

## МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

## ФОТОНЫ В ВОЛНОВОДЕ (несколько мысленных экспериментов)

Л.А. Ривлин

*Серия мысленных экспериментов с волной в волноводе (как с простейшим примером пространственно ограниченных электромагнитных полей) свидетельствует, что фотонам, заполняющим волноводную моду, можно приписать величину, обладающую всеми признаками ненулевой собственной инертной и тяжелой массы. Эту величину, обязанную своим происхождением стоячей компоненте поля и эквивалентную реально существующей энергии компрессии нулевых флуктуаций вакуума из неограниченного свободного пространства, не удастся отличить от массы покоя в стандартном понимании. Подобное заключение можно распространить на фотоны любых реальных пространственно ограниченных полей. В зависимости от топологии поля в кольцевых волноводных структурах возникают два класса резонансов, обладающих бозоно- и фермионоподобными свойствами. Отмечена возможная эвристическая направленность этих наблюдений.*

PACS numbers: 03.65.Bz, 12.20.-m, 42.50.-p

## Содержание

"... и отделил Бог свет от тьмы..."  
(Бытие, 1, 4)

1. Введение (309).
  2. Аналогия между фотоном в волноводе и свободной частицей ненулевой массы (310).
  3. Эволюция поля моды при изменении поперечного сечения волновода (311).
  4. Механизм эволюции поля в волноводе с перемещающимися стенками (311).
  5. Масса фотона в волноводе — эквивалент энергии кванта критической частоты. Затравочная роль нулевых флуктуаций вакуума (312).
  6. Продольная и поперечная массы фотона (313).
  7. Фотон в центрифуге (314).
  8. Тяжелый фотон в волноводе. Гравитационный резонатор (315).
  9. Взвешивание фотона (316).
  10. Собственная масса фотона и дефект импульса (317).
  11. От волнового уравнения к уравнению Шрёдингера (318).
  12. Волновод с диссипацией энергии (319).
  13. Бозоно- и фермионоподобные резонансы кольцевых волноводных структур (320).
  14. Заключение (321).
- Список литературы (322).

## 1. Введение

Электромагнитная волна (свет) существует только в движении. Тем не менее, не вступая в противоречие с этим фундаментальным фактом, люди издавна умели останавливать свет. Вот описание способа создания стоячей световой волны — одной из версий *локализации* фрагмента электромагнитного поля в пространстве: "Если ты поместишь светильник ночью между двух гладких зеркал, поставленных на расстоянии локтя, то в каждом увидишь бесчисленные отражения света, одно меньше другого, и так они от подобного к подобному уходят в бесконечность, будто в каждом зеркале бесконечное множество зеркал". Оно принадлежит Леонардо да Винчи и содержится в тетради, получившей позднее название "Атлантический кодекс".

Впрочем, эпитафия указывает на еще более древнее упоминание той же проблемы. Одним из главных деяний первого дня творения была *пространственная локализация электромагнитного поля*: первозданный свет, заливавший мир бесконечным числом ничем не ограниченных волн, был *выделен* из пространства, лишённого поля.

Несмотря на столь почтенный возраст, вопрос о свойствах электромагнитного поля, локализованного в пространстве в форме стоячей волны, не лишен актуальности и сегодня. Внимательное наблюдение за поведением такого *остановленного света*, т.е. поля, содержащего стоячие компоненты, обнаруживает у фотона признаки, традиционно приписываемые частицам с ненулевой инертной и тяжелой массой покоя. Эти признаки проявляются в серии мысленных экспериментов, результаты которых с неизбежностью подводят для физически

Л.А. Ривлин. Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики (технический университет), 117454 Москва, просп. Вернадского 78  
Тел./Факс (095) 434-93-17  
E-mail: rla@superlum.msk.ru

Статья поступила 19 марта 1996 г.,  
после доработки 28 ноября 1996 г.

реализуемых полей к представлению о ненулевой собственной массе фотона. Более того, не удается предложить какой-либо экспериментальный способ отличить введенную таким образом величину от массы покоя обычных массивных тел в стандартном понимании.

Другой результат состоит в установлении зависимости свойств электромагнитных резонансов в кольцевых структурах от топологии пространства, заполненного полем стоячей волны, причем топология однозначно задает принадлежность резонанса к одному из двух классов — бозоно- или фермионоподобному.

Эксперимент — даже мысленный — не допускает использования идеального образа неограниченной плоской волны: экспериментально реализуемая волна всегда пространственно ограничена. Соответственно, здесь изучаются фотоны, представляемые именно такими волнами. Это является фундаментальной посылкой всего дальнейшего анализа. В качестве простейшей модели пространственно ограниченных полей рассмотрены поля мод полого металлического волновода и заполняющие их фотоны.

Металлический волновод — привычный сегодня инструмент экспериментальной физики и прикладной радиотехники — еще сто лет назад не был столь тривиальным предметом. В 1893 г. такой проницательный физик, как Хевисайд, еще отрицал возможность распространения электромагнитных волн по трубам [1]. Но уже всего через четыре года Рэлей публикует исследование под названием "On the Passage of Electric Waves through Tubes or the Vibrations of Dielectric Cylinders" [2]. Так что можно отметить столетие становления представления о волноводе, как о реальном физическом образе.

На самом деле при всей простоте своего устройства (а быть может, именно в силу этой простоты) этот физический образ двумерной потенциальной ямы бесконечной глубины для фотонов оказывается эвристически чрезвычайно продуктивным. Поскольку, как сказано, он служит лишь как модель, далее под словом "волновод" следует понимать именно такую потенциальную яму, оставляя в стороне вопрос о том, насколько реализуемы в различных частотных диапазонах соответствующие идеально-металлические граничные условия. Кроме того, во избежание путаницы уместно подчеркнуть, что модель не включает в себя образ диэлектрического волновода, т.е. потенциальной ямы ограниченной глубины (эта путаница может явиться следствием того, что радикально различные явления в волноводах обоих типов обозначаются иногда совпадающими терминами [3]).

Нетривиальность используемой модели идеального металлического волновода обнаруживается, в частности, в известной формальной аналогии между выражением для функции Гамильтона свободной массивной частицы и дисперсионным уравнением волновой моды. Другая поучительная аналогия возникает при упомянутом уже сопоставлении свойств реальных бозонов и фермионов со свойствами электромагнитных резонансов в кольцевых волноводах разной топологии.

Всякий раз, когда в физических явлениях встречаются кажущиеся случайными аналогии и совпадения, стоит задуматься, что за ними кроется. Достаточно вспомнить, к чему, например, привело раздумье над "беспричинным" совпадением величин инертной и тяжелой масс тела. Природа при всем ее разнообразии устроена достаточно экономно, чтобы в ней нашлось место

истинно случайным совпадениям, способным поколебать убежденность в ее глубинном единстве.

Сегодня не без оснований утверждается, что "фотон как элементарная частица оптического поля не имеет разумного четкого определения... Тем не менее он помогает ... предсказывать на качественном уровне результаты новых экспериментальных ситуаций. Вообще, отказ на некотором этапе от аксиоматичности способствует продвижению вперед" [4]. Не вдаваясь здесь в обсуждение физической содержательности образа фотона, следует попытаться придерживаться в настоящем рассмотрении именно этого подхода.

## 2. Аналогия между фотоном в волноводе и свободной частицей ненулевой массы

Аналогия между релятивистским выражением для функции Гамильтона свободной частицы

$$\mathcal{E}^2 = (mc^2)^2 + (cp)^2 \quad (2.1)$$

и дисперсионным уравнением волны в моде полого металлического волновода

$$\omega^2 = \omega_{nm}^2 + (c\zeta)^2 \quad (2.2)$$

давно и неоднократно отмечалась разными авторами. Сопоставлению подвергаются пары величин: полная энергия частицы  $\mathcal{E}$  и частота волны  $\omega$ , собственная масса частицы  $m$  и критическая частота  $\omega_{nm}$  волноводной моды с целочисленными индексами  $n$  и  $m$ , импульс частицы  $p$  и постоянная распространения волны  $\zeta$  ( $c$  — скорость света). Сопоставление становится особенно наглядным, если уравнение (2.2) почленно умножить на квадрат постоянной Планка  $\hbar$ .

Указывая вскользь на эту аналогию, де Бройль замечает: "Все происходит так, как будто фотон имеет собственную массу, определенную формой волновода и рассматриваемым собственным значением...; в данном волноводе фотон может обладать целой серией собственных масс" [5]. Далее он, к сожалению, продолжает: "Оставим в стороне эти соображения, удаляющие нас от предмета..." Фейман, делая то же сопоставление, ограничивается репликой: "Интересно, не правда ли?" [6]. Упоминание об этой аналогии проникло уже в учебные курсы, в которых иногда отмечают (см., например, [7]) ее неформальный характер и придают понятию массы фотона в волноводе реальное физическое содержание.

Можно ли, однако, действительно усмотреть существенные различия в поведении величины

$$M = \frac{\hbar\omega_{nm}}{c^2}, \quad (2.3)$$

пропорциональной критической частоте волноводной моды  $\omega_{nm}$ , и собственной массы частицы  $m \neq 0$  в традиционном смысле этого понятия? Ответ на этот вопрос содержится в следующем ряде мысленных экспериментов, где анализируется роль величины  $M$  (2.3) в различных физических ситуациях. Не предвосхищая его, полезно заметить, что в свете определения (2.3) критическая длина волны волноводной моды

$$\lambda_{nm} = \frac{2\pi c}{\omega_{nm}} = \frac{2\pi\hbar}{Mc}$$

приобретает простой смысл комптоновской длины волны фотона в волноводе [8].

Стандартная теория распространения электромагнитных волн в волноводе построена, в сущности, на кинематическом подходе. Для анализа понятия массы фотона в волноводе  $M$  в определении (2.3) необходимо в предлагаемых мысленных экспериментах решить задачи динамики, в том числе и динамики в поле тяготения. Но в первую очередь надлежит убедиться в том, что величине  $M$  (2.3) отвечает физическая реальность в виде эквивалентной ей энергии, аккумулируемой в каком-либо наглядном процессе и способной к преобразованиям в другие виды энергии.

### 3. Эволюция поля моды при изменении поперечного сечения волновода [9]

Как известно [5], существование конечного значения критической частоты моды  $\omega_{nm} > 0$  — основной признак, отличающий волноводное распространение волны с частотой  $\omega > \omega_{nm}$  от волновой картины в свободном пространстве. Чтобы вскрыть сущность этих различий, нужно проследить за эволюцией поля моды волновода по мере изменения его поперечного сечения.

