УФН 1993

ТОМ СТО ШЕСТЬДЕСЯТ ТРЕТИЙ

Журнал издается с апреля 1918 г.

Сентябрь 1993 г.

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

Том 163, № 9

КОГЕРЕНТНОЕ ПЛЕНЕНИЕ НАСЕЛЕННОСТЕЙ В КВАНТОВЫХ СИСТЕМАХ

Б.Д. Агапьев, М.Б. Горный, Б.Г. Матисов, Ю.В. Рождественский*

(Санкт-Петербургский государственный технический университет, *Государственный оптический институтим. С.И. Вавилова, Санкт-Петербург)

(Статья поступила 18.01.93 г.)

СОДЕРЖАНИЕ

- 1. Введение (1).
- 2. Трехуровневые системы в отсутствие спонтанной релаксации (4).
- 3. Феноменологический учет спонтанной релаксации в трехуровневых системах (6). 3.1. Л- и Е-схемы уровней. 3.2. Vсхема уровней.
- 4. Когерентное пленение населенностей в Л-системе (7). 4.1. Процессы установления когерентногопленения в А-системе. 4.2. Условия возникновения когерентного пленения населенностей. 4.3. Когерентное пленение населенностей в частично когерентных световых полях. 4.4. Влияние движения атомов па возникновение когерентного пленения населенностей.
- 5. Когерентное пленение населенностей в оптически плотных средах (12).
- 6. Пленение населенностей в каскадной (Ξ) системе (14). 6Л. Процессы установления в Ξ-системе. 6.2. Спектроскопия Ξсистемы.
- 7. Когерентное пленение в системах с вырождением (17).
- 8. Законы сохранения и когерентное пленение населенностей в N-уровневых квантовых системах (18).
- 9. Когерентное пленение населенностей в сплошном спектре (23).
- 10. Основные эксперименты и возможные области применения когерентного пленения населенностей (25), 10,1, Поглошение света атомами в присутствии магнитного поля. 10.2. Спектроскопия сверхвы сокогоразрешения, 10.3. Стабилизация частоты. 10.4. Оптическая бистабильность. 10.5. Лазерное охлаждение нейтральных атомов. 10.6. Влияние относительных фаз возбуждающих полей на существование когерентного пленения населенностей. 10,7. Лазеры без инверсии,

11. Заключение (34). Примечания (35). Список литературы (35).

1. Введение. Исторически сложилось так, что результаты исследований именно трехуровневых систем занимают особое место в развитии методов лазерной спектроскопии и квантовой электроники. Достаточно только вспомнить, что первые исследования трехуровневых систем привели к открытию комбинационного рассеяния в жидкостях и газах, а также позволили осуществить оптическую накачку атомов, которая имела принципиальное значение для создания квантовых генераторов радиодиапазона (мазеров). Наконец, нельзя не отметить и такие (ставшие уже классическими) эффекты, наблюдавшиеся в этих системах, как пересечение уровней, эффект Ханле, квантовые биения.

В нелинейной спектроскопии, использующей трехуровневые системы, обычно исследуется поглощение слабого (пробного) поля в условиях, когда на другом (смежном) переходе действует интенсивное электромагнитное поле, насыщающее атомный переход. В этом случае в поглощении пробного поля могут наблюдаться особенности, обусловленные нелинейным взаимодействием с атомной системой насыщающего светового поля, что позволяет определять спектроскопические характеристики данного перехода трехуровневой системы. Результаты этих работ составили фундамент современной лазерной спектроскопии сверхвысокого разрешения и основные из них представлены в общеизвестных монографиях [1-5].

С конца семидесятых годов интерес к исследованиям трехуровневых систем еще более возрастает,

© Б.Д. Агапьев, М.Б. Горный, Б.Г. Матисов, Ю.В. Рождественский 1993



Рис. 1. Типы трехуровневых схем взаимодействия атома со световыми полями

что связано с некоторыми, ранее не известными, особенностями поведения таких систем в поле двух электромагнитных волн. В результате усилий многих исследователей удалось выявить новое явление при возбуждении трехуровневых (и вообще говоря, многоуровневых) квантовых систем, — когерентное пленение населенностей (КПН).

Оказалось, что многоуровневую систему не всегда можно возбудить на верхние уровни, поскольку в ней существуют особые суперпозиционные состояния, не взаимодействующие с оптическими полями. Эти состояния играют решающую роль только при наличии вполне определенных условий на частотные расстройки и интенсивности световых волн. При выполнении этих условий система находится в состоянии КПН и практически не взаимодействует с полем. Подчеркнем, что такое поведение присуще системам, в которых имеются условия для интерференции нескольких каналов возбуждения.

Простейшей системой этого вида является трехуровневая Λ -система энергетических уровней (в дальнейшем — просто Λ -система, или Λ -атом), взаимодействующая с двумя световыми волнами, имеющими частоты $\omega_m(m = 1, 2)$ (рис. 1,*a*).

При одинаковых условиях резонанса для смежных переходов $|1\rangle - |3\rangle, |2\rangle - |3\rangle$, т.е. при равенстве частотных расстроек $\Omega_m = \omega_m - \omega_{3m}$ (m = 1,2) световых волн от частот соответствующих переходов

$$\Omega = \Omega_1 - \Omega_2 = - - (\omega_{31} - \omega_{32}) + (\omega_1 - \omega_2) = 0, \qquad (1.1)$$

вероятность обнаружить атом в верхнем состоянии $|3\rangle$ близка к нулю. Другими словами, при условии (1.1) **Л**-атом (см. рис. 1,*a*) не возбуждается в верхнее состояние $|3\rangle$, и, следовательно, не может поглощать или испускать резонансные фотоны. Именно по этой причине, например в экспериментах, где изучался спектр флуоресценции в **Л**-системе, наблюдается провал, или "черная линия" в спектре флуоресценции.

Это свойство трехуровневой системы и получило название когерентного пленения населенностей

(coherent population trapping).

При КПН вся населенность А-системы распределяется между нижними уровнями, именно так следует понимать термин "пленение" или "захват".

В целом, здесь возникает ситуация, достаточно необычная для задач подобного рода, поскольку резонансное излучение действует на каждый из переходов в трехуровневой системе, однако система, в целом, не переходит в верхнее состояние. Напротив, в случае возбуждения хорошо известной, двухуровневой системы насыщающим резонансным полем вероятность обнаружить систему в верхнем состоянии максимальна и близка к 1/2.

После первых теоретических работ [7], где фактически был предсказан сам эффект, и пионерских экспериментов [8-10]^(1*), подтвердивших его существование, усилия исследователей были направлены прежде всего на выяснение динамики процессов в трехуровневых системах при условии (1.1) [11-14], а также на объяснение самого факта отсутствия заселения верхнего уровня. Удалось понять, что отсутствие частиц на верхнем уровне является свидетельством перехода системы в новое состояние, к которому система приходит спустя некоторое время т установления после включения взаимодействия. Причем порядок величины *т* определяется радиационнымвременем γ^{-1} жизни атома в возбужденном состоянии |3). По истечении этого времени система полностью переходит в новое состояние и радиационные процессы в ней прекращаются.

Явление КПН проявляется только для определенной интенсивности световых волн, и, например, для Л-системы необходимая интенсивность равна

$$I \gg I_{\rm c} = I_{\rm m} \frac{\Gamma}{\gamma} , \qquad (1.2)$$

где I_n — интенсивность насыщения оптического перехода, Γ — скорость поперечной релаксации между нижними уровнями. Считая $\Gamma << \gamma$, имеем соответственно $I_c < I_n$ (для атомов щелочных металлов $I_n \approx 0.1 \text{ Вт/см}^2$).

В реальных экспериментах поперечная релаксация между уровнями $|1\rangle$ и $|2\rangle$ может быть вызвана несколькими причинами: конечная ширина спектра полей лазерного излучения, пролетное уширение, столкновение атомов и др.

При невыполнении условия (1.2) КПН практически не наблюдается, даже если выполнено условие (1.1) на частотные расстройки. В этом случае возбуждение Λ -атома не имеет особенностей.

На рис. 2 приведена типичная зависимость населенности верхнегоуровня |3> в Л-схеме при фиксированной частоте одного из световых полей, от частоты поля, действующего на другой переход. Харак-

терный провалшириной Δ_0 является областью КПН, где условие (1.1) выполняется достаточно хорошо. Ширина провала Δ_0 определяется как

$$\Delta_0 \approx \Gamma + (g^2 / \gamma) , \qquad (1.3)$$

где $g = dE_0/\hbar$ — частота Раби, E_0 — амплитуда светового поля, одинаковая для обоих переходов Λ -атома, а d — матричный элемент дипольного взаимодействия, также одинаковый для обоих переходов.

Интересно, что согласно (1.3) ширина Δ_0 может быть сделана значительно меньше естественной ширины γ линии оптических переходов: $\Delta_0 << \gamma$ при условии g, $\Gamma << \gamma$ ^(2*). При этом, однако, всегда надо помнить, что интенсивности световых волн должны для проявления эффекта удовлетворять условию (1.2). По мере уменьшения интенсивности убывает относительная глубина провала (кривые 4, 3, 2) и при $g^2 \approx \Gamma \gamma$ (кривая *I*) провал практически исчезает (см. рис. 2), что свидетельствует об исчезновении явления КПН.

Даже если условие (1.2) выполняется и в системе возможно существование КПН, его экспериментальное обнаружение может быть затруднено при использовании недостаточно частотно стабилизированных полей. Как показано в [11, 13], при ширине спектра поля порядка скорости *W* оптического возбуждения

$$\beta_i\approx W\approx \frac{g^2}{\gamma}~(i=1,\,2)\,,$$

происходит "замытие" провала, имеющего место в случае КПН. Таким образом, для наблюдения КПН следует иметь $\beta_i << W$.

К особому случаю следует отнести возбуждение трехуровневой системы полями, имеющими взаимную корреляцию (случай так называемой кросс-корреляции) [13]. Интересно, что КПН в случае полной кросс-корреляции не зависит от ширины спектра полей, и провал всегда имеет место. Так что для кросскоррелированных полей можно наблюдать КПН и в случае $\beta_i >> W$.

Практически важным для спектроскопии свойством КПН является наличие провала в спектре флуоресценции с малойшириной Δ_0 (1.3). Поэтому естественно, что в ряде работ были предложены варианты методов спектроскопии сверхвысокого разрешения, использующие именно это свойство КПН [15—19]. Сюда же следует отнести и исследования по конкурентоспособным схемам двухфотонной ионизационной спектроскопии [20—22], и разработку стандартов частоты [23—27].

Интересными представляются и возможности использования сильной нелинейности при КПН. В частности, это относится к работам по оптической би-



Рис. 2. Качественная зависимость населенности верхнего уровня в Λ -системе в случае, когда одна из световых волн с частотой ω_2 находится в точном резонансе ($\Omega_2 = 0$), а частота ω_1 другой волны сканируется. 1 — отсутствие провала когерентного пленения, условие (1.2) не выполнено, случай малых интенсивностей; 2-4 — когерентное пленение существует, (1.2) выполнено. При этом относительная глубина провала растет с увеличением интенсивности световых волн (3, 4)

стабильности [28-30] и охлаждению атомов [31-37]. Отметим, что в последнем случае удается достичь температур охлажденных атомов порядка 10^{-6} K, что существенно ниже допплеровского предела, полученного для модели двухуровневого атома [38]. Более того, в ряде специальных схем охлаждения с помощью КПН можно получить температуры даже на несколько порядков ниже температуры $T_{\rm R}$ отдачи ($T_{\rm R} = 10^{-6}$ K) [36, 37]. В особый раздел следует отнести работы по исследованию распространения излучения (как непрерывного, так и импульсного) в резонансной трехуровневой оптически плотный среде [40-44]. В [41-42] показано, что для непрерывного двухчастотного излучения в условиях (1.1) происходит просветление среды для излучения, поскольку атомы среды не рассеивают резонансные фотоны. Просветление среды будет иметь место и для импульсного возбуждения трехуровневой среды, однако только для определенной частоты следования импульсов, кратной частотному расстоянию ω_{21} между нижними уровнями в А-схеме [40].

Значительный интерес представляют также работы [76—83] по созданию безынверсионных лазеров на основе явления КПН и возможность разрушения с последующим восстановлением состояния когерентного пленения в Λ -системе, замкнутой третьим резонансным полем [72—74].

В заключение следует особо отметить еще два важных обстоятельства. Во-первых, само явление когерентного пленения населенностей является фундаментальным свойством квантовых систем [48—57], в которых имеется возможность интерференции между различными каналами возбуждения. Поэтому совершенно не важна конкретная природа таких систем. Это могут быть квантовые переходы в атомах и молекулах, центрах окраски и примесных центрах в полупроводниках, а также *γ*-переходы энергетической структуры возбужденных ядер.

Другое обстоятельство связано с исследованием многоуровневых систем возбуждения. Поскольку трехуровневая система — наиболее простая многоуровневая система, в которой возможен КПН, а многоуровневую схему зачастую удается разбить на трехуровневые подсистемы, то, зная характер возбуждения простейшей схемы, можно качественно рассматривать возбуждение очень сложных многоуровневых систем. Более того, особенности возбуждения в многоуровневых системах типа КПН также могут быть найдены [54, 55], Отметим, что в последние годы появился ряд работ, в которых исследуется явление КПН и в случае, когда уровни, образующие Λ -систему, принадлежат области сплошного спектра [60-66].

Наше изложение будет построено по следующему плану. Сначала мы рассмотрим особенности возбуждения трехуровневых систем (см. рис. 1) при отсутствии спонтанной релаксации и покажем, что динамика системы радикально меняется в зависимости от соотношения знаков начальных фаз нижних состояний [14]. Затем исследуем вопрос о динамике возбуждения трехуровневой системы при спонтанном распаде на уровни термостата. При этом мы используем формализм векторов состояний и, непосредственно решая уравнение Шрёдингера, получим вероятность заселения общего уровня. Дальнейший анализ построен на основе решений точных уравнений для матрицы плотности трехуровневой Л-системы. Показано, какие условия необходимы для возникновения КПН, а также рассмотрены особенности КПН при движении атомов. После этого исследуется когерентное пленение населенностей в каскадной схеме (в дальнейшем — Ξ-схема), а также условия его возникновения. Далее, рассмотрено, как проявляется КПН в сложных квантовых системах, а именно: в системах со многими уровнями и в системах, имеющих сплошной спектр состояний. В конце работы представлен анализ экспериментальных ситуаций, в которых проявляется КПН и возможные применения эффекта в различных областях атомной физики и спектроскопии.

2. Трехуровневые системы в отсутствие спонтанной релаксации. Изучение явления КПН мы начнем с рассмотрения трехуровневых систем, взаимодействующих с двумя световыми полями с частотами *ω*₁ и *ω*₂. Предполагая равенство амплитуд полей, запишем

$$E = E_0 \left(e^{i\omega_1 t} + e^{i\omega_2 t} \right) + \text{K.c.}$$
(2.1)

Будем также предполагать отсутствие спонтанной релаксации и опишем такую систему волновой функцией вида:

$$\Psi(\mathbf{r},t) = a_1(t)\Psi_1(\mathbf{r}) + a_2(t)\Psi_2(\mathbf{r}) e^{i\omega_{21}t} + a_3(t)\Psi_3(\mathbf{r}) e^{i\omega_{31}t}, \qquad (2.2)$$

где за начало отсчета энергии выбрана энергия состояния $|1\rangle$, а функции $\Psi_m(\mathbf{r})$ и $a_m(t)$ (m = 1, 2, 3) суть собственные функции стационарных состояний системы и нестационарные амптлитуды вероятностей соответственно.

Подчеркнем, что отсутствие спонтанной релаксации приводит к неразличимости трехуровневых систем, изображенных на рис. 1. Поэтому выписанные ниже уравнения для амплитуд вероятностей и их решение в равной степени справедливы для всех типов трехуровневых систем, и мы только для определенности будем говорить о А-схеме атомных уровней. Трехуровневые системы с релаксацией, взаимодействующие с полем (2.1) будут рассмотрены в разделе 3.

Рассмотрим теперь возбуждение Λ -системы в верхнее состояние $|3\rangle$; другими словами, вычислим вероятность $|a_3|^2$ обнаружить систему в состоянии $|3\rangle$ при условии (1.1). При этом $|a_3|^2$ будет зависеть от типа начальных условий, а начальные условия могут быть подобраны таким образом, что вероятность заселения уровня $|3\rangle$ окажется равна нулю для любых времен наблюдения. Это и означает, что в такой системе можно выделить особые состояния, из которых атом не возбуждается даже при наличии резонансных полей. Такие состояния в дальнейшем будем называть когерентными состояниями системы.

Отметим, что само существование при условии (1.1) когерентных состояний уже является нетривиальным фактом, поскольку кажется естественным ожидать, что наличие резонансных полей должно обеспечить появление населенности на верхнем уровне, как это происходит в случае двухуровневого атома. Однако анализ показывает, что вероятность заселения уровня |3> сильно зависит от фазовых соотношений между волновыми функциями нижних уровней начального состояния,

Перейдем к вычислению вероятности обнаружить Λ-систему в состоянии |3). Для этого выпишем уравнения для нестационарных амплитуд вероятностей, получающиеся после подстановки (2.2) в нестационарное уравнение Шрёдингера:

$$\dot{a}_{3} = iga_{1} \exp(-i\Omega_{1}t) + + iga_{2} \exp(-i\Omega_{2}t) ,$$

$$\dot{a}_{2} = ig^{*}a_{3} \exp(i\Omega_{2}t) , \qquad (2.3)$$

$$\dot{a}_{1} = ig^{*}a_{3} \exp(i\Omega_{1}t) ,$$

где $g = dE_0/\hbar$ — частота Раби, и $\Omega_m = \omega_m - \omega_{3m}$ (m = 1, 2) — частотные расстройки световых полей. Введем новые переменные соотношениями $r = a_1 - a_2$, $s = a_1 + a_2$ и рассмотрим случай равных частотных расстроек $\Omega_m = \Omega$ (m = 1, 2), т. е. случай, когда проявляется КПН (см. условие (1.1)). Тогда система (2.3) принимает вид

$$\dot{a}_3 = igs \exp(-i\Omega t) ,$$

$$\dot{s} = 2ig^* a_3 \exp(i\Omega t) , \dot{r} = 0 .$$
 (2.4)

Из (2.4) видно, что в случае равенства расстроек возникают новые суперпозиционные состояния r, s, одно из которых r, вообще, оптически не связано с уровнем |3) и определяется только начальными условиями для амплитуд вероятности $a_{1,2}(0)$ [9].

Заметим, что из самого факта существования у системы новых суперпозиционных состояний при условии (1.1) еще не следует невозможность возбуждения системы. Здесь все определяется типом начальных условий, т. е. тем, как распределялась полная населенность в начальный момент времени. Так, например, ниже мы столкнемся с ситуацией, когда только при определенных начальных условиях А-система не возбуждается, а для других начальных условий все происходит как обычно, несмотря на существование новых суперпозиционных состояний.

Дальнейшее решение (2.4) не представляет трудностей и окончательно имеем

$$a_{3} = A \exp(i\alpha_{1}t) + B \exp(i\alpha_{2}t) ,$$

$$s = g^{-1} \exp(i\Omega t) \times$$

$$\times [\alpha_{1}A \exp(i\alpha_{1}t) + \alpha_{2}B \exp(i\alpha_{2}t)] , \qquad (2.5)$$

$$r = C ,$$

где постоянные A, B, C определяются из начальных условий; здесь

$$\alpha_{1,2} = -\Omega/2 \pm \Delta/2$$

— корни соответствующего характеристического уравнения, $\Delta^2 = \Omega^2 + 8g^2$, а амплитуды $a_{1,2}$ равны

$$a_1 = (s+r)/2$$
, $a_2 = (s-r)/2$

Решение (2.5) позволяет исследовать заселение верхнего уровня (3) в зависимости от типа начальных условий.

Первоначально заселен один из нижних уровней. Положим, что в начальный момент времени t = 0



Рис. 3. Зависимость населенностей верхнего уровня в безрелаксационной Λ -системе. 1 — решение (2.7), 2— (2.9), 3— (2.10), 4 — (2.11)

амплитуды вероятности равны

$$a_1 = \pm 1$$
, $a_2 = a_3 = 0$ при $t = 0$, (2.6)

что соответствует начальной населенности

$$|a_1|^2 = 1$$
, $|a_2|^2 = |a_3|^2 = 0$ при $t = 0$.

Тогда согласно (2.5) постоянные интегрирования равны

 $A=\pm \,g/\Delta\,,\ B=\mp \,g/\Delta\,,\ C=\pm\,1\,,$

и, соответственно, вероятность заселения уровня |3) определяется выражением

$$|a_3|^2 = 2g^2(1 - \cos \Delta \cdot t) / \Delta^2.$$
 (2.7)

Из (2.7) видно, что, несмотря на выполнение условия (1.1), населенность верхнего уровня испытывает осцилляции Раби, как это бывает, например, в случае двухуровнего атома (рис. 3, кривая *1*).

Первоначально заселен верхний уровень. Начальные амплитуды вероятностей равны

$$a_1 = a_2 = 0, a_3 = \pm 1 \text{ при } t = 0,$$
 (2.8)

а начальные населенности —

$$|a_1|^2 = |a_2|^2 = 0$$
, $|a_3|^2 = 1$ при $t = 0$.

