

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

О неправильных формулировках принципа эквивалентности

А.А. Логунов, М.А. Мествиришвили, Ю.В. Чугреев

Обсуждаются ранние формулировки [1–3, 6] принципа эквивалентности и дается их критический анализ. Показана ошибочность основных выводов работ [3, 5]. Приводится формулировка принципа эквивалентности, которую А. Эйнштейн дал в 1933 г. [9]. Именно в такой формулировке принцип эквивалентности и лежит в основе общей теории относительности.

PACS numbers: 04.20.-q, 04.20.Cv

1. Следуя работам А. Эйнштейна [1] 1907 и 1911 гг., обычно формулируют принцип эквивалентности (ПЭ) в следующей форме [2]: "Система отсчета, абсолютно покоящаяся или движущаяся инерциально в однородном гравитационном поле с напряженностью g , и система отсчета, движущаяся поступательно с ускорением \mathbf{j} в отсутствие гравитационного поля, физически эквивалентны, если $\mathbf{g} = -\mathbf{j}$ ", или в несколько другой форме [3]: "Согласно этому принципу (Речь идет о принципе эквивалентности. Примеч. авторов.) все физические явления протекают совершенно одинаково в инерциальной системе отсчета K_g , в которой имеется однородное поле тяготения с ускорением силы тяжести g , и в равномерно ускоренной системе K_a , движущейся с ускорением $-g$ относительно инерциальной системы отсчета без поля тяготения". Именно на основании такого представления о принципе эквивалентности в работе [3] делается вывод: "При наличии однородного поля тяжести незакрепленный заряд равномерно ускорен относительно инерциальной системы и, согласно сказанному выше, будет излучать. В ускоренной же системе отсчета K_a заряд, как кажется, не должен излучать, ибо он не ускорен относительно инерциальной системы. Системы K_g и K_a представляются неэквивалентными, т.е. принцип эквивалентности кажется нарушенным. На самом же деле заряд в системе K_a излучает точно так же, как и в системе K_g , т.е. принцип эквивалентности, безусловно, соблюдается".

Следует заметить, что в приведенных формулировках [1–3] ПЭ ни слова не говорится о локальности (малые пространственно-временные области). Как известно, излучение в K_g определяется точной формулой:

$$J = \frac{2}{3} \frac{e^2 a^2}{c^3}, \quad (1)$$

a — напряженность гравитационного поля.

Формула (1) получена для однородного гравитационного поля во всем пространстве. В действительности однородное гравитационное поле никогда не простирается до бесконечности, а поэтому такая предельная ситуация имеет несколько абстрактный характер, однако никакими положениями электродинамики она не запрещена. С другой стороны, такая ситуация не запрещена для рассмотрения и вышеприведенными формулировками принципа эквивалентности.

Согласно принципу эквивалентности в данной выше формулировке, заряд в системе K_a излучает точно так же, как и в системе K_g . Но это означает, что излучение в системе K_a определяется той же формулой (1). Задача определения излучения в системе K_a прямо относится к задаче о движении заряда в рамках специальной теории относительности, а не общей теории относительности. В нашей работе [4] показано, что принцип эквивалентности в приведенной выше формулировке нарушается, а следовательно, вывод В.Л. Гинзбурга об излучении заряда в системе K_a неправилен. Заряд, покоящийся в инерциальной системе, не излучает, и это утверждение не зависит от системы координат, в которой мы его рассматриваем. Именно поэтому и в системе K_a заряд не излучает. Все это подробно рассмотрено в работе [4]. Авторы [5] с этим согласны, когда пишут, что переход от инерциальной "системы отсчета K к системе K_a не может породить новые частицы: электроны, адроны, фотоны и т.п."

Казалось бы, вопрос исчерпан, и В.Л. Гинзбург согласился с тем, что заряд, покоящийся в инерциальной системе K , не будет излучать и в системе K_a , а следовательно, принцип эквивалентности в данной формулировке [1–3] не выполняется. Однако далее в работе [5] опять написано: "Перейдем к доказательству того, что заряд, покоящийся в инерциальной системе K и, естественно, в ней не излучающий, в системе K_a излучает".

Нам придется рассмотреть этот вопрос подробно, чтобы показать неправильность выводов работы [5]. В отличие от авторов работы [5], мы выполнили расчеты

А.А. Логунов, М.А. Мествиришвили, Ю.В. Чугреев. Институт физики высоких энергий, 142284 Протвино, Московская обл., Россия
Тел. (095) 146-95-38, (095) 924-67-52
Факс (095) 230-23-37
E-mail: tyurin@mx.itep.su

Статья поступила 10 июля 1995 г.

точно. Как известно, уравнение движения заряда в произвольной системе координат (в том числе и ускоренной) пространства Минковского имеет вид

$$m \frac{Du^{\nu}}{d\sigma} = F^{\nu}, \quad (2)$$

где $u^{\nu} = dx^{\nu}/d\sigma$ — 4-скорость, F^{ν} — вектор 4-силы. В случае отсутствия силы $F^{\nu} = 0$ движение происходит по геодезической линии пространства Минковского:

$$\frac{Du^{\nu}}{d\sigma} = \frac{du^{\nu}}{d\sigma} + \Gamma_{\alpha\beta}^{\nu} u^{\alpha} u^{\beta} = 0, \quad (3)$$

$\Gamma_{\alpha\beta}^{\nu}$ — символы Кристоффеля пространства Минковского, имеющие вид

$$\Gamma_{\alpha\beta}^{\nu} = \frac{1}{2} \gamma^{\nu\sigma} (\partial_{\alpha} \gamma_{\beta\sigma} + \partial_{\beta} \gamma_{\alpha\sigma} - \partial_{\sigma} \gamma_{\alpha\beta}),$$

$\gamma_{\alpha\beta}$ — метрический тензор пространства Минковского. Но движение по геодезической линии пространства Минковского — это движение свободное, а при свободном движении излучение отсутствует в любой системе координат. Иначе говоря, заряд не теряет энергии на излучение. В этом можно убедиться, прочитав § 73 "Теории поля" Ландау и Лифшица и совершив переход в произвольную (ускоренную) систему координат. Излучение — это не фикция, а физическая реальность.

