

523.46/481

ФИЗИКА ПЛАНЕТНЫХ КОЛЕЦ

Н. Н. Горьковый, А. М. Фридман

(Астрономический совет АН СССР)

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	169
2. Данные наблюдений планетных колец	172
2.1. Общие характеристики. 2.2. Отдельные системы колец.	
3. Столкновения частиц в кольцах. Космогония колец	176
3.1. Соударения твердых частиц. 3.2. Столкновительное разрушение рыхлых	
частиц как причина существования колец. 3.3. Азимутальная асимметрия яр-	
кости колец Сатурна.	
4. Гидродинамика макрочастиц в кольцах планет	195
4.1. Уравнения переноса вращающихся сред. 4.2. Линейные колебания диффе-	
ренциально-вращающихся дисков неупругих макрочастиц.	
5. Коллективные неустойчивости и структуры в кольцах планет.....	204
5.1. Физика неустойчивостей. 5.2. Диффузионная и квазивековая неустойчи-	
вости. 5.3. Аккреционная неустойчивость. 5.4. Неустойчивость эллипс-моды.	
6. Резонансное происхождение колец Урана и предсказание серии неоткрытых	
спутников.....	212
6.1. Первые гипотезы о природе колец Урана. 6.2. Гипотеза о резонансной при-	
роде колец Урана и о существовании за границей колец серии неоткрытых	
спутников. 6.3. Открытие новых спутников Урана. Корреляция между коль-	
цами и резонансами от спутников 6.4. Образование и стабильность колец	
Урана.	
7. Диссипативные структуры в протопланетном диске.....	230
7.1. Диссипативные неустойчивости и закон планетных расстояний. 7.2. Само-	
организация Солнечной системы и перспективы исследований по физике	
планет.	
8. Заключение	235
Список литературы	235

1. Введение. Открытые в XVII в. кольца Сатурна постоянно будо-
ражили воображение исследователей своей уникальной формой. Кольца
Сатурна исследовали такие блестящие астрономы, механики и матема-
тики, как Г. Галилей, Х. Гюйгенс, Ж. Д. Кассини, П. С. де Лаплас,
Дж. К. Максвелл, А. Пуанкаре. Кант был первым, кто предсказал су-
ществование тонкой структуры колец Сатурна. Пользуясь своей мо-
делью протопланетного облака, он представлял себе кольцо в виде пло-
ского диска из сталкивающихся частиц, вращающихся дифференциаль-
но вокруг планеты по закону Кеплера. Именно дифференциальное вра-
щение, согласно Канту, является причиной расслоения диска на серию
тонких колечек. Позднее П. С. де Лаплас доказал неустойчивость твер-
дого широкого кольца [1]. В середине прошлого века многие астрономы
(Вико в Риме, Бонд в США, Струве в России, Доуес и Лассель з
Англии) обнаружили всего десять колечек вокруг Сатурна. Выдающий-
ся вклад в исследование устойчивости колец Сатурна внес в это же вре-
мя Дж. К. Максвелл, получивший премию Адамса за труд [2], в кото-
ром он показал, что такие узкие кольца также неустойчивы и будут па-
дать на планету. Работу Максвella можно считать первой работой по
теории коллективных процессов, выполненной на современном уровне:

при анализе устойчивости в [2] было использовано характеристическое уравнение, называемое сейчас дисперсионным. И хотя вывод Максвелла о падении гипотетического сплошного ледового кольца на планету был неправильным (такое кольцо гораздо раньше должно развалиться на куски (см. работу [3], а также раздел 6.4.4 данного обзора), следствие из него—о метеорном строении колец Сатурна—оказалось верным. Так, к концу XIX в. гипотеза метеорного строения колец Сатурна, высказанная впервые Ж. Д. Кассини, получила теоретическое, а в 1895 г.—и наблюдательное подтверждение в работах Дж. Килера и А. А. Белопольского, измеривших скорости дифференциального вращения колец (см. [4]).

В течение XX в. шло постепенное накопление новых данных о планетных кольцах: получены оценки размеров и концентрации частиц в кольцах Сатурна [4], спектральным анализом установлено, что кольца—ледяные [4, 5], открыто загадочное явление азимутальной переменности яркости колец Сатурна [6, 7]. Размеренный темп научной деятельности сменился бурным подъемом всеобщего интереса к планетным кольцам в конце семидесятых годов, когда 10 марта 1977 г. несколькими исследовательскими группами независимо были открыты узкие и далеко отстоящие друг от друга угольночерные кольца Урана. Открытие было сделано совершенно случайно, когда, готовя аппаратуру для исследования параметров атмосферы Урана методом покрытия звезды и заранее настроив приборы, исследователи обнаружили короткие затмения при подходе звезды к планете и при ее удалении. Наилучшие снимки получились с помощью телескопа летающей Койперовской обсерватории [8].

Через два года – 4 марта 1979 г. американский межпланетный аппарат («Вояджер-1») обнаружил прозрачные каменные кольца и вокруг Юпитера [9]. В начале 80-х годов кольца Сатурна исследовались наиболее интенсивно. В их окрестности работала серия американских космических аппаратов: «Пионер-11» (октябрь 1979 г.), «Вояджер-1» (ноябрь 1980 г.), «Вояджер-2» (август 1981 г.). В январе 1986 г. «Вояджер-2» исследовал кольца Урана. В августе 1989 г. этот аппарат встретился с Нептуном, вокруг которого несколько лет назад методом покрытия звезды были обнаружены незамкнутые кольца (или «дуги») [10] («Вояджер-2» уточнил земные наблюдения: «дуги» оказались более плотными частями замкнутых колец).

Фактически, за последние 12 лет был открыт и изучен новый класс объектов Солнечной системы. Планетные кольца оказались обязательным элементом и закономерным явлением в спутниковых системах планет-гигантов. Естественно, что обилие экспериментального материала не могло не вызвать интенсивного развития теоретических моделей (достаточно указать на два объемных сборника [11, 12], вышедших в 1984 г.). Это не просто интерес к новым астрономическим объектам. Все большее распространение получает мнение, что планетные кольца — ключ к пониманию космогонии всей Солнечной системы. Ведь кольца на сегодняшний день являются единственными, доступными для детального изучения, представителями дифференциально-вращающихся дисков неупругих частиц. Исследование таких дисковых систем имеет принципиальную важность для космогонии, так как на протостадии это самый распространенный тип динамической системы (протопланетное облако, протоспутниковые диски, протокольца планет). К этому же классу объектов нужно отнести и протопланетные облака вокруг других звезд (например, вокруг Бета Живописца), аккреционные диски в системах двойных звезд, галактические и протогалактические диски. Таким образом, планетные кольца предоставляют уникальную возможность получить важнейшую информацию о коллективных и других про-

щесах, протекавших на стадии образования планет и спутников Солнечной системы.

Одна из задач данного обзора — привлечь внимание физиков и специалистов смежных наук к планетным кольцам и показать важность для физики и астрономии изучения динамики этих объектов.

Перечислим основные проблемы физики планетных колец:

1. *Почему существуют планетные кольца?* Классические модели формирования колец предполагали, что кольца — это область приливного разрушения крупных тел. Но после полетов «Вояджеров» стало ясно, что для разрушения частиц наблюдаемых размеров (≤ 10 м) приливные силы слишком слабы. Вопрос о причинах существования колец оказался прямо связан с механическими характеристиками типичной частицы.

2. *Что вызвало расслоение колец Сатурна?* Наблюданная иерархическая структура колец Сатурна составлена по принципу «матрешки»: широкие ~ 1000 км кольца состоят из системы более узких ~ 100 км колец и т. д. Распространенное мнение, что расслоение колец Сатурна связано только с неустойчивостью отрицательной диффузии [13, 14], противоречит наблюдениям — данная неустойчивость может вызывать образование только самых узких (в сотни метров) колечек в достаточно плотных частях диска [15].

3. *Как образовались и почему не разрушаются кольца Урана?* Наиболее популярна гипотеза о том, что узкие, эллиптические кольца Урана сформировались и сохраняют стабильность, благодаря двум спутникам-«пастухам» по краям каждого кольца [16]. Однако «Вояджер-2» в 1986 г. не обнаружил между кольцами Урана столь необходимых для этой гипотезы спутников-«пастухов». При этом данные «Вояджера-2» подтвердили альтернативную гипотезу о резонансной природе колец Урана [17]. В настоящее время в физике планетных колец существует большое число моделей и гипотез, часто взаимоисключающих друг друга. Поэтому представить единую картину происхождения и динамики планетных колец довольно трудно. Например, ряд исследователей устойчивости планетных колец исходит из модели гладкой и весьма упругой ледяной частицы [18], не затрагивая при этом проблемы существования колец. Космогонисты в свою очередь рассматривают в качестве типичной частицы кольцо чрезвычайно эфемерное образование (в 10 тысяч раз менее прочное, чем скопление самого пушистого земного снега) [19], не задумываясь о том, как будет «работать» такая непрочная частица в других теоретических моделях.

В данном обзоре мы старались дать максимально непротиворечивую и физически цельную картину планетных колец, критически исследуя и альтернативные решения ряда проблем. При изучении физики колец приходится обращаться к самым различным методам и областям науки: к небесной механике и физике льда и снега, к теории удара и кинетической теории газов, к теории неустойчивостей и физике плазмы. При этом используются аналитические расчеты и астрономические наблюдения, численные и натурные эксперименты. В этом — характерная особенность работы, посвященной нециальному методу, явлению или эксперименту, а сложному природному объекту, «жизнедеятельность» которого не подчиняется традиционному делению наук.

В разделе 2 обзора излагаются основные, надежно установленные наблюдательные данные. В разделе 3 рассматриваются вопросы, для понимания которых достаточно знать динамику отдельных частиц. Разделы 4 и 5 посвящены исследованию коллективной динамики частиц планетных колец. В разделе 6 рассмотрены кольца Урана, особенности которых во многом определяются воздействием резонансных спутников. Раздел 7 отражает первые попытки применения теоретических моделей,

разработанных в процессе изучения планетных колец, к космогонии Солнечной системы.

2. Данные наблюдений планетных колец.

2.1. Общие характеристики.

2.1.1. Первичные и вторичные кольца. Все кольцевые структуры вокруг планет можно разделить на два класса: космогонически «первичные» и «вторичные». Первый тип структур: плотные кольца из достаточно крупных частиц (до десятков метров). Время существования таких колец достаточно велико и, видимо, сравнимо с космогоническим. К первичным, безусловно, можно отнести классические кольца Сатурна: А, В, С и девять плотных колец Урана. Второй тип колец—разреженные газо-пылевые кольца, для длительного существования которых требуется постоянный приток вещества: прозрачное кольцо Сатурна *E* (источник вещества—спутник Энцелад), пылевые кольца Урана, расположенные между плотными колечками и связанные с выметанием из последних мелкой пыли, газовый тор вулканически активного Ио. Кольцо Юпитера, по-видимому, вторично, но источником его может быть разреженный слой крупных частиц. Данные о кольцах Нептуна указывают на первичность этих колец. Характерная черта: если вторичны кольца могут располагаться на любых расстояниях от планеты (в зависимости от размещения «материнского» источника вещества), то внешний радиус первичных колец четко ограничен и равен примерно двум радиусам «своей» планеты: для Юпитера—1,8, для Сатурна—2,3, для Урана—2,0, для Нептуна—2,5—2,6 (по данным на 1989 г.). Зона спутников начинается за границей первичных колец, но в узкой «пограничной» зоне кольца и спутники могут располагаться «вперемешку».

2.1.2. Распределение частиц по размерам. Вторичные кольца состоят из частиц микронных и субмикронных размеров. Первичные кольца Сатурна содержат частицы размером от микрона до десяти—двадцати метров, причем основную массу колец составляют метровые тела. В кольцах Сатурна спектр частиц по размерам имеет характерный «обрыв» на радиусах около десяти метров. Отсутствие частиц более крупных размеров является важнейшей особенностью планетных колец и наблюдается также в системе Урана. Оптическая толща колец определяется как метровыми, так и сантиметровыми частицами [20].

2.1.3. Иерархическое расслоение колец. Широкие кольца Сатурна поделены на более узкие колечки различных масштабов [20]. На рис. 1 и 2 показано тонкое деление колец С и В. Кольцо А более однородно, но, возможно, имеет мелкомасштабное расслоение в сотни метров. Существование радиальной структуры в кольцах Сатурна связано, видимо, с внутренними эволюционными процессами.

2.1.4. Спиральные волны. Они возбуждаются резонансами внешних спутников и в большом количестве обнаружены в кольцах Сатурна, особенно в кольце А. Спиральные волны подразделяются на волны плотности (рис. 3) и изгибные волны, отклоняющие частицы от экваториальной плоскости. Наиболее мощные (значительной амплитуды и протяженности) спиральные волны вызваны резонансами низких порядков (1:2, 2:3, 3:4, 4:5, 5:6, 3:5, 5:7), но и высокие резонансы (например, 32:33 и т. д.) возбуждают небольшие волны (рис.4). Волна уносит угловой момент частиц диска и появление щели Кассини связывают с действием ранее существовавшей спиральной волны от резонанса 1 :2 с Мимасом [21].

2.1.5. Узкие колечки. Кольца Урана представляют собой набор узких (порядка 10 км) плотных колечек, часто обладающих заметной эллиптичностью (эксцентриситет до 0,01) и наклонением к экваториальной

плоскости. Края колечек резкие, кольца прецессируют в несферическом поле планеты как единое целое. Многие колечки имеют переменную ширину (максимальную в апоцентре и минимальную вperiцентре) [22]. Аналогичные кольца обнаружены и возле Сатурна.

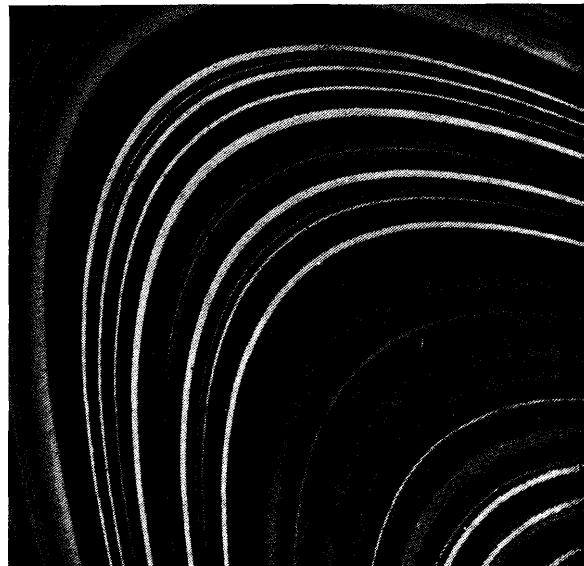


Рис. 1. Кольцо Сатурна С (фото «Вояджера-2»). В центральной части кольца выделяется регулярная тысячекилометровая структура с небольшим контрастом плотности. Некоторые узкие колечки во внешних и внутренних областях кольца С связаны с резонансным воздействием спутников (см. рис. 5)



Рис. 2. Внешняя часть кольца В (участок в 6 тыс. км, фото «Вояджера-2»). Темный угол слева вверху — щель Кассини. Хорошо видна иерархия кольцевых структур разных масштабов (от тысячи до десятков км). Отметим, что данные структуры не связаны с резонансами от спутников

Характерной особенностью является размещение узких плотных колец вблизи резонансов низкого порядка от внешних спутников. На рис. 5 показано одно из колечек Сатурна со «своими» резонансами. Связь положения резонансов и колец Урана анализируется в [23]. Два узких

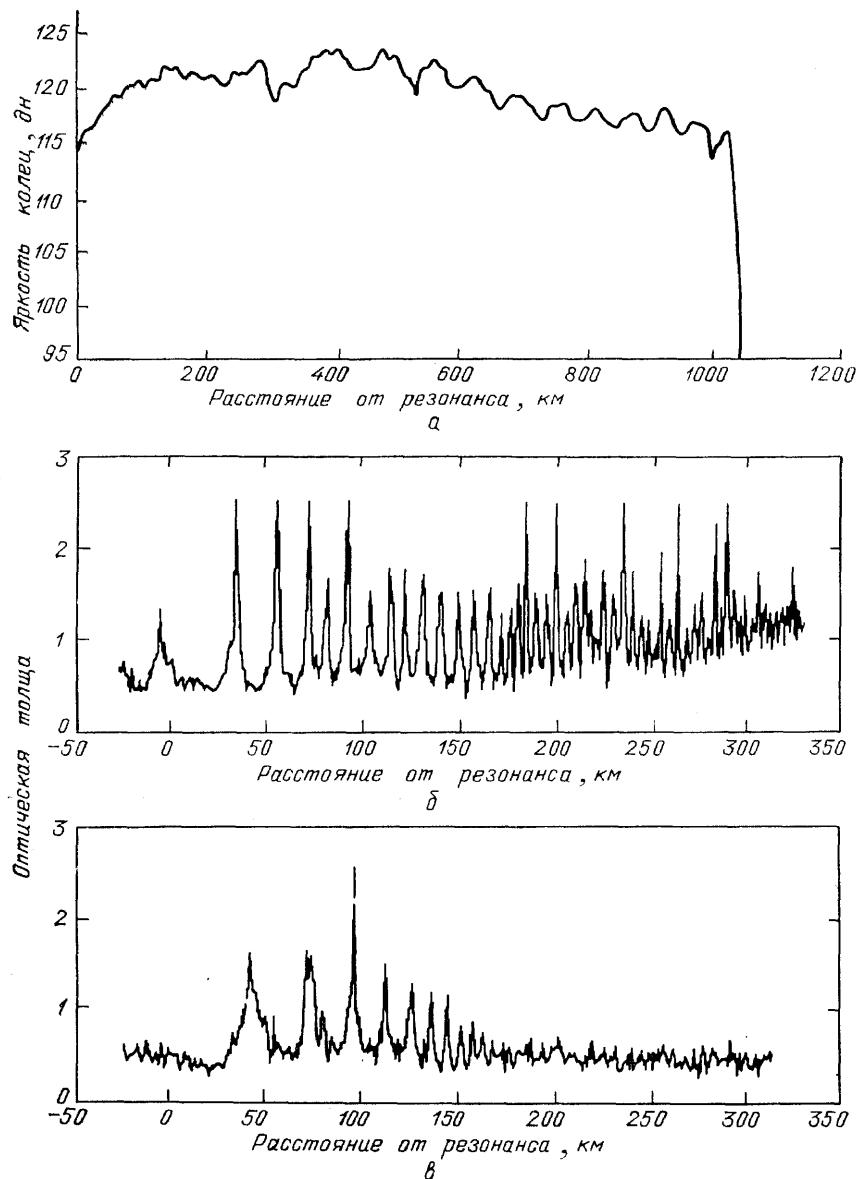


Рис. 3. Волны плотности («волновые поезда») в кольцах Сатурна (рисунок из обзора [20]). *α*—Линейная волна в щели Кассини, связанная с апсидальным резонансом 0: 1 от Япета (апсидальным резонансом называется совпадение частоты прецессии частиц кольца вследствие несферичности поля планеты и частоты обращения спутника, как правило, очень далекого). *β*—Нелинейная протяженная спиральная волна в кольце B от Януса (линдбладовский резонанс 1:2). *γ*—Сильно затухающая волна от Мимаса (3:5) в кольце A

кольца (F Сатурна и e Урана) размещены на границе первичных колец и окружены спутниками-«пастухами».

2.2. Отдельные системы колец.

2.2.1. Кольца Сатурна. Геометрические характеристики колец приведены в табл. I, а основные физические характеристики—в табл. II (по [20]). Частицы колец состоят в основном из водного льда, возможно, с небольшой примесью каменных пород. Данные о тепловой инерции частиц [29], а также спектрометрические [30] и фотополяриметриче-

ские [31] данные указывают на то, что частицы покрыты слоем «инея» или мелкой ледяной пыли микронных размеров. Альбедо частиц колец Сатурна соответствует альбедо снега—0,6, но в кольце В некоторые кольцевые структуры имеют отличное от щелей альбедо, разница может достигать 50% —от 0,6 до 0,4—от альбедо снега до отражательной способности камня [20]. В кольце В наблюдаются также короткоживущие облака пыли, вытянутые по радиусу «спицы», они вращаются твер-

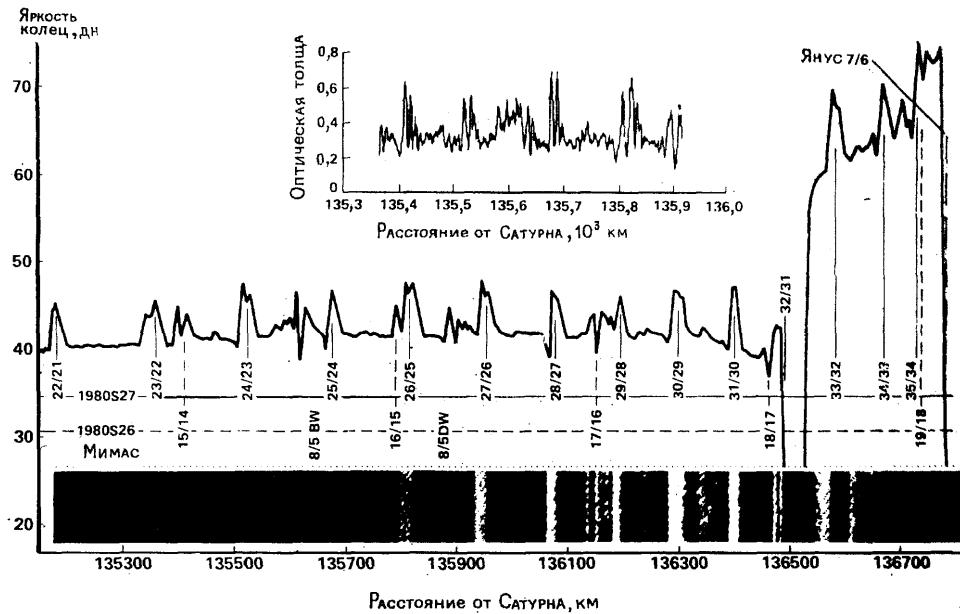


Рис. 4. Спиральные волны на внешнем крае кольца А (рисунок из обзора [20]). Спиральные волны возбуждаются даже резонансами высоких порядков. Мимас вызывает два типа волн—изгибную волну (BW), распространяющуюся от точки резонанса к планете, и волну плотности (DW), распространяющуюся от планеты. Первая вызывается резонансом между частотами обращения спутника и вертикальными осцилляциями частиц кольца, вторая — между спутниковой частотой и частотой радиальных колебаний частиц

дотельно и их возникновение связывают с действием на заряженную пыль магнитного поля планеты [20]. Еще один интересный эффект наблюдается в кольце А: азимутальная переменность яркости колец [6,7].