Постоянные интегрирования из (2.5) при этом суть

 $A = B = \pm (1 - \alpha_1 \Delta^{-1}), \quad C = 0,$

а вероятность обнаружить систему в состоянии |3)

$$|a_3|^2 = [2\Omega^2 + 8g^2(1 + \cos \Delta \cdot t)]/2\Delta^2.$$
 (2.9)

Видно, что и для начальных условий (2.8) $|a_3|^2$ периодически меняется во времени (см. рис. 3, кривая 2).

Первоначально заселены оба нижних уровня. Рассмотрим теперь ситуацию, когда первоначально в равной степени заселены оба нижних уровня

$$|a_1|^2 = |a_2|^2 = 1/2$$
, $|a_3|^2 = 0$ при $t = 0$.

Для амплитуд вероятностей здесь могут иметь место четыре типа начальных условий (при t = 0) (см. таблицу на с. 6). Подстановкой условий из таблицы: в (2.5) можно убедиться, что вероятность $|a_3|^2$ существенно зависит от взаимных знаков начальных значений амплитуд вероятностей. Так, если для усло-

		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
a	a2	a3
$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	0
$1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{2}$	0
$-1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	0
$-1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{2}$	0

вий из первой и четвертой строк таблицы

И

И

$$A = -B = \pm \sqrt{2}g/\Delta , \quad C = 0$$

$$|a_3|^2 = 4g^2(1 - \cos \Delta \cdot t) / \Delta^2, \qquad (2.10)$$

то в случае условий из второй и третьей строк

$$A = B = 0, C = \sqrt{2},$$
$$|a_3|^2 = 0 \tag{2.11}$$

для любых времен наблюдения, т. е., говоря другими словами, атом остается в начальном состоянии и "не чувствует" присутствия резонансного поля (2.1) (см. рис. 3, кривая *4*).

Таким образом, при условии равенства частотных расстроек (1.1) возбуждение в трехуровневой системе отсутствует только в случае, если начальные (при t = 0) значения амплитуд вероятности нижних состояний отличаются знаками (см. таблицу). Это указывает на то, что в системе (Λ -системе) существует ряд состояний, попадая в которые она перестает взаимодействовать с полем. Такие состояния системы мы называем когерентными.

Отметим, что ненулевая первоначальная населенность уровня |3> при соответствующих начальных амплитудах вероятностей на нижних уровнях (имеющих противоположные знаки) не вносит ничего качественно нового. При этом осциллирует только та часть атомной населенности, которая первоначально находилась на уровне |3>, в то время как большая часть захвачена в когерентное состояние. Данное обстоятельство имеет решающее значение при попытках создания безынверсионных лазеров на основе КПН [76—83].

Знаки начальных амплитуд вероятностей нижних состояний системы определяются симметрией системы относительно перестановки фазовых множителей волновых функций. Причем существенно, что эта симметрия проявляется (т.е. А-система не возбуждается в верхнее состояние) только при условии (1.1). Если условие (1.1) не имеет места, система возбуждается всегда, в том числе и из этих когерентных состояний. Существование особых когерентных состояний в трехуровневой системе было также отмечено в [14], где исследовался коллапс и восстановление динамики трехуровневых систем. Для расчета была выбрана безрелаксационная V-система (см. рис. $1, \delta$), взаимодействующая с квантовым электромагнитным полем, имеющим лоренцево распределение по числу фотонов n

$$F_n = [(n - \overline{n})^2 + \Gamma_0^2]^{-1} \times \left\{ \sum_n [(n - \overline{n})^2 + \Gamma_0^2]^{-1} \right\}^{-1}$$

где \overline{n} — среднее число фотонов, а Γ_0 — полуширина распределения. Анализ осуществлялся на основе решения нестационарного уравнения Шрёдингера для амплитуд вероятностей. Оказалось, что существуют такие начальные значения амплитуд верхних состояний *V*-системы, что вероятность обнаружить систему в нижнем состоянии не только близка к нулю, но и сама временная эволюция системы качественно подобна описанной эволюции Λ -системы. Принципиальное отличие полученных в [14] результатов от приведенных результатов для Λ -системы состоит в том, что в случае квантованного поля эти выделенные начальные условия зависят еще от среднего числа фотонов \overline{n} .

3. Феноменологический учет спонтанной релаксации в трехуровневых системах.

3.1. А-и Е-схемы уровней. Рассмотрим вопрос о временной эволюции населенностей состояний Л-и Е-систем с учетом спонтанной релаксации. Воспользуемся для этого формализмом амплитул вероятностей, в котором феноменологически учтем распад состояния $|3\rangle$ со скоростью γ_0 в состояния термостата, а состояния $|1\rangle$ и $|2\rangle$ будем считать нераспадающимися [11, 12]. Конечно, этот подход страдает недостатками, в частности, в нем невозможно учесть приходные члены. Однако ввиду простоты и наглядности, а также того, что уже в этом подходе обнаруживаются характерные черты КПН, мы приведем решения и их анализ. Корректный же учет процессов спонтанной релаксации и любых других возможен на основе метода матрицы плотности, который позволяет рассмотреть большое количество практически важных задач, но он более громоздок. Мы применим этот метод для исследования КПН в следующих разделах.

Итак, найдем зависимость населенностей уровней $|m\rangle$ (m = 1, 2, 3) от времени наблюдения.

Система уравнений для амплитуд вероятностей (2.3), дополненная спонтанным распадом, может

быть записана как [1, 3, 4] (
$$\Omega_1 = \Omega_2 = 0$$
)
 $\dot{a}_3 = ig (a_1 + a_2) - \gamma_0 a_3$,
 $\dot{a}_2 = ig^* a_3$,
 $\dot{a}_1 = ig^* a_3$.
(3.1)

Выпишем решения уравнений (3.1) в случае начальных условий

$$a_1 = C_1, a_2 = C_2, a_3 = 0$$
 при $t = 0.$ (3.2)

Тогда вероятности заселения в состояниях $|m\rangle$ равны при $g \ll \gamma_0$

$$|a_{3}|^{2} = |C_{1} + C_{2}|^{2} \frac{g^{2}}{\gamma_{0}^{2}} \times \\ \times \left(e^{-2g^{2}t/\gamma_{0}} - e^{-\gamma_{0}t}\right)^{2},$$

$$|a_{1,2}|^{2} = \frac{1}{4} |\pm (C_{1} - C_{2}) + \\ + (C_{1} + C_{2})e^{-2g^{2}t/\gamma_{0}}|^{2},$$
(3.3)

а при g >> ү₀ —

$$|a_{3}|^{2} = \frac{1}{2} |C_{1} + C_{2}|^{2} \times \\ \times e^{-\gamma_{0}t} (1 - \cos^{2} x) , \qquad (3.4)$$
$$|a_{1,2}|^{2} = \frac{1}{4} |\pm (C_{1} - C_{2}) + \\ + (C_{1} + C_{2}) e^{-\gamma_{0}t/2} \cos x|^{2} ,$$

где $x = \sqrt{2} gt$.

Решения (3.3), (3.4) полностью описывают временное поведение населенностей в Λ - и Ξ -системах в случае начальных условий (3.2). Из (3,3) и (3.4) видно, что для начальных значений $C_1 = -C_2$ для $a_{1,2}$ промежуточный уровень |3⟩ вообще не заселяется вне зависимости от частоты Раби и скорости γ_0 распада. При этом начальные населенности не изменяются: $|a_1|^2 = |a_2|^2$, $|a_3|^2 = 0$, что свидетельствует о существовании такого состояния системы, которое не взаимодействует с резонансными полями.

Для начальных значений $C_1 \neq -C_2$ временная эволюция населенностей имеет различный вид в зависимости от частоты Раби: при больших частотах Раби $g >> \gamma_0$ имеют место периодические затухающие колебания с временем установления γ_0^{-1} , при малых ($g << \gamma_0$) затухание происходит апериодически за времена $t \approx \gamma_0/g^2$.

Отметим еще два обстоятельства: первое — характер динамики принципиально не изменится в случае отстроек от точного резонанса. При этом требуется только, чтобы было выполнено условие двухфотонного резонанса, которое для Λ -системы есть

$$\Omega_1 - \Omega_2 = 0, \tag{3.5}$$
а для Ξ-системы —

$$\Omega_1 + \Omega_2 = 0. \tag{3.6}$$

Второе обстоятельство, наиболее важное для понимания КПН, состоит в том, что для трехуровневого атома в условиях (3.5), (3.6) часть атомной населенности всегда захватывается на крайних уровнях. Таким образом, населенность остается в системе, несмотря на распады вне системы, что существенно отличается от аналогичного рассмотрения для двухуровневого атома [1, 3], где общая населенность убывает с течением времени ($N \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$), что связано с непрерывным уходом населенности из системы посредством распада возбужденного уровня.

3.2. V-схема уровней. Остановимся на V-схеме уровней (см. рис. 1,*б*). В этом случае уравнений для амплитуд вероятности в прежних обозначениях примут вид

$$\dot{a}_3 = igs,$$

$$\dot{s} + 2\gamma s = 2ig^* a_3,$$

$$r + 2\gamma r = 0,$$

(3.7)

где 2γ — скорость распадов с уровней $|1\rangle$ и $|2\rangle$ в состояния термостата, а частотные расстройки световых волн равны нулю $\Omega_m = 0$ (m = 1,2). Решение (3.7) можно записать как

$$a_{3} = ig \exp(-\gamma t) \times \\ \times \left[A\alpha_{1}^{-1} \exp(\Delta_{1}t) - B\alpha_{2}^{-1} \exp(-\Delta_{1}t) \right], \\ s = \exp(-\gamma t) \times \\ \times \left[A \exp(\Delta_{1}t) + B \exp(-\Delta_{1}t) \right], \\ r = C \exp(-2\gamma t),$$
(3.8)

где

$$\alpha_{1,2} = -\gamma \pm \Delta_1, \Delta_1^2 = \gamma^2 - g^2.$$

Из (3.8) видно, что в данном случае все поведение системы определяется распадом с уровней $|1\rangle$, $|2\rangle$. Соответственно, система возбуждается в эти состояния для любых начальных условий. Необходимый условием отсутствия когерентного пленения здесь является распад суперпозиционного состояния *r* со скоростью 2γ , который в случае Λ -и Ξ -систем отсутствует.

Случай возбуждения такой *V*-системы полностью аналогичен возбуждению двухуровневой системы, верхнее состояние которой распадается [1,3]. Естественно поэтому, что здесь, как и для двухуровневой системы, не выполняется условие нормировки и полная населенность в системе стремится с течением времени к нулю: $|a_1|^2 + |a_2|^2 + |a_3|^2 = N \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$

4. Когерентное пленение населенностей в ∧-системе.

4.1. Процессы установления когерентного пленения в **Л**-системе. Продолжим исследование когерентного пленения в **Л**-системе. Для этого используем формализм матрицы плотности, в котором можно наиболее полным образом учесть процессы релаксации.

Имея в виду дальнейшее изложение, сразу зададим поле, с которым взаимодействует Λ -система, в виде двух плоских световых волн с частотами $\omega_{1,2}$, волновыми векторами $\mathbf{k}_{1,2}$ и единичными векторами поляризации $\mathbf{e}_{1,2}^{(3_{\mathbf{x}})}$:

$$\mathbf{E} = E_1 \mathbf{e}_1 \exp(i\omega_1 t - i\mathbf{k}_1 \mathbf{r}) + E_2 \mathbf{e}_2 \exp(i\omega_2 t - i\mathbf{k}_2 \mathbf{r}) + \kappa.c.$$
(4.1)

Выпишем уравнения для элементов матрицы плотности [1—5] **Л**-атома:

$$\begin{split} i \frac{d \rho_{11}}{dt} &= -g_1 \rho_{31} \exp(i\Omega_1 t - i\mathbf{k}_1 \mathbf{r}) + \\ + \kappa.c. + 2i\gamma_1 \rho_{33} , \\ i \frac{d \rho_{22}}{dt} &= -g_2 \rho_{32} \exp(i\Omega_2 t - i\mathbf{k}_2 \mathbf{r}) + \\ + \kappa.c. + 2i\gamma_2 \rho_{33} , \\ i \frac{d \rho_{33}}{dt} &= g_1 \rho_{31} \exp(i\Omega_1 t - i\mathbf{k}_1 \mathbf{r}) + \\ + g_2 \rho_{32} \exp(i\Omega_2 t - i\mathbf{k}_2 \mathbf{r}) - \\ - \kappa.c. - 2i(\gamma_1 + \gamma_2) \rho_{33} , \\ i \frac{d \rho_{13}}{dt} &= -g_1 (\rho_{33} - \rho_{11}) \exp(i\Omega_1 t - i\mathbf{k}_1 \mathbf{r}) + \\ + g_2 \rho_{12} \exp(i\Omega_2 t - i\mathbf{k}_2 \mathbf{r}) - i\gamma \rho_{13} , \\ i \frac{d \rho_{23}}{dt} &= -g_2 (\rho_{33} - \rho_{22}) \exp(i\Omega_2 t - i\mathbf{k}_2 \mathbf{r}) + \\ + g_1 \exp(i\Omega_1 t - i\mathbf{k}_1 \mathbf{r}) \rho_{21} - i\gamma \rho_{23} , \\ i \frac{d \rho_{12}}{dt} &= -g_1 \rho_{32} \exp(i\Omega_1 t - i\mathbf{k}_1 \mathbf{r}) + \\ + g_2 \rho_{13} \exp(-i\Omega_2 t + i\mathbf{k}_2 \mathbf{r}) - i\Gamma \rho_{12}; \end{split}$$

здесь g_m — частоты Раби, $\Omega_m = \omega_m - \omega_{3m}$ (m = 1, 2) — частотные расстройки, $2\gamma_1, 2\gamma_2$ — парциальные скорости распада с уровня $|3\rangle$ на уровни $|1\rangle$ и $|2\rangle$, $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$, а Γ — скорость релаксации низкочастотной когерентности ρ_{12}

Далее сделаем замену недиагональных элементов в (4.2):

$$\rho_{m3} = \rho_{m3} \exp(i\Omega_m t - i\mathbf{k}_m \mathbf{r}) \quad (m = 1, 2),$$

$$\rho_{12} = \rho_{12} \exp(i(\Omega_1 - \Omega_2)t - i(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)\mathbf{r}),$$
(4.3)

и, считая затем, что Λ -атом покоится, положим v = 0 в левой части (4.2), в результате чего получим систему уравнений, содержащую только временные производные. Эту систему можно решить для случая нулевых расстроек $\Omega_m = 0$ и, соответственно, найти, как изменяется во времени населенность уровня |3 \rangle , т.е. то, что уже было рассмотрено выше в формализме векторов состояний.

В случае одинаковых парциальных скоростей $\gamma = \gamma_i (i = 1, 2)$ и равных частот Раби при начальных

условиях $\rho_{11}(0) = \rho_{22}(0) = 1/2$, $\rho_{33}(0) = 0$, $\rho_{ik}(0) = 0$ ($i \neq k = 1, 2, 3$) из (4.2) имеем [45]

$$\rho_{33} = \frac{g^2}{\gamma^2} \left[1 + \exp(-\tau) - 2 \exp\left(-\frac{3}{2}\tau\right) \right], \quad (4.4)$$

где
$$g^2 << \Gamma_\gamma$$
, а в случае $g^2 >> \Gamma_\gamma$

$$\rho_{33} = \frac{1}{2\gamma} \left[1 - \exp(-\tau) \right] + \frac{2g}{\gamma} \exp(-\tau) \left[\sqrt{2} \left(\frac{9}{4} + \frac{2g^2}{\gamma^2} \right) \right]^{-1} \times \left[\sqrt{2} \frac{g}{\gamma} + \exp\left(-\frac{\tau}{4}\right) \times \left[\sqrt{2} \frac{g}{\gamma} + \exp\left(-\frac{\tau}{4}\right) \times \left(\frac{1}{2} \sin x - \sqrt{2} \frac{g}{\gamma} \cos x \right) \right],$$
(4.5)

где $\tau = \gamma t, x = \sqrt{2}gt.$

Из выражений (4.4) — (4.5) видно, что значение населенности третьего уровня в Λ -системе существенно зависит как от интенсивности световых волн, так и от скоростей релаксации Γ и $\gamma^{(4*)}$. В зависимости от соотношения величин g^2 и $\Gamma \gamma$ наблюдается различный характер заселения верхнего уровня. Сравним (4.4), (4.5) с решениями (3.3), (3.4), полученными при использовании формализма векторов состояний, При этом можно оценить степень нестрогости данного подхода. Так, например, при больших частотах Раби населенность третьего уровня в (3.4) стремится в стационарном состоянии не к постоянной величине $\Gamma/2\gamma$, а к нулю, что является следствием невозможности учета поперечной релаксации в формализме амплитуд состояний.

Подчеркнем, что учет релаксации низкочастотной когерентности ρ_{12} в уравнениях (4.2) носит принципиальный характер, поскольку с одной стороны Г определяет величину эффекта КПН (значение населенности уровня $|3\rangle$), а с другой указывает интенсивности световых волн, для которых возможен сам эффект.

На рис. 4 изображена зависимость населенностей в Λ -системе от времени наблюдения. Интересно, что в случае точного решения системы (4.2), полученного на основе уравнений для матрицы плотности, характер установления существенно зависит от начальных условий. Так, если первоначальные населенности на уровнях $|1\rangle$, $|2\rangle$ равны по 1/2, а начальнаякогерентность $\rho_{12} = -1/2$, то система уже находится в состоянии когерентного пленения и вообще не возбуждается полем (ср. с начальными условиями из таблицы). Другими словами, выбор определенных первоначальных значений населенностей значительно облегчает переход к КПН, Данное обстоятельство лишний раз указывает, что в Λ -системе су-



Рис. 4. Временная эволюция населенностей $\rho_{mm}(t)$ (m = 1, 2, 3) в Асистеме при (1.1) для $g = 2\gamma$, $\gamma = 2 \cdot 10^7 \text{ c}^{-1}$, $\Gamma = 10^3 \text{ c}^{-1}$, $\tau = \gamma t$ и начальных условий $\rho_{11}(0) = 1$, $\rho_{22}(0) = \rho_{33}(0) = \rho_{ik}(0) = 0$ ($i \neq k = 1, 2, 3$)



Рис. 5. То же, что на рис. 4, но (1.1) не выполнено; $\Omega_1 = 5\gamma$, $\Omega_2 = 0$, $g = 2,5\gamma$

ществуют определенные когерентные состояния, из которых система слабо возбуждается. Эти когерентные состояния системы имеют, как показано выше, вполне определенные значения амплитуды и фазы (см. раздел 2). В то же время при наличии в системе спонтанной релаксации переход с верхнего состояния на нижние уровни переводит систему в статистическую смесь чистых состояний нижних уровней. При этом всегда существует вероятность, что система попадет в когерентное состояние, после чего (как показано в разделах 2 и 3) всякое возбуждение в системе прекращается. Если Л-система за счет спонтанного распада не попала в когерентное состояние, то согласно (3.3) и (3.4), она по-прежнему возбуждается в верхнее состояние, пока спонтанный распад не переведет систему в состояние (2.11). Именно указанными процессами "выпадения" атомов из взаимодействия с полем при каждом новом распаде и обусловлены осциллирующие зависимости типа (3.4) и (4.5).

На рис. 5 показано, как происходит заселение уровней **Л**-системы, если не выполнены условия возникновения когерентного пленения.

Отметим, что в случае малых интенсивностей световых волн когерентное пленение вообще отсутствует. Из выражения (4.4) также видно, что стационарная населенность уровня $|3\rangle$ пропорциональна в этом случае g^2/γ^2 . Более подробно условия возникновения КПН мы рассмотрим ниже.

4.2. У словия возникновения когерентного пленения населенностей. Выше указывалось, что явление КПН есть сугубо нелинейный эффект, который проявляется только при определенной интенсивности световых волн. Это уже можно видеть из выражений (4.4) и (4.5) при переходе в них при $t \rightarrow \infty$, т.е. при определении стацио-

нарной населенности. Здесь, однако, мы поступим по-другому и определим интенсивность, необходимую для возникновения КПН непосредственно из выражения для стационарной населенности уровня |3).

Подставляя в систему (4.2) замены (4.3), а также считая, что $\Omega_1 = \Omega_2 \equiv \Omega$ и атом покоится (v = 0) при $t >> \gamma^{-1}$, Γ^{-1} , получим систему алгебраических уравнений, решив которую, найдем

$$\rho_{33} = \frac{\Gamma}{\gamma} \frac{g^2}{2g^2 + \Gamma\gamma + (\Gamma\Omega^2/\gamma)}, \qquad (4.6)$$

где мы положили $\Gamma << \gamma$, что имеет место для всех практически важных случаев.

