

КОНФЕРЕНЦИИ И СИМПОЗИУМЫ**Научная сессия Отделения общей физики и астрономии Российской академии наук**

(14 мая 1997 г.)

14 мая 1997 г. в Институте физических проблем им. П.Л. Капицы РАН состоялась научная сессия Отделения общей физики и астрономии Российской академии наук. На сессии были заслушаны доклады:

1. **Минеев В.П., Вавилов М.Г.** (Институт Теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, Черноголовка, Московская обл.) *Эффект де Гааза–ван Альфена в сверхпроводниках.*

2. **Волков В.А., Тахтамиров Э.Е.** (Институт радиотехники и электроники РАН, Москва). *Динамика электрона с пространственно-зависящей массой и метод эффективной массы для полупроводниковых гетероструктур.*

3. **Сухоруков А.П.** (Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова). *Новое направление в физике солитонов — параметрические связанные солитоны в квадратично-нелинейной среде.*

4. **Богатов А.П.** (Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва). *Оптика полупроводниковых лазеров.*

5. **Коровин С.Д.** (Институт сильноточной электроники, Томск). *Генерация мощного микроволнового излучения на основе сильноточных наносекундных электронных пучков.*

6. **Арделян Н.В., Бисноватый-Коган Г.С., Моисеенко С.Г.** (Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Институт космических исследований РАН, Москва). *Механизмы взрыва сверхновых: магниторотационная модель.*

7. **Слыши В.И.** (Астрокосмический центр Физического института им. П.Н. Лебедева РАН, Москва). *Звезды, планеты, космические лазеры.*

Краткие содержания некоторых докладов публикуются ниже.

PACS numbers: 05.50.+q, 75.90.+w

**Эффект де Гааза–ван Альфена  
в сверхпроводниках**

В.П. Минеев, М.Г. Вавилов

Квантовые осцилляции намагниченности — эффект де Гааза–ван Альфена (дГвА) — хорошо изученное явление в физике нормальных металлов. Согласно общепри-

нятой теории Лифшица–Косевича [1], каждое экстремальное сечение поверхности Ферми дает вклад в осциллирующую часть намагниченности, пропорциональный

$$M_{\text{osc}} \sim \sqrt{H} \frac{2\pi^2 T/\omega_c}{\sinh(2\pi^2 T/\omega_c)} \exp\left(-\frac{\pi}{\omega_c \tau}\right) \sin\left(\frac{2\pi F}{H} + \Phi\right). \quad (1)$$

Здесь  $\omega_c = eH/m^*c$  — циклотронная частота,  $F = cS/2\pi e$ ,  $S$  — площадь экстремального сечения поверхности Ферми,  $\tau$  — время рассеяния электронов на примесях. Постоянная Планка  $\hbar$  всюду положена равной 1. Величину  $1/2\pi\tau$  принято называть температурой Дингла. Как температурный, так и примесный множители в формуле (1) быстро убывают с уменьшением магнитного поля, и в нормальных металлах осцилляции дГвА доступны для наблюдения в достаточно сильных полях. Что же касается сверхпроводников, то обычно магнитные поля, в которых практически возможно наблюдать эффект дГвА, значительно превосходят критическое поле фазового перехода из сверхпроводящего в нормальное состояние. Поэтому появление заметных осцилляций намагниченности можно ожидать лишь в области очень низких температур:

$$T < \frac{eH_{c2}}{2\pi^2 m^* c} \sim \frac{T_c^2}{\mu}. \quad (2)$$

Здесь  $T_c$  — температура перехода в сверхпроводящее состояние в нулевом поле,  $\mu$  — энергия Ферми. С другой стороны, из-за рассеяния на примесях [2] осцилляции дГвА заметны лишь в достаточно чистых металлах, т.е. при выполнении условия  $\omega_c \tau \gg 1$ , которое можно переписать, так же как  $l_{\text{imp}} \gg R_c$ . Здесь  $l_{\text{imp}} = v_f \tau$  — длина свободного пробега и  $R_c = k_f \lambda^2$  — циклотронный радиус,  $k_f$  — фермиевский волновой вектор,  $\lambda = \sqrt{c/eH}$  — магнитная длина.  $\lambda$  в поле порядка  $H_{c2}$  совпадает с длиной когерентности  $\xi(T)$ . Поэтому требование к чистоте образца, достаточной для наблюдения осцилляций дГвА в полях порядка  $H_{c2}$ ,

$$l_{\text{imp}} \gg k_f \xi^2 \quad (3)$$

значительно сильнее обычного условия чистоты сверхпроводника  $l_{\text{imp}} \gg \xi_0$ .