2.2.2. Кольца Урана. Характеристики колец Урана даны в табл. III [22, 28]. Отметим, что в наиболее широких кольцах ϵ и δ обнаружена радиальная структура километровых масштабов. Область между плотными кольцами заполнена мелкой пылью с оптической толщиной 0,001—0,0001. Эта мелкая пыль распределена неоднородно и образует ряд кольцевых структур, которые относятся по нашей классификации к вторичным кольцам [28]. Важнейшим фактором, удаляющим пыль из плотных колец, является значительное аэродинамическое трение от верхних слоев атмосферы Урана [33].

Кольца Урана очень черны, альбедо около 5%, инфракрасный спектр колец лучше всего соответствует углистым хондритам [22].

2.2.3. Кольца Юпитера. Характеристики колец приведены в табл. IV. Спектр колец соответствует каменным породам [34]. На внешнем крае главного кольца расположены два маленьких спутника. Количество отражаемого света указывает на наличие в главном кольце крупных частиц, хотя все кольца Юпитера состоят в основном из пыли [9].

2.2.4. Кольца Нептуна. С середины 80-х годов накопилось довольно много сообщений о наблюдениях дуг возле Нептуна [10, 24—27]. Последние снимки «Вояджера-2» при его недавнем пролете возле Нептуна уточнили результаты наземных наблюдений. В табл. V приведены данные «Вояджера-2» (на 1989 г.). Были зафиксированы два плотных замкнутых кольца с радиусами соответственно $52,3 \cdot 10^3$ и $62,9 \cdot 10^3$ км (последнее — со значительной азимутальной переменностью плотности: содержит три сгущения протяженностью $6\text{--}8^\circ$ каждое).

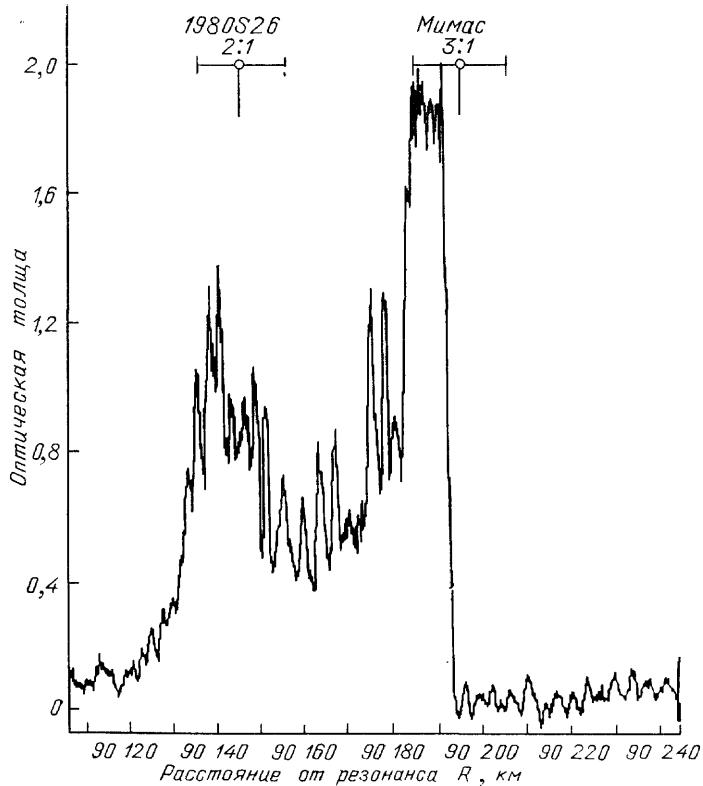


Рис. 5. Узкое колечко в кольце С, «зажатое» между резонансами от 1980 S 26 (2:1) и Мимаса (3 : 1). (Рисунок из обзора [20]).

3. Столкновения частиц в кольцах. Космогония колец. Вопрос о свойствах типичной частицы — это коренной вопрос физики планетных колец. Без детального исследования этих свойств невозможно понять ни происхождения колец, ни динамику коллективных процессов. Поэтому мы начинаем с изучения отдельных частиц колец, с самой простой мыслимой модели — твердого шара.

3.1. Соударения твердых частиц. Целый ряд авторов теоретических моделей колец Сатурна использует в качестве типичной частицы колец гладкий ледяной шар [18, 35—38]. В работах [18, 37] коэффициент восстановления такого шара исследован даже экспериментально — в вакууме при низких температурах и характерных скоростях удара $v \sim 0,1\text{--}10$ мм/с. Найдено, что коэффициент восстановления $q(v)=v'/v$ (где v' — скорость отскока) близок к единице при скоростях $v \sim 0,1$ мм/с и падает с увеличением скорости соударения. Эта зависимость согласуется с поведением $q(v)$ для любых гладких тел в хорошо исследованном диапазоне скоростей ударов 1—6 м/с [39].

Таблица I. Геометрические характеристики колец Сатурна

Кольцо	Орбитальный радиус		Ширина, 10^3 км
	В радиусах Сатурна	В 10^3 км	
Щель Кассини	D	1,11—1,235	66,97—74,51
	C	1,235—1,525	74,51—92,00
	B	1,525—1,948	92,00—117,52
	A	1,948—2,025	117,52—122,17
	F	2,025—2,267	122,17—136,78
	G	2,324	140,48
	E	2,82	170,10
		3—8	181—483
			302

Таблица II. Основные физические характеристики колец Сатурна

Кольцо	Толщина *)	Оптическая толщина, $\tau^*)$	Поверхностная плотность, $\text{г}/\text{см}^3$
Деление Кассини	D	?	?
	C	10 м	0,08—0,14
	B	10 м	1,06—1,89**)
		20 м	0,12
	A	40—60 м	0,49—0,58
	F	<100 м	0,1—0,2***)
	G	106 км	$10^{-(4-5)}$
	E	7,5—35 тыс. км	$10^{-(5-6)}$

*) Толщина и оптическая толщина измеряются поперек плоскости колец (параллельно оси вращения). При $\tau=1$ поток света, пропускаемый кольцом, ослабляется в 2,7 раза.
**) 10% поверхности кольца В полностью непрозрачны для наблюдений ($\tau>2,53$).
***) Для главной части кольца F шириной 3 км $\tau=0,8—1,2$.
****) Данные для условной плотности частиц в 1 $\text{г}/\text{см}^3$.

Таблица III. Кольца Урана

Кольцо	Большая полуось, км	Эксцентриситет $\times 1000$	Ширина, км *)	Оптическая толщина *)
Кольцо 1 1986 U1R	51 156±5	7,924±0,23	От 20 до 96	От 1,2 до >4
	50 660±30	?	16	0,1
	50 050±30	?	1—2	0,1
δ	48 306±5	(0,020±0,140)	От 3 до 9	От 0,3 до 0,4**)
γ	47 632±5	(0,121±0,201)	От 1 до 4	От 1,3 до 2,3**)
η	47 184±5	(0,014±0,25)	1—2	0,1—0,4
β	45 669±5	(0,438±0,22)	От 7 до 12	0,2
α	44 727±5	0,759±0,26	От 7 до 12	От 0,3 до 0,4
4	42 579±5	1,065±0,29	2—3	0,3
5	42 243±5	1,900±0,29	2—3	0,5—0,6
6	41 846±5	1,001±0,24	От 1 до 3	От 0,2 до 0,3
Арка 1	41 760±30	?	2	0,2
Арка 2	41 470±30	?	4	0,2
Арка 3	38 430±50	?	2	0,2
Кольцо 2 1986 U2R	38 280±50	?	1	0,2
	37—39,5 тыс. км	—	2500	0,001—0,0001***)

*) От ... до ... означает, что кольцо имеет (или может иметь) переменную ширину и оптическую толщину (минимальная ширина и максимальная толщина в перигоне).
**) Кольца δ и γ лучше аппроксимируются не обычным эллипсом, а более сложной комбинацией эллипса и круга [32].
***) Пылевое кольцо

Таблица IV. Кольца Юпитера

Кольцо	Радиус, 10^3 км	Ширина, 10^3 км	Толщина, км	Оптическая толщина
Главное кольцо	122,8—129,2	6,4	<30	$3 \cdot 10^{-5}$
Слабое кольцо	71,4—122,8	51,4	?	$7 \cdot 10^{-6}$
Гало	71,4—123	51,6	$>10^4$	$5 \cdot 10^{-6}$

*) Границит с плотными слоями атмосферы Юпитера

Таблица V. Новые спутники и кольца Нептуна

Название	Радиус, 10^3 км	Период	Орбитальное наклонение	Диаметр, км
Спутники:				
1989№ 1	117,6	26,9 Н	$>1^\circ$	420
1989№ 2	73,6	13,3 Н	$>1^\circ$	200
1989№ 3	62,0	9,5 Н	$>1^\circ$	160
1989№ 4	52,5	8,0 Н	$>1^\circ$	140
1989№ 5	50,0	7,5 Н	$>1^\circ$	90
1989№ 6	48,2	7,1 Н	$>1^\circ$	50
Кольца:				
1989№ 1А	62,9	Плотное кольцо шириной ≤ 15 км с тремя сегментными уплотнениями, длина каждого $\sim 10^4$ км		
?	53,2	Кольцо низкой оптической плотности		
1989№ 2А	52,3	Кольцо высокой оптической плотности		
?	41,0	Широкое ($\sim 2,5 \cdot 10^3$ км) кольцо низкой плотности		

В данном разделе мы исследуем модель гипотетических гладких частиц и покажем, что они из-за взаимных соударений неизбежно покрываются рыхлым снегоподобным реголитом, что качественно изменяет их упругие свойства [40, 41] и делает теоретические модели, основанные на предположении гладкости частиц, неприменимыми к кольцам.

3.1.1. Некоторые соотношения из теории удара гладких шаров. Из теории Герца получим следующее выражение для максимальной энергии упругой деформации соударяющихся одинаковых гладких шаров (см. [42]):

$$U_{\max} = 5,4 (1 - \mu_n^2) \frac{P_{\max}^2}{E} R_c^3, \quad (1)$$

где

$$R_c \approx \frac{\pi}{2} (1 - \mu_n^2) \frac{P_{\max}}{E} a$$

—максимальный радиус зоны упругого контакта; $\mu_n=0,36$ —коэффициент Пуассона, a —радиус шара; $P_{\max}=5 \cdot 10^7—10^8$ дин/см—разрушающее (максимальное) напряжение для льда, $E=10^{11}$ дин/см²—модуль Юнга [43]. Критическую скорость столкновения (при которой начинается необратимая деформация льда в зоне контакта) находим из равенства кинетической энергии $mv^2/2$ и U_{\max}

$$v_{cr} \approx 3,2 \frac{(1 - \mu_n^2)^2}{\rho^{1/2}} \frac{P_{\max}^{5/2}}{E^2} \sim 4,5 \cdot 10^{-3} — 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ см/с}, \quad (2)$$

где $\rho=0,9$ г/см³. При $v > v_{cr}$ лед испытывает упруго-хрупкое разрушение, если скорость деформации $d\varepsilon/dt > 10^{-(2-3)}$ с⁻¹, где ε —относительная деформация [43]. В [39] показано, что скорость деформации частиц в кольцах $d\varepsilon/dt > 10^{-(1-2)}$ с⁻¹. Это означает, что ледяные частицы в коль-

цах Сатурна при соударении с характерными скоростями $v \sim 1$ мм/с будут разрушаться как хрупкие тела, с образованием в зоне контакта мелкой пыли.

3.1.2. Оценки дробления частиц колец. Оценим массу разрушенного льда Δm за одно соударение частиц с массой m и скоростью $v \sim 0,1 - 0,6$ см/с, предполагая, что вся энергия удара расходуется на разрушение:

$$\frac{\Delta m}{m} \sim \frac{\rho v^2}{2\mathcal{E}_v} \sim 4,5 \cdot 10^{-11} - 1,6 \cdot 10^{-8}; \quad (3)$$

здесь $\mathcal{E}_v = 10^{7-8}$ эрг/см³ — энергия дробления единичного объема льда [43]. Предполагая постоянным темп разрушения, получим характерное время полного раздробления ледяных частиц:

$$t_{br} \sim \frac{m}{\Delta m} t_c \sim 2,5 \cdot 10^8 - 7 \cdot 10^6 \text{ лет при } t_c = 10 \text{ ч,} \quad (4)$$

где t_c — время свободного пробега частиц в кольцах. Отсюда можно сделать вывод, что частицы в кольцах Сатурна скорее всего представляют собой ком мелкораздробленного льда или снега. Но можно допустить, что ледяные частицы перестают разрушаться после накопления на поверхности тонкого рыхлого слоя мелкораздробленного льда, поглощающего энергию удара и предохраняющего монолит от дробления. Вывод о существовании на частицах колец, по крайней мере, поверхностного слоя рыхлого реголита, подтверждается как теоретическими аргументами [40, 44], так и наблюдениями [29—31] (см. раздел 2.2.1). Скорость срастания микронных ледяных зерен при температурах около 70 К чрезвычайно мала, сплавлением зерен в зоне контакта при ударе можно пренебречь в связи с малыми кинетическими энергиями соударяющихся частиц, следовательно, поверхностный реголит представляет собой сыпучую среду, слабо связанную силами аутогезии [40]. Возникает вопрос: насколько частицы, покрытые тонким слоем реголита, похожи по ударно-механическим свойствам на гладкие шары?

3.1.3. Модель соударения частиц с реголитом. В работе [40] предложена трехстадийная модель соударения монолитных тел, покрытых тонким слоем рыхлого реголита. Обозначим энергию, расходуемую на неупругую деформацию реголита как ΔE , а энергию упругой деформации монолита — как U , критическое значение U перед разрушением монолита назовем U_{max} . Рассмотрим, как меняется процесс соударения при увеличении скорости частиц.

А. Стадия полностью неупругого удара. Кинетическая энергия расходуется на необратимое сжатие поверхностного рыхлого реголита:

$$\frac{mv^2}{2} < \Delta E, \quad U = 0, \quad q(v) = 0. \quad (5)$$

Б. Стадия упругой деформации монолитного ядра. Часть кинетической энергии частиц, оставшаяся после сжатия реголита, расходуется на обратимую деформацию монолитного ядра:

$$\Delta E < \frac{mv^2}{2} < \Delta E + U_{max}, \quad U = \frac{mv^2}{2} - \Delta E, \quad (6)$$

$$q(v) = \left(1 - \frac{2\Delta E}{mv^2}\right)^{1/2}.$$

В. Стадия разрушения. Энергия удара столь велика, что начинается неупругая деформация монолита или дробление зерен

реголита:

$$\Delta E + U_{\max} < \frac{mv^2}{2}, \quad U = U_{\max}, \quad (7)$$

$$q(v) = \left(\frac{2U_{\max}}{mv^2} \right)^{1/2}.$$

Следующей естественной стадией удара является отскок—превращение энергии обратимой деформации U_{\max} или U снова в кинетическую. Величины ΔE и U_{\max} могут зависеть от v , но слабее, чем v^2 . Рассмотрим такую зависимость $U_{\max}(v)$ для гладкой частицы.

3.1.4. Коэффициент восстановления гладкой частицы. При $\Delta E = 0$ остаются всего две стадии удара—Б и В—и одна неизвестная величина— U_{\max} . При $v < v_{cr}$ частицы не разрушаются ($q=1$). При $v > v_{cr}$ начинается локальная необратимая деформация зоны контакта. Оценим U_{\max} после начала разрушения, считая, что (1) приближенно верно, если R_c —радиус зоны контакта частиц при разрушении. Пусть в зоне контакта разрушается шаровой сегмент с радиусом основания R_s и высотой l , тогда $R_s = (2al)^{1/2}$. Пусть $R_c \approx R_s$. Тогда кинетическая энергия частицы будет расходоваться на раздробление сегмента с объемом πal^2 и на упругую деформацию частицы:

$$\frac{mv^2}{2} = \mathcal{E}_v \pi a l^2 + 5,4 (1 - \mu_n^2) \frac{P_{\max}^2}{E} R_s^3. \quad (8)$$

Второй член в правой части (8) описывает энергию упругой деформации U_{\max} . Согласно (7)

$$q = \left[\frac{10,8 (1 - \mu_n^2) P_{\max}^2 (2al)^{3/2}}{mv^2 E} \right]^{1/2}. \quad (9)$$

Исключая из уравнений (8) и (9) величину l , для $q(v)$ можно получить следующее уравнение [41]:

$$q^2 + v^{2/3} \left(\frac{q}{L} \right)^{8/3} = 1, \quad (10)$$

где

$$L = 2,32 \frac{(1 - \mu_n^2)^{0,5} P_{\max}}{\rho^{1/8} E^{1/2} \mathcal{E}_v^{3/8}}.$$

Величину L можно назвать «параметром упругости»: чем больше L , тем коэффициент восстановления выше. Из (10) получим

$$q(v) = 1 \quad \text{для } v \rightarrow 0,$$

$$= L v^{-0,25} \quad \text{для } v \gg L^4. \quad (11)$$

Зависимость $q(v) \propto v^{-0,25}$ означает, что для $v >> L^4$, $U_{\max} \propto v^{3/2}$. Решения уравнения (10) хорошо соответствуют экспериментальным данным работы [37] при $L=0,7-1,0$ и данным работы [18] при $L=0,55$; такие значения L получаются при $\mu_n=0,36$, $\rho=0,9$ г/см³, $E=10^{11}$ дин/см², $\mathcal{E}_v=10$ эрг/см³ для прочности льда $P_{\max}=(1,5-1,0) \cdot 10^8$ дин/см² и $0,8 \cdot 10^8$ дин/см², соответственно. Решения уравнения (10) с $L=1,25$ совпадают с аппроксимирующим выражением $q(v)=0,82v^{-0,047}$ (для ледяных частиц с очень гладкой поверхностью [37]) с точностью $\leq 4\%$ [41].

3.1.5. Коэффициент восстановления частиц, покрытых слоем реголита. Из выражений (5), (6) видно, что при наличии поверхностного реголита, поглощающего часть энергии удара ($\Delta E \neq 0$), картина соуда-

рения качественно меняется: при небольших скоростях коэффициент восстановления $q(v)=0$ (стадия А), а с ростом скорости $q(v)$ также начинает увеличиваться (стадия Б). При дальнейшем увеличении v коэффициент восстановления снова должен уменьшиться (стадия В). Рост коэффициента восстановления со скоростью ранее в экспериментах не отмечался. В [45], где рост $q(v)$ вместе с v получился в формально сконструированной дискретной модели удара с параллельным соединением упругого элемента и элемента сухого трения, отмечается, что «...модель представляется сомнительной, так как... коэффициент восстановления возрастает с увеличением скорости, тогда как в экспериментах отчетливо обнаруживается противоположная тенденция».

Для проверки теоретических закономерностей типа (5—7) был проведен эксперимент по измерению коэффициента восстановления стального шара, падающего на массивную каменную плиту, покрытую тонким слоем сыпучего материала [41]. Диаметр шара—5 см, масса 0,5 кг. Скорость падения менялась от 1 до 6 м/с. Полученные данные см. на рис. 6.

Коэффициент восстановления шара в случае отсутствия реголита почти не зависит от скорости. Наличие реголита резко меняет картину: $q(v) \approx 0$ для $v \leq 1$ м/с, после чего q резко растет. Это находится в полном соответствии с первыми двумя стадиями модели (5)—(6). Отмечается и третья стадия — когда коэффициент восстановления снова уменьшается. Приведем аналитические выражения для двух кривых рис. 6.

А. Каменная плита. Слой реголита в 1 мм:

$$q = 0 \text{ для } 0 \leq v \leq 1,5 \text{ м/с}, \quad (12)$$

$$= \left(1 - \frac{1,129}{v^{0,3}}\right)^{1/2} \text{ для } 1,5 \leq v \leq 5 \text{ м/с}. \quad (13)$$

Б. Бетонная плита. Слой реголита в 1 мм:

$$q = 0 \text{ для } 0 \leq v \leq 0,8 \text{ м/с}, \quad (14)$$

$$= \left(1 - \frac{0,946}{v^{0,25}}\right)^{1/2} \text{ для } 0,8 \leq v \leq 2,5 \text{ м/с}, \quad (15)$$

$$= 0,787 v^{-0,5} \text{ для } 2,5 \leq v \leq 5,5 \text{ м/с}. \quad (16)$$

3.1.6. Обсуждение эксперимента. Все качественные особенности модели (5)—(7) подтвердились. Отметим, что теоретически можно было ожидать, что ΔE пропорционален объему сминаемого участка реголита, т. е. $\Delta E \propto h^2$, где h —толщина слоя реголита. Эксперимент показывает, что зависимость $\Delta E(h)$ слабее и ближе к линейной: $\Delta E \propto h$. Это может быть вызвано наблюдавшимся в эксперименте выметанием части реголита из-под шарика в момент удара, что уменьшает объем деформируемого рыхлого материала. Данный эффект связан, вероятно, с воздушной волной; возникающей при сжатии реголита [41]. Факт существования такой воздушной волны подтверждается и экспериментами Хартмана [46], из которых видно, что разбрасывание реголита при ударе шарика при атмосферном давлении на три порядка превосходит выброс реголита из зоны удара в вакууме.

Оценим толщину слоя реголита, который способен поглотить основную долю энергии удара. Пусть энергия, расходуемая на деформацию слоя, равна $\Delta E = E_v \pi a h^2$ (E_v —удельная энергия деформации реголита). Здесь мы считаем, что выметания не происходит и приравнивая ΔE кинетической энергии $(2/3) \rho \pi a^3 v^2$ получим

$$\frac{h}{a} \sim \left(\frac{2\rho}{3E_v}\right)^{1/2} v \sim 0,2 \cdot 10^{-3} v. \quad (17)$$

В эксперименте E_v для цементной пыли достигало значительных величин $\sim 5 \cdot 10^7$ эрг/см³, а для песка— $2 \cdot 10^8$ эрг/см³. Эти значения, видимо, будут значительно меньше при малых скоростях. Для частиц планетных колец, полагая $\rho \sim 1$ г/см³, $E_v \sim 10^{6-8}$ эрг/см³, $v \sim 0,1$ см/с получим $h/a \sim 10^{(4-5)}$. Из этого следует, что 10-метровые частицы планетных колец станут полностью неупругими уже при миллиметровых толщинах реголита. Для базальтового шара с $\rho \approx 3$ г/см³ и $v \approx 5$ м/с, падающего в

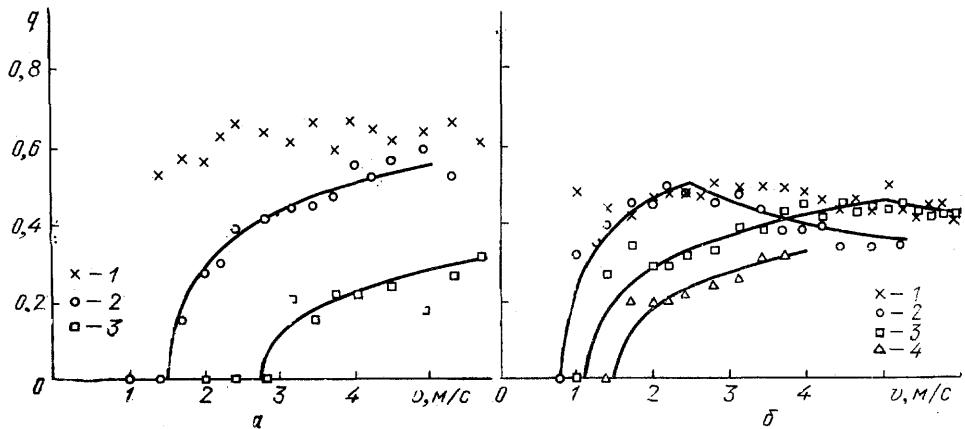


Рис. 6. Зависимость коэффициента восстановления металлического шара от скорости удара. Шар диаметром 5 см падает на плиту, покрытую тонким слоем рыхлого реголита. а—Массивная плита из твердого (крымского мраморовидного) известняка. Реголитом служит сухой мелкий морской песок. Приведены данные измерения $q(v)$: для чистой плиты (1), для слоя реголита в 1 мм (2), для слоя реголита в 3 мм (3). б—Плита из бетона, размеры $7 \times 48 \times 48$ см³, лежит на плотном грунте. Реголит—сухая цементная пыль. Данные для чистой плиты (1) и для трех значений толщин реголита — 1, 2, 3 мм (значки 2—4 соответственно)

реголит с $E_v \sim 5 \cdot 10^7$ эрг/см, удар будет практически неупругим при $h/a \sim 0,1$. Это согласуется с соответствующим экспериментом в [46].