Пусть в начальный момент по волноводу с критической частотой  $\omega_{nm0}$  распространяется волна частоты  $\omega_0 > \omega_{nm0}$ . Если изменение сечения происходит достаточно медленно, так что сохраняется структура поля наблюдаемой моды, то основное поведение поля задается инвариантностью постоянной распространения  $\zeta = \text{const}$  или, что то же самое, инвариантностью фазового интервала. Последнее означает, что разность фаз волны данной моды на фиксированном конечном отрезке регулярного волновода неограниченной длины остается неизменной при любых вариациях его поперечной геометрии. Отсюда согласно (2.2) следует

$$\omega^2 - \omega_{nm}^2 = \omega_0^2 - \omega_{nm0}^2 = \text{const}. \quad (3.1)$$

Специальным случаем этого соотношения является начальный волновод неограниченной поперечной протяженности с бесконечно удаленными друг от друга стенками, т.е. *свободное пространство* с  $\omega_{nm0} = 0$ :

$$\omega^2 = \omega_0^2 + \omega_{nm}^2. \quad (3.2)$$

Эту ситуацию можно рассматривать как стартовую в процессе построения волновода конечного сечения посредством сближения его исходно неограниченно удаленных стенок. При этом стартовое поле частоты  $\omega_0$  порождает в волноводе согласно (3.2) волну частоты  $\omega$ .

Отдельного рассмотрения заслуживает случай, когда частота стартового поля исчезающе мала ( $\omega_0 \rightarrow 0$ ), т.е. стартовое поле является чисто *статическим*, а (3.2) в силу  $\zeta = 0$  переходит в равенство

$$\omega = \omega_{nm}. \quad (3.3)$$

В этом предельном случае стартовое *статическое* поле свободного пространства выступает как порождающее в волноводе *волновое* поле с частотой равной критическому значению. Если рассматривать свободное пространство как предельный случай волновода с неограниченным сечением, то стартовая частота  $\omega_0 = 0$  естественным образом приобретает смысл критического значения, поскольку именно статическое поле в свободном про-

странстве обладает основным признаком поля критической частоты: оно не способно к распространению.

Разумеется, в обратном ходе явлений от критического волновода конечного сечения к свободному пространству прослеживается деградация волнового поля вплоть до чисто статического.

Далее, наряду с утверждением об инвариантности фазового интервала следует принять допущение о постоянстве фотонного числа заполнения моды  $\nu = \text{const}$  при медленном изменении сечения волновода, что представляется вполне обоснованным в отсутствие диссипации и нелинейностей. В то же время энергия поля наблюдаемой моды  $W' = \hbar\omega(\nu + 1/2)$  не остается неизменной из-за изменения частоты  $\omega$  (3.1). Слагаемое  $1/2$  отражает вклад нулевых флуктуаций вакуума. Полная содержащаяся в волноводе энергия поля с поперечной структурой и критической частотой, характерными для данной моды, равна

$$W = \hbar\omega(\nu + 1), \quad (3.4)$$

где  $1 = 1/2 + 1/2$  отвечает суммарной энергии нулевых флуктуаций, неустранимо присутствующих в обеих одноименных модах альтернативных направлений распространения, даже когда во второй из них нет реальных фотонов.

Поэтому эволюция волновода сопровождается не только изменением частоты волны по формуле (3.1), но и изменением энергии поля  $W$  в полном соответствии с адиабатическим инвариантом отношения энергии осциллятора к частоте:

$$\frac{W}{\omega} = \frac{W_0}{\omega_0} = \hbar(\nu + 1), \quad (3.5)$$

где  $W_0$  — стартовое значение энергии при  $\omega = \omega_0$ .

Очевидно, что приращение энергии поля  $W$  происходит за счет работы, производимой при перемещении стенок волновода. В настоящем контексте несущественны как характер внешних сил, вызывающих перемещение, так и природа источника, из которого черпается энергия; важен лишь факт накопления энергии в волноводной моде.

В особом случае образования волновода из свободного пространства с  $\omega_{nm0} = 0$ , содержащего исходное статистическое поле с  $\omega_0 = 0$ , возникает волновое поле критической частоты, энергия кванта которого согласно (3.5) равна

$$\hbar\omega_{nm} = \frac{W}{\nu + 1} \equiv w, \quad (3.6)$$

где  $w$  — энергия, необходимая для заполнения моды единичным фотоном критической частоты.

### 4. Механизм эволюции поля в волноводе с перемещающимися стенками [9]

Существо процесса эволюции поля в волноводе с переменным во времени сечением состоит в эффекте Доплера и релятивистском изменении угла отражения  $\theta$  на движущемся зеркале. Наиболее наглядно эти явления прослеживаются на модели простейшего планарного волновода, образованного двумя параллельными металлическими плоскостями с вакуумным промежутком шириной  $a$  и обладающего критической частотой  $\omega_{n0} = \pi c n/a$  для мод двух поляризаций  $TE_{n0}$

( $n = 1, 2, \dots, m = 0$ ) и  $TM_{n0}$  ( $n = 0, 1, 2, \dots, m = 0$ ). Поле в таком волноводе представляется суперпозицией двух парциальных плоских волн, падающих на стенки под углом  $\theta$ , причем  $\cos \theta = \omega_{n0}/\omega$ .

Аккуратный учет указанных изменений частоты

$$\omega' = \omega(1 + 2\beta \cos \theta + \beta^2)(1 - \beta^2)^{-1} \quad (4.1)$$

и угла

$$\cos \theta' = \cos \theta \left(1 + \frac{2\beta}{\cos \theta} + \beta^2\right) (1 + 2\beta \cos \theta + \beta^2)^{-1} \quad (4.2)$$

при каждом отражении парциальной волны от стенки, медленно перемещающейся по нормали к плоскости волновода со скоростью  $c\beta \ll c$ , приводит к следующим соотношениям:

$$a_0 \tan \theta = a \tan \theta_0, \quad \omega \sin \theta = \omega_0 \sin \theta_0. \quad (4.3)$$

Здесь нулевыми индексами обозначены начальные значения величин.

Исключение угла  $\theta$  из системы (4.3) возвращает к инварианту (3.1). Это означает, что соблюдение инвариантности фазового интервала обеспечивается, по существу, действием релятивистских механизмов — эффектом Доплера и вариацией угла отражения от движущегося зеркала, несмотря на то, что  $\beta \ll 1$ .

Приращение энергии поля  $W$  обязано своим происхождением работе, совершаемой против сил светового давления на движущиеся стенки:

$$\frac{dW}{da} = -\frac{W}{a} \cos^2 \theta = -\frac{W/a}{1 + (a/a_0)^2 (\omega_0^2/\omega_{n00}^2 - 1)}. \quad (4.4)$$

Интегрирование (4.4) с учетом (4.3) приводит к адиабатическому инварианту (3.5). Это решение получено непосредственно из рассмотрения динамики волновода с движущимися стенками не только без допущения о неизменности фотонного числа заполнения моды, но и вообще без представлений о квантах света исключительно в классических рамках.

Тот же результат, касающийся происхождения энергии поля, аккумулируемой в моде, получается и для общего случая волновода произвольного сечения, изменяющегося во времени [10]. Световое давление на стенки обобщенного цилиндра определяется соответствующей компонентой максвелловского тензора натяжений, а деформация сечения производится с сохранением подобия фигуры его контура. Это приводит к уравнению

$$\frac{dW}{d\omega_{nm}^2} = \frac{W/2}{\omega_{nm}^2 - \omega_{nm0}^2 - \omega_0^2}, \quad (4.5)$$

эквивалентному (4.4), и после его интегрирования — к адиабатическому инварианту (3.5). Этот общий вывод наглядно подтверждается детальными вычислениями для волноводов круглого и прямоугольного сечений [10].

## 5. Масса фотона в волноводе — эквивалент энергии кванта критической частоты.

### Затравочная роль нулевых флуктуаций вакуума [9]

Таким образом, величина  $w$  (3.6), совпадающая с энергией кванта критической частоты  $\hbar\omega_{nm}$ , равна энергии,

аккумулированной в волноводе при совершении работы против сил светового давления единичного фотона данной моды в ходе формирования ее волнового поля из статического поля исходного свободного пространства. В этом процессе образования поля критической частоты  $\omega_{nm}$  нет нужды в присутствии в моде реальных фотонов: если даже  $\nu = 0$ , то достаточно для затравки всегда наличествующей энергии  $\hbar\omega_0 = \hbar\omega_0/2 + \hbar\omega_0/2$  нулевых флуктуаций вакуума, обладающих к тому же исчезающе малой частотой  $\omega_0 \rightarrow 0$ , т.е., по существу, флуктуаций статического поля. Такое порождение "из ничего" кванта критической частоты состоит в сгребании (компрессии) из всего неограниченного свободного пространства в волновод исходного статического флуктуационного поля и в повышении его частоты от нуля до  $\omega_{nm} > 0$ .

Главное в этом процессе компрессии — факт аккумуляции энергии в выделенной волноводной моде. Наличие наряду со световым давлением поля моды каких-либо других внутренних или внешних сил и полей не имеет отношения к этому главному результату. Действие этих полей может быть просто включено во внешнюю силу, перемещающую стенки волновода при компрессии.

Обращаясь к затравочной роли нулевых флуктуаций в процессе накопления энергии  $w$  (3.6) и отмечая очевидную близость этих явлений с эффектом Казимира [11], нетрудно усмотреть и существенные различия. Как известно [11, 12], сила Казимира обусловлена интегральным воздействием на металлическую границу со стороны флуктуационного поля *всех* мод и во *всем* неограниченном диапазоне частот. Результирующая сила имеет разную величину и даже знак в зависимости от геометрии металлических границ. Так, две плоскопараллельные металлические стенки (как в планарном волноводе) притягиваются.

В отличие от этого в вычислении энергии  $w$  (3.6) по самому смыслу последней участвует лишь та компонента силы, которая вызвана вакуумными флуктуациями *единственной* выделенной моды волновода и направлена изнутри на его подвижные стенки.

Между прочим, в той геометрии, в которой сила Казимира направлена на сближение стенок, она даже может служить одной из составляющих (и, быть может, единственной) внешней силы, перемещающей стенки. При этом энергия  $w$  (3.6), накапливаемая в выделенной моде, черпается из перераспределения энергии всего неограниченного спектра частот и мод нулевых флуктуаций вакуума.