Таким образом, наблюдать эффект дГвА в области полей и температур, характерных для сверхпроводников

второго рода, можно только в довольно редко встречающихся ультрачистых сверхпроводниках с большим значением верхнего критического поля. К ним относятся соединения со структурой A-15 ( $V_3Si$ ,  $Nb_3Sn$ ) [3, 4], борокарбиды ( $YNiB_2C$ ) [5], а также некоторые органические и слоистые сверхпроводники (см. обзоры [6, 7]). Так, в  $V_3Si$  [3], где  $H_{c2} = 18,5$  Тл,  $T_c = 17$  К,  $\xi_0 = 6,3$  нм и при этом  $l_{imp} > R_c = 130$  нм, осцилляции дГвА в полях порядка  $H_{c2}$  доступны для наблюдения при температурах порядка 1 К.

Эффект дГвА в указанных веществах сохраняется и при переходе в смешанное состояние ( $H < H_{c2}$ ). При этом частота осцилляций не претерпевает изменений, а амплитуда убывает с уменьшением поля быстрее, чем в нормальном состоянии.

Подавление амплитуды осцилляций намагниченности в сверхпроводниках второго рода вычислялось в теоретических работах [8] и [9]. Было показано, что в смешанном состоянии рассеяние квазичастиц на пространственно неоднородном распределении параметра порядка  $\Delta(\mathbf{R})$  приводит к дополнительному уширению уровней Ландау:

$$\frac{1}{\tau_s} \sim \sqrt{\mu\omega_c} \frac{H_{c2} - H}{H_{c2}}. \quad (4)$$

В результате амплитуда эффекта дГвА помимо фактора Дингла приобретает еще один не зависящий от температуры множитель  $\exp(-\pi/\omega_c\tau_s)$  и достаточно быстро убывает по мере отхода от линии фазового перехода  $H_{c2}$ .

Вывод выражения (4) в теоретическом плане неудовлетворителен. Дело в том, что спектр электронов и величина уширения уровней получены в работе [8] формальной заменой квазиклассического спектра, найденного в статье [10], на соответствующее квантовое выражение. Квазиклассическое описание в терминах непрерывных переменных  $\xi = k^2/2m - \mu$  и полярного угла  $\theta$  вполне адекватно, когда расстояние между уровнями Ландау мало по сравнению с температурой  $T$  или шириной уровней  $\Gamma = 1/2\tau$ . При изучении эффекта дГвА мы имеем дело как раз с противоположной ситуацией  $\omega_c > 2\pi^2 T$  и  $\omega_c > \pi\Gamma$ , поэтому пользоваться квазиклассическим подходом при вычислениях спектра нельзя.

Кvantовый подход, развитый Стефеном [9], тем не менее подтвердил результаты Маки [8]. В [9], однако, при вычислении собственной энергии квазичастиц в пределе низких температур  $T < \omega_c$  была выполнена замена суммирования по главному квантовому числу интегрированием, что допустимо только при условии, если ширина уровней превосходит расстояние между ними. Это и привело к совпадению результатов работ [8] и [9].

Описания эффекта дГвА в сверхпроводниках предлагались также в работах [11–13]. При всей разнице подходов авторами так или иначе использовался спектр типа БКШ:

$$E = \sqrt{E_n^2(k_z) + \Delta^2}, \quad (5)$$

где

$$E_n(k_z) = \omega_c \left( n + \frac{1}{2} \right) + \frac{k_z^2}{2m} - \mu. \quad (6)$$

Стефеном [9] было показано, что спектр (5) реализуется лишь в достаточно слабых полях  $\sqrt{\mu\omega_c} \ll T$ , поэтому, в

силу условия (2), наблюдение осцилляций намагниченности в этой области невозможно.

Спектр (5) формально также получается в ультраквантовом пределе  $\omega_c \sim \mu$  [14]. Известно, однако, что в ультраквантовом пределе в теории сверхпроводимости неприменимо приближение среднего поля (см. [15]), тем самым использованная в [14] математическая модель не дает адекватного описания сверхпроводимости в сильных полях.

В представленной работе [16] развита самосогласованная квантовая теория эффекта в смешанном состоянии. Показано, что при конечной концентрации примесей, несмотря на требование высокой чистоты  $\omega_c > \pi\Gamma$ , необходимое для наблюдения эффекта дГвА, в смешанном состоянии вблизи верхнего критического поля  $H_{c2}$  имеется область бесщелевой сверхпроводимости, в которой плотность состояний на поверхности Ферми остается конечной:

$$N(E=0) = N_0 \left( 1 - \frac{2\sqrt{\pi^3 n_f}}{L \ln n_f} \frac{H_{c2} - H}{H_{c2}} \right). \quad (7)$$

Здесь  $N_0$  — плотность состояний в нормальном металле,  $n_f = \mu/\omega_c$ ,  $L$  — числовая константа,  $L \approx 2$ .