Теоретическое рассмотрение и экспериментальные данные показывают, что гладкие частицы не могут существовать в кольцах планет— они неизбежно покрываются мелкораздробленным веществом, образовавшимся при соударениях. При этом даже тонкий слой реголита качественно меняет упругие свойства частиц: коэффициент восстановления близок к нулю при малых скоростях и растет со скоростью удара.

Энергетический баланс в моделях негравитирующих частиц, используемых в работах [18, 35—38], устойчив только при падении коэффициента восстановления с ростом скорости (см. раздел 5.2) и его достаточной величине: $q > 0,63$, что трудно ожидать при наличии реголита. Поэтому можно сделать вывод, что модель гладких шаров для частиц планетных колец неприменима. Отметим, что этот вывод нужно, видимо, учитывать и в моделях аккреционного роста спутников и планет, в которых также используется приближение гладких частиц. Влияние реголита может существенно повысить эффективность слипания планетезималей и частиц в протоспутниковом рое.

3.2. Столкновительное разрушение рыхлых частиц как причина существования колец. В этом разделе мы рассмотрим теории происхождения колец и ограничения, которые они накладывают на механические свойства частиц. Вопрос о причинах существования планетных колец распадается на два. 1. Почему ограничены размеры частиц в кольцах (или почему кольца не собираются в отдельные спутники)? 2. Чем определяется внешняя граница колец?

Ниже под «кольцом» мы будем понимать только первичные кольца достаточно крупных частиц (см. раздел 2.1.1).

3.2.1. *Обсуждение традиционной точки зрения на область первичных колец как на зону Роша.* В 1849 г. Э. Рош рассмотрел баланс приливных сил и самогравитации спутника и выдвинул гипотезу о возникновении колец Сатурна вследствие разрушения крупного тела приливным растяжением вблизи планеты. Сто лет спустя, Г. Джеффис [48] показал, что для небольших спутников молекулярное сцепление более существенно, чем самогравитация, и нашел дополнительное условие разрушения:

$$P_m \leq 1,68 \rho a^2 \Omega^2, \quad (18)$$

где P_m — прочность материала спутника с плотностью ρ и радиусом a ; Ω — угловая скорость орбитального вращения. Из условия (18) следует, что ледяное тело с прочностью 10^7 дин/см² не будет разрушаться, если его радиус $a < 200$ км. Таким образом, частицы колец, имеющие гораздо меньший размер, не могут быть получены приливным разрушением крупного спутника. Катастрофическая гипотеза Роша уступила место конденсационной модели; по которой кольца — это остаток околопланетного протоспутникового облака. Приливные силы стали выступать в роли фактора, предотвратившего аккреционный рост частиц и образование спутников. В работе [19] рассмотрен баланс между аккреционным ростом (слипанием) частиц и их разрушением приливными силами при достижении максимального размера ~ 10 м. Из формулы (18) нетрудно получить, что десятиметровые частицы эффективно разрушаются при прочности на разрыв материала частиц $\sim 10^{-2}$ дин/см², это на 4—5 порядков меньше прочности рыхлого земного снега [49] и сыпучего лунного реголита [50]. Чтобы избежать вывода о столь аномальных механических свойствах частиц в [19] высказана гипотеза о том, что максимальный размер частиц в кольцах достигает километра и наблюдатели просто не обнаружили эти тела. Из формулы (18) тогда получаем вполне реальную для рыхлого снега прочность частиц $\sim 10^2$ дин/см². Но большинство исследователей считает, что верхний предел размеров частиц определен надежно и в кольцах нет гипотетических километровых спутников [20].

Таким образом, приливные силы слишком слабы для разрушения даже самых рыхлых снежных частиц колец Сатурна.

3.2.2. *Столкновительное разрушение частиц при касательных соударениях.* Рассмотрим принципиально иной механизм, ограничивающий как размеры частиц в кольцах, так и радиальную область существования самих колец. В [51, 52] исследовано столкновительное разрушение частиц колец. Рост частиц будет ограничен, если происходит: А. раздробление частицы; Б. выброс раздробленного вещества за пределы гравитационного влияния частицы. Дробление тела — это вопрос удельной энергии разрушения. Ниже мы оценим величину ϵ_v , при которой взаимные столкновения частиц эффективны для дробления материала. Сложнее вопрос с выбросом вещества из сферы действия частицы. В протопланетном диске крупные планетезимали сталкиваются с характерными скоростями $v_G \sim (Gm/a)^{1/2}$ [53]. Для тел километровых и десятикилометровых размеров эти скорости весьма значительны и приводят к сильному раздроблению планетезималей, вплоть до катастрофического разрушения. Тем не менее, обломки не могут преодолеть гравитационного притяжения тела — ведь для этого нужно иметь скорость большую, чем скорость v_G — и, несмотря на раздробление, планетезимали растут при взаимных столкновениях. Почему же в кольцах столкновения частиц могут ограничивать аккреционный рост частиц? В [51]

выдвинуто предположение, что вокруг планеты существуют две физически различные зоны.

А. Внутренняя зона космогонически первичных колец, где обломки частиц выбрасываются в пространство при соударении.

Б. Внешняя зона спутников, где разрушение неэффективно—обломки быстро возвращаются на «материнские» частицы. Повышенная разрушаемость частиц в кольцах связана с большой величиной относительных сдвиговых скоростей частиц вследствие дифференциального вращения колец. При этом максимальными скоростями обладают квазикасательные соударения—когда большие полуоси орбит сталкивающихся тел отличаются примерно на два радиуса частиц. Сравнивая сдвиговую скорость частиц и скорость убегания с их поверхности, получим выражение для границы колец [51]

$$\Omega a \approx \left(\frac{Gm}{a}\right)^{1/2};$$

следовательно,

$$R_c = \alpha \left(\frac{M}{\rho}\right)^{1/3}; \quad (19)$$

здесь m и M —массы частицы и планеты соответственно $\alpha \approx 1$. Радиус зоны Роша тоже описывается, подобной формулой ($\alpha=1,5$), что не удивительно, так как в обоих случаях рассматривается баланс самогравитации частицы и эффектов, связанных с гравитацией планеты—с притягивающими силами или сдвиговыми скоростями. Естественно, числовые коэффициенты α должны различаться.

Рассмотрим проблему движения обломков в поле сталкивающихся частиц (и, конечно, самой планеты) более строго, следуя работе [52].

3.2.3. Движение обломков, образующихся при разрушении частиц. Сделаем следующие предположения. 1. Обломки имеют пренебрежимую массу и не сталкиваются друг с другом. 2. После удара крупные частицы движутся в одной плоскости по эллиптическим орбитам. 3. Масса крупных частиц мала по сравнению с планетной. 4. Гравитационное поле крупных частиц сферически-симметрично.

Уравнения динамики отдельного обломка записываем во вращающейся системе координат x, y, z , где ось x направлена по радиусу, ось y направлена по вектору орбитального движения частиц (рис. 7), точка нуля—центр планеты. Вводим следующие единицы: единица длины R —радиус орбиты; единица времени— $T/2\pi$, где T —период обращения системы координат, совпадающий с периодом оборота тела на орбите радиуса R ; единица массы—планетная масса. В этой системе единиц угловая скорость системы координат и гравитационная постоянная равны единице. Система уравнений примет вид [54]

$$\ddot{x} = 2\dot{y} + x + \frac{\partial}{\partial x} \psi(x, y, z), \quad (20)$$

$$\ddot{y} = -2\dot{x} + y + \frac{\partial}{\partial y} \psi(x, y, z), \quad (21)$$

$$\ddot{z} = \frac{\partial}{\partial z} \psi(x, y, z), \quad (22)$$

здесь

$$\psi = \frac{1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} + \frac{m_3}{r_3}$$

— гравитационный потенциал планеты и двух крупных частиц с массой m_2 и m_3 ; r_1, r_2, r_3 —расстояния от обломка до планеты и крупных час-

тиц: соответственно $r_1 = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$, $r_2 = [(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + z^2]^{1/2}$.
 $r_3 = [(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + z^2]^{1/2}$; $x_2(t)$, $y_2(t)$ и $x_3(t)$, $y_3(t)$ — заданные координаты центров крупных частиц.

Систему (20)–(22) решаем численно, с помощью неявного метода второго порядка точности (см., например, [55]). Разностные уравнения выписаны в [52]. Начальная равномерная сетка обломков в плоскости x , y изображена на рис. 7. Начальная скорость обломков соответствует круговому кеплеровскому движению. Расчет показал, что траектории

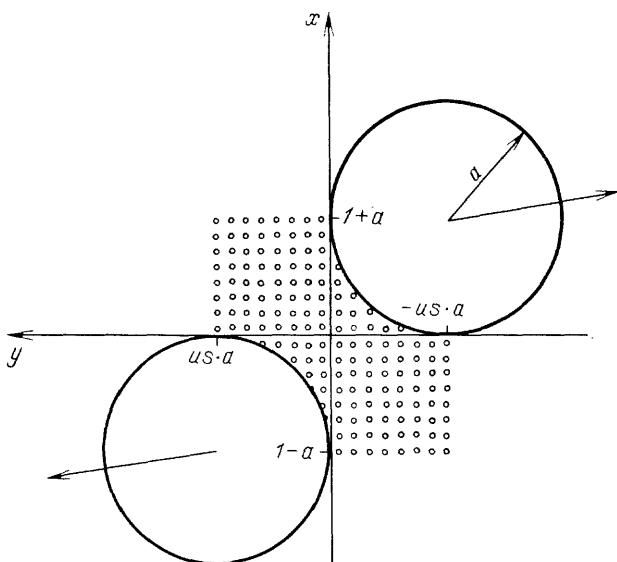


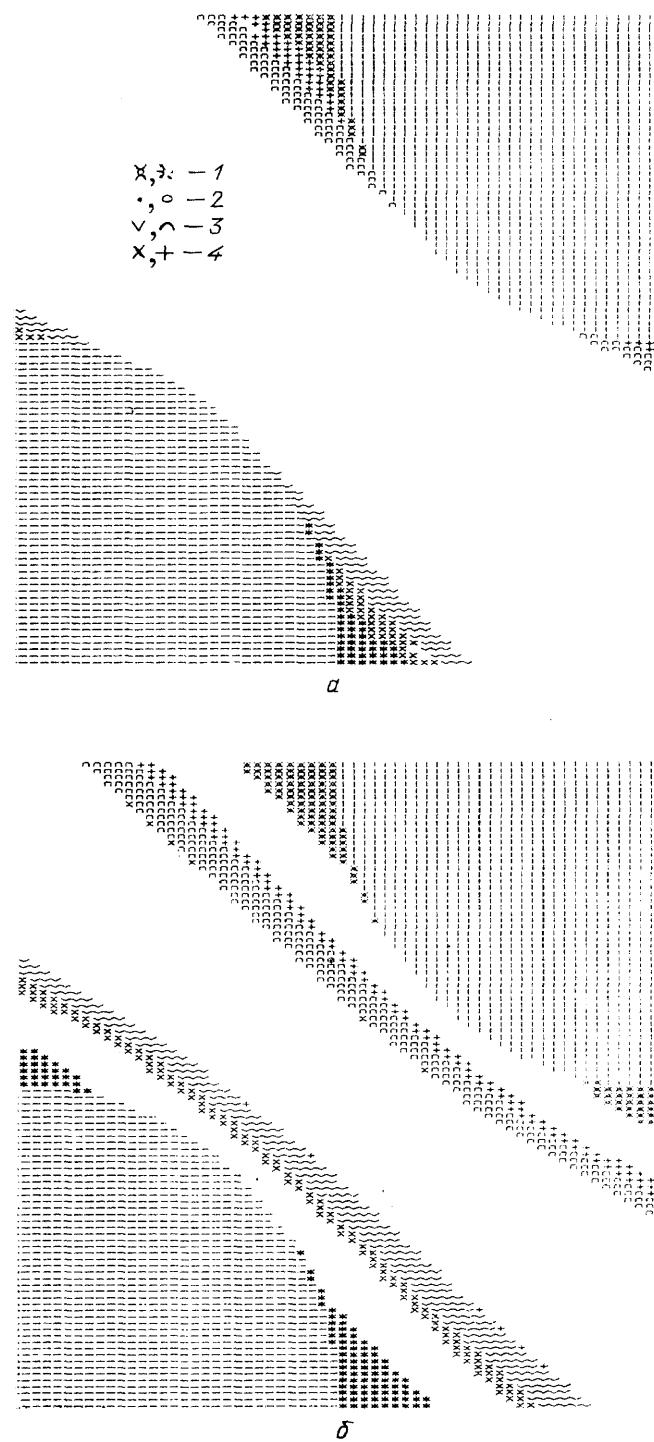
Рис. 7. Разлет столкнувшихся частиц во вращающейся системе координат (x, y, z) в момент $t=0$. Система вращается против часовой стрелки, планета расположена внизу. a —радиус частицы, $2us \cdot a$ — начальное расстояние между центрами частиц по оси y (на рисунке $us=1$)

отдельных обломков сильнейшим образом зависят от их расположения относительно тел в начальный момент времени.

На рис. 8 приведены области начальных координат захватываемых обломков.

Различные значки соответствуют разному времени жизни обломка до соприкосновения с поверхностью одной из частиц: 1—до $1/3$ оборота; 2—до $2/3$ оборота; 3—до 1 оборота; 4—до 2 оборотов. Первый и второй значки относятся к обломкам захватываемым верхней частицей (вертикальная штриховка) и нижней (горизонтальная штриховка), соответственно. Рис. 8, *a* соответствуют значения параметра $\alpha = R(\rho/M)^{1/3}$: 0,65, 0,81, 1,05, 1,09, 1,29 и 1,62. На рис. 8, *b* цифрами 1–4 отмечены соответственно четыре основных класса обломков: быстро аккрецирующие, медленно аккрецирующие, незахваченные опережающие и незахваченные отстающие. Различными значками отмечены начальные положения тех обломков, которые в течение двух оборотов будут снова захвачены крупными телами. Незахваченные частички начинают движение из области, где значки отсутствуют. Последовательность рисунков от 8, *a* до 8, *e* соответствует уменьшению влияния планеты. Этого можно достичь, увеличивая как R —расстояние от планеты, так и отношение масс частиц к планете: m/M . Зависимость динамической картины разлета обломков от этих величин можно свести к одному параметру: $\alpha = R(\rho/M)^{1/3}$ —см. (19). Рис. 8, *a*—*e* получены для $\alpha = 0,65; 0,81; 1,05; 1,09; 1,29$ и 1,62 соответственно. На внешней границе планетных колец по данным раздела 3.3 $\alpha = 0,82 \pm 0,05$. Обломки делятся на 4 класса:

1. Быстро аккрецирующие обломки: практически сразу (в течение $1/3$ оборота), вернувшиеся на частицы, т. е. соприкоснувшись с их

Рис. 8, *a*, *b*

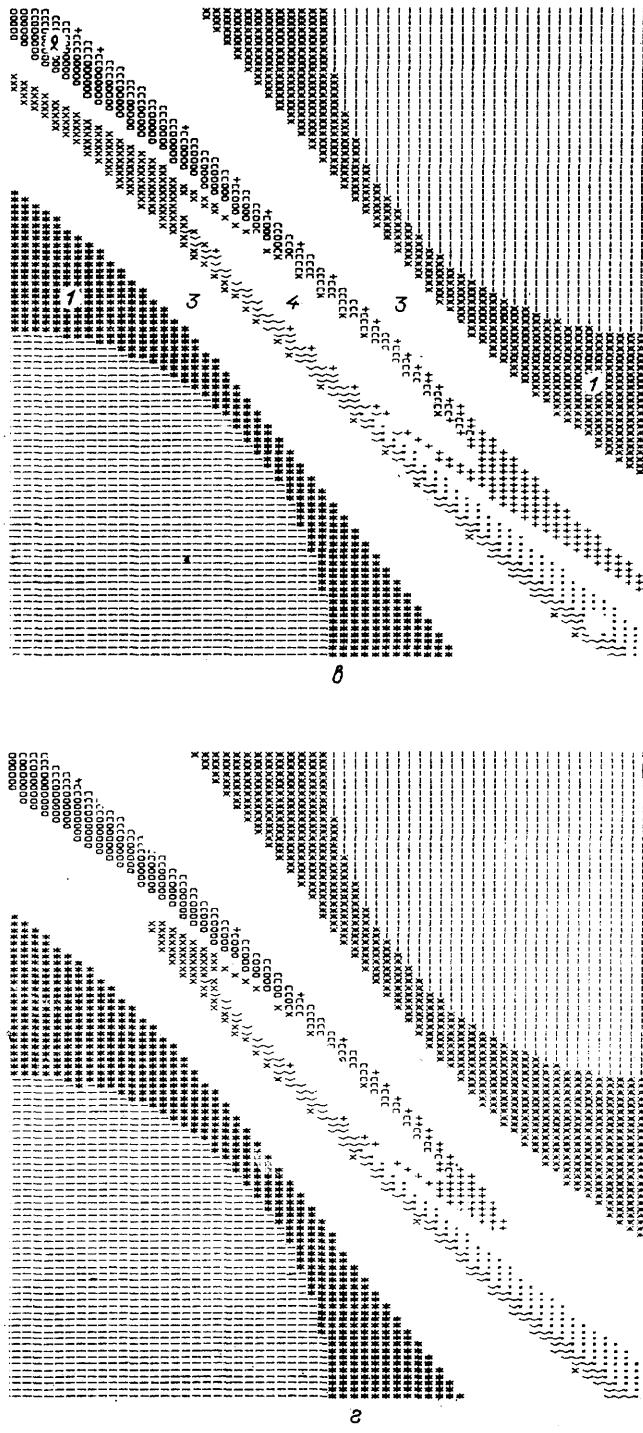
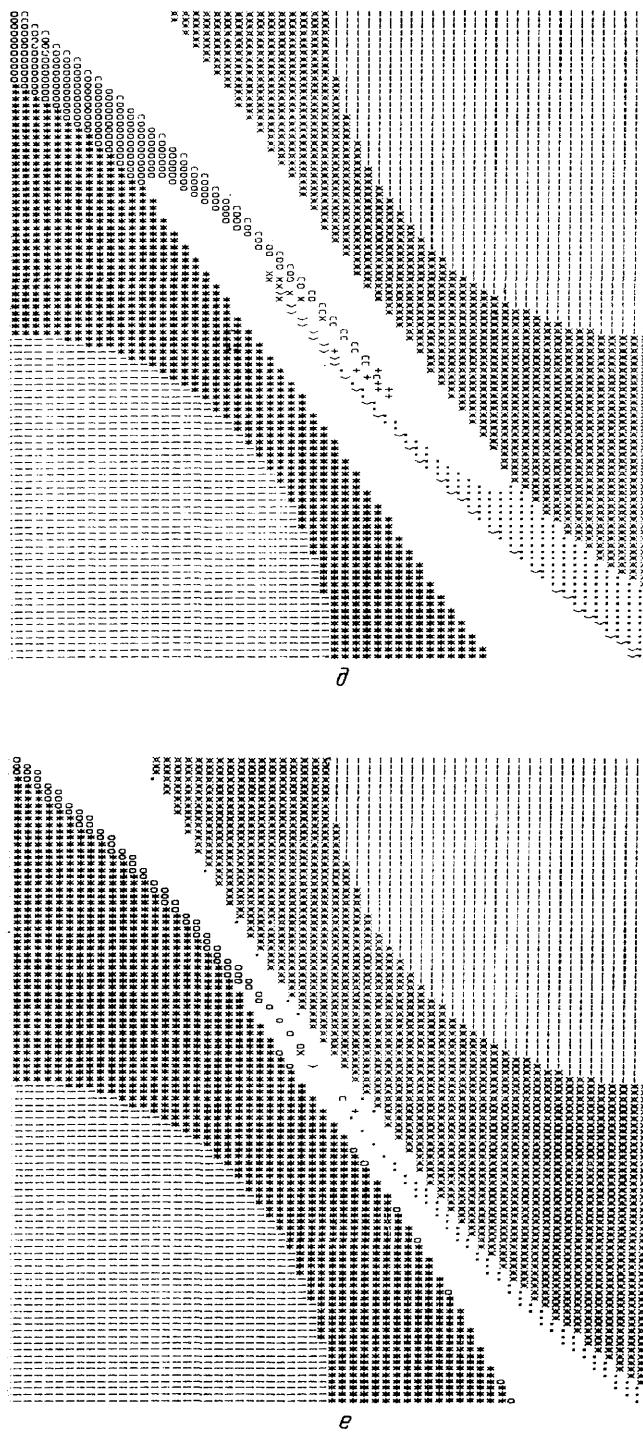


Рис. 8, 9

Рис.8, *d*, *e*

поверхностью. Области начальных координат таких обломков отмечены на рис. 8, в цифрой 1.

2. Медленно аккрецирующие обломки: захватываемые частицами за время свыше трети оборота. На рис. 8, в области таких обломков указаны цифрой 2.

3. Незахваченные опережающие обломки: вышедшие на орбиты с полуосами большими, чем $R+a$ или меньшими, чем $R-a$, в результате чего обломки двигаются от места соударения быстрее крупных тел и не захватываются ими. При получении рис. 8 предполагалось круговое движение крупных тел. Области опережающих обломков отмечены на рис. 8, в цифрой 3.

4. Незахваченные отстающие обломки: имеют большие полуоси новых орбит в диапазоне от $R+a$ до $R-a$, поэтому отстают от крупных частиц. Область начальных координат этих обломков обозначена цифрой 4 на рис. 8, в.

На рис. 9, а изображены траектории отдельных обломков. Начальные значения координат выбраны в одной и той же точке на рис. 8, в—а.

