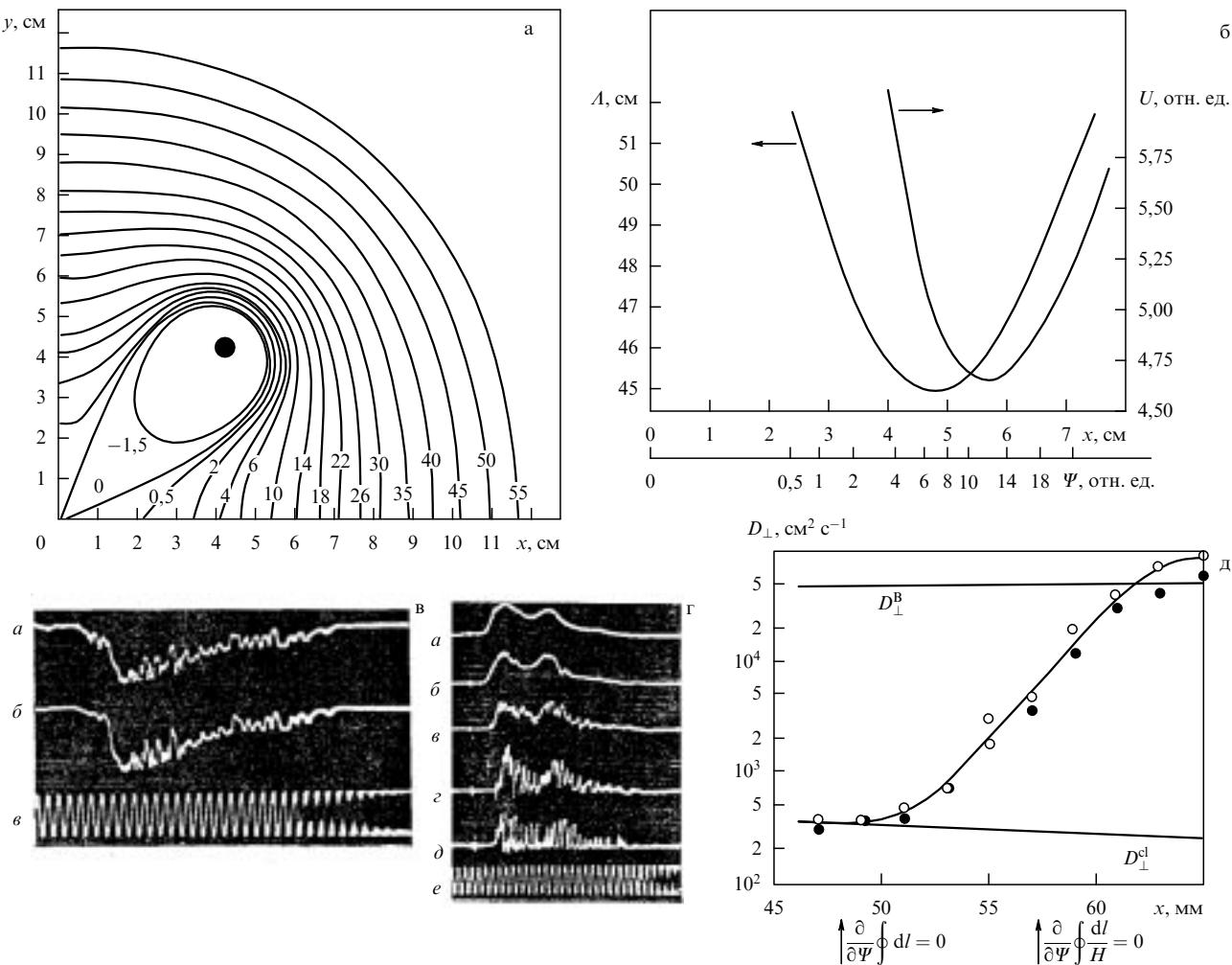
Последний критерий означает наличие силовых линий с наибольшей средней напряженностью магнитного поля  $\bar{H} = \int H dl / \int dl$ . Первый критерий был получен при условии  $k_z \rho_i \ll 1$ , а второй — при обратном неравенстве. Здесь  $k_z$  — компонента волнового вектора вдоль направления симметрии,  $\rho_i$  — ионный ларморовский радиус. Можно было ожидать, что критерий (5.18) будет работать и при наличии нуля магнитного поля. Это и было очень убедительно показано В.Г. Падалкой на плазмоводах, представлявших собой либо систему двух проводников с током одного направления, расположенных на расстоянии 12 см (квадрупольный плазмовод), либо систему четырех проводников также с токами одного направления (октупольный плазмовод). Длина проводников составляла 160 см, ток 10 кА (рис. 2г).

Перед началом эксперимента были рассчитаны функции  $U(\Psi)$  и  $\Lambda(\Psi)$  или, что то же самое, функции  $U(x)$  и  $\Lambda(x)$ , где  $x$  — координата силовой линии  $\Psi$ , отсчитываемая по линии, проведенной из центра системы через середину между проводниками (рис. 10а, б). Видно, что зона, ограниченная барьером  $U$ , шире зоны с барьером  $\Lambda$ .

В качестве источника плазмы использовалась импульсная пушка, дававшая поток водородной плазмы протяженностью  $\sim 1,5$  м с плотностью  $\sim 10^{13}$  см $^{-3}$ , скоростью  $\sim 4 \times 10^6$  см с $^{-1}$  и температурами  $T_i \sim T_e \sim 10$  эВ. Перед импульсом камера откачивалась до  $\sim 10$  торр.

Колебания исследовались одиночными и двойными зондами. При этом измерялись  $n_e$ ,  $T_e$ , потенциал  $\Phi$  и напряженность электрического поля  $E$ . Была проверена эквипотенциальность магнитных силовых линий. О синхронности колебаний в разных точках одной и той же силовой линии наглядно говорят осциллограммы (рис. 10в), снятые двумя зондами, разнесенными на 90°. После этого были сняты осциллограммы колебаний параметров плазмы на разных расстояниях от оси (рис. 10г). Четко прослеживается рост колебаний при увеличении этого расстояния.

Далее в разных режимах снимались авто- и взаимно-корреляционные зависимости. Они показали, что в рассматриваемых условиях характерные длины корреляций  $l_c \sim 1,5$  см, а соответствующее время  $\tau_c \sim 1$  мкс.



**Рис. 10.** Устойчивость течения в октупольном плазмоводе: (а) магнитные силовые линии ( $\Psi = \text{const}$ ) прямого октуполя; (б) зависимость  $U = \oint H^{-1} dl$  и  $A = \oint dl$  от  $\Psi$ ; (в) осциллограммы потенциала плазмы в октупольном плазмоводе. Зонды расположены на одной силовой линии ( $x = 65$  мм) и смещены друг относительно друга по азимуту на  $90^\circ$ . Калибровка времени осуществлялась сигналом 250 кГц, ток в стержнях 9,3 кА,  $z = 105$  см; (г) осциллограммы потенциала плазмы в октупольном плазмоводе на различных расстояниях от оси системы:  $a — x = 46$  мм,  $b — x = 50,6$  мм,  $c — x = 55$  мм,  $d — x = 60$  мм; (д) значение коэффициента диффузии плазмы  $D_{\perp}$  на различных расстояниях от оси системы.

Зная параметры плазмы, можно рассчитать коэффициенты диффузии: классической

$$D_{\perp}^{\text{cl}} = \frac{mc^2 k(T_i + T_e)}{e^2 H^2 \tau_{ei}} \quad (5.19)$$

и бомовской

$$D_{\perp}^B = \frac{ckT}{16eH}. \quad (5.20)$$

На рисунке 10д нанесены значения этих коэффициентов, а также коэффициентов, рассчитанных на основе корреляционных измерений по формулам

$$D_{\perp(1)} = c^2 \frac{\langle \tilde{E}^2 \rangle}{H^2} \tau_c, \\ D_{\perp(2)} = -\frac{c}{H|\nabla H|} \langle \tilde{n} \tilde{E} \rangle. \quad (5.21)$$

Как видно, в пределах  $0 < x < x(A_{\min})$  перенос имеет классический характер. Затем при  $x > x(A_{\min})$  диффузия усиливается и, в конце концов, переходит на бомовский уровень.

## 6. Плоские задачи с резким переходом плазма – поле

Интерес к задачам равновесия идеальной плазмы традиционен для теории плазмы. Первые исследования равновесных плазменных конфигураций с  $\beta = 1$  аналитическими методами, а также вывод критерия устойчивости были выполнены С.И. Брагинским и Б.Б. Кадомцевым [1]. Ряд общих свойств равновесных состояний и независимый вывод критериев их устойчивости содержатся в классических работах Берковича, Грэда, Рубина [2, 3]. Как известно, основной результат прост — граница раздела должна быть вогнута в сторону плазмы.

Имеется еще одно обстоятельство, которое делает исследование таких систем интересным. В.Д. Шаффранов

[54] отметил, что уравнения МГД-равновесия

$$\nabla P = \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathbf{H}, \quad \mathbf{j} = \frac{c}{4\pi} \operatorname{rot} \mathbf{H}, \quad \operatorname{div} \mathbf{H} = 0 \quad (6.1)$$

формально эквивалентны уравнениям стационарного движения идеальной несжимаемой жидкости

$$(\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\frac{\nabla P}{\rho}, \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0,$$

поэтому изучение конфигураций с  $\beta = 1$  есть одновременно исследование некоторой задачи динамики жидкости.

Аналитические методы эффективны только для задач с плоской симметрией. Ниже мы рассмотрим аналитическое исследование ряда простейших систем плазма–магнитное поле, в которых покоящаяся идеальная плазма без магнитного поля занимает некоторый конечный объем в пространстве и удерживается окружающим ее магнитным полем [55, 56].

### 6.1. Плоские фигуры равновесия

Рассмотрим постановку задачи о плоских равновесных фигурах идеальной плазмы ( $\sigma = \infty$ ), находящихся в магнитном поле прямолинейных токов. Плазменная конфигурация в этом случае есть протяженное вдоль оси  $z$  тело постоянного сечения  $D$  ( $D$  — подлежащая определению область в плоскости декартовых координат  $x, y$ ). В области вне плазмы (в вакууме) имеются заданные электрические токи  $\mathbf{j}(\mathbf{r})$  и магнитное поле  $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ . Двумерность и плоская симметрия означают в нашем случае, что

$$\frac{\partial}{\partial z} = 0, \quad \mathbf{j} = (0, 0, j(x, y)), \quad \mathbf{H} = (H_x(x, y), H_y(x, y), 0).$$

Вводя магнитный потенциал  $A(x, y)$  соотношениями  $H_x = \partial A / \partial y$ ,  $H_y = -\partial A / \partial x$ , мы имеем для вакуума

$$\Delta A = -\frac{4\pi}{c} j(x, y), \quad (x, y) \notin D, \quad (6.2)$$

где  $\Delta = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$  — оператор Лапласа.

К этому уравнению нужно добавить граничные условия на поверхности плазмы и на бесконечности. Так как на границе плазма–вакуум непрерывна нормальная компонента магнитного поля  $H_n$  и  $\mathbf{H} \equiv 0$  внутри плазмы, на поверхности плазмы  $H_n = 0$ , т.е. магнитное поле касательно к границе плазмы  $\partial D$ , и поэтому первым условием будет

$$A = \text{const}, \quad (x, y) \in \partial D.$$

Второе условие есть условие равновесия. Если  $P(x, y) \equiv P_0 = \text{const}$  — давление плазмы в  $D$ , то имеем

$$\frac{H^2}{8\pi} = \frac{1}{8\pi} \left( \frac{\partial A}{\partial n} \right)^2 = P_0, \quad (x, y) \in \partial D. \quad (6.3)$$

Здесь  $n$  — нормаль к  $\partial D$ . Условие (6.3) означает, что модуль магнитного поля постоянен вдоль границы.

Третье условие можно получить следующим образом. Проинтегрировав уравнение  $\operatorname{rot} \mathbf{H} = 4\pi/c \mathbf{j}$  по области  $D$ , найдем

$$\oint_{\partial D} H_\tau d\tau = \oint_{\partial D} \frac{\partial A}{\partial n} d\tau = \frac{4\pi}{c} J_p. \quad (6.4)$$

Здесь  $J_p$  — полный ток, протекающий по плазме. Условие (6.4) эквивалентно некоторому условию на бесконечности. Если, например, полный ток, протекающий в вакуумной области, равен  $J$ , то получим

$$A \cong -\frac{2(J + J_p)}{c} \ln R, \quad R^2 = x^2 + y^2, \quad R \rightarrow \infty. \quad (6.5)$$

Задачи подобной структуры уже были предметом длительного изучения в гидродинамической теории струй несжимаемой идеальной жидкости. Достаточно указать на классические монографии [57, 58]. Можно отметить, однако, что конфигурации течений, изучаемых в теории струй, не очень интересны для физики плазмы (по-видимому, верно и обратное).

Логически и физически простейшим является, очевидно, случай одиночного тока вида  $j(x, y) = j_0 \delta(x - x_0) \delta(y - y_0)$  (синглет). Но также очевидно, что равновесных конфигураций, занимающих конечную область в пространстве (в плоскости  $x, y$ ), в магнитном поле синглета не существует.

Простейшей, но нетривиальной системой токов, создающей магнитную конфигурацию с нулевой точкой и с сепаратрисами, не уходящими в бесконечность, является суперпозиция двух токов, равных по величине и направлению (дублет),

$$j(x, y) = J_0 [\delta(x - x_0)\delta(y) + \delta(x + x_0)\delta(y)]. \quad (6.6)$$

Токи находятся в точках  $(\pm x_0, 0)$ , нулевая точка расположена в начале координат. Рассмотрим этот случай подробнее.

Прежде всего перепишем исходную задачу в новых единицах. Единицей длины будет величина  $x_0$ , единицей электрического тока — величина  $J_0$ , магнитного поля —  $H_0 = (4\pi/c)x_0 J_0$ . В новых единицах имеем

$$\begin{aligned} \Delta A &= -[\delta(x - 1)\delta(y) + \delta(x + 1)\delta(y)], \quad (x, y) \notin D, \\ A &= \text{const}, \quad (x, y) \in \partial D, \\ \left| \frac{\partial A}{\partial n} \right| &= h, \quad (x, y) \in \partial D, \\ \oint_{\partial D} \frac{\partial A}{\partial n} d\tau &= g. \end{aligned} \quad (6.7)$$

Задача (6.7) содержит два безразмерных параметра

$$h = \frac{c\sqrt{P_0}x_0}{\sqrt{2\pi}J_0}, \quad g = \frac{J_p}{J_0}, \quad (6.8)$$

смысла которых очевиден (легко видеть, в частности, что  $\beta = h^2$ ).

Методы, развитые в теории струй идеальной жидкости, позволяют получить полное решение этой задачи. Детали этого решения можно найти в [55, 56]. Здесь мы только ограничимся основными определениями и введем необходимые обозначения. Плоскость  $x, y$  рассматривается как плоскость комплексного переменного  $z = x + iy$ . Внешность области  $D$  (пока неизвестной) конформно отображается на внешность единичного круга в плоскости комплексного переменного  $t$ . При этом пусть точки  $z = \pm 1$  (точки, в которых располагаются токи) переходят соответственно в точки  $t = \pm t_1$  ( $\operatorname{Im} t_1 = 0, t_1 > 1$ ).

Введем комплексный потенциал магнитного поля  $F(z) = \varphi + iA$ , где  $\partial\varphi/\partial x = H_x$ ,  $\partial\varphi/\partial y = H_y$ . Согласно (6.7) имеем  $\operatorname{Im} F = \text{const}$  на  $\partial D$ . Определим также функ-

цию  $\zeta(z)$  соотношением

$$\zeta(z) = \frac{1}{h} \frac{dF}{dz} = \frac{1}{h} (H_x - iH_y). \quad (6.9)$$

Тогда из (6.7) получаем  $|\zeta(z)| = 1$  при  $z \in \partial D$ .

Далее строятся функции  $F$  и  $\zeta$  как функции  $t$ :  $F(t) = F(z(t))$  (методом изображения) и  $\zeta(t) = \zeta(z(t))$  (при построении этой функции используется специальный прием аналитического продолжения мероморфной функции через дугу, на которой ее модуль постоянен), где  $z(t)$  — указанное выше конформное отображение  $z \rightarrow t$  (оно еще не построено). В результате получим

$$F(t) = \frac{1}{2\pi i} \left[ \ln \frac{(t-t_1)(t+t_1)t^{2+g}}{(tt_1-1)(tt_1+1)} + 2\ln t_1 \right],$$

$$\zeta(t) = -i \frac{t^2 t_1^2 - 1}{(t^2 - t_1^2)t}. \quad (6.10)$$

Нетрудно видеть, что при  $|t| = 1$  выполнено  $\operatorname{Im} F(t) = \operatorname{const}$ ,  $|\zeta(t)| = 1$ . Однако согласно (6.9) имеем

$$z(t) = \frac{1}{h} \int \zeta^{-1}(t) \frac{dF}{dt} dt. \quad (6.11)$$

Используя (6.10), (6.11), получаем

$$z(t) = \frac{1}{h} \Pi(t, t_1, g), \quad (6.12)$$

где

$$\Pi(t, t_1, g) = \frac{1}{2\pi} t_1^{-3} \left[ (2+g)t_1 t - (t_1^4 - 1) \frac{t_1 t}{t^2 t_1^2 - 1} + (1+g) \frac{t_1^4 - 1}{2} \ln \frac{t_1 t + 1}{t_1 t - 1} \right]. \quad (6.13)$$

Исходная задача содержит два параметра  $h$  и  $g$ , а  $z(t)$  в (6.12) зависит от вспомогательной величины  $t_1$ . Чтобы исключить ее, нужно воспользоваться условием "нормировки"  $z(t_1) = 1$ , что дает

$$\delta(t_1, g) \equiv \Pi(t_1, t_1, g) = h. \quad (6.14)$$

Последнее соотношение и позволяет, в принципе, определить зависимость  $t_1 = t_1(h, g)$ . Отображение (6.12) дает полное решение задачи (если оно существует) и, в частности, форму фигуры равновесия

$$w(\theta) \equiv z(\exp(i\theta)), \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi. \quad (6.15)$$

Рассмотрим сначала случай  $g = 0$  (полный ток в плазме равен нулю). График функции  $\delta_0(t_1) \equiv \delta(t_1, 0)$  приведен на рис. 11а. Отметим некоторые особенности этой функции:

$$\delta_0(t_1) \approx \frac{1}{2\pi} [1 - 2(t_1 - 1) \ln(t_1 - 1)], \quad t_1 \geq 1,$$

$$\delta_0(t_1) \approx \frac{1}{\pi t_1}, \quad t_1 \rightarrow \infty.$$

Максимальное значение  $\delta_0(t_1)$  достигается при  $t_1 = t_{\max} \approx 1,2$  и равно  $\delta_0(t_{\max}) = h_{\max} \approx 0,22$ . Из рисунка 11а можно легко сделать следующие выводы: 1) при  $h > h_{\max}$  решения задачи не существует; 2) при  $1/2\pi = h_0 < h < h_{\max}$  существуют два решения; 3) при  $h < h_{\max}$  существует одно решение. На рисунке 11б–г даны примеры фигур равновесия, когда  $t_1$  меняется от 1,01 до 2,0.