Из выражения (4.6) видно, что населенность системы в верхнем состоянии существенно зависит от соотношения между величинами g, Ω , γ , Γ :

$$\rho_{33} = \frac{g^2}{\gamma^2 + \Omega^2} \quad \text{при } g^2 << \gamma \Gamma \left(1 + \frac{\Omega^2}{\gamma^2} \right) ,$$

$$= \frac{\Gamma}{2\gamma} \quad \text{при } g^2 >> \gamma \Gamma \left(1 + \frac{\Omega^2}{\gamma^2} \right) .$$
(4.7)

При этом во втором случае (т.е. при $g >> \gamma \Gamma (1 + \Omega^2 \gamma^{-2}))$ величина населенности вообще не зависит от интенсивности световых волн и определяется только существующими в системе константами релаксации. Этот факт имеет принципиальное значение, поскольку показывает, что в системе уже существуют нелинейные явления (типа насыщения в случае двухуровневого атома). Далее, поскольку считается, что $\gamma >> \Gamma$, то и $\rho_{33} << 1$, и для атомов, имеющих сильные оптические линии $\gamma \approx 10$ МГц, а Г практически не бывает меньше 10³ Гц, то соответственно находим, что $\rho_{33} \approx 10^{-4}$. В первом случае в (4.7), напротив, заселение верхнего уровня линейно зависит от интенсивности поля, что можно рассматривать, как линейное приближение по интенсивности световых волн.

Так же, как это было сделано для случая равных расстроек, получим стационарную населенность уровня $|3\rangle$ в ситуации, когда одна волна находится в резонансе с переходом в Λ -атоме, а другая сканируется:

$$\rho_{33} = g^{2} \gamma a L^{-1}, \qquad (4.8)$$

$$L = a [\gamma_{1} (\gamma^{2} + \Omega_{1}^{2}) + \gamma_{2} \gamma^{2} + 3 \gamma g^{2}] - -2g^{2} \Omega_{1}^{2} \gamma_{1} \gamma + g^{2} \gamma^{2} (4g^{2} - \Omega_{1}^{2} + 2\Gamma \gamma), \qquad (4.9)$$

где $a = \gamma \Omega_1^2 + \Gamma (2g^2 + \Gamma \gamma)$, и частоты Раби для обеих световых волн равны *g*. В этом случае зависимости населенности ρ_{33} от расстройки Ω_1 для различных интенсивностей световых волн изображены на рис. 2, причем кривая *1* соответствует первому условию в (4.7), а кривые 2—4 — второму условию. Видно, что резкое уменьшение ρ_{33} для точного резонанса ($\Omega_m = 0$) имеет место только при $g^2 >> \Gamma \gamma$. Оценим теперь интенсивность, при которой когерентное пленение может наблюдаться: из второй строки в (4,7) имеем (при $\Omega_m = 0$)

$$g^2/\gamma^2 = I/I_{\rm m} >> \Gamma/\gamma \approx 10^{-4},$$
 (4.10)

и, считая интенсивность насыщения равной $I_{\rm m} \approx 0.1$ Вт/см², можно определить требуемую интенсивность как $I \approx 10^{-5}$ Вт/см².

Еще раз подчеркнем, что правильная физическая картина имеет место только для ненулевой скорости Γ поперечной релаксации. Если же $\Gamma = 0$, то формально КПН при условии (1.1) должен был бы про-исходить при любых интенсивностях световых волн, что, строго говоря, не верно.

4.3. Когерентное пленение населенностей в частично когерентных световых полях. При рассмотрении явления когерентного пленения мы неявно предполагали, что ширина спектра возбуждающих полей значительно меньше естественной ширины верхнего уровня. Однако обычно для наблюдения КПН используют перестраиваемые лазеры на красителях, ширины спектра которых сравнимы или даже больше естественной ширины верхнего уровня А-системы. Поэтому важно рассмотреть возникновение когерентного пленения в такой ситуации, т.е. исследовать пленение в случае частично когерентных световых полей [11—13].

Отметим, что рассмотрение КПН в случае полей с конечной шириной спектра имеет большое практическое значение, так как позволяет выяснить условия на ширины спектра полей, при которых данный эффект вообще наблюдаем.

Для решения поставленной задачи будем считать, что **Л**-система взаимодействует с полем световых волн, фазы которых являются случайными величинами:

$$E = E_0 \cos(\omega_1 t - \mathbf{k}_1 \mathbf{r} + \varphi_1(t)) + + E_0 \cos(\omega_2 t - \mathbf{k}_2 \mathbf{r} + \varphi_2(t)); \qquad (4.11)$$

здесь E_0 — детерминированная амплитуда, а $\varphi_i(t)$ (i = 1,2) — случайные фазы с равномерно распределенными на интервале ($0,2\pi$) начальными значениями $\varphi_i^0 = \varphi_i(0)$ (i = 1,2). Будем также считать производные $\dot{\varphi}_i(t)$ дельта-коррелированными случайными процессами [4] с нулевыми средними значениями

$$\langle \dot{\varphi}_i(t) \rangle = 0, \quad i = 1, 2,$$

и с функциями корреляций

 $\langle \dot{\varphi}_i(t) \dot{\varphi}_i(t') \rangle = 2\beta_i \delta(t - t') , \qquad (4.12)$

$$\langle \dot{\varphi_1}(t) \dot{\varphi_2}(t') \rangle = 2\nu \delta(t-t'), \quad (4.13)$$

И

$$|\nu| \le (\beta_1 \beta_2)^{1/2}$$

где выражение (4.13) описывает возможный случай взаимной корреляции (кросс-корреляции) световых полей (4.11). При таких условиях спектр интенсивностей $I(\omega'_i)$ случайных полей (4.11) будет лоренцевым с полушириной β_i (i = 1,2)

$$I(\omega_i') = E_0^2 \cdot 2\beta_i [(\omega_i' - \omega_i)^2 + \beta_i^2]^{-1}.$$
 (4.14)

В этих условиях можно выписать микроскопические уравнения для элементов матрицы плотности типа (4.2), учитывая, что выражение для световых волн (4.1) нужно заменить на (4.11). После этого сделать замену недиагональных элементов матрицы плотности, аналогичную (4.3).

Отметим, что полученные таким образом уравнения являются стохастическими из-за присутствия в них производных от случайных фаз $\dot{\varphi}_i(t)$. Поэтому в дальнейшем речь может идти только о получении средних характеристик по ансамблю фаз (в том числе и средней по ансамблю заселенности уровня $|3\rangle$). Для перехода от уравнений для случайных величин к уравнениям для их средних необходимо усреднить получившуюся систему по ансамблю фаз [4]. При этом, считая, что функции корреляции заданы (4.12), (4.13), получим в уравнениях для средних значений недиагональных элементов замену констант релаксаций

$$\rho_{13}: \gamma_1 \rightarrow \gamma + \beta_1, \qquad (4.15)$$

$$\rho_{23}: \gamma_2 \rightarrow \gamma + \beta_2, \qquad (4.15)$$

а для

 $\rho_{12} \colon \Gamma \to \Gamma + \beta_1 + \beta_2 - 2\nu , \qquad (4.16)$

(см. [11]).

Последнее выражение определяет скорость Г релаксации низкочастотной когерентности за счет частотных флуктуаций. Из (4.16) следуют два важных факта: во-первых, если скорость релаксации в отсутствие частотных флуктуаций равна нулю ($\Gamma = 0$), то "шумящее" поле типа (4.11) всегда уширяет переход 1—2. Именно это обстоятельство мы имели в виду, исследуя вопрос о требуемых для возникновения КПН интенсивностях световых волн (см. п. 4.2).

Вторым важным моментом является зависимость глубины провала КПН от величины флуктуаций и степени взаимной корреляции световых полей. При этом в случае полной корреляции

$$\beta_1 = \beta_2 = \nu \tag{4.17}$$

между волнами в (4.11) мы снова приходим к когерентному пленению [11] при соответствующих условиях на интенсивности (4.7). Если же взять $\beta_1 \neq \beta_2$ (соответственно, $\nu < (\beta_1 + \beta_2)/2$), то при



Рис. 6. Зависимость населенности верхнего уровня в Асистеме от Ω_2 при $\Omega_1 = 0$; $g_1 = g_2 = 0, 4$. $a - \beta_1 = \beta_2 = \nu = 0.6$ — $\beta_1 = \beta_2 = 0, 1, \nu = 0.b - \beta_1 = \beta_2 = \nu = 0, 1$. (В произв. ед.; из [11])

значительной величине флуктуаций

$$\beta_1 + \beta_2 - 2\nu \gg 2g_i^2 / (\gamma + \beta_i) \quad (i = 1, 2)$$
(4.18)

когерентное пленение отсутствует [11], что также соответствует (4.7).

На рис. 6 приведены зависимости населенности третьего уровня в Λ -системе для различной степени корреляции световых полей [11]. Видно, что уже при небольших ширинах β_i и полностью некоррелированных полях (см. рис. 6, δ) глубина провала когерентного пленения сильно уменьшается. Другими словами, при полностью некоррелированных полях эффект когерентного пленения сильно зависит от ширины спектров β_i возбуждающих волн.

В то же время наличие корреляции между световыми волнами значительно облегчает наблюдение резонанса когерентного пленения. В этом случае КПН проявляется даже при значительной ширине спектров β_i . Именно поэтому в экспериментах используют коррелированные между собой световые поля (т.е. случай кросс-корреляции). Практически это достигается с помощью оптико-акустического модулятора.

Особое внимание следует обратить на случай двух коррелированных полей, существенно различающихся шириной спектра $\beta_1 \neq \beta_2$. При этом в различных вариантах связи двух полей (положительная или отрицательная корреляции, частичная или полная) когерентное пленение может или разрушаться или восстанавливаться (как было уже показано выше). Причем результаты будут различны в зависимости от вида трехуровневой системы [13].

Подобным же образом можно рассмотреть случай амплитудных флуктуаций возбуждающих волн. Однако амплитудные флуктуации значительно меньше влияют на существование КПН, если выполнены условия на интенсивности (4.10).

4.4. Влияние движения атомов на возникновение когерентного пленения населенностей. Выше, при исследовании эффекта КПН, мы всюду полагали, что атомы, на которые действует световое поле (4.1), покоятся. Если теперь учесть поступательное движение атомов, то в системе отсчета, в которой атомы покоятся, условие возникновения когерентного пленения типа (1.1) перейдет в условие равенства допплеровски сдвинутых частотных расстроек

$$\Omega_1 - \mathbf{k}_1 \mathbf{v} = \Omega_2 - \mathbf{k}_2 \mathbf{v} \,. \tag{4.19}$$

При этом, как следует из (4.9), условие возникновения КПН существенно зависит от взаимных направлений волновых векторов световых волн \mathbf{k}_1 и \mathbf{k}_2 и скорости атома v. Рассмотрим условие КПН (4.19)в практически важных конфигурациях световых полей:

Однонаправленные световые лучи. Пусть направления волновых векторов совпадают, тогда из (4.19) имеем

$$\Omega_1 - \Omega_2 - (k_1 - k_2)v =$$

= $\Omega_1 - \Omega_2 - qv = 0$, (4.20)

где k_m (m = 1, 2) — модули волновых векторов, v — проекция скорости атома на направление распространения, а $q = k_1 - k_2$.

Если рассматривать Λ -систему, где отличие волновых векторов мало ($k_1 \approx k_2$), то условие (4.20) переходит в (1.1). Если же, напротив, разность *q* велика, то когерентное пленение происходит только для частиц, имеющих вполне определенную проекцию скорости (при фиксированных расстройках Ω_m)

$$v = (\Omega_1 - \Omega_2)/q. \tag{4.21}$$

Отметим, что прямое экспериментальное наблюдение когерентного пленения в А-системе в случае (4.21) было сделано в [70]. Результаты этих экспериментов и их обсуждение мы представим в разделе 10.2, который посвящен применению явления КПН в спектроскопии сверхвысокого разрешения.

Встречные световые волны. Теперь рассмотрим условие (4.19) в случае встречных световых волн.

Будем считать, что
$$\mathbf{k}_1 = -\mathbf{k}_2$$
, тогда из (4.9) имеем
 $\Omega_1 - \Omega_2 - (k_1 + k_2) v = 0.$ (4.22)
Условие (4.22) означает, что в случае встречных

волн так же, как и для (4.21), опустошение верхнего уровня может происходить только для определенной скорости частиц.

Если теперь рассмотреть случай двух волн, произвольным образом ориентированных в пространстве, то условие (4.19) в декартовой системе координат можно записать как

$$\Omega_1 - \Omega_2 + \sum_{m=1}^{3} (k_2^m - k_1^m) v_m = 0, \qquad (4.23)$$

где $k_{1,2}^m$, v_m – суть проекции волновых векторов и вектора скорости атома на оси системы координат. Из (4.23) можно также определить вектор скорости Λ -атома, обладая которым атом не возбуждается в верхнее состояние в заданной конфигурации световых полей.

Отметим, что все рассмотренные выше условия могут быть естественно получены из (4.2) прямым вычислением стационарной населенности верхнего уровня.

5. Когерентное пленение населенностей в оптически плотных средах. Как известно [3], в случае оптически плотной среды происходит ослабление излучения за счет поглощения света в среде. Характерным параметром, определяющим величину поглощения, является линейный коэффициент поглощения α из известного закона Бугера-Ламберта, При этом обратная величина $l = \alpha^{-1}$ определяет такую толщину среды, после прохождения которой интенсивность света уменьшается в е раз. Кроме этого следует еще учесть влияние межатомных столкновений на проявление КПН. Выше мы видели, что характерным временем установления КПН является время жизни атома на верхнем уровне $\tau \approx 10^{-7}$ с. Оценим теперь промежуток времени между двумя последовательными столкновениями как

$$\tau_{\rm s} \approx \left(n \bar{v} \sigma_{\rm s} \right)^{-1} \,, \tag{5.1}$$

где \overline{v} — средняя скорость, $\sigma_{\rm s}$ — газокинетическое сечение взаимодействия, n — концентрация атомов. Из (5.1) видно, что для типичных значений $\overline{v} \approx 10^4 {\rm cm/c}$, $\sigma_{\rm s} \approx 10^{-16} {\rm cm}^2$ и $n \approx 10^{15} {\rm cm}^{-3}$, $\tau_{\rm s} \approx 10^{-3} {\rm c} >> \tau$, и КПН всегда успевает установиться на промежутке между двумя столкновениями. Сдругой стороны, частые столкновения атомов увеличивают скорость поперечной релаксации между нижними состояниями (5*). Это обстоятельство следует учитывать при выборе интенсивности световых лучей (4.10), необходимой для проявления КПН.

Качественно понятно, что при прохождении двухчастотного излучения сквозь среду в условиях КПНдолжноуменьшаться поглощение света средой. Поскольку, как было показано выше, при соответствующих условиях на расстройки (1.1) атом не может рассеивать резонансные фотоны, то среда просветляется для излучения в области узкого резонанса когерентного пленения. Интересно, что, если условие когерентного пленения (1.1) не выполнено, то будет наблюдаться обычное поглощение света резонансной средой. При этом просветление среды пропадает и при условии (1.1), когда излучение ослабевает настолько, что условие возникновения КПН (4.10), налагающее ограничение на интенсивность световых волн, окажется невыполненным. Таким образом, КПНдолжен приводить к важным особенностям распространения лазерного излучения в оптически плотных средах [40-44].

К настоящему времени исследовано несколько случаев: взаимодействие с оптически плотной средой непрерывного двухчастотного лазерного излучения, случай, когда излучение представляет собой периодическую последовательность ультракоротких импульсов с шириной, захватывающей оба нижних уровня Λ -системы, а также распространение непрерывного немонохроматического лазерного излучения со спектром, перекрывающим оба нижних уровня.

При анализе пропускания света оптически плотной средой необходимо учитывать изменение интенсивности излучения, распространяющегося внутри среды. Поэтому уравнения (4.2) для элементов атомной матрицы плотности, из которых получаются макроскопические характеристики среды, должны быть дополнены еще уравнениями поля в среде. Следуя [40—42], выпишем укороченные волновые уравнения для амплитуды поля, распространяющегося внутри среды (при этом считаем, что направления световых лучей на входе в среду совпадают)

$$\frac{\partial E_m}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial E_m}{\partial t} =$$
$$= i2\pi d^2 n\omega_m E_n \sigma_{3m} / c\hbar \gamma \quad (m = 1, 2), \qquad (5.2)$$

где $d_{m3} = d$ — дипольные моменты переходов $|m\rangle - |3\rangle$, n — концентрация атомов, $E_n = \hbar \gamma/d$ — амплитуда поля, насыщающего оптические переходы Λ -системы, а σ_{3m} определяется из

$$\sigma_{3m} = \rho_{3m} \exp[i(\omega_m t - k_m z)] \quad (m = 1, 2).$$
 (5.3)

Далее, подставляя (4.3) в уравнения (4.2) и решая систему в стационарном случае, найдем недиагональные элементы матрицы плотности. Удобно ввести безразмерные оптическую длину lи интенсивность поля $J_m(l)$ ($\omega \equiv \omega_1 \approx \omega_2$):

$$l = \frac{2\pi n\omega d^2}{c\hbar\gamma} z,$$

$$J_m(l) = \frac{|E_m(l)|^2}{|E_m(0)|^2} = \frac{I_m(l)}{I_m(0)},$$

где $I_m(0)$ — интенсивность излучения для *m*-го поля на входе в среду. В случае точного резонанса между волнами и переходами $\Omega_m = 0$, m = 1,2 и $E_1(0) = E_2(0) \equiv E(0)$ имеем из (5.2) уравнение, описывающее распространение лазерного излучения при КПН:

$$\frac{dJ}{dl} = -J(l) \left[1 - 2g^2(\Gamma\gamma + 2g^2J(l))^{-1}\right], \qquad (5.4)$$

$$J(0) = 1.$$

Решая нелинейное дифференциальное уравнение (5.4), получим соотношение

$$\frac{2g^2}{\gamma\Gamma}(1 - J(l)) - \ln J(l) = l, \qquad (5.5)$$

из которого видно, что закон распространения излучения внутри среды зависит от начальной интенсивности лазерного излучения на входе в среду (J(0) = J(l = 0)), а также оптической длины *l*. Характерным параметром здесь является, как и раньше (4.10), когерентная интенсивность I_c

$$I_{\rm c} = \frac{\Gamma}{\gamma} I_{\rm m} , \quad I_{\rm m} = \frac{\hbar^2 \gamma^2 c}{8\pi d^2} \cdot$$

При начальной интенсивности $I(0) >> I_c$ ($g^2 >> \Gamma \gamma$) из (5.5) следует, что закон распространения излучений в среде является линейным

$$J(l) = 1 - \frac{\Gamma \gamma}{2g^2}l.$$
(5.6)

Однако, когда интенсивность I(l) c ростом lуменьшается до такой степени, что $I(l) < I_c$, закон распространения переходит в экспоненциальный (закон Бугера—Ламберта), а при $I(0) < I_c$ закон спадания излучения носит экспоненциальный характер при любых l (рис. 7, a).

Физический смыслусловия $I >> I_c$, какуже утверждалось, состоит в том, что при такой интенсивности в среде возникает когерентное пленение. При этом обрывается оптическая связь с уровнем $|3\rangle$ и среда слабо поглощает световое излучение.

Следствием слабого поглощения среды в условиях КПН является окно прозрачности, возникающее при сканировании частоты одного из лазерных полей. Действительно, решение (5.6) справедливо только в области резонанса КПН, ширина которого в нашем случае равна [42]

$$\Delta \approx \Gamma + J(l) \frac{g^2}{\gamma} \tag{5.7}$$

и зависит от оптической длины L Вне частотной об-



Рис. 7. *a* — Распространение лазерного излучения в условиях КПН (1.1) для $\gamma = 1,9 \cdot 10^7 \, \text{c}^{-1}, \Gamma = 10^2 \, \text{c}^{-1}. I - g = 10^4 \, \text{c}^{-1}, 2 - g = 10^5 \, \text{c}^{-1}, 3 - g = 2 \cdot 10^5 \, \text{c}^{-1}, 4 - g = 3 \cdot 10^5 \, \text{c}^{-1}, 5 - g = 4 \cdot 10^5 \, \text{c}^{-1}, 6 - g = 5 \cdot 10^5 \, \text{c}^{-1}.$ (Из [42].) δ — Резонансная зависимость населенности верхнего уровня n_3 А-системы от параметра sin ω_{21} Т, характеризующего отстройку $\Omega = 2\pi/T$ частоты следования импульсов от резонансного значения $\Omega_0 = \omega_{21}m$ ($m = 0, \pm 1, ...$). (Из [40])

ласти резонанса КПН происходит обычное экспоненциальное поглощение света резонансной средой. Поэтому при сканировании частоты одного из лазеров будет происходить просветление среды ("окно прозрачности") только в области резонанса КПН (5.7). Отметим, что это обстоятельство может быть использовано для создания оптического модулятора [42, 45]. Интересным следствием нелинейного взаимодействия резонансного излучения со средой является тот факт, что ширина окна прозрачности (5.7) уменьшается с увеличением оптической толщины*l*.