В свете этих результатов величина  $M$  (2.3) приобретает физический содержательный смысл: она является массовым эквивалентом энергии  $w$ , аккумулированной в моде при пространственной локализации поля вакуумных флуктуаций, и связана с масштабом области локализации. Эквивалентность величины  $M$  реально существующей энергии, которая может быть возвращена при обратном перемещении стенок волновода, придает величине  $M$  вполне ощутимый признак массы.

Отдельное замечание касается моды  $TM_{00}$  с  $n = 0$  планарного волновода, имеющей нулевую критическую частоту при любой ширине  $a$ . В подтверждение развитых представлений причиной этому служит простое обстоятельство: поляризация волны этой моды такова, что электрический вектор всегда перпендикулярен плоско-

сти стенки и, следовательно, световое давление на нее отсутствует. В результате равны нулю как энергия  $\omega$ , так и критическая частота.

Выводы, сделанные для волновода, в полной мере справедливы и для объемного резонатора как для предельного случая волновода: масса фотона в резонаторной моде попросту пропорциональна резонансной частоте.

## 6. Продольная и поперечная массы фотона [3]

Если принять определение массы  $M$  в виде (2.3), то из дисперсионного уравнения (2.2) следует соотношение для энергии фотона в волноводе

$$\hbar\omega = Mc^2 \left[ 1 - \left( \frac{u}{c} \right)^2 \right]^{-1/2}, \quad (6.1)$$

выраженной через стандартную формулу для скорости транспортировки энергии

$$u = c \left[ 1 - \left( \frac{\omega_{nm}}{\omega} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (6.2)$$

Отношение последней к скорости света ( $u/c$ ) очевидным образом имеет в (6.1) тот же смысл, что и обычное релятивистское отношение  $\beta$  для частиц ненулевой массы.

Постоянная распространения  $\zeta$  вдоль оси волновода также выражается через транспортную скорость  $u$  (6.2) и массу  $M$  (2.3):

$$\hbar\zeta = Mu \left[ 1 - \left( \frac{u}{c} \right)^2 \right]^{-1/2}. \quad (6.3)$$

Формулы (6.1) и (6.3) тривиально совпадают со стандартными релятивистскими формулами для энергии и импульса массивной частицы.

Точно так же совпадает со стандартным выражением продольная масса фотона

$$M_{\parallel} = M \left[ 1 - \left( \frac{u}{c} \right)^2 \right]^{-3/2} \quad (6.4)$$

как коэффициент при продольном ускорении в производной  $\hbar\zeta$  (6.3) по времени  $t$ :

$$\hbar \frac{d\zeta}{dt} = M \left[ 1 - \left( \frac{u}{c} \right)^2 \right]^{-3/2} \frac{du}{dt} \equiv M_{\parallel} \frac{du}{dt}. \quad (6.5)$$

По-видимому, единственной силой, способной вызвать подобное продольное ускорение фотона в волноводе неизменного сечения, может служить сила тяжести, направленная вдоль оси волновода (см. ниже раздел 8).

Не столь простым оказывается представление о поперечной массе фотона в волноводе. Чтобы ввести его, следует изучить ускоренное движение поля в поперечном к оси волновода направлении. В данном контексте оно имеет смысл только, если рассматривать совместное перемещение поля и удерживающего его волновода как единое целое, определив поперечную массу фотона как

$$M_{\perp} = \frac{\Delta F}{A}, \quad (6.6)$$

т.е. отношение разности сил светового давления  $\Delta F$  поля моды, содержащей один фотон, на противоположные стенки волновода к его ускорению  $A$  (пренебрегая, разумеется, массой стенок). Схема этого мысленного эксперимента напоминает отчасти известное рассуждение о смещении частоты света в ускоряемом лифте (см., например, [13]).

Частота волны изменяется при ускоренном движении по закону (3.1), где из-за релятивистского сокращения поперечного сечения волновода текущее критическое значение частоты  $\omega_{nm}$  является функцией мгновенной скорости  $c\beta$  перемещения волновода в поперечном направлении. Механизмом осуществления этого изменения частоты служит эффект Доплера при отражениях от движущихся стенок. Так, для модели планарного волновода  $\omega_{nm} = \omega_{nm0}(1 - \beta^2)^{-1/2}$ , и частота изменяется как

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 + \left( \frac{\omega_{nm0}}{\omega_0} \right)^2 \frac{\beta^2}{1 - \beta^2}}. \quad (6.7)$$

Для вычисления разности сил светового давления  $\Delta F$  удобно принять, что волновод перемещается с постоянным ускорением

$$A = c \frac{d\beta}{dt},$$

нормальным к плоскости стенок, причем  $\beta = 0$  при  $t = 0$ . В следующий момент  $t > 0$ , когда  $\beta = At/c$ , фотон частоты  $\omega$ , принадлежащий полю моды, падает под углом  $\theta$  на стенку и передает ей импульс

$$p_1 = \frac{2\hbar\omega}{c} \frac{\cos \theta \pm \beta}{1 - \beta^2}. \quad (6.8)$$

Следующее отражение того же фотона от противоположной стенки происходит в момент  $t + \Delta t$ , когда скорость получает приращение  $\Delta\beta = A\Delta t/c$ , и сопровождается передачей волноводу импульса

$$p_2 = \frac{2\hbar\omega}{c} \left( \cos \theta \pm \beta \mp \Delta\beta \frac{1 \pm 2\beta \cos \theta + \beta^2}{1 - \beta^2} \right) \times \\ \times \frac{1}{1 - (\beta + \Delta\beta)^2} \quad (6.9)$$

в обратном к  $p_1$  направлении. Здесь все частоты и углы даны в неподвижной системе координат, зафиксированной при  $t = 0$  и  $\beta = 0$ ; верхние знаки относятся к случаю, когда первое из двух последовательных отражений происходит от стенки, перемещающейся навстречу падающему фотону, нижние — к обратному случаю отражения от попутно движущейся стенки.

В итоге, в каждом цикле из двух последовательных отражений волноводу передается разностный импульс, направленный навстречу вектору ускорения:

$$\Delta p = \pm(p_1 - p_2) = \frac{2\hbar\omega}{c} \frac{1 \mp (\cos \theta \pm \beta)\Delta\beta/(1 - \beta^2)}{1 - \beta^2(1 + \Delta\beta/\beta)^2} \Delta\beta \simeq \\ \simeq \frac{2\hbar\omega}{c} \Delta\beta, \quad (6.10)$$

где во втором равенстве опущены малые квадратичные по  $\beta$  и  $\Delta\beta$  члены, зависящие от последовательности актов отражения. Приращение скорости  $\Delta\beta$  за время между

двумя отражениями равно

$$\Delta\beta \simeq \frac{aA}{c^2 \cos\theta}.$$

Отсюда передаваемый волноводу за одно отражение импульс равен

$$\Delta p_0 = \frac{\Delta p}{2} = \frac{\hbar\omega}{c} \frac{aA}{c^2 \cos\theta}. \quad (6.11)$$

Таким образом, внешняя сила, приводящая волновод с содержащимся в нем полем моды в ускоренное движение, уравнивается силой

$$I\Delta p_0 = \frac{\hbar\omega_{nm}}{c^2} (v+1)A \left[ 1 - \left( \frac{u}{c} \right)^2 \right]^{-1/2}, \quad (6.12)$$

где  $I = (cW/a\hbar\omega) \cos\theta$  — полный поток фотонов, падающий на стенки волновода с полной энергией поля моды  $W$ . Сопоставление силы  $I\Delta p_0$  (6.12), отнесенной к единичному фотону в моде,  $I\Delta p_0/(v+1) = \Delta F$  с определением (6.6) приводит к выражению для поперечной массы фотона в волноводе

$$M_{\perp} = M \left[ 1 - \left( \frac{u}{c} \right)^2 \right]^{-1/2}, \quad (6.13)$$

совпадающему с релятивистской формулой для частиц ненулевой массы.

Формулы (6.4) и (6.13) раскрывают смысл различия между продольной и поперечной массами: будучи обе пропорциональными собственной массе фотона  $M$  (2.3),  $M_{\parallel}$  и  $M_{\perp}$  есть проявления инертности фотона в различных видах ускоренного волноводного движения. Продольное ускоренное движение фотона является попросту распространением волны с изменяющейся частотой по волноводу. Поперечное движение состоит в ускоренном перемещении волны вместе с удерживающим ее волноводом как единого целого.

Возвращаясь к выражению для транспортной скорости (6.2), можно заметить, что в полном соответствии с релятивистскими требованиями для массивных тел она уступает скорости света:  $u < c$ , что имеет наглядную интерпретацию (см., например, [7]). Распространение волны по волноводу состоит в многократных переотражениях составляющих поле моды парциальных волн от стенок. Поэтому ломаная траектория переноса энергии не совпадает с осью волновода и перемещение энергии вдоль нее оказывается замедленным. Таким образом, причиной как возникновения ненулевой массы фотона, так и замедления скорости транспортировки энергии служит одно и то же обстоятельство, а именно, невозможность представления поля единственной безграничной плоской волной. Похоже, что скорость внутренне присущая процессу переноса энергии (а следовательно, и вещества) всегда неизменна и равна  $c$  (как и скорость света в различных инерциальных системах) и лишь перемещение по непрямолинейным траекториям, вызываемое поперечным пространственным ограничением, создает видимое понижение скорости и одновременно приводит к образованию ненулевой массы.

## 7. Фотон в центрифуге [14]

Продолжая поиск явлений, в которых величина  $M$  (2.3) обнаруживает черты массы, стоит прибегнуть к про-

стому рецепту Фейнмана [15]: "Количественной мерой инертности является масса. Ее можно измерить так: просто привязать предмет на веревочке, крутить его с определенной скоростью и измерить ту силу, которая необходима, чтобы удержать его. Этим способом можно измерить массу любых предметов". Иными словами, следует найти коэффициент  $M^*$  в выражении для центростремительной силы

$$F_c = \frac{M^* u^2}{R} \left[ 1 - \left( \frac{u}{c} \right)^2 \right]^{-1/2}, \quad (7.1)$$

действующей на тело, вращающееся с линейной скоростью  $u$  по окружности радиуса  $R$ . В настоящем контексте этот способ сводится к отысканию силы реакции стенок волновода, изогнутого по дуге окружности, на распространяющуюся в нем волну и сопоставлению этой силы с  $F_c$  (7.1).