Хорошо известно также, что для электромагнитного излучения инварианты поля $F_{\mu\nu} \cdot F^{\mu\nu}$, $F_{\mu\nu}^* \cdot F^{\mu\nu}$ равны нулю. В нашем случае, когда заряд покоится в инерциальной системе отсчета, инвариант $F_{\mu\nu} \cdot F^{\mu\nu}$ отличен от нуля, а следовательно, никаким преобразованием координат он не может быть обращен в нуль. Повидимому, чтобы прояснить вопрос, следует специально остановиться на понятии излучения. Как известно, в классической электродинамике об излучении можно говорить только в том случае, если компоненты тензора энергии-импульса, определяющие поток энергии, выраженные через запаздывающие потенциалы, убывают на бесконечности как $1/r^2$. Только в этом случае вектор Пойнтинга свидетельствует о существовании потери движущимся зарядом энергии на излучение. Излучение и есть физическая реальность в виде свободного электромагнитного поля. Именно в этой связи и формулируется условие излучения Зоммерфельда.

Если поведение поля на бесконечности не удовлетворяет этому требованию, то поверхностный интеграл от компонент потока энергии не имеет никакого отношения к наличию излучения.

2. Рассмотрим теперь задачу об ускоренном движении заряда относительно системы K_a , но покоящегося в инерциальной системе отсчета K в точке с координатами $x = y = z = 0$. Ранее в работе [4] такая задача нами была решена, но авторы [5] проводят расчет в мёллеровой системе отсчета и утверждают (хотя и необоснованно), что именно эта система необходима для подтверждения ПЭ в формулировках [1–3]. Но разве справедливость физического принципа зависит от выбора системы отсчета? Ведь если бы это было так, то мы имели бы дело не с физикой, а с какой-то мистикой. Покажем теперь, что и в системе Мёллера, которую авторы [5] называют системой K_a , заряд, покоящийся в инерциальной системе K , не излучает.

В инерциальной системе K поле покоящегося заряда чисто кулоновское, а поэтому компоненты тензора

энергии-импульса поля заряда, находящегося в точке с координатами

$$x = y = z = 0, \quad (4)$$

имеют вид

$$\begin{aligned} T'^{00} &= \frac{1}{8\pi} \frac{e^2}{r_0^4}, \\ T'^{01} &= T'^{02} = T'^{03} = T'^{10} = T'^{20} = T'^{30} = 0, \\ T'^{12} &= T'^{21} = -\frac{e^2}{4\pi r_0^6} xy, \quad T'^{13} = T'^{31} = -\frac{e^2}{4\pi r_0^6} xz, \\ T'^{23} &= T'^{32} = -\frac{e^2}{4\pi r_0^6} yz, \quad T'^{11} = -\frac{e^2}{4\pi r_0^4} \left(\frac{x^2}{r_0^2} - \frac{1}{2} \right), \\ T'^{22} &= -\frac{e^2}{4\pi r_0^4} \left(\frac{y^2}{r_0^2} - \frac{1}{2} \right), \quad T'^{33} = -\frac{e^2}{4\pi r_0^4} \left(\frac{z^2}{r_0^2} - \frac{1}{2} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Введем теперь координаты Мёллера

$$\begin{aligned} t &= \frac{1+a\rho}{a} \sinh(a\eta), \quad x = \xi, \quad y = \chi, \\ z &= \frac{1+a\rho}{a} \cosh(a\eta) - \frac{1}{a}. \end{aligned} \quad (6)$$

Заряд, покоящийся в инерциальной системе в точке с координатами (4), в неинерциальной системе с координатами η, ξ, χ, ρ совершает ускоренное движение по траектории

$$\xi = \chi = 0, \quad \rho = \frac{1}{a \cosh(a\eta)} - \frac{1}{a}. \quad (7)$$

При изменении η в области $-\infty \leq \eta \leq \infty$ заряд в неинерциальной системе отсчета движется от точки $\rho = -1/a$ до точки $\rho = 0$ и обратно.

Интервал в переменных η, ξ, χ, ρ имеет вид

$$\begin{aligned} ds^2 &= dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = \\ &= (1+a\rho)^2 d\eta^2 - d\xi^2 - d\chi^2 - d\rho^2. \end{aligned} \quad (8)$$

Для метрики в неинерциальной системе координат отличными от нуля будут только символы Кристоффеля

$$\Gamma_{03}^0 = \frac{a}{1+a\rho}, \quad \Gamma_{00}^3 = a(1+a\rho). \quad (9)$$

Из формул преобразования (6) легко найти

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial t} &= \frac{\cosh(a\eta)}{1+a\rho}, \quad \frac{\partial \eta}{\partial z} = -\frac{\sinh(a\eta)}{1+a\rho}, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} &= -\sinh(a\eta), \quad \frac{\partial \rho}{\partial z} = \cosh(a\eta). \end{aligned} \quad (10)$$

Отсюда можно получить якобиан преобразования D :

$$D = (1+a\rho)^{-1}. \quad (11)$$

Таким образом, преобразование (6) теряет смысл при

$$\rho = -\frac{1}{a} \quad (12)$$

и вводит горизонт событий.