Остановимся теперь на когерентном просветлении трехуровневой среды периодической последовательностью ультракоротких импульсов [40] с длительностью τ_p и частотой следования T^{-1} . Будем считать, что τ_p^{-1} и $T^{-1} > \omega_{21}$ (ω_{21} — расстояние между уровнями |1 \rangle и |2 \rangle в Λ -системе) и что каждый импульс взаимодействует с двумя оптическими переходами. Уравнения, описывающие распространение импульсов в среде, аналогичны (5.2), а уравнение для матрицы плотности приведены в [40]. Действуя так же, как и раньше, можно получить систему уравнений, описывающих как распространение световых импульсов в среде, так и изменение характеристик самой среды. Рассматривая далее установившиеся решения, описывающие периодические колебания в среде с частотой следования импульсов, получим [40], что в случае $\Gamma^{-1} >> T$, когда низкочастотная когерентность не успевает срелаксировать в интервале между импульсами, величина населенности n_3 уровня $|3\rangle$ резонансным образом зависит от частоты следования импульсов (рис. 7, δ). При этом резонансы наступают при условии кратности частоты расщепления ω_{21} частоте следования импульсов

$$\omega_{21} = 2\pi m/T \ (m = 1, 2, ...),$$
 (5.8)

или

$$\sin\omega_{21}T \neq 0.$$

Естественно, что полный захват населенностей цугом импульсов может происходить только при условии $\Gamma << \gamma$, поскольку в противном случае когерентность разрушается и захват населенностей на нижних уровнях отсутствует. При $I >> I_c$ закон распространения импульсов в среде аналогичен (5.6).

В работе [43] исследован перенос излучения в частотах спектральных линий в оптически плотной среде для немонохроматического лазерного поля при КПН. Показано, что если спектр излучения перекрывает частотное расстояние ω_{21} между уровнями $|1\rangle$ и $|2\rangle$, а это расстояние меньше скорости $W = g^2/\gamma$ оптического возбуждения, то атомы также захватываются на этих уровнях и происходит просветление среды. При этом закон убывания интегральной интенсивности лазерного излучения в среде линеен и не зависит от формы падающего и поглощающего контуров.

Наконец, отметим, что просветление среды при КПН наблюдалось в эксперименте [44], где в качестве рабочего вещества были использованы пары атомов свинца.

6. Пленение населенностей в каскадной (Ξ) системе.

6.1. Процессы установления в Ξ -системе. Рассмотрим теперь как проявляется КПН в каскадной системе уровней (см. рис. 1, β). Взаимодействующее с такой системой поле зададим, как и в случае Λ -системы, в виде двух плоских световых волн (4.1).

Уравнения для элементов атомной матрицы плотностидля **Ξ**-системы имеют вид [4]

$$i\frac{d\rho_{11}}{dt} = -g_1\rho_{31}\exp(i\Omega_1 t - i\mathbf{k}_1\mathbf{r}) + \kappa.c. + 2i\gamma_1\rho_{33},$$

$$i\frac{d\rho_{22}}{dt} = g_2\rho_{23}\exp(i\Omega_2 t - i\mathbf{k}_2\mathbf{r}) + \kappa.c. - 2i\gamma_2\rho_{22},$$

$$\begin{split} i \frac{d\rho_{33}}{dt} &= g_1 \rho_{31} \exp(i\Omega_1 t - i\mathbf{k}_1 \mathbf{r}) - \\ &- g_2 \rho_{23} \exp(i\Omega_2 t - i\mathbf{k}_2 \mathbf{r}) - \\ &- \kappa.c. - 2i\gamma_1 \rho_{33} + 2i\gamma_2 \rho_{22} , \end{split}$$
(6.1)
$$i \frac{d\rho_{13}}{dt} &= -g_1 (\rho_{33} - \rho_{11}) \exp(i\Omega_1 t - i\mathbf{k}_1 \mathbf{r}) + \\ &+ g_2 \rho_{12} \exp(i\Omega_2 t - i\mathbf{k}_2 \mathbf{r}) - i\gamma_1 \rho_{13} , \end{aligned}$$
(6.1)
$$i \frac{d\rho_{32}}{dt} &= g_2 (\rho_{22} - \rho_{33}) \exp(i\Omega_2 t - i\mathbf{k}_2 \mathbf{r}) + \\ &+ g_1 \rho_{12} \exp(i\Omega_1 t - i\mathbf{k}_1 \mathbf{r}) - i\gamma \rho_{32} , \end{aligned}$$
$$i \frac{d\rho_{12}}{dt} &= -g_1 \rho_{32} \exp(i\Omega_1 t - i\mathbf{k}_1 \mathbf{r}) - \\ &- g_2 \rho_{13} \exp(i\Omega_2 t - i\mathbf{k}_2 \mathbf{r}) - i\gamma_2 \rho_{12} ; \end{split}$$

здесь $g_m (m = 1,2)$ — частоты Раби, $\Omega_m = \omega_m - \omega_{3m}$ — частотные расстройки, $2\gamma_1$ — скорость распада с уровня $|3\rangle$ на уровень $|1\rangle$, $2\gamma_2$ — скорость распада с $|2\rangle$ на $|3\rangle$, $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$. Делаем, далее, замену недиагональных элементов, аналогичную (4.3):

$$\rho_{13} = \rho_{13} \exp(i\Omega_1 t - i\mathbf{k}_1 \mathbf{r}),$$

$$\rho_{32} = \rho_{32} \exp(i\Omega_2 t - i\mathbf{k}_2 \mathbf{r}),$$

$$\rho_{12} = \rho_{12} \exp[i(\Omega_1 + \Omega_2)t - i(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)\mathbf{r}].$$

(6.2)

Если теперь рассмотреть покоящуюся Ξ -систему (v = 0), то из (6.1) с учетом (6.2) получим систему уравнений, содержащую только временные производные. Приведем решение этой системы для нулевых расстроек $\Omega_m = 0$ (m = 1, 2), равных частот Раби $g_m = g$ (m = 1, 2), и при условии $\gamma_2 << \gamma_1$. Как мы увидим в дальнейшем, именно при таком условии возможно возникновение КПН в каскадной системе. Значение населенности промежуточного уровня $|3\rangle$ для начальных условий $\rho_{11}(0) = 1$, $\rho_{22}(0) = 0$, $\rho_{33}(0) = 0$, $\rho_{ik}(0) = 0$ ($i \neq k = 1, 2, 3$) имеет следующий вид [45] для $g^2 >> \gamma_1 \gamma_2$:

$$\rho_{33} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} + \exp(-\tau) \left[\frac{1}{4} (1 - \cos x) - \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \left(1 + 2^{-3/2} \frac{\gamma_1}{g} \sin x \right) \right],$$
(6.3)

а для $g^2 << \gamma_1 \gamma_2 -$

$$\rho_{33} = \frac{g^2}{\gamma_1^2} \left[1 + \exp\left(-\frac{\tau}{2}\right) - 2\exp\left(-\frac{\tau}{4}\right) \right].$$
 (6.4)

В (6.3), (6.4) безразмерное время $\tau = 2\gamma_1 t$ выражено в единицах γ_1^{-1} , $x = \sqrt{2} gt$.

Видно, что характер временной эволюции населенности промежуточного уровня каскадной схемы близок к поведению $\rho_{33}(t)$ для Λ -системы (ср. (6.3) и (6.4) с (4.5) и (4.4) соответственно). Однако здесь решающую роль играет соотношение частот Раби приложенных полей и скоростей спонтанной релак-



Рис. 8. Временная эволюция населенностей в Ξ -системе в условиях КПН для $\gamma_2 = 0, 1\gamma_1, g = 10\gamma_1, \gamma_1 = 10^7 \text{ c}^{-1}$ и начальных условий $\rho_{11}(0)=1, \rho_{22}(0)=\rho_{33}(0)=\rho_{ik}(0)=0$ ($i \neq k=1, 2, 3$) при $\Omega_m=0$; $\tau'=64\gamma_1 t$

сации в системе. Для достаточно больших частот Раби ρ_{33} осциллирует и асимптотически приближается к малой величине γ_2/γ_1 (напомним, что (6.3) и (6,4) получены в предположении $\gamma_2 << \gamma_1$), которая не зависит от интенсивности световых волн и является внутренней характеристикой данной системы. В случае малых частот Раби населенность уровня 3 не осциллирует и в стационарном случае пропорциональна интенсивности взаимодействующих с атомом полей $\rho_{33} \approx g^2 / \gamma_1^2$. Временные зависимости $\rho_{mm}(\tau) \ (m = 1, 2, 3)$ при условии $g_{1,2}^2 >> \gamma_1 \gamma_2$ приведены на рис. 8. Наличие расстроек Ω_m (m = 1, 2) полей от резонанса практически не меняет характер временного поведения населенностей в системе при условии, что $\Omega_1 + \Omega_2 = 0$. Если же, напротив, $\Omega_1 + \Omega_2 \neq 0$, то, несмотря на выполнение условия $g^2 >> \gamma_1 \gamma_2 K\Pi H$ в системе не наблюдается и населенность промежуточного уровня достигает значений, сравнимых с ρ_{11} , а верхний уровень заселяется слабо (рис. 9). Подобную же картину временной эволюции населенностей в каскадной системе можно наблюдать, если не выполняется условие на скорости распадов $\gamma_2 << \gamma_1$ [46]. Однако для того, чтобы понять, почему так происходит, удобнее рассмотреть стационарное решение системы (6.1).

1,0





Рис. 9. То же, что на рис. 8, но для $\Omega_1 = 0$, $\Omega_2 = 30 \gamma_1$, $g = 5 \gamma_1$



Рис. 10. Зависимость ρ_{33} при сканировании одной частоты и при фиксированнойдругой; $\gamma_1 = 10^7 c^{-1}$, $\gamma_2 = 0, 1 \gamma_1$, $g_1 = 2\gamma_1$, $g_2 = \gamma_1$

6.2. С п е к т р о с к о п и я Ξ - с и с т е м ы. Для изучения условий возникновения КПН в каскадной системе рассмотрим стационарное решение уравнений (6.1). Считая, что атом покоится (**v** = 0), получим из (6.1) при $t >> \gamma_m^{-1}$ (m = 1, 2) в точном резонансе ($\Omega_m = 0, m = 1, 2$) выражения для населенностей

$$\begin{split} \rho_{33} &= g_1^2 \gamma_2 [\gamma_2 (\gamma_1^2 + 2g_1^2) + g_2^2 \gamma_1]^{-1} ,\\ \rho_{22} &= g_2 g_1^2 (g_1 \gamma_1 + g_2 \gamma_2) \left\{ (\gamma_2 \gamma + g_1^2 + g_2^2) \times \right. \\ &\times \left[\gamma_2 (\gamma_1^2 + 2g_1^2) + g_2^2 \gamma_1 \right] \right\}^{-1} , \end{split} \tag{6.5}$$

$$\rho_{11} &= 1 - \rho_{22} - \rho_{33} . \end{split}$$

Из (6.5) видно, что при условиях $\gamma_2 << \gamma_1$ и $g_1^2 = g_2^2 >> \gamma_1 \gamma_2$ населенности равны $\rho_{33} = \gamma_2 / \gamma_1$, $\rho_{11} = \rho_{22} \approx 1/2$, и в системе будет наблюдаться пленение населенностей на верхнем и нижнем уровнях. Легко убедиться, что для интенсивности полей $g_1^2, g_2^2 <<\!\!\! \gamma_1 \gamma_2$ при любых $\gamma_1, \gamma_2 - \rho_{33} = g_1^2 / \gamma_1^2$ и населенность промежуточного уровня пропорциональна интенсивности оптического излучения. Таким образом, получаем, что для возникновения КПН в Е-схеме необходимо не только условие $g_m^2 >> \gamma_1 \gamma_2$ но и вполне определенное соотношение между скоростями распада — $\gamma_2 << \gamma_1$. Так, например, при $\gamma_1 \approx \gamma_2$, $g_1^2 = g_2^2 >> \gamma_1 \gamma_2$ населенности уровней просто выравниваются $\rho_{mm} = 1/3$ (m = 1, 2, 3), а $\rho_{12} = 0$ [46]. Физически понятно, что при КПН в каскадной системе, как и в случае Λ -системы, должна образовываться когерентная суперпозиция состояний |1 >и |2 >, которая не взаимодействует с резонансными полями. Поэтому распад состояний, входящих в суперпозицию, должен быть относительно малым, что в случае каскадной системы приводит к условию $\gamma_2 << \gamma_1$.

Аналогично (6.5) можно получить выражения для стационарных населенностей в случае, когда одна расстройка равна нулю, а другая сканируется. На рис. 10 показаны зависимости ρ_{33} от одной из расстроек. Из рис. 10 видно, что зависимости $\rho_{33}(\Omega_1, \Omega_2 = 0)$ и $\rho_{33}(\Omega_2, \Omega_1 = 0)$ имеют различный характер. Если поле, приложенное к переходу $|3\rangle - |2\rangle$, находится в точном резонансе ($\Omega_2 = 0$), а поле, приложенное к переходу $|1\rangle - |3\rangle$, сканируется по частоте, то при больших расстройках Ω_1 уровень |3) практически не заселяется. Для случая, когда $\Omega_1 = 0, \, \Omega_2$ сканируется, при больших Ω_2 получаем насыщенную (при $g_1^2 >> \gamma_1 \gamma_2$) двухуровневую систему $|1\rangle - |3\rangle$, слабо связанную с верхним уровнем 2). При этом в обоих случаях хорошо виден характерный резонанс когерентного пленения при $\Omega_m = 0 \ (m = 1, 2)$. Отметим, что КПН в каскадной системе уровней наблюдалось экспериментально в [69]. Быстрый атомный пучок²⁰Ne* облучается дву-



Рис. 11. *а* — Фрагмент диаграммы уровней энергии ²⁰Ne*. Уровни (*n*, *l*, *m*) соответствуют уровням энергии неона (3s [3/2]₂, 3p'[3/2]₂, 4d' [5/2]₃). δ — Населенность промежуточного уровня |3 ув зависимости от лазерной отстройки. *g*₁ = 7 МГц, *g*₂ = 2 МГц. (Из [69])

мя, коллинеарными ему, лазерными лучами от одного источника. Один луч сонаправлен атомному пучку, другой противоположно направлен. Благодаря этому при изменении частоты лазера изменялась суммарная расстройка $\Omega_1 + \Omega_2$ от двухфотонного резонанса. Величину же однофотонных расстроек Ω_1 (перехода $|1\rangle - |3\rangle$) и Ω_2 (для $|3\rangle - |2\rangle$) можно было менять изменением скорости пучка, путем изменения допплеровского сдвига резонансных частот. В качестве каскадной системы использовались следующие уровни ²⁰Ne^{*}: нижний $|1\rangle - 3s[3/2]_2$, промежуточный |3> – 3p' [3/2]₂, верхний |2> – 4d' [5/2]₃ (рис. 11,а). При этом детектировалась флуоресценция от промежуточного уровня. Следует отметить, что скорости спонтанной релаксации с уровней |3 и |2⟩ равны соответственно $\gamma_1 \equiv \gamma_{3 \rightarrow 1} \approx 21 \text{ M}$ Гц, $\gamma_2 \equiv \gamma_{2 \rightarrow 3} \approx 1$ МГц, т.е. выполнено условие $\gamma_2 << \gamma_1$, необходимое для возникновения КПН в каскадной схеме, обсуждавшееся выше. При небольшой частоте Раби g_1 спектр сигнала в зависимости от частоты лазера состоит из допплеровского профиля и острого пика на нем, который является "отражением" пика двухфотонного поглощения в населенности верхнего уровня |2>, и вызван спонтанным распадом $|2\rangle - |3\rangle$. При увеличении частоты Раби по соседству с пиком появляется провал. Таким образом, провал в зависимости населенности промежуточного уровня от двухфотонной расстройки $\Omega_1 + \Omega_2$ наблюдается при условиях $\Omega_1 + \Omega_2 = 0$, $\gamma_2 << \gamma_1$, $g_{1,2}^2 >> \gamma_1 \gamma_2$, что свидетельствует о возникновении КПН в данной экспериментальной ситуации. На рис. 11,6 представлена зависимость флуоресценции с уровня (3) от лазерной расстройки для различных скоростей атомного пучка, определяемых ускоряющим напряжением первичного ионного пучка [69].

Отметим, наконец, что возбуждение Ξ -системы коррелированными полями обсуждалось в [13]. При этом основные особенности возбуждения остаются такими же, как и для Λ -системы (см, п. 4.3), с той лишь разницей, что скорость Γ поперечной релаксации заменяется в случае Ξ -системы на γ_2 , а для наблюдения КПН в этом случае необходима отрицательная кросс-корреляция полей.

7. Когерентное пленение в системах с вырождением. В предыдущих разделах наше рассмотрение ограничивалось только различными видами трехуровневых систем (см. рис. 1). Однако и более сложные квантовые многоуровневые системы также проявляют особенности, связанные с явлением когерентного пленения населенностей. К таким системам можно отнести, например, двухуровневую систему, вырожденную по магнитным подуровням, взаимодействующую с поляризованным излучением. Здесь тоже будут существовать состояния, из которых система не возбуждается.

Рассмотрим, следуя [47], двухуровневую систему, вырожденную по магнитным подуровням $E_n(J_n) \rightarrow E_m(J_m)$, ($(E_n < E_m); J_n, J_m$ — полные угловые моменты уровней с энергиями $E_{n,m}$) с полным набором ортонормированных волновых функций

$$\begin{cases} \exp\left(-i\frac{E_n}{\hbar}t\right)\Psi_k^n(|k| \le J_n) ,\\ \exp\left(-i\frac{E_m}{\hbar}t\right)\Psi_j^m(|j| \le J_m) \end{cases}$$

Будем считать, что такая двухуровневая система взаимодействует с полем

$$\mathbf{E} = E_0 \mathbf{e} \exp(-i\omega t) + \kappa.c., \tag{7.1}$$

где е — вектор эллиптической поляризации, и ось



Рис, 12. $a - \Lambda$ -цепочка для перехода $J \rightarrow J - 1.6 - V$ -цепочка для перехода $J - 1 \rightarrow J$

квантования *z* — ортогональна е. Выражение (7.1) можно записать как

 $\mathbf{E} = E_0(q_+\mathbf{e}_+ + q_-\mathbf{e}_-)\exp(-i\omega t) + \kappa.c., \qquad (7.2)$

и в этом случае оператор дипольного взаимодействия есть

$$\hat{V} = E_0(q_+d_- + q_-d_+) \exp(-i\omega t) + 3.c.,$$
 (7.3)

×

где

$$q_{\pm} = \exp(\mp i\varphi) \sin\left(\varepsilon + \frac{\pi}{4}\right)$$
$$\times \cos\left(\varepsilon + \frac{\pi}{4}\right)$$

и ε — эллиптичность света ($-\pi/4 \le \varepsilon \le \pi/4$), а φ — угол между длинной осью эллипса и направлением оси *x*.

Будем, как и раньше (см. раздел 2), исходить из нестационарного уравнения Шрёдингера и искать его решение в виде

$$\Psi = \exp\left(-i\frac{E_m}{\hbar}t\right) \sum_{|j| \le J_m} a_j(t)\Psi_j^m + \exp\left(-i\frac{E_n}{\hbar}t\right) \sum_{|k| \le J_m} b_k(t)\Psi_k^n.$$
(7.4)

После подстановки (7.4) в нестационарное уравнение Шрёдингера получим систему дифференциальных уравнений типа (2.4).

Основной интерес представляют такие решения получившейся системы, которые не возмущаются световым полем, т.е. решения, которые удовлетворяют условию (см. также раздел 8)

$$\hat{V}\Psi = 0. \tag{7.5}$$

Нетривиальные решения (7.5) можно назвать стационарными когерентными состояниями или же просто когерентными состояниями (см. раздел 2). Дальнейшее рассмотрение в [47] проведено для различных случаев полного углового момента уровней $J_{n,m}$

Для примера на рис. 12 приведены два частных случая: первый переход $J \rightarrow J - 1$ и второй $J - 1 \rightarrow J$. Видно, что в случае перехода $J \rightarrow J - 1$ двухуровневая вырожденная система уровней разбивается на Λ -цепочки, а в случае перехода $J - 1 \rightarrow J$ — на V-цепочки уровней.

Способ нахождения когерентных состояний в обоих случаях совпадает — это нахождение нетривиального решений уравнения (7.5). В [47] найдены эти когерентные состояния как в случае Λ -цепочек, так и для V-цепочек. Естественно, что когерентные состояния строятся из начальных амплитуд нижних уровней в случае Λ -цепочек, и верхних — в случае V-цепочек, что соответствует нашему простому подходу для Λ - и V-систем (раздел 2). Как и в случае одной Λ -системы, в двухуровневой вырожденной системе были обнаружены такие состояния, которые определяются только начальными значениями амплитуд и не возбуждаются световым полем (7.1).

Дальнейшие обобщения, сделанные в [47] на случай двухуровневой вырожденной системы с релаксацией с верхнего уровня, аналогичны рассмотренным в разделе 3 для трехуровневых систем. При этом аналогия столь полна, что в [47] для Λ -цепочки, как и для Λ -системы были получены состояния когерентного пленения, а для V-цепочки (как и для V-схемы раздела 3.2) таких состояний не обнаружено.