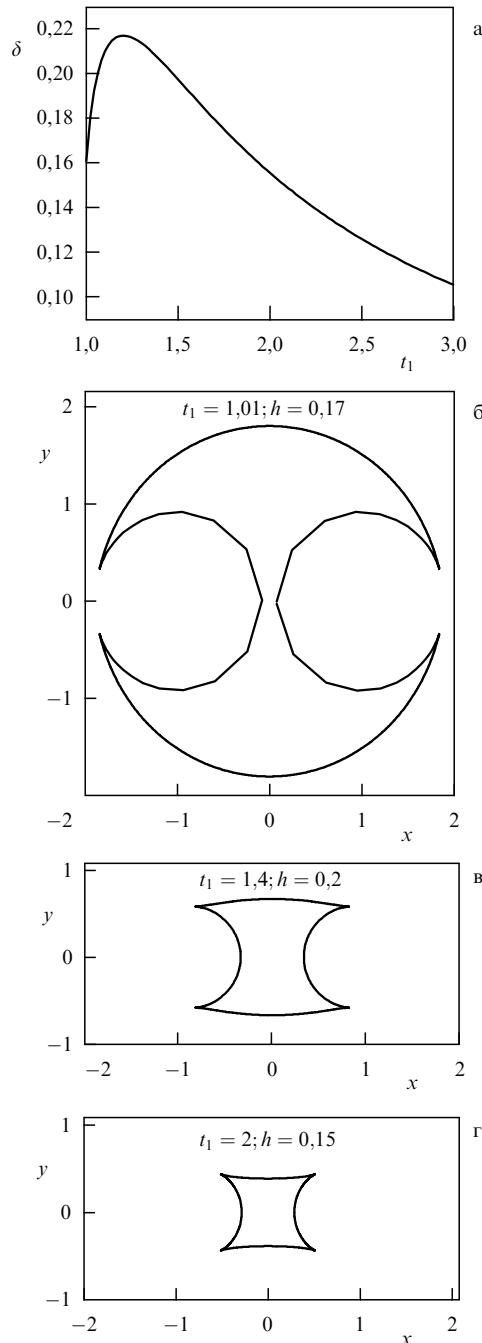


Рис. 11. График функции  $\delta(t_1)$  (а). Примеры фигур равновесия при разных значениях параметра  $t_1(h)$  (б–г).

Итак, при  $h > h_{\max} \approx 0,22$  равновесной плазменной фигуры не существует. При  $h = h_{\max}$  фигура имеет выпуклые (неустойчивые) и вогнутые (устойчивые) участки границы. При  $h_0 < h < h_{\max}$  имеется два решения. Если следить за фигурой вдоль правой ветви кривой на рис. 11а, то по мере уменьшения параметра  $h$  размеры фигуры и по оси  $x$ , и по оси  $y$  уменьшаются. При достаточно малых  $h$  фигура имеет только вогнутые граничные. Если следовать по левой ветви кривой от  $h = h_{\max}$ , то при уменьшении  $h$  размер фигуры по оси  $x$  уменьшается (стремится к 0 при  $h \rightarrow h_0$ ), а размер по оси  $y$  увеличивается (стремится к 2 при  $h \rightarrow h_0$ ). При  $h \rightarrow h_0$  фигура как бы разрывается в нуле и соединяется точками заострения, охватывая токи.

Рассмотренная подробно задача о свойствах равновесных плазменных фигур в поле дублета (6.6) является, с одной стороны, самой элементарной, а с другой, достаточно универсальной, так как описывает, по существу, свойства фигур равновесия в окрестности любого невырожденного нуля магнитного поля.

Естественным продолжением и усложнением задачи о дублете являются задачи с тремя (триплет), четырьмя (квартет) и т.д. токами одинакового направления, расположенных в вершинах правильного треугольника, четырехугольника и т.д. Не приводя здесь подробных вычислений, опишем основные качественные особенности этих случаев. Можно сделать выводы, что с увеличением числа токов: 1)  $t_{\max}$  убывает; 2)  $h_0, h_{\max}$  возрастают; 3)  $h_{\max} - h_0$  убывает. Таким образом, чем больше число токов, тем выше критическое значение  $h_{\max}$ , уже диапазон параметра  $h$ , при котором есть двузначность решения, и больше диапазон  $h$ , при котором фигура имеет только вогнутые участки границы.

Теперь вернемся к общему случаю, когда полный ток, протекающий по плазме, не равен нулю ( $g \neq 0$ ). Здесь ситуация более сложная и может быть вполне отображена только на плоскости двух параметров  $t_1, g$  [56]. Основные результаты при этом следующие. Если плазменный ток имеет то же направление, что и токи в проводниках ( $g > 0$ ), то решение задачи существует, когда параметр  $h$  удовлетворяет условиям  $h_{\min} < h < h_{\max}$ , где  $h_{\min}, h_{\max}$  являются функциями  $g$ . Если же плазменный ток противоположен по направлению внешнему току ( $g < 0$ ), то при значении параметра  $g$ , меньшем  $g_{\min} \approx -0,3$  стационарных равновесных конфигураций не существует ни при каком значении параметра  $h$  (т.е. ни при каком давлении). На рисунке 12 даны примеры фигур равновесия при разных значениях  $h$  и  $g$ . В частности, при не слишком большом параметре  $h$  и достаточно высоком значении  $g$  получаемая конфигурация имеет вид сколь угодно тонкого токового слоя, лежащего в плоскости  $x, z$ . Его горизонтальный размер ограничен расстоянием между проводниками.

Мы рассмотрели системы, в которых магнитное поле создается токами одного направления и имеет только замкнутые сепаратрисы. Если допускать токи разных направлений, то простейшей системой, представляющей интерес, является система четырех токов, меняющих направление в шахматном порядке. Эта система (ее естественно называть квадрупольем, если полный ток равен нулю) хорошо известна в связи с исследованиями антипробочкой ловушки. Важное отличие квадруполя от дублета и т.п. состоит в том, что теперь сепаратрисы уходят в бесконечность. Здесь мы очень кратко (для полноты информации) остановимся на основных результатах, полученных использовавшимся выше методом, для этой системы.

Пусть токи с  $j = 1$  находятся в точках  $z = z_1$  ( $|z_1| = 1$ ) и  $z = z_4 = -z_1$ , а токи с  $j = -1$  — в точках  $z = z_2 = z_1^*$  и  $z = z_3 = -z_1^*$  (звездочка означает комплексное сопряжение). На плоскости  $t$  — это точки  $t_1, t_2 = t_1^*, t_3 = -t_1^*, t_4 = -t_1$ . Комплексный потенциал магнитного поля как функция  $t$  дается тогда следующим выражением:

$$F(t) = \frac{1}{2\pi i} \left[ \ln \frac{(t - t_1)(t + t_1)(t_1 t - 1)(t_1 t + 1)}{(t - t_1^*)(t + t_1^*)(t_1^* t - 1)(t_1^* t + 1)} + 2 \ln \frac{t_1^*}{t_1} \right]. \quad (6.16)$$

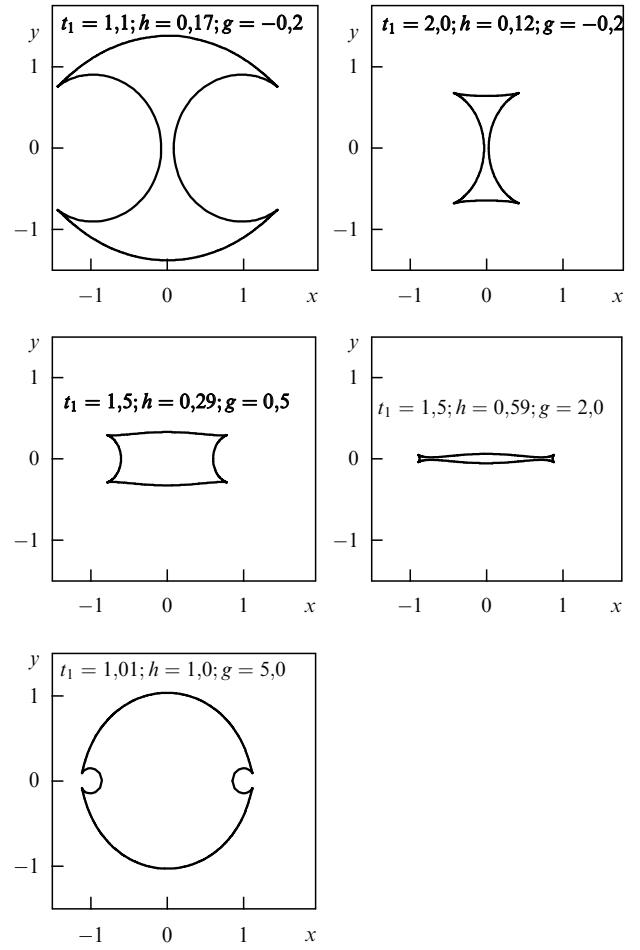


Рис. 12. Примеры фигур равновесия при ненулевом плазменном токе ( $g \neq 0$ ).

Построение функции  $\zeta(t)$  (полный ток и дипольный момент у квадруполя равны нулю) дает

$$\zeta(t) = \frac{(t_1^{2*} t^2 - 1)(t_1^2 t^2 - 1)}{(t^2 - t_1^2)(t^2 - t_1^{2*}) t^3}. \quad (6.17)$$

После довольно длинных вычислений получаем (6.12), где

$$\begin{aligned} \Pi(t, t_1) = & \frac{|t_1|^4 - 1}{\pi i (t_1^2 - t_1^{2*})} \left[ \frac{(t_1^2 - t_1^{2*})^2}{|t_1|^8} t + \frac{t_1^4 - 1}{2t_1^4} \frac{t}{t_1^2 t^2 - 1} + \right. \\ & + \frac{t_1^{4*} - 1}{2t_1^{4*}} \frac{t}{t_1^{2*} t^2 - 1} + \frac{3t_1^4 - 7}{4t_1^5} \ln \frac{t_1 t + 1}{t_1 t - 1} + \\ & + \frac{3t_1^{4*} - 7}{4t_1^{5*}} \ln \frac{t_1^* t + 1}{t_1^* t - 1} + \\ & \left. + \frac{|t_1|^4}{t_1^2 - t_1^{2*}} \left( \frac{t_1^4 - 1}{t_1^7} \ln \frac{t_1 t + 1}{t_1 t - 1} - \frac{t_1^{4*} - 1}{t_1^{7*}} \ln \frac{t_1^* t + 1}{t_1^* t - 1} \right) \right]. \quad (6.18) \end{aligned}$$

Ограничимся далее случаем симметричного квадруполя, когда  $x_1 = y_1$ . Анализ (6.18) приводит к следующим результатам.

Решения задачи для квадруполя не существует, если  $h > h_{\max} \approx 0,31$ . Для  $h \leq h_{\max}$  существует единственное решение. Границы фигуры (ее общий вид хорошо известен) всегда вогнутые. Размеры фигуры при увеличении  $h$

возрастают, и при  $h = h_{\max}$  реализуется предельная фигура с размером 1 по осям  $x$  и  $y$  (в наших единицах  $x_1 = y_1 = 1/2^{1/2} \approx 0,7$ ).

Более сложные системы могут содержать токи разных направлений и разной величины, расположенные в произвольных точках. Могут одновременно быть как замкнутые, так и уходящие в бесконечность сепараторы. Большое число параметров, сложная геометрия вакуумного магнитного поля приводят к тому, что эффективная реализация даже в плоском случае рассмотренного аналитического метода становится затруднительной.

## 6.2. О силе между проводниками (миксинами)

В связи с приведенными выше точными решениями ряда задач о фигурах равновесия можно ставить вопрос о силе взаимодействия между проводниками в присутствии плазмы. Рассмотрим этот вопрос на примере задачи о дублете при  $g = 0$  [59]. Здесь мы будем пользоваться размерными величинами.

Пусть  $\mathbf{B}_\mu$  — напряженность магнитного поля, создаваемого в точке  $x = x_0$ ,  $y = 0$  (место расположения правого проводника) токами плазмы и током левого проводника. Из (6.9)–(6.13) получим  $\mathbf{B}_\mu = (0, B_y)$ , где

$$B_y = \frac{\pi h J_0}{cx_0 t_1^2} (t_1^4 - 1). \quad (6.19)$$

Отсюда видно, что сила  $\mathbf{f}$ , действующая на отрезок правого проводника длиной  $L$ , определяется следующими равенствами:

$$\mathbf{f} = (f_x, 0), \quad f_x = -\frac{J_0 L}{c} B_y = -\frac{\pi J_0^2 L h}{c^2 x_0 t_1^3} (t_1^4 - 1). \quad (6.20)$$

При отсутствии плазмы эта же сила дается выражениями

$$\mathbf{f}^0 = (f_x^0, 0), \quad f_x^0 = -\frac{J_0^2 L}{c^2 x_0}. \quad (6.21)$$

Анализ (6.20), (6.21) приводит к следующим выводам. Сила притяжения миксин в присутствии плазмы всегда меньше, чем в вакууме, причем при устойчивых конфигурациях (границы фигуры вогнутые) притяжение ослабляется тем сильнее, чем больше значение параметра  $h$ . Однако сила притяжения обращается в нуль только при  $t_1 \rightarrow 1 + 0$ , т.е. при неустойчивой плазменной конфигурации, целиком экранирующей миксины.

## 7. Осесимметричные конфигурации

### 7.1. Равновесные конфигурации в гидродинамическом приближении

При наличии аксиальной симметрии уравнения МГД-равновесия идеальной плазмы (6.1) сводятся (см., например, [60]) к одному скалярному уравнению Грэда–Шаффранова (ГШ) на функцию магнитного потока  $\Psi$ . В цилиндрической системе координат  $(r, \theta, z)$  имеем

$$\Psi = \int_0^r H_z \times 2\pi r dr, \quad H_r = -\frac{1}{2\pi r} \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad H_z = \frac{1}{2\pi r} \frac{\partial \Psi}{\partial r}. \quad (7.1)$$

Будем считать здесь, что плотность электрического тока имеет только азимутальную компоненту ( $j_r = j_z = 0$ ,

$j_\theta \neq 0$ ), и, следовательно, магнитное поле полоидально ( $H_\theta = 0$ ). Через  $j_{\text{ex}}(r, z)$  обозначим заданное распределение внешних азимутальных токов. Тогда уравнение ГШ выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} -\Delta^* \Psi &= \frac{8\pi^2 r}{c} j_{\text{ex}}(r, z) + 16\pi^3 r^2 \frac{dP}{d\Psi}, \\ \Delta^* \Psi &= r \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}, \end{aligned} \quad (7.2)$$

где  $P(\Psi)$  — некоторая заданная функция, определяющая зависимость давления плазмы от магнитного поля.

Поставим себе для начала цель получить из (7.2) некоторые аксиально-симметричные аналоги точных аналитических решений для плоских систем (дублет, квадруполь). Соответствующие вакуумные поля создаются в первом случае двумя витками с токами одного направления (пробкотрон), а во втором случае — с токами противоположных направлений (антипробкотрон). Предположим, что вся система помещена в идеально проводящий цилиндр радиусом  $R_{\max}$  и длиной  $2Z_{\max}$ .

Перейдем к удобным для этой задачи единицам измерения, где единицей длины служит  $R_c$  — радиус витка с током, единицей тока величина  $j_0$  — характерное значение плотности тока в витке, единицей давления  $P_0$  — характерное значение давления, единицей  $\Psi$  — величина  $8\pi R_c^3 j_0/c$ . В этих единицах (7.2) запишется следующим образом:

$$-r \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = r j_{\text{ex}}(r, z) + \beta r^2 \frac{dP}{d\Psi}, \quad (7.3)$$

где безразмерный параметр

$$\beta = \frac{c^2 P_0}{4\pi R_c^2 j_0^2}. \quad (7.4)$$

В силу симметрии ограничимся рассмотрением (7.3) в половине цилиндра  $0 < z < Z_{\max}$ .

В дальнейшем будем исследовать три конфигурации вакуумного магнитного поля: 1) пробкотрон (рис. 13а), 2) антипробкотрон (рис. 13б), 3) Галатею-А (рис. 13в). На каждом из рис. 13 сверху вниз изображены соответственно вакуумное магнитное поле, поле в присутствии плазмы и линии уровня давления.

Краевые задачи для уравнения (7.3) решим приближенно, конечно-разностным методом. Используем равномерную прямоугольную сетку и стандартную пятиточечную разностную аппроксимацию эллиптического дифференциального оператора второго порядка  $\Delta^*$ . Получаемая при этом система нелинейных уравнений решается итерационно, т.е. фактически решение разностной краевой задачи находится методом установления при решении нестационарной задачи для уравнения типа уравнения теплопроводности. Использовалась продольно-поперечная схема (см., например, [61]).