Найдем теперь компоненты тензора энергии-импульса в координатах η, ξ, χ, ρ с помощью преобразования

$$T^{\mu\nu} = \frac{\partial y^\mu}{\partial x^\alpha} \frac{\partial y^\nu}{\partial x^\beta} T'^{\alpha\beta}, \quad (13)$$

здесь

$$x^\mu = (t, x, y, z), \quad y^\mu = (\eta, \xi, \chi, \rho).$$

Отсюда находим

$$T^{00} = \frac{e^2}{8\pi r_0^6} \frac{1}{(1+a\rho)^2} \left\{ (\xi^2 + \chi^2) [\cosh^2(a\eta) + \sinh^2(a\eta)] + \frac{1}{a^2} [au \cosh(a\eta) + \sinh^2(a\eta)]^2 \right\}, \quad (14)$$

$$T^{01} = \frac{e^2 \xi}{4\pi r_0^6} \frac{1}{1+a\rho} [au \cosh(a\eta) + \sinh^2(a\eta)] \frac{\sinh(a\eta)}{a}, \quad (15)$$

$$T^{02} = \frac{e^2 \chi}{4\pi r_0^6} \frac{1}{1+a\rho} [au \cosh(a\eta) + \sinh^2(a\eta)] \frac{\sinh(a\eta)}{a}, \quad (16)$$

$$T^{03} = -\frac{e^2}{4\pi r_0^6} \frac{1}{1+a\rho} (\xi^2 + \chi^2) \sinh(a\eta) \cosh(a\eta). \quad (17)$$

Здесь всюду

$$r_0^2 = \xi^2 + \chi^2 + \frac{1}{a^2} [(1+a\rho) \cosh(a\eta) - 1]^2, \quad (18)$$

$$au = 1 + a\rho - \cosh(a\eta).$$

Поскольку в координатах Мёллера (6) символы Кристоффеля отличны от нуля, общий вид закона сохранения тензора энергии-импульса имеет вид

$$\nabla_\mu T^{\mu\nu} = \frac{1}{\sqrt{-\gamma}} \partial_\mu (\sqrt{-\gamma} T^{\mu\nu}) + \Gamma_{\alpha\beta}^\nu T^{\alpha\beta} = 0. \quad (19)$$

Отсюда для нашего случая имеем

$$\partial_\mu (\sqrt{-\gamma} T^{\mu 0}) + 2aT^{03} = 0, \quad (20)$$

или

$$\partial_\mu T^{\mu 0} + \frac{3a}{1+a\rho} T^{03} = 0. \quad (20a)$$

Найдем теперь поверхность постоянной фазы электромагнитного поля. Для этой цели мы воспользуемся уравнением геодезической линии:

$$\frac{d^2 y^\mu}{d\sigma^2} + \Gamma_{\alpha\beta}^\mu \frac{dy^\alpha}{d\sigma} \frac{dy^\beta}{d\sigma} = 0. \quad (21)$$

На основании выражений (9) найдем

$$\frac{d^2 \eta}{d\sigma^2} + \frac{2a}{1+a\rho} \frac{d\eta}{d\sigma} \frac{d\rho}{d\sigma} = 0, \quad (22)$$

$$\frac{d^2 \xi}{d\sigma^2} = 0, \quad \frac{d^2 \chi}{d\sigma^2} = 0, \quad (23)$$

$$\frac{d^2 \rho}{d\sigma^2} + a(1+a\rho) \left(\frac{d\eta}{d\sigma} \right)^2 = 0. \quad (24)$$

Из уравнений (23) имеем

$$\xi = A_1 \sigma + B_1, \quad \chi = A_2 \sigma + B_2, \quad (25)$$

где A_1, A_2, B_1, B_2 — постоянные интегрирования.

Уравнение (22) запишем в виде

$$\frac{d}{d\sigma} \left(\ln \frac{d\eta}{d\sigma} \right) = \frac{d}{d\sigma} [\ln(1+a\rho)^{-2}], \quad (26)$$

откуда получим

$$\frac{d\eta}{d\sigma} = A_0(1+a\rho)^{-2}, \quad A_0 > 0. \quad (27)$$

Подставляя (27) в (24), найдем

$$\frac{d^2 \rho}{d\sigma^2} + aA_0^2(1+a\rho)^{-3} = 0. \quad (28)$$

Решение уравнения (28) имеет вид

$$\rho = \frac{1}{a} \left[\frac{a^2 A_0^2}{A_3^2} - (A_3 \sigma + B_3)^2 \right]^{1/2} - \frac{1}{a}, \quad (29)$$

где A_3 и B_3 — постоянные интегрирования.

Поскольку в выражении (29) функция, находящаяся под корнем, должна быть положительна, получим

$$\frac{a^2 A_0^2}{A_3^2} - (A_3 \sigma + B_3)^2 = A_3^2 (\sigma_+ - \sigma)(\sigma - \sigma_-) > 0, \quad (30)$$

где

$$\sigma_+ = \frac{aA_0}{A_3^2} - \frac{B_3}{A_3}, \quad \sigma_- = -\left(\frac{aA_0}{A_3^2} + \frac{B_3}{A_3} \right), \quad (31)$$

откуда следует, что $\sigma_- < \sigma < \sigma_+$. Таким образом,

$$\rho = |A_3| \frac{\sqrt{(\sigma_+ - \sigma)(\sigma - \sigma_-)}}{a} - \frac{1}{a}. \quad (32)$$

Теперь найдем функцию $\eta(\sigma)$. Для этой цели подставим (32) в уравнение (27):

$$\frac{d\eta}{d\sigma} = \frac{A_0}{A_3^2} \frac{1}{(\sigma_+ - \sigma)(\sigma - \sigma_-)} = \frac{1}{2a} \left(\frac{1}{\sigma - \sigma_-} + \frac{1}{\sigma_+ - \sigma} \right). \quad (33)$$

После интегрирования уравнения (33) получим

$$2a(\eta - B_0) = \ln \frac{\sigma - \sigma_-}{\sigma_+ - \sigma}, \quad (34)$$

где B_0 — постоянная интегрирования.