8. Законы сохранения и когерентное пленение населенностей в *N*-уровневых квантовых системах. До сих пор, в основном, мы рассматривали явление КПН в трехуровневых системах. Однако оказывается, что когерентное пленение населенности — это эффект, присущий более широкому классу моделей взаимодействия когерентных полей с атомными системами. Он проявляется при определенных условиях и в системах с любым числом N (N > 2), участвующих во взаимодействии уровней. Условия, необходимые для КПН определяют симметричные свойства исследуемой системы, и в этом смысле КПН — следствие наличия симметрии в системе атом-поле. Известно, однако, что наличие симметрии обуславливает существование специфических интегралов движения (например, посредством теоремы Нётер). Поэтому когерентному пленению населенности может соответствовать определенный интеграл движения, представляющий четкий математический критерий возникновения КПН. Наличие такого интеграла движения будет свидетельствовать о неизбежном возникновении КПН, нарушение данного закона сохранения — о разрушении КПН. Использование такого симметричного подхода к исследованию когерентных процессов в сложных квантовых системах представляется перспективным. Однако, пока достаточно полно и подробно этот формализм развит только в одной (правда, весьма значительной) области когерентной оптики — в задачах взаимодействия системы дискретных уровней с полем коротких лазерных импульсов, где можно пренебрегать медленными процессами релаксации в системе. Именно в таких задачах наиболее отчетливо проявляется обусловленность когерентных явлений (в частности, КПН) симметриями в системе атом—поле.

Обсуждаемые проблемы решались в работах авторов [48—57]. Первыми работами, в которых было показано, что динамика процесса взаимодействия поля импульсов с N-уровневым атомом может быть описана на языке вращений вектора состояния системы в гильбертовом пространстве, принадлежащих группе преобразований SU(N), следует считать [48] и [49].

Эволюция квантовой системы определяется уравнением Лиувилля:

$$i\hbar\frac{\partial\hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{H}, \hat{\rho}]. \tag{8.1}$$

Оба оператора, $\hat{\rho}$ и \hat{H} , входящие в (8.1), можно выразить через N^2 -1 генераторов \hat{S}_j алгебры SU(N):

$$\hat{\rho}(t) = N^{-1}\hat{I} + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N^{-1}} S_j(t)\hat{S}_j, \qquad (8.2)$$

$$\hat{H}(t) = N^{-1} \left(\sum_{k=1}^{N} E_k \right) \hat{I} + \frac{1}{2} \hbar \sum_{j=1}^{N^2 - 1} \Gamma_j(t) \hat{S}_j, \qquad (8.3)$$

где \hat{I} — единичный оператор, E_k — энергия k-го уровня. Строятся \hat{S}_j следующим образом. Вводятся операторы $\hat{u}_{jk} = (\hat{P}_{jk} + \hat{P}_{kj})$, $\hat{v}_{jk} = -i(\hat{P}_{jk} - \hat{P}_{kj})$ и $\hat{w}_l = -[2/l(l+1)]^{1/2}(\hat{P}_{11} + \ldots + \hat{P}_{ll} - l\hat{P}_{l+1}|_{l+1})$. Здесь $1 \le j \le k \le N$ и $1 \le l \le N - 1$, а "переходнопроекционные" операторы \hat{P}_{mn} равны $\hat{P}_{mn} = |m\rangle\langle n|$, где $|m\rangle$ — собственные функции невозмущенного гамильтониана. Элементы упорядоченного набора $\hat{u}_{jk}, \hat{v}_{jk}, \hat{w}_l$ обозначим через \hat{S}_j . Нетрудно убедиться, что \hat{S}_j удовлетворяют соотношениям

$$[\hat{S}_{j}, \hat{S}_{k}] = 2i \sum_{l=1}^{N^{-1}} f_{jkl} \hat{S}_{l}, \qquad (8.4)$$

$$\operatorname{Tr}\left\{\widehat{S}_{j}\widehat{S}_{k}\right\} = 2\delta_{jk}, \qquad (8.5)$$

где $\delta_{i\kappa}$ — символ Кронекера, а $f_{i\kappa l}$ — полностью антисимметричные структурные константы алгебры SU(*N*). Благодаря свойству полноты (8.5) коэффи-

циенты $S_j(t)$ и $\Gamma_j(t)$ в (8.2), (8.3) могут быть представлены в форме

$$S_{j}(t) = \operatorname{Tr} \{ \widehat{\rho}(t) \widehat{S}_{j} \}, \qquad (8.6)$$

$$\hbar\Gamma_i(t) = \operatorname{Tr}\left\{\widehat{H}(t)\widehat{S}_i\right\}.$$
(8.7)

Подставляя затем (8.2) и (8.3) в (8.1), получим уравнение

$$\frac{\mathrm{d}S_{f}(t)}{\mathrm{d}t} = \sum_{k=1}^{N^{2}-1} \sum_{l=1}^{N^{2}-1} f_{ikl} \Gamma_{k} S_{l}, \qquad (8.8)$$

описывающее эволюцию "когерентного вектора" $S(t) = (S_1, S_2, ..., S_{N^2-1}) \ge (N^2 - 1)$ -мерном пространстве. Полная антисимметричность f_{ikl} обеспечивает сог хранение длины S, вследствие чего эволюция когерентного вектора представляет его вращение.

Некоторые преимущества такого векторного описания продемонстрированы в [49]. В частности, показано, что из одного только факта сохранения длины вектора $|S|^2$ следует невозможность полной инверсии в квантовой системе, возбуждаемой последовательностью лазерных импульсов. Под полной инверсией, например в трехуровневой системе, подразумевается ситуация, когда вся населенность скапливается на общем уровне (уровень $|3\rangle$ на рис. 1,*a*). Таким образом, часть населенности должна быть пленена на нижних уровнях (уровни $|1\rangle$ и $|2\rangle$ на рис. 1,*a*) независимо от каких-либо характеристик лазерных импульсов.

Отметим еще следующий факт. Известно (например, [48, 49, 58]), что для матрицы плотности *N*уровневой квантовой системы, удовлетворяющей уравнению Лиувилля (8.1), величины

$$C_n = \text{Tr}\{\hat{\rho}^n(t)\}, \ n=1,2,...,N$$
 (8.9)

являются константами движения (в этом можно убедиться прямой подстановкой (8.9) в (8.1)). Нетрудно показать, что $|S|^2$ и $C_2 = Tr \hat{\rho}^2$ выражаются друг через друга. Так, для трехуровневой системы [48]

$$C_2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} |\mathbf{S}|^2 \,. \tag{8.10}$$

В этом смысле можно говорить, что пленение населенностей в квантовых системах является следствием сохранения $\operatorname{Tr} \hat{\rho}^2$.

В последующих работах [51—55] было показано, насколько мощным аппаратом является описание динамической эволюции квантовых систем с помощью вектора S, построенного посредством генераторов алгебры SU (N). Исходя из свойств коэффициентов Γ_j , определяемых структурой гамильтониана (8.3), возможно в различных физически интересных случаях находить интегралы движения систем [51— 55], получать аналитическое описание эволюции матрицы плотности [53, 55, 57], а также делать качественные предсказания о характере движения рассматриваемых квантовых систем [51—57]. Оказывается к тому же, что с точки зрения симметрийных свойств, модели систем рассматриваемых в квантовой оптике, в определенных ситуациях аналогичны моделям в ядерной физике и физике кварков [51, 54]. Это, на наш взгляд, сулит большие возможности в исследовании динамики сложных квантовых систем.

Остановимся, далее, на результатах, касающихся явления когерентного пленения населенностей. Вернемся для этого к возможности представления операторов $\hat{\rho}(t)$ и $\hat{H}(t)$ через операторы \hat{S}_{j} в (8.2) и (8.3). В принципе, матрицы N×N, представляющие матрицу плотности $\hat{\rho}(t)$ и гамильтониан $\hat{H}(t)$ любой системы, могут быть разложены по N^2 генераторам алгебры U(N). Однако выбор базисных операторов крайне важен, если пытаться использовать динамическую симметрию системы. Следуя [51, 52], будем считать, что система обладает динамической симметрией, если гамильтониан $\widehat{H}(t)$ выражается только через определенную подсистему из N^2 базисных операторов. Тогда линейное пространство, натянутое на вектор S, будет факторизоваться в прямое произведение меньших независимых подпространств. Одна и та же система может приводить к различным реализациям U(N) симметрии при различных физических условиях. Так, для трехуровневой системы при двухфотонном резонансе гамильтониан $\hat{H}(t)$ выражается только через генераторы подгруппы SU(2)×U(1) группы SU(3) (симметрия Гелл-Манна), а в случае равных и постоянных во времени расстроек и частот Раби через генераторы подгруппы O(3) группы SU(3) (симметрия Эллиота).

Необходимым условием возникновения когерентного пленения населенности является многофотонный резонанс. Нас поэтому будет интересовать, к каким результатам приводит реализация в системе симметрии геллманновского типа. Позже мы определим само понятие геллманновской симметрии для *N*-уровневой системы. А пока рассмотрим хорошо изученную трехуровневую систему без релаксации (см. раздел 2), для которой известны и условия, и критерии возникновения КПН. Так, в [9] показано, что в трехуровневой системе при двухфотонном резонансе существует особое состояние, характеризуемое линейной комбинацией

$$r(t) = a_1(t) \frac{g_2}{(g_1^2 + g_2^2)^{1/2}} - a_2(t) \frac{g_1}{(g_1^2 + g_2^2)^{1/2}} = \text{const}, \qquad (8.11)$$

где $a_1(t)$ и $a_2(t)$ — амплитуды соответственно "начального" $|1\rangle$ и "конечного" $|2\rangle$ состояний, g_1 и g_2 частоты Раби полей, приложенных к переходам $|1\rangle - |3\rangle u |1\rangle - |3\rangle$ cootbetctbetho, a $|3\rangle$ - промежуточный уровень. Это состояние развязано от остальной системы, т.е. не взаимодействует с приложенными полями, а следовательно, r(t) остается постоянным во времени. В частности, если состояние атома предварительно приготовлено так, что r(0) = 1, то он вообще не будет взаимодействовать с резонансными полями, населенность его остается распределенной по уровням |1 > и |2 > в соответствии с r = 1. Поэтому наличие при данных условиях интеграла движения r(t) = const может служить критерием образования в трехуровневой системе состояния КПН.

Генераторы \hat{S}_{j} алгебры SU (3), по которым разлагаются матрица плотности $\hat{\rho}(t)$ и гамильтониан $\hat{H}(t)$ в (8.2) и (8.3), для трехуровневой системы имеют вид хорошо известных в квантовой теории поля матриц Гелл-Манна [51]:

$$\hat{S}_{1} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad \hat{S}_{2} = \begin{vmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \\
\hat{S}_{3} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad \hat{S}_{4} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{vmatrix}, \\
\hat{S}_{5} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}, \quad \hat{S}_{6} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{vmatrix}, \quad (8.12)$$

$$\hat{S}_{7} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad \hat{S}_{8} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}.$$

Они группируются в три типа: \hat{S}_1 , \hat{S}_2 , \hat{S}_3 принадлежат группе A изоспиновых компонент, \hat{S}_4 , \hat{S}_5 , \hat{S}_6 , \hat{S}_7 принадлежат группе B операторов, смешивающих состояния различной странности, и \hat{S}_8 принадлежат группе C, состоящей для SU(3) из одного оператора странности. Коммутационные соотношения между операторами этих групп символически могут быть записаны в виде

$$[\widehat{A}, \widehat{A}] = \widehat{A}, [\widehat{A}, \widehat{B}] = \widehat{B}, [\widehat{A}, \widehat{C}] = 0, [\widehat{B}, \widehat{B}] = \widehat{A} + \widehat{C}, [\widehat{B}, \widehat{C}] = \widehat{B}, [\widehat{C}, \widehat{C}] = 0,$$

$$(8.13)$$

где, например, $[\hat{A}, \hat{A}] = \hat{A}$ устанавливается, что коммутатор двух различных членов группы *A* равен члену группы *A* (возможно, умноженному на константу).

Однако нетрудно убедиться, что при выборе генераторов (8.12) в качестве базисных операторов в гамильтониан \hat{H} будут входить операторы всех групп А, В, С при любых условиях, и система уравнений движения (8.8) для когерентного вектора **S** не будет проявлять каких-либо особых симметричных свойств, а именно, не будет факторизоваться в меньшие независимые подсистемы.

Если же выбрать базисными операторы

$$\widehat{\Delta}_{j} = \widehat{U}^{+} \widehat{S}_{j} \widehat{U} , \qquad (8.14)$$

полученные из \hat{S}_{j} унитарным преобразованием с матрицей

$$U = U^{+} = \frac{1}{\varepsilon} \begin{vmatrix} g_{1} & 0 & g_{2} \\ 0 & \varepsilon & 0 \\ g_{2} & 0 & -g_{1} \end{vmatrix},$$
 (8.15)

где $\varepsilon = (g_1^2 + g_2^2)^{1/2}$, то гамильтониан $\hat{H}(t)$ при двухфотонном резонансе будет выражаться только через операторы группы $A = \{\hat{\Lambda}_1, \hat{\Lambda}_2, \hat{\Lambda}_3\}$ и группы $C = \{\hat{\Lambda}_8\}$:

$$\widehat{H} = \frac{1}{2}\hbar \left(-2\varepsilon \widehat{\Lambda}_1 + \Delta \cdot \widehat{\Lambda}_3 - \frac{1}{\sqrt{3}} \Delta \cdot \widehat{\Lambda}_8 \right) , \qquad (8.16)$$

где Δ — однофотонная расстройка.

Динамическое пространство уравнения Лиувилля (8.1) для наблюдаемых $\Lambda_j(t) = \text{Tr}\{\hat{\rho}(t)\hat{\Lambda}_j\}$ разложится в три независимых подпространства таким образом, что

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} \begin{vmatrix} \Lambda_{1}(t) \\ \Lambda_{2}(t) \\ \vdots \\ \ddots \\ \Lambda_{8}(t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} H_{3\times3}^{\mathrm{I}} & O_{3\times4} & O_{3\times1} \\ O_{4\times3} & H_{4\times4}^{\mathrm{II}} & O_{4\times1} \\ \vdots & \vdots & \ddots \\ O_{1\times3} & O_{1\times4} & O \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \Lambda_{1}(t) \\ \Lambda_{2}(t) \\ \vdots \\ \ddots \\ \Lambda_{8}(t) \end{vmatrix}; (8.17)$$

здесь $O_{m \times n}$ — нулевые матрицы $m \times n$, а $H_{3 \times 3}^{I}$ и $H_{4 \times 4}^{II}$ — антисимметричные матрицы 3×3 и 4×4 соответственно; матричные элементы их (j,k) равны $(2i\hbar)^{-1}$ Tr $\{\hat{H}(t) [\hat{\Lambda}_{j}, \hat{\Lambda}_{k}]\}$. Из (8.17) сразу следуют три закона сохранения

$$\Lambda_1^2(t) + \Lambda_2^2(t) + \Lambda_3^2(t) = \text{const},$$
 (8.18a)

$$\Lambda_4^2(t) + \Lambda_5^2(t) + \Lambda_6^2(t) + \Lambda_7^2(t) = \text{const}, \qquad (8.186)$$

$$\Lambda_8(t) = \text{const} \,. \tag{8.18B}$$

В частности, населенность и когерентность в комбинации

$$\begin{split} \Lambda_8(t) &= \varepsilon^{-2} [(g_1^2 - 2g_2^2) \rho_{11}(t) + \varepsilon^2 \rho_{22}(t) + \\ &+ (g_2^2 - 2g_1^2) \rho_{33}(t) + 3g_1 g_2 u_{12}(t)] \end{split} \tag{8.19}$$

остается постоянной во времени. Вычтя из (8.19) постоянный член $\rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{33} = 1$, получим в точности квадрат модуля комплексной константы движения (8.11), характеризующей установление в трехуровневой системе состояния КПН.

Таким образом, симметричный подход к уравнению Лиувилля позволяет подтвердить вывод о существовании в трехуровневой системе при двухфотонном резонансе особого "закрытого" состояния. Для системы же с числом уровней N > 3 не было известно интегралов движения типа (8.11), ответственных за образование суперпозиционных состояний, не связанных взаимодействием со всей остальной системой. Рассмотренный выше формализм динамической симметрии позволил установить такие интегралы для некоторых важных случаев [52, 54, 56]. Одним из них является случай многоуровневых систем с геллманновской симметрией [54]. Рассмотрение строится по аналогии с трехуровневыми системами. Вместо гамильтониана (при двухфотонном резонансе):

$$\hat{H} = -\hbar \begin{vmatrix} 0 & g_1(t) & 0 \\ g_1(t) & \Delta(t) & g_2(t) \\ 0 & g_2(t) & 0 \end{vmatrix} , \qquad (8.20)$$

выражаемого через генераторы $\widehat{\Lambda}_j$ группы SU(3) поссредством (8.16), можно ввести преобразованный гамильтониан

$$\widehat{H} = \widehat{U}\widehat{H}\widehat{U}^+ , \qquad (8.21)$$

который, как легко видеть, выражается через \widehat{S}_j соотношением

$$\hat{H}' = \frac{1}{2}\hbar \left(-2\varepsilon \hat{S}_1 + \Delta \cdot \hat{S}_3 - \frac{1}{\sqrt{3}}\Delta \cdot \hat{S}_8 \right).$$
(8.22)

По аналогии с восемью матрицами Гелл-Манна (8.12) в качестве генераторов группы SU(N) можно ввести нижеследующие матрицы $N \times N$. "Изоспиновые" матрицы группы А $\hat{S}_1, \hat{S}_2, \hat{S}_3$ с матрицами Паули

$$\hat{\sigma}_x = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}, \ \hat{\sigma}_y = \begin{vmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{vmatrix}, \ \hat{\sigma}_z = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

в левом верхнем углу и нулями на всех остальных местах:

$$\hat{S}_{i} = \begin{vmatrix} \hat{\sigma}_{i} & O_{2 \times (N-2)} \\ O_{(N-2) \times 2} & O_{(N-2) \times (N-2)} \end{vmatrix} (i = 1, 2, 3); (8.23a)$$

N-2 диагональных матриц группы C, обозначаемые \hat{S}_{n^2-1} (n=3,4,...,N), вида

$$\hat{S}_{n^{2}-1} = \frac{1}{\left[\frac{n(n-1)}{2}\right]^{1/2}} \times \\ \times \begin{vmatrix} \hat{I}_{n-1} & O_{(n-1)\times 1} & O_{(n-1)\times (N-n)} \\ O_{1\times (n-1)} & -(n-1) & O_{1\times (N-n)} \\ O_{(N-n)\times (n-1)} & O_{(N-n)\times 1} & O_{(N-n)\times (N-n)} \end{vmatrix}, \quad (8.236)$$

где \hat{I}_m — единичная матрица $m \times m$; остающиеся $N^2 - N - 2$ генераторов принадлежат группе операторов В, точную форму которых легко получить. Здесь важно, что введенные таким образом $N^2 - 1$ генераторов группы SU(N) удовлетворяют коммутационным соотношениям (8.13). Этот факт дает принципиальную возможность для систем с определенными свойствами гамильтониана $\hat{H}(t)$ найти такое унитарное

преобразование U, что преобразованный гамильтониан H'(t) будет выражаться через генераторы только групп A и C:

$$\hat{H}'(t) = \hat{U}\hat{H}\hat{U}^{+} =$$

$$= \sum_{j=1}^{3} a_{j}(t)\hat{S}_{j} + \sum_{j=3}^{N} c_{j^{2}-1}(t)\hat{S}_{j^{2}-1}.$$
(8.24)

Такие системы в работе [54] и называются системами с геллманновской симметрией. В [54] приведен явный вид гамильтониана Н и соответствующих преобразований U, а также условий, которым должны удовлетворять параметры взаимодействия, входящие в эти операторы, для систем с геллманновской симметрией. Коротко, взаимодействие *N*-уровневых систем с полем лазерных импульсов должно быть следующим: 1) возбуждаются переходы $|i\rangle - |j\rangle$ лишь с |i - j| нечетным (в соответствии с правилом отбора для электродипольных переходов); 2) временная зависимость частот Раби $g_{ii}(t)$ всех полей должна быть одинакова; 3) имеется особый тип многофотонного резонанса — двухфотонный резонанс со всеми равными однофотонными расстройками. Отметим, что наиболее важным следствием симметрии Гелл-Манна в $\hat{H}(t)$ является то, что ($N^2 - 1$)-мерное динамическое пространство разлагается в три группы независимых подпространств: а) трехмерное подпространство (группа А), б) (N²-N-2)-мерное подпространство (группа В); в) *N*-2 одномерных подпространств (группа С). А это, в свою очередь, приводит к существованию системы констант движения 3

$$\sum_{i=1} \left[\Lambda_j(t) \right]^2 = \text{const} , \qquad (8.25a)$$

$$\Lambda_{n^2-1}(t) = \text{const} \ (n = 3, 4, ..., N) ,$$
 (8.256)

$$\operatorname{Tr} \hat{\rho}^{2}(t) - \sum_{j=1}^{N} [\Lambda_{j}(t)]^{2} - \sum_{n=3}^{N} [\Lambda_{n^{2}-1}(t)]^{2} = \operatorname{const}, \qquad (8.25\mathrm{B})$$

где

а

$$\Lambda_{j}(t) = \operatorname{Tr}\{\widehat{\rho}(t)\widehat{\Lambda}_{j}\},$$
$$\Lambda_{i} = \widehat{U}^{+}\widehat{S}_{i}\widehat{U}.$$

Константы (8.256) и будут определять постоянные во времени линейные комбинации населенностей и когерентностей в многоуровневых системах, характеризующие особые суперпозиционные состояния, не связанные взаимодействием с остальной системой. Приведем для примера константы (8.256) для четырехуровневой системы с геллманновской симметрией:

$$\begin{split} \Lambda_8(t) &= \frac{1}{\sqrt{3}} \{ (g_{12}^2 + g_{23}^2)^{-1} [(g_{12}^2 - 2g_{23}^2)\rho_{11} + \\ &+ (g_{23}^2 - 2g_{12}^2)\rho_{33} + 3g_{12}g_{23}u_{13}] + \\ &+ (g_{23}^2 + g_{34}^2)^{-1} (g_{23}2\rho_{22} + g_{34}^2\rho_{44} + g_{23}g_{34}u_{24}) \} , \\ \Lambda_{15}(t) &= \frac{1}{\sqrt{6}} \{ \rho_{11} + \rho_{33} + (g_{23}^2 + g_{34}^2)^{-1} \times \\ &\times [(g_{23}^2 - 3g_{34}^2)\rho_{22} + (g_{34}^2 - 3g_{23}^2)\rho_{44} + \\ &+ 4g_{23}g_{34}u_{24}] \} , \end{split}$$

где g_{ij} — частота Раби поля, связывающего переход $|i\rangle - |j\rangle$.