Функцию  $j_{\text{ex}}(r, z)$ , определяющую распределение внешних азимутальных токов, зададим в следующем виде:

$$\begin{aligned} j_{\text{ex}}(r, z) &= \exp \left[ -\frac{(r - r_c)^2 + (z - z_c)^2}{r_0^2} \right] + \\ &+ j_b \exp \left[ -\frac{(r - r_b)^2 + z^2}{r_0^2} \right]. \end{aligned}$$

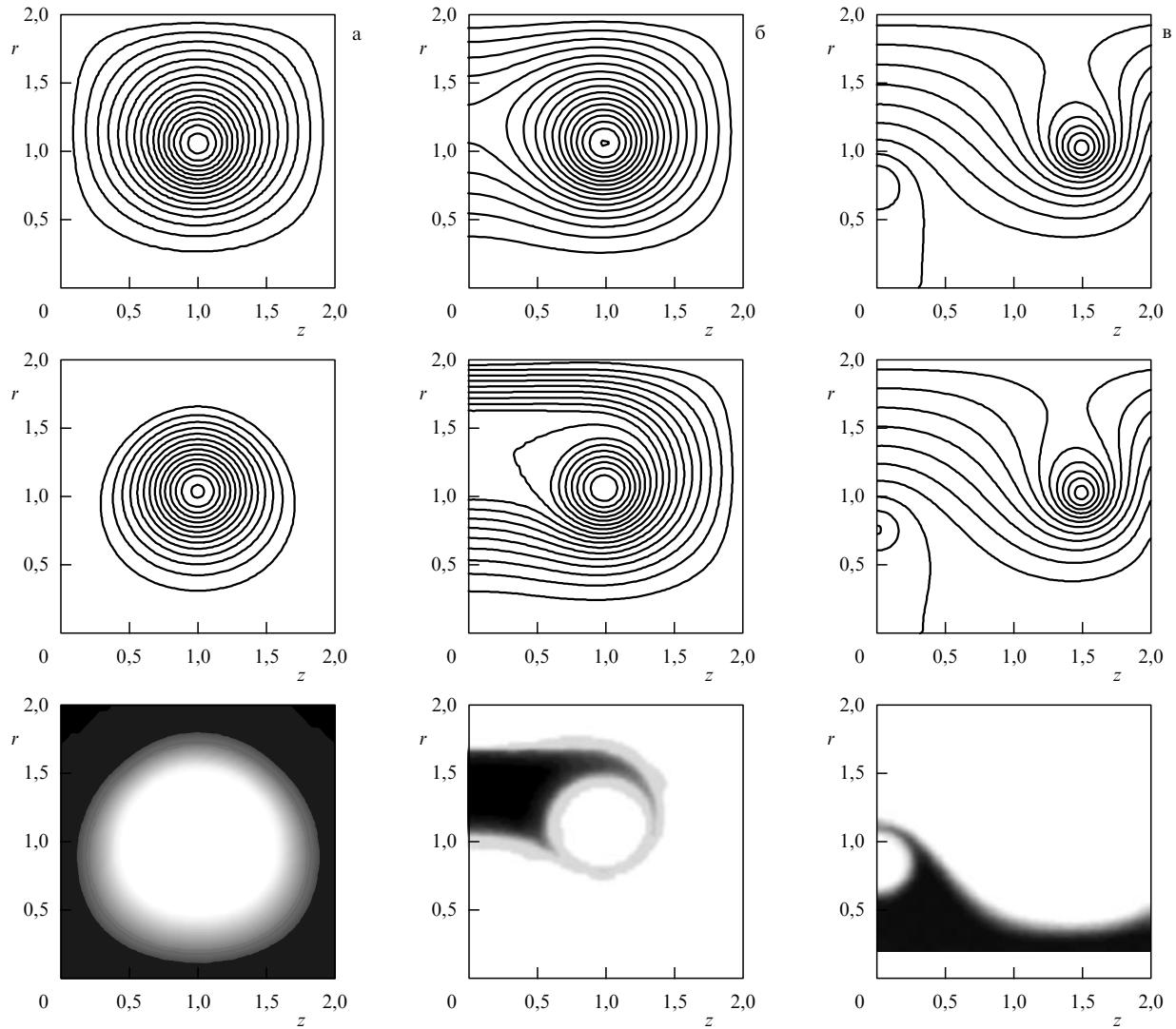


Рис. 13. Распределения в плоскости  $(r, z)$  вакуумного магнитного поля, магнитного поля и давления плазмы для антипробкотрона (а), пробкотрона (б), Галатеи-А (в).

В этой формуле точки  $(r_c, z_c)$ ,  $(r_b, 0)$  задают положение "точечных" токов, параметр  $r_0$  определяет радиус "размазывания" этих токов (для первых двух конфигураций  $j_b = 0$ ).

Изложение результатов расчетов начнем со случая антипробкотрона. Краевые условия:  $\Psi = 0$  на всех границах. Геометрические параметры:  $Z_{\max} = R_{\max} = 2$ ,  $z_c = r_c = 1$ ,  $r_0 = 0,2$ . Функция  $P(\Psi)$  выбиралась с таким расчетом, чтобы плазма находилась главным образом вблизи нулей магнитного поля и вдоль сепаратрис. Поэтому естественным представляется следующий вид этой функции:

$$P(\Psi) = \exp\left(-\frac{\Psi^2}{\alpha^2}\right). \quad (7.5)$$

Таким образом,  $P = 1$  при  $\Psi = 0$  и убывает при возрастании  $\Psi$ . Параметр  $\alpha$  будем стремиться иметь возможно меньшим.

На рисунке 13а приведены линии уровня  $\Psi$  (линии магнитного поля) для случая  $\beta = 0$  (вакуумная конфигурация), для случая  $\beta = 0,0003$  и  $\alpha = 0,002$  и линии уровня  $P(\Psi)$ . Видно, что магнитное поле при наличии плазмы

отошло от границ области, вдоль которых располагается плазма. Имеется достаточно резкий переходной слой от  $P = 1$  до  $P \approx 0$ , который можно в этой задаче трактовать как границу плазма – вакуум.

Теперь рассмотрим случай пробкотрона. Выбор функции  $P(\Psi)$  здесь не так очевиден. На рисунке 13б даны результаты расчета вакуумной конфигурации ( $\beta = 0$ ) (краевые условия —  $\partial\Psi/\partial z = 0$  при  $z = 0$ ,  $0 < r < R_{\max}$ ,  $\Psi = 0$  на остальных границах). Вакуумное магнитное поле имеет сепаратрису, соответствующую  $\Psi = \Psi_s \approx 0,02$ . Поэтому выберем  $P(\Psi)$  в виде, несколько отличном от (7.5):

$$P(\Psi) = \exp\left(-\frac{(\Psi - \Psi_s)^2}{\alpha^2}\right). \quad (7.6)$$

На рисунке 13б даны также линии магнитного поля и давления для случая  $\beta = 0,0005$  и  $\alpha = 0,001$ . Хорошо видно образование вблизи нуля магнитного поля (вакуумного) области, в которой  $\Psi \approx \Psi_s$ . Давление  $P \approx 1$  в этой области, т.е. она заполнена плазмой.

Форма области, занятой плазмой (точнее, сечение области плоскостью  $r, z$ ), похожа качественно на форму

фигуры равновесия для дублета (см. рис. 11). Имеется, правда, и существенное различие. Так как линия  $\Psi = \Psi_s$  обходит область тока, то и плазменная область окружает теперь ток, замыкаясь вокруг него тонкими перемычками.

И, наконец, третья конфигурация (Галатея-А). Здесь нам будет удобно несколько усложнить постановку задачи. Пусть на магнитное поле трех витков наложено однородное продольное поле  $H_{z0}$ . Тогда краевые условия на  $\Psi$  будут следующие: левая граница —  $\partial\Psi/\partial z = 0$ , нижняя —  $\Psi = 0$ , правая —  $\Psi = \pi r^2 H_{z0}$ , верхняя —  $\Psi = \pi R_{\max}^2 H_{z0}$ . Теперь решая (7.3) с  $\beta = 0$ , подберем ток в среднем кольце  $j_b$  и величину продольного поля  $H_{z0}$  так, чтобы вакуумное поле имело сепаратрису, обходящую средний ток и выходящую на ось системы вблизи точки  $r = z = 0$ . Параметры  $j_b = -0,5$  и  $H_{z0} = 0,0006$  дают нужную нам геометрию магнитного поля. Прочие параметры принимали значения:  $Z_{\max} = R_{\max} = 2$ ,  $z_c = 1,5$ ,  $r_c = 1$ ,  $r_b = 0,75$ ,  $r_0 = 0,1$ . Теперь, беря  $P(\Psi)$  в виде (7.5) (сепаратриса выходит на ось, где  $\Psi = 0$ ), увеличиваем  $\beta$ .

На рисунке 13в изображены магнитное поле и давление при  $\beta = 0,00003$ ,  $\alpha = 0,0002$ . Плазма занимает приосевую область и тонкой оболочкой обходит вокруг центрального тока (миксины). Именно такого рода конфигурации и представляют, по нашему мнению, большой интерес как в чисто теоретическом плане, так и для приложений.

## 7.2. Двумерные стационарные плазменные конфигурации

Гидродинамические модели не отражают структуру переходных слоев, толщина которых в наиболее интересных случаях порядка ионного ларморовского радиуса. Анализ таких слоев требует кинетического описания динамики ионов и электронов или, как минимум, гибридных моделей, когда ионы описываются кинетически, а электроны — гидродинамически. Первоначально такие слои изучались в одномерном приближении. Здесь следует отметить модель Чепмена — Ферраро взаимодействия солнечного ветра с магнитосферой Земли [62]. Полный анализ одномерных бесстолкновительных кинетических конфигураций дан в [51]. Ряд двумерных переходных слоев был рассчитан в [4].

Попробуем, следуя [63] (см. также раздел 5.2), описать здесь общий подход к построению последовательно кинетических стационарных конфигураций. Для этого нам будут нужны стационарные кинетические уравнения для ионов и электронов и уравнения Maxwella:

$$\mathbf{v} \frac{\partial f_i}{\partial \mathbf{x}} + \frac{e}{M} \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}, \mathbf{H}] \right) \frac{\partial f_i}{\partial \mathbf{v}} = 0, \quad (7.7)$$

$$\mathbf{v} \frac{\partial f_e}{\partial \mathbf{x}} - \frac{e}{m} \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}, \mathbf{H}] \right) \frac{\partial f_e}{\partial \mathbf{v}} = 0, \quad (7.7)$$

$$\text{rot } \mathbf{H} = \frac{4\pi e}{c} \int \mathbf{v} (f_i - f_e) d\mathbf{v}, \quad (7.8)$$

$$\text{div } \mathbf{H} = 0, \quad \mathbf{E} = -\nabla \Phi, \quad (7.8)$$

$$\Delta \Phi = -4\pi e \int (f_i - f_e) d\mathbf{v}. \quad (7.9)$$

Будем, как и в разделе 7.1, рассматривать стационарные и осесимметричные движения плазмы в цилиндрической системе координат  $(r, \theta, z)$  в предположении, что

магнитное поле полоидально, а электрические токи тороидальны:

$$\mathbf{H} = (H_r, 0, H_z), \quad \mathbf{j} = (0, j, 0).$$

Тогда уравнение для функции магнитного потока можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Delta^* \Psi &= -\frac{4\pi r}{c} j, \\ \Delta^* \Psi &= r \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}. \end{aligned} \quad (7.10)$$

В (7.10)  $j = j_{\text{ex}} + j_{\text{pl}}$ , где  $j_{\text{ex}} = j_{\text{ex}}(r, z)$  — заданное распределение внешних токов, а  $j_{\text{pl}}$  — плотность тока в плазме. Теперь в зависимости от модели, принятой для описания плазмы, можно замкнуть уравнение (7.10) различными способами. Если, например, используется МГД-модель равновесия плазмы, то все сводится к уравнению Грэда — Шаффранова с  $j_{\text{pl}} = 8\pi^2 r \partial P / \partial \Psi$  (см. раздел 7.1), где  $P(\Psi)$  (давление плазмы) — заданная функция.

При последовательно кинетическом описании электронов и ионов для плазменного тока по определению имеем

$$j_{\text{pl}} = e \int V_\vartheta (f_i - f_e) d\mathbf{v}. \quad (7.11)$$

Тогда полной самосогласованной системой уравнений будут уравнения (7.7), (7.9), (7.10).

Ситуацию существенно упрощает предположение о квазинейтральности плазмы:

$$\int f_i d\mathbf{v} = \int f_e d\mathbf{v}. \quad (7.12)$$

По существу, (7.12) служит дополнительным уравнением для определения потенциала  $\Phi$  вместо (7.9). Замкнутую систему уравнений теперь составляют уравнения (7.7), (7.10), (7.12).

Общим решением уравнений (7.7) являются произвольные функции интегралов движения электрона и иона в стационарных электрическом  $\Phi$  и магнитном  $\Psi$  полях. Полный набор этих интегралов может быть найден только в результате самосогласованного решения задачи. В наших условиях (в двумерном осесимметричном случае) два интеграла есть всегда. Это

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_i &= \frac{M\mathbf{V}^2}{2} + e\Phi, \quad \mathcal{P}_i = MrV_\vartheta + \frac{e}{c}\Psi, \\ \mathcal{E}_e &= \frac{m\mathbf{V}^2}{2} - e\Phi, \quad \mathcal{P}_e = mrV_\vartheta - \frac{e}{c}\Psi. \end{aligned} \quad (7.13)$$

— интегралы энергии и обобщенного момента для ионов и электронов.

Пусть функции  $f_i = f_i(\mathcal{E}_i, \mathcal{P}_i)$  и  $f_e = f_e(\mathcal{E}_e, \mathcal{P}_e)$  заданы. Из (7.12) можно тогда получить выражение  $\Phi$  как функцию  $r$  и  $\Psi$ :

$$\Phi = \Phi(r, \Psi). \quad (7.14)$$

Из (7.11) получаем выражение для  $j_{\text{pl}}$  как функцию  $r$  и  $\Psi$ :

$$j_{\text{pl}} = j_{\text{pl}}(r, \Psi). \quad (7.15)$$

Таким образом, в кинетическом случае задача сводится к решению одного нелинейного эллиптического уравнения

$$\Delta^* \Psi = -\frac{4\pi}{c} r [j_{\text{ex}}(r, z) + j_{\text{pl}}(r, \Psi)]. \quad (7.16)$$

Рассмотрим теперь гибридную модель, когда динамика ионов по-прежнему определяется их функцией распределения  $f_i = f_i(\mathcal{E}_i, \mathcal{P}_i)$ , а электроны подчиняются гидродинамическому уравнению движения, которое в предположении бесконечной проводимости и нулевой массы электронов имеет вид

$$\nabla P_e + en \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{V}_e, \mathbf{H}] \right) = 0. \quad (7.17)$$

Предположим, что  $P_e = P_e(n)$ . Введем функции  $W(n) = \int dP_e/n$  — энталпию электронов и  $\Phi_T = \Phi - (1/e)W$  — термализованный потенциал. Из (7.17) следует, что  $\Phi_T = \Phi_T(\Psi)$ . Легко также получить выражение для азимутальной скорости электронов

$$V_e = cr \frac{d\Phi_T}{d\Psi} \equiv V_e(r, \Psi). \quad (7.18)$$

Пусть теперь даны функции  $\Phi_T(\Psi)$  и  $f_i(\mathcal{E}_i, \mathcal{P}_i)$ . Тогда ток  $j_{\text{pl}}$  вычисляется следующим образом.

Имеем соотношения

$$n = \int f_i(\mathcal{E}_i, \mathcal{P}_i) dV \equiv n(r, \Phi, \Psi), \quad \Phi = \Phi_T(\Psi) + \frac{1}{e} W(n).$$

С их помощью  $\Phi$  и  $n$  выражаются как функции  $r$  и  $\Psi$ :

$$n = n(r, \Psi), \quad \Phi = \Phi(r, \Psi). \quad (7.19)$$

Далее вычисляем азимутальную компоненту ионного тока

$$j_i = e \int V_\theta f_i(\mathcal{E}_i, \mathcal{P}_i) dV \equiv j_i(r, \Psi) \quad (7.20)$$

и, наконец, плазменный ток

$$j_{\text{pl}}(r, \Psi) = j_i(r, \Psi) - en(r, \Psi) V_e(r, \Psi). \quad (7.21)$$

Задача опять свелась к решению одного уравнения вида (7.16). Определив из него  $\Psi(r, z)$ , найдем  $n$ ,  $\Phi$ ,  $P_e$  и т.д. как функции  $r, z$ .

Полученное уравнение и в кинетическом, и в гибридном подходах напоминает уравнение Грэда–Шафранова, но если там достаточно задать одну функцию одного аргумента  $P(\Psi)$  (при наличии только полоидального поля), то здесь требуются две функции —  $f_i(\mathcal{E}_i, \mathcal{P}_i)$  и  $f_e(\mathcal{E}_e, \mathcal{P}_e)$  в кинетической модели или  $f_i(\mathcal{E}_i, \mathcal{P}_i)$  и  $\Phi_T(\Psi)$  в гибридной.

Основная физическая трудность при работе с уравнением (7.16) и состоит в том, что *a priori* нелегко выбрать вид этих функций. Здесь, по-видимому, потребуется определенная "пристрелка", чтобы получить нужную конфигурацию. Заканчивая общее обсуждение предложенного подхода к расчету осесимметричных кинетических и гибридных конфигураций, следует подчеркнуть, что в его рамках эффективно изучаются только конфигурации с одним полоидальным полем.

Мы начнем далее анализ уравнения (7.16) с гибридной модели, стремясь реализовать конфигурации "коркового" типа с  $\beta \approx 1$  и переходными слоями шириной порядка ионного ларморовского типа.

### 7.3. Гибридная модель [64]

Рассмотрим (см. также раздел 7.1 и рис. 13б) конфигурацию вакуумного магнитного поля, созданного двумя круговыми витками с током  $J_0$  (радиус витков  $r_c$ , расстояние между ними  $2z_c$ ). В разделе 7.1 такая конфигурация изучалась на основе уравнения Грэда–Шафранова.

Чтобы определить правую часть уравнения (7.16), нужно задаться функциями  $f_i(\mathcal{E}_i, \mathcal{P}_i) = f(\mathcal{E}, \mathcal{P})$ ,  $\Phi_T(\Psi)$  и  $P_e(n)$ . Предположим (для простоты), что электроны изотермические, т.е.  $P_e(n) = T_e n$ ,  $T_e = \text{const}$ . Соответственно  $W(n) = T_e \ln n$ . В этом случае функции  $n(r, \Psi)$  и  $\Phi(r, \Psi)$  в (7.19) определяются в явном виде аналитически.

Функцию распределения ионов зададим в следующем виде:

$$f(\mathcal{E}, \mathcal{P}) \propto \exp \left[ -\frac{\mathcal{E}}{T_i} - \frac{(\mathcal{P} - \mathcal{P}_0)^2}{D^2} \right], \quad (7.22)$$

где  $T_i = \text{const}$ ,  $D = \text{const}$ ,  $\mathcal{P}_0 = \text{const}$  являются параметрами.

Так же как и в разделе 7.1, предположим, что вся система помещена в идеально проводящий цилиндрический кожух длиной  $2Z_{\max}$  и радиусом  $R_{\max}$  и в целом система симметрична относительно плоскости  $z = 0$ . Тогда уравнение (7.16) решается в области  $0 \leq z \leq Z_{\max}$ ,  $0 \leq r \leq R_{\max}$ .

Краевые условия на  $\Psi$  следующие:  $\Psi = 0$  при  $r = 0$ ,  $r = R_{\max}$ ,  $z = Z_{\max}$ ;  $\partial\Psi/\partial z = 0$  при  $z = 0$ . Отметим здесь же условия нормировки. Примем  $\Phi(0, 0) = 0$ . Тогда из определения  $\Phi_T(\Psi)$  и условия  $\Psi(0, 0) = 0$  следует  $n(0, 0) = \exp[-e\Phi_T(0)/T_e]$ . Так как уравнения (7.7) и (7.17) однородны по  $f$  и  $n$  соответственно, то можно положить  $n(0, 0) = 1$ , и поэтому  $\Phi_T(0) = 0$ .

Далее будем использовать "безразмерные" единицы измерения. Новыми единицами служат соответственно  $r_c$  — единица длины,  $T_i/e$  — единица потенциала,  $J_0/\pi r_c^2$  — единица плотности тока,  $\Psi_0 = 4\pi J_0 r_c/c$  — единица для  $\Psi$ ,  $H_0 = \Psi_0/r_c^2$  — единица магнитного поля.