Для упрощения удобнее рассмотреть волновод, изогнутый по дуге с центральным углом  $2\pi$ , т.е. круговой тороидальный резонатор прямоугольного сечения со сторонами  $a$  и  $b$  и с радиусами круговых цилиндрических стенок  $R$  и  $R_0 = R - a$ , в котором частота бегущей по окружности волны принимает дискретные допустимые значения  $\omega_{nml}$ . Искомая сила реакции численно равна разности полных модулей сил светового давления на наружную и внутреннюю цилиндрические стенки:  $\Delta F = F(R) - F(R_0)$ . Радиальная составляющая вектора светового давления на цилиндрическую поверхность равна радиальной компоненте максвелловского тензора натяжений с обратным знаком, а средняя по времени разность модулей полных сил светового давления пропорциональна энергии поля моды  $W$ :

$$\Delta F = \frac{W}{R} \left( \frac{c\kappa}{\omega} \right)^2 \mathcal{F}, \quad (7.2)$$

где для мод двух поляризаций

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{\text{TM}} &= \frac{R}{R_0} - \left( \frac{R}{R_0} - 1 \right) \left\{ 1 - \left[ \frac{J_m(\kappa R)}{J_m(\kappa R_0)} \right]^2 \right\}^{-1}, \\ \mathcal{F}_{\text{TE}} &= \frac{R}{R_0} - \left( \frac{R}{R_0} - 1 \right) \left\{ 1 - \left[ \frac{J'_m(\kappa R)}{J'_m(\kappa R_0)} \right]^2 \frac{1 - (m/\kappa R_0)^2}{1 - (m/\kappa R)^2} \right\}^{-1}, \end{aligned} \quad (7.3)$$

а собственные значения  $\kappa$  определяются корнями уравнений

$$\begin{aligned} N_m(\kappa R) J_m(\kappa R_0) &= J_m(\kappa R) N_m(\kappa R_0) \quad (\text{для TM}), \\ N'_m(\kappa R) J'_m(\kappa R_0) &= J'_m(\kappa R) N'_m(\kappa R_0) \quad (\text{для TE}) \end{aligned} \quad (7.4)$$

и  $J_m, N_m$  — функция Бесселя и Неймана целочисленного порядка  $m$ ,  $J'_m, N'_m$  — их производные по аргументу. Допустимые значения частот волн обеих поляризаций следуют из соотношения

$$\omega_{nml}^2 = (c\kappa_{nm})^2 + \left( \frac{\pi c l}{b} \right)^2 = \omega_{n0l}^2 + c^2(\kappa_{nm}^2 - \kappa_{n0}^2), \quad (7.5)$$

где индексы  $n, m, l$  — целые числа, а  $\omega_{n0l}$  имеет смысл критической частоты бегущей по окружности волны, поскольку при  $m = 0$  ее распространение в азимутальном направлении прекращается.

Для сопоставления  $\Delta F$  (7.2) с центростремительной силой  $F_c$  (7.1) необходимо принять во внимание, что в механической модели Фейнмана, описываемой (7.1), вся масса  $M^*$  сосредоточена на окружности радиуса  $R$ , в то время как в тороидальном волноводе энергия поля распределена по кольцу толщиной  $a$  (именно это обстоятельство учитывается фактором  $\mathcal{F}$  (7.3)). Поэтому предлагаемое сопоставление правомочно лишь для таких мод тора, в которых поле тесно прилегает к наружному цилиндру радиуса  $R$ . Этому требованию отвечают моды с многократной периодичностью поля по окружности ( $m \gg 1$ ) и малым числом узлов поля по радиусу ( $n \sim 1$ ), когда все компоненты полей быстро убывают с уменьшением радиуса и без заметного влияния на результат можно принять  $R_0 \ll R$  и для первых корней (7.4) приблизительное значение  $\kappa R \simeq m$  [16].

Тогда разность модулей полных сил светового давления (7.2), пропорциональная квадрату транспортной скорости  $u = c^2 m / \omega R$ , равна

$$\Delta F = \frac{W}{R} \left( \frac{cm}{\omega R} \right)^2 = \frac{W}{R} \left( \frac{u}{c} \right)^2, \quad (7.6)$$

а частота волны согласно (7.5) есть

$$\omega = \omega_{n0l} \left[ 1 - \left( \frac{c}{\omega} \right)^2 (\kappa_{1m}^2 - \kappa_{10}^2) \right]^{-1/2} \simeq \omega_{n0l} \left[ 1 - \left( \frac{u}{c} \right)^2 \right]^{-1/2}. \quad (7.7)$$

В итоге, принимая во внимание (3.4), имеем

$$\Delta F = \frac{\hbar \omega_{n0l}}{c^2} \frac{u^2 (v+1)}{R} \left[ 1 - \left( \frac{u}{c} \right)^2 \right]^{-1/2}, \quad (7.8)$$

где  $\omega_{n0l}$  — критическая частота тороидального волновода, и сопоставление  $\Delta F = F_c$  приводит к

$$M^* = \frac{\hbar \omega_{n0l}}{c^2} (v+1) = M(v+1). \quad (7.9)$$

Таким образом, экспериментальное определение инертной массы тела способом Фейнмана свидетельствует о том, что величина  $M$  (2.3) есть масса фотона в волноводной моде.

## 8. Тяжелый фотон в волноводе. Гравитационный резонатор [8, 17]

Ответ на вопрос, проявляет ли величина  $M$  (2.3) черты не только инертной, но и гравитационной массы, дает изучение распространения волны по неподвижному волноводу, расположенному вертикально в поле тяготения.

По определению (2.3) масса фотона пропорциональна критической частоте, которая в свою очередь зависит от линейных размеров поперечного сечения волновода  $a$ :

$$M = \frac{\hbar \omega_{nm}}{c^2} = \frac{\hbar \kappa}{c} = \frac{\hbar \mu_\kappa}{ca}, \quad (8.1)$$

где корень характеристического уравнения  $\mu_\kappa$  есть математический инвариант.

Размер сечения  $a$ , как любые линейные размеры тел, зависит от гравитационного потенциала  $\Phi_G$  как  $a = a_\infty (1 + \Phi)$ , где модуль нормированного потенциала  $|\Phi| \equiv |\Phi_G|/c^2 \ll 1$ , а знаком  $\infty$  здесь и далее отмечены

значения величин на бесконечном удалении от источников гравитационного поля, где потенциал  $\Phi = 0$ , так что  $\Phi \leq 0$ . Не остается неизменной и скорость света:  $c = c_\infty (1 + 2\Phi)$  [13].

С учетом этих зависимостей (8.1) дает для волноводной массы фотона в гравитационном поле выражение

$$M = \frac{\hbar \mu_\kappa}{c_\infty a_\infty} \frac{1}{(1 + \Phi)(1 + 2\Phi)} = M_\infty (1 - 3\Phi), \quad (8.2)$$

где  $M_\infty = \hbar \mu_\kappa / c_\infty a_\infty$ . Эта зависимость, полученная из определения (2.3) как результат учета влияния гравитационного поля на составляющие  $M$  факторы, совпадает с релятивистским законом изменения массы обычного тяжелого тела в поле тяготения [13], что, впрочем, очевидно и по соображениям размерности.

В поле тяготения происходит также изменение постоянной распространения  $\zeta$  в силу зависимости от гравитационного потенциала  $\Phi$  как критической частоты  $\omega_{nm} = \omega_{nm\infty} (1 + \Phi)$ , так и частоты волны  $\omega = \omega_\infty (1 - \Phi)$  [13]:

$$\zeta^2 = \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 - \left( \frac{\omega_{nm}}{c} \right)^2 \simeq \zeta_\infty^2 \left\{ 1 - 2\Phi \left[ 1 + 2 \left( 1 - \frac{\omega_{nm\infty}^2}{\omega_\infty^2} \right)^{-1} \right] \right\}. \quad (8.3)$$

Здесь второй член может быть не малым даже при  $|\Phi| \ll 1$ , если  $\omega_\infty \rightarrow \omega_{nm\infty}$ , т.е. вблизи критических условий, однако  $\zeta$  не обращается в нуль, так как  $|\zeta_\infty| > 0$  и  $\Phi < 0$ .

Если же отбросить ограничение  $|\zeta_\infty| > 0$  и наблюдать за изменением постоянной распространения  $\zeta$  при перемещении по волноводу из точки с потенциалом  $\Phi$  в точку с потенциалом  $\Phi + \Delta\Phi$ , то в ней

$$\zeta^2 = \zeta_0^2 \left[ 1 - 2\Delta\Phi \left( 1 + \frac{2}{1 - \omega_{nm}^2/\omega^2} \right) \right], \quad (8.4)$$

где  $\zeta_0$ ,  $\omega_{nm}$  и  $\omega$  — значения величин в точке с потенциалом  $\Phi$ . Постоянная распространения убывает по мере распространения волны в точку с более высоким гравитационным потенциалом ( $\Delta\Phi > 0$ ).

Особенно интересен случай близости к критическим условиям, когда  $1 - (\omega_{nm}/\omega)^2 \ll 1$  и исходное значение  $\zeta_0$  мало (на языке механической аналогии — когда кинетическая энергия тела мала по сравнению с собственной энергией покоя, т.е. в нерелятивистском приближении). Тогда, несмотря на условие  $|\Delta\Phi| \ll 1$ , при

$$\Delta\Phi \simeq \frac{1}{4} \left[ 1 - \left( \frac{\omega_{nm}}{\omega} \right)^2 \right]^2 \quad (8.5)$$

возникает ситуация, в известном смысле воспроизводящая на лабораторном столе "черную дыру": правая часть (8.4) обращается в нуль,  $\zeta = 0$ , и распространение волны вверх (т.е. против силы тяжести) по волноводу прекращается. Затем вместе со знаком корня  $\pm \sqrt{\zeta^2}$  направление распространения изменяется на обратное. Такое гравитационное отражение волны в однородном регулярном волноводе отвечает остановке в верхней точке траектории и последующее падение тяжелого тела, брошенного вверх и исчерпавшего свой начальный импульс.

Условие (8.5) задает гравитационную высоту волновода, т.е. вертикальное расстояние  $H$  до точки поворота волны. В частности, если  $\Delta\Phi_G = c^2\Delta\Phi = gz$ , где  $g$  — ускорение силы тяжести и  $z$  — вертикальная координата, то гравитационная высота волновода равна

$$H = \frac{c^2}{4g} \left[ 1 - \left( \frac{\omega_{nm}}{\omega} \right)^2 \right] = \frac{u^2}{4g}, \quad (8.6)$$

где значения величин в правой части взяты при  $z = 0$ .