Отсюда с учетом (31) имеем

$$\sigma = \frac{aA_0}{A_3^2} \tanh[a(\eta - B_0)] - \frac{B_3}{A_3}, \quad (35)$$

переменная η может принимать любые значения от $-\infty$ до $+\infty$, причем величины σ_+ и σ_- равны предельным значениям:

$$\sigma_+ = \sigma(\infty), \quad \sigma_- = \sigma(-\infty). \quad (36)$$

Запишем уравнения для геодезической линии (25) и (32) с учетом выражения (35) в форме

$$\xi = \alpha_1 + a\beta_1 \tanh[a(\eta - B_0)], \quad (37a)$$

$$\chi = \alpha_2 + a\beta_2 \tanh[a(\eta - B_0)], \quad (37b)$$

$$\rho = \frac{\beta_3}{\cosh[a(\eta - B_0)]} - \frac{1}{a}, \quad (37в)$$

где

$$\alpha_1 = B_1 - \frac{A_1 B_3}{A_3}, \quad \alpha_2 = B_2 - \frac{A_2 B_3}{A_3},$$

$$\beta_1 = \frac{A_0 A_1}{A_3^2}, \quad \beta_2 = \frac{A_0 A_2}{A_3^2}, \quad \beta_3 = \frac{A_0}{|A_3|}. \quad (38)$$

Так как нас интересуют изотропные линии, то кривые (37) должны удовлетворять уравнению

$$ds^2 = \left[(1 + a\rho)^2 - \left(\frac{d\xi}{d\eta} \right)^2 - \left(\frac{d\chi}{d\eta} \right)^2 - \left(\frac{d\rho}{d\eta} \right)^2 \right] d\eta^2 = 0. \quad (39)$$

Подставляя выражения

$$\frac{d\xi}{d\eta} = \frac{\beta_1 a^2}{\cosh^2[a(\eta - B_0)]}, \quad \frac{d\chi}{d\eta} = \frac{\beta_2 a^2}{\cosh^2[a(\eta - B_0)]},$$

$$\frac{d\rho}{d\eta} = -\frac{\beta_3 a \sinh[a(\eta - B_0)]}{\cosh^2[a(\eta - B_0)]} \quad (40)$$

в уравнение (39), получим соотношения между постоянными интегрирования:

$$\beta_3^2 = a^2(\beta_1^2 + \beta_2^2). \quad (41)$$

Пусть заряд создает поле в момент времени $\eta_0 = 0$, тогда согласно (7) он находится в точке с координатами

$$\xi = \chi = \rho = 0. \quad (42)$$

Потребуем, чтобы изотропные геодезические (37) проходили через точку с координатами (42). Это достигается выбором постоянных интегрирования:

$$\alpha_1 = \beta_1 a \tanh(aB_0), \quad \alpha_2 = \beta_2 a \tanh(aB_0),$$

$$\beta_3 = \frac{1}{a} \cosh(aB_0). \quad (43)$$

Итак, для изотропных линий, проходящих через точку с координатами (42), мы имеем выражения

$$\xi = \beta_1 a \frac{\sinh(a\eta)}{\cosh(aB_0) \cosh[a(\eta - B_0)]},$$

$$\chi = \beta_2 a \frac{\sinh(a\eta)}{\cosh(aB_0) \cosh[a(\eta - B_0)]},$$

$$1 + a\rho = \frac{\cosh(aB_0)}{\cosh[a(\eta - B_0)]} \quad (44)$$

с постоянными $\beta_1, \beta_2, \beta_3$, удовлетворяющими условию (41). Заметим, что постоянная B_0 выражается через β_3 согласно формуле (43). Найдем теперь фронт постоянной фазы. Для этой цели выразим постоянные $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ через переменные ξ, χ, ρ, η . Из последнего равенства (44) с учетом выражения для β_3 из формулы (43) найдем

$$\beta_3 = \frac{1}{a} \frac{(1 + a\rho) \sinh(a\eta)}{\sqrt{2(1 + a\rho) \cosh(a\eta) - (1 + a\rho)^2 - 1}}, \quad (45)$$

аналогично находятся β_1 и β_2 :

$$\beta_1 = \frac{\xi(1 + a\rho) \sinh(a\eta)}{a[2(1 + a\rho) \cosh(a\eta) - (1 + a\rho)^2 - 1]},$$

$$\beta_2 = \frac{\chi(1 + a\rho) \sinh(a\eta)}{a[2(1 + a\rho) \cosh(a\eta) - (1 + a\rho)^2 - 1]}. \quad (46)$$

Подставляя эти выражения в соотношение (41), мы найдем фронт постоянной фазы:

$$\xi^2 + \chi^2 + [1 + a\rho - \cosh(a\eta)]^2 \frac{1}{a^2} = \frac{1}{a^2} \sinh^2(a\eta). \quad (47)$$

Совершенно очевидно, что это выражение удовлетворяет уравнению Гамильтона–Якоби:

$$\frac{1}{(1 + a\rho)^2} (\partial_\eta S)^2 - (\partial_\xi S)^2 - (\partial_\chi S)^2 - (\partial_\rho S)^2 = 0. \quad (48)$$

Перейдем теперь к вычислению вектора Пойнтинга по поверхности постоянной фазы. Для этой цели используем переменную

$$u = \frac{1}{a} [1 + a\rho - \cosh(a\eta)]. \quad (49)$$

Поверхность (47) принимает вид

$$\xi^2 + \chi^2 + u^2 = \frac{1}{a^2} \sinh^2(a\eta). \quad (50)$$

Здесь и далее $\eta > 0$. Обозначим объем, ограниченный поверхностью постоянной фазы (47) через V . Тогда, согласно (20), после интегрирования по объему V получим

$$\int_V \partial_\eta [(1 + a\rho) T^{00}] d\xi d\chi du + 2a \int_V d\xi d\chi du T^{03} = -I, \quad (51)$$

где

$$I = \int_V \partial_i (\sqrt{-\gamma} T^{0i}) d\xi d\chi du.$$

Введем сферические координаты

$$\xi = r \sin \theta \cos \varphi, \quad 0 \leq r \leq \frac{1}{a} \sinh(a\eta),$$

$$\chi = r \sin \theta \sin \varphi, \quad 0 \leq \theta \leq \pi,$$

$$u = r \cos \theta, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi. \quad (52)$$

Тогда с помощью формулы Гаусса–Остроградского имеем

$$I = \int_V \partial_i (\sqrt{-\gamma} T^{0i}) d\xi d\chi du = \int_{\partial V} \sqrt{-\gamma} T^{0i} l_i r^2 d\Omega, \quad (53)$$

вектор \mathbf{l} имеет компоненты

$$l_i = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta). \quad (54)$$

На поверхности (50) получим

$$\int_{\partial V} \sqrt{-\gamma} T^{0i} l_i r^2 d\Omega =$$

$$= \frac{1}{a^2} \sinh^2(a\eta) \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^1 \sqrt{-\gamma} T^{0i} l_i d \cos \theta. \quad (55)$$