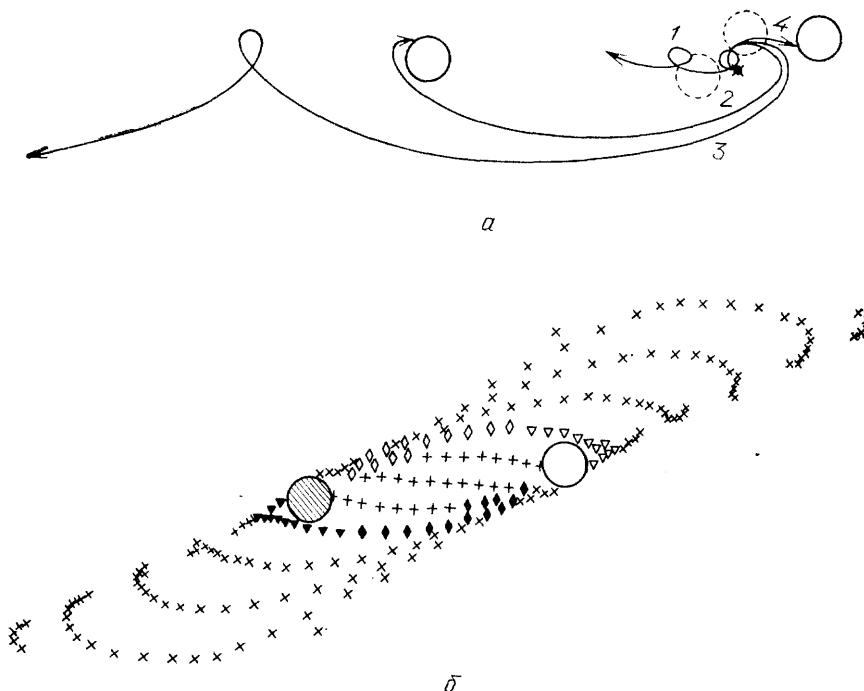


Рис. 9. Движение обломков в туле планеты и разрушающихся частиц, *a* — Траектории отдельного обломка на различных расстояниях до плаэты. Номера траектории 1—4 соответствуют значениям параметра $\alpha=0,81, 1,05, 1,09$ и $1,29$. Начальные координаты относительно крупных тел одинаковы. *б* — Форма облака обломков через $2/3$ оборота. Значение параметра $\alpha=1,05$, $us=1$. Косыми крестиками отмечены опережающие незахвачиваемые частицы, прямыми — отстающие незахвачиваемые; другие значки обозначают захватываемые до 2 оборотов обломки. Темные или светлые значения относятся к обломкам, оседающим на темную или светлую частицу соответственно

В зависимости от параметра α эта пробная частица последовательно попадает во все 4 класса обломков: от незахваченных отстающих до быстро аккрецирующих. Изображенные на рис. 9, *a* треки характерны для каждого класса обломков. На рис. 9, *б* показана форма облака обломков через $2/3$ оборота после соударения. Потом облако растягивается вдоль орбиты.

Отметим, что кроме описанных 4 классов обломков существует небольшое количество квазипериодических частицек-«странников», которые успевают до оседания на поверхности крупных тел совершил несколько путешествий между последними, попеременно ускоряясь возле более быстрой частицы и тормозясь у более удаленной и отстающей частицы. Область начальных координат для обломков-«странников» на рис. 8, в располагается на границе областей медленно аккрецирующих обломков и незахваченных отстающих частицек.

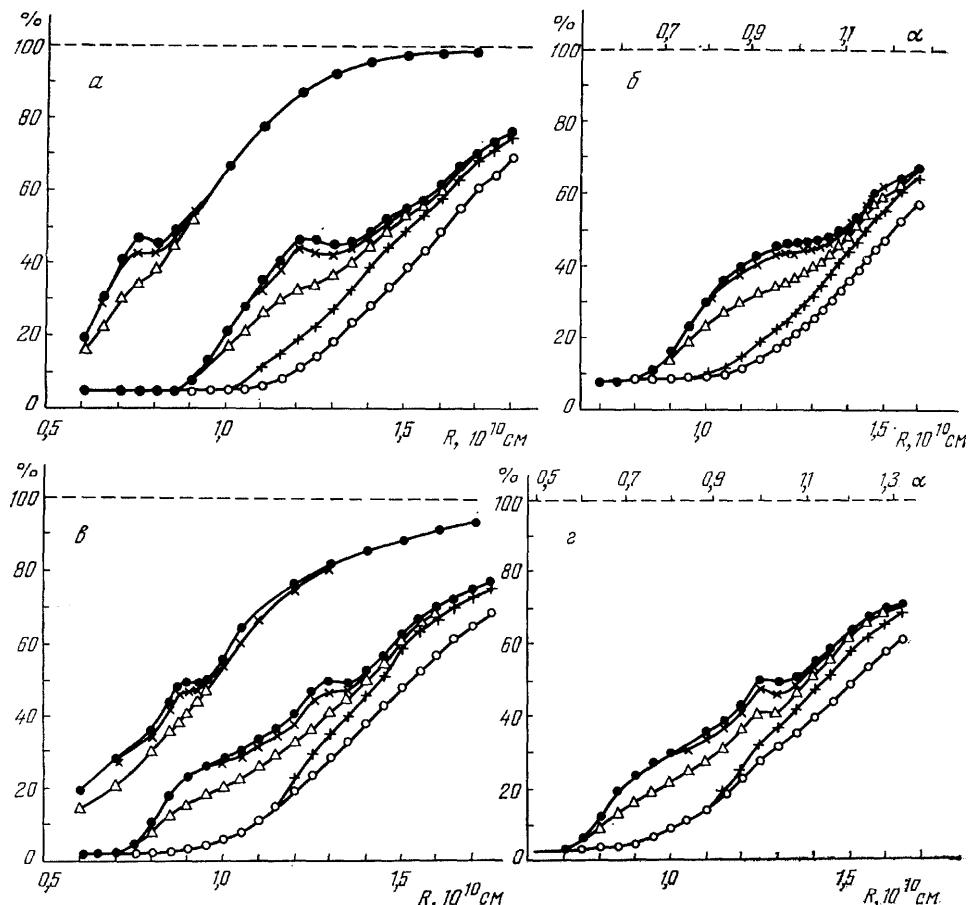


Рис. 10. Зависимость процента захваченных частиц от радиуса орбиты и времени счета. о: доля частиц, захваченных в первую треть оборота; +: процент частиц, аккрецировавших за $2/3$ оборота; Δ : за 1 оборот; \times : за $4/3$ оборота; •: за 2 оборота. а— Для этого варианта $us = 0,5$, плотность частицы $0,9 \text{ г}/\text{см}^3$ (верхние кривые) и $0,2 \text{ г}/\text{см}^3$ (нижние). Двумерный случай. б—Трехмерный вариант предыдущего случая, начальная толщина облака обломков по z равна радиусу тела a . Рассмотрена только плотность $0,2 \text{ г}/\text{см}^3$, соответствующая нижней шкале расстояний. На верхней шкале приведены значения безразмерного параметра α . в—Для этого варианта $us=1$, плотности частиц $0,9$ и $0,3 \text{ г}/\text{см}^3$ (верхние и нижние графики). Двумерный случай. г—Трехмерный вариант предыдущего случая для плотности $0,3 \text{ г}/\text{см}^3$

3.2.4. Эффективность разрушения частиц при столкновениях. На рис. 10 изображены рост процента захваченных обломков с увеличением радиуса орбиты (или $\alpha = R(\rho/M)^{1/3}$) и времени, прошедшего после соударения. После двух оборотов захваты практически прекращаются. Принимая условный критерий эффективности захватов в 50%, можно получить верхнюю оценку плотности крупных частиц в планетных колышах. Из рис. 10 видно, что при плотности $0,9 \text{ г}/\text{см}^3$ столкновительное раз-

рушение частиц в кольцах Сатурна неэффективно: во внешнем кольце A захватывается свыше 80—90% образующихся обломков. Для двух расстояний: a и $2a$ (по оси y) между крупными частицами в момент начала разлета обломков, получим, что эффективно разрушаются частицы с плотностью не более $0,2—0,3 \text{ г/см}^3$. В более сложной модели, где обломки движутся по трехмерным траекториям, результаты меняются несущественно, см. рис. 10, б, г. Учет хаотических скоростей (с величиной $\approx 0,5\Omega a$) мелких частиц незначительно увеличивает захват обломков. Эффективность разрушения существенно повышается при учете изменения траекторий крупных тел в процессе соударения. При сближении и ударе частицы обмениваются угловым моментом вследствие гравитационного и контактного взаимодействий. Более удаленная от планеты частица, обладающая менее быстрым орбитальным вращением, ускоряется и переходит на еще более дальнюю орбиту (в этом смысле диффузионного расплывания планетных колец), при этом увеличивается и эксцентриситет частицы — на языке теории переноса это означает переход энергии орбитального вращения в энергию хаотического движения. Вторая частица тормозится при сближении и радиус ее орбиты уменьшается. При обмене моментом между частицами области захваченных обломков в пространстве начальных координат меняются примерно так же, как при уменьшении α или приближении к планете (см. рис. 8).

Таким образом, вблизи планеты существует область интенсивного столкновительного разрушения частиц, при удалении от планеты эффективность такого разрушения резко уменьшается — большинство обломков возвращается на разрушаемые частицы.

3.2.5. Баланс между аккреционным ростом и столкновительным разрушением [51]. Разрушение при квазикасательных соударениях уменьшает объем крупной частицы со скоростью:

$$\left(\frac{dV}{dt}\right)^- \approx \delta V \omega_c, \quad (23)$$

где δV — объем слоя, сметаемого при одном соударении (будем полагать, что сметается сферический сегмент высотой H_s , тогда $\delta V = \pi a H_s^2$), ω_c — частота касательных соударений. Для оценки примем

$$\omega_c \approx \frac{2aH_s}{a^2} \omega_0 \approx \frac{2H_s}{a} \omega_0, \quad \omega_0 = \frac{3\Omega\sigma_a}{\rho a} \left(1 + \frac{v_2^2}{u^2}\right), \quad (24)$$

где ω_0 — полная частота соударений, u — относительная скорость частиц, σ_a — поверхностная плотность диска крупных частиц, $v_2^2 = 2Gm/a$. Считая, что в каждом касательном соударении разрушается объем $\delta V \sim m(\Omega a)^2/\mathcal{E}_v$ и учитывая, что $(dV/dt)^- = 4\pi a^2(da/dt)^-$, из (23), (24) получим

$$\left(\frac{da}{dt}\right)^- \approx 2,3 \frac{\rho^{1/2}}{g_v^{3/2}} \Omega^4 a^3 \sigma_a \left(1 + \frac{v_2^2}{u^2}\right). \quad (25)$$

Крупные частицы увеличивают свой радиус вследствие слипаний при центральных соударениях и акреции мелких частиц. Этот процесс описывается законом [53]

$$\left(\frac{da}{dt}\right)^+ \approx \frac{\sigma_r \Omega}{4\rho} \left(1 + \frac{v_2^2}{u^2}\right), \quad (26)$$

где σ_r — поверхностная плотность слоя аккрецирующих частиц. Сравнивая выражения (25) и (26), видим, что для мелких частиц разрушение несущественно. Баланс между акрецией и разрушением $(da/dt)^+ =$

$(da/dt)^-$ запишем в виде

$$\mathcal{E}_v \approx 4,4 \rho \Omega^2 a^2 \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_r} \right)^{2/3}. \quad (27)$$

Нетрудно заметить аналогию между выражениями (18) и (27), особенно, если учесть, что $\frac{\sigma_a}{\sigma_r} \sim 1$. Из (18) следует, что прилив разрушает десятиметровую частицу, если $P_m \sim \rho \Omega^2 a^2 \sim 10^{-2}$ дин/см²; из (27) получим для $a \sim 10$ м, $\mathcal{E}_v \sim \rho \Omega^2 a^2 \sim 10^{-2}$ эрг/см³. Цифры близкие, физика принципиально отлична. Условие (27) гораздо «мягче» условия (19), так как энергия разрушения зависит от размера обломков, на которые разваливается тело, и может быть очень мала, в то время как прочность не может быть меньше минимальной (вследствие аутогезии). Удельная энергия разрушения для тела, распадающегося на кубические обломки размером r_0 записывается в виде $\mathcal{E}_v \sim 6 \gamma / r_0$. Энергия свободной поверхности $\gamma \approx 100$ эрг/см² для монолитного льда, для рыхлого снега γ на несколько порядков меньше. Монолитный лед дает при дроблении множество обломков микронных размеров, что и приводит к большой величине \mathcal{E}_v . Если частицы колец Сатурна, которые представляют собой рыхлые скопления снега, разрушаются на сантиметровые обломки, то энергия \mathcal{E}_v может быть для них очень небольшой. Оценим, какую долю вещества могут потерять при одном соударении частицы различных размеров. Из $H_s \sim (\delta V / \pi a)^{1/2}$ и $\delta V \sim m(\Omega a)^2 / \mathcal{E}_v$ получим

$$\begin{aligned} \frac{H_s}{a} &\sim 2 \left(\frac{\rho}{3\mathcal{E}_v} \right)^{1/2} \Omega a \sim 0,12 - 0,16 \text{ для } a \sim 3 - 4 \text{ м,} \\ &\sim 0,4 \text{ для } a \sim 10 \text{ м,} \end{aligned} \quad (28)$$

здесь $\mathcal{E}_v \sim 10^{-2}$ эрг/см³; $\rho \sim 0,12$ г/см³ — плотность свежевыпавшего земного снега [56]. Из (28) видно, что наиболее эффективно разрушаются 10-м частицы (при уменьшении \mathcal{E}_v в несколько раз величина $H_s/a \sim 1$, что означает просто катастрофическое разрушение), в то время как с более мелкими сметается только часть вещества. Вещество колец, многократно перетряхиваемое при постоянных разрушениях, достигло в процессе миллиарднолетней эволюции, видимо, максимально рыхлого состояния. Впрочем, существование более прочных ядер, укрытых от разрушения толстым «сугробом», исключить нельзя.

3.2.6. Распределение частиц по размерам. Нереальная прочность — не единственная трудность приливной модели образования колец. В рамках этой модели нельзя объяснить и наблюдаемый спектр частиц по размерам, в частности, большое количество мелких частиц. Действительно, приливные силы могут развалить тело на две-три части, устойчивые к дальнейшему разрушению. Как же образовались мелкие обломки? Ничего приливная модель не говорит и по поводу конкретного закона образования спектра самых крупных частиц.

Получим спектр частиц в модели столкновительного разрушения. До сих пор рост и разрушение частиц мы смотрели фактически в модели двух компонент: аккрецирующей среды с поверхностной плотностью σ_r и среды крупных частиц с плотностью σ_a . Предположим теперь, что баланс $(da/dt)^+ = (da/dt)^-$ выполняется в каждом интервале распределения самых крупных частиц. Это означает, что крупные частицы примерно одного размера поглощают свою долю аккрецирующих частиц всех радиусов, а разрушаются только при столкновении с частицами близкого размера. Меньшим частицам трудно разрушить более крупную частицу, которая эффективно контролирует прилегающие участки пространства (см. рис. 8). Скорее всего, меньшая частица будет погло-

щена более крупной. Полагая в выражении (25) $\sigma_a \sim (\partial\sigma_0/\partial a)\Delta a$ и в (26) $\sigma_r \sim \sigma = \text{const}$, где σ — общая поверхностная плотность колец, и приравнивая (25) и (26), получим распределение самых крупных частиц по размерам (при $\mathcal{E}_v(a) = \text{const}$):

$$\frac{\partial\sigma_a}{\partial a} \propto a^{-3}, \quad \frac{\partial n}{\partial a} \propto a^{-6}, \quad (29)$$

где n — поверхностная концентрация частиц. Это оценка согласуется с наблюдениями, из которых следует, что $\partial n/\partial a \propto a^{-(5-6)}$ в области $a > 5$ м. В области мелких частиц ($a < 1$ м) распределение частиц колец $\partial n/\partial a \propto a^{-(3.3-3.5)}$ соответствует теоретическим моделям распределения обломков, образующихся в результате дробления крупных тел [53].

Таким образом, механизм столкновительного разрушения ограничивает размеры частиц в планетных кольцах и определяет внешнюю границу колец. Рассмотренная выше модель позволяет оценить механические характеристики частиц, которые представляют собой скопления рыхлого материала (в случае кольца Сатурна — снега), а также объяснить наблюдаемый спектр распределения частиц по размерам.

3.3. Азимутальная асимметрия яркости колец Сатурна. Тридцать лет назад Камишель [6] открыл удивительное явление азимутальной асимметрии яркости в кольце *A* Сатурна. К настоящему времени существует ряд высококачественных наблюдений асимметрии колец, как с Земли [7], так и с межпланетных станций «Вояджер» [57]. Для объяснения этого феномена был выдвинут ряд гипотез (см. обзор [34]), основанных на предположении синхронного вращения частиц — или с несимметричной формой в виде вытянутых эллипсоидов, направленных под небольшим углом к своей орбите, или с несимметричным альбедо поверхности. Синхронное вращение частиц нереально с точки зрения столкновительной динамики, неустойчивым является я наклонное положение эллипсоидальных тел. Поэтому более предпочтительной считается модель (см. [57]), по которой асимметрия колец связана со спиральными волнами, вызываемыми гравитационным влиянием крупных частиц. Количественные оценки вклада данного эффекта в азимутальную асимметрию колец отсутствуют.

В [58] рассмотрен механизм азимутальной асимметрии яркости, связанный с таким фундаментальным для планетных колец процессом, как столкновительное разрушение крупных рыхлых частиц. Облако разрушенного вещества (см. рис. 9, б) хорошо отражает солнечный свет, но крупные частицы, расходящиеся после соударения, практически полностью загораживают облако мелких обломков и от Солнца и от наблюдателя при определенных фазовых орбитальных углах (рис. 11). Это главный фактор возникновения азимутальной асимметрии колец Сатурна: в ярких частях колец видно больше обломочно-пылевых облаков, а в темных участках — меньше. Учтем, что столкновительное разрушение крупных частиц — это единственный источник мелких частиц и пыли, дающих основной вклад в яркость колец. Так как время существования обломочного облака (до его рассеяния и поглощения крупными частицами) равно нескольким часам, как и время свободного пробега мелкой частицы в кольцах, то можно полагать, что большинство мелких частиц, определяющих яркость колец, сгруппированы в виде облаков, образовавшихся при столкновении крупных тел.

В работе [58] исследована азимутальная асимметрия колец Сатурна для случая, когда наблюдатель находится на одной линии с Солнцем. Это хорошо соответствует случаю земных наблюдений [6, 7]. Разлет облака обломков рассчитывается в трехмерном варианте — с учетом толщины облака осколков по оси z (см. раздел 3.2).

Так как в каждой области колец есть облака на различной стадии разлета и, соответственно, с разным вкладом в асимметрию, то рассматриваем несколько форм облаков, с временами развития от нулевого момента до 1 оборота. Для каждой формы облака обломков находится площадь проекции на плоскость, перпендикулярную линии Сатурн—Солнце (наблюдатель). Плоскость разбита на квадраты со стороной 40 см, что задает эффективный размер одного обломка. Площадь проекции уменьшается при затмении мелких частиц друг другом и крупными

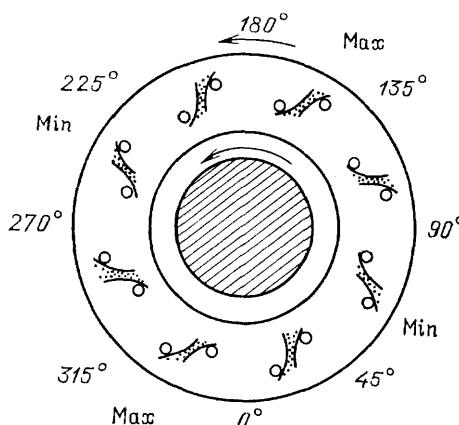


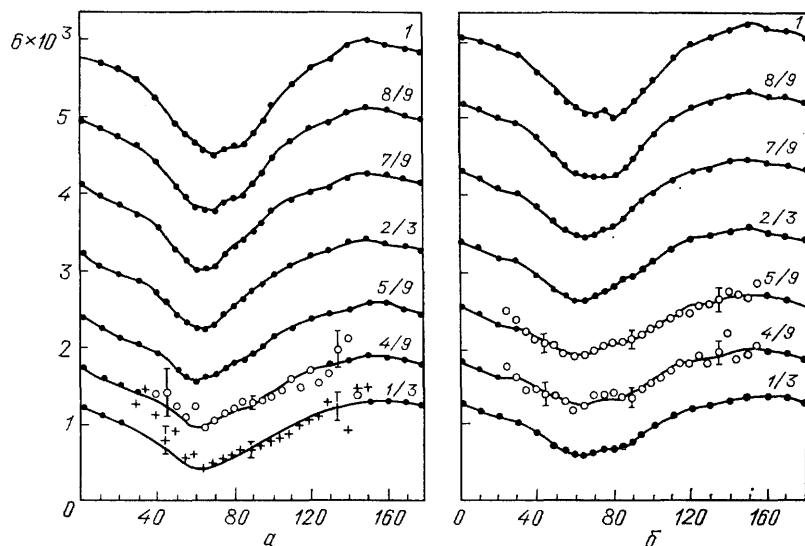
Рис. 11. Расположение облака в из пыли и мелких частиц относительно наблюдателя и Солнца (внизу). Видно, что в областях минимума яркости пыльное облако загораживается крупной частицей (или проецируется на нее, что также означает отсутствие вклада в яркость колец). В областях максимума яркости затмение облаков незначительно

телами. Площадь проекции крупных частиц не учитывается, так как данные тела создают только симметричный фон яркости. Проекции облаков на различной стадии развития суммируются для каждого значения угла. Полученные зависимости площади проекции от орбитального азимутального угла и других параметров модели сравниваются с наблюдениями, так как площадь проекции пропорциональна оптической толщине, а, следовательно, определяет и яркость колец.

На рис. 12 приведены теоретические кривые для площади проекции облаков. Вид кривой очень сильно зависит от плотности крупных частиц, т. е. от способности последних рассеивать облако мелких обломков. Лучше всего соответствуют наблюдениям [7] кривые для частиц с плотностями около $0,15 \text{ г}/\text{см}^3$ (рис. 12—для начального расстояния между центрами частиц по оси y , равного $2a$) или около $0,1 \text{ г}/\text{см}^3$ (для расстояния между центрами частиц, равного $1,5 a$). При этом толщина облака по z полагалась равной a , число обломков в одном облаке ~ 1500 , в процессе соударения крупные частицы изменяли свою скорость: получали дополнительную (к круговой) скорость $\Delta V_x = 0,25 \Omega a$ и $\Delta V_y = 0,25 \Omega a$ (для дальней частицы, для ближней—добавки с минусом).