Таким образом, сечение волновода с вертикальной координатой  $z = H$  представляет для волны непрозрачное гравитационное зеркало. (Следует заметить, что попытка наблюдения эффекта гравитационного зеркала в условиях земного тяготения потребовала бы, по видимому, чрезвычайной стабильности параметров эксперимента (частоты, геометрии и т.п.,  $\sim 10^{-15}$ ) и идеальной проводимости металлических стенок волновода (сверхпроводимости).)

Найденная гравитационная высота  $H$  (8.6) вдвое уступает высоте подъема тяжелого тела с начальной скоростью  $u$  в поле тяготения с постоянным ускорением  $g$ , рассчитанной по законам ньютоновской механики. Причина этого расхождения та же, что и при сопоставлении результатов вычислений гравитационного отклонения луча света в общей теории относительности, подтверждаемых опытом, и по теории тяготения Ньютона с учетом принципа эквивалентности (см., например, [13]). Явление гравитационного отражения волны в вертикальном волноводе есть, в сущности, одна из версий эффекта гравитационного отклонения луча. Это видно, например, в простейшей модели планарного волновода, расположенного вертикально (рис. 1). Воспользовавшись известным приемом развертки луча, испытывающего многократные отражения в плоских зеркалах, можно представить зигзагообразную ломаную линию с постоянным шагом, описываемую лучом света в волноводе при  $g = 0$ , как наклонную прямую, составляющую угол  $\theta$  с нормалью к стенкам волновода. Поле тяготения с  $g > 0$  заставляет искривляться этот исходно прямолинейный луч, как показано жирной кривой на рис. 1, максимум которой соответствует гравитационной высоте  $H$  (8.6). Эта кривая является сглаженной разверткой хода луча в волноводе, показанного жирной ломаной линией с убывающим шагом, выражающей ход явления гравитационной остановки и отражения волны. Там же штриховой кривой изображена развертка луча, отклоняющегося с вдвое более медленным темпом изменения

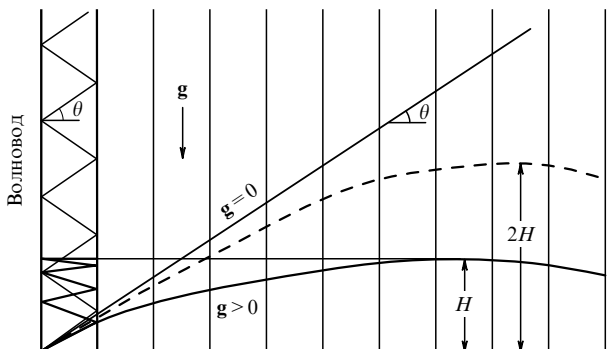


Рис. 1.

угла, рассчитанная в ньютоновском приближении. Максимум этой кривой, являющейся в сущности параболической нерелятивистской траекторией тяжелого тела, равен  $2H$ .

Из этого же рисунка виден, кстати, распределенный характер гравитационного зеркала: волновой вектор парциальной волны обращается вспять постепенно на всей высоте волновода. Поэтому, быть может, уместнее говорить не об отражении, а о рефракционном обращении волны в волноводе, находящемся в поле тяготения.

Если есть зеркало — в данном случае гравитационное, то нетрудно построить резонатор в виде волновода с вертикальной протяженностью, превышающей гравитационную высоту  $H$ , и нижним концом, закрытым обычным металлическим зеркалом. Условие резонанса

$$\int_0^H \zeta(z) dz = \pi N, \quad N = 1, 2, \dots$$

в частном случае (8.6), когда  $\zeta = \zeta_0(1 - z/H)^{1/2}$ , дает резонансную частоту, измеренную на нижнем зеркале:

$$\omega_N = \sqrt{\omega_{nm}^2 + \left( \frac{3\pi c N}{2H} \right)^2} = \omega_{nm} \sqrt{1 + \left( \frac{6\pi g N}{c\omega_{nm}} \right)^{2/3}}. \quad (8.7)$$

## 9. Взвешивание фотона [17]

Для осуществления прямой операции взвешивания фотона следует поместить резонатор с единственным фотоном в моде на платформу весов и найти разность сил светового давления на нижнюю и верхнюю отражающие поверхности, которая и составит вес фотона. Особенно наглядна эта процедура в гравитационном резонаторе, в котором световое давление на нижнюю и верхнюю поверхности передается разным телам: давление на нижнюю металлическую поверхность передается платформе весов, а верхнее гравитационное зеркало передает силу реакции, минуя весы, непосредственно телу большой массы — источнику поля тяготения, например Земле. Таким образом, сила светового давления на металлическое дно резонатора, не уравновешиваемая силой обратного направления, определяется как вес фотона в гравитационном резонаторе.

При каждом отражении от дна единственный фотон моды передает платформе весов импульс

$$\Delta p = \frac{2\hbar\omega_N}{c} \sqrt{1 - \left( \frac{\omega_{nm}}{\omega_N} \right)^2},$$

а полный период обращения фотона по волноводному резонатору (вверх — вниз) равен удвоенному времени транспортировки электромагнитной энергии на высоту  $H$  со скоростью  $u$ :

$$\Delta t_H = 2 \int_0^H \frac{\omega}{c^2 \zeta} dz,$$

где подынтегральная функция задается согласно (8.4). Для случая  $\Delta\Phi_G = gz$  это дает

$$\Delta t_H = \frac{2}{u} \int_0^H \left( 1 - \frac{z}{H} \right)^{-1/2} dz = \frac{4H}{u} = \frac{u}{g}.$$



Отсюда вес фотона как отношение  $\Delta p$  к  $\Delta t_H$  равен

$$F_g = \frac{\Delta p}{\Delta t_H} = 2 \frac{\hbar \omega_N}{c^2} g = 2Mg, \quad (9.1)$$

где  $M = \hbar \omega_N / c^2$  — масса фотона (2.3) с частотой  $\omega_N$  (8.7). Следует заметить, что вес фотона вдвое превышает стандартное классическое значение, а период обращения  $\Delta t_H$  вдвое уступает аналогичной величине для тяжелого шарика, абсолютно упруго отскакивающего от неподвижного основания. Это имеет своей причиной релятивистский характер движения.

Как, оставив пока в стороне фотон, взвесить обычную тяжелую частицу массой  $m$ , движущуюся с релятивистской скоростью  $\mathbf{u}$ , а не покоящуюся на платформе весов? Пусть траектория частицы в поле тяготения представляет собой непрерывную последовательность дугообразных отрезков, опирающихся на горизонтальную платформу весов, а отражения в точках падения абсолютно упруги. Тогда все частицы можно определить как отношение удвоенной нормальной компоненты импульса частицы у поверхности платформы  $2p_z$  к интервалу между двумя последовательными отражениями  $\Delta t$ , т.е.  $F_g = 2p_z / \Delta t$ . Уравнение движения частицы в поле с гравитационным потенциалом  $\Phi_G$ , задающим подобную траекторию, есть (см., например, [13])

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = m \left\{ - \left[ 1 + \left( \frac{u}{c} \right)^2 \right] \nabla \Phi_G + \frac{\mathbf{u}}{c} \left( \frac{\mathbf{u}}{c} \cdot \nabla \Phi_G \right) \right\}. \quad (9.2)$$

Если  $\nabla \Phi_G = \mathbf{g}$ , то в прямоугольной системе координат это уравнение распадается на два:

$$\begin{aligned} \frac{dp_z}{dt} &= -mg \left[ 1 + \left( \frac{u_x}{c} \right)^2 \right], \\ \frac{dp_x}{dt} &= mg \frac{u_x u_z}{c^2}, \end{aligned} \quad (9.3)$$

где индексами  $x$  и  $z$  обозначены соответствующие компоненты векторов в горизонтальном и вертикальном направлениях.

Возможны два предельных случая. При строго вертикальном движении  $u_x = 0$  и вес частицы  $F_g = mg$  совпадает с ньютоновским значением. При очень пологой, почти горизонтальной траектории можно принять  $u_z \ll c$ ,  $u_x \simeq u$  и тогда

$$F_g = mg \left[ 1 + \left( \frac{u}{c} \right)^2 \right] \ll 2mg.$$

Общий случай умеренно наклонной траектории отвечает значению веса, промежуточному между указанными предельными:

$$mg \leq F_g \leq mg \left[ 1 + \left( \frac{u}{c} \right)^2 \right] \leq 2mg. \quad (9.4)$$

Подобным же образом вес фотона в вертикальном волноводе в зависимости от близости к критическому режиму лежит в интервале от  $Mg$  при  $\omega \gg \omega_{nm}$  до  $2Mg$  при  $\omega \rightarrow \omega_{nm}$ . Последний случай соответствует явлению гравитационного отклонения луча света в общей теории относительности.

## 10. Собственная масса фотона и дефект импульса [3, 8]

Рассмотренные мысленные эксперименты с электромагнитной волной в волноводе приводят к заключению, что аналогия де Бройля имеет отнюдь не формальный, а физически содержательный смысл. Энергия кванта критической частоты волноводной моды, сопоставляемая в этой аналогии с собственной массой фотона в волноводе, реально существует. Она аккумулируется в моде при компрессии поля в ходе эволюции от неограниченной плоской волны свободного пространства к поперечно-локализованному полю моды волновода конечного поперечного сечения, сопровождающейся совершением работы против сил светового давления нулевых флуктуаций вакуума, исходно имеющих нулевую частоту. Собственная масса фотона в волноводе, определенная как эквивалент указанной энергии, выступает в различных ситуациях в точности, как инертная и тяжелая масса в стандартном смысле этих понятий. Поэтому величина  $M$  (2.3) с необходимостью должна быть идентифицирована с ненулевой собственной массой фотона в волноводе, поскольку пока не удастся предложить никакого мысленного эксперимента, который бы опроверг это утверждение.

Возвращаясь к основному релятивистскому соотношению (2.1), необходимо в духе очень поучительного анализа понятия массы [18, 19] еще раз подчеркнуть, что собственная масса фотона оказывается согласно (2.1) тождественно равной нулю лишь постольку, поскольку модуль импульса фотона  $|\mathbf{p}| = \hbar \omega / c$  равен энергии  $\hbar \omega$  с фактором  $c^{-1}$ . Однако равенство этих величин отвечает только фотону, представляемому идеальной бесконечно протяженной и единственной плоской волной, которая не поддается физической реализации.

В полях сложной структуры, отличающихся от указанного идеального образа, отдельные компоненты, слагающие векторную величину  $\mathbf{p}$ , могут взаимно уравновешиваться и в сумме дать нуль, так что  $|\mathbf{p}| < \hbar \omega / c$ .