Согласно уравнению (7), вблизи фазового перехода металл — сверхпроводник существует область бесщелевой сверхпроводимости в интервале полей

$$\frac{H_{c2} - H}{H_{c2}} < \frac{\ln n_f}{\pi^{3/2} \sqrt{n_f}}. \quad (8)$$

В большинстве сверхпроводников число  $n_f$  велико. Поэтому бесщелевая сверхпроводимость реализуется в очень малом интервале магнитных полей. Тем не менее в сверхпроводниках, в которых наблюдались осцилляции де Гааза — ван Альфена,  $n_f$  не превышает 50 [3, 4]. В соответствии с (8) плотность состояний на уровне Ферми остается конечной при  $H_{c2} - H \approx 0,1H_{c2}$ .

Осциллирующая часть плотности состояний на уровне Ферми, а стало быть и осциллирующая часть намагниченности  $M_s^{osc}$ , в смешанном состоянии также оказывается подавлена по сравнению с ее значением в нормальном состоянии  $M_n^{osc}$ :

$$\frac{M_s^{osc}}{M_n^{osc}} = 1 - \frac{2\sqrt{\pi n_f}}{L \ln n_f} \frac{H_{c2} - H}{H_{c2}}. \quad (9)$$

Результаты (7) и (9) получены в линейном приближении по квадрату параметра порядка  $\Delta^2 \sim (H_{c2} - H)/H_{c2}$  при выполнении условий  $T < \Gamma \ll \omega_c$ . Выход за пределы линейного приближения сопряжен со значительными математическими трудностями, связанными с недиагональностью матрицы собственной энергии, неизбежно возникающей вследствие пространственно неоднородного распределения параметра порядка.

## Список литературы

1. Лифшиц И М, Косевич А М ЖЭТФ **29** 730 (1955)
2. Бычков Ю А ЖЭТФ **39** 1401 (1961)
3. Corcoran R et al. Phys. Rev. Lett. **72** 701 (1994)
4. Harrison N et al. Phys. Rev. B **50** 4208 (1994)
5. Goll G et al. Phys. Rev. B **53** 8871 (1996)
6. Corcoran R et al. Physica B **206–207** 534 (1995)
7. Springford M, Wasserman A J. Low Temp. Phys. **105** 273 (1996)

8. Maki K *Phys. Rev. B* **44** 2861 (1991)
9. Stephen M J *Phys. Rev. B* **45** 5481 (1992)
10. Brandt U, Pesch W, Tewordt L *Z. Phys.* **201** 209 (1967)
11. Dukan S, Tesanovic Z *Phys. Rev. Lett.* **74** 2311 (1995)
12. Miller P, Györfi B L *J. Phys.: Condens. Mater.* **7** 5579 (1995)
13. Miyake K *Physica B* **186–188** 115 (1993)
14. Rasolt M, Tesanovich Z *Rev. Mod. Phys.* **64** 709 (1992)
15. Yakovenko V M *Phys. Rev. B* **47** 8851 (1993)
16. Вавилов М Г, Минеев В П ЖЭТФ (в печати)

PACS numbers: 71.25.Cx, 73.20.Dx, 73.40.Kp

## Динамика электрона с пространственно-зависящей массой и метод эффективной массы для полупроводниковых гетероструктур

В.А. Волков, Э.Е. Тахтамиров

### 1. Введение

Для квантовомеханического описания динамики электронов кристалла в плавных внешних полях широко используется метод (или приближение) эффективной массы (ЭМ). Применительно к однородным полупроводникам этот метод был разработан 40 лет назад Коном и Латтинжером [1, 2]. Математическим фундаментом подхода Кона – Латтинжера является метод огибающих функций (ОФ) [1], которые медленно меняются на длинах порядка постоянной решетки  $a$ . С возникновением и развитием физики полупроводниковых гетероструктур и их использованием в приборах (здесь достаточно указать на многочисленные применения многослойных гетероструктур с квантовыми ямами) встал вопрос об обобщении метода ЭМ на случай пространственно-зависящей ЭМ  $m(\mathbf{r})$ . За 30 лет предложено много различных формулировок. Среди ряда возникших при этом проблем отметим две очевидные. Первая: неоднозначность оператора кинетической энергии, обусловленная некоммутативностью оператора импульса и функции  $m(\mathbf{r})$ . *A priori* от этого оператора можно требовать лишь эрмитовости; это является довольно слабым ограничением на его возможную форму, от которой могут существенно зависеть и получаемые решения уравнения ЭМ [3]. Вторая проблема: эффективный потенциал вблизи гетерограницы очень часто не является плавной функцией на масштабах порядка  $a$ . Сомнению подвергается тогда сама корректность применения дифференциальных уравнений в рамках метода ОФ.