Теория дает правильное положение минимума и максимума яркости (65° и 160°) и наблюдаемую неодинаковость крыльев по крутизне (крылья растут от минимума более круто в область небольших углов), а также наличие плато (или минимума) вблизи 80 — 85° (рис. 12, б). Из рис. 12 видно, что при суммировании вкладов от облаков с «большим временем жизни» (порядка оборота) минимум яркости смещается от 60° к 85° . Факт близости наблюдаемых углов минимума к 60° указывает на время жизни облака обломков около $1/2$ оборота, после чего облако рассеивается или становится прозрачным из-за слипания обломков друг с другом. К важным наблюдательным фактам относится рост асимметрии яркости колец с уменьшением угла наклона [17]. Расчет также дает такую зависимость асимметрии от угла наклона; см. рис. 12, где случаи a и b соответствуют углам $11,5^\circ$ и $16,5^\circ$, причем асимметрия на рис. 12, a больше. В [58] показано также, что вклад в асимметрию яркости от спиральных волн, вызываемых гравитационным влиянием крупных частиц, пренебрежимо мал.

Рассмотренная выше модель асимметрии яркости показывает, как внешние интегральные характеристики колец определяются элементарными процессами столкновений отдельных частиц. Изучение азимутальной асимметрии позволяет с большой достоверностью определить плотность частиц кольца и вычислить коэффициент в формуле (19), связывающей плотность частиц и внешний радиус планетных колец: $\alpha = 0,77-0,88$.



Тис. 12. Теоретические кривые для площади проекции обломочных облаков (в ед. ячеек плоскости проекции [58]). Рис. *a* соответствует наклону колец $11,5^\circ$, рис. *б*— $16,5^\circ$. Плотность крупных частиц $0,16 \text{ г}/\text{см}^3$. Около кривых указано время эволюции обломочного облака в долях оборота. Кружки и крестики соответствуют земным наблюдениям колец Сатурна в разных светофильтрах [7]

Дальнейшая разработка теоретических моделей и накопление наземных и спутниковых наблюдений феномена азимутальной асимметрии яркости колец Сатурна может послужить новым мощным методом дистанционного исследования планетных колец, изучения многих физических характеристик самих частиц и процессов их взаимодействий.

4. Гидродинамика макрочастиц в кольцах планет. Причины образования колец и азимутальной переменности яркости можно понять, рассмотрев динамику отдельных частиц. Но расслоение колец Сатурна и возникновение других пространственных структур планетных колец вызвано коллективными процессами, которые естественно изучать в рамках гидродинамической модели, где «газ» сталкивающихся макрочастиц описывается так же, как и обычный молекулярный газ. Результаты раздела 3 показывают, что в качестве типичной частицы кольцо можно принять практически полностью неупругий рыхлый шар метровых размеров. При этом нужно учитывать гравитационное поле таких частиц, которое играет важную роль в процессах соударений и разрушения крупных тел и движения мелких обломков. Тот факт, что частицы претерпевают постоянное раздробление и слипание, оказывается несущественным для построения гидродинамики, так как сумма масс частиц всех сортов оказывается постоянной [59]. Нельзя говорить о применимости гидродинамики к планетным кольцам, не указав характерных масштабов и времен описываемых процессов, которые должны значительно превосходить, соответственно, длину и время свободного пробега частицы. Для интерес-

сущих нас крупномасштабных процессов эти неравенства выполняются, что будет показано в разделе 5.4.

4.1. Уравнения переноса вращающихся сред. Для построения гидродинамики планетных колец нужно из кинетического уравнения для неупругих гравитирующих частиц получить систему моментных уравнений и замкнуть ее путем вычисления коэффициентов переноса (вязкости и теплопроводности) методами кинетической теории [59—64]. Следуя работе [15], построим сначала гидродинамику твердотельно-вращающегося диска гравитирующих упругих частиц, а затем обобщим ее на случай дифференциально-вращающегося диска неупругих частиц.

4.1.1. Получение ломентных уравнений. Лагранжиан частицы, вращающейся в потенциальном поле ψ_G , имеет вид [65]

$$L = \frac{m}{2} (\mathbf{v} + \mathbf{w})^2 - m\psi_G, \quad (30)$$

где \mathbf{w} —скорость неинерциальной системы отсчета A , а \mathbf{v} —скорость частицы относительно A . Запишем уравнение движения:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} - \nabla \left(\psi_G - \frac{\mathbf{w}^2}{2} \right) + [\mathbf{v} \operatorname{rot} \mathbf{w}]. \quad (31)$$

Введя обозначения

$$\mathbf{e} = -\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} - \nabla \left(\psi_G - \frac{\mathbf{w}^2}{2} \right), \quad (32)$$

$$\mathbf{h} = \operatorname{rot} \mathbf{w}, \quad (33)$$

получим

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \mathbf{e} + [\mathbf{v}\mathbf{h}]. \quad (34)$$

Кинетическое уравнение для рассматриваемой системы примет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + (\mathbf{e} + [\mathbf{v}\mathbf{h}]) \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = \hat{c}, \quad (35)$$

где \hat{c} —интеграл столкновений. Кинетическое уравнение (35) аналогично соответствующему уравнению для заряженной частицы в электромагнитном поле. Эта аналогия [66] позволяет применять методы физики плазмы к гравитирующим средам [67, 68]. Обычным образом (см. [63]) из (35) получаем уравнения переноса (введена хаотическая скорость $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v} - \mathbf{V}$, T измеряется в энергетических единицах):

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div}(n\mathbf{V}) &= 0, \\ mn \frac{dV_i}{dt} &= -\frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial \pi_{ik}}{\partial x_k} + mn \left(-\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} - \nabla \left(\psi_G - \frac{\mathbf{w}^2}{2} \right) + [\mathbf{V} \operatorname{rot} \mathbf{w}] \right)_i, \\ \frac{3}{2} n \frac{dT}{dt} + p \operatorname{div} \mathbf{V} &= -\operatorname{div} \mathbf{q} - \pi_{ik} \frac{\partial V_i}{\partial x_k}, \end{aligned} \quad (36)$$

где \mathbf{q} —вектор теплового потока, π_{ik} —тензор вязких напряжений;

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla), \quad \mathbf{q} = mn \left\langle \frac{\mathbf{v}_1^2}{2} \mathbf{v}_1 \right\rangle, \quad (37)$$

$$\pi_{ik} = mn \left\langle v_{ii} v_{1k} - \frac{\mathbf{v}_1^2}{3} \delta_{ik} \right\rangle,$$

$$p = nT, \quad n = \int f^{(0)} d\mathbf{v}, \quad (38)$$

$$\mathbf{V} = \frac{1}{n} \int \mathbf{v} f^{(0)} d\mathbf{v}, \quad T = \frac{1}{n} \int m \frac{\mathbf{v}_1^2}{3} f^{(0)} d\mathbf{v}.$$

Все обозначения стандартны, угловые скобки означают усреднение по функции распределения.

4.1.2. Интегро-дифференциальное уравнение для неравновесной поправки к функции распределения. Представим кинетическое уравнение в виде

$$(\hat{D}\hat{f}) = \frac{1}{\epsilon} (\hat{K}\hat{f}), \quad (39)$$

где ϵ — формальный малый параметр. Функцию распределения ищем в виде

$$\hat{f} = \hat{f}^{(0)} + \epsilon \hat{f}^{(1)} + \epsilon^2 \hat{f}^{(2)} + \dots \quad (40)$$

Из (39) с учетом (40) получим следующий ряд приближений:

$$(\hat{K}\hat{f})^{(0)} = 0, \quad (41)$$

$$(\hat{D}\hat{f})^{(0)} = (\hat{K}\hat{f})^{(1)} \quad (42)$$

Если уравнение (41) удовлетворяет максвелловской функции распределения, то теорию переноса можно строить методом Чепмена — Энскога [59—61]. Переходим в (35) к хаотической скорости [63]:

$$\begin{aligned} \frac{df}{dt} + \mathbf{v}_1 \nabla f - \left[\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \nabla \left(\Psi_G - \frac{\mathbf{w}^2}{2} \right) + [\text{rot } \mathbf{w}, \mathbf{V}] + \frac{d\mathbf{V}}{dt} \right] \nabla_{v_i} f - \\ - \frac{\partial V_i}{\partial x_k} v_{1k} \frac{\partial f}{\partial v_{1i}} + [\mathbf{v}_1 \text{rot } \mathbf{w}] \nabla_{v_i} f = \hat{C}. \end{aligned} \quad (43)$$

Запишем (43) в виде, аналогичном (39):

$$(\hat{D}\hat{f}) = \hat{C} - [\mathbf{v}_1 \text{rot } \mathbf{w}] \nabla_{v_i} f. \quad (44)$$

Правая часть (44) равна нулю, если $f^{(0)}$ — максвелловское распределение:

$$f^{(0)} = n \left(\frac{m}{2\pi T} \right)^{3/2} e^{-mv_1^2/2T}, \quad (45)$$

или

$$\ln f^{(0)} = \ln n - \frac{3}{2} \ln T - \frac{mv_1^2}{2T} + \text{const.} \quad (46)$$

Система уравнений в нулевом приближении имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dn}{dt} &= -n \nabla \mathbf{V}, \\ \frac{d\mathbf{V}}{dt} &= \mathcal{F} - \frac{1}{nm} \nabla n T, \\ \frac{dT}{dt} &= -\frac{2}{3} T \nabla \mathbf{V}. \end{aligned} \quad (47)$$

Подставляя (45) в левую часть (44), с учетом (46) и (47) после симметризации получаем

$$(\hat{D}\hat{f})^{(0)} = f^{(0)} \left[\left(\frac{mv_1^2}{2T} - \frac{5}{2} \right) \mathbf{v}_1 \nabla \ln T + \frac{m}{2T} \left(v_{1i} v_{1k} - \frac{\mathbf{v}_1^2}{3} \right) \delta_{ik} W_{ik} \right], \quad (48)$$

где

$$W_{ik} = \frac{\partial V_i}{\partial x_k} + \frac{\partial V_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \operatorname{div} \mathbf{V} \quad (49)$$

—тензор скоростей сдвигов. Преобразуем правую часть (44). Представим неравновесную функцию распределения в виде

$$f = f^{(0)}(1 + \psi), \quad \psi \ll 1. \quad (50)$$

После линеаризации правая часть (44) примет вид

$$\hat{C}(\psi) = f^{(0)} [\mathbf{v}_1 \operatorname{rot} \mathbf{w}] \nabla_{v_1} \psi. \quad (51)$$

Линейность уравнения для поправки и соображения тензорной инвариантности позволяют искать решение в виде

$$\psi = \psi_i (v_1^2) v_{1i} + \psi_{ik} \left(v_{1i} v_{1k} - \frac{v_1^2}{3} \delta_{ik} \right). \quad (52)$$

Первый векторный член соответствует возмущающему действию градиента температуры, тензорный член связан с тензором скоростей сдвигов W_{ik} . Компоненты $\nabla \ln T$ и W_{ik} линейно независимы, что позволяет отдельно вычислять ψ_i и ψ_{ik} . Подробное изложение решения можно найти в работах [62—63], поэтому приведем только сводку результатов. Отметим, что при разложении интегральных уравнений по полиномам Сопнина получается бесконечная система алгебраических уравнений, которую мы обрываем на первых двух членах.

4.1.3. Сводка результатов. В общем случае вязкость выражается тензором 4-го ранга, который имеет лишь пять независимых компонент [61]. Введем следующие тензоры ($\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} \rightarrow 1, 2, 3; \operatorname{rot} \mathbf{W} \parallel \mathbf{z}$) [63]:

$$\begin{aligned} W_{0ik} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} (W_{xx} + W_{yy}) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} (W_{xx} + W_{yy}) & 0 \\ 0 & 0 & W_{zz} \end{bmatrix}, \\ W_{1ik} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} (W_{xx} - W_{yy}) & W_{xy} & 0 \\ W_{xy} & \frac{1}{2} (W_{yy} - W_{xx}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ W_{2ik} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & W_{xz} \\ 0 & 0 & W_{yz} \\ W_{zx} & W_{zy} & 0 \end{bmatrix}; \\ W_{3ik} &= \begin{bmatrix} -W_{xy} & \frac{1}{2} (W_{xx} - W_{yy}) & 0 \\ \frac{1}{2} (W_{xx} - W_{yy}) & W_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ W_{4ik} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -W_{yz} \\ 0 & 0 & W_{xz} \\ -W_{zy} & W_{zx} & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (53)$$

Тогда тензор вязкости можно записать в следующем виде:

$$\pi_{ik} = -\eta_0 W_{0ik} - \eta_1 W_{1ik} - \eta_2 W_{2ik} + \eta_3 W_{3ik} + \eta_4 W_{4ik}, \quad (54)$$

где

$$\begin{aligned}\eta_0 &= \frac{b}{s} n T t_c, \quad \eta_1 = \eta_2(2x), \quad \eta_2 = n T t_c \frac{ax^2 + b}{\Delta}, \\ \eta_3 &= \eta_4(2x), \quad \eta_4 = n T t_c x \frac{x^2 + c}{\Delta},\end{aligned}\quad (55)$$

$$\Delta = x^4 + gx^2 + s, \quad x = |\operatorname{rot} \mathbf{w}| t_c,$$

$$a = \beta_{00}, \quad b = \frac{1}{\xi^2} \beta_{11} (\beta_{11}\beta_{00} - \beta_{10}\beta_{01}),$$

$$c = \frac{1}{\xi^2} (\beta_{11}^2 + \xi\beta_{01}\beta_{10}), \quad \xi = \frac{7}{2},$$

$$g = \frac{1}{\xi^2} (\beta_{11}^2 + 2\xi\beta_{01}\beta_{10} + \xi^2\beta_{00}^2),$$

$$s = \frac{1}{\xi^2} (\beta_{11}\beta_{00} - \beta_{10}\beta_{01})^2.$$

(56)

Вектор теплового потока записывается в виде

$$\mathbf{q} = -\frac{n T t_c}{m} \left[\frac{b'}{s'} \Delta_{\parallel} T + \frac{a'x^2 + b'}{\Delta'} \Delta_{\perp} T \frac{x(x^2 + c')}{\Delta'} [\mathbf{h}_1 \Delta T] \right], \quad (57)$$

где \mathbf{h}_1 — единичный вектор по $\operatorname{rot} \mathbf{w}$, а

$$a' = \frac{5}{2} \alpha_{11}, \quad b' = \frac{5}{2} \frac{1}{\theta^2} \alpha_{22} (\alpha_{22}\alpha_{11} - \alpha_{12}\alpha_{21}),$$

$$c' = \frac{5}{2} \frac{1}{\theta^2} (\alpha_{22}^2 + \theta\alpha_{21}\alpha_{12}), \quad g' = \frac{1}{\theta^2} (\alpha_{22}^2 + 2\theta\alpha_{21}\alpha_{12} + \theta^2\alpha_{11}^2), \quad (58)$$

$$s' = \frac{1}{\theta^2} (\alpha_{12}\alpha_{21} - \alpha_{22}\alpha_{11})^2, \quad \Delta' = x^4 + g'x^2 + s', \quad \theta = \frac{7}{4}.$$

Матричные коэффициенты β_{ik} и α_{ik} зависят от вида столкновительного интеграла. Для интеграла Ландау, если в качестве определения времени свободного пробега принять выражение

$$t_c = \frac{v_1^3}{4 \sqrt{3\pi} \Lambda G^2 m^2 n}, \quad (59)$$

где Λ — кулоновский логарифм (для планетных колец $\Lambda \sim 1$), то матрицы β_{ik} и α_{ik} совпадут с соответствующими матрицами, рассчитанными в теории переноса плазмы [62, 63]:

$$\alpha_{ik} = \frac{4}{3} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdot \\ 0 & 1 & 3/4 & \cdot \\ 0 & 3/4 & 45/16 & \cdot \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}, \quad (60)$$

$$\beta_{ik} = \frac{6}{5} \begin{pmatrix} 1 & 3/4 & \cdot \\ 3/4 & 205/48 & \cdot \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}.$$

Тогда для числовых коэффициентов (56) и (58) получим

$$a=1,2, \quad b=2,23, \quad c=2,38, \quad g=4,05, \quad s=2,33, \quad b/s=0,96,$$

$$a'=2,0, \quad b'=2,645, \quad c'=4,65, \quad g'=2,70, \quad s'=0,677, \quad b'/s'=3,906.$$

Тем самым мы выразили π_{ik} и \mathbf{q} через макроскопические переменные n , \mathbf{V} , T и замкнули систему уравнений переноса (36). Полученная система уравнений переноса аналогична уравнениям для плазмы [62], и линейные колебания вращающихся дисков упругих частиц подобны нормальным модам плазмы в электромагнитном поле [69].

4.1.4. Обобщение теории переноса на случай дифференциально-вращающихся дисков неупругих частиц. Запишем кинетическое уравнение для дифференциально-вращающейся среды неупругих частиц (в цилиндрических координатах) (см. [70, 71])

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_r \frac{\partial f}{\partial r} + \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} + \Omega^2 r \right) \frac{\partial f}{\partial v_r} + \left(\frac{v_\phi^2}{r} \frac{\partial}{\partial v_r} - \frac{v_\phi v_r}{r} \frac{\partial}{\partial v_\phi} \right) f + \\ + \left[2\Omega v_\phi \frac{\partial}{\partial v_r} - \left(2\Omega + r \frac{\partial \Omega}{\partial r} \right) v_r \frac{\partial}{\partial v_\phi} \right] f = \hat{C}_N(f, f), \quad (61)$$

где \hat{C}_N — интеграл столкновений с учетом неупругости. \hat{C}_N для случая негравитирующих неупругих шаров получил Трульсен [72], для шаров со спином и конечными размерами — Шухман [73]. Для вычисления функции распределения частиц в случае среды с произвольной частотой соударений получим следующий ряд приближений — см. (41), (42):

$$\left[2\Omega v_\phi \frac{\partial}{\partial v_r} - \left(2\Omega + r \frac{\partial \Omega}{\partial r} \right) v_r \frac{\partial}{\partial v_\phi} \right] f^{(0)} - \hat{C}_N(f^{(0)}, f^{(0)}) = 0, \quad (62)$$

$$\hat{D}f^{(0)} + \left[2\Omega v_\phi \frac{\partial}{\partial v_r} - \left(2\Omega + r \frac{\partial \Omega}{\partial r} \right) v_r \frac{\partial}{\partial v_\phi} \right] f^{(1)} - \\ - \hat{C}_N(f^{(1)}, f^{(0)}) - \hat{C}_N(f^{(0)}, f^{(1)}) = 0, \quad (63)$$

.

Решение уравнения (62) неизвестно. В [35, 72] показано, что функция распределения, соответствующая решению уравнения (62), анизотропна (в максимально анизотропном случае отношение компонент тепловых скоростей равно [35]: $v_{1\phi}/v_{1r}=0,5$; $v_{1z}/v_{1r}=0,65$). Это ставит серьезные трудности перед применением метода Чепмена — Энскога.

В работе [35] в качестве анизотропной функции распределения использована функция Гаусса. В результате скалярное уравнение энергии превратилось в тензорное уравнение. Замыкание такой системы уравнений переноса в работе [35] проводится при опускании в уравнении энергии тензора третьего ранга, соответствующего в изотропном случае вектору теплового потока. Как будет показано ниже, тепловой поток играет в устойчивости колец важную роль, поэтому такое упрощение является нежелательным. С другой стороны, получившаяся система уравнений остается весьма громоздкой и малопригодной для анализа коллективных процессов в кольцах. Например, превращение скалярного уравнения энергии в тензорное в 30 раз увеличивает число членов в дисперсионном уравнении и без того довольно сложном (см. п. 4.2.2).

Многочисленные исследования по динамике колец [11—15, 18, 35, 37, 38] и протопланетного диска [47, 53] не выявили ни одного коллективного процесса, связанного с анизотропией тепловых скоростей. Возникает желание получить удобную для работы систему уравнений переноса, пренебрегая анизотропией функции распределения. Рассмотрим условия, при которых функцию распределения можно считать изотропной. Очевидно, что коэффициент восстановления снежных частиц колец Сатурна близок к нулю, и в роли упругих соударений выступают гравитационные взаимодействия частиц. Если не учитывать влияние планеты на гравитационное сечение частиц, то можно показать, что частота гравитационных соударений будет в несколько раз выше, чем частота контактных столкновений [71, 74]. Следовательно, можно записать: $\hat{C}_N =$

$\hat{C}_G + \hat{C}_* \gg \hat{C}_*$, где \hat{C}_G — интеграл упругих столкновений (для планетных колец—гравитационных), \hat{C}_* — интеграл неупругих взаимодействий (для колец—контактных).

К равновесной функции распределения Максвелла приводят два варианта:

I. Случай частых квазиупругих соударений: $\Omega t_c \ll 1$ и $\hat{C}_G \gg \hat{C}_*$. Типичный пример—газовый диск с частично неупругими соударениями молекул (протопланетное или протоспутниковые облака). В этом случае уравнение (62) сводится к классическому виду: $\hat{C}_G = 0$.

II. Случай слабого дифференциального вращения: $r\Omega' \ll 2\Omega$.

Рассмотрим этот вариант более подробно, так как из него можно получить и случай I: в пределе $\Omega t_c \ll 1$, перенося первый член (62) из нулевого приближения в первое—в уравнение (63), что снимает ограничение на степень дифференциальности вращения.

Полагая $r\Omega' \ll 2\Omega$ и $\hat{C}_G \gg \hat{C}_*$, перенесем члены, соответствующие дифференциальному вращению и неупругим столкновениям, из нулевого приближения в первое. Получим следующий ряд приближений:

$$\left(2\Omega v_\varphi \frac{\partial}{\partial v_r} - 2\Omega v_r \frac{\partial}{\partial v_\varphi} \right) f^{(0)} - \hat{C}_G(f^{(0)}, f^{(0)}) = 0, \quad (64)$$

$$\begin{aligned} \hat{D}f^{(0)} + \left(2\Omega v_\varphi \frac{\partial}{\partial v_r} - 2\Omega v_r \frac{\partial}{\partial v_\varphi} \right) f^{(1)} - \hat{C}_G(f^{(1)}, f^{(0)}) - \\ - \hat{C}_G(f^{(0)}, f^{(1)}) - \hat{C}_*(f^{(0)}, f^{(0)}) = 0. \end{aligned} \quad (65)$$

Максвелловская функция распределения будет решением уравнения (64) (первый член (64) равен нулю для любых изотропных функций $f(v_\perp^2, v_z)$). Для решения (64)—(65) пользуемся методом Чепмена—Энскога, учитывая, что при соударении неупругих частиц энергия не сохраняется. Поэтому в моментном уравнении энергии появляется ненулевой третий момент от интеграла столкновений неупругих частиц:

$$\sigma E^- = \int \frac{mv_1^2}{2} C_* dv.$$

Этот же член остается и в уравнении энергии нулевого приближения (см. (47)).