Функции  $n(r, \Psi)$  и  $\Phi(r, \Psi)$  при сделанных предположениях записываются в виде

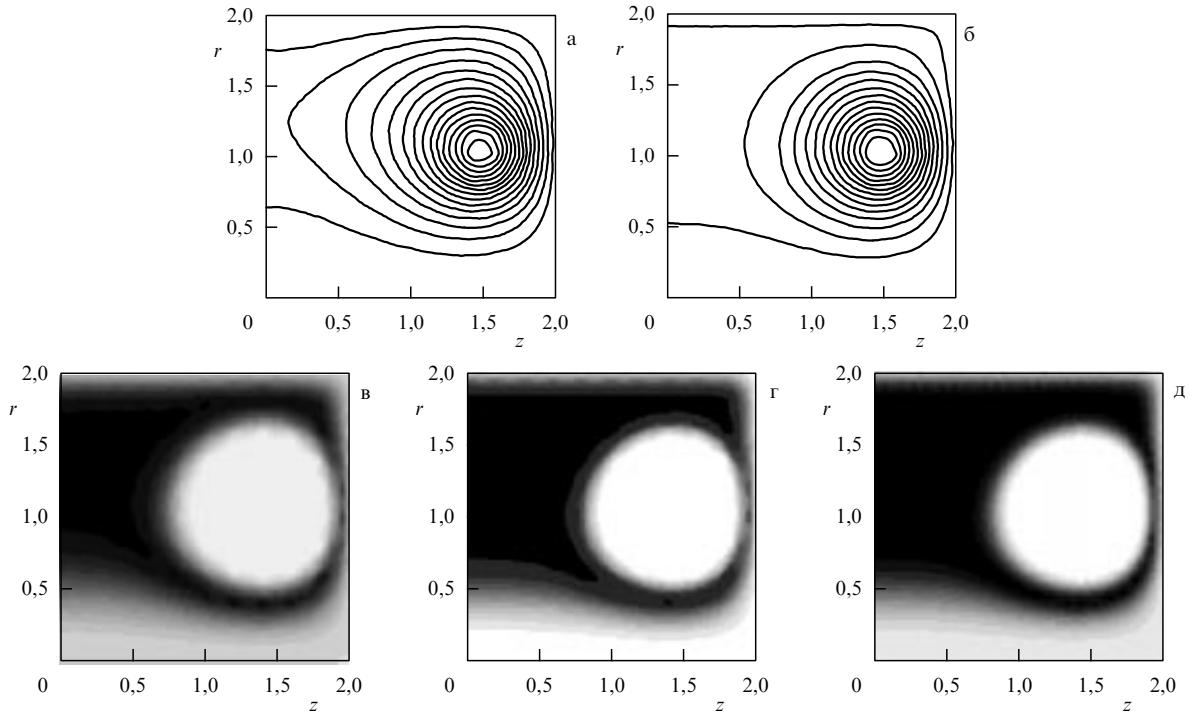
$$n(r, \Psi) = b(r)^{-1/[2(1+\alpha)]} \exp \left\{ -\frac{1}{1+\alpha} \left[ \Phi_T(\Psi) - v^2 \varphi_0^2 + v^2 \frac{(\Psi - \varphi_0)^2}{b(r)} \right] \right\}, \quad (7.23)$$

$$\Phi(r, \Psi) = \frac{1}{1+\alpha} \left[ \Phi_T(\Psi) - \frac{\alpha}{2} \ln b(r) + \alpha v^2 \varphi_0^2 - \alpha v^2 \frac{(\Psi - \varphi_0)^2}{b(r)} \right], \quad (7.24)$$

где  $b(r) = 1 + \mu^2 r^2$ , а безразмерные параметры  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $v$ ,  $\mu$ ,  $\varphi_0$  следующим образом выражаются через размерные величины, входящие в постановку задачи:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{T_e}{T_i}, & \beta &= \frac{8\pi T_0}{H_0^2}, & v &= \frac{e\Psi_0}{cD}, \\ \mu &= \frac{\sqrt{2MT}}{D} r_c, & \varphi_0 &= \frac{c\mathcal{P}_0}{e\Psi_0}. \end{aligned} \quad (7.25)$$

Смысл этих величин достаточно очевиден. Например, характерный ларморовский радиус ионов равен  $\rho_i = \mu/v$ .



**Рис. 14.** Распределения в плоскости  $(r, z)$  вакуумного магнитного поля (а), магнитного поля (б) и давления плазмы для: (в) гибридной модели (электронный случай), (г) гибридной модели (ионный случай), (д) кинетической модели.

Заметим также, что при  $\mu \rightarrow 0$  пропадает явная зависимость  $n(r, \Psi)$ ,  $\Phi(r, \Psi)$  от координаты  $r$ .

Используя (7.23) и (7.24), получаем выражение для тока  $j_{\text{pl}}$ :

$$j_{\text{pl}}(r, \Psi) = -\beta r \left[ \frac{v^2}{b(r)} (\Psi - \varphi_0) + \frac{1}{2} \frac{d\Phi_T}{d\Psi} \right] n(r, \Psi). \quad (7.26)$$

Нам осталось определить еще один функциональный параметр задачи, а именно функцию  $\Phi_T(\Psi)$  — термализованный потенциал. Примем для него следующую форму:

$$\Phi_T(\Psi) = q_0(\Psi - 2q_1)\Psi, \quad (7.27)$$

где  $q_0 = \text{const}$  и  $q_1 = \text{const}$  — параметры. Теперь задача полностью определена.

Она решалась численно по методике, о которой кратко говорилось в разделе 7.1. Была проведена большая серия расчетов с различными значениями параметров (7.25) и (7.27). Расчеты показали, что существует большое разнообразие в качественном поведении стационарных решений в рассматриваемой модели. В частности, это справедливо и для распределений плотности, и для получаемых конфигураций магнитного поля. Одним из естественных является вопрос: существуют ли среди решений этой модели решения, которые по ряду своих качественных свойств близки к решениям, получаемым в рамках уравнения ГШ для тех же самых конфигураций вакуумного магнитного поля? Речь идет о решениях, в которых плазма локализована вблизи сепаратрисы этого поля.

Вакуумное магнитное поле изображено на рис. 14а для  $R_{\text{max}} = 2$ ,  $Z_{\text{max}} = 2$ ,  $r_c = 1$ ,  $z_c = 1.5$ . На оси  $\Psi = 0$ , сепаратрисе соответствует  $\Psi = \Psi_s \approx 0.092$ .

Зависимости  $j_{\text{pl}}(r, \Psi)$  и  $n(r, \Psi)$  от  $\Psi$  довольно сложные и поэтому непросто угадать даже качественные особен-

ности поведения  $\Psi(r, z)$ , связанных с решениями (7.16). Ситуация несколько упрощается, когда конфигурация магнитного поля качественно близка к конфигурации вакуумного поля. Будем считать это условие выполненным.

Рассмотрим здесь результаты двух расчетов, в которых реализованы интересующие нас конфигурации двумя разными способами. Грубо говоря, в первом случае это делается за счет электронов, во втором — за счет ионов.

Начнем с первого варианта. Пусть  $\varphi_0 = 0$ . Анализ функции  $n(r, \Psi)$  подсказывает как сам вид функции  $\Phi_T(\Psi)$ , так и значения ее параметров. Чтобы плотность плазмы была наибольшей при  $\Psi \approx \Psi_s$  и быстро убывала при уходе с линии  $\Psi = \Psi_s$ , нужно, чтобы  $\Phi_T(\Psi)$  имела бы при  $\Psi \approx \Psi_s$  отрицательный и достаточно большой по модулю минимум. Положим  $q_1 = \Psi_s$ . Тогда  $\Phi_T(\Psi_s) = -q_0\Psi_s^2$ . Если  $q_0$  — достаточно большая величина, то можно ожидать желаемое распределение плотности.

Пусть  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 0.01$ ,  $v = 0.1$ ,  $\mu = 0.1$ ,  $q_0 = 5 \times 10^2$ . Сравнивая для этого случая магнитное поле (рис. 14б) с вакуумным, можно видеть, что изменения количественного характера затронули только область в окрестности сепаратрисы вакуумного поля. Магнитные силовые линии как бы раздвинулись вблизи сепаратрисы. На рисунке 14в приведено распределение плотности (линии уровня функции  $n(r, z) \equiv n(r, \Psi(r, z))$ ). Плотность максимальна в области нуля вакуумного магнитного поля и в области, прилегающей к его сепаратрисе. Минимальные значения плотности достигаются на оси системы, на боковой и торцевой стенках цилиндрического кожуха и в области, окружающей внешний ток. Качественно картина близка к тому, что получалось на основе уравнения ГШ (см. раздел 7.1).

Теперь обратимся ко второму случаю. Пусть  $\varphi_0 \neq 0$ , а электроны (для простоты) неподвижны:  $\Phi_T(\Psi) \equiv 0$ . Анализ формул (7.23), (7.26) приводит к следующим соображениям. Чтобы плотность по-прежнему была наибольшей при  $\Psi \approx \Psi_s$ , нужно иметь  $\varphi_0 \approx \Psi_s$  и достаточно большое значение параметра  $v$ . Положим  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 0,01$ ,  $v = 25$ ,  $\mu = 0,1$ ,  $\varphi_0 = \Psi_s = 0,092$ . Магнитное поле для этого случая практически то же, что и для первого варианта. На рисунке 14г приведено распределение давления. По-прежнему давление максимально вблизи сепараторы. Электронный ток равен здесь нулю, и, следовательно, результат целиком обусловлен ионным током.

В первом случае (электронном) характерное значение ионного ларморовского радиуса  $\rho_i = \mu/v = 1$ . Во втором случае (ионном)  $\rho_i = 0,004$ . Достаточно очевидно, как можно получить нужную конфигурацию решения для "смешанного" случая, когда электронный и ионный токи — одного порядка величины.

Для более ясного представления о механизмах удержания ионов в рассмотренных случаях (в известном смысле предельных) можно проанализировать распределения потенциала  $\Phi(r, z)$ . В первом случае в области, прилегающей к внешнему току ( $z_c = 1,5$ ), имеется максимум потенциала, а во втором — минимум. Таким образом, удержание ионов в первом случае носит, в основном, электростатический характер.

#### 7.4. Кинетическая модель

Рассмотрим теперь кратко пример применения общего подхода для исследования осесимметричных стационарных конфигураций, изложенный в разделе 7.2, когда как для ионов, так и для электронов используется кинетическая модель.

Из условия квазинейтральности (7.12) имеем

$$n_i(r, \Phi, \Psi) = n_e(r, \Phi, \Psi).$$

Отсюда находим потенциал как функцию  $r, \Psi$  —  $\Phi(r, \Psi)$ . Подставляя его в выражения для электронного и ионного токов, получаем азимутальный плазменный ток как функцию  $r, \Psi$ :

$$\begin{aligned} j_{e,i}(r, \Psi) &= \mp e \int V_\theta f_{e,i}(\mathcal{E}_{e,i}, \mathcal{P}_{e,i}) dV \Big|_{\Phi=\Phi(r, \Psi)}, \\ j_{pl}(r, \Psi) &= j_e(r, \Psi) + j_i(r, \Psi). \end{aligned} \quad (7.28)$$

Зададим функции распределения для обеих компонент так же, как в (7.13), (7.22), со своими значениями параметров  $T_{i,e} = \text{const}$ ,  $D_{i,e} = \text{const}$ ,  $\mathcal{P}_{i,e0} = \text{const}$ :

$$f_{e,i}(\mathcal{E}_{e,i}, \mathcal{P}_{e,i}) \propto \exp \left[ -\frac{\mathcal{E}_{e,i}}{T_{e,i}} - \frac{(\mathcal{P}_{e,i} - \mathcal{P}_{e,i0})^2}{D_{e,i}^2} \right]. \quad (7.29)$$

При таком выборе этих функций вычисления дают следующие выражения для искомых функций (используем единицы измерения, как в разделе 7.3):

$$\begin{aligned} \Phi(r, \Psi) &= \frac{1}{1+\alpha} \left[ v_i^2 \varphi_i^2 - v_e^2 \varphi_e^2 + \frac{1}{2} \ln \frac{b_e(r)}{b_i(r)} + \right. \\ &\quad \left. + v_e^2 \frac{(\Psi + \varphi_e)^2}{b_e(r)} - v_i^2 \frac{(\Psi - \varphi_i)^2}{b_i(r)} \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n(r, \Psi) &= b_i(r)^{-1/[2(1+\alpha)]} b_e(r)^{-\alpha/[2(1+\alpha)]} \times \\ &\quad \times \exp \left\{ \frac{\alpha v_e^2}{1+\alpha} \left[ \varphi_e^2 - \frac{(\Psi + \varphi_e)^2}{b_e(r)} \right] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{v_i^2}{1+\alpha} \left[ \varphi_i^2 - \frac{(\Psi - \varphi_i)^2}{b_i(r)} \right] \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} j_e(r, \Psi) &= -\beta_e v_e^2 \frac{r}{b_e(r)} (\Psi + \varphi_e) n(r, \Psi), \\ j_i(r, \Psi) &= -\beta_i v_i^2 \frac{r}{b_i(r)} (\Psi - \varphi_i) n(r, \Psi), \end{aligned} \quad (7.30)$$

в которых фигурируют следующие безразмерные параметры (см. также (7.25)):

$$\begin{aligned} \beta_{e,i} &= \frac{8\pi T_{e,i}}{H_0^2}, \quad v_{e,i} = \frac{e\Psi_0}{cD_{e,i}}, \quad \mu_{e,i} = \frac{\sqrt{2m_{e,i}T_{e,i}}}{D_{e,i}} r_c, \\ \varphi_{e,i} &= \frac{c\mathcal{P}_{e,i0}}{e\Psi_0}, \quad \alpha = \frac{\beta_e}{\beta_i}, \end{aligned} \quad (7.31)$$

$$\text{а } b_{e,i}(r) = 1 + \mu_{e,i}^2 r^2.$$

Здесь мы рассмотрим результаты только одного расчета, выполненного для той же вакуумной конфигурации, что и для гибридной модели. Пусть

$$\begin{aligned} \beta_{e,i} &= 0,01, \quad v_e = 0,01, \quad v_i = 25, \quad \mu_e = 0,01, \\ \mu_i &= 0,1, \quad \varphi_e = 0, \quad \varphi_i = \Psi_s \approx 0,092. \end{aligned} \quad (7.32)$$

На рисунке 14д дано распределение давления, соответствующего этому набору параметров. Видно, что если не обращать внимание на некоторые количественные детали в этих распределениях, то общая качественная картина распределения плазмы та же, что и для гибридной модели, т.е. мы опять получили конфигурацию "коркового" типа с резкой границей плазма – вакуум.

## 8. Галатея-Пояс

### 8.1. Принципиальная схема

Естественным расширением семейства классических тороидальных мультипольных ловушек, в которых текут только "диамагнитные" токи (т.е. суммарный азимутальный ток через  $(r, z)$ -плоскость равен нулю), являются конфигурации, в которых существует азимутальный ток. Такого рода конфигурация изображена на рис. 4в. Она была названа Галатеей-Поясом. Внешне это тороидальный квадруполь с центральным сердечником, при перемагничивании которого в плазме возникает азимутальный ток. Если магнитное поле тока соизмеримо с магнитным полем проводников, создающих исходное квадрупольное поле, то образуется "токовый" слой, который часто называют "нейтральным". Следовательно, в тороидальной системе плазма принимает конфигурацию ленты-“пояса”, зацепленного своими мантиями за мицесины.

Галатея-Пояс имеет ряд видимых достоинств: 1) это система с  $\beta_0 = 1$ ; 2) плазма в Поясе может хорошо нагреваться, так как ширина плазменного слоя относительно невелика, а это повышает ее сопротивление и

при том же азимутальном токе интенсифицирует выделение джоулева тепла; 3) при затухании азимутального тока плазменная конфигурация не разваливается, а превращается в простую мультипольную конфигурацию; 4) многочисленные эксперименты, о которых будет сказано далее, указывают на большую устойчивость токовых слоев; 5) в установке с Поясом отсутствуют катушки продольного магнитного поля, что существенно уменьшает массу ловушки, снижает перегрузку диверторных пластин, упрощает инжекцию пеллет.

Наряду с этими достоинствами система с Поясом имеет и определенные недостатки. Среди них можно отметить следующие: 1) при перемагничивании сердечника ЭДС индукции будет действовать не только на плазму, но и на миксину, и здесь, наверное, потребуются соответствующие "согласователи"; 2) как известно, в токамаках из-за самоперестраивающейся конфигурации практически нет скин-эффекта, тогда как в Поясе он может быть, что заметно усложнит проблему омического нагрева.

Конечно, при реальном создании ловушки типа Пояс проявятся и другие достоинства и недостатки этой схемы, но вряд ли можно сомневаться в целесообразности ее изучения.

## 8.2. Коротко о токовых слоях

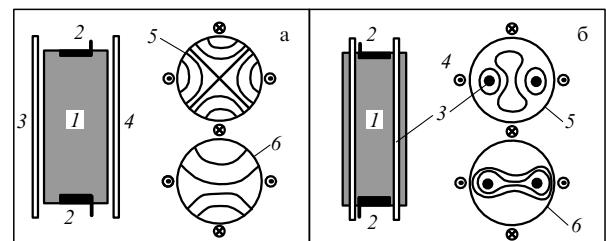
Интерес к токовым слоям сначала проявили астрофизики в связи с проблемой механизмов солнечных вспышек. Существенный вклад в решение возникающих здесь проблем внес С.И. Сыроватский, который организовал экспериментальные исследования этих слоев под руководством А.Г. Франк [65–67].

На рисунке 15а представлен разрез экспериментальной установки ТС-3. Магнитное поле квадрупольной конфигурации возбуждалось в камере с помощью системы прямых проводников с токами, расположенных снаружи камеры. В пределах камеры ( $D = 10$  см) поле увеличивалось практически линейно

$$\mathbf{H} = h(y, x, 0), \quad |H| = h|\mathbf{r}|. \quad (8.1)$$

Градиент поля можно было изменять в пределах  $h = 0,4\text{--}3$  кГс см $^{-1}$ . Начальная плазма в магнитном поле создавалась с помощью вспомогательного тэта-разряда, который осуществлял пробой нейтрального газа (гелия или аргона), наполнявшего вакуумную камеру при давлении  $3 \times 10^{-3}\text{--}5 \times 10^{-2}$  торр; концентрация начальной плазмы составляла  $n_e \approx 10^{14}\text{--}10^{15}$  см $^{-3}$ . Электрический ток, направленный вдоль нулевой линии магнитного поля, возбуждался при подаче импульсного напряжения между двумя сетчатыми электродами, введенными в камеру с торцов; длина межэлектродного промежутка, заполненного плазмой, была 40 см. Полупериод тока в плазме  $T/2 = 4,4$  мкс, максимальное значение тока  $I_z = 30\text{--}60$  кА. Полупериод магнитного поля  $T_m/2 = 400$  мкс.