Существование в системе при многофотонном резонансе состояний, не взаимодействующих с приложенными полями, очень наглядно можно продемонстрировать для атомов в чистом состоянии, т.е. в формализме уравнения Шрёдингера [47, 56, 59, 72]. Здесь, к тому же, удается найти интегралы движения КПН типа (8.11), (8.256) для несколько более широкого класса условий, чем в случае систем с симметрией Гелл-Манна. Так, условия на частоты Раби *g_{ij}* приложенных полей почти не меняются:

а)
$$g_{ii} = 0$$
, если $|i - j|$ — четное число,

б)
$$g_{ij}(t) = g_{ij} f(t)$$
 для $|i-j|$ нечетного
и *i* нечетного
 $= g_{ij} f^*(t)$ для $|i-j|$ нечетного (8.26)

и і четного,

в то же время многофотонный резонанс может осуществляться различными способами.

В основе исследования КПН в формализме амплитуд состояний лежит очевидная, но очень плодотворная идея [56, 47]: за КПН должны отвечать состояния с волновой функцией

$$\Psi_{\rm s} = \sum_{i=1}^N k_i \psi_i \,,$$

где ψ_i — собственные функции невозмущенного гамильтониана, для которых (в резонансном приближении)

$$\widehat{\mathcal{V}}\Psi_{s}=0; \qquad (8.27)$$

здесь \hat{V} — оператор дипольного взаимодействия атома с полем. Зная Ψ_s , легко получить и константу движения, отвечающую за КПН. Для этого умножим уравнение Шрёдингера для волновой функции атома *N*

$$\Psi = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \psi_i$$

в резонансном приближении на вектор-строку Ψ_s^+ слева. В результате, так как $\Psi_s^+ \hat{V} = 0$ и

 Ψ (*t*) = const, получим

$$\frac{\partial}{\partial t}(\Psi_{\rm s}^+\Psi)=0\,, \qquad (8.28)$$

или

$$\sum_{i=1}^{N} k_i^* a_i = \text{const} . \tag{8.29}$$

В ряде случаев удается найти явный вид волновых функций Ψ_s , удовлетворяющих (8.27). В [47] это сделано для двухуровневого атома с вырожденными по угловому моменту уровнями, а в [56] — для *N*уровневого атома при многофотонном резонансе для двух случаев:

1) Имеется особый тип многофотонного резонанса — двухфотонный, и число уровней N нечетно. Тогда из-за (8.26) определитель матрицы \hat{V} равен нулю и, следовательно, собственное значение оператора \hat{V} равно нулю. Поэтому $\Psi_{\rm s}$ будет являться собственным вектором \hat{V} , соответствующим нулевому собственному значению \hat{V} . Причем, опять же благодаря (8.26), в $\Psi_{\rm s}$ будут входить только компоненты с нечетным *i*, которые можно выразить, например, через k_1 :

$$k_{2j+1} = -(D_{2j+1}/D)k_1 \ (j = 1, 2, ..., (N-1)/2), \ (8.30)$$

где $D = \det A, D_{2j+1} = \det A_{2j+1}; A$ — матрица частот Раби g_{ij} :

$$A = \begin{vmatrix} g_{23} & g_{25} & \cdots & g_{2N} \\ g_{43} & g_{45} & \cdots & g_{4N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{N-1,3} & g_{N-1,5} & \cdots & g_{N-1,N} \end{vmatrix}$$

а A_{2j+1} получена из A заменой (2j+1)-го столбца столбцом

$$a_1 = \begin{vmatrix} g_{21} \\ g_{41} \\ \vdots \\ \vdots \\ g_{N-1,1} \end{vmatrix} .$$

Невзаимодействующее когерентное суперпозиционное состояние образуется нечетными уровнями. Константу (8.29) можно тогда представить в виде

$$a_{1}(t) - \sum_{j=1}^{(N-1)/2} \frac{D_{2j+1}^{*}}{D^{*}} a_{2j+1}(t) = \text{const}, \qquad (8.31)$$

которая, как нетрудно убедиться, для N = 3 с точностью до множителя совпадает с (8.11).

2) Между двумя любыми уровнями в атоме, например между $|1\rangle u | r + 1\rangle$, имеется *r*-фотонный резонанс (r — четное и 2 < r < N). Тогда при условии

$$\frac{g_{21}}{g_{2,r+1}} = \frac{g_{41}}{g_{4,r+1}} = \dots = \frac{g_{N-1,1}}{g_{N-1,r+1}} = x$$
(8.32)

существует вектор Ψ_{s} , удовлетворяющий (8.27), единственные две ненулевые компоненты которого связаны соотношением

$$k_{r+1} = -\varkappa k_1 , \qquad (8.33)$$

т.е. здесь невзаимодействующее когерентное суперпозиционное состояние возникает на уровнях $|1\rangle$ и $|r+1\rangle$. Соответствующая константа движения

$$g_{2,r+1}^*a_1(t) - g_{21}a^*(t) = \text{const}$$
 (8.34)

Таким образом, в многоуровневых квантовых системах при возбуждении их когерентными полями в условиях многофотонного резонанса возникают особые суперпозиционные состояния, не связанные с остальной системой. Попавшая в эти состояния населенность оказывается выключенной из взаимодействия с внешними возбуждающими полями — происходит когерентное пленение населенности. Параметры образовавшихся суперпозиционных состояний можно определить, решая задачу о ядре оператора взаимодействия атом-поле (8.27). Возникновение КПН характеризуется наличием законов сохранения определенного типа (таких, как (8.25б), (8.29)), допускаемых уравнениями движения возбуждаемой квантовой системы. Эти законы сохранения могут служить критерием возникновения КПН, а условия, необходимые для их образования, будут необходимыми условиями возникновения КПН.

9. Когерентное пленение населенностей в сплошном спектре. Ранее явление КПН мы связывали с наличием у системы дискретных уровней. При определенных условиях может быть построена суперпозиция дискретных состояний, в которой пленяется населенность. Возникает вопрос, возможен ли КПН, если нет дискретных состояний?

В работах [20, 60, 61] показано, что пленение населенностей возможно и при переходах между дискретными состояниями, и состояниями со сплошным спектром, например, при сильном лазерном возбуждении автоионизационного резонанса [61].

Здесь мы остановимся на квантовой системе, где вместо отдельных дискретных состояний имеются зоны состояний сплошного спектра. Следуя в основном результатам работ [62—66], рассмотрим бесконечную систему отдельных зон сплошного спектра—континуумов, которые полагаем бесструктурными. Будем считать, что в начальный момент вся населенность сосредоточена лишь в одном континууме $|\omega_0\rangle$, и что континуумы связаны друг с другом когерентным полем через оператор перехода \hat{D} , причем пола-



Рис. 13. *а* — Схема взаимосвязанных континуумов. *б* — Полная населенность различных континуумов для трех значений *z. m* означает *m*-й континуум

гаем, что каждый континуум связан только со своими ближайшими соседями (рис. 13,*a*).

В представлении Шрёдингера волновая функция системы имеет вид

$$\Psi(t) = \sum_{m} \int d\omega_m C_{\omega_m} |\omega_m\rangle.$$
(9.1)

Тогда уравнения движения записываются так:

$$\dot{C}_{\omega_{0}} = -iE_{\omega_{0}}C_{\omega_{0}} - i\int d\omega_{1}D_{0,1}C_{\omega_{1}} - i\int d\omega_{-1}D_{0,-1}C_{\omega_{-1}}, \quad (9.2)$$

$$\dot{C}_{\omega_{m}} = -iE_{\omega_{m}}C_{\omega_{m}} - i\int d\omega_{m+1}D_{m,m+1}C_{\omega_{m+1}} - i\int d_{m-1}D_{m,m-1}C_{\omega_{m-1}},$$

где E_{ω} — энергия континуума, $D_{m,m\pm 1} = \langle \omega_{m\pm 1} | \hat{D} | \omega_m \rangle$. Предположим, что начальное распределение амплитуд вероятности в континууме $|\omega_0\rangle$ дается выражением

$$C_{\omega_0} = (\gamma_0 / \pi)^{1/2} (\omega_0 + i \gamma_0)^{-1} , \qquad (9.3)$$

где γ_0 — ширина распределения состояний в континууме. Система (9.2) решается с помощью преобразования Лапласа. Простые аналитические результаты получаются в случае, когда все *D* равны, т.е. $D_{m,m\pm 1} \equiv D$, и рассматривается стационарный предел $(t \rightarrow \infty)$. Населенности континуумов при этом равны

$$P_{0} = \left| (1 - 2F)/(1 + 2F) \right|^{2},$$

$$P_{m} = \left| \frac{2}{1 + 2F} \left(\frac{F}{\pi D} \right)^{|m|} \right|^{2},$$
(9.4)

где

$$F = -\frac{1}{2} \left[1 - \left(1 + 4\pi^2 D^2 \right)^{1/2} \right].$$

Из (9.4) следует, что населенности не становятся равнораспределенными даже при $D \rightarrow \infty$. Введем $z = \pi^2 D^2$ — эффективный параметр, имеющий смысл силы связи. В пределе сильной связи (z >> 1) $P_0 = 1, P_m = 0, m = \pm 1, \pm 2,...$ Здесь имеет место когерентное пленение населенностей в начальном континууме $|\omega_0\rangle$. Однако при $z \sim 1$ (z = 3/4) получим, что $P_0 = 0$ и, как отмечено в [63], имеет место когерентное "антипленение" населенностей. На рис. 13,6 представлены зависимости населенностей континуумов от параметра силы связи.

Когерентное пленение в дискретных состояниях существует, только когда имеются два канала перехода в одно возбужденное состояние и происходит компенсация этих переходов. В переходах континуум—континуум картина очень похожа: существуют два канала ухода из данного континуума и при сильной связи они могут компенсироваться. В результате заселенным оказывается тот континуум, в котором атомы были при t = 0. По оценкам авторов [62] в системе континуум—континуум КПН возможен при лазерной интенсивности свыше 10^{14} Вт/см² (опыты по автоионизации).

Имеется здесь, однако, принципиальное отличие от КПН в дискретных системах. В дискретных квантовых системах населенность возбужденного состояния близка к нулю независимо от силы связи, в системах континуум—континуум такая связь имеется, она очень существенна, и возможно когерентное "антипленение", когда все атомы покидают исходный континуум.

В работе [63] дается обобщение результатов [62] на произвольные времена. Согласно полученным результатам

$$|C_0(t)|^2 = J_0^2 \left(4D\sin\frac{E_0 t}{2\hbar}\right),$$
 (9.5)

где E_0 — энергия начального состояния и осциллирует как квадрат функции Бесселя. В [64] результаты [62] обобщаются на случай, когда континуумы не бесструктурны, т.е. имеется энергетическая зависимость матричных элементов перехода между континуумами. В стационарном пределе результаты [64] переходят в результаты [62]. В [64] показано также, что система связанных континуумов не обязательно должна быть бесконечной, КПН возможен и при конечном числе связанных континуумов.

В [65] рассматривается система из двух и трех связанных континуумов, причем континуумы рассмотрены 3-х типов: "широкий", где "ширина" континуума, определяемая соотношением (9.3), много больше частоты Раби, характеризующей связь между континуумами; "узкий", где "ширина" континуума меньше частоты Раби, и stricly-limited континуум, причем отличие этого континуума от "узкого" состоит лишь в способе определения "ширины". Здесь "ширина" понимается как размер области, где имеются энергетические уровни. Так, stricly-limited континуум — это система с резкими границами (наподобие П-образного распределения). В пределе сильной связи КПН в чистом виде возможен только при "широком" континууме.

Наконец, в [66] рассматривается смешанная схема, состоящая из дискретного основного состояния $|0\rangle$, связанного с квазиконтинуумом $|b\rangle$ (параметр связи V), который, в свою очередь, связан с чистым континуумом $|f\rangle$ (параметр связи W; рис. 14). Квазиконтинуум $|b\rangle$ — это система многих близкорасположенных друг к другу энергетических уровней, разделенных интервалом Δ . В стационарном пределе плененная в основном состоянии населенность оказывается равной

$$P_{|0\rangle} = (1+\gamma)^{-2},$$

полная населенность квазиконтинуума

$$P_{|b\rangle} = \gamma (1 + \gamma)^{-2}$$

наконец, населенность континуума

$$P_{|f\rangle} = \gamma (1 + \gamma)^{-1}$$
,
де $\gamma = \pi^2 V^2 / \Delta^2$.

Г

Условием возникновения КПН в этом случае, за-



Рис. 14. Смешанная схема; $|0\rangle$ — основное состояние, $|b\rangle$ — квазиконтинуум, $|f\rangle$ — чистый континуум; V и W — параметры связи

меняющим обычные условия двухфотонного резонанса, будет равенство

$$\Delta_{|b\rangle} = \left(b + \frac{1}{2}\right)\Delta,$$

где $\Delta_{|b\rangle}$ — частотная расстройка между основным уровнем и $|b\rangle$ — уровнем квазиконтинуума. Это условие означает, что основное состояние находится в резонансе с некоторым одетым состоянием, лежащим между $|b\rangle$ и $|b + 1\rangle$ уровнями. Интересно отметить, что все эти населенности не зависят от параметра связи W квазиконтинуума с континуумом. Важный факт заключается в том, что при $\gamma > 1$ населенность квазиконтинуума становится больше населенности основного состояния и возникает инверсия населенностей (напомним, однако, что здесь мы не учитываем процессов распада квазиконтинуума).

Таким образом, и в этой системе пленение имеет место. Населенность континуума может изменяться от 0 до 1 в зависимости от параметра γ . Она зависит от *V*, но не от *W*.

Отметим в заключение, что существование КПН в системах со сплошным спектром значительно расширяет классы сред, где он может использоваться: теперь сюда следует отнести конденсированные среды и твердые тела, а не только газы.

10. Основные эксперименты и возможные области применения когерентного пленения населенностей. В этом разделе мы рассмотрим основные эксперименты, которые положили начало систематическим исследованиям когерентного пленения и покажем, как могут быть использованы замечательные свойства резонанса КПН (такие, как аномально малая ширина) в спектроскопии сверхвысокого разрешения, стабилизации частоты, охлаждении атомов, оптической бистабильности и других важных областях физики.



Рис. 15. Диаграмма уровней и переходов атома натрия (D ,-линия)

10.1. Поглощение света атомами в присутствии магнитного поля. Исследования поглощения света атомами, помещенными в магнитное поле различных конфигураций, имеют уже давнюю историю [6], и до сих пор привлекают внимание исследователей [15-18, 67, 68]. Основным эффектом здесь является наведение светом когерентности между зеемановскими подуровнями, что приводит к ряду необычных явлений. Так, влияние зеемановской когерентности на поглощение света атомом отмечалось еще в [6], где исследовалась оптическая накачка щелочных атомов в поперечном магнитном поле. В [6] магнитный резонанс шелочных атомов регистрировался амплитудной модуляцией циркулярно поляризованного света. При этом, если частота прецессии атомов в магнитном поле совпадала с частотой модуляции света, то отсутствовало поглощение света атомами. Напротив, если частота модуляции отличалась от частоты прецессии, то имело место сильное поглошение света. Объяснение можно дать различными способами: один из вариантов (квазиклассический) приведен в [8], а другой как раз и составляет физическую интерпретацию когерентного пленения [10]. В целом, авторы [6] предвосхитили ряд работ, посвященных наведению когерентности между нижними уровнями щелочных атомов короткими импульсами света. При этом не важно, как получать такие импульсы: амплитудной модуляцией широкополосного излучения (например, от натриевой лампы), или формируя ультракороткие лазерные импульсы [15—18]. Важно лишь, чтобы излучение захватывало зеемановские подуровни основного состояния щелочного атома.

В [8] были обнаружены, так называемые, "черные линии" (black lines) в спектре флуоресценции атомов натрия, помещенных в магнитное поле и возбуждаемых непрерывным многомодовым лазером на красителе, а в [10] доказана и исследована природа этих особенностей (черных линий). Физическая причина здесь все та же: возбуждение оптическим излучением когерентности между различными зеемановскими компонентами и попадание атома в такую их суперпозицию, когда он слабо возбуждается полем.

Отметим, что такое понимание дало возможность авторам [10] объяснить не только собственные эксперименты, но также и ряд других, посвященных возбуждению зеемановских резонансов модулированным светом (см. перечень литературы к [10]).

10.2. Спектроскопия сверхвысокого разрешения. Остановимся теперь на спектроскопии сверхвысокого разрешения, основанной на резонансе когерентного пленения. Такой резонанс образуется при облучении трехуровневого атома двумя непрерывными световыми волнами. Выше было показано, что ширина такого резонанса может быть сделана значительно меньше радиационной ширины γ (1.3). Поэтому естественно, что в ряде работ [9, 68-70] такие сверхузкие резонансы предложено использовать для спектроскопии атомов и молекул. Так, в [9] исследована зависимость флуоресценции с верхнего уровня от частоты поля, действующего на один из переходов А-системы, в то время, как на другомпереходе А-системы действовало поле фиксированной частоты. В эксперименте [9] использован пучок атомов Na²³. Световые поля возбуждают пере-ходы $3S_{1/2}(F=1) - 3P_{1/2}(F'=2), 3S_{1/2}(F=2) - 3P_{12}(F' = 2)$ и распространяются перпендикулярно атомному пучку (рис. 15). Степень стабилизации световых полей по частоте не хуже ± 1 МГц. Результаты экспериментов и численного расчета приведены на рис. 16. Хорошо виден характерный узкий провал, соответствующий когерентному пленению.

В работе [70] также исследована флуоресценция с верхнего уровня в А-системе, образованной переходами4s4p³P₁-4s5s³S₁(612,2нм),4s4p³P₂- $-4s5s^{3}S_{1}$ (616,3 нм) метастабильного кальция⁴⁰Ca*. При этом пучок атомов кальция взаимодействует с двумя однонаправленными линейно-поляризованными световыми волнами. Причем на переходе с длиной волны 612,2 нм действует насыщающее поле интенсивности 100 мBт/см², а на переходе с λ = = 616,3 нм пробное поле интенсивности меньшей, чем 1 мВт/см². Стабильность частоты не хуже ± 1 МГц. Типичный экспериментальный спектр показан на рис. 17. Насыщающий лазер установлен на фиксированную расстройку от точного резонанса, а частота пробного поля сканируется. Видно, что вблизи расстройки насыщающего поля ширина наблюдае-



Рис. 16. "Черная линия" во флуоресценции верхнего уровня. Результаты расчета (а) и эксперимента (б). $\Omega_1 = 0$, Ω_2 - сканируется. (Из [9])



Рис. 17. Сигнал флуоресценции с верхнего уровня в зависимости от расстройки Ω_{2} (Из [70])

мого КПН-резонанса $\Delta_0 \approx 4$ МГц. При уменьшении интенсивности удается сузить эту ширину до 1,5 МГц (в полном соответствии с (1.3)). В то же время радиационная ширина промежуточного уровня в используемой схеме составляет $\gamma \approx \tau^{-1} (\tau = 10,7 \text{ нс}) \text{ и,}$ таким образом, $\Delta_{6} < \gamma$.

К особенностям используемой **Л**-системы относится еще и то, что между нижними уровнями имеется достаточно большое расстояние и при расчетах (проведенных в [70]) необходимо учитывать различие волновых векторов возбуждающих волн.

Отметим, что похожая зависимость флуоресценции с промежуточного уровня (см. рис. 11) получена и в случае Ξ-схемы уровней [69]. Для эксперимента здесь используется пучок метастабильного ²⁰Ne*. Характерно, что в [69, 70] при отстройках от точного резонанса наблюдается дисперсионный характер зависимости резонанса КПН, что обусловлено сущест-



Рис. 18. Принципиальная схема экспериментальной установки. (Из [27])

венным отличием величин частот Раби на смежных переходах.