При выведении из (65) уравнения для поправки к стационарной функции распределения мы получим не только векторные и тензорные члены, как раньше (см. (48)), но и скалярные слагаемые—из-за появления в (65) члена $\hat{C}_*(f^{(0)}, f^{(0)})$, а также за счет появления в уравнении энергии системы (47) слагаемого с σE^- . Общий вид поправки к функции распределения будет выглядеть следующим образом:

$$\psi = \psi_0 + \psi_i v_{1i} + \psi_{ik} \left(v_{1i} v_{1k} - \frac{v_1^2}{3} \delta_{ik} \right). \quad (66)$$

Так как слагаемые в (66) линейно независимы, то для каждого врда поправки (скалярной, векторной, тензорной) мы получаем отдельные уравнения, решаемые независимо. Векторная и тензорная поправки вычисляются так же, как и раньше. Интегральное уравнение для скалярной поправки аналогично уравнению для поправки, обусловленной передачей энергии между компонентами в неравновесной плазме [61]. Как и в теории плазмы, это уравнение решать необязательно, так как скалярная поправка, вызванная неупругостью столкновений, не влияет на выражение для векторной и тензорной поправок, определяющих коэффи-

циенты вязкости и теплопроводности. Таким образом, для дифференциально-вращающегося диска гравитирующих частиц коэффициенты переноса также задаются формулами (53)–(60).

4.2. Линейные колебания дифференциально-вращающихся дисков неупругих макрочастиц. В данном разделе мы получим общее дисперсионное уравнение линейных колебаний дисковых систем с неупругими столкновениями частиц.

4.2.1. Основные уравнения. Запишем систему уравнений переноса с вычислennыми π_{ik} и \mathbf{q} для диска в цилиндрической системе координат.

В интересующем нас двумерном случае из пяти коэффициентов вязкости остаются только 3: η_0, η_1, η_3 . Членами с коэффициентами вязкости η_3 мы пренебрегаем, так как при возмущении они дают члены малые по сравнению с членами $h \leq a \leq 2ae$. Коэффициент η_0 фактически дает только множитель $4/3$ при члене с вязкостью η_1 в уравнении для радиальной компоненты скорости. В связи с дифференциальным вращением коэффициент сдвиговой вязкости в уравнениях движения уже не может выноситься за знак пространственной производной и должен испытывать возмущение наряду с другими членами — вследствие его зависимости от температуры T и плотности σ .

К уравнению энергии добавляются члены, связанные с возмущением E^- и коэффициента вязкости в члене $E^+ = v(r\Omega')^2$, описывающим переход энергии орбитального вращения в энергию хаотического движения.

Система уравнений переноса для планетных колец примет вид

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial}{r \partial r} (r\sigma V_r) + \frac{\partial}{r \partial \varphi} (\sigma V_\varphi) = N^+(\sigma, T) - N^-(\sigma, T), \quad (67)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial}{\partial r} V_r + V_\varphi \frac{\partial}{r \partial \varphi} V_r - \frac{V_\varphi^2}{r} = & -\frac{1}{\sigma} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{\partial \psi_G}{\partial r} + \\ & + \frac{4}{3} v \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r V_r + \frac{4}{3\sigma} \frac{\partial v \sigma}{\partial r} \left(\frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{1}{2} \frac{V_r}{r} \right) - \frac{2}{3\sigma} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(v \sigma \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} \right) - \\ & - \frac{4}{3} v \frac{1}{r^2} \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{1}{r\sigma} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[v \sigma \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} + r \frac{\partial}{\partial r} \frac{V_\varphi}{r} \right) \right], \end{aligned} \quad (68)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_\varphi}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \frac{V_r V_\varphi}{r} + V_\varphi \frac{\partial}{r \partial \varphi} V_\varphi = & -\frac{\partial p}{\sigma r \partial \varphi} - \frac{\partial \psi_G}{r \partial \varphi} + \\ & + \frac{1}{\sigma r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^3 v \sigma \frac{\partial}{\partial r} \frac{V_\varphi}{r} + \frac{1}{\sigma r} \frac{\partial}{\partial r} \left(v \sigma \frac{\partial}{\partial \varphi} V_r \right) + v \frac{\partial}{r^2 \partial \varphi} V_r + \\ & + \frac{1}{\sigma r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[\frac{4}{3} v \sigma \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{V_r}{r} - \frac{1}{2} \frac{\partial V_r}{\partial r} \right) \right], \end{aligned} \quad (69)$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \left(\frac{\partial T}{\partial t} + V_r \frac{\partial}{\partial r} T + V_\varphi \frac{\partial}{r \partial \varphi} T \right) + T \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r V_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} \right) = & \\ = & \frac{1}{\sigma r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\chi r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sigma r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\chi \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) + v \left(r \frac{\partial}{\partial r} \frac{V_\varphi}{r} \right)^2 + \\ & + 2v \left[\left(\frac{\partial V_r}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{V_r}{r} \right)^2 \right] + 2v \left[\left(\frac{1}{r} \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} \right)^2 + 2 \frac{V_r}{r^2} \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_r}{r \partial \varphi} \right)^2 + \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial r} \frac{V_\varphi}{r} \right) \right] - \frac{2}{3} v \left[\left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r V_r \right)^2 + \right. \\ & \left. + 2 \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial}{\partial r} r V_r \right) \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} \right)^2 \right] - \sigma E^-, \end{aligned} \quad (70)$$

здесь $v = \eta_1/\sigma$; χ — коэффициент теплопроводности (см. (57)); $\sigma = \int n dm$ — поверхностная плотность диска; $p = \sigma T \approx \sigma v_1^2/3$; Ψ_G — гравитационный потенциал. В уравнении непрерывности учитывается, что плотность диска может меняться не только при диффузионных движениях частиц диска, но и при внешних (или недиффузионных) потоках вещества, например, при аккреции вещества из газопылевого облака на протостадии, т. е. для диска допускается возможность обмена массой с некоторым резервуаром вещества: функция $N^+(\sigma, T)$ описывает увеличение, а $N^-(\sigma, T)$ — уменьшение массы диска.

4.2.2. Дисперсионное уравнение линейных колебаний. Запишем для возмущения вида $\exp(-i\omega t + ikr + im\varphi)$ систему линеаризованных уравнений переноса в ВКБ-приближении (длина волны гораздо меньше характерных масштабов диска: $\lambda \ll r$ или $kr \gg 1$):

$$\begin{aligned} (\gamma + im\Omega) \hat{\sigma} + ik\sigma_0 \hat{V}_r &= \left(\frac{\partial N^+}{\partial \sigma_0} - \frac{\partial N^-}{\partial \sigma_0} \right) \hat{\sigma} + \left(\frac{\partial N^+}{\partial T_0} - \frac{\partial N^-}{\partial T_0} \right) \hat{T}, \\ (\gamma + im\Omega) \hat{V}_r - 2\Omega \hat{V}_\varphi &= i \frac{2\pi G\sigma_0 - kc^2}{\sigma_0} \hat{\sigma} - ik\hat{T} - \frac{4}{3} v k^2 \hat{V}_r, \\ (\gamma + im\Omega) \hat{V}_\varphi + \frac{\kappa^2}{2\Omega} \hat{V}_r &= -vk^2 \hat{V}_\varphi - ik\alpha \hat{T} - ik\beta \hat{\sigma}, \\ \frac{3}{2}(\gamma + im\Omega) \hat{T} + ikc^2 \hat{V}_r &= -\chi k^2 \hat{T} - \Delta E_\sigma \hat{\sigma} - \Delta E_T \hat{T} - ik\mu \hat{V}_\varphi, \end{aligned} \quad (71)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\partial v}{\partial T_0} (-r\Omega'), \quad \beta = \frac{1}{\sigma_0} \frac{\partial v\sigma_0}{\partial \sigma_0} (-r\Omega'), \\ \mu &= 2v(-r\Omega'), \quad \Delta E_\sigma = \frac{1}{\sigma_0} \left(\frac{\partial E^-\sigma_0}{\partial \sigma_0} - \frac{\partial E^+\sigma_0}{\partial \sigma_0} \right), \\ \Delta E_T &= \frac{\partial E^-}{\partial T_0} - \frac{\partial E^+}{\partial T_0}, \quad \gamma = -i\omega, \quad c^2 \equiv T_0. \end{aligned} \quad (72)$$

Амплитуды возмущенных величин отмечены « Λ ». В стационарном состоянии $E^+ = E^-$, а также существует динамическое равновесие по координатам z (толщина диска $h \approx c/\Omega$) и r . Приравнивая нуль определитель системы (71), получим дисперсионное уравнение линейных колебаний дифференциально вращающегося диска неупругих частиц (без учета недиффузионных потоков, т. е. $N^+, N^- = 0$):

$$\begin{aligned} &(\gamma + im\Omega)^4 + (\gamma + im\Omega)^3 \left[\frac{2}{3}(\chi k^2 + \Delta E_r) + \frac{7}{3}vk^2 \right] + \\ &+ (\gamma + im\Omega)^2 \left[\frac{4}{3}v^2k^4 + \omega_0^2 + \frac{14}{9}vk^2(\Delta E_T + \chi k^2) + \frac{2}{3}k^2\alpha\mu \right] + \\ &+ (\gamma + im\Omega) \left[vk^2 \left(\frac{5}{3}k^2c^2 - 2\pi G\sigma_0 k \right) + \frac{2}{3} \left(\frac{4}{3}v^2k^4 + \omega_*^2 \right) (\chi k^2 + \Delta E_T) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{8}{9}\alpha\mu vk^4 + \frac{4}{3}k^2c^2\Omega\alpha - \frac{2}{3}k^2\sigma_0\Delta E_\sigma - \frac{\kappa^2}{3\Omega}k^2\mu + k^2\beta \cdot 2\Omega\sigma_0 \right] + \\ &\quad + \frac{2}{3}[(\chi\kappa^2 + vk^2\Delta E_T + k^2\alpha\mu)(k^2c^2 - 2\pi G\sigma_0 k) + \\ &\quad + \sigma_0 k^4(\chi\beta \cdot 2\Omega - \beta\mu - \Delta E_\sigma v) + k^2\sigma_0 2\Omega(\Delta E_T\beta - \Delta E_\sigma\alpha)] = 0, \end{aligned} \quad (73)$$

где

$$\begin{aligned} \omega_0^2 &= \frac{5}{3}k^2c^2 - 2\pi G\sigma_0 k + \kappa^2, \\ \omega_*^2 &= k^2c^2 - 2\pi G\sigma_0 k + \kappa^2. \end{aligned}$$

Исследование уравнения (73) будет проведено в следующей главе.

5. Коллективные неустойчивости и структуры в кольцах планет.

5.1. Физика неустойчивостей орбит.

5.1.1. Гравитационная неустойчивость. Если пренебречь диссипативными эффектами в динамике колец, то дисперсионное уравнение (73) превращается в уравнение джинсовских (гравитационных) колебаний» [53]:

$$\omega_0^2 = \frac{5}{3} k^2 c^2 - 2\pi G \sigma_0 k + \kappa^2. \quad (74)$$

При $\omega_0^2 < 0$ наступает неустойчивость Джинса. Рассмотрим физику данной неустойчивости и условие устойчивости. Пусть первоначальный диск был бесконечно тонким. Выберем одно из колец, на которые мы разбили первоначально однородный диск частиц. Пусть пробная частица единичной массы находится на расстоянии δ от ближайшего места кольца шириной d , причем $\delta > d$. Тогда кольцо можно считать бесконечно тонкой гравитирующей нитью, потенциал которой $\psi \sim 1/n(1/\delta)$, а сила притяжения пробной частицы: $d\psi/d\delta \sim 1/\delta \rightarrow \infty$ при $\delta \rightarrow 0$. Последнее, очевидно, может выполняться только для бесконечно узкого кольца: $d \rightarrow 0$, что в принципе допускается приближением бесконечно тонкого диска. Однако, если диск имеет первоначальную толщину h , то $(d\psi/d\delta)_{\max} \sim 1/h$ — дестабилизирующая сила тем больше, чем тоньше диск. Следовательно, безразмерный дестабилизирующий фактор есть r/h , где r — радиус диска, а безразмерный стабилизирующий фактор есть M/m_r , где M и m_r — массы центрального тела и диска, соответственно. Смысл стабилизирующего фактора M/m_r состоит в том, что с его ростом увеличивается относительное влияние центрального тела. Когда сила притяжения частиц к центральной массе превосходит силу взаимного притяжения частиц, система устойчива по той же причине, по которой устойчива точка, вращающаяся в центральном поле (здесь не учитываются другие взаимодействия, кроме гравитационных). Другими словами, система оказывается неустойчивой, если дестабилизирующий фактор превосходит стабилизирующий, т. е.

$$\frac{r}{h} > \frac{M}{m_r} \quad \text{или} \quad Q < 1, \quad Q = \frac{M}{m_r} \frac{h}{r}. \quad (75)$$

Параметр Q называется коэффициентом запаса Тоомре. Условие неустойчивости диска в виде (75) справедливо для наиболее коротковолновых возмущений с длиной волны $\lambda \sim h$. В этом случае диск разбивается на кольца шириной $d \sim h$. Если же $\lambda \sim d > h$, то из наших рассуждений следует, что в условии (75) h следует заменить на d — чем больше ширина колец, тем труднее выполнить критерий неустойчивости $Q(d) = (M/m_r)d/r < 1$. Согласно результатам обработки данных «Вояджера-2» для кольца B Сатурна $Q \approx 2$, т. е. кольцо B находится вблизи границы гравитационной неустойчивости. Этот результат получен в предположении монолитных частиц колец. Высокая пористость этих частиц ($\sim 85\%$; см. раздел 2) может сделать Q значительно больше. Тем не менее нельзя полностью исключить возможность существования в кольце B сверхтонкой структуры как результата развития гравитационной неустойчивости. Далее мы рассмотрим диссипативные неустойчивости колец, устойчивых по Джинсу.

5.1.2. Тепловая неустойчивость. Во вращающейся системе отсчета хаотическое движение частиц кольца аналогично движению молекул в газе. Хаотическое движение частиц поддерживается взаимными гравитационными возмущениями — энергия орбитального вращения вязкого дифференциально-вращающегося диска превращается в хаотическую, «тепловую» энергию. Неупругость частиц не позволяет хаотическим

скоростям рasti неограниченно. Баланс между притоком и оттоком энергии хаотического движения, как и любой баланс, может оказаться неустойчивым. Например, если при охлаждении какого-то участка колец приток энергии (зависящий от температуры среды) увеличивается, то кольца вернутся к первоначальной температуре, если же приток энергии уменьшается, то кольца скачком остынут и перейдут в более низкое энергетическое состояние. Другие диссипативные неустойчивости мы будем рассматривать, считая, что тепловая неустойчивость диска отсутствует.

5.1.3. Неустойчивость отрицательной диффузии. Создадим в диске синусоидальное возмущение поверхности плотности: $\sigma \sim \sigma_0 \cos kx$. Рассмотрим область 1 с повышенной плотностью σ_1 (при $0 < x < x_0$) и область 2 с пониженной плотностью σ_2 ($x_0 < x < x_1$). На границе в точке x_0 плотность не изменилась. Через единицу длины границы раздела областей 1 и 2 перетекает следующее количество вещества: $\sigma_1 v_1 - \sigma_2 v_2$, где v_1, v_2 — диффузионные скорости, пропорциональные средним тепловым скоростям частиц в областях 1 и 2, соответственно. Неустойчивость наступает тогда, когда увеличивается плотность частиц в области 1 за счет перемещения частиц из области 2, т. е. $\sigma_1 v_1 - \sigma_2 v_2 < 0$. Так как $\sigma_1 > \sigma_2$, то условие неустойчивости выполняется, например, когда $v \sim \sim \sigma^{\alpha-1}$, где $\alpha < 0$. Последнее означает, что скорость частиц должна уменьшаться с ростом плотности диска. Это возможно в случае неупругих частиц, когда с ростом плотности среды растет частота соударений, и отток кинетической энергии увеличивается — хаотическая скорость частиц падает. Граница между областями 1 и 2 соответствует точке перегиба x_0 функции $\sigma(x)$, т. е. в $x_0 \frac{d^2\sigma(x)}{dx^2} = 0$. В области 1 $\frac{d^2\sigma}{dx^2} < 0$, в области 2 $\frac{d^2\sigma}{dx^2} > 0$. Из уравнения диффузии: $\frac{d\sigma}{dt} = D \frac{d^2\sigma}{dx^2}$ следует, что в области 1 плотность будет расти: $\frac{d\sigma_1}{dt} > 0$, а в области 2 — падать: $\frac{d\sigma_2}{dt} < 0$ — если коэффициент диффузии в обеих областях отрицательный: $D < 0$. Теперь понятно, почему рассмотренная выше неустойчивость носит название «неустойчивости отрицательной диффузии». Представляя модуляцию плотности σ в виде синусоидальной волны с экспоненциально растущей со временем амплитудой: $\sigma \sim \sim \sigma_0 e^{rt} \cos kx$, из уравнения диффузии получим $\gamma \approx k^2 |D|$, т. е. инкремент неустойчивости оказывается максимальным для коротких волн.

5.1.4. Аккреционная неустойчивость. Рассмотренные выше неустойчивости приводят к росту коротких волн. Крупномасштабная структура колец может возникать в результате аккреционной неустойчивости, связанной с акрецией «внешнего» вещества, например, перетеканием мелкой пыли через систему колец из-за аэродинамического торможения или взаимодействия с солнечным излучением (эффект Пойнтинга — Робертсона). Механизм этой неустойчивости родствен механизму образования барханов в пустыне: движущийся к планете (вдоль плоскости колец) поток частиц «застрекает» в кольцевых флюктуациях с большей плотностью, а следовательно, и поглощающей способностью. Аккреционная неустойчивость порождает крупномасштабное расслоение колец, так как мелкомасштабные флюктуации не успевают собрать «бархан» вследствие быстрого диффузионного расплывания за время $t \sim \lambda^2$. Можно отметить аналогию между аккреционной неустойчивостью и неустойчивостью Тьюринга в диффузионных системах с химическими реакциями [75].

5.1.5. Эллипс-неустойчивость. Все вышеперечисленные неустойчивости порождают кольцевые структуры, обладающие круговой симметрией. Эллипс-неустойчивость, возникшая в симметричном диске, представляет собой пример спонтанного нарушения симметрии. Чтобы понять физику данной неустойчивости, рассмотрим отдельную пробную частицу на слабоэллиптической орбите в сплошном круговом диске. Отдаляясь

от планеты, частица попадает в окружение частиц с большими орбитальными скоростями. Взаимодействуя с ними, пробная частица будет ускоряться и стремиться еще дальше отойти от планеты в апоцентре. При приближении к планете пробная частица, наоборот, будет тормозиться о более медленные частицы диска и еще больше приближаться к планете. В результате такого переменного ускоряющего-тормозящего воздействия орбита частицы становится все более эллиптической, пока неупругие столкновения не ограничат этот процесс.

Еще один близкий пример: классическая задача Лапласа—Максвелла [1, 2] об устойчивости абсолютно жесткого кольца, вращающегося вокруг планеты. Каждый элемент кольца уравновешен центробежной и гравитационной силами, но связь между элементами кольца оказывается роковой: кольцо самопроизвольно смещается с круговой орбиты, что в линейном приближении соответствует переходу на эллиптическую орбиту. Почему это происходит? При смещении кольца, все его части продолжают вращаться с той же скоростью. Поэтому для ближних к планете частей кольца начинает доминировать сила притяжения, а для дальних частей кольца — центробежная сила. Кольцо смещается все больше, как и орбита пробной частицы в диске, только ускоряются и тормозятся элементы кольца не о внешнюю среду, а друг о друга.

Аналогичным образом ведет себя и флукутация в виде эллиптического колечка в диске неупругих частиц, увеличивая свой эксцентриситет. Физика такой эллипс-неустойчивости в планетных кольцах ясна из изложенного выше: частице выгоднее увеличивать свой эксцентриситет не в одиночку, а в коллективе с другими частицами, создавая эллиптическое кольцо. Примерами эллипс-неустойчивости служат, по-видимому, эллиптические колечки Урана и Сатурна.

5.2. Диффузионная и квазивековая неустойчивости. Рассмотрим радиальные ($m=0$) колебания диска в отсутствие внешних потоков вещества ($N^+, N^- = 0$).

5.2.1. Установление критериев энергетической и диссипативных неустойчивостей. Для устойчивого по Джинсу диска и низкочастотных колебаний $\gamma \sim v k^2 \ll \Omega$ получим следующее дисперсионное уравнение:

$$\begin{aligned} \gamma^2 \omega_0^2 + \gamma \left[\frac{2}{3} \omega_*^2 (\chi k^2 + \Delta E_T) + v k^2 \left(\frac{5}{3} k^2 c^2 - 2\pi G \sigma_0 k \right) + \right. \\ \left. + \frac{4}{3} k^2 c^2 \Omega \alpha - \frac{2}{3} k^2 \sigma_0 \Delta E_\sigma - \frac{\kappa^2}{3\Omega} k^2 \mu - k^2 \beta \cdot 2\Omega \sigma_0 \right] + \\ + \frac{2}{3} \left[(\chi v k^4 + v k^2 \Delta E_T + k^2 \alpha \mu) (k^2 c^2 - 2\pi G \sigma_0 k) + \sigma_0 k^4 (\chi \beta \cdot 2\Omega - \beta \mu - \Delta E_\sigma v) + \right. \\ \left. + k^2 \sigma_0 \cdot 2\Omega (\Delta E_T \beta - \Delta E_\sigma \alpha) \right] = 0. \quad (76) \end{aligned}$$

Общим критерием неустойчивости будет отрицательное значение свободного члена в уравнении (76). Для длинных волн $kh \ll 1$ уравнение (76) имеет два корня, описывающих динамику температурных возмущений, $\gamma \approx -(2/3)\Delta E_T$, и динамику диффузионных колебаний:

$$\gamma \approx -D k^2, \quad (77)$$

где

$$D = \sigma_0 \left(\beta - \alpha \frac{\Delta E_\sigma}{\Delta E_T} \right) \cdot \frac{2\Omega}{\kappa^2},$$

здесь D — коэффициент диффузии. Из работ [13, 14] следует, что диск теряет устойчивость, когда D проходит точку 0 и становится отрицательным. Покажем из общего уравнения (76), что это не так.

5.2.1-1. Случай малой положительной диффузии.

Если $D \rightarrow 0$, то из уравнения (76) получим при $kh \ll 1$

$$\gamma = -\frac{vk^2}{\omega_*^2} (Fk^2c^2 - f2\pi G\sigma_0 k), \quad (78)$$

где

$$\begin{aligned} f &= 1 + \frac{\partial v}{\partial T_0} \frac{2(r\Omega')^2}{\Delta E_T}, \\ F &= f + \frac{\chi}{vc^2} \frac{\partial v\sigma_0}{\partial \sigma_0} \cdot \frac{2\Omega(-r\Omega')}{\Delta E_T} - \frac{2}{c^2} \frac{\partial v\sigma_0}{\partial \sigma_0} \frac{(r\Omega')^2}{\Delta E_T} - \frac{1}{\Delta E_T c^2} \left(\frac{\partial E^- \sigma_0}{\partial \sigma_0} - \frac{\partial E^+ \sigma_0}{\partial \sigma_0} \right). \end{aligned} \quad (79)$$

Уравнение (78) описывает квазивековую неустойчивость с максимально быстро растущими длинами волн: $\lambda_0 \sim c^2/G\sigma_0$ (если F и $f \sim 1$). Нетрудно показать из (76), что данная неустойчивость наступает при положительном коэффициенте диффузии, когда $0 < D < v(2\pi G\sigma_0/c)^2 f^2/F$.