Здесь мы положили $r = (1/a) \sinh(a\eta)$, причем $\eta > 0$. После элементарных вычислений найдем

$$T^{0i}l_i = \frac{e^2 a^4 (1 - \cos^2 \theta)}{4\pi \sinh^9(a\eta) [\cos \theta + \coth(a\eta)]^7}, \quad \eta > 0,$$

$$r_0^2 = \frac{1}{a^2} \sinh^4(a\eta) [\cos \theta + \coth(a\eta)]^2. \quad (56)$$

По ходу рассмотрения заметим, что приближение, сделанное в работе [5], не достаточно корректно. Вместо точного выражения (56) для $T^{0i}l_i$ авторы [5] получили формулу

$$T^{0i}l_i = \frac{e^2 \eta}{4\pi \rho a^2 r_0^6} \sinh(a\eta) [\cosh(a\eta) - 1] (1 - \cos^2 \theta). \quad (56a)$$

Сравним формулы (56) и (56a) в области малых η . Если из нашего выражения (56) следует

$$T^{0i}l_i = \frac{e^2 a^2}{4\pi \eta^2} (1 - \cos^2 \theta), \quad (56b)$$

то из выражения (56a) находим

$$T^{0i}l_i = \frac{e^2 a^2}{8\pi \eta^2} (1 - \cos^2 \theta), \quad (56b)$$

что в два раза меньше по сравнению с (56b). Если бы авторы дальше не ошиблись в вычислениях, то они получили бы в их формуле (23) коэффициент не $2/3$, а $1/3$.

Подставляя выражение (56) в (55) и интегрируя по углам θ и φ , получим

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^1 r^2 \sqrt{-\gamma} T^{0i}l_i d\cos \theta = \frac{2}{3} \frac{e^2 a^2}{c^3} \left[1 + \frac{6}{5} \sinh^2 \frac{a\eta}{c} \right]. \quad (57)$$

Здесь и в дальнейшем, в окончательных выражениях для потока, мы восстанавливаем зависимость от скорости света c . Учитывая (57), соотношение (51) можно записать в форме

$$\int_V \partial_\eta [\sqrt{-\gamma} T^{00}] d\xi d\chi du + 2a \int_V d\xi d\chi du T^{03} = -I,$$

$$I = \frac{2}{3} \frac{e^2 a^2}{c^3} \left[1 + \frac{6}{5} \sinh^2 \frac{a\eta}{c} \right], \quad \eta > 0. \quad (58)$$

В работе [5] авторы интегрируют по объему выражение (20a), а поэтому они должны были бы получить соотношение

$$\int_V \partial_\eta T^{00} d\xi d\chi du + 3a \int_V \frac{d\xi d\chi du}{au + \cosh(a\eta)} T^{03} = -P. \quad (51a)$$

Поверхностный интеграл в правой части (51a) они вычисляют приближенно, но ввиду громоздкости, как они пишут, вычисления не приводят. Интеграл P легко вычисляется точно, и он равен следующему выражению:

$$P = \int_{\partial V} r^2 T^{0i}l_i d\Omega =$$

$$= \frac{2}{3} \frac{e^2 a^2}{c^3} \cosh \frac{a\eta}{c} \left[1 + \frac{8}{5} \sinh^2 \frac{a\eta}{c} \right], \quad \eta > 0. \quad (57a)$$

Прежде всего отметим, что формула (1), полученная в системе K_g , не совпадает с точным выражением (57a), полученным в системе K_a . Таким образом, утверждение В.Л. Гинзбурга [3], что "заряд в системе K_a излучает точно так же, как и в системе K_g ", оказывается неправильным даже с формальной точки зрения. На основании выражения (57a) или (57) очевидно, что поверхностный интеграл неограниченно возрастает с увеличением расстояния, что свидетельствует о росте объемных интегралов в (51a) и (58), а это приводит к тому, что никакой волновой зоны в данной задаче не может быть, а следовательно, нет и излучения. Мы видим, что поверхностный интеграл от вектора Пойнтинга P (формула (57a)) для данной задачи не удовлетворяет условию излучения, которое требует, чтобы при увеличении расстояния (с ростом η) интеграл P стремился к постоянному, отличному от нуля значению, не зависящему от η . Именно поэтому заряд, покоящийся в инерциальной системе K , не излучает и в системе K_a . Отсюда следует, что утверждение авторов [3, 5], "что заряд, покоящийся в инерциальной системе K и, естественно, в ней не излучающий, в системе K_a излучает", просто ошибочно.

Соотношения (51a) и (58) выражают баланс энергии и ничего более. Выражения (51a) и (58) справедливы только, если $\eta > 0$, поскольку компоненты T^{0i} имеют сингулярность в точке $\eta = 0$. Авторы работы [5] пишут: "Ниже прямым расчетом будет показано, что в системе K_a , если перейти к ней из системы K корректным образом, заряд излучает, причем в точности, энергию (2)". Речь идет о формуле (1) нашей работы. Не касаясь существа вопроса об излучении, даже формальное сравнение формул (1) и (57a) показывает, что это утверждение авторов [5] также неправильно, поскольку формулы (1) и (57a) совершенно различны, а ведь результат (57a) получен нами точно без приближений.