Как следует из результатов проведенных экспериментов [66], возбуждение в плазме электрического тока, направленного вдоль нулевой линии магнитного поля, приводит в течение 0,3–1 мкс к образованию плоского токового слоя, разделяющего магнитные поля противоположных направлений. Характерные поперечные размеры слоя: ширина  $2\Delta x = 6\text{--}9$  см, толщина  $2\Delta y =$



**Рис. 15.** Прямые разрядные устройства с токовым слоем и типы магнитных конфигураций: (а) слева — продольное сечение разрядной камеры установки ТС-3: 1 — кварцевая труба с внутренним диаметром 17 см; 2 — сетчатые электроды; 3, 4 — наружные токопроводы. Справа: 5 — вакуумная магнитная конфигурация; 6 — магнитная конфигурация при разрядном токе в плазме, совпадающем по направлению с токами в миксинах; (б) слева — продольное сечение разрядной камеры установки УП-1: 1 — кварцевая труба с внутренним диаметром 17 см; 2 — сетчатые электроды; 3 — миксины; 4 — наружные токопроводы. Справа: 5 — конфигурация, когда направление тока в плазме совпадает с направлением тока в миксинах, 6 — конфигурация, когда ток в плазме противоположен по направлению току в миксинах.

= 0,6–1 см, плотность электрического тока в окрестности нулевой линии  $j_{z0} = 5\text{--}8$  кА см $^{-2}$ , тангенциальная к слою компонента магнитного поля у поверхности слоя (при  $x \approx 0, y \approx \Delta y = 0,6\text{--}1$  см) составляла, как правило,  $H_x = 5\text{--}6$  кГс. Было установлено, что ширина токового слоя  $2\Delta x$ , т.е. больший из двух размеров его сечения, и магнитное поле  $H_x$  у поверхности в середине слоя удовлетворяют в широком диапазоне условий простым теоретическим соотношениям

$$\Delta x \approx \sqrt{\frac{4I_z}{ch}}, \quad (8.2)$$

$$H_x \leq h\Delta x \approx \sqrt{\frac{4I_z h}{c}}. \quad (8.3)$$

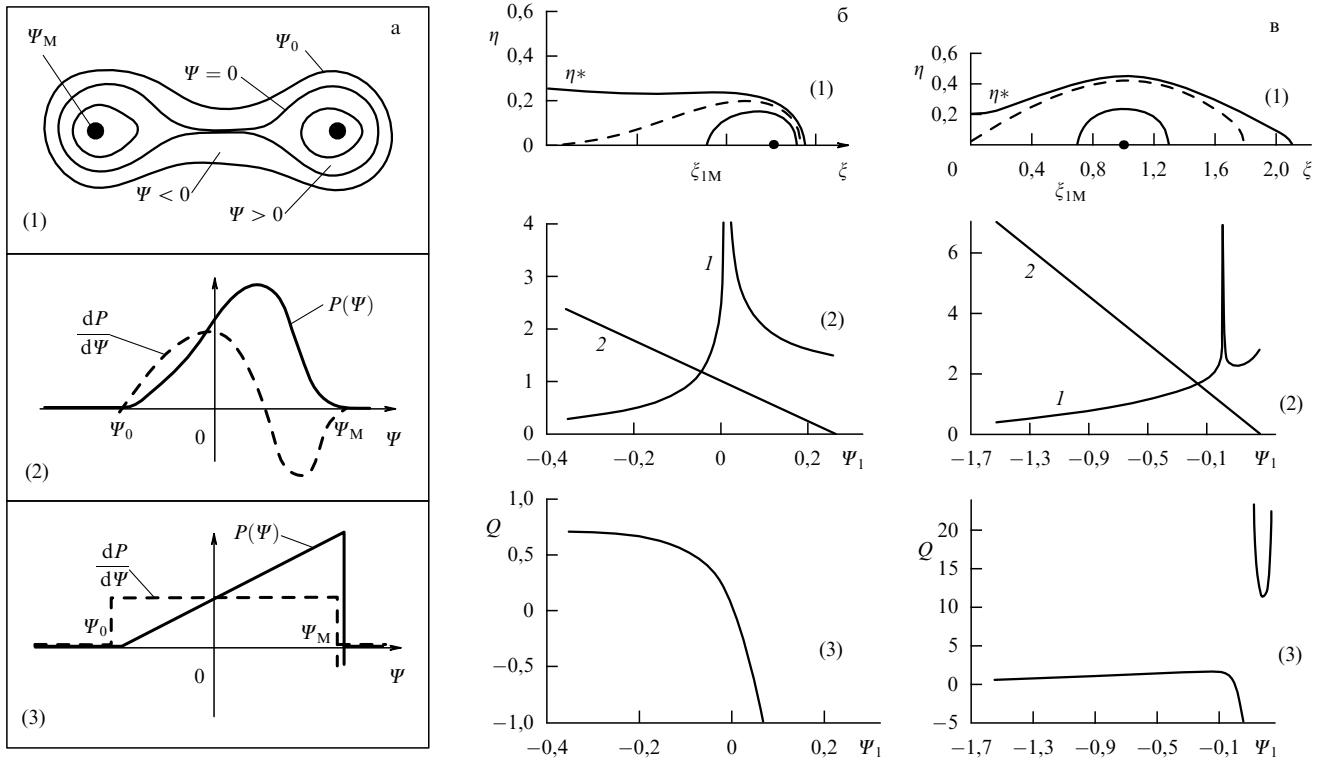
Таким образом, в квадрупольном магнитном поле с нулевой линией формируется плазменная конфигурация с  $\beta \approx 1$ , где

$$\beta = \frac{8\pi n_e (T_e + T_i/\bar{Z}_i)}{H_x^2}. \quad (8.4)$$

В типичных условиях в пределах токового слоя  $n_e = 10^{16}$  см $^{-3}$ ,  $T_e + T_i/\bar{Z}_i \approx 50$  эВ. При этом в слое  $T_i > T_e$  ( $T_i = 30\text{--}100$  эВ,  $T_e = 10$  эВ).

Неожиданный результат, полученный при исследовании структуры магнитных полей токовых слоев и распределений концентраций электронов, состоял в обнаружении высокой устойчивости слоев относительно развития тиринг-неустойчивости. Действительно, в течение сравнительно длительного интервала времени, порядка нескольких микросекунд, структура магнитного поля, распределение электрического тока, а также однородное вдоль ширины слоя распределение концентрации электронов оставались практически неизменными, хотя обратный инкремент развития резистивной тиринг-неустойчивости составил в условиях данных экспериментов примерно  $(1\text{--}2) \times 10^{-7}$  с.

Эти особенности токовых слоев, формирующихся в магнитных полях с нулевыми линиями, целесообразно попытаться использовать при разработке новых магнит-



**Рис. 16.** К расчету плоских конфигураций: (а) (1) — схема магнитно-плазменных конфигураций  $\alpha$ -типа; (2) — характерный вид магнитобарической функции  $P(\Psi)$  и плотности тока  $j_z$ ; (3) — взятая для расчета функция  $P(\Psi)$  в виде линейного сплайна и соответствующая плотность тока; (б) (1) — типичный вид магнитной конфигурации Пояса при  $\lambda = 2, \mu = 4$ ; (2) —  $U(\Psi)$  (кривая 1) и безразмерное давление (кривая 2) как функции безразмерного потока; (3) —  $Q(\Psi)$  для тех же  $\lambda$  и  $\mu$ ; (в) (1) — магнитная конфигурация Пояса в дважды равновесном режиме ( $\lambda = -0.5, \mu = 4$ ), (2) —  $U(\Psi)$  (кривая 1) и безразмерное давление (кривая 2) как функции безразмерного потока; (3) —  $Q(\Psi)$  для тех же  $\lambda$  и  $\mu$ .

ных ловушек с  $\beta_0 = 1$ . Первые эксперименты с конфигурацией Пояс были проведены на установке УП-1 (рис. 15б), аналогичной ТС-3, в которой проводники с током были помещены внутрь вакуумной камеры. Подробно описание установки и полученные результаты изложены в разделе 8.4. Однако сразу отметим одно существенное различие конфигураций на установках ТС-3 и УП-1. Если на ТС-3 изменить направление разрядного тока (при сохранении направления тока во внешних проводниках), то токовый слой только повернется на  $90^\circ$ . Если сделать то же на УП-1, то произойдет существенная перестройка конфигурации (рис. 15б). Если ток в плазме  $J_p$  совпадает по направлению с током в миксинах, то такой режим будем называть "α-режимом", а если эти токи противоположны — "β-режимом". Нас будет интересовать в основном α-режим, поскольку здесь больше зона нулевого магнитного поля и она более устойчива.

### 8.3. О статических моделях Пояса

**8.3.1. Постановка задачи.** Плоские модели Пояса с δ-образным переходным слоем плазма–поле рассмотрены в разделе 6. Теперь построим МГД-модели на основе уравнения ГШ [68]. Однако этот путь построения статических моделей имеет принципиальный недостаток — он требует априорного задания магнитобарической функции  $P(\Psi)$ . Очевидно, вид этих функций реально определяется только способом формирования конфигурации. Однако здесь мы останемся в рамках уравнения ГШ и рассмотрим его при модельных функциях  $P(\Psi)$ .

Такой анализ при всех его условностях дает весьма полезную информацию о наиболее общих свойствах интересующих нас конфигураций. Однако, учитывая ограниченность такого подхода, возьмем только предельно простые модели. В частности, ниже будет идти речь только о плоских моделях в координатах  $(x, y)$ . Для этого прежде всего надо выбрать магнитобарические характеристики.

Класс модельных  $P(\Psi)$  определяется четырьмя условиями (рис. 16а):

- 1) равенством нулю поля в центре системы ( $x = y = 0$ ). Здесь будем полагать  $\Psi(0, 0) = 0$ ;
- 2) обращением в нуль или быстрым убыванием давления при  $x^2 + y^2 > R_*^2$ , где  $R_* \geq 2a$  (здесь  $a$  — расстояние от миксина до центра конфигурации);
- 3) обращением в нуль  $P$  в окрестности миксина, т.е. при  $(x - a)^2 + y^2 < R_\mu^2$ ;
- 4) расположением максимума плотности тока в центре.

Предполагая ток в миксине направленным вдоль оси  $z$  и учитывая, что сепаратриса проходит через начало координат, где мы положили  $\Psi = 0$ , имеем внутри сепаратрисы  $\Psi > 0$ <sup>15</sup>, а вне ее  $\Psi < 0$ .

Из сказанного следует, что магнитобарическая характеристика и соответствующая ей плотность тока  $j_z = c dP(\Psi)/d\Psi$  должны иметь вид типа изображенных на рис. 16а кривых. Особенностью этих кривых

<sup>15</sup> Функция потока одиночного проводника  $\Psi = -(2J/c) \ln(r/b)$ .

являются: спад  $P$  и  $j_z$  при  $\Psi \rightarrow \pm\infty$ , максимум плотности тока при  $\Psi = 0$  и, кроме того, изменение знака плотности тока в окрестности миксин ( $\Psi > 0$ ). Чтобы уравнение ГШ имело простые аналитические решения, зависимость  $P'(\Psi)$  должна быть линейной. Изображенная на рис. 16а кривая далека от прямой линии, и поэтому удобно аппроксимировать  $P(\Psi)$  либо линейными, либо квадратичными сплайнами<sup>16</sup>. Учитывая именно качественную значимость проводимых расчетов, подробно рассмотрим здесь только случай задания  $P(\Psi)$  в виде линейного сплайна [68]:

$$P(\Psi) = \begin{cases} 0, & \Psi < \Psi_0 < 0, \\ P_0 \left( 1 - \frac{\Psi}{\Psi_0} \right), & \Psi_0 < \Psi < \Psi_1, \\ 0, & \Psi > \Psi_1. \end{cases} \quad (8.5)$$

Явным недостатком такой аппроксимации является отсутствие концентрации тока в узком слое между миксинами. Поэтому можно сказать, что модель с линейным сплайном описывает только собственно токовый слой. Далее мы будем пользоваться такими терминами: "пояс" ( $\Psi_0 < \Psi < \Psi_1$ ), магнитная оболочка "пояса" ( $\Psi < \Psi_0$ ), магнитная оболочка миксины ( $\Psi > \Psi_1$ ). Соответствующие этим зонам уравнения ГШ будут иметь вид:

"пояс"

$$\Delta\Psi = -4\pi P'(\Psi) - \frac{4\pi}{c} J_\mu [\delta(x+a) + \delta(x-a)]\delta(y) = -\frac{4\pi}{c} j_0 - \frac{4\pi}{c} J_\mu [\delta(x+a) + \delta(x-a)]\delta(y), \quad (8.6a)$$

где  $j_0 = P_0 c / |\Psi_0| = \text{const}$ ,  $x = \pm a$  и  $y = 0$  — координаты миксин;

магнитная оболочка "пояса"

$$\Delta\Psi = 0, \quad (8.6b)$$

магнитные оболочки миксин

$$\Delta\Psi_{(\pm)} = -\frac{4\pi}{c} J_\mu \delta(x \pm a)\delta(y). \quad (8.6b)$$

Результаты анализа этих уравнений, выполненного в [68], кратко изложены ниже.

**8.3.2. Морфология "поясов".** Общее решение уравнения (8.6a) имеет вид

$$\Psi = -\frac{J_\mu}{c} \left\{ \ln[(x+a)^2 + y^2] + \ln[(x-a)^2 + y^2] \right\} - \frac{2\pi}{c} j_0 y^2 + \Psi_L, \quad (8.7)$$

где  $\Psi_L$  — общее решение уравнения Лапласа ( $\Delta\Psi_L = 0$ ). Следуя [68], ограничимся частным видом этого решения

$$\Psi_L = q(x^2 - y^2). \quad (8.7a)$$

Это выражение описывает квадрупольное поле, созданное, например, четырьмя удаленными на бесконечность проводниками с чередующимися направлениями токов.

<sup>16</sup> В [24] приведены решения уравнения ГШ для указанных двух случаев.

Вводя безразмерные переменные

$$\xi = \frac{x}{a}, \quad \eta = \frac{y}{a}, \quad \Psi_1(\xi, \eta) = \frac{c}{J_\mu} \Psi, \quad \lambda = \frac{cq}{J_\mu},$$

можно написать (8.7) в виде

$$\Psi_1 = -\left\{ \mu\eta^2 + \lambda(\xi^2 - \eta^2) + \ln[((\xi+1)^2 + \eta^2)((\xi-1)^2 + \eta^2)] \right\}. \quad (8.8)$$

Здесь  $\mu = 2\pi j_0 a^2 / J_\mu$ . Произведение  $\mu|\Psi_0| = 2\pi a^2 c^2 P_0 / J_\mu^2$  по сути есть параметр  $\beta$ , рассчитанный по эффективному полю  $H_{\text{eff}} = J_\mu / ca$ . Согласно выражению (8.8) для  $\Psi$  морфология силовых линий в "поясе" определяется двумя параметрами  $\mu$  и  $\lambda$ . Как показал проведенный в [68] анализ (даже при простейшем выборе (8.7a)), многообразие магнитных структур здесь велико. В этом анализе исходным было нахождение точек, где напряженность магнитного поля обращается в нуль, т.е. точек, где  $\partial\Psi_1/\partial\xi = \partial\Psi_1/\partial\eta = 0$ . Используя (8.8), находим два уравнения

$$\begin{aligned} (\mu - \lambda)\bar{\eta} + \frac{\bar{\eta}}{(\bar{\xi} - 1)^2 + \bar{\eta}^2} + \frac{\bar{\eta}}{(\bar{\xi} + 1)^2 + \bar{\eta}^2} &= 0, \\ \lambda\bar{\xi} + \frac{\bar{\xi} - 1}{(\bar{\xi} - 1)^2 + \bar{\eta}^2} + \frac{\bar{\xi} + 1}{(\bar{\xi} + 1)^2 + \bar{\eta}^2} &= 0, \end{aligned} \quad (8.9)$$

которые устанавливают связь между координатами  $\bar{\xi}, \bar{\eta}$  нулевых точек и параметрами  $\mu, \lambda$ . Система (8.9) является линейной относительно  $\mu$  и  $\lambda$  при заданных  $\bar{\xi}, \bar{\eta}$ . Детерминант этой системы  $D = \bar{\xi}\bar{\eta}$ , и поэтому здесь возможны четыре существенно различных решения:

- 1)  $\bar{\xi} = \bar{\eta} = 0, \quad D = 0,$
- 2)  $\bar{\xi} \equiv \bar{\xi}_2 \neq 0, \quad \bar{\eta} = 0, \quad D = 0,$
- 3)  $\bar{\xi} = 0, \quad \bar{\eta} \equiv \bar{\eta}_3 \neq 0, \quad D = 0,$
- 4)  $\bar{\xi} \equiv \bar{\xi}_4 \neq 0, \quad \bar{\eta} \equiv \bar{\eta}_4 \neq 0, \quad D \neq 0.$

В случае 1) нулевой точкой является начало координат, которое остается нулевой точкой при всех значениях  $\mu, \lambda$ . Таким образом, точка  $\bar{\xi} = \bar{\eta} = 0$  отображается на всю плоскость  $(\mu, \lambda)$ .

Для случая 2), когда нулевые точки лежат на оси  $\xi$ , из (8.9) получаем

$$\bar{\xi}_2 = \frac{\lambda - 2}{\lambda}, \quad \bar{\eta} = 0. \quad (8.11)$$

Условие существования действительного корня  $\bar{\xi}_2$  означает, что линия  $\bar{\eta} = 0$  отображается почти на всю плоскость  $(\mu, \lambda)$ , за исключением полосы  $0 < \lambda < 2$ . При каждом допустимом  $\lambda$  имеются две нулевые точки с координатами  $\pm\bar{\xi}_2^{1/2}$ , т.е. лежащие на оси  $\xi$  симметрично по разные стороны от центра. Области  $\lambda > 2$  соответствуют значениям  $|\bar{\xi}_2| < 1$ , такие нулевые точки расположены между миксинами. Области же  $\lambda < 0$  отвечают величины  $|\bar{\xi}_2| > 1$ , и нулевые точки находятся тогда по бокам (снаружи) от миксин.

В случае 3), когда нулевые точки лежат на оси  $\eta$ , получаем

$$\bar{\eta}_3^2 = \frac{\mu - \lambda + 2}{\lambda - \mu}, \quad \bar{\xi} = 0, \quad (8.12)$$

так что линия  $\bar{\xi} = 0$  отображается на полосу  $\mu < \lambda < \mu + 2$  плоскости  $(\mu, \lambda)$ . Каждая допустимая пара

$\mu, \lambda$  порождает две нулевые точки, расположенные симметрично (сверху и снизу) от центра.