Ограничимся рассмотрением гетероструктур, состоящих из родственных материалов, когда разрывы зон малы по сравнению с характерными ширинами запрещенных зон; это, как правило, означает, что слабо отличаются и параметры ЭМ. Рассмотрим первую проблему, которая возникает уже и для гетеропереходов (ГП) с плавным на масштабах  $a$  изменением химического состава. Выберем за потенциал нулевого приближения потенциал кристаллической решетки (мысленно продолженной на все пространство) одного из материалов структуры, а отличие потенциалов решеток остальных полупроводников от базисного будем считать возмущением. Следя подходу Кона и Латтинжера и получая

многозонную  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  систему уравнений (см., например, [4]), можно попытаться разрешить проблему о правильном порядке некоммутирующих операторов в операторе кинетической энергии для "однозонных" уравнений (одно уравнение, справедливое вблизи дна зоны проводимости, или система уравнений вблизи потолка валентной зоны).

Само сведение многозонной системы уравнений к однозонному уравнению достигается исключением из многозонной  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  системы малых ОФ в пользу больших посредством некой процедуры. Здесь уместно сделать небольшое отступление и воспользоваться формальной аналогией между релятивистским уравнением Дирака и многозонной системой  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  уравнений на ОФ [5], которая проще всего прослеживается в двухзонном приближении (зона проводимости и валентная). В релятивистской теории есть два подхода к получению уравнения для "мелких" состояний электрона. Первый подход заключается в выражении малой позитронной компоненты волновой функции через электронную и подстановке ее в уравнение для электронной компоненты. При этом можно иметь дело либо с точным уравнением, которое не является уравнением на собственные значения ([6], гл. XX, § 28), либо приближенным уравнением, за эрмитовостью которого нужно следить отдельно [7]. Другой подход — преобразование типа Фолди – Вотхайзена, приближенное унитарное преобразование уравнения Дирака ([6], гл. XX, § 33). В нашем случае первый подход сравнительно просто реализуется только в двухзонном приближении (см., например, [8]); при учете удаленных зон [9, 10] возникает ряд сложностей. Этот момент является существенным при описания дырочных состояний в структурах на основе III–V полупроводников, поскольку конечность ЭМ тяжелых дырок достигается за рамками двухзонной модели. Будем следовать поэтому второму подходу — унитарному преобразованию, исключающему малые ОФ ([11], § 15). Поскольку мы рассматриваем гетероструктуры, состоящие из родственных материалов, канонический метод Кона – Латтинжера с пространственно-независящей ЭМ будет играть роль первого приближения. Учет пространственной зависимости ЭМ приведет к необходимости рассмотреть поправки к канонической теории, причем следует учитывать все поправки одного порядка малости, не допуская превышения точности. Обратимся к релятивистской аналогии с гипотетическим уравнением Дирака, содержащим неоднородную щель  $2c^2m(\mathbf{r})$ , где  $c$  есть скорость света в вакууме. Обычное однозонное уравнение ЭМ является аналогом нерелятивистского уравнения Шрёдингера. Существенно, однако, что ЭМ в двухзонном приближении пропорциональна локальной ширине запрещенной зоны  $E_g(\mathbf{r})$ , а относительное изменение ЭМ  $\delta m/m \simeq \delta E_g/E_g$ . В силу того, что поправка к кинетической энергии, описывающая пространственную зависимость ЭМ, имела бы "релятивистский" характер ( $\delta m/m \propto 1/c^2$ ), искомые уравнения для ГП будут аналогичны уравнению Шрёдингера со всеми релятивистскими поправками, пропорциональными  $1/c^2$  как обычными (вклад непарabolicности, пропорциональный  $\mathbf{p}^4$ , где  $\mathbf{p}$  — оператор импульса, вклад спин-орбитального взаимодействия и член Дарвина), так и новой псевдорелятивистской поправкой, описывающей  $\delta m(\mathbf{r})$ .

Обширная, хотя и далеко не полная библиография, посвященная попыткам получения уравнений ЭМ с