В то же время удалось увидеть резонанс когерентного пленения и в ячейке, наполненной, например, молекулярным газом Ј, [18]. В этом случае нижние состояния Л-схемы — это сверхтонкие компоненты колебательных подуровней основного состояния V'' = 0, J'' = 15; V'' = 11, J'' = 15, a верхнее состояние — сверхтонкая компонента первого возбужденного состояния с V' = 43, J' = 16. Естественная ширина возбужденного уровня 10^2 кГц. Накачка осуществлялась аргоновым лазером длиной волны $\lambda = 5145 \text{ \AA}$, на другом переходе Λ -системы действовало пробное поле с $\lambda = 5828$ Å. В эксперименте регистрировалось прохождение пробного луча. Ширина получаемого резонанса в этом случае $\Delta_0 \approx 58 \text{ к} \Gamma \mu$, что меньше естественной ширины линии возбужденного состояния. Причем Δ_0 обусловлена в основном пролетными эффектами.

10.3. Стабилизация частоты. Использование узкого резонанса когерентного пленения с шириной Δ_0 (1.3) может быть перспективно и для созда-



Рис. 19. Экспериментальные результаты по флуоресценции с резонансами когерентного пленения (I). (Из [27].) Развертка 7, показывающая резонансы когерентного пленения и рамзеевскую линию (стрелка) для L = 15 см (2), и развертка рамзеевской линии (3)

ния пучковых устройств стабилизации частоты [23—27]. В [27] представлены результаты группы исследователей, изучающих эту возможность. Как уже указывалось, ширина резонанса Δ_0 не определяется радиационным временем γ^{-1} жизни верхнего уровня в системе и может быть сделана при соответствующих интенсивностях значительно меньше у. Поэтому при использовании атомных пучков для создания устройств стабилизации частоты основным механизмом уширения резонанса КПН является пролетное уширение $\Delta \omega_{\pi p} \approx \bar{v}/d$, где d — диаметр лазерного луча, а \bar{v} — средняя скорость атомов в пучке. Для увеличения времени взаимодействия атомов со световым полем и дополнительного сужения резонанса когерентного пленения в [27] применен традиционный метод разнесенных полей — метод Рамзея.

В эксперименте используется пучок атомов натрия, который возбуждается из двух состояний сверхтонкой структуры $3S_{1/2}(F=1) - 3P_{1/2}(F'=2)$, $3S_{1/2}(F=2) - 3P_{1/2}(F'=2)$ (см. рис. 15). При этом лазер на красителе с частотой ω_1 действует на переходе $|1\rangle - |3\rangle$. Световое поле с частотой ω_2 , резонансной переходу $|2\rangle - |3\rangle$, получается из ω_1 посредством оптико-акустического модулятора, который управляется микроволновым стабилизированным кварцевым генератором вблизи частоты 1772 МГц сверхтонкого расщепления основного состояния атома натрия. Такая техника получения двухчастотного излучения позволяет добиться хорошей взаимной корреляции световых полей, что, в свою очередь, обеспечивает резонанс КПН и хороший контраст при наблюдении эффекта [11, 13]. После модулятора световые лучи подаются на расщепитель и окончательно взаимодействуют с атомным пучком в двух областях (А и В), отмеченных на рис. 18. Расстояние L между областями варьируется от 15 до 30 см, а размер световых пучков в области взаимодействия составляет $d \approx 2,5$ мм. Слабое магнитное поле приложено по всей длине взаимодействия пучка со светом.

Было проведено два вида экспериментов. В первом изучалась флуоресценция с верхнего уровня $|3\rangle$ в области *B* при отсутствии взаимодействия (блокировки) в области *A*. Во втором получена наряду с провалом когерентного пленения рамзеевская структура линии (взаимодействие в двух областях как *A*, так и *B*). Далее, по узким рамзеевским структурам во флуоресценции производилась подстройка частоты оптико-акустического модулятора, и тем была осуществлена стабилизация частоты по сверхтонкому расщеплению основного состояния атома натрия.

На рис. 19 показана флуоресценция, полученная от зоны В при сканировании частоты смешения оптико-акустического модулятора. Мощность лучей с частотами $\omega_{1,2}$ по 16 мкВт. Широкая структура соответствует переходу $|3\rangle - |2\rangle$ (Длинии) в атоме натрия шириной 10 МГц. Три узких провала в центре суть резонансы когерентного пленения. При этом появление трех провалов обусловлено приложенным магнитным полем 300 мГ по всей длине взаимодействия пучка. Центральный провал на рис. 19,1 соответствует нечувствительному к магнитному полю переходу с m = 0, $\Delta m = 0$. Поляризация двух лазерных полей с частотами ω_1, ω_2 была сделана линейной, но взаимно перпендикулярной. Каждый из трех провалов на рис. 19,2 имеет ширину около 390 кГц, что согласуется с временем пролета через лазерный луч.

Узкая характеристика в центре (стрелка) — это рамзеевская линия, полученная при использовании разнесения зон A, B взаимодействия на расстояние L = 15 см.

Расширенная развертка показана на рис. 19,3. Центральная линия имеет ширину 2,6 кГц, что согласуется с временем пролета между зонами A и B (L = 15 см).

Отметим, что для получения симметричной формы рамзеевской линии необходимо, чтобы отсутствовала оптическая разность хода лучей от расщепителя (см. рис. 18) до зон *A* и *B*.

В данной работе приведены также результаты по созданию стандарта частоты на пучке атомов натрия. На рис. 20 показаны зависимости измеренной относительной стабильности частоты от времени усреднения τ . Причем для $\tau \approx 10^3$ с стабильность частоты около $1,5 \cdot 10^{-11}$. Как видно, предварительные результаты для натрия сравнимы с коммерческими цезиевыми часами вплоть до времен усреднения $\tau = 10^3$ с.

Значительная часть работы посвящена источникам погрешностей в определении частоты для стандартов подобного типа. Перечислим основные из них:

1. Влияние относительной расцентровки ω_1 и ω_2 от однонаправленности.

2. Влияние сдвигов оптической фазы, вызванных изменениями в поляризации лазеров.

3. Влияние фазовых сдвигов, зависящих от длины пути лазерных лучей.

4. Влияние отстройки лазера с частотой ω_1 от точного резонанса с переходом $|1\rangle - |3\rangle$.

10.4. Оптическая бистабильность. Возможность использования трехуровневой среды для получения бистабильного отклика системы при КПН предложена в работе [28]. Сильная нелиней-



Рис. 20. График измеренной относительной стабильности частоты в зависимости от времени усреднения. Верхняя пунктирная линия — расчетная кривая для дробового шума; нижняя пунктирная линия — предполагаемая стабильность, если вместо натрия использовать атомы цезия; треугольники — стабильность коммерческих цезиевых часов. (Из [27])

ность в этом случае создается за счет резкого изменения коэффициента поглощения при условии (1.1), когда возникает явление КПН. В [28] отмечено, что возможны два проявления бистабильности: зависимость выходной интенсивности света от входной интенсивности и выходной интенсивности от лазерной расстройки (назовем их первым и вторым типом бистабильности, соответственно). Рассматривается Λ среда, помещенная в резонатор и облучаемая одномодовым лазером с частотой ω инапряженностью *E* светового поля. Лазер при этом настроен на резонаторнуюмоду $\omega = (\omega_{31} + \omega_{32})/2 \approx \omega_c$. В этих условиях населенность верхнего уровня равна

$$\rho_{33} = \frac{2Y^2 \delta^2}{\delta^4 + 4\delta^2 + 2Y^2 \delta^2 + 4Y^4},$$
 (10.1)

где $\delta = \omega_{21}/2\gamma$ — параметр отстройки, $Y = \frac{|dE|}{\sqrt{2\hbar\nu}}$. Из (10.1) видно, что ρ_{33} , а следовательно, и поглощение среды зависят нелинейным образом как от отстройки δ , так и от интенсивности *Y* входного сигнала. Этим и определяется возможность бистабильности обоих типов в такой системе.

Если теперь ввести величину $X = |dE_c|/\sqrt{2}\hbar\gamma$, где E_c — напряженность поля в резонаторе, которая характеризуетинтенсивностьвыходногосигнала, то можно получить, что

$$Y = X \left(1 + \frac{4C \cdot 2\delta^2}{\delta^4 + 4\delta^2 + 2X^2\delta^2 + 4X^4} \right), \quad (10.2)$$

где $C = N |d|^2 / 4\gamma k_0$, N — концентрация атомов, k_0 — резонаторная скорость затухания. На рис. 21 приведены зависимости X = X(Y) и $X = X(\delta)$. Видны оба типа бистабильности для определенных значений параметров. На рис. 21,*а* для сравнения пунктирной линией отмечен случай двухуровневой среды.



Рис. 21. *a* — Выходное поле *X* в зависимости от входного *Y* для различных значений δ (*C* = 4); пунктир — поглощающая двухуровневая система. δ — Выходное поле *X* в зависимости от расстройки δ для различных значений *Y* (*C* = 10)

В развитие этих идей в [29] предложен лазер с трехуровневым поглотителем, атомы которого имеют Λ -схему уровней. Показано, что такой лазер проявляет бистабильность 1-го типа. Отмечается важное преимущество лазеров с трехуровневым поглотителем по сравнению с лазером с насыщающимся поглотителем [71], которое заключается в возможности использовать поглотитель, интенсивность насыщения которого выше интенсивности насыщения усиливающей среды. Это возможно благодаря тому, что физическим механизмом бистабильности является не оптическое насыщение, а зависимость от интенсивности коэффициента поглощения при КПН.

Об экспериментальном наблюдении бистабильности обоих типов для среды трехуровневых атомов в случае КПН, сообщается в [30]. Атомы Na помещают в постоянное магнитное поле и облучают лазером частоты ω . Подуровни основного состояния $^2S_{1/2}$ вследствие эффекта Зеемана расщепляются в магнитном поле. Кроме того, прикладывается еще одно магнитное поле, величина которого может изменяться. Используя это, можно менять расстройку лазера от точного резонанса, В точном резонансе возникает КПН, и восприимчивость зависит от интенсивности входного сигнала [28—29]. Это и используется для получения бистабильного отклика системы. Исследуется как бистабильность 1-го типа, так и бистабильность 2-го типа.

Отмечается хорошее качественное согласие экспериментальных данных и расчетных кривых.

10.5. Лазерное охлаждение нейтральных атомов. В последние годы получены феноменальные результаты в области лазерного охлаждения [31, 34, 39]. Так, при охлаждении атомов в "optical molasses" [39] достигнуты температуры существенно ниже допплеровского предела $T_{\rm D}$ =ħү /2 $k_{\rm B}$ ≈ 10⁻⁴K ($k_{\rm B}$ — постоянная Больцмана), а при накоплении атомов в когерентных суперпозиционных состояниях реализованы температуры [34] даже ниже $T_{\rm R} = R/k_{\rm B}$ ≈ 10⁻⁶ K, соответствующей энергии $R = (\hbar k)^2/2M$ отдачи атома (k — волновое число, M — масса атома).

Одним из механизмов, позволяющих так глубоко охлаждать нейтральные атомы, является механизм, основанный на КПН [32, 33]. Рассмотрим его на примере пучка Λ -атомов, взаимодействующих с полем двух встречных волн.

Воспользуемся для этого квазиклассической теорией [38] при описании трансляционного движения атома. Такое описание удобно тем, что можно ввести такие понятия, как сила светового давления, тензор импульсной диффузии, динамический коэффициент трения и др., т.е. описать движение атома как движение классической броуновской частицы. Пределом применимости по температуре квазиклассической теории является температура $T_{\rm R}$ [38], так как именно при значениях скорости атома $v \approx v_{\rm R} = \hbar k/M$ ($v_{\rm R}$ — скорость отдачи) уже необходимо непосредственно учитывать относительный сдвиг линий поглощения и испускания фотона атома за счет эффекта отдачи.

При условии равенства частотных расстроек $\Omega_m = \Omega \ (m = 1, 2)$ и выполнения условий на интенсивности световых волн (4.10) из системы (4.2) с учетом (4,3) можно найти стационарную населенность ρ_{33} верхнего уровня в случае встречных волн [33]:

$$\rho_{33} = g^2 a L^{-1} , \qquad (10.3)$$

$$a = 4(kv_z)^2 + (2g^2 \Gamma/\gamma) ,$$

$$L = 4(kv_z)^4 + 8\Omega b(kv_z)^3 +$$

$$+ 4(\Omega^2 + \gamma^2 + g^2)(kv_z)^2 -$$

b

$$-4g^2\Omega b(kv_z) + 2g^2(\Omega^2\Gamma/\gamma + 2g^2);$$

= $(\gamma_1 - \gamma_2)/\gamma$, $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$.

Выражение (10.3) полностью определяет как силу F_{2} светового давления [38], действующую на атом,

$$F_z = 2\hbar k\gamma b\rho_{33},$$
 (10.4)

так и тензор импульсной диффузии, компонента которого на направление распространения есть

$$D_{zz} = 2\hbar^2 k^2 \gamma \rho_{33}.$$
 (10.5)

Далее, определим температуру пучка атомов в области нулевых скоростей согласно соотношению Эйнштейна [38]

$$T = -D_{zz} \left(\nabla_{v_z} F_z \Big|_{v_{z=0}} \right)^{-1} =$$

= $2T_D \frac{2g^2 + (\Omega^2 \Gamma/\gamma)}{b^2 \gamma |\Omega|},$ (10.6)

которая связана с шириной скоростного распределения так:

$$\Delta v_{z} = \left(2k_{\rm B}T/M\right)^{1/2}.$$

На рис. 22 представлена зависимость температуры (10.6) холодных атомов от расстройки $|\Omega|$, из которой видно, что существует широкая область изменения частотной расстройки $|\Omega|$, где значения температуры *Т*могут быть ниже допплеровского предела. Минимальное значение

$$T_{\min} = F_{\rm D} \frac{8g}{b^2 \gamma} \left(\frac{\Gamma}{2\gamma}\right)^{1/2}$$
(10.7)

достигается при расстройке

$$\Omega_{\rm opt} = (2g^2\gamma/\Gamma)^{1/2},$$

и, выбирая, для примера, охлаждение атомов натрия



Рис. 22. Зависимость температуры *T* от расстройки Ω . *I* = $g = 0, 1\gamma_1$, $\Gamma = 10^{-3}\gamma_1$, $\gamma_2 = 0, 2\gamma_1$; 2 — $\gamma_2 = 0, 1\gamma_1$; 3 — $g_1 = 0, 1\gamma_1$, $g_2 = 0, 3\gamma_1, \gamma_2 = 0, 2\gamma_1$, $\Gamma = 10^{-3}\gamma_1$

на переходе $3S_{1/2} - 3P_{1/2}$, имеем $T_{\min} \approx 5 \cdot 10^{-6}$ К при расстройке $\Omega_{\text{opt}} \approx 8\gamma$ для значений $g \approx 0, 1\gamma$, $b \approx 0, 7$, $\Gamma \approx 10^{-3}\gamma$ ($\gamma \approx 10$ МГц).

На рис. 23 приведена временная эволюция скоростного распределения атомов под действием силы F_{z} . Видно образование узкого скоростного пика с эффективной температурой (10.6).

Таким образом, возможность охлаждения атомов существенно ниже $T_{\rm D}$ физически связана с резким уменьшением действия импульсной диффузии в резонансе когерентного пленения при сохранении значительной величины коэффициента динамического трения [33].



Рис. 23. Деформация поперечного скоростного распределения атомов в пучке под действием силы (10.4) при одномерной коллимации. Время взаимодействия с излучением $t = 2 \cdot 10^{-5}$ с. 1 — начальное поперечное распределение пучка атомов, 2 — поперечное скоростное распределение пучка после взаимодействия с изучением, 3 — сила резонансного светового давления, действующая на атомы, при $g = 0.3\gamma_1, \gamma_2 = 0.2\gamma_1, \Gamma = 10^{-3}$ $\gamma_1, \Omega = 2\gamma_1$



Рис, 24. Эксперимент по наблюдению поперечной коллимации пучка атомов метастабильного гелия ⁴Не^{*}. (Из [34].) a — Принципиальная схема экспериментальной установки. δ — Измеренные скоростные распределения; пунктиром изображено распределение без взаимодействия с полем излучения

Охлаждение атомов ниже температуры $T_{\rm R}$ отдачи, наблюденное в эксперименте [34], объясняется [35] явлением КПН в пространстве скоростей. Здесь непосредственно учитывается влияние эффекта отдачи на линии поглощения и излучения атома, поэтому квазиклассический подход не применим, и необходимо полное квантовое описание поступательного движения атомов.

В [35] показано, что в Λ -системе с учетом того, что атомы в различных квантовых состояниях могут иметь различные скорости, существуют определенные когерентные состояния, обладающие импульсом $\pm \hbar k$, которые не взаимодействуют с излучением. При наличии спонтанной релаксации происходит накопление атомов в этих состояниях, следствием чего является двухпиковая структура в скоростном распределении (рис. 24). Причем ширина Δv_z отдельного пика меньше скорости v_R отдачи $\Delta v_z < v_R$, а температура *T* атомов меньше $T_R : T < T_R$. В [34] достигнута эффективная температура для атомов гелия, равная $2\mu K$, в то время как $T_R = 4 \mu K$.

На основе КПН в пространстве скоростей в [36, 37] предложено несколько схем двумерного и трехмерного охлаждения для различных типов атомных переходов и показано, что в этих схемах охлаждения может быть получена температура на несколько порядков ниже температуры отдачи. 10.6. Влияние относительных фаз возбуждающих полей на существование когерентного пленения наседенностеи. Выше, рассматривая явление когерентного пленения в А-системе, мы не учитывали влияние фаз возбужденных полей. В то же время известно [72— 74], что фазы полей могут оказывать существенное влияние на заселение состояний в системе, замкнутой третьим резонансным полем (рис. 25), особенно в условиях трехчастотного резонанса

 $\omega_{\rm r} = \omega_1 - \omega_2 = \omega_{21}.$

Так, в [72] исследована динамика населенностей в такой замкнутой системе на временах $t < \gamma^{-1}$, а в [79] показано влияние фаз полей на существование самого явления когерентного пленения.

Физически фаза третьего резонансного поля непосредственно влияет на когерентность между нижними уровнями, наведенную двумя остальными полями. Поэтому в зависимости от фазы третьего поля может наблюдаться разрушение или сохранение данной когерентности, что, в свою очередь, приводит как к разрушению, так и к последующему восстановлению состояния когерентного пленения.

Покажем это на примере Λ -системы (см. рис. 25), взаимодействующей со световыми полями с частотами ω_m (m = 1, 2), замкнутой РЧ полем с частотой ω_p , приложенным между нижними уровнями. Будем считать переходы $|m\rangle - |3\rangle$ (m = 1,2) электродипольными, а переход $|1\rangle - |2\rangle$ — магнитодипольным. Ниже условие трехфотонного резонанса предполагается выполненным. Тогда гамильтониан взаимодействия атома с полем запишется в виде \hat{H} $\hat{V} + \hat{U}$

где

$$\hat{V} = \hbar^{-1} \sum_{m=1,2} \hat{d}_m E_0 \exp[i(\chi_m - \vartheta_\mu - \omega_m t)],$$

$$\hat{U} = \hbar^{-1} \hat{\mu} H_0 \exp[i(\chi_r - \vartheta_r - \omega_r t)],$$
(10.8)

где $\hat{d}_m, \hat{\mu} (m = 1, 2)$ — операторы дипольных моментов (электрических и магнитного соответственно),



Рис. 25. Λ -схема, взаимодействующая с двумя световыми полями с частотами $\omega_{1,2}$, замкнутая радиополем с частотой ω_{2i}



Рис. 26. Зависимости населенности ρ_{33} (1) и разности $\rho = \rho_{22} - \rho_{11}$ (2) от изменения общей фазы Φ при $g = u = 10^7 \text{ c}^{-1}$ и $\gamma = 10^7 \text{ c}^{-1}$

 E_0, H_0 — амплитуды электрического и магнитного полей, а $\vartheta_{\mathbf{p}}$ (p = 1, 2, r) — фазы полей и $\chi_{\mathbf{p}}$ (p = 1, 2, r) — фазы дипольных моментов.