И, наконец, в случае 4) ненулевые корни системы (8.9)  $\bar{\xi}_4, \bar{\eta}_4$  связаны соотношениями

$$\begin{aligned} \bar{\eta}_4^2 &= \frac{1}{2\lambda - \mu} - \frac{\lambda^2}{(2\lambda - \mu)^2}, \\ \bar{\xi}_4^2 + \bar{\eta}_4^2 &= \frac{-\mu}{2\lambda - \mu}. \end{aligned} \quad (8.13)$$

Каждой нулевой точке  $\bar{\xi}_4, \bar{\eta}_4$  этого типа соответствует одна точка параметрической плоскости  $(\mu, \lambda)$ . В свою очередь, любая пара допустимых значений  $\mu, \lambda$  порождает четыре нулевые точки (по одной в каждом квадранте плоскости), расположенные симметрично относительно осей  $\xi$  и  $\eta$ . Как следует из (8.13) область допустимых значений  $\mu, \lambda$  (т.е. область существования действительных корней  $\bar{\xi}_4, \bar{\eta}_4$ ) задается здесь одновременным выполнением двух неравенств

$$\begin{aligned} \Phi_1(\mu, \lambda) &\leq 0, \quad \Phi_2(\mu, \lambda) \geq 0, \\ \Phi_1(\mu, \lambda) &\equiv \lambda^2 - 2\lambda + \mu, \\ \Phi_2(\mu, \lambda) &\equiv \lambda^2 - (\mu - 2\lambda)(\mu + 1). \end{aligned} \quad (8.14)$$

Таким образом, данной паре величин  $\mu, \lambda$  может соответствовать от одной до девяти нулевых точек  $\bar{\xi}, \bar{\eta}$ , координаты которых выписаны в (8.10)–(8.13).

Собственно линии сепаратрис порождаются только гиперболическими нулевыми точками, в которых наряду с (8.9) выполняется условие

$$\frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial \eta^2} < \left( \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial \xi \partial \eta} \right)^2, \quad (8.15)$$

а также в ряде случаев параболическими нулевыми точками, соответствующими равенству в (8.15). Если же имеет место обратное неравенство, то сепаратриса вырождается в точку на плоскости  $(\xi, \eta)$  (эллиптический случай). На рисунках в [68] изображены области значений  $\mu, \lambda$ , при которых нулевые точки являются гиперболическими, области эллиптических точек, а границы раздела задают параболические точки.

Отметим также, что при  $0 < \lambda < \mu$  и  $\mu < \lambda < 0$  все силовые линии, включая сепаратрисы, замкнутые. В обратных случаях силовые линии (в том числе и сепаратрисы) могут иметь ветви, уходящие на бесконечность с наклонами  $\eta/\xi = \pm\sqrt{\lambda}/(\lambda - 1)$ .

**8.3.3. Морфология магнитных силовых линий в окрестности центра.** При рассмотрении плазменных конфигураций особенно важна ситуация в центре. Разлагая выражение (8.8) в ряд при  $\xi \rightarrow 0, \eta \rightarrow 0$ , имеем

$$\Psi_1 \approx (\lambda - 2)\xi^2 + (\mu - \lambda + 2)\eta^2 - (\xi^4 + \eta^4) + 6\xi^2\eta^2 + \dots \quad (8.16)$$

Уравнением проходящей через центр сепаратрисы будет  $\Psi_1 = 0$ . При выполнении неравенства (8.15), т.е. при  $\{\lambda > 2, \lambda > \mu + 2\}$  или  $\{\lambda < 2, \lambda < \mu + 2\}$ , мы имеем в центре плоскости  $(\xi, \eta)$  гиперболическую точку с исходящими из нее ветвями сепаратрисы. Ветви сепаратрисы представляют собой вблизи центра две пересекающиеся

прямые линии

$$\eta \approx \pm \xi \sqrt{\frac{2 - \lambda}{\mu + 2 - \lambda}}. \quad (8.17)$$

Рассмотрим более подробно область  $\{\lambda \leq 2, \lambda \leq \mu + 2\}$ . Ее границами служат лучи  $\{\lambda = 2, \mu \geq 0\}$  и  $\{\lambda = \mu + 2, \mu \leq 0\}$ . На первой границе центральная нулевая точка — параболическая и сепаратриса в окрестности центра имеет вид горизонтально ориентированной параболы  $\eta^2 \approx \xi^4/\mu$ . При этом знак  $\mu$  положительный: плазменный ток имеет то же направление, что и ток в миксине. Плазма сосредоточена здесь в виде горизонтально вытянутого слоя, и мы имеем предельный  $\alpha$ -режим. Если удаляться от этой границы в сторону уменьшения  $\lambda$ , то угол наклона сепаратрис по отношению к оси  $\xi$  становится больше нуля и возрастает. Если теперь при фиксированном  $\lambda < 0$  уменьшать  $\mu$ , то угол будет еще расти и достигнет  $45^\circ$  при  $\mu = 0$  и станет больше  $45^\circ$  при отрицательных  $\mu$ . Так происходит переход к  $\beta$ -режиму. На второй границе  $\lambda = \mu + 2$  уже при  $\mu < 0$ , и мы получаем предельный  $\beta$ -режим. Ветви сепаратрисы превращаются вблизи центра в вертикально ориентированные параболы  $\xi^2 \approx \eta^4/(-\mu)$ : плазма сосредотачивается в виде вертикального слоя.

**8.3.4. Окантовка "пояса".** Формально решение (8.8) определено на всей плоскости  $(\xi, \eta)$ . Теперь рассмотрим "вырезание" из нее конечных конфигураций и построение сопряженных с ними магнитных оболочек. В общем виде это сопряжение требует выполнения двух условий: во-первых, непрерывности нормальной составляющей магнитного поля, т.е.

$$\Psi_{\text{pl}}(\xi, \eta) \Big|_{\Gamma=0} = \Psi_{\text{vac}}(\xi, \eta) \Big|_{\Gamma=0}, \quad (8.18)$$

и, во-вторых, условия равновесия

$$\left. \left( \frac{(\nabla \Psi_{\text{pl}})^2}{8\pi} + P \right) \right|_{\Gamma=0} = \left. \left( \frac{(\nabla \Psi_{\text{vac}})^2}{8\pi} \right) \right|_{\Gamma=0}. \quad (8.19)$$

Вырезание плазменного объема проводим по магнитным поверхностям  $\Psi = \Psi_0$  и  $\Psi = \Psi_M$  (рис. 16а). На границе раздела со стороны плазмы задаются функция  $\Psi$  и ее производная по нормали. В магнитной оболочке удовлетворяется уравнение Лапласа. Если ограничиться относительно узкой оболочкой, то поле в ней можно найти, решая обычную задачу Коши в виде ряда по степеням  $v$  — удаления по нормали от  $\Gamma$ :

$$\Psi \approx \Psi \Big|_{\Gamma} + v \frac{\partial \Psi}{\partial v} \Big|_{\Gamma} + \frac{v^2}{2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial v^2} + \dots \quad (8.20)$$

Первые два члена определяются граничными условиями, а третий и последующие могут быть найдены из уравнения Лапласа. Конкретная схема расчета членов разложения (8.20) изложена в [68].

Зная магнитную оболочку пояса, можно сопрячь ее с открытыми проводниками, формирующими вместе с миксинами магнитную конфигурацию системы.

И еще одно замечание. В водной части отмечалось, что  $\delta$ -образные переходные слои могут быть в ряде случаев слишком грубым приближением и их потребуется "размазать", окружив "кантом". Поскольку речь идет о равновесии, то область "канта" также описывается

уравнением ГШ

$$\Delta\Psi = -4\pi \frac{dp_k}{d\Psi}, \quad (8.21)$$

где  $p_k(\Psi)$  — магнитобарическая характеристика в области "канта". Подставляя сюда разложение

$$\Psi = \Psi_0(s) + v\Psi_1(s) + \frac{v^2}{2}\Psi_2(s) + \dots$$

и учитывая, что  $\Psi_0(s)$  — величина постоянная вдоль  $\Gamma_M$ , а  $\Psi_1(s) = H(s)$  — напряженность магнитного поля вдоль  $\Gamma_M$ , получаем

$$\Psi_2(s) = -4\pi \frac{dp_k(\Psi_0)}{d\Psi_0} \text{ и т. д.}$$

На рисунке 16б, в приведены примеры "вырезанных конфигураций" с  $\lambda = 2; 0; -0,5$  при  $\mu > 0$  ( $\alpha$ -режим).

**8.3.5. Интегральные характеристики конфигураций.** Рассмотрим сначала токи в Поясе и силу, действующую на миксину. Если внешней границей конфигурации является силовая линия  $\Psi = \Psi_0$ , на которой давление обращается в нуль, то в системе фигурируют три тока: ток в миксинге  $J_\mu$ , ток в плазменном объеме  $J_V$  и поверхностные токи  $J_s$  на границе плазмы с магнитной оболочкой миксина. Их значения приведены в табл. 3. В частности, значения  $J_s$  относятся к магнитной оболочке миксина, наименьшее расстояние которой от центра конфигурации  $\zeta_M = 0,7$ . В этой же таблице приведены безразмерные значения силы притяжения миксина друг к другу. Обращает на себя внимание, что при  $\lambda = -0,5$  она равна нулю. Это следствие того, что, как нетрудно убедиться,

$$F_x = \frac{J_\mu^2}{ac^2}(1 + 2\lambda). \quad (8.22)$$

Действительно, собственное магнитное поле токов, текущих в плазме, при выборе их потенциала в виде  $\mu\eta^2$  (см. (8.8)) обращается в нуль на плоскости  $\eta = 0$ , где расположены миксины. Следовательно, сила, действующая, например, на правую миксину, будет определяться только действием левой миксина и "далекого квадруполя". А это и дает формулу (8.22). Очевидно, при  $\lambda = -0,5$  имеет место двойное равновесие — и плазмы, и миксина.

Теперь обсудим вопрос об устойчивости конфигурации к конвекции. Наиболее опасными МГД-неустойчивостями плазменных конфигураций являются неустойчивости конвективного типа. Поэтому в первую очередь необходимо рассмотреть устойчивость Поясов и, в особенности, их периферий по отношению к конвекции. Хотя в центральной части Поясов  $\beta = 1$ , тем не менее в окрестности  $\Psi = \Psi_0$  величина  $\beta$  стремится к нулю, а в

окрестности  $\Psi = \Psi_M$  она также может быть достаточно малой. При  $\beta \ll 1$  возмущения  $E$ -поля являются потенциальными, и критерий устойчивости имеет вид (Лонгмайер–Розенблют–Кадомцев)

$$Q \equiv \frac{U(\mathbf{n}_0 \nabla) P}{P(\mathbf{n}_0 \nabla) U} < \gamma. \quad (8.23)$$

Здесь  $U$  — удельный объем магнитной трубки:

$$U(\mu, \lambda, \Psi) = \frac{\delta V}{\delta \Psi} = \int \frac{dl}{H},$$

$\mathbf{n}_0$  — единичный вектор внешней нормали к поверхности  $\Psi = \text{const}$ ,  $\gamma$  — показатель адиабаты. На рисунке 16б, в представлены графики безразмерной функции  $U_1(\Psi_1) = UJ_\mu/a^2c$  при  $\mu = 4$  и двух значениях  $\lambda$ , равных 2 и  $-0,5$ , а также при тех же  $\lambda$  и  $\mu$  изображена зависимость  $Q(\Psi_1)$ . Видно, что при  $\lambda = 2$  плазменный объем устойчив вплоть до внешней границы  $P = 0$ , причем  $Q$ , монотонно убывая к периферии, остается отрицательной при  $\Psi_1 < 0$ . Как показывает ряд численных примеров, аналогичная ситуация имеет место при разных  $\mu > 0$ , если  $\lambda \geq 0$ . При меньших же  $\lambda$  периферия может становиться неустойчивой. Так, при  $\lambda = -0,5$  устойчива только внутренняя зона с  $\Psi_1 \leq 0,1$ , что соответствует необходимости обрезания конфигурации при ненулевом давлении  $P \approx 0,6P_0$ . Этот факт находится в соответствии с тем, что говорилось в разделе 3.1, — обеспечение удержания миксина ухудшает удержание плазмы.

**8.3.6. Численное моделирование формирования конфигурации Галатеи-Пояса.** В группах К.В. Брушлинского [69] и Г.И. Дудниковой [70] были разработаны программы и проведены предварительные расчеты (в плоском случае) формирования конфигураций Галатеи-Поясов. Решалась система МГД-уравнений в прямоугольной области и было показано, что решение выходит на квазистационарную стадию, соответствующую статическим решениям с однозначной магнитобарической характеристикой  $P(\Psi)$ . В работе [70] показано, что, изменяя ток в миксинах, в  $\alpha$ -режиме можно создать вокруг них магнитную оболочку, практически лишенную плазмы. В настоящее время (1998 г.) ведутся работы по расчету динамики конфигурации Пояса в осесимметричных случаях с омическим нагревом.

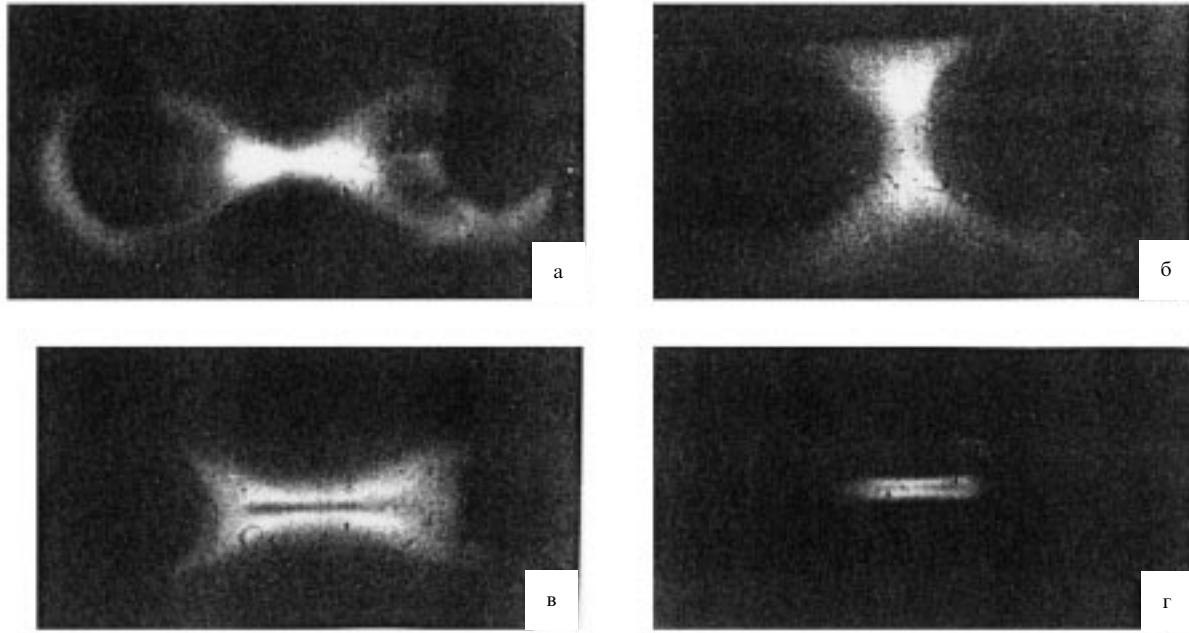
#### 8.4. Экспериментальное моделирование формирования конфигурации Галатеи-Пояса

В ИОФРАН под руководством А.Г. Франк создана экспериментальная установка УП-1 (рис. 15б) для изучения формирования Галатеи-Пояса в прямом разряде [71]. По своей схеме она близка к установке для изучения токовых слоев. В УП-1 разряд также осуществляется в кварцевой трубе длиною 1 м и диаметром 18 см. Миксины имеют диаметр 2 см и покрыты изоляцией. Эксперименты на УП-1 проводились при максимальных токах в миксинах  $J_\mu = 35$  кА с полупериодом 180 мкс. Характерные значения разрядного тока в плазме  $J_p = 17-18$  кА с полупериодом порядка 5–6 мкс. Разряды проводились без предварительной ионизации при начальном давлении  $\sim 3 \times 10^{-2}$  торр, если рабочим газом был Ar, и 0,2 торр в случае He.

На рисунке 17 приведены снятые через сетчатый электрод с помощью интерференционных светофильтров и ЭОП свечения плазмы в разные моменты времени.

Таблица 3

$\lambda$	$\mu$	$J_V/J_\mu$	$J_s/J_\mu$	$F_x ac^2/J_\mu^2$
2	2	-0,331	0,033	-5,0
2	4	-0,515	0,059	-5,0
1	2	-0,405	0,059	-3,0
1	4	-0,669	0,106	-3,0
0	2	-0,544	0,097	-1,0
0	4	-0,919	0,174	-1,0
-0,5	2	-0,818	0,133	0,0
-0,5	4	-1,377	0,235	0,0



**Рис. 17.** ЭОП-граммы свечения плазмы в установке УП-1 (рабочий газ — аргон), снятые через сетчатые электроды (а—в — линия ArII, г — линия СIII): (а)  $t = 0,3$  мкс,  $\alpha$ -режим; (б)  $\beta$ -режим; (в)  $t = 2,1$  мкс,  $\alpha$ -режим; (г)  $t = 1,9$  мкс,  $\alpha$ -режим.

Использование интерференционных светофильтров позволило снимать разряд в различных спектральных линиях и тем самым судить об общих свойствах плазменной конфигурации. Кадры а, в, г относятся к  $\alpha$ -режиму, а кадр б — к  $\beta$ -режиму. На начальной стадии разряда (кадр а) четко видны токовый слой и "мантии" вокруг миксин. В последующем (кадры в, г) мантии исчезают в результате контакта плазмы с миксинами и со стенками камеры, поскольку в данных экспериментах не были приняты меры для формирования магнитных оболочек миксин, а диаметр разрядной камеры был слишком мал. На приведенных снимках (в, г) в центре отчетливо видны черные полосы. Их появление связано с выгоранием соответствующих атомов (ионов) с ростом электронной температуры. Самое удивительное в этих "черных дырах" то, что, имея толщину  $\leq 1$  мм, они четко видны несмотря на то, что длина плазменного столба составляет  $\sim 1$  м. Этот факт, безусловно, указывает на большую устойчивость данной конфигурации.

Проведенные спектральные измерения плотности  $n_e$  и  $T_e$ , усредненные по размерам токового слоя, дали на Ar при указанных выше значениях токов  $n_e \sim 10^{15}$  см $^{-3}$ ,  $T_e \sim 30$  эВ [72].

## 9. Электроразрядные ловушки

До сих пор, за исключением раздела 8, речь шла об удержании плазмы. Теперь мы коснемся вопроса о ее создании в галатеях с помощью электродного разряда. Это тот способ, с которого начинали свою жизнь практически все термоядерные ловушки. Однако здесь будет идти речь о специфических системах, которые можно назвать "электроразрядными ловушками" (ЭРЛ) [73]. В ЭРЛ электрическое поле и протекающий ток выполняют много функций: осуществляют ионизацию подаваемого рабочего вещества, греют ионы (непосредственно и косвенно через электроны), обеспечивают

удержание частиц не только магнитным, но и электрическим полем, могут вызывать ускорение плазмы или ее фракций и, наконец, в ряде случаев осуществляют автокуперацию, т.е. отбор энергии у существенной части частиц, покидающих ловушку.