Наличие поверхностного интеграла ни в какой степени еще не определяет наличия излучения. Авторы вроде бы с этим согласны, когда пишут в [5] "о несправедливости отождествления энергии P с энергией свободного электромагнитного излучения (совокупности фотонов)". Но далее они опять утверждают: "Именно из ПЭ следует, что электромагнитные поля заряда в системах отсчета K_g и K_a одинаковы. Отсюда уже автоматически следует, что и квадратичные по полю величины P в этих системах отсчета тоже одинаковы". Но это как раз и неверно, поскольку в системе K_g имеется излучение, а значит, и свободные электромагнитные волны, тогда как в системе K_a покоящийся в инерциальной системе заряд не излучает, хотя он и движется ускоренно относительно равномерно ускоренной системы координат. Если сравнить поле заряда, покоящегося в инерциальной системе K , с описанием этого поля в равномерно ускоренной системе K_a , то совершенно очевидно, что одно от другого отличается только тем, что записано в других координатах с учетом тензорного закона преобразования. Сравнить это поле с полем, которое возникает при движении заряда в системе K_g , просто недопустимо. Разве не видно, что формулы (1) и (57a) принципиально различны? Основная причина такого различия состоит в том, что движение заряда, покоящегося в инерциальной системе K , в ускоренной системе K_a происходит по геодезической линии пространства Минковского, а поэтому это движение свободное, тогда как незакрепленный заряд в системе K_g движется под действием силы, а

следовательно, это движение происходит не по геодезической линии пространства Минковского. Таким образом, ни о какой физической эквивалентности систем K_a и K_g в принципе не может быть и речи.

3. Можно ввести такую величину, что поверхностный интеграл от нее будет точно равен выражению (1), но и это не свидетельствует о наличии излучения, поскольку излучение связано с поведением на бесконечности тензора энергии-импульса.

Введем величину

$$\mathcal{T}^{\mu\nu} = (-\gamma)^{3/2} T^{\mu\nu}, \quad (59)$$

тогда, используя выражение (19), получим

$$\begin{aligned} \nabla_\mu \mathcal{T}^{\mu\nu} &= (-\gamma)^{3/2} \nabla_\mu T^{\mu\nu} = \partial_\mu \mathcal{T}^{\mu\nu} - \frac{3}{2} \frac{1}{\gamma} \partial_\mu \gamma \cdot \mathcal{T}^{\mu\nu} + \\ &+ \Gamma_{\mu\lambda}^\mu \mathcal{T}^{\lambda\nu} + \Gamma_{\mu\lambda}^\nu \mathcal{T}^{\mu\lambda} = 0. \end{aligned}$$

Но так как

$$\frac{1}{\gamma} \partial_\mu \gamma = 2\Gamma_{\mu\lambda}^\lambda,$$

имеем

$$\nabla_\mu \mathcal{T}^{\mu\nu} = \partial_\mu \mathcal{T}^{\mu\nu} - 2\Gamma_{\mu\lambda}^\lambda \mathcal{T}^{\mu\nu} + \Gamma_{\mu\lambda}^\nu \mathcal{T}^{\mu\lambda} = 0. \quad (60)$$

Полагая $\nu = 0$, найдем

$$\nabla_\mu \mathcal{T}^{\mu 0} = \partial_\mu \mathcal{T}^{\mu 0} = 0, \quad (61)$$

поскольку $\Gamma_{\mu\lambda}^\lambda = \delta_\mu^3 \Gamma_{30}^0$. Интегрируя это соотношение по области V , получим

$$\int_V \partial_\eta \mathcal{T}^{00} d\xi d\chi du = - \int_V (\partial_\xi \mathcal{T}^{01} + \partial_\chi \mathcal{T}^{02} + \partial_u \mathcal{T}^{03}) d\xi d\chi du. \quad (62)$$

Используя формулу Гаусса–Остроградского, имеем

$$\int_V (\partial_\xi \mathcal{T}^{01} + \partial_\chi \mathcal{T}^{02} + \partial_u \mathcal{T}^{03}) d\xi d\chi du = \int_{\partial V} \mathcal{T}^{0i} l_i r^2 d\Omega. \quad (63)$$

На поверхности (50) находим

$$\int_{\partial V} \mathcal{T}^{0i} l_i r^2 d\Omega = \frac{1}{a^2} \sinh^2(a\eta) \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^1 \mathcal{T}^{0i} l_i d\cos\theta, \quad (64)$$

после элементарных вычислений получим

$$\mathcal{T}^{0i} l_i = \frac{e^2 a^4}{4\pi} \frac{1 - \cos^2\theta}{\sinh^6(a\eta) [\cos\theta + \coth(a\eta)]^4}, \quad \eta > 0. \quad (65)$$

Подставляя это выражение в (64), найдем

$$\int_{\partial V} r^2 \mathcal{T}^{0i} l_i d\Omega = \frac{2}{3} \frac{e^2 a^2}{c^3}, \quad \eta > 0. \quad (66)$$

Итак, окончательно имеем

$$\int_{V(\eta)} \partial_\eta \mathcal{T}^{00} d\xi d\chi du = -\frac{2}{3} \frac{e^2 a^2}{c^3}, \quad \eta > 0. \quad (67)$$

Как видим, мы получили для величины \mathcal{T}^{0i} поверхностный интеграл, точно совпадающий с формулой (1), что, конечно, ничего не означает, поскольку только поведение в асимптотике компонент тензора энергии-импульса, описывающих поток энергии, определяет, имеется излучение или нет.

Подводя итоги проведенным выше точным расчетам, мы видим, что формулировки принципа эквивалентности, данные в работах [1–3], противоречат электродинамике. Поэтому наша критика работы [3], данная в статье [4], остается в силе, и она доводами авторов [5] не опровергнута.