Далее, можно выписать уравнения для элементов атомной матрицы плотности такой системы ρ_{ij} с учетом (10.8), и, найдя решение этой системы в стационарном случае ($t >> \gamma^{-1}$), получить выражение как для населенностей в системе

$$\rho_{33} = (4g^2 u^2 \sin^2 \Phi) M_0^{-1} ,$$

$$\rho = \rho_{22} - \rho_{11} = (2g^2 u\gamma \sin \Phi) M_0^{-1} ,$$
(10.9)

где

i

$$M_0 = u^2 \gamma^2 + 4(u^2 - g^2)^2 + 12g^2 u^2 \sin^2 \Phi,$$

так и для когерентности между нижними уровнями

$$\rho_{12} = \frac{1}{2} \left\{ a_0 \rho \exp\left[i\left(\varphi_r - \frac{\pi}{2}\right)\right] + (1 - 3\rho_{33}) \exp\left[-i(\varphi_2 - \varphi_1 + \pi)\right] \right\}, \quad (10.10)$$

где

 $a_0 = u (4u^2 + \gamma^2 - 4g^2)/2g^2\gamma.$

В (10.9) и (10.10) относительные фазы введены соотношениями $\varphi_{\rm p} = \vartheta_{\rm p} - \chi_{\rm p}$ (p = 1, 2, r), $\Phi = \varphi_{\rm r} + \varphi_2 - \varphi_1$, и $g = dE_0/\hbar$, $u = \mu H_0/\hbar$ соответствующие частоты Раби, а также считается, что расстрой-ки световых волн Ω_m удовлетворяют условию точного резонанса $\Omega_m = \omega_m - \omega_{3m} = 0$ (m = 1, 2). Выражения (10.9), (10.10) полностью определя-

Выражения (10.9), (10.10) полностью определяют характер воздействия резонансного РЧ поля на существование КПН в Λ -системе. Видно, что в отсутствии РЧ поля (u = 0) верхний уровень не заселен и существует КПН. Подчеркнем, что при этом нет никакой зависимости от фаз оптических полей, поскольку изменение относительных фаз приводит всего лишь к изменению суммарной фазы когерентности ρ_{12} без изменения ее модуля (10.10), а это



Рис. 27. Зависимость населенности третьего уровня для $\Omega_2 = 0$. $\Omega_1 - \text{сканируется}, \gamma = g = u = 10^7 \text{ c}^{-1}$. $1 - \Phi = 0, 2 - \Phi = \pi/12, 3 - \Phi = \pi/6, 4 - \Phi = \pi/2$

ведет к отсутствию выделенного направления на комплексной плоскости *р*₁₂.

Если теперь рассмотреть случай $u \neq 0$, то, как видно из (10.9), (10.10) зависимость от взаимных фаз полей является определяющей. Так, при общей фазе

$$\Phi = \pi n \ (n = 0, \pm 1, \pm 2, ...)$$

когерентное пленение в системе по-прежнему имеет место, однако при

$$\Phi = \pi (2n+1)/2 \ (n=0,\pm 1,\pm 2,...)$$

происходит полное разрушение когерентного пленения и уровень $|3\rangle$ всистеме заселен несмотря на выполнение условия КПН. При этом в пределе больших частот Раби $g \approx u >> \gamma$ все уровни заселены одинаково $\rho_{mm} \approx 1/3$ (m = 1, 2, 3). Зависимости населенностей уровней (10.9) от общей фазы Ф приведены на рис. 26. Видно, что, изменяя соответствующим образом фазу, можно как разрушать, так и снова восстанавливать состояние когерентного пленения.

На рис. 27 приведены зависимости населенности верхнего уровня Λ -системы при сканировании одной из расстроек оптического поля, когда другая оптическая расстройка фиксирована и выполнено условие (10.8). Хорошо видны провалы когерентного пленения, которые существуют для одних фаз и совершенно исчезают для других.

Такая чувствительность атомных систем к общей фазе при КПН может быть использована для создания различных приборов квантовой электроники. В частности, в [72] предложены атомные интерферометры для измерения фазы и амплитуды поля излучения или для измерения соответствующего атомного дипольного момента перехода, а в [45] описанная чувствительность применяется для построения оптических модуляторов. При этом наиболее интересной является возможность управления амплитудной модуляцией световых лучей при помощи фазовой модуляции резонансного РЧ поля.

Влияние относительной фазы полей на населенность верхнего уровня в Л-системе впервые наблюдено в эксперименте [74].

10.7. Ла з е р ыбе зи н в е р с и и . Остановимся, наконец, на еще одном перспективном применении когерентного пленения населенностей. Это быстро развивающаяся новая область квантовой электроники — создание безынверсионных лазеров [76—83], т. е. получение усиления и генерации световых пучков без создания инверсии населенностей, требующейся при классической схеме квантового генератора [3].

Механизм безынверсионного усиления состоит в следующем: если Л-система находится в состоянии когерентного пленения, то большая часть населенности находится на нижних уровнях в плененном состоянии, а на верхнем уровне |3 согласно (4.9) остается лишь малая часть $\rho_{33} \approx \Gamma / \gamma$. Если теперь с помощью любого механизма (например, электронного удара), хотя бы немного увеличить заселение верхнего уровня, то в силу того, что атомы на нижних уровнях находятся в определенном когерентном состоянии, не взаимодействующем со световым полем, создается как бы "инверсия" между слабо заселенным уровнем |3>, который тем не менее может взаимодействовать с полем, и сильно заселенными нижними уровнями ($\rho_{11} + \rho_{22} \approx 1 - (\Gamma/\gamma)$), которые с полем не взаимодействуют. Далее, подавая световое излучение, резонансное оптическим переходам, мы получим его усиление за счет малой населенности уровня |3) Л-системы. При этом, как указывалось выше, сильно заселенные нижние уровни вообще не участвуют во взаимодействии.

Отметим, что сам термин "лазер без инверсии" лишний раз подчеркивает отсутствие в системе реальной инверсии и тот факт, что все усиление происходит за счет слабо заселенного верхнего уровня,

В [76] рассматривается усиление световых импульсов в Λ -среде при возбуждении когерентности между нижними уровнями резонансным СВЧ полем в виде $\pi/2$ -импульсов. В [78, 79] также исследуется усиление оптических полей в случае прохождения ими Λ - и V-сред для времен значительно меньше, чем времена релаксации. Отмечено влияние фазы резонансного РЧ-поля, приложенного между близкими уровнями на условие усиления оптического поля. Влияние фаз возбуждающих полей на условия генерации показано также и в [80—82] для случая так называемой двойной Λ -системы.

Подчеркнем, что использование "безынверсионного" принципа усиления световых полей может быть очень перспективно на тех переходах, где трудно реализовать инверсию населенностей.

11. Заключение. Наша работа посвящена новому нелинейному явлению — когерентному пленению населенностей. Мы попытались дать здесь как историю открытия, так и физический смысл, и возможные применения данного явления. Естественно, что каждый новый нелинейный эффект приводит не только к более полному пониманию нелинейных явлений в целом, но и стимулирует попытки использовать его для каких-либо практических целей. Именно это, на наш взгляд, и происходит сейчас с эффектом когерентного пленения. Многочисленные работы, приведенные нами в статье, относятся больше к вопросам концептуального плана и физической сути данного явления. В то же время только относительно недавно стали появляться работы, в которых когерентное пленение используется для практических целей. Таких областей уже несколько — это стабилизация частоты и спектроскопия сверхвысокого разрешения, лазеры без инверсии и сверхглубокое охлаждение атомов.

Представляется, однако, несомненным, что в будущем следует ожидать новых важных применений когерентного пленения. Это в первую очередь связано со сверхузкими резонансами, которые проявляются здесь, а также с тем, что непрерывное совершенствование лазерной техники позволит иметь необходимые когерентные источники света для наблюдения этих сверхузких резонансов. Так, например, в [84] на основе КПН предложена пространственная суперлокализация атомов на размерах много меньших длины волны света в каустиках неоднородно поляризованных волновых фронтов.

С другой стороны, когерентное пленение населенностей обнаруживает себя все в большем количестве экспериментальных ситуаций таких, как, например, поведение ионов Ва⁺ в магнитной ловушке [85], или при исследовании явления светоиндуцированного дрейфа [86]. По всей видимости, на очереди обнаружение когерентного пленения в конденсированных средах, а также (с появлением когерентного источника γ-квантов) и в ядерной спектроскопии.

В данном обзоре мы не коснулись работ, посвященных КПН, в которых используется квантовое описание излучения. Однако мы не имели ни возможности, ни намерения обсуждать весь огромный фактический материал, а также не претендуем на полный охват теории явления когерентного пленения населенностей и его приложений в физике. Некоторые не затронутые стороны проблемы описаны, например в [87], посвященном этим вопросам. Авторы признательны С.Г. Пржибельскому и А.В. Федорову за внимательное прочтение рукописи и ценные замечания, а также благодарят Д.В. Косачева за помощь, оказанную при решении ряда технических вопросов,

ПРИМЕЧАНИЯ

⁽¹⁾ Злесь необходимо вспомнить незаслуженно забытую работу [6] по оптической накачке в поперечном магнитном поле, в которой исследовались особенности поглощения света щелочными атомами. По сути, результаты этой работы легли в основу интерпретации явления когерентного пленения и дали объяснение первым экспериментам по возбуждению зеемановской когерентности с использованием оптической накачки [8].

⁽²⁾ Отметим, что еще в известной монографии [1] при обсуждении возможности спектроскопии внутри радиационной ширины обсуждались нелинейные резонансы, ширины которых не определяются шириной общего уровня в трехуровневой Λ -системе (см. [1], с. 169).

⁽³⁾ Следует отметить, что выделение трехуровневой системы взаимодействия из всего бесконечного числа квантовых уровней реальных систем требует определенных свойств излучения (состояние поляризации, интенсивность, монохроматичность). Конкретные примеры реализации таких трехуровневых систем будут рассмотрены в разделе 10 в связи с экспериментальными исследованиями КПН.

⁽⁴⁾ Здесь мы полагаем, что релаксация населенностей (продольная релаксация) уровней |1) и |2) отсутствует.

⁽⁵⁾ Однако, как показано в [75], для Λ -атомов, находящихся в среде буферного газа и взаимодействующих с достаточно интенсивным двухчастотным лазерным излучением, происходит изменение динамики атомных столкновений (эффекты оптикостолкновительной нелинейности). В частности, при КПН с увеличением интенсивности полей скорость столкновительной релаксации когерентности ρ_{12} уменьшается, и в пределе очень сильных полей имеет место переход к бесстолкновительному пределу.

⁽⁶⁾ Термин "когерентное пленение населенностей" первоначально возник при исследовании трехуровневых систем. Однако в настоящее время он применяется как при изучении многоуровневых систем, так и систем со сплошным спектром.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Летохов В.С., Чеботаев В.П. Принципы нелинейной лазерной спектроскопии. М., Наука, 1975.
- 2. *Раутиан С.Г., Смирнов Г.И., Шалагин А.М.* Нелинейные резонансы в спектрах атомов и молекул. Новосибирск, Наука, 1979.
- Попов А.К. Введение в нелинейную спектроскопию. Новосибирск, Наука, 1983.
- 3. Демтредер В. Лазерная спектроскопия. М., Наука, 1985.
- 4. Стенхольм С. Основы лазерной спектроскопии. М., Мир, 1987.
- 5. Шен И.Р. Принципы нелинейной оптики. М., Наука, 1989.
- 6. Bell W.E., Bloom A.L. Phys. Rev. Lett, 1961, 6, 280.
- 7. Arimondo E., Orriols G. Nuovo Cimento Lett. 1976, **17**, 333. Orriols G. Nuovo Cimento. B. 1979, **53**, 1.
- Alzetta G., Gozzini A., Moi L., Orriols G. Nuovo Cimento. B. 1976, 36, 5.
- Takagi K., Curl R.R, Su R.T.M. Appl. Phys. 1975, 7, 181.
- 9. Gray H.R., Whitly R.M., Stroud C.R., Jr. Opt. Lett. 1978, 3, 218.
- Alzetta G., Moi L., Orriols G. Nuovo Cimento. B. 1979, 52, 209; Opt. Commun. 1982, 42, 335.
- Dalton B.J., Knight P.L. Opt. Commun. 1982, 42, 411; J. phys. B. 1982, 15, 3997.
- Radmor P.M., Knight P.L. // J, Phys. B. 1982, 15, 561. Swain S. J. Phys. B. 1982, 15, 3405.
- 13. Dalton B.J., McDuff R., Knight P.L Opt. Acta. 1985, 32, 61.
- 14. Cardimona D.A., Sharrna M.P., Ortega M.A. J. Phys. B. 1989, 22, 4029.

- Mlynek J., Lange W., Harde H. et al. Phys. Rev. A. 1981, 24, 1099.
- 16. Teets R., Eckstein J., Hansch T.W. Phys. Rev. Lett. 1977, 38, 760.
- Eckstein J., Ferguson A.L, Hansch T. W. Phys. Rev. Lett. 1978, 40, 847.
- Tench R.E., Peuse B.W., Hemmer R.P. et al. J. de Phys. Colloque C8. 1981, 42, C8-45
- 19. Hackel R.P., Ezekiel S. Phys, Rev, Lett. 1979, 42, 1736.
- 20. Coleman P.E., Knight P.L, J. Phys- B. 1982, 15, 235.
- Radmore P.M., Knight P.L. Phys. Lett. A. 1984, 102, 180.
- 21. Knight P.L, Lander M.A., Dalton B.J. Phys. Rep, 1990, 190, 1,
- Adachi S., Niki H., Izawa Y. et al. Opt. Commun. 1991, 81, 364.
 Thomas J.E., Ezekiel S., Leiby C.C., Jr., et al. Opt. Lett. 1981, 6, 298
- Thomas J.E., Hemmer P.R., Ezekiel S. et al. Phys. Rev. Lett. 1982. 48, 867.
- 24. Hemmer P.R., Ezekiel S., Leiby C.C., Jr. Opt. Lett. 1983, 8, 440.
- 25. Mlynek J., Grimm R., Buhr E. et al. Appl. Phys. B. 1988, 45, 77.
- 26. Dalton B.J., Kien J.D., Knight P.L Opt. Acta. 1986, 33, 459.
- 27. Hemmer P.R., Ontai G.P., Ezekiel S. J. Opt. Soc. Am. B. 1986, 3, 219.
 - Hemmer P.R., Natoli V.D., Shahriar M. S., et al. 41st Annual Frequency Control Symposium. 1987. P. 42. Hemmer P.R., Shahriar M.S., Natoli V.D. et al. J. Opt. Soc. Am. B. 1989, 6, 1519.
- 28. Walls D.F., Zoller P. Opt. Commun. 1980, 34, 260.
- 29. Agrawal G.P. Phys. Rev. A. 1981, 24, 1399.
- Mlynek J., Mitsehke F., Deserno R. et al. Phys, Rev. A. 1984, 29, 1297.
- 31. Laser Cooling and Trapping of Atoms. Eds. S. Chu, C. Wieman, J. Opt. Soc. Am. B. 1989, 6, 2020.
- Горный М.Б., Матисов Б.Г., Рождественский Ю.В. Письма ЖТФ. 1989, 15, 68.
 Minogin V.G., Olshany M.A., Shulga S.V. 3. Opt. Soc. Am. B. 1989, 6, 2108.
 Chang S., Garraway B., Minogin V.C. Opt. Commun. 1990, 77, 19.

Рождественский Ю.В., Якобсон Н.Н. ЖЭТФ. 1991, **99**, 1679.

- Косачев Д.В., Матисов Б.Г., Рождественский Ю.В. КЭ. 1992, 19, 287.
- 34. Aspect A., Arimondo E., Kaizer R. et al. Phys, Rev. Lett. 1988, 61, 826.
- 35. *Aspect A., Arimondo E., Kaizer R. et al.* J. Opt. Soc. Am. B. 1989, 6, 2112.
 - Aspect A., Kaizer R. Found. Phys. 1990, 20, 1413.
- 36. Mauri F., Arimondo E. Europhys. Lett. 1991, 16, 717.
- Olshany M.A., Minogin V.G. Quantum Optics. 1991, 3, 317. Olshany M.A. J. Phys. B. 1991, 24, L583.
- 38. *Миногин В.Г., Летохов В.С.* Давление лазерного излучений на атомы. М., Наука, 1986.
- 39. *Sheehy B., Chang S.-Q., van der Straten P. et al.* Phys. Rev. Lett 1990, **64**, 858.

Shang S. -Q., Sheehy B., van der Straten P. et al. Phys. Rev. Lett. 1990, 65, 317.

Salomon C., Dalibard J., Phillips W. et al. Europhys. Lett. 1990, 12, 683.

- Kasevitch M., Weiss D., Chu S. Opt. Lett. 1990, 15, 607.
- 40. Кочаровская О.А., Ханин Я.И. ЖЭТФ. 1986, 90, 1610.
- 41. Смирнов В.С., Тайченачев А.В., Тумайкин А.М. Опт. и спектр. 1987, **63**, 175.
- 42. Горный М.Б., Матисов Б.Г., Рождественский Ю.В. ЖЭТФ. 1989, **95**, 1263.
- 43. Мазец И.Е., Матисов Б.Г, ЖЭТФ. 1992, 101, 26.
- 44. Field J.E., Hahn K.H., Harris S.E. Phys. Rev. Lett. 1991, 67, 3062.
- 45. Корсунский Е.А., Матисов Б.Г., Рождественский Ю.В. ЖЭТФ. 1991, **100**, 1438.
- 46. Whitley R.M., Stroud C.R., Jr. Phys. Rev. A. 1976, 14, 1492.
- 47. Смирнов В.С., Тумайкин А.М., Юдин В.И. ЖЭТФ. 1989, 96, 1631.

Тумайкин А.М., Юдин В.И. ЖЭТФ. 1990, 98, 81.

- 48. Elgin J, N, Phys. Lett. A. 1980, 80, 140.
- 49. Hioe F.T., Eberly J.H. Phys. Rev. Lett. 1981, 47, 838.
- 50. Hioe F.T., Eberly J.H. Phys. Rev. A. 1982, 25, 2168.
- 51. Hioe F. T. Phys. Rev. A. 1983, 28, 879.
- 52. Hioe F.T. Phys. Rev. A. 1984, 29, 3434.
- 53. Hioe F.T. Phys. Rev. A. 1984, 30, 3097.
- 54. Hioe F.T. Phys. Rev. A. 1985, 32, 2824.
- 55. Hioe F.T.3. Opt. Soc. Am. B. 1987,4, 1327; 1989,6,335, 1245.
- 56. Hioe F.T., Carroll C.E. Phys. Rev. A. 1988, 37, 3000.
- Carroll C.E., Hioe F.T. J. Opt. Soc. Am. B. 1988, 5, 1335; Phys. Rev. A. 1990, 42, 1522.
- 58. Mallesh K.S., Ramachandran G. I. Phys. B. 1989, 22, 2311.
- 59. Kyrold E., Lindberg M. Phys. Rev. A. 1987, 35, 4207.
- 60. Rzazweski K., Eberly J.H. Phys. Rev. Lett. 1981, 47, 408.
- 61. Deng Z. Phys. Lett. A. 1984, 105, 43.
- 62. DengZ., Eberly J.H. Phys. Rev. A. 1984, 34, 2492; 1988, 37, 2708.
- 63. Arimondo R, Rahman N.K. Phys. Rev. A. 1988, 37, 2706.
- 64. Rzazweski K., Haus J.W., Wang L. J. Phys. B. 1989, 22, 3175.
- Burley R.S., Glosson C.A., Cantrell C.D. Phys. Rev. A. 1989, 39, 2978.
- 66. Tarzi S., Radmore P.M., Barnett S.M. J. Phys. B. 1989, 22, 2935.
- 67. *Theobald G., Dimarcq N., Giordano V. et al.* Opt. Commun. 1989, **71,** 256.
- Akulshin A.M., Gelikov A.A., Velichansky V.L Opt. Commun. 1991, 84, 139.
- 69. Kaivola M., Bjerre N., Poulsen O. et al. Opt. Commun. 1984, 49, 418.
- 70. Kaivola M., Thorsen P., Poulsen O., Phys. Rev. A. 1985, 32, 207.
- 71. Гиббс Х. Оптическая бистабильность: управление светом с

помощью света. М., Мир, 1988.

- Buckle S.J., Barnett S.M., Knight P.L. et al. Optica Acta. 1986, 33, 1129.
- 73. Kosachiov D.V., Matisov B.G., Rozhdestvenskii Yu.V. Opt. Commun. 1991, 85, 209; J. Phys. B. 1992, 25, 2473.
- 74. Shahriar M.S., Hemtner P.R. Phys. Rev. Lett. 1990, 65, 1865.
- 75. Вдовин Ю.А., Ефимов А.Е. ЖЭТФ. 1990, 97, 1544.
- 76. Кочаровская О.А., Ханин А.Я. Письма ЖЭТФ. 1988, **48**, 581. *Khanin Ya.1., Kocharovskaya O.A. 3.* Opt. Soc, Am. B. 1990, **7**, 2016.
- 77. Кочаровская О.А. КЭ. 1990, 17, 20.
- Scully M.O., Zhu S.-Y., Gawielides A. Phys. Rev. Lett. 1989, 62, 2813.
- 79. Blok V.R., Krochic G.M. Phys. Rev. A. 1990, 41, 1517.
- Kocharovskaya O., Li R. -D., Mandel P. Opt. Commun. 1990, 77, 215.
- 81. Kocharovskaya O., Mandel P. Phys. Rev. A. 1990, 42, 523.
- 82. Кочаровская О.А., Мандель П., Ханин Я.И. Изв. АН СССР. Сер. физ. 1990, **54**, 1979.
- Fill E.E., Scully M.O., Zhu S.-Y. Opt. Commun. 1990, 77, 36. Kocharovskaya O., Mandel P. Opt. Commun. 1991, 84, 179. Kocharovskaya O., Maori F., Arimondo E. Opt. Commun. 1991, 84, 393.
- Тайченачев А.В., Тумайкин А.М., Ольшаный М.А. и др. Письма ЖЭТФ. 1991, 53, 336.
- Schubert M., Siemefs I/., Blatt R. J. Opt. Soc. Am. B. 1989, 6, 2159.
- 86. DeLignie M.C., Eliel E.R. Opt. Commun. 1989, 72, 205.
- 87. Yoo H.-L, Eberly J.H. Phys. Rep. 1985, 118, 239.