Именно подобное взаимное уравновешивание происходит в моде волновода, содержащей  $\nu$  фотонов с суммарной энергией  $\nu \hbar \omega$ . Парциальные волны с поперечными компонентами импульса

$$p_{\perp} = \pm \frac{\hbar \omega_{nm}}{c} \frac{\nu}{2}$$

образуют в нормальном к оси волновода направлении стоячую волну с суммарным импульсом

$$\frac{\nu}{2} \left[ \frac{\hbar \omega_{nm}}{c} + \left( -\frac{\hbar \omega_{nm}}{c} \right) \right] = 0.$$

По сравнению со случаем неограниченной плоской волны они создают в балансе энергии и импульса (2.1) *дефект импульса*

$$\nu \delta p = \frac{\nu}{2} \left[ \frac{\hbar \omega_{nm}}{c} - \left( -\frac{\hbar \omega_{nm}}{c} \right) \right] = \nu \frac{\hbar \omega_{nm}}{c}.$$

В итоге масса фотона в волноводе с  $\nu = 1$  равна дефекту импульса, деленному на скорость света:

$$M = \frac{\delta p}{c}, \quad (10.1)$$

а электромагнитное поле в волноводе состоит из распространяющейся бегущей волны и *покоящегося* в пространстве осциллятора — стоячей волны.

Разумеется, стоячие компоненты поля присущи не только волноводным или резонаторным модам, обусловленным металлическими граничными условиями. Они рассмотрены в качестве примеров именно из-за этого простого устройства границ. Можно привести множество примеров существования стоячих компонент в полях, лишь частично ограниченных в пространстве и несводимых к идеальному образу единственной плоской волны, а следовательно, обладающих дефектом импульса и ненулевой собственной массой [8]. К таким примерам относятся плоская волна, наклонно отражающаяся от плоского зеркала; дифракционное поле за отверстием в экране; одномодовый лазерный луч и т.п.

Хотя, разумеется, любую стоячую волну можно представить как суперпозицию двух встречных бегущих волн, она, в сущности, не является вообще волной в точном смысле этого слова, подразумевающего процесс, который сопровождается транспортировкой энергии, поскольку охватываемое стоячей волной пространство распадается на последовательность изолированных доменов, между которыми обмен энергией отсутствует. Образ стоячей волны — ряд покоящихся в пространстве осцилляторов.

В каждом домене стоячей волны заключен *неподвижный* в пространстве энергетический фрагмент — *энергия покоя*. Отсюда один шаг до ее эквивалента — ненулевой собственной массы, порождаемой подобной остановленной энергией.

Таким образом, неизменными и взаимосвязанными атрибутами ненулевой собственной массы фотона  $M$  (2.3) являются пространственная локализация волнового поля, исключая возможность его представления единственной неограниченной плоской волной; наличие стоячей компоненты поля ("остановленного" света) и дефекта импульса; снижение скорости транспортировки энергии до субсветового уровня и возникновение дисперсии.

Все сказанное есть, конечно, одно из проявлений соотношения неопределенности для координаты и импульса как подлинной причины возникновения ненулевой собственной массы. В свете рассмотренной концепции энергия дискретных связанных состояний, возникающих при пространственной локализации вещества, обязана своим происхождением работе, совершаемой при его сгребании (компрессии) из исходного неограниченного пространства [3, 8, 9, 20].

В этом процессе первостепенную роль играет не столько пространственное ограничение, сколько сопутствующее ему возникновение стоячей волны: энергия низшего состояния в потенциальной яме шириной  $a$  равна энергии  $n$ -го состояния в яме шириной  $na$ , хотя степень локализации в первом случае в  $n$  раз выше, чем во втором, зато размер доменов стоячей волны в обоих случаях одинаков. Иными словами, энергия связанных состояний определяется не размером области локализации, а масштабом домена стоячей волны.

Стоит заметить, кстати, что те же соображения о физической нереалистичности идеального образа плоской волны приводят к обращению континуума канонических переменных поля в счетное множество радиационных осцилляторов (мод свободного пространства) [21].

## 11. От волнового уравнения к уравнению Шрёдингера [3]

Итак, ненулевая собственная масса фотона возникает как результат пространственного ограничения волны, приводящего к появлению стоячей компоненты поля. Можно ожидать, что одновременно должна произойти трансформация безмассового волнового уравнения в уравнение шрёдингеровского типа, содержащее массу в явном виде, но без ее введения как априорного понятия.

Чтобы проследить за этим переходом, следует ввиду нерелятивистского характера уравнения Шрёдингера записать дисперсионное уравнение волны в волноводе (2.2) в приближении близости к критическому режиму

$$\omega \approx \omega_{nm} + \frac{(c\zeta)^2}{2\omega_{nm}}, \quad (11.1)$$

отвечающему в механической аналогии малости кинетической энергии по сравнению с собственной энергией. Одновременно применение дифференциальных операторов к монохроматической волне, бегущей вдоль оси  $z$ , позволяет записать их в виде  $\partial/\partial t = i\omega$  и  $\partial^2/\partial z^2 = -\zeta^2$ . Поэтому дисперсионное уравнение (11.1) можно интерпретировать как операторные уравнения

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} + 2 \frac{\omega_{nm}}{c^2} (\omega - \omega_{nm}) = 0, \quad (11.2)$$

$$\frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial t} = - \frac{c^2}{2\omega_{nm}} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \omega_{nm}. \quad (11.3)$$

Применение этих уравнений к любой из шести компонент поля  $\chi_i$  с учетом того, что  $\hbar\omega = \mathcal{E}$  и  $\omega_{nm} = Mc^2/\hbar$ , приводит к

$$\frac{\partial^2 \chi_i}{\partial z^2} + 2 \frac{M}{\hbar^2} (\mathcal{E} - \hbar\omega_{nm}) \chi_i = 0, \quad (11.4)$$

$$\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \chi_i}{\partial t} = - \frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2 \chi_i}{\partial z^2} + \hbar\omega_{nm} \chi_i. \quad (11.5)$$

Как установлено выше, энергия  $\hbar\omega_{nm}$  есть по существу аккумулированная в волноводе потенциальная энергия  $U$ , которая может быть обратимым образом возвращена при его обратной эволюции к свободному пространству. Помимо этой потенциальной энергии компрессии поля в волноводе удастся указать еще лишь на один возможный вид потенциальной энергии волны, а именно, на гравитационную потенциальную энергию. Как показано выше, энергия кванта критической частоты в поле тяготения с разностью потенциалов  $\Delta\Phi_G$  равна

$$\hbar\omega_{nm} = \text{const} + \hbar\omega_{nm0} \frac{\Delta\Phi_G}{c^2},$$

т.е., приняв нормировку  $\text{const} = 0$ , можно в (11.4) и (11.5) придать величине  $\hbar\omega_{nm}$  смысл потенциальной энергии  $\hbar\omega_{nm} = U$ . Тогда эти уравнения приобретают знакомый вид:

$$\frac{\partial^2 \chi_i}{\partial z^2} + 2 \frac{M}{\hbar^2} (\mathcal{E} - U) \chi_i = 0, \quad (11.6)$$

$$\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \chi_i}{\partial t} = - \frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2 \chi_i}{\partial z^2} + U \chi_i. \quad (11.7)$$

Не следует удивляться отсутствию поперечного лапласиана в этих уравнениях, совпадающих с одно-

мерным уравнением Шрёдингера: интегрирование по поперечным координатам в волноводных граничных условиях уже состоялось ранее, и именно ему обязана своим априорным происхождением собственная масса фотона (2.3).

Несмотря на обнаруженную генетическую связь уравнения Шрёдингера с классическим волновым уравнением, их решениям традиционно приписываются качественно различные содержания. Различие состоит в том, что первое из них удовлетворяется комплексной функцией, например, вида  $\chi_i \sim \exp[i(\omega t - \zeta z)]$ , в то время как в решении второго физическому содержанию отвечает только ее вещественная  $\text{Re } \chi_i$  или только мнимая  $\text{Im } \chi_i$  части.

Отмеченное различие устраняется, а комплексные решения классического волнового уравнения приобретают смысловую нагрузку, если вспомнить о единой и неделимой сущности электромагнитного поля, представляемого взаимообусловленными векторами  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ , и о конструкции тензора электромагнитного поля, содержащего как вещественные, так и мнимые компоненты. Это побуждает ввести комплексный радиационный вектор поля

$$\mathbf{R} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{2} \mathbf{E} + i \frac{\mu_0 \mu}{2} \mathbf{H}, \quad (11.8)$$

где электрическая составляющая описывается вещественной, а магнитная — мнимой частью шестимерного вектора ( $\varepsilon$  и  $\mu$  — относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости). Нормировка в (11.8) выбрана так, что плотность энергии поля равна

$$w_0 = \mathbf{R} \cdot \mathbf{R}^*, \quad (11.9)$$

т.е. скалярному произведению вектора  $\mathbf{R}$  и его комплексно-сопряженного  $\mathbf{R}^*$ , а вектор Пойнтинга равен их векторному произведению:

$$\mathbf{S} = \frac{ic}{\sqrt{\varepsilon \mu}} \mathbf{R} \times \mathbf{R}^*. \quad (11.10)$$

Стоит обратить внимание на то, что в выражении (11.9) для плотности энергии поля векторы  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{R}^*$  выступают точно так же, как функции  $\psi$  и  $\psi^*$  в квантовомеханическом определении плотности вероятности. Поучительной иллюстрацией общности поведения фотона с ненулевой собственной массой и квантовомеханической массивной частицы служит детальная аналогия между отражением электромагнитной волны от границы двух диэлектриков, заполняющих волновод, и отражением частицы от потенциального барьера; эта аналогия поясняет смысл возникающих периодических и аperiodических решений [3].

## 12. Волновод с диссипацией энергии

Пороговый характер критических явлений в волноводе, выражаемый зависимостью постоянной распространения  $\zeta$  от частоты  $\omega$  (2.2), обнаруживается только в модели с бесконечной проводимостью стенок  $\sigma$ . В реальном волноводе с  $\sigma^{-1} > 0$  и, соответственно, с диссипацией энергии волны зависимость  $\zeta(\omega)$  теряет свой пороговый вид, а понятие критической частоты утрачивает строгую определенность в тем большей степени, чем меньше  $\sigma$ .

Таким образом, понятие собственной массы  $M$  (2.3) приобретает четкий смысл вместе с  $\omega_{nm}$  лишь асимптотически при  $\sigma \rightarrow \infty$ , в сущности, в результате игнорирования процессов диссипации. Такое абстрагирование от диссипативных процессов нисколько не подрывает доверие к выводам электродинамики волноводов: ведь и первый закон Ньютона есть продукт пренебрежения трением при движении материальных тел.