4. Работа [5] содержит еще ряд неправильных утверждений и, поскольку все это изложено в журнале "Успехи физических наук", мы вынуждены на этих вопросах также остановиться, чтобы вдумчивый читатель мог сопоставить высказывания и выработать свою точку зрения. Авторы статьи [5] приводят формулировку принципа эквивалентности из книги В. Паули [6]. Приведем только один абзац из этой формулировки: "Для бесконечно малой области четырехмерного мира (т.е. для области столь малой, что пространственно-временными изменениями силы тяжести в ней можно пренебречь) всегда существует такая система координат $K_0(X_1, X_2, X_3, X_4)$, в которой сила тяжести не влияет ни на движение материальной точки, ни на любые другие физические процессы". Но эта формулировка вообще отличается от формулировок ПЭ, приведенных выше [1–3]. Но ведь и она не является верной. Действительно, если, например, взять частицу со спином, то в уравнение движения для такой частицы обязательно войдет тензор кривизны и никаким преобразованием координат нельзя уничтожить его действие на частицу со спином. Об этом в более общей форме еще в 1924 г. в книге [7] А. Эддингтон писал следующее: "Но существуют и более сложные явления, подчиняющиеся уравнениям, в которые входят компоненты кривизны мира. Члены, содержащие эти компоненты, будут отсутствовать в уравнениях, описывающих эксперименты, произведенные в плоских областях; при переходе же к общему случаю эти члены должны быть вновь восстановлены. Очевидно, должны существовать такие явления, которые позволяют отличить плоский мир от искривленного; в противном случае, мы не могли бы ничего знать о кривизне мира. К этим явлениям принцип эквивалентности неприменим". Иногда пишут, что в малой области влиянием вторых производных, а следовательно, кривизной, можно пренебречь. Это неправильно, поскольку, пренебрегая кривизной, мы пренебрегаем гравитационным полем. Более того, вопрос о роли кривизны пространства подробно рассмотрен в книге [8] Дж.Л. Синга, и вот что он пишет: "Если мы принимаем идею о том, что пространство-время является римановым четырехмерным пространством (а если мы релятивисты, так мы должны это сделать), то, очевидно, первая наша задача будет состоять в том, чтобы прочувствовать эту четырехмерность, подобно тому, как мореплаватели далеких времен должны были ощутить сферичность океана. И первое, что нам нужно осмыслить — это тензор Римана, поскольку этот тензор и есть гравитационное поле: если он обращается в нуль (и только в этом случае), поля не существует. И, однако, что довольно странно, этот важнейший факт был отодвигнут на задний план" и далее: "В теории Эйнштейна в

зависимости от того отличен от нуля тензор Римана или равен нулю гравитационное поле присутствует или отсутствует. Это свойство абсолютно; оно никак не связано с мировой линией какого-то наблюдателя". Совершенно очевидно, что если мы пренебрегли кривизной, то это означает, что мы выбрасываем гравитационное поле. Поэтому, когда авторы пишут, что они отвлекаются "от возможных приливных эффектов", то это означает, что они выбросили гравитационное поле. Если нет гравитационного поля, то пространство-время есть точно пространство Минковского. Это утверждение [8] "важно, но вряд ли можно назвать Принципом". Далее авторы [5] пишут: "При этом, однако, его высказывания (речь идет об А. Эйнштейне) никогда не противоречили приведенной в [6] формулировке ПЭ". Но это тоже не совсем верно, поскольку формулировка ПЭ, которую А. Эйнштейн дал в работе [9] 1933 г., является достаточно общей, и именно такой ПЭ лежит в основе ОТО. А. Эйнштейн писал [9]: "Математически это означает, что физическое (четырехмерное) пространство обладает римановой метрикой. Временно-подобные экстремальные линии этой метрики определяют движение материальной точки, на которую не действуют другие силы, кроме гравитационных. Коэффициенты ($g_{\mu\nu}$) этой метрики одновременно описывают гравитационное поле по отношению к выбранной системе координат. Тем самым была найдена естественная формулировка принципа эквивалентности, распространение которой на произвольные гравитационные поля представлялось весьма естественным". Эта формулировка Эйнштейна отличается от формулировки ПЭ в работах [1–3], она отличается также и от формулировки Паули [6]. Неужели авторы [5] не заметили этого? И уж совсем странно звучит их заключение: "В целом, по сути дела, А.А. Логунов и др. отрицают справедливость ПЭ или, точнее, эйнштейновского ПЭ". Но это также неправильно. У нас нет возражений против формулировки ПЭ, данной А. Эйнштейном в работе [9]. К стати, ведь об этой формулировке мы специально писали в статье [4]. Справедливости ради следует сказать, что Эйнштейн ранее иногда формулировал ПЭ так же, как Паули. Наша критика относится не к ПЭ, а к его ранним формулировкам, которые проникли в книги и являются неправильными [1–3, 6].

В разделах 3 и 4 статьи [5] со ссылкой на работу [10] А. Эйнштейна авторы пытаются найти аргументы, которые бы исключали неудобные системы координат. Ограничение на выбор системы координат в пространстве Минковского действительно имеется, и суть его заключается в том, что допустимы только такие преобразования координат, которые отображают при переходе к ускоренной системе координат все точки пространства инерциальной системы с якобианом преобразования, отличным от нуля. Только в этом случае возможно сохранение всей объективной информации о физических явлениях. Авторы по этому поводу пишут: "Мы ни в коей мере не согласны с таким утверждением, и фактически в ОТО далеко не всегда рассматриваются системы отсчета, носящие, так сказать, глобальный характер". Но причем здесь ОТО, когда речь идет о пространстве Минковского, т.е. о специальной теории относительности (СТО), ведь весь расчет в системе K_a проводится только в рамках (СТО)? Преобразование