5.2.1-2. Случай отрицательной диффузии. Если $D < 0$, то наступает диффузионная неустойчивость, критерий которой установлен в [13, 14] в виде $d\nu\sigma/d\sigma < 0$. Характерный масштаб расслоения диска в [13, 14] установлен не был. Граница диффузионной неустойчивости в области коротких волн и длина максимально неустойчивых волн была найдена в [15]. Из (76) находим, что для самых коротких волн доминирующим всегда будет член $k^6 v \chi c^2$, который стабилизирует диффузионную неустойчивость при $kh \sim 1$ или $\lambda \sim 2\pi h$ [15]. Это нетрудно увидеть из следующих оценок:

$$\sigma_0 \cdot 2\Omega k^2 (\Delta E_T \beta - \Delta E_0 \alpha) \sim \frac{7v^2 \Omega^4 k^2}{c^2}. \quad (80)$$

Из раздела 4.1 получим соотношение Эйкена в области $\Omega t_c \sim 1: \chi \sim 5v$, отсюда «стабилизирующий» член: $\chi v c^2 k^6 \sim 5v^2 c^2 k^6$. Этот член сравним с «неустойчивым» членом при $k \sim 1/h \sim \Omega/c$. Стабилизация диффузионной неустойчивости при $kh \sim 1$ означает, что инкремент неустойчивости максимальен для длин волн $\lambda \geq 2\pi h$ или $\lambda \sim 10h$ [15].

5.2.2. Критерий диффузионной неустойчивости для негравитирующих гладких частиц. Запишем уравнение энергобаланса для гладких частиц [35]:

$$1 - q^2 = \frac{0,6}{1 + \tau^2}. \quad (81)$$

Критерий тепловой неустойчивости принимает вид

$$\frac{d(1 - q^2)}{dv^2} > 0, \quad \text{или} \quad \frac{dq}{dv} < 0. \quad (82)$$

Неустойчивость отрицательной диффузии наступает, если $\tau > \tau_{cr}$, где

$$\tau_{cr} = \left[\frac{v^2}{1 - q^2} \frac{\partial(1 - q^2)}{\partial v^2} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (83)$$

Если основываться на экспериментальных данных работы [18], то $q \propto v^{-0.25}$, и из (83) получаем $\tau_{cr} \approx 0,5$. Дисперсия скоростей определяется из точки пересечения баланса (81) и экспериментальной функции $q(v)$ и близка к 0,5 мм/с. Экспериментальные данные, полученные в работе [37], соответствуют меньшим τ_{cr} и гораздо большим (явно нереальным) v . Но, как следует из результатов раздела 3.1, коэффициент восстановления снежных частиц Сатурна близок к нулю, следовательно, баланс (81) невыполним, (равенство (81) возможно, если

$q > 0,63$). Даже если баланс (81) возможен (слой реголита почему-то очень тонок), то $dq/dv > 0$ и согласно (82) баланс неустойчив.

5.2.3. Термовая и диффузионная неустойчивость в модели гравитирующих частиц. Хаотическая скорость гравитирующих неупругих частиц в дифференциально-вращающемся диске при взаимных гравитационных тесных сближениях увеличивается, а при контактных соударениях — уменьшается. Определим времена свободного пробега, учитывая зависимость объемной концентрации частиц от толщины диска $n \approx \sigma / mh \approx \sigma \Omega / mv$:

1. Для контактных столкновений [53]

$$t_B = \frac{1}{\xi \Omega \tau (1 + x^{-1})}, \quad (84)$$

где $\tau = \sigma \pi a^2 / m$, $\xi = 2$, $x \approx v^2 a / Gm$.

2. Для гравитационных взаимодействий [53]

$$t_G = \frac{x^2}{\psi \Omega \tau}, \quad (85)$$

где $\psi \approx 4$. Коэффициент сдвиговой вязкости запишем в простом виде [35]

$$\nu = \frac{St t_c}{(b \Omega t_c)^2 + 1}, \quad (86)$$

где $S=0,9$, $b=2$. Это выражение хорошо соответствует коэффициенту вязкости, полученному в разделе 4.1.3 [15]. У величин S , b индекс G будет означать вязкость, обусловленную гравитационным взаимодействием, В-контактным. Соответствующие времена будем обозначать как t_G, t_B . Полагая, что $1-q^2=1$, запишем энергетический баланс в виде

$$S_G \frac{T t_G}{(b_G \Omega t_G)^2 + 1} (r \Omega')^2 = (1 - q^2) \frac{3T}{t_B}. \quad (87)$$

С учетом (85) и (86) выражение (87) примет вид ($r \Omega' = 1,5 \Omega$) [74]

$$x^5 + x^4 - \alpha x^3 + \beta \tau^2 (x+1) = 0, \quad (88)$$

где

$$\alpha = \frac{3S_G \psi}{4(1-q^2) b_G^2 \xi}, \quad \beta = \frac{\psi^2}{b_G^2}. \quad (89)$$

Условие устойчивости энергетического баланса (87) запишем [74] так:

$$x^8 + \alpha x^6 + 2\beta \tau^2 x^4 - 3\alpha \beta \tau^2 x^2 + \beta^2 \tau^4 > 0. \quad (90)$$

Если учесть, что $E^+ = \nu_G (r \Omega')^2$, то из (77) получим более простое условие неустойчивости отрицательной диффузии:

$$\frac{\partial \nu \sigma_0}{\partial T_0} \frac{\partial E^-}{\partial T_0} - \frac{\partial \nu}{\partial T_0} \frac{\partial E^- \sigma_0}{\partial \sigma_0} < 0. \quad (91)$$

С учетом (85)–(87) из (91) получим условие неустойчивости в виде [74]

$$2x^5 + x^4 - 3\beta \tau^2 (x+1) < 0. \quad (92)$$

Уравнение баланса (89) в области $0 < \tau < \tau_{max}$ имеет два действительных корня, а в области $\tau < \tau_{max}$ — ни одного. Энергетически устойчив только один корень, максимальный при $\tau=0$ и уменьшающийся к τ_{max} [74]. В точке τ_{max} : $dx/d\tau = \infty$ и диск станет энергетически неустойчивым и резко охладится. Но чуть раньше (при меньших τ) диск испытает

диффузионную неустойчивость [74]. Точку наступления неустойчивости $(x_{\text{cr}}, \tau_{\text{cr}})$ можно определить, исключая из (89) и (92) τ :

$$5x_{\text{cr}}^2 + 4x_{\text{cr}} - 3\alpha = 0, \quad (93)$$

откуда

$$x_{\text{cr}} = 0,4[(1+3,75\alpha)^{1/2} - 1]. \quad (94)$$

Подставляя полученное значение x_{cr} в (92), найдем τ_{cr} . Для $\alpha = 0,3 - 0,4$ получим довольно малые $\tau_{\text{cr}} \approx (1 - 1,7) \cdot 10^{-2}$. Наступление неустойчивости отрицательной диффузии соответствует максимальному значению вязкости как функции Ωt_c (при $\Omega t_c \approx 0,8$). Диск, достигнув точки максимальной вязкости, перестраивает свою структуру и расслаивается на колечки, что приводит к эффективному уменьшению вязкости. Сразу после формирования кольца испытывают тепловую неустойчивость, а щели между кольцами, наоборот, отодвинутся в область устойчивого энергетического баланса.

Оценим дисперсию скоростей крупных частиц. Из баланса (89) для $\alpha \approx 0,4$ и малых τ получим $v = 0,55v_g \approx 1$ мм/с для частицы с $a=5$ м и $\rho = 0,15$ г/см³. Это означает, что центры крупных частиц распределены в слое толщиной около 10 м.

Рассмотрим динамику мелких частиц, которые обладают всегда устойчивым энергетическим балансом, увеличивая свою хаотическую скорость при рассеянии в гравитационном поле крупных частиц и уменьшая ее при взаимных соударениях (здесь мы считаем, что оптическая толщина мелких частиц значительно превышает толщину крупных). Критерий диффузионной неустойчивости слоя мелких частиц можно записать в виде (индекс 2 означает мелкие частицы) [74]

$$\tau_2^2 - 1 + 2 \frac{T_2}{E_2^+} \frac{\partial E_2^+}{\partial T_2} > 0. \quad (95)$$

Для различных механизмов передачи энергии от крупных частиц мелким получаем критические толщины: $\tau_{\text{cr}} = 1 - \sqrt{3}$ [67, 74]. Хаотические скорости мелких частиц могут в несколько раз превышать скорости крупных частиц, в результате чего более мелкие частицы образуют более толстый слой в несколько десятков метров.

Отметим, что результаты раздела 5.2.1 носят общий характер, не зависящий от конкретных свойств частиц или типа энергетического баланса. В то же время модели, рассмотренные в разделах 5.2.3 (не говоря уж о разделе 5.2.2), являются весьма упрощенными и не учитывающими такие важные свойства частиц, как вращение вокруг собственной оси и нелокальность, которая вызывает появление нелокальной вязкости. Поэтому трудно достоверно оценить критические оптические толщины, при которых возникают тепловая и диффузионная неустойчивости. Более уверенно можно говорить о характерных масштабах неустойчивостей: так джинсовская и диффузионная неустойчивости вызывают расслоение диска на колечки с шириной в несколько толщин, квазивековая неустойчивость разбивает диск на колечки с шириной $\lambda_0 \approx c^2/G\sigma_0 \sim 0,1 - 1$ км (для $c \sim 0,1$ см/с и $\sigma_0 \sim 1 - 10$ г/см³). На протостадии σ_0 могли быть меньше, а расслоение крупнее. Но крупномасштабное (до 1000 км) расслоение колец данные неустойчивости объяснить не могут.

5.3. Аккреционная неустойчивость. Крупномасштабное (50—1000) расслоение колец Сатурна может вызываться новым типом неустойчивости, связанным с недиффузионными потоками вещества в кольцах [76].

5.3.1. Устойчивость колец с учетом недиффузионных потоков. Система (71) в длинноволновом пределе ($\lambda \gg h$) для радиальных колебаний ($m=0$) значительно упрощается ($\Gamma \sim v k^2 \ll \Omega$):

$$\begin{aligned} \hat{\gamma}\hat{\sigma} &= -ik\sigma_0\hat{v}_r - \left(\frac{\partial N^-}{\partial \sigma_0} - \frac{\partial N^+}{\partial \sigma_0} \right) \hat{\sigma} - \left(\frac{\partial N^-}{\partial T_0} - \frac{\partial N^+}{\partial T_0} \right) \hat{T}, \\ \frac{\kappa^2}{2\Omega} \hat{v}_r &= -ik \left[\frac{\partial v\sigma_0}{\partial \sigma_0} (-r\Omega') \right] \frac{\hat{\sigma}}{\sigma_0} - ik \left[\frac{\partial v}{\partial T_0} (-r\Omega') \right] \hat{T}, \\ \left(\frac{\partial E^-}{\partial T_0} - \frac{\partial E^+}{\partial T_0} \right) \hat{T} &= - \left(\frac{\partial E^-\sigma_0}{\partial \sigma_0} - \frac{\partial E^+\sigma_0}{\partial \sigma_0} \right) \frac{\hat{\sigma}}{\sigma_0} - ik \cdot 2v (-r\Omega') \hat{v}_\phi; \\ \hat{v}_\phi &= -i \frac{\pi G}{\Omega} \hat{\sigma}. \end{aligned} \quad (96)$$

Получим из (96) дисперсионное уравнение (сохраняя члены с k^n , $n \leq 2$)

$$\gamma = -Dk^2 + Ak + B, \quad (97)$$

где

$$\begin{aligned} D &= \left[\frac{\partial v\sigma_0}{\partial \sigma_0} - \frac{\partial v}{\partial T_0} \left(\frac{\partial E^-\sigma_0}{\partial \sigma_0} - \frac{\partial E^+\sigma_0}{\partial \sigma_0} \right) \left(\frac{\partial E^-}{\partial T_0} - \frac{\partial E^+}{\partial T_0} \right)^{-1} \right] \frac{2\Omega (-r\Omega')}{\kappa^2}, \\ A &= \left(\frac{\partial N^-}{\partial T_0} - \frac{\partial N^+}{\partial T_0} \right) \left(\frac{\partial E^-}{\partial T_0} - \frac{\partial E^+}{\partial T_0} \right)^{-1} v \left(-\frac{r\Omega'}{\Omega} \right) \cdot 2\pi G, \\ B &= \frac{1}{\sigma_0} \left(\frac{\partial N^-}{\partial T_0} - \frac{\partial N^+}{\partial T_0} \right) \left(\frac{\partial E^-\sigma_0}{\partial \sigma_0} - \frac{\partial E^+\sigma_0}{\partial \sigma_0} \right) \left(\frac{\partial E^-}{\partial T_0} - \frac{\partial E^+}{\partial T_0} \right)^{-1} - \left(\frac{\partial N^-}{\partial \sigma_0} - \frac{\partial N^+}{\partial \sigma_0} \right). \end{aligned}$$

Если $D > 0$ (диск «диффузионно-устойчив»), то при $A > 0$ и $B > -A^2/4D$ развивается неустойчивость, связанная с внешними потоками вещества.

5.3.2. Исследование критерия неустойчивости. Для достаточно редких столкновений крупных частиц, с учетом раздела 5.2.3, получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial E^-\sigma_0}{\partial \sigma_0} - \frac{\partial E^+\sigma_0}{\partial \sigma_0} &\approx v, \\ \frac{\partial E^-}{\partial T_0} - \frac{\partial E^+}{\partial T_0} &\approx 2 \frac{E^+}{T_0} = \frac{2v(r\Omega')^2}{T_0} > 0. \end{aligned}$$

При этом $\partial v\sigma_0/\partial \sigma_0 \approx 2v$. Для D , A и B получим

$$\begin{aligned} D &= 6v, \\ A &= \left(\frac{\partial N^-}{\partial T_0} - \frac{\partial N^+}{\partial T_0} \right) \frac{T_0}{3\Omega^2} \cdot 2\pi G, \\ B &= - \left(\frac{\partial N^-}{\partial \sigma_0} - \frac{\partial N^+}{\partial \sigma_0} \right). \end{aligned} \quad (98)$$

Критерий развития аккреционной неустойчивости в диске, далеком от диффузионной неустойчивости, запишется в виде

$$\frac{\partial N^-}{\partial T_0} > \frac{\partial N^+}{\partial T_0}, \quad (99a)$$

$$\frac{\partial N^-}{\partial \sigma_0} < \frac{\partial N^+}{\partial \sigma_0}. \quad (99b)$$

В неравенстве (99б) не учитывается область $-A^2/4D < B < 0$, в которой неустойчивость также возможна. Анализ показывает, что условия (99) вполне реальны. Инкремент максимальен при $k_{\max} = A/2D$ или

$$k_{\max} \sim \frac{N^+}{3\Omega^2} \cdot \frac{2\pi G}{12v}.$$

Отсюда можно получить оценку образующихся масштабов расслоения:

$$\lambda_{\max} \sim \frac{\Omega v_G^2}{G\rho_p v} \sim \frac{\Omega v}{G\rho_p}. \quad (100)$$

Оценим плотность слоя «недиффузионных» частиц на протостадии (т. е. пылевых частиц, содержащихся в окружающем кольце газо-пылевом облаке, откуда происходит аккреция на кольца). Характерная плотность протодиска вокруг Юпитера или Сатурна $\sim 10^6 \text{ г/см}^2$ [53]; принимая, что доля взвешенной в диске пыли составляет $10^{-(2-3)}$, получим (при $h_p \approx 10^9 \text{ см}$) $\rho_p \sim 10^{-(5-6)} \text{ г/см}^3$. Из (100) получим

$$\begin{aligned} \lambda &\sim \frac{100}{\rho_p} \sim 10^3 \text{ км для } \rho_p \sim 10^{-6} \text{ г/см}^3, \\ &\sim 50 \text{ км для } \rho_p \sim 2 \cdot 10^{-5} \text{ г/см}^3. \end{aligned}$$

Характерное время роста таких колец—около 10^6 лет и $2,5 \cdot 10^3$ лет, соответственно.

5.4. Неустойчивость эллипс-моды. Рассмотрим неосесимметричные моды $m \neq 0$. Наиболее интересна (с точки зрения дисси-пативной неустойчивости) мода $m=1$. Из (73), полагая $\omega \ll \Omega, kh \ll 1$, получим для $m=1$ [77, 78]

$$\begin{aligned} \omega &:= \frac{1}{2\Omega} (Sk^2c^2 - 2\pi G\sigma_0 k - 2\Omega\omega_p) - \\ &- i \frac{\Delta E_T}{3\Omega^2} (S'k^2c^2 - 2\pi G\sigma_0 k - 2\Omega\omega_p), \quad (101) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} S &= \frac{5}{3} + \frac{14}{9} \frac{v\Delta E_T}{c^2} + \frac{2}{3} \frac{\alpha\mu}{c^2} - \frac{4}{3} \frac{\sigma_0}{\Omega c^2} (\Delta E_T \beta - \Delta E_\sigma \alpha), \\ S' &= 1 + [\Omega(2\alpha c^2 + 3\beta\sigma_0) - \sigma_0 \Delta E_\gamma - 5\Omega^2 v] (\Delta E_T c^2)^{-1}, \end{aligned}$$

а ω_p — скорость прецессии из-за несферичности гравитационного поля планеты:

$$\omega_p = \frac{\Omega^2 - \kappa^2}{2\Omega} \approx \Omega - \kappa = \frac{3}{2} J_2 \left(\frac{R_p}{r} \right)^2 \Omega. \quad (102)$$

Условие неустойчивости записывается в виде

$$S'k^2c^2 - 2\pi G\sigma_0 k - 2\Omega\omega_p > 0. \quad (103)$$

Наиболее неустойчивы длины волн $\lambda < c^2/C\sigma_0 \approx 1 \text{ км}$ (для $c \approx 0,1 \text{ см/с}$ и $\sigma_0 \approx 1 \text{ г/см}^2$) с инкрементом $\Gamma \sim vk^2$. Характерное время роста $\approx \Gamma^{-1} \leqslant 0,1$ года. Видимо, именно эта неустойчивость неосесимметричных возмущений ответственна за появление эксцентриситета у колец Урана и некоторых колец Сатурна. Моды с $m>1$ качественно отличаются от рассмотренной наличием реальной части частоты с $\omega \sim \Omega$.

Зная теперь характерные масштабы возмущений и величины инкрементов Γ для описанных выше дисси-пативных неустойчивостей, можно показать справедливость условий гидродинамического приближения: $\Gamma \ll \omega_c, l \sim v/\omega_c \ll \lambda$, где ω_c — частота столкновений частиц, v — характерная скорость частицы во врачающейся системе, l — длина свободного пробега частиц. Учитывая, что $\Gamma \sim vk^2$, а частота $\omega_c \sim \Omega$, получим из (87)

$$vk^2 \sim \frac{k^2 c^2}{\omega_c} \sim \frac{k^2 c^2}{\Omega} \ll \Omega, \quad \text{или} \quad (kh)^2 \ll 1.$$

Близкое условие ($kh \ll 1$) следует из неравенства $l \ll \lambda$, так как $v \sim c$. Таким образом, условие применимости гидродинамического приближения справедливо для длин волн, превосходящих толщину диска, т. е. $kh \ll 1$. Данное условие выполняется для всех вышеперечисленных неустойчивостей (только для диффузионной неустойчивости мы использовали для оценок условие $kh \sim 1$).

6. Резонансное происхождение колец Урана и предсказание серии неоткрытых спутников.

6.1. Первые гипотезы о природе колец Урана.

6.1.1. Удивительные свойства колец Урана. Открытие колец Урана 10 марта 1977 г. вызвало бурный интерес у исследователей, поскольку вопросы происхождения и устойчивости узких эллиптических колец оказались не столь простыми. Во-первых, узкое кольцо вследствие обмена угловым моментом между сталкивающимися частицами должно быстро расплываться (за считанные десятилетия), увеличивая свою ширину и уменьшая резкость краев. Во-вторых, несферичность поля Урана вызывает прецессию эллиптических орбит, скорость которой зависит от величины большой полуоси. Дифференциальная прецессия частиц на внешнем и внутреннем крае кольца за несколько сотен лет должна трансформировать эллиптическое узкое кольцо в круговое и более широкое. Тем не менее, кольца не расплываются, обладают четко очерченными границами и прецессируют как единое целое.

Перечислим основные проблемы происхождения и динамики колец Урана [79]:

1. Как образовались кольца Урана? Что собрало околопланетное вещество в узкие кольца, далеко отстоящие друг от друга?
2. Как возник эксцентриситет колец?
3. Почему кольца не разрушаются?

Эти проблемы вызвали множество различных гипотез.

6.1.2. Гипотезы о связи колец с известными пятью спутниками Урана. В статье, сообщающей об открытии колец Урана, высказана идея, что расстояния между кольцами объясняются резонансами с известными пятью крупными спутниками Урана [8]. В работе Дермотта и Голда [80] положения 5 колец, обнаруженных в 1977 г. и обозначенных $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon$, сопоставлялись с серией трехчастотных резонансов от Ариэля — Титании и Ариэля—Оберона (когда частота обращения кольца Ω удовлетворяет равенству: $q\Omega - (q + p)\Omega_2 + p\Omega_3 = 0$, где Ω_2 и Ω_3 — частоты обращения двух спутников, q, p — целые числа; данный резонанс наблюдается для трех спутников Юпитера: Ио, Европы, Ганимеда, где $q=1, p=2$). Предполагалось, что частицы «застревают» на резонансных орбитах при движении к планете, — такая модель захвата была рассмотрена Голдом в [81]. Позже Акснесс [82], Голдрайх и Никольсон [83] показали, что в зоне колец более значительны трехчастотные резонансы, связанные с Мирандой, а не Ариэлем; при этом даже самые сильные трехчастотные резонансы могут контролировать движение частиц в очень узкой зоне (в несколько десятков метров) — гораздо меньшей, чем ширина самых узких колец. Но сами критики не отказываются от идеи резонансной природы колец Урана: Акснесс [82] высказывает мысль, что только определенные сорта резонансов захватывают вещество. Он также упоминает замечание Коломбо о приблизительных резонансных соотношениях между самими кольцами. Голдрайх и Тремайн [21] высказывают гипотезу, что кольца Урана — это сильно нелинейные волны, резонансно возбуждаемые в оптически тонком диске. Стейгман [84] модифицирует гипотезу Дермотта — Голда, связывая расположение колец с трехчастотными резонансами от Миранды — Ариэля и Миранды с неоткрытым спут-

ником на орбите с радиусом 105 221 км. Но в 1978 г. обнаружены еще 4 кольца Урана (η , 4, 5, 6), и сопоставлять положение всех 9 колец с трехчастотными резонансами от внешних спутников стало трудно. В сумме с критическими замечаниями [82, 83] это серьезно подорвало позиции резонансных гипотез (в том числе и модели Дермотта — Голда).