Наличие диссипативных процессов ставит вопрос об определении понятия бесконечной электромагнитной длины волновода ограниченной геометрической протяженности [22]. Чтобы дать такое определение не прибегая к тавтологии "бесконечный — имеющий бесконечную длину", следует опереться на основное функциональное свойство волновода — способность передавать электромагнитное излучение: волновод неизвестной протяженности признается по определению бесконечным, если отсутствует отклик на поданный на вход волновода конечный зондирующий электромагнитный сигнал, точнее, если ожидаемый отраженный сигнал оказывается неотличимым на фоне шумового излучения из входного сечения волновода, имеющегося и в отсутствие зондирующего сигнала.

Термодинамически равновесное шумовое излучение волновода отличается от излучения абсолютно черного тела ограниченностью полосы частот снизу. Принятый критерий неразличимости отклика задает геометрическую протяженность волновода, определяемого как термодинамически бесконечный, длиной

$$z_T = \frac{2}{AG} \ln \left\{ N_0 \left[ \frac{2\pi\mu}{c} \mathcal{F}_{\text{ВЕ}} (1 + \mathcal{F}_{\text{ВЕ}}) \right]^{-1/2} \right\}, \quad (12.1)$$

где  $A(\omega, T)$  — поглощающая способность поверхности металлических стенок, фигурирующая в законе Кирхгофа,  $N_0$  — число фотонов в зондирующем сигнале,  $\mathcal{F}_{\text{ВЕ}}(\omega, T)$  — распределение Бозе–Эйнштейна для абсолютной температуры  $T$  и  $G$  — геометрический фактор, зависящий от поляризации волны [22]. Понятие бесконечного волновода ограниченной протяженности не теряет смысла и при устремлении к нулю уровня термодинамических флуктуаций: при очень низких температурах и/или очень высоких частотах им на смену приходят квантовые флуктуации.

Флуктуационно-шумовая сущность, по-видимому, свойственна понятию бесконечности и в более общем смысле, а в некоторых случаях и исчерпывает его содержание, доступное тестированию в мысленном эксперименте. Что выглядит более бесконечным, чем "дурная бесконечность" натурального ряда чисел? Можно попытаться дать ей определение посредством процедуры некоторого мысленного эксперимента. Пусть ряд чисел физически реализован в виде записей в последовательности ячеек. Экспериментально устанавливается вероятность обнаружить в произвольно выбранной ячейке число, превышающее любое наперед заданное, т.е. сколь угодно большое. Если указанная вероятность не равна нулю, то по определению тестируемый ряд чисел следует признать бесконечным, т.е. содержащим сколь угодно большие числа или состоящим из сколь угодно большого числа пронумерованных этими числами ячеек. Однако ненулевая вероятность обнаружить при этой процедуре произвольной выборки любое, в том числе и сколь угодно большое число,

существует и для ряда, ограниченного по физическому количеству членов, но подверженного шумовому воздействию, вносящему ошибки в записи в ячейках. Если найти термодинамически бесконечную длину такого ряда каким-либо способом, аналогичным принятому выше для волновода, то очевидно, что она окажется тем короче по физическому числу членов, чем слабее сигнал, отображающий запись, и чем выше уровень флуктуационного фона. Близкие рассуждения справедливы и для других объектов и явлений, претендующих на титул бесконечных [22].

### 13. Бозоно- и фермионоподобные резонансы кольцевых волноводных структур [23]

Свойства волновых полей с пространственным ограничением по поперечным координатам радикально зависят от топологии охватываемого их пространства. Кольцевые волноводные структуры дают этому наглядные иллюстрации.

Волновод, замкнутый в кольцо так, что его входное и выходное сечения совмещаются, образует резонатор (на рис. 2а показаны такое кольцо и его прямолинейная развертка с сечениями волновода в разных точках вдоль его оси). Полагается, что образование кольца производится достаточно плавно с тем, чтобы общая структура полей испытывала пренебрежимо малые возмущения. Условие резонанса здесь состоит в равенстве оптической длины кольца целому числу длин волн:

$$\zeta_{nm}L = 2\pi N, \quad N = 1, 2, \dots \quad (13.1)$$

( $L$  — геометрическая длина периметра кольца).

Оказывается, однако, что это условие резонанса справедливо лишь для пространства тривиальной топологии и правило целочисленности является лишь одним из возможных. Чтобы трансформировать топологию волноводного кольца, достаточно перед смыканием его начального и конечного сечений произвести закручивание волновода вдоль его продольной оси на угол  $\Delta\theta = \pm\pi$  (рис. 2б, где также приведены развертка кольца

и последовательность его сечений). Эта операция вполне подобна известному способу образования односторонней неориентированной поверхности с нулевой эйлеровой характеристикой типа ленты Мёбиуса. Последствия процедуры закручивания для резонансных условий таковы.

Если сумма индексов, характеризующих поперечную структуру поля исходного волновода,  $n + m$  — четное число, то все компоненты поля в точке смыкания ничем не отличаются от таковых для случая  $\Delta\theta = 0$  и, следовательно, остается в силе условие резонанса (13.1). Напротив, если сумма индексов  $n + m$  составляет нечетное число, то операция закручивания на угол  $\Delta\theta = \pm\pi$  при полном сохранении поперечной структуры полей влечет за собой изменение знаков всех компонент в выходном сечении волновода на обратные, т.е. их умножение на  $-1 = \exp(\pm i\pi)$ . Иными словами, при закручивании волновода на угол  $\Delta\theta = \pm\pi$  возникает дополнительный сдвиг фазы  $\pm\pi$ , подлежащий суммированию с фазой, задаваемой фактором бегущей волны. (Этот дополнительный сдвиг соответствует в сущности геометрической фазе Берри (см., например, [24]).) Отсюда следует новое условие резонанса в таком волноводном кольце Мёбиуса, состоящее в равенстве оптической длины кольца полуполому числу длин волн:

$$\zeta_{nm}L = 2\pi \left( N \pm \frac{1}{2} \right), \quad N = 1, 2, \dots \quad (13.2)$$

Зависимость этого результата от четности или нечетности суммы поперечных индексов  $n + m$  свидетельствует о влиянии на него симметрии поля моды в поперечном сечении [23].

Операция закручивания может быть проведена как по правилу правого, так и левого винта ( $\Delta\theta = \pm\pi$ ), из-за чего волноводное кольцо Мёбиуса в целом приобретает фиксированную положительную или отрицательную полярность, символически изображенную на рис. 3 вектором  $\mu$  с модулем  $|\mu| = N \pm 1/2$ . В то же время кольцевые структуры с  $\Delta\theta = 0$  лишены признаков полярности.

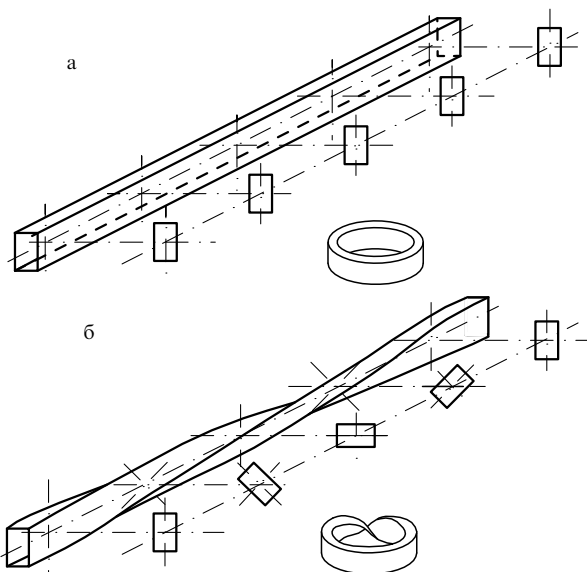


Рис. 2.

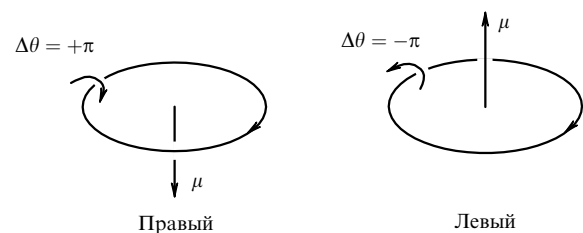


Рис. 3.

В итоге, множество резонансов волноводных кольцевых структур распадается на два топологически различных класса: класс  $\mathcal{B}$  с резонансами целочисленного типа (13.1) и класс  $\mathcal{F}$  с полуполовыми резонансами (13.2).

Топологические различия между волноводными кольцами классов  $\mathcal{B}$  и  $\mathcal{F}$  обнаруживаются и при попытке их "склеивания" по образующим волновода с целью конструирования более сложных суперструктур с единым полем, составленным без разрушения из полей одинаковых индивидуальных мод. Подразумевается, что

если при этой процедуре удалить по поверхности "склеивания" металлические стенки, то пространственная структура полей не претерпит каких-либо изменений, а результат их сшивания можно рассматривать как некую новую супермоду, общую для всех "склеиваемых" индивидуальных колец и совпадающую по резонансной частоте с индивидуальной модой.

Это общее утверждение становится более ясным, если проследить за описанной процедурой "склеивания" на кольцах прямоугольного сечения обоих классов. Кольца класса  $\mathcal{B}$  допускают наращивание суперструктуры с  $p$ -кратной шириной стенки из неограниченного числа  $p$  одинаковых индивидуальных колец. Сказанное иллюстрируется рис. 4а на примере моды  $TE_{11}$  в волноводе прямоугольного сечения со сторонами  $a$  и  $b$ . Образованная в результате "склеивания" суперструктура (показана ее прямолинейная развертка) имеет также прямоугольное сечение со сторонами  $a$  и  $pb$ , а сшивание индивидуальных полей после удаления промежуточных стенок образует супермоду  $TE_{1p}$  (стрелками показаны электрические силовые линии) с резонансной частотой, совпадающей с исходной частотой индивидуальной моды.

В альтернативном случае колец класса  $\mathcal{F}$  удается "склеить" по образующим волноводов только одну пару колец противоположных полярностей с полями, сшиваемыми в единую супермоду. Это видно на примере индивидуальных мод  $TE_{12}$  на рис. 4б, изображающем прямолинейную развертку "склеенной пары" и ее сечения в разных точках по окружности, где супермоду можно последовательно присвоить обозначения  $TE_{22}$ ,  $TE_{12} + TE_{21}$ ,  $TE_{41}$ ,  $TE_{21} + TE_{12}$ ,  $TE_{22}$  с неизменным, однако, значением резонансной частоты.