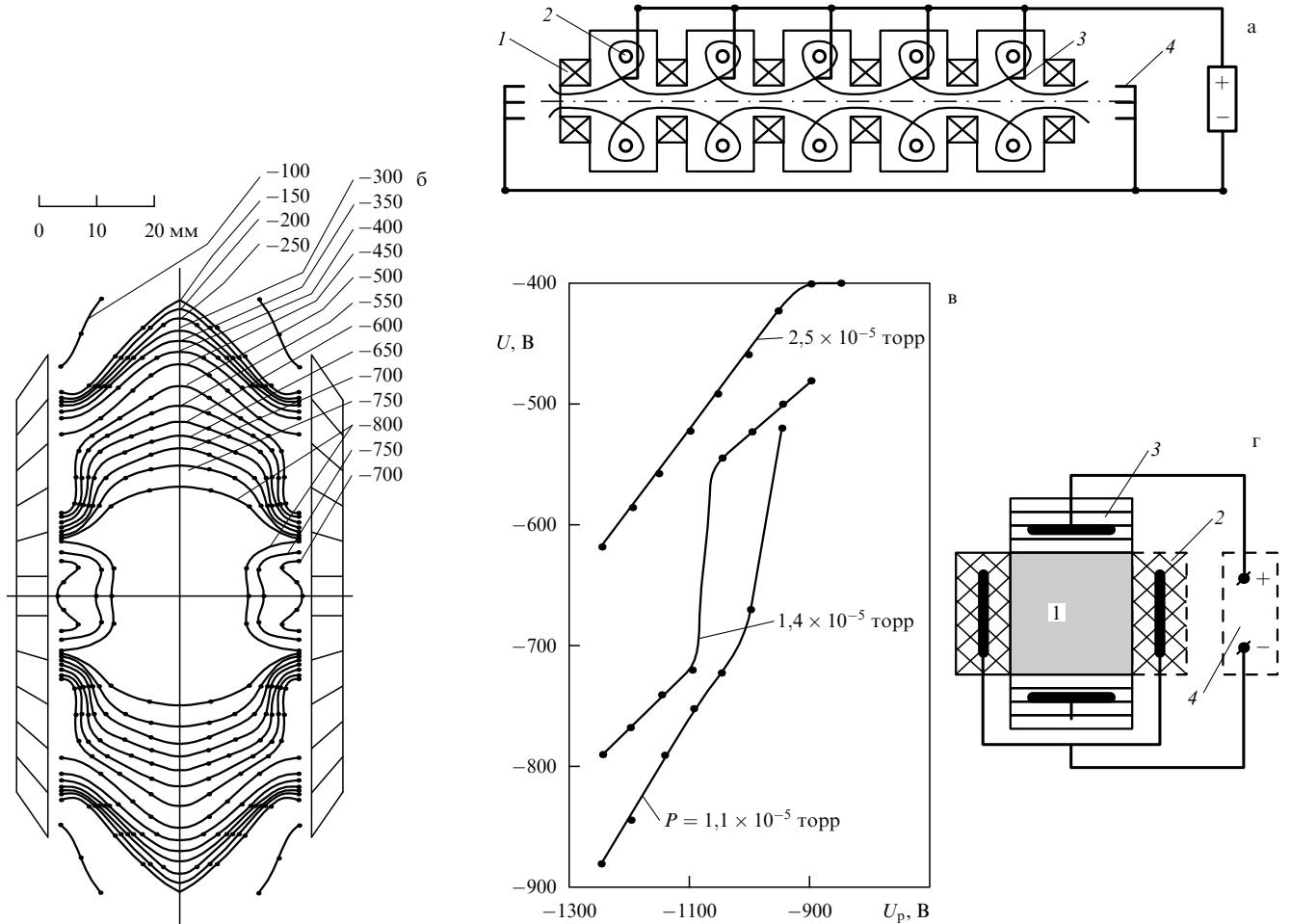
Здесь мы кратко опишем эксперименты на трех ЭРЛ разного типа — на "электростатической" плазменной ловушке (ЭСПЛ), на тороидальной электроразрядной мультипольной ловушке (ЭРЛ-М) и на трехкатушечных галатеях типа Галатея-А (ЭРЛ-А).

Разряды в ЭРЛ характеризуются высокой электронной температурой и поэтому, как правило, независимо от сорта газа имеют голубой цвет. Весьма наглядно это продемонстрировано на ЭРЛ-М, где рабочим веществом служили Xe, Ar, N<sub>2</sub>, He. На глаз определить сорт газа было нельзя. Поэтому было предложено называть эти разряды "целестинами" ("голубыми").

Теория ЭРЛ сейчас разработана мало. Однако мы считаем полезным сделать краткий обзор экспериментов по двум причинам. Во-первых, здесь были получены удивительно высокие параметры плазмы при весьма скромных средствах, а во-вторых, они мало известны физикам, и будем надеяться, что знакомство с ними стимулирует экспериментальные и теоретические исследования в этом направлении.

### 9.1. Электростатическая плазменная ловушка (ЭСПЛ)

Эта ловушка была предложена В.В. Жуковым и А.И. Морозовым в 1969 г. Толчком к ее изобретению послужил проводившийся эксперимент с плазменной линзой [74, 75] при невысоком вакууме ( $\sim 10^{-4}$  торр) с пучком ионов водорода  $\sim 1$  А. В этих условиях в объеме линзы шла ионизация остаточного газа (зажигался несамостоятельный разряд) в скрещенных полоидальных ( $E, H$ )-полях и, естественно, образующиеся ионы ускорялись к оси линзы. Но удивительно было то, что при наблюдении вдоль оси линзы внутри достаточно



**Рис. 18.** Магнитоэлектрическая ловушка ЭСПЛ: (а) принципиальная схема: 1 — пробочные катушки, 2 — "антивиток", 3 — анод, 4 — секционированный катод; (б) распределение плавающего потенциала в центральной ячейке ЭСПЛ при  $U_p = -1250$  В,  $H_{\text{пр}} \approx 4$  кЭ; (в) зависимость глубины ямы от  $U_p$  и давления в вакуумной камере; (г) функциональная схема ЭСПЛ как авторекуператора в режиме "распада" плазмы: 1 — плазменный объем, 2 — ионный барьер, 3 — электронный барьер, 4 — приемник энергии.

яркого пятна отчетливо была видна черная точка (трубка) диаметром  $\sim 1$  мм и длиною  $\sim 10$  см. Ее появление было обвязано отклонению магнитным полем движущихся по радиусу образовавшихся малознергетичных ионов. Сам факт образования черного пятна говорит об устойчивости плазменной конфигурации. Естественно, захотелось сделать магнитоэлектрическую ловушку пробочного типа. Была сделана ловушка диффузионного типа — цепочка из пяти ячеек (рис. 18а) [31, 76, 77]. Принципиальная схема ловушки была следующей: каждая ячейка представляла собой пробкотрон с магнитным полем  $\sim 200$  Э на оси в середине ячейки и с полем  $\sim 1000$  Э в пробках. В средней плоскости ячейки помещался антивиток, который на некой окружности создавал нулевое магнитное поле. Эта нулевая окружность предназначалась для подавления азимутально несимметричных возмущений<sup>17</sup>. Однако роль нулевой окружности не сводилась только к стабилизации. Эта сепаратрисная поверхность пересекала электрод, на который подавался положительный потенциал. В результате она играла роль анода разрядной цепи. А роль катода выполняла осевая магнитная линия, которая

упиралась либо в стенки камеры, либо в специальный осевой электрод.

Таким образом в объеме ловушки создавалось радиальное электрическое поле. Чтобы сделать распределение потенциала между коаксиальными магнитными поверхностями более равномерным, на торцах ловушки ставились системы коаксиальных электродов, соединенных с делителем напряжения.

На рисунке 18б изображены эквипотенциали внутри ячейки, построенные на основе зондовых измерений при  $U_p = 500$  В, а на рис. 18в приведена зависимость глубины потенциальной ямы  $\Phi_{\text{max}}$  в центральной ячейке от  $U_p$ . Видно, что величина  $\Phi_{\text{max}}$  в данном случае превосходит половину  $U_p$ .

Схема функционирования ЭСПЛ следующая. Водород (или дейтерий) подается в центральную ячейку, где он ионизуется в облаке электронов, дрейфующих по азимуту. Образующиеся ионы ускоряются к оси ловушки и далее движутся в радиальном направлении. При этом основная масса ионов не может пересечь сепаратрисную поверхность, имеющую анодный потенциал  $\Phi_a = U_p$ , так как ионы рождаются при потенциале  $\Phi_* < U_p$ . Они могут преодолеть потенциальный барьер  $\Phi_a - \Phi_*$  только благодаря классическим или аномальным столкновениям. Если система хорошо стабилизирована,

<sup>17</sup> Позднее в конце 80-х годов с такой же целью ставились антивитки в ловушке "Таро" [78].

вана и классические столкновения являются определяющими, то, как нетрудно видеть, ионы, пересекая анодную поверхность и попадая на стенки камеры, имеющие потенциал анода, отдают им сравнительно небольшую энергию, поскольку основная энергия  $e\Phi_a$  уходит в электрическую цепь, создающую электрическое поле в ловушке. Следовательно, сама ловушка является рекуператором. Повышению эффективности рекуперации способствует и та особенность кулоновских столкновений, что они преимущественно происходят на больших расстояниях и сопровождаются передачей малых порций энергии. Таким образом, фоккер-планковский характер изменения энергии основной части ионов приводит к тому, что они с малым разбросом энергии подходят к анодной сепараторице и с малой скоростью переваливают через нее.

Но, разумеется, ионы не двигаются строго по радиусам ловушки. Более того, размеры ячейки выбраны так, чтобы происходила достаточно сильная стохастизация движения ионов в  $(r, z)$ -плоскости. В этом случае цепочка ячеек ведет себя как диффузионная ловушка и время жизни частиц

$$\tau_p^{(N)} \propto N^2 \tau_p^1,$$

где  $N$  — число ячеек, а  $\tau_p^1$  — среднее время жизни частицы в одной ячейке.

Но в ЭСПЛ происходит рекуперация энергии не только ионов. В принципе, в этой ловушке в существенной степени может рекуперироваться и энергия электронов. Это происходит благодаря тому, что плотность плазмы в ловушке имеет максимум в центральной ячейке и спадает к малой величине вблизи торцов ЭСПЛ. Благодаря этому вдоль оси происходит "тепловой" переход потенциала

$$\delta\Phi \approx \frac{kT_e}{e} \ln \frac{n_{\max}}{n_{\min}}.$$

В результате те электроны, которые двигаются к торцам ловушки, отдают существенную часть своей тепловой энергии в электрическую цепь системы.

Можно сказать, что ЭСПЛ по отношению к находящимся в ней заряженным частицам ведет себя как своеобразный термоэлемент, у которого катод и анод окружены соответственно ионным и электронным барьераами (рис. 18г).

Барьер для электронов создает магнитное поле между осью и сепараторисой, а для ионов — гофрировка эквипотенциалей вдоль ловушки. Поэтому при экспериментальных исследованиях прежде всего внимание обращалось на образующуюся потенциальную яму<sup>18</sup>.

## 9.2. Электроразрядная квадрупольная ловушка-галатея ЭРЛ-М ("Авоська")

Следующей галатеей, которая изучалась в электроразрядном режиме, была тороидальная квадрупольная ловушка ЭРЛ-М (рис. 19а). Она была предложена А.И. Морозовым и создана А.И. Бугровой, А.С. Липатовым, В.К. Харчевниковым [5, 79–81]. Ловушка состояла из двух параллельно расположенных колец с

одинаковым направлением токов. Большой диаметр колец составлял 30 см, малый — 2 см. Катушки обматывались фольгой, которая электрически соединялась со стенками камеры. Чтобы избежать притяжения катушек друг к другу, применялись жесткие распорки. Расстояние между катушками было 10 см. Эксперименты проводились, в основном, при двух значениях ампер-витков в миксинах:  $J_\mu = 1500$  А и  $J_\mu = 12000$  А. График зависимости  $z$ -компоненты поля от радиуса в средней (между катушками) плоскости представлен на рис. 19а. Здесь важно обратить внимание на эффект тороидальности, приводящий к сдвигу нуля магнитного поля по радиусу. А именно, если бы мы имели не два кольца, а два параллельных проводника, то нуль поля находился бы между ними. Но вследствие тороидальности он находится не при  $R_c = 15$  см, а при  $R_0 = 17,5$  см. Второе важное проявление тороидальности — несимметрия напряженности поля по отношению к  $r = R_c$ . Если максимум поля при  $r < R_c$  находится при  $r_1 = 11$  см и составляет  $(H_z)_{\max} \approx 80$  Э, то при  $r > R_c$  он находится на радиусе  $R_\delta \approx 21$  см и поле здесь ("барьерное поле") достигает  $\sim 20$  Э. Как видно из рисунка, за барьером поле спадает медленно.

Для создания плазмы в этой ловушке использовался прямой разряд между эмиттирующей накаленной вольфрамовой спиралью и камерой. В принципе, для горения разряда достаточно поддерживать давление в камере  $\sim 10^{-4}$  торр. Однако разряд горит более устойчиво в "проточном" режиме, когда вблизи него помещается трубка (диаметр  $\sim 3$  мм), через которую подается газ, затем откачиваемый насосами. При напряжении  $\leq 100$  В между накаленным катодом и камерой вспыхивает разряд голубого цвета независимо от сорта газа.

Несмотря на исключительную простоту, исследования характеристик и процессов в ЭРЛ-М представляют определенные трудности. Они связаны прежде всего с новизной возникающей ситуации и большим числом независимых параметров, таких как расстояние между миксинами, диаметр сечения миксин, токи в миксинах, положение катода и газоподвода, накал катода и напряжение на разряде. Первые цикл работ был опубликован в начале 90-х годов в указанных выше статьях. Были получены важные результаты, которые мы и опишем.

Прежде всего было обнаружено, что существует две формы разряда. В одной из них, которую будем называть "пробочкой", основное свечение сосредоточено в пределах плазменного кольца (плазмиды) с малым диаметром  $\sim 2-2,5$  см. При этом свечение плазмы в окрестности сепараторисы, охватывающей миксины, было весьма слабым. Эта часть конфигурации была названа "мантией". Пробочный режим наблюдался, когда катод находился от оси системы на расстоянии  $\sim 13,5$  см. Здесь при  $J_\mu = 1500$  А напряженность магнитного поля составляла  $\sim 50$  Э, а при  $J_\mu = 12000$  А была  $\sim 400$  Э.

Если катод двигать по радиусу, то вместе с ним перемещается и плазмида. Картина разряда существенно изменяется, когда катод оказывается в непосредственной окрестности ( $r_0 \approx 17$  см) нуля вакуумного магнитного поля. В этом случае плазма заполняет ближнюю окрестность сепараторисы на всем ее протяжении. Такая форма разряда названа "барьерной". Вольт-амперные характеристики разряда при постоянном накале катода в обоих режимах похожи, но при барьерном разряде напряжение ниже. Характерные значения

<sup>18</sup> К сожалению, по ряду причин экспериментальные исследования ЭСПЛ продолжались недолго и за это время были получены только фрагментарные результаты.

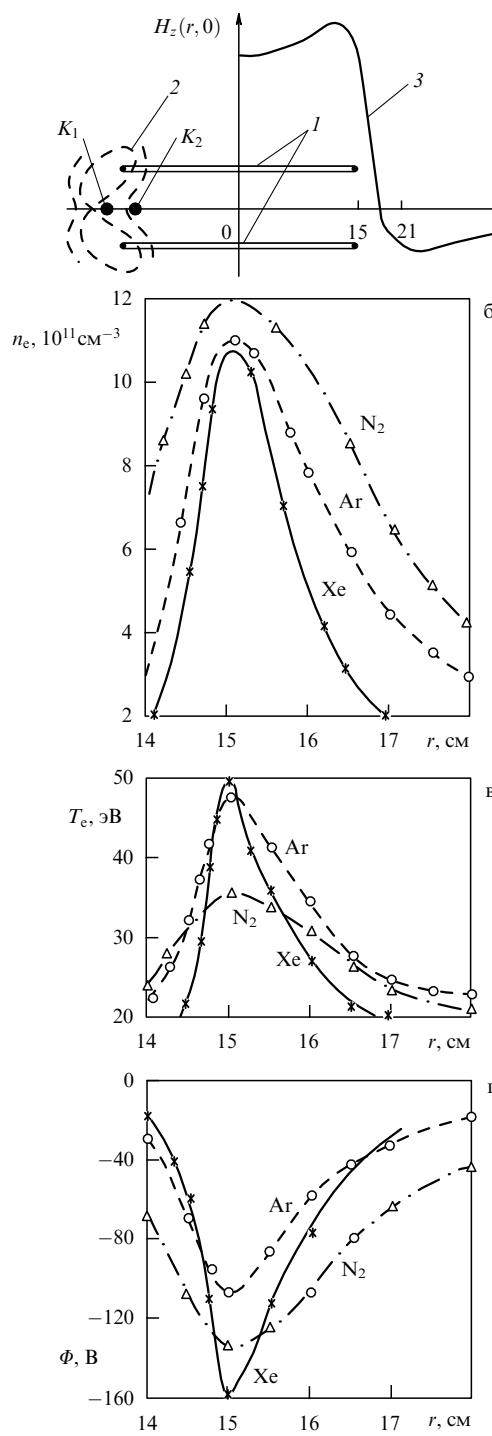


Рис. 19. Квадрупольная электроразрядная ловушка-галатея ЭРЛ-М: (а) схема и магнитное поле галатеи: 1 — миксины, 2 — сепараторы, 3 — зависимость  $H_z$  от радиуса в средней плоскости ( $z = 0$ ),  $K_1$  — положение катода в барьерном режиме,  $K_2$  — положение катода в пробочном режиме; (б—г) зависимости локальных параметров разрядов на разных газах от  $r$  при  $z = 0$  и  $H_b^* = 140$  Э. (Пробочные режимы  $U_p = 200$  В,  $\dot{m} = 2$  мг  $\text{с}^{-1}$ ,  $J_p(\text{Xe}) = 300$  мА,  $J_p(\text{Ar}) = 270$  мА,  $J_p(\text{N}_2) = 200$  мА.)

разрядного тока  $\sim 200\text{--}400$  мА, напряжение  $\sim 200\text{--}400$  В. Наконец, пробочный разряд является прозрачно-голубым, тогда как барьерный менее прозрачен, а его свечение голубовато-белесое.