координат, отображающее только часть пространства инерциальной системы, ведет к потере физической информации. Обоснования таких преобразований со ссылкой на ОТО не убедительны и не имеют доказательной силы, поскольку пространство Минковского принципиально отличается от риманова пространства. Преобразования с "шорами" возможны, но при этом следует проявлять осторожность в отношении общезначимых выводов. Каких-либо других ограничений, кроме сформулированных выше, в специальной теории относительности нет, а поэтому система координат, использованная нами в работе [4], допустима, и она не "считается равноускоренной", как пишут авторы, а является таковой, поскольку она связана с равномерно ускоренным зарядом, движущимся в инерциальной системе (галилеевы координаты). Любой общий физический принцип, а именно таким объявлен ПЭ, не должен в своих общих выводах зависеть от выбора системы координат. Наше преобразование [4] полностью отображает пространство инерциальной системы координат в ускоренную систему с якобианом отличным от нуля. Рассуждения авторов о лоренцевом сокращении длины также неосновательны, поскольку в зависимости от способа измерения длины она может меняться как угодно, в том числе для одних событий сокращаться, для других оставаться неизменной или увеличиваться (это справедливо даже для инерциальных систем отсчета). Что касается соображений А. Эйнштейна [10], высказанных в 1912 г. и приведенных авторами [5], то они относятся к тому периоду его творчества, когда он считал, что ускоренные системы отсчета нельзя применять в рамках специальной теории относительности. Такой точки зрения он придерживался весьма долго. В этой связи следует отметить, что даже в 1934 г. Л.И. Мандельштам писал [11]: "Как идут ускоренно движущиеся часы, и почему их ход меняется, на это специальная теория относительности ответить не может, ибо она вообще не занимается вопросом об ускоренно движущихся системах отсчета". В ряде учебников и статей подобное излагается до сих пор, хотя это в принципе неправильно и аналогично очевидному неправильному утверждению, что в евклидовой геометрии можно пользоваться только декартовыми координатами. При обсуждении в разделе 7 наших формул преобразования (29) авторы [5] разлагают их по величине at/c и отмечают, что при разложении с точностью $(at/c)^2$ релятивистские эффекты порядка $(at/c)^2$ отсутствуют, а поэтому не будет и излучения. Это замечание не имеет никакого отношения к нашей работе [4], так как наши вычисления, свидетельствующие об отсутствии излучения, проведены точно, а не приближенно. Но если раньше [4] мы показали, что заряд, покоящийся в инерциальной системе, не излучает в ускоренной системе, которая получена с помощью преобразований координат, переводящих все точки инерциальной системы в ускоренную, то в данной работе показано, что излучение отсутствует и в системе Мёллера, которую авторы [5] используют для доказательства существования излучения в системе K_a . Таким образом, отсутствие излучения, как и следовало ожидать, не зависит от выбора системы наблюдения. Это дает право еще раз подчеркнуть, что принцип эквивалентности в формулировке [1–3] противоречит электродинамике, а следовательно, утверждение В.Л. Гинзбурга об обратном просто неверно.

И наконец, о выводе авторов [5]: "*Переход к ПЭ, совершенный Эйнштейном, заключается в том, что не только механические законы, но и все законы физики, в частности электродинамические, в свободно падающем лифте такие же, как и при отсутствии гравитации*". Но все это абсолютно неправильно. Аргументы, опровергающие это высказывание, нами уже приведены. Дополнительно можно посоветовать прочитать в книге "Теория поля" Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица (издание седьмое, исправленное, 1988) § 91 (задача 2). Именно из этой задачи очевидно, что тензор кривизны непосредственно входит в уравнения электродинамики. Об этом еще в 1924 г. в книге [7], переведенной на русский язык в 1934 г., писал А.С. Эддингтон. Может быть, хоть это убедит авторов в неправильности этого утверждения. Наши точки зрения высказаны, и вдумчивый читатель сам может решить, что правильно, а что неправильно.

В заключение отметим, что В.А. Фок, анализируя ОТО Эйнштейна, отмечал [12], что в ее основе лежат два принципа: "Первый ... это есть объединение пространства и времени в единое четырехмерное многообразие с индефинитной метрикой... Второй принцип состоит в установлении единства между метрикой и тяготением; он и составляет сущность теории тяготения Эйнштейна. Именно эти два принципа, а отнюдь не расширение понятия относительности, будто бы возможное на основе локальной эквивалентности между ускорением и тяготением, лежат в основе теории тяготения Эйнштейна". В.А. Фок здесь абсолютно прав, однако формулировка ПЭ, данная впоследствии А. Эйнштейном [9] в 1933 г., содержит в себе оба принципа, о которых пишет В.А. Фок. Это говорит прежде всего о том, что Эйнштейн позднее под ПЭ имел в виду более глубокое содержание, чем это имеет место в приведенных выше формулировках [1–3, 6], хотя многие качественные рассуждения

Эйнштейна, на примере лифта Эйнштейна, могли служить основанием для формулировки ПЭ в том виде, в каком он часто встречается в литературе. В основе ОТО лежит ПЭ не в формулировке [1–3, 6], как считают авторы [5], а в формулировке, которую дал Эйнштейн в статье [9]. Приходится только сожалеть, что понимание данного вопроса некоторыми физиками затянулось во времени, хотя А. Эйнштейна об этом точно написал весьма давно.

Авторы выражают благодарность С.С. Герштейну за ценные обсуждения.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

Список литературы

1. Эйнштейн А *Собрание научных трудов* Т. I (М.: Наука, 1965) ст. 8, § 17; ст. 14
2. Зельманов А Л, Агапов В Г *Элементы общей теории относительности* (М.: Наука, 1989)
3. Гинзбург В Л *УФН* **98** 569 (1969)
4. Логунов А А, Мествиришвили М А, Чугреев Ю В *ТМФ* **99** 121 (1994)
5. Гинзбург В Л, Ерошенко Ю Н *УФН* **165** 205 (1995)
6. Паули В *Теория относительности* (М.: Наука, 1991)
7. Эддингтон А С *Теория относительности* (ОНТИ, 1934)
8. Синг Дж *Общая теория относительности* (М.: Изд-во иностранной литературы, 1963)
9. Эйнштейн А *Собрание научных трудов* Т. II (М.: Наука, 1966) ст. 110
10. Эйнштейн А *Собрание научных трудов* Т. I (М.: Наука, 1965) ст. 17
11. Мандельштам Л И *Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике* (М.: Наука, 1972)
12. Фок В А *Теория пространства, времени и тяготения* (М.: Гостехиздат, 1961)

ON NONCORRECT FORMULATIONS OF EQUIVALENCE PRINCIPLE

Yu.V. Chugreev, A.A. Logunov, M.A. Mestvirishvili

*Institute of High Energy Physics
142284 Protvino, Moscow Region, Russia
Tel. (7-095) 146-95 38, (7-095) 924-67 52
Fax (7-095) 230-23 37
E-mail: tyurin@mx.itep.su*

Early formulations [1–3, 6] of the equivalence principle (EP) are discussed and a critical analysis of them is given. It is shown that the main conclusions of papers [3, 5] are erroneous. The formulation of EP is presented given by A. Einstein in 1933 [9]. It is that very formulation of EP which underlines GRT.

PACS numbers: **04.20.-q**, 04.20.Cv

Bibliography — 12 references

Received 10 July 1995