Рассмотренные резонансы могут быть названы *бозоноподобными* ( $\mathcal{B}$ ) или *ферминоподобными* ( $\mathcal{F}$ ) по совокупности альтернативных свойств кольцевых резонирующих структур классов  $\mathcal{B}$  и  $\mathcal{F}$ , таких как

а) целочисленность или полужелочисленность продольного индекса,

б) четность или нечетность поперечной структуры поля,

в) отсутствие или наличие фиксированной полярности,

г) способность к слиянию полей ("склеиванию") с образованием единой супермоды из неограниченного числа индивидуальных колец или только из пары колец с противоположной полярностью.

Кроме резонансов  $\mathcal{B}$  и  $\mathcal{F}$  существуют еще два класса гибридных резонансов, не поддающихся пока идентификации. Один из них ( $\mathcal{H}_B$ ) сохраняет бозоноподобные черты при  $\theta = 0$ , несмотря на нечетность суммы индексов  $n + m$ . В другом ( $\mathcal{H}_F$ ) возникают целочисленные резонансы при четной сумме  $n + m$ , несмотря на то, что  $\theta = \pm\pi/2$ .

Стоит подчеркнуть роль поперечного ограничения полей, которое, разумеется, всегда есть в волноводе, для построения кольцевых структур и, в частности, для наблюдения за движением в них геометрической фазы Берри: операция образования кольца возможна, лишь если нет суперпозиции полей противоположных сторон кольца. Этому условию соответствует топологическое требование наличия края у поверхности, из которой образуется лента Мёбиуса.

Не отождествляя, разумеется, рассмотренную волноводную модель с какими-либо классами элементарных частиц, уместно тем не менее привести в заключение следующие слова Дирака [25]. Вспоминая о том, как "утвердилась идея о существовании ... бозонов и фермионов", он говорит: "Оказалось, что все известные частицы принадлежат к одному из этих двух видов. Я не знаю, есть ли для этого какая-нибудь очевидная причина, но так уж получилось". В кольцевых волноводах такой наглядной причиной служат различия в топологии и симметрии поля, которые, как известно (см., например, [12, 26]), привлекаются для построения теории элементарных частиц.

## 14. Заключение [27]

Результатами предложенной серии мысленных экспериментов является установление следующих фактов.

1. Ненулевая собственная масса фотона в волноводе  $M$  (2.3) есть эквивалент энергии кванта критической частоты, которая аккумулируется в моде при совершении работы против сил давления нулевых флуктуаций вакуума с нулевой исходной частотой в ходе эволюции от неограниченного свободного пространства к волноводу конечного сечения. Именно этот простейший вид электромагнитной энергии (этакая улыбка чеширского кота) служит первоисточником массы, как осозаемой физической реальности.

2. В различных задачах динамики с теми или иными видами ускоренного движения величина  $M$  (2.3) занимает место, отводимое в соответствующих стандартных релятивистских формулах инертной массе.

3. В поле тяготения фотон в волноводе ведет себя в точности, как тяжелая частица с гравитирующей массой  $M$  (2.3): направленный вверх по вертикальному волноводу он падает обратно, достигнув предельной высоты; поддается взвешиванию на весах и т.п.

4. Адекватность принятого понятия массы фотона иллюстрируется эволюцией классического безмассового волнового уравнения в одномерное уравнение шрёдингера

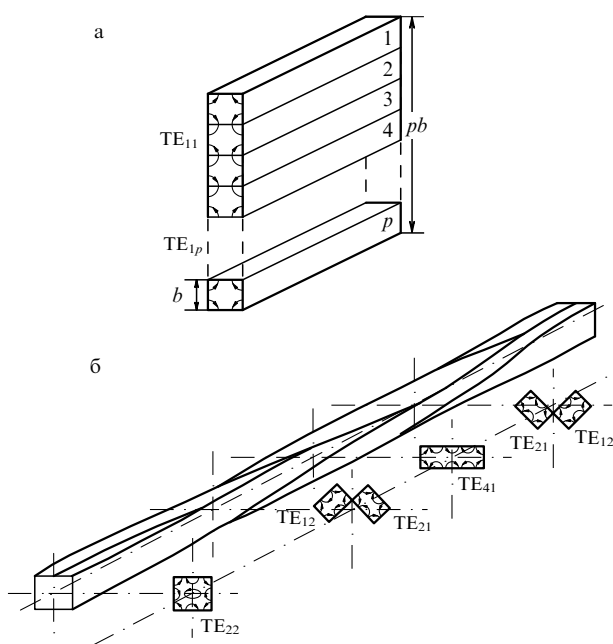


Рис. 4.

ровского типа, содержащее массу в явном виде, без ее введения *a priori*.

5. За возникновение ненулевой собственной массы фотона ответственна стоячая компонента поля ("остановленный или покоящийся" свет), порождающая в функции Гамильтона дефект импульса, который и определяет в ней член, имеющий смысл массы.

6. Не удастся предложить какие-либо экспериментальные способы отличить величину  $M$  (2.3) от стандартного понятия массы. Поэтому предпринятая попытка придать содержательный смысл де-бройлевской аналогии (раздел 2) заходит настолько далеко, что вынуждает признать величину  $M$  физической реальностью, соответствующей традиционному представлению о массе.

7. В зависимости от топологии и симметрии поля в кольцевых волноводных структурах возникают два класса резонансов, обладающих бозоно- и фермионоподобными свойствами.

Нуждаются ли все эти результаты в реальной лабораторной проверке? Сама методологическая сущность мысленного эксперимента, построенного на известных и не подвергаемых сомнению законах (разумеется, при их правильном применении), предопределяет отрицательный ответ. Предложенный в настоящем анализе подход претендует, скорее, на эвристическую значимость.

И наконец, трудно противостоять искушению высказать гипотезу провоцирующего характера [3, 9, 20]: собственные массы любых частиц (а не только фотонов) являются эквивалентом энергии компрессии составляющего их вещества из неограниченного пространства в канал с волноводными свойствами. Этот естественный канал (двумерная потенциальная яма) порождается равновесием между внутренним давлением вещества и противодействующим собственным гравитационным полем. Собственные значения соответствующей самосогласованной задачи задают дискретный спектр масс. Эта концепция отличается от сферических моделей близкой природы (см., например, [12, 28, 29]) двумерной конструкцией потенциальной ямы с континуумом по третьей координате, что, по-видимому, более отвечает свойствам свободной частицы.

Впрочем, скептическое высказывание Эйнштейна: "Все эти пятьдесят лет упорных размышлений не при-

близили меня к ответу, что такое световые кванты. Конечно, сегодня всякий думает, что он знает ответ, но он обманывает сам себя" уберегает от того, чтобы впасть в чрезмерный оптимизм.

Автор искренне признателен Б.М. Болотовскому за неизменно оказываемое внимание.

## Список литературы

1. Heaviside O *Electromagnetic Theory* (New York, London, 1893)
2. Rayleigh J W *Philos. Mag.* **43** 125 (1897)
3. Ривлин Л А *КЭ* **20** 919 (1993)
4. Клышко Д Н *УФН* **164** 1187 (1994)
5. Де Бройль Л *Электромагнитные волны в волноводах и полых резонаторах* (М.: ГИИЛ, 1948)
6. Фейнман Р, Лейтон Р, Сэндс М *Фейнмановские лекции по физике* Т. 6 (М.: Мир, 1966) с. 230
7. Мешков И Н, Чириков Б В *Электромагнитное поле* (Новосибирск: Наука, 1987)
8. Ривлин Л А *КЭ* **19** 830 (1992)
9. Ривлин Л А *УФН* **161** 143 (1991)
10. Ривлин Л А *КЭ* **22** 292 (1995)
11. Casimir H B G *Proc. Kon. Nederl. Akad. Wet.* **51** 793 (1948)
12. Мостепаненко В М, Трунов Н Н *Эффекты Казимира и его приложения* (М.: Энергоатомиздат, 1990)
13. Боулер М *Гравитация и относительность* (М.: Мир, 1979)
14. Ривлин Л А *КЭ* **22** 289 (1995)
15. Фейнман Р, Лейтон Р, Сэндс М *Фейнмановские лекции по физике* Т. 1 (М.: Мир, 1967) с. 156
16. Янке Е, Эмде Ф *Таблицы функций* (М.-Л.: ГИТТЛ, 1948)
17. Ривлин Л А *КЭ* **22** 625 (1995)
18. Окунь Л Б *УФН* **158** 511 (1989)
19. Окуп L B *Physics Today* **42** 31 (1989)
20. Ривлин Л А *КЭ* **6** 1087 (1979)
21. Ривлин Л А *КЭ* **16** 2159 (1989)
22. Ривлин Л А *КЭ* **18** 526 (1991)
23. Rivlin L A *Opt. Acoust. Rev.* **1** 125 (1990–1991)
24. Клышко Д Н *УФН* **163** (11) 1 (1993)
25. Дирак П А М *Воспоминания о необычайной эпохе* (М.: Наука, 1990)
26. Сахаров А Д, в кн. *Проблемы теоретической физики. Памяти И.Е. Тамма* (М.: Наука, 1972) с. 242
27. Rivlin L A *Proc. SPIE* **2799** 182 (1996)
28. Markov M A, Preprint No. P-0208 (Inst. Nucl. Res. Acad. Sci. USSR, 1981)
29. Vykov V P *J. Sov. Laser Res.* **12** 38 (1991)

## Photons in a waveguide (some thought experiments)

L.A. Rivlin

Moscow State Institute of Radio Engineering, Electronics, and Automation (Technical University)

prosp. Vernadskogo 78, 117454 Moscow, Russia

Tel./Fax (7-095) 434-93 17

E-mail: rla@superlum.msk.ru

A set of thought experiments with guided waves (as the simplest example of spatially localized fields) shows that photons occupying a waveguide mode possess all the characteristics of the non-zero inertial and gravitational rest mass. The corresponding quantity originates from the standing-wave component of the field and is merely an equivalent of the really existing energy of 'raking up' zero-point vacuum fluctuations from the entire unbounded space. It is impossible to distinguish this quantity from the standard concept of mass. This conclusion is valid for photons of any real spatially bounded fields. Two different classes of resonances with boson- and fermion-like features arise in waveguide ring structures depending on their field topology. The heuristic prospects for these observations are assessed.

PACS numbers: 03.65.Bz, **12.20.-m**, **42.50.-p**

Bibliography — 29 references

Received 19 March 1996, revised 28 November 1996