Зондовые измерения, как и следовало ожидать, показали более высокие параметры плазмы в пробочном

режиме и поэтому именно этому режиму было уделено в то время основное внимание. На рисунке 19б—г представлены распределения по радиусу в средней плоскости плотности, температуры электронов и электрического потенциала в этом режиме при токе в миксинах 12000 ампер-витков. Как видно, на разных газах получаются близкие параметры:  $n_{\text{e max}} \sim 10^{12}$  см<sup>-3</sup>,  $T_{\text{e max}} \sim 50$  эВ, глубина потенциальной ямы  $\Phi_{\text{max}} \approx -150$  В при разрядном напряжении  $U_p \sim 200$  В. Эти данные уникальны. Действительно, получить в прямом, слаботочном, стационарном разряде такую высокую электронную температуру, похоже, удалось впервые. Высокая электронная температура и объясняет факт одинакового голубого свечения для разных газов. Поэтому голубые разряды, реализуемые в системах типа ЭРЛ-М, было предложено называть "целестинами"<sup>19</sup>. Из приведенных экспериментальных данных можно сделать ряд важных выводов и, прежде всего, об ионной компоненте. Ионные ларморовские радиусы в имеющихся магнитных полях велики ( $\geq 100$  см), и поэтому ионы в ловушке удерживаются электростатическим полем ("сидят в потенциальной яме"). По профилю этой ямы и распределению плотности электронов можно оценить среднюю энергию тонов:

$$\bar{\mathcal{E}}_i \approx \frac{1}{3} e |\Phi_{\text{max}}|,$$

где  $\Phi_{\text{max}}$  — глубина ямы. В случае рис. 19е это дает  $\mathcal{E}_i \sim 50$  эВ. Уходу ионов вдоль силовых линий препятствует сближение эквипотенциалей вблизи миксина, т.е. образование не магнитных, а электрических "пробок" и сохранение в определенной степени поперечного адиабатического инварианта

$$J_{\perp,i} = V_{\perp,i} h = \text{const.}$$

Здесь  $V_{\perp,i}$  — компонента скорости иона в направлении, перпендикулярном эквипотенциалам, а  $h$  — расстояние между поверхностями с одинаковым потенциалом.

В силу приведенных соображений, хотя они, безусловно, нуждаются в уточнениях, рассматриваемая форма разряда и была названа "пробочной".

Но целестины замечательны не только своим цветом. Удивляет и их слаботочность при большом разрядном напряжении и при относительно больших размерах системы и весьма малых магнитных полях. Если, используя приведенные на рис. 19 данные, оценить величину классической проводимости по формуле

$$\sigma_{\perp} = \frac{e^2 n_{\text{e}}^2 c^2}{\sigma_0 H^2},$$

то получим значение, которое разумно согласуется с оценкой проводимости по разрядным параметрам  $J_p$  и  $U_p$ . Эти же данные позволяют оценить величину  $\beta$  в пробочном режиме (по вакуумному полю в районе катода). В результате имеем  $\beta \sim 0,1$ . Оценки энергетических времен в пробочном режиме по формуле

$$\tau_E = \frac{3}{2} \frac{\int n(T_i + T_e) d^3 r}{J_p U_p}$$

при  $J_{\mu} = 1500$  А дают  $\tau_E \sim 10$  мкс, при  $J_{\mu} = 12000$  А —  $\tau_E \sim 70$  мкс.

<sup>19</sup> Celestis — небесно-голубой.

Исследование барьера режима началось только в последнее время (конец 1997 г.). Он назван барьерным потому, что в этом режиме плазмой "заливается" зона нуля магнитного поля и минимальным удерживающим полем является барьерное поле. Напряженность этого поля  $H_b \approx 20$  Э при  $J_\mu = 1500$  А и  $H_b \sim 140$  Э при  $J_\mu = 12000$  А. Сейчас получены предварительные данные для слабого поля:  $n_{e\max} \sim 5 \times 10^{10}$  см<sup>-3</sup>,  $T_{e\max} \sim 28$  эВ,  $\Phi_{\max} \approx -25$  В. Этим значениям соответствует классическая проводимость,  $\beta_b \sim 0,1$ ,  $\tau_E \sim 40$  мкс. Существенное увеличение  $\tau_E$  связано с резким увеличением объема, занятого плазмой.

Несмотря на неполноту имеющихся данных, результаты исследования барьера режима весьма оптимальны. В связи с этим в настоящее время создается ловушка-галатея "Октуполь" со средним диаметром плазменного объема 60 см. Барьерное поле может достигать в этой ловушке величины 1000 Э.

### 9.3. Электроразрядная модификация Галатеи-А

В МИРЭА также были поставлены эксперименты с электроразрядными модификациями Галатеи-А [82], получившими название "Гала". Эта система трех катушек позволяет путем изменения величины и направления тока в центральной миксине  $J_\mu$  по отношению к току  $J_{pr}$  в пробочных катушках получать целый ряд магнитных и соответственно плазменных конфигураций, как это уже отмечалось в разделе 2.3. Две наиболее интересные конфигурации изображены на рис. 20а, б. Как и в случае ЭРЛ-М, здесь имеется накаленный катод и подача в его окрестности ксенона. Работа проводилась при постоянном числе витков в пробочных катушках, что обеспечивало в пробках одно и то же поле  $H_{pr} \sim 100$  Э. Вольт-амперные характеристики разряда при разных конфигурациях поля представлены на рис. 20в. Видно, что они близки к наблюдавшимся на ЭРЛ-М при аналогичных параметрах магнитного поля.

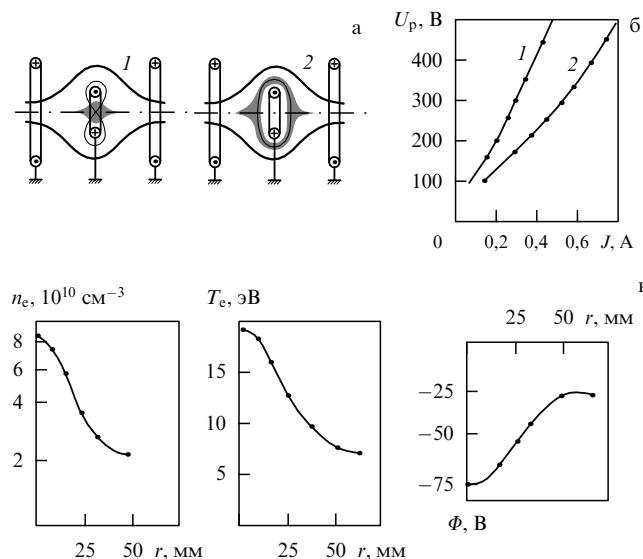


Рис. 20. Трехкатушечные электроразрядные ловушки типа Галатея-А: (а) модель Гала и две магнитные конфигурации 1 и 2, (б) вольт-амперные характеристики для этих конфигураций при  $H_{pr} = 150$  Э, (в) распределение плотности электронов, температуры электронов и электрического потенциала по радиусу при  $z = 0$  для конфигурации 1.

## 10. Заключение

Подытоженные в обзоре далеко не полные сведения о галатеях позволяют тем не менее сделать следующие выводы.

1. Технические трудности, связанные с магнитной подвеской миксин и работой их в реакторных условиях, вполне преодолимы современными технологиями.

2. Ориентация исследований на создание ловушек с интегральным  $\beta_0 \approx 1$  оправдана как в научном, так и практическом плане.

3. Галатеи весьма разнообразны, и это является добавочным основанием их перспективности.

4. Сейчас очерчен круг вопросов как для теоретических, так и для экспериментальных исследований. Особенно большое значение имеют исследования переходного слоя плазма – поле.

5. Электроразрядные ловушки представляют собой важный инструмент для получения и удержания плазмы с энергией частиц  $\sim 10$ –100 эВ.

6. В отличие от ловушек с малым  $\beta$ , галатеи "магнитные баллоны" представляют уникальный инструмент для многих плазменных технологий, а также для гипертемпературных реакторов ( $D^3He$ , DD и т.д.).

Представленные здесь работы выполнялись аналитически, численно и, в определенной степени, экспериментально. Некоторые из этих работ проводились при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ) и Министерства атомной промышленности России.

Работа над обзором была бы невозможна без активного участия в изучении галатей наших коллег-исследователей, труды которых отражены как в тексте обзора, так и в цитируемой литературе. Всем им авторы глубоко признательны. Но наряду с этим нам хотелось бы выразить благодарность коллегам, принявшим живое участие в обсуждении данного цикла работ. Это В.Д. Шафранов, В.И. Ильгесонис, А.А. Рухадзе, а также Б.Б. Кадомцев, по инициативе которого и был написан этот обзор. Но особенно авторы признательны А.И. Бугровой за организацию и проведение первых исследований электроразрядных галатей.

## Список литературы

- Брагинский С И, Кадомцев Б Б, в сб. *Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций* Т. 3 (Под ред. М А Леонтьевича) (М.: Изд-во АН СССР, 1958) с. 300
- Беркович И, Град Х, Рубин Х, в кн. *Труды Второй международной конференции по мирному использованию атомной энергии, Женева, 1958* Т. 1: *Физика горячей плазмы и термоядерные реакции* (М.: Атомиздат, 1959) с. 109
- Беркович И и др., в кн. *Труды Второй международной конференции по мирному использованию атомной энергии, Женева, 1958* Т. 1: *Физика горячей плазмы и термоядерные реакции* (М.: Атомиздат, 1959) с. 146
- Фирсов О Б, в сб. *Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций* Т. 3 (Под ред. М А Леонтьевича) (М.: Изд-во АН СССР, 1958) с. 327
- Бугрова А И и др. *Письма в ЖТФ* **18** 4 (1992); *Физика плазмы* **19** 972 (1993)
- Морозов А И *Письма в ЖТФ* **16** (15) 86 (1990)
- Морозов А И *Физика плазмы* **18** 305 (1992)
- Сахаров А Д, в сб. *Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций* Т. 1 (Под ред. М А Леонтьевича) (М.: Изд-во АН СССР, 1958) с. 20

9. Орлинский Д В, в сб. *Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций* Т. 4 (Под ред. М А Леонтьевича) (М.: Изд-во АН СССР, 1958) с. 49
10. Yoshikawa S *Nucl. Fusion* **13** 433 (1973)
11. Kerst D W, Ohkawa T *Nuovo Cimento* **22** 784 (1961)
12. Kerst D W et al. *Phys. Rev. Lett.* **15** 396 (1965)
13. Ohkawa T et al., in *Proc. Conf. Culham, Vienna, 1965* Vol. 2 (Vienna: IAEA, 1966) p. 531
14. Демиденко И И, Ломино Н С, Падалка В Г *ЖТФ* **40** 1217 (1970)
15. Скорняков Г В *ЖТФ* **32** 777 (1962)
16. Peregood B P, Lehnert B *Nucl. Instrum. Methods* **180** 357 (1981)
17. Prager S C *Nucl. Instrum. Methods* **207** 187 (1983)
18. Hasegawa A *Comments Plasma Phys. and Controlled Fusion* **11** 147 (1987)
19. Moor R D AIAA Pap., No. 69-270 (1969) p. 1
20. Морозов А И *Письма в ЖТФ* **16** (15) 89 (1990)
21. Зыков В Г, Препринт ХФТИ, № 79-12 (Харьков, 1979) с. 44
22. Морозов А И, Пустовитов В Д *Физика плазмы* **17** 1276 (1991)
23. Брушлинский К В, Морозов А И, Петровская Н Б *Математическое моделирование* (в печати)
24. Морозов А И, Франк А Г *Физика плазмы* **20** 982 (1994)
25. Морозов А И *Ядерный синтез, Спец. приложение* Т. 3 (Вена, 1969) с. 3
26. Пост Р Ф *Физика плазмы* **23** 816 (1997)
27. Будкер Г И, in *Proc. 4 Europ. Conf. on Controlled Fusion and Plasma Physics, Moscow, 1973* Vol. 2 (Dubna, 1974) p. 136
28. Морозов А И, Соловьев Л С, в сб. *Вопросы теории плазмы* Т. 8 (Под ред. М А Леонтьевича) (М.: Атомиздат, 1974) с. 3
29. Брушлинский К В, Морозов А И, в сб. *Вопросы теории плазмы* Т. 8 (Под ред. М А Леонтьевича) (М.: Атомиздат, 1974) с. 88
30. Морозов А И *Физика плазмы* **16** 131 (1990)
31. Жуков В В, Морозов А И, Щепкин Г Я *Письма в ЖЭТФ* **9** 24 (1969)
32. Морозов А И, Соловьев Л С, в сб. *Вопросы теории плазмы* Т. 2 (Под ред. М А Леонтьевича) (М.: Госатомиздат, 1963) с. 3
33. Марков Б А, Морозов А И *Письма в ЖТФ* **20** 1 (1994)
34. Марков Б А, Морозов А И, Свешников А Г *Математическое моделирование* **8** (11) 59 (1996)
35. Тамм И Е *Основы теории электричества* (М.: Наука, 1976) с. 616
36. Морозов А И, Хрипунов В И *Физика плазмы* **18** 838 (1992)
37. Морозов А И, Невровский В А, Пистунович В И *Письма в ЖТФ* (в печати)
38. Briesmeister J (Ed.) MSNP-A General Monte Carlo Code for Neutron and Photon Transport, Version 3A, LA-7396-M, Rev. 2, September (1986)
39. Брагинский С И, в сб. *Вопросы теории плазмы* Т. 1 (Под ред. М А Леонтьевича) (М.: Госатомиздат, 1963) с. 183
40. Морозов А И, Пастухов В П *Физика плазмы* **18** 790 (1992)
41. Pastukhov V P, Sokolov A Yu *Nucl. Fusion* **32** 1725 (1992)
42. Sokolov A Yu *Plasma Phys. Rep.* **19** 1954 (1993)
43. Kesner Дж, Моуэл М *Физика плазмы* **23** 801 (1997)
44. Hasegawa A, Chen L, Mauel M E *Nucl. Fusion* **30** 2405 (1991)
45. Teller E et al. *Fusion Technology* **22** 82 (1992)
46. Mauel M E, Kesner J *The Dipol Plasma Confinement Concept, IAEA Technical Committee Meeting on Innovative Approaches to Fusion Energy, Pleasanton, California, USA, October 20–22, 1997*
47. Морозов А И *Физика плазмы* **17** 124 (1991)
48. Брушлинский К В, Ратникова Т А, Тузова Н Б *Математическое моделирование* **2** (11) 45 (1990); Брушлинский К В, Рябенький В С, Тузова Н Б *ЖВММФ* **32** 1929 (1992)
49. Зуева Н М, Михайлова М С, Морозов А И *Физика плазмы* **18** 664 (1992)
50. Морозов А И *Физика плазмы* **17** 395 (1991)
51. Морозов А И, Соловьев Л С *ЖЭТФ* **40** 1316 (1961)
52. Демиденко И И, Ломино Н С, Падалка В Г *ЖТФ* **40** 2326 (1970)
53. Морозов А И, в кн. *Плазменные ускорители* (Под ред. Л А Арцимовича) (М.: Машиностроение, 1973) с. 282
54. Шафранов В Д *ЖЭТФ* **33** 710 (1957)
55. Морозов А И, Савельев В В *Физика плазмы* **19** 977 (1993)
56. Савельев В В *Физика плазмы* **21** 216 (1995)
57. Биркгоф Г, Сарантонелло Э *Струи, следы и каверны* (М.: Мир, 1964)
58. Гуревич М И *Теория струй идеальной жидкости* (М.: Наука, 1979)
59. Майков А Р, Морозов А И, Свешников А Г *Физика плазмы* **22** 93 (1996)
60. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теоретическая физика* Т. 8 *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1982)
61. Самарский А А, Гулин А В *Численные методы* (М.: Наука, 1989)
62. Ferraro V C *J. Geophys. Res.* **52** 15 (1952)
63. Морозов А И, в кн. *Труды совещания по малорадиоактивному термоядерному синтезу на основе D –<sup>3</sup>He* (М.: ИАЭ им. И.В. Курчатова, 1991) с. 133
64. Морозов А И, Савельев В В *Физика плазмы* **21** 209 (1995)
65. Сыроватский С И *ЖЭТФ* **60** 1727 (1971)
66. Сыроватский С И, Франк А Г, Ходжаев А З *Письма в ЖЭТФ* **15** 138 (1972)
67. Франк А Г *Труды ФИАН* **160** 93 (1985)
68. Морозов А И, Мурзина М В *Физика плазмы* **22** 551 (1996)
69. Брушлинский К В, Горшенин К П, Морозов А И *Письма в ЖТФ* **21** (22) 67 (1995); Брушлинский К В, Горшенин К П *Математическое моделирование* **9** (5) 28 (1997)
70. Дудникова Г И, Морозов А И, Федорук М П *Физика плазмы* **23** 387 (1997)
71. Богданов С Ю и др. *Письма в ЖТФ* **21** (24) 5 (1995)
72. Богданов С Ю и др. *Физика плазмы* **24** (6) 467 (1998)
73. Бугрова А И и др. *Письма в ЖТФ* **18** 4 (1992)
74. Морозов А И, Лебедев С В, в сб. *Вопросы теории плазмы* Т. 8 (Под ред. М А Леонтьевича) (М.: Атомиздат, 1974) с. 247
75. Жуков В В, Морозов А И, Щепкин Г Я *Письма в ЖЭТФ* **9** 24 (1969)
76. Морозов А И, в кн. *Плазменные ускорители* (Под ред. Л А Арцимовича) (М.: Машиностроение, 1973) с. 83
77. Morozov A I *6-European Conf. on Control Fusion and Plasma Phys., Moscow, USSR, June, 1973* Vol. 2, p. 285
78. Lane B et al. *Nucl. Fusion* **22** 577 (1982)
79. Бугрова А И и др. *Письма в ЖТФ* **18** (1) 1 (1992); Бугрова А И и др. *Письма в ЖТФ* **18** (24) 54 (1992)
80. Бугрова А И и др. *Физика плазмы* **19** 972 (1993)
81. Бугрова А И и др. *Физика плазмы* **19** 1411 (1993)
82. Бугрова А И и др. *Письма в ЖТФ* **20** (19) 51 (1994)

## On galateas — magnetic traps with plasma-embedded conductors

**A.I. Morozov**

Russian Research Center "Kurchatov Institute"  
pl. Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russia  
Tel. (7-095) 197-77 55

**V.V. Savel'ev**

Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences  
Miusskaya pl. 4, 125047 Moscow, Russia  
Tel. (7-095) 250-78 37. E-mail: oyufed@spp.keldysh.ru

The introduction of plasma-embedded magnetically insulated current-carrying conductors into a plasma trap magnetic system increases radically the number of possible trap designs. The present review focuses on the studies of  $\beta = 1$  galateas conducted in the 1990s. Both general and design-specific galatea properties are discussed and for a number of specific schemes analytical and numerical calculations are performed. Experimental data on a number of electrical discharge galateas are presented.

PACS numbers: 52.55.-s, 52.55.Lf, 52.55.Mg

Bibliography — 82 references

Received 24 March 1998