6.1.3. Гипотезы о неизвестных спутниках в кольцах и спутниках-пастухах. В 1979 г. появились гипотезы, предполагающие наличие неоткрытых спутников внутри зоны колец. В работах [85, 86] предполагается, что в каждом кольце расположено по спутнику, при этом кольца — или постоянно возобновляемые газообразные «следы» невидимых спутников [85] или скопления частиц на сложных банановых орбитах вблизи спутника [86]. Голдрайх и Трейман [16] предположили, что каждое кольцо расположено между двумя спутниками — «пастухами», не дающим частицам кольца расплываться. Влияние «пастухов» могло также индуцировать эксцентриситет колец [87]. Устойчивость колец к дифференциальной прецессии хорошо объяснялась силами самогравитации [88]. В ноябре 1980 г. «Вояджер-1» открыл возле узкого, эллиптичного кольда F Сатурна два спутника — «пастуха» (Пандору и Прометея), после чего идея спутников — «пастухов» получила самое широкое распространение.

6.2. Гипотеза о резонансной природе колец Урана и о существовании за границей колец серий неоткрытых спутников.

6.2.1. Исходные посылки гипотезы. Образование спутников в кольцах запрещено из-за интенсивного столкновительного разрушения частиц [51, 52] (см. раздел 3.2). Существование колец и спутников «вперемешку» возможно лишь в достаточно узкой зоне между областями колец и спутников. Модели, предполагающие существование по всей зоне колец от 9 до 18 спутников, явно противоречат этой концепции образования колец.

В начале 80-х годов в кольцах Сатурна открыто несколько узких, иногда с заметным эксцентриситетом, колец, связанных не с пастухами, а с резонансами от внешних спутников (см. рис. 5 и 13). Это ставит под сомнение обязательность модели пастухов и для колец Урана.

Кольца и спутники образуются при конденсации единого протоспутникового диска. При этом вещество протодиска распределено непрерывно. С этой точки зрения огромное (≈ 80 тыс. км) пустое пространство между кольцами Урана и Мирандой вызывало недоумение. Вблизи внешней границы колец Сатурна и Юпитера в последние годы открыты серии небольших спутников. Естественно было предположить, что за внешней границей колец Урана также существуют неизвестные спутники. Может быть резонансное воздействие этих спутников и образовало удивительную систему узких эллиптических колец Урана?

6.2.2. Вычисление радиусов орбит гипотетических спутников. Как следует из вышеизложенного, внутри зоны колец спутников существовать не должно. Авторами настоящего обзора была выдвинута гипотеза, согласно которой положения колец Урана соответствуют линдбладовским резонансам низшего порядка ($1 : 2, 2 : 3, 3 : 4$) от серии неоткрытых спутников за внешней границей колец [17]. Зона локализации неоткрытых спутников, обладающих таким свойством, должна располагаться от 50 до 82,5 тыс. км, причем максимальное число таких спутников может быть около тридцати. Поскольку для образования девяти колец спутников требуется существенно меньше, было бы невозможно указать на какие-либо конкретные орбиты, если бы не одно замечательное свойство колец. Мы обнаружили, что в указанной зоне предполагаемых новых спутников Урана (от 50 до 82,5 тыс. км) существует несколько

орбит, каждая из которых резонансна сразу с парой колец, т. е. резонансы от каждого спутника на любой из таких орбит определяли расположение сразу двух (и больше) колец. Таких орбит оказалось пять. Одну из этих орбит авторы сочли излишней при подготовке работы [17] — данные об этой орбите были опубликованы позже [89], так как спутник на такой орбите отчасти дублировал действие другого спутника. Кроме

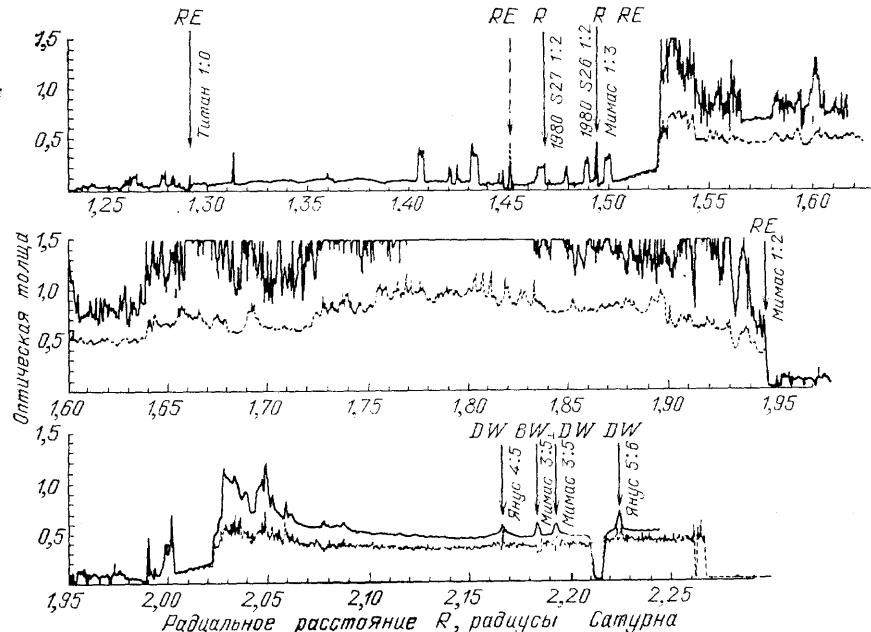


Рис. 13. Корреляция между узкими колечками и резонансами в системе Сатурна. R — узкое кольцо, RE — узкое кольцо с эксцентриситетом, DW — спиральная волна плотности, BW — изгибная спиральная волна. Профиль оптической толщины взят из [20] этого, для объяснения особенностей внешнего, самого широкого и эксцентрического кольца, около внешнего края этого кольца был введен спутник-«пастух», который при этом определял положение кольца 4 резонансом 3:4. Итоговая картина гипотетических спутников и их резонансов изображена на рис. 14. Из данного рисунка видно, что «опубликованный» в [89] спутник z_0 , дублирует действие спутника z (это происходит из-за того, что орбиты z и z_0 резонансы друг к другу в отношении 9:10). На рис. 15 изображен алгоритм выделения узких зон с двумя резонансами, исходя из структуры кольцевой системы Урана. В работе [90] диаметры неизвестных спутников Урана были оценены в 100 км, при этом обсуждалась возможность обнаружения этих спутников наземными телескопами с учетом предсказанных радиусов орбит и периодов обращения. Известные предположительно периоды обращения неизвестных спутников, и расположение плоскости спутниковой системы Урана почти перпендикулярно линии Земля — Уран позволяли отслеживать спутники способом наложения снимков, отснятых с частотой обращения спутников, — это значительно повышало отношение сигнал/шум. Оценка звездных величин неизвестных спутников позволяла надеяться на возможность их открытия с помощью современных приемников излучения [90].

6.3. Открытие новых спутников Урана. Корреляция между кольцами и резонансами от спутников.

6.3.1. Пролет «Вояджера-2» вблизи Урана в январе 1986 г. Американский аппарат «Вояджер-2» открыл 10 новых спутников и тем самым

подвел первые итоги дискуссии о природе колец. Только одно внешнее и «аномально» широкое кольцо – ϵ оказалось окружено пастухами, при этом «Вояджер» полностью подтвердил гипотезу о резонансной природе колец Урана [89, 91]. Общее расположение предсказанной и открытой системы спутников изображено на рис. 16. Сравнение орбитальных радиусов открытых и предсказанных спутников дано в табл. VI.

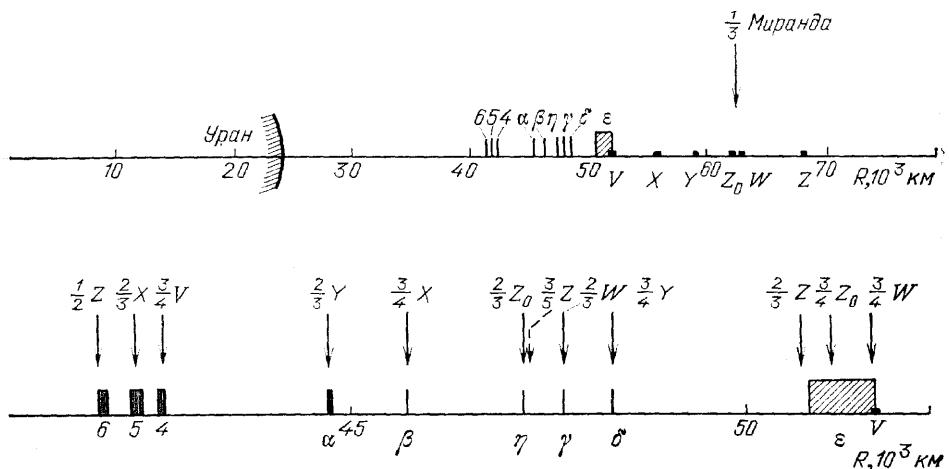


Рис. 14. Гипотетическая система спутников Урана [17]

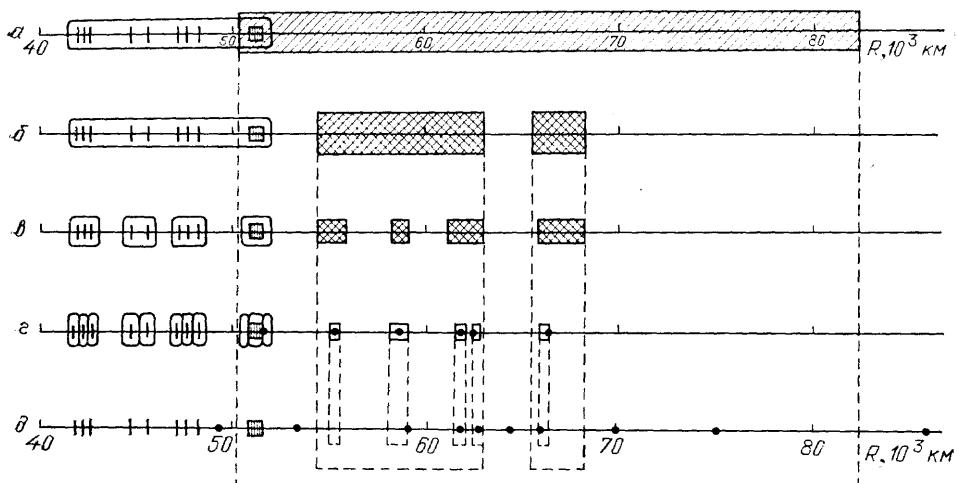


Рис. 15. Алгоритм выделения зон расположения неизвестных спутников Урана по положению колец. a —Зона расположения спутников, дающих хотя бы один сильный (типа 1:2, 2:3, 3:4) резонанс в зону колец. b — Зона спутников, дающих два резонанса на зону колец. c —Зоны спутников, дающих резонансы на две группы колец. d —Зоны расположения отдельных спутников (точками отмечены выбранные радиусы орбит). e —Расположение спутников, открытых «Вояджером-2»

Сравнение пунктов гипотезы и данных наблюдений «Вояджера» проводится в табл. VII. Отметим, что все спутники, дающие по два резонанса на зону колец были предсказаны правильно. При этом внутренний «пастух» кольца ϵ выполняет все предсказанные функции и одновременно определяет положение кольца 4 – только резонансом не 3:4, а 4:5.

Совпадение орбит предсказанных и открытых спутников является главным доказательством резонансного происхождения колец Урана. Тем не менее необходим более детальный анализ взаимного расположе-

ния колец и резонансов, так как положения колец смешены относительно резонансных орбит. Как будет показано ниже, последний факт имеет глубокое физическое обоснование. Анализ проведем, следуя [23].

6.3.2. Распределение расстояний между кольцами и резонансами.

Девять главных (наиболее заметных, обнаруженных в 1977 г.) колец Урана располагаются в зоне 40—53 тыс. км от центра планеты (см.

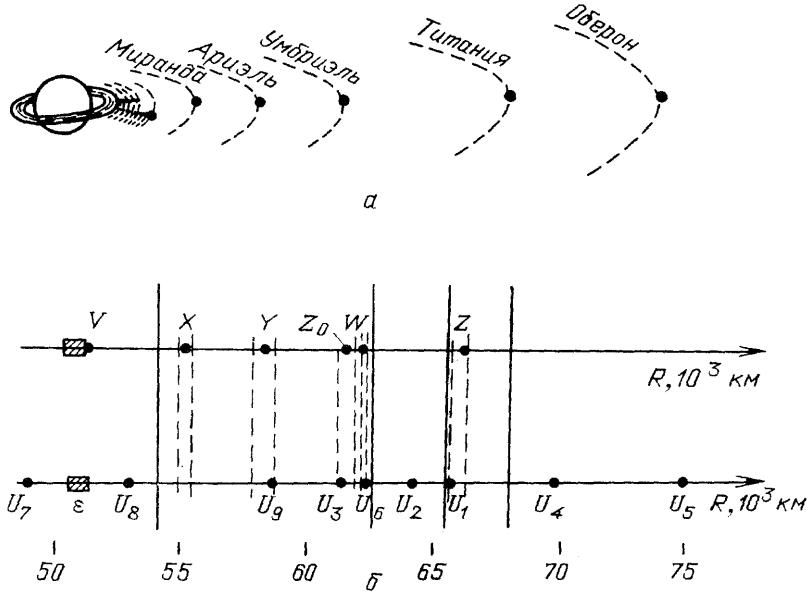


Рис. 16. а—Общее расположение ранее известных, открытых и предсказанных спутников в системе Урана. б—Предполагаемые (вверху) и открытые «Вояджером-2» (внизу) спутники. Вертикальные сплошные линии ограничивают зону спутников с двумя резонансами в области колец. Штриховые линии — зоны отдельных спутников (см. рис. 15)

табл. III). «Вояджер» обнаружил еще ряд менее заметных узких кольцевых структур. Общее число колец в зоне 36—53 тыс. км достигло 15. Сопоставим кольца Урана с резонансами низкого порядка 1:2, 2:3, 3:4, 4:5, 1:3, 3:5), количество которых в зоне 40—53 тыс. км — 25, а в зоне 36—53 тыс. км — 31. Радиусы резонансных орбит R_{rs} находим, пренебрегая малым влиянием несферических гармоник гравитационного поля Урана на соотношение резонанса: $n\Omega = m\Omega_s$, где Ω — частота обращения на резонансной орбите, Ω_s — частота обращения спутника. Отсюда радиус резонансной орбиты R_{rs} связывается с радиусом орбиты спутника R_s : $R_{rs} = (n/m)^{2/3} R_s$.

Вычислим расстояния Δ_r от каждой резонансной орбиты до всех ближайших (не далее тысячи километров) колец. Рассмотрим распределение Δ_r по величине, разбив 1000 км на несколько интервалов. Пусть \bar{N} число расстояний Δ_r в отдельном интервале, деленное на число колец. Если в каком-то интервале $\bar{N} \sim 1$, то это означает, что в среднем на каждое кольцо приходится одно расстояние из этого интервала. На рис. 17 а, б построены гистограммы распределения по интервалам 125 и 100 км для случая 13 колец в зоне 40—53 тыс. км. Отчетливо видны две особенности распределения \bar{N} — провал в первом интервале и пик во втором, т. е. кольцо вблизи резонансов почти нет, зато практически каждое кольцо расположено от сильного резонанса на расстоянии 100—250 км. Проверим статистическую значимость этих особенностей распределения. Для этого на реальный набор резонансных орбит в зоне 40—53 тыс. км «бросаем» (с помощью датчика случайных чисел, дающего равномерное распределение) фиктивную случайную систему из

Таблица VI. Сравнение орбит предсказанных и открытых спутников Урана

Радиус орбиты спутников, км		Точность совпадения $R_h - R_s$, км	Число резонансов типа 1:2, 2:3, 3:4 в зоне колец 41 500–52 000 км	Диаметр спутников, км
Предсказанных R_h	Открытых R			
66 450	86 000		0	155
	75 260		1 (1:2)	60
	69 940		1 (1:2)	60
	66 090	+360	2 (1:2), 2:3)	110
	64 350		1 (2:3)	80
	62 470	-210	2 (2:3, 3:4)	60
	61 860	+80	2 (2:3, 3:4)	60
	58 600	-570	2 (2:3, 3:4)	50
	55 380	(+1580)	1 (3:4)	30
	51 580	(+1810)	0	25

Таблица VII. Сравнение гипотезы Горькового—Фридмана и наблюдений «Вояд-жера-2»

Гипотеза	Наблюдения
<p>1. За внешней границей колец Урана существует серия маленьких спутников</p> <p>2. Спутники не образуются внутри зоны колец</p> <p>3. Положения колец определяются резонансами типа 1:2, 2:3, 3:4 от неоткрытых спутников (расположенных в зоне 50–82,5 тыс. км)</p> <p>4. Каждый из пяти предсказанных спутников определяет положение двух колец сразу</p> <p>5. Особенности внешнего кольца ε объясняются наличием спутника-«пастуха»</p> <p>6. Диаметры спутников ~ 100 км</p>	<p>1. Девять из десяти новых спутников Урана расположены за внешней границей колец</p> <p>2. В промежуточной зоне (вблизи внешнего края колец), расположен только один, самый маленький спутник</p> <p>3. Восемь из десяти новых спутников расположены в этой зоне и имеют резонансы данного типа в области колец. Коэффициент корреляции между положением колец и резонансов очень высок: $\approx 0,84$ [23] (см. ниже раздел 6.3.3)</p> <p>4. Четыре из десяти спутников определяют положение двух (или больше) колец одновременно; их орбиты хорошо совпадают с орбитами предсказанных спутников</p> <p>5. Кольцо ε — единственное, возле которого открыты спутники-«пастухи»</p> <p>6. Средний диаметр спутников ≈ 70 км</p>

Таблица VIII. Статистическая значимость особенностей распределения расстояний кольцо—резонанс

Варианты		Провал в первом интервале		Пик во втором интервале	
		Величина интервала δ , км			
Количество колец	Размер области, км	$\delta=100$	$\delta=125$	$\delta=100$	$\delta=125$
9	40–53	1,43 σ , 84,7%	1,26 σ , 79,2%	1,99 σ , 95,3%	3,05 σ , 99,8%
13	40–53	1,95 σ , 94,9%	1,94 σ , 94,8%	2,31 σ , 97,9%	3,45 σ , 99,95%
15	36–53	1,65 σ , 90,1%	1,70 σ , 91,1%	2,53 σ , 98,9%	3,52 σ , 99,95%

13 колец. Всего таких систем генерируется 5000. При этом вычисляем для каждого интервала среднюю величину \bar{N} и величину ошибки σ . Случайное распределение \bar{N} показано на рис. 17, a , b штриховой линией. На рис. 17, a , b видно, что пики и провалы на реальном распределении существенно выходят за указанные пределы ошибки. В табл. VIII для разных случаев указано, насколько провал и пик превышают ошибку σ , а также соответствующая вероятность того, что данная особенность не случайна. Отметим, что пик в интервале 125—250 км не случаен по самым строгим вероятностным критериям. Почему же кольца

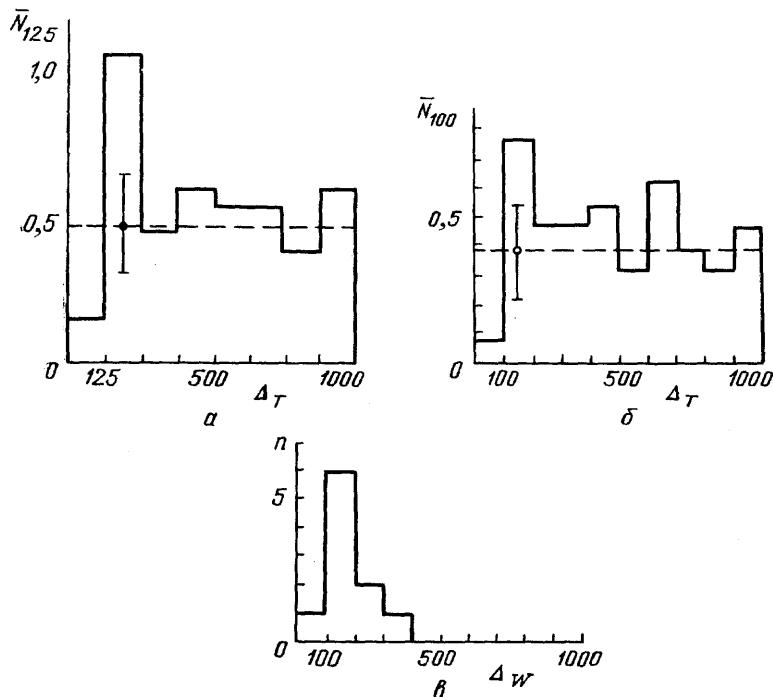


Рис. 17. Распределение радиальных расстояний между кольцами и резонансами в системе Урана. \bar{N} — число расстояний кольцо—резонанс от Δ_r до $\Delta_r + \delta$ деленное на число колец в системе. $a - \delta = 125$ км. $b - \delta = 100$ км. Баром показана среднеквадратичная ошибка распределения \bar{N} для случайно расположенных колец, a — Распределение спиральных волн, вызванных резонансами низших порядков, в кольцах Сатурна по длине распространения Δ_w . n — число спиральных волн

предпочитают располагаться на определенном расстоянии от резонансов? В работе [89] (см. также раздел 6.4) рассмотрена модель образования колец Урана, по которой кольца формировались на границах спиральных волн, вызываемых резонансным возмущением спутников в сплошном протокольце Урана. Расстояние между формирующимся кольцом и резонансом равно длине распространения волны. На рис. 17, c приведено распределение по протяженности спиральных волн в кольцах Сатурна (рассмотрены волны от резонансов порядка $m+n \leq 15$ и $m-n \leq 2$). Видно, что сильные резонансы вызывают волны с длиной распространения $\Delta_w \sim 100$ —200 км. Этот факт хорошо объясняет особенности распределения расстояний кольцо—резонанс в системе Урана: пик распределения соответствует характерным длинам распространения спиральных волн, а провал вызван отсутствием малопротяженных спиральных волн от сильных резонансов и невозможностью образования колец внутри возмущенной зоны спиральной волны. Эти характерные особенности распределений \bar{N} являются строгим наблюдательным доказа-

зательством резонансного происхождения колец Урана и одновременно делают (из-за смещения колец от резонансов) соответствие положений колец и резонансов менее очевидным.

6.3.3. Корреляция между расположением колец и резонансов. Проанализируем расположение колец и резонансов другим, независимым способом. Общее расположение узких колец Урана и резонансов от открытых спутников изображено на рис. 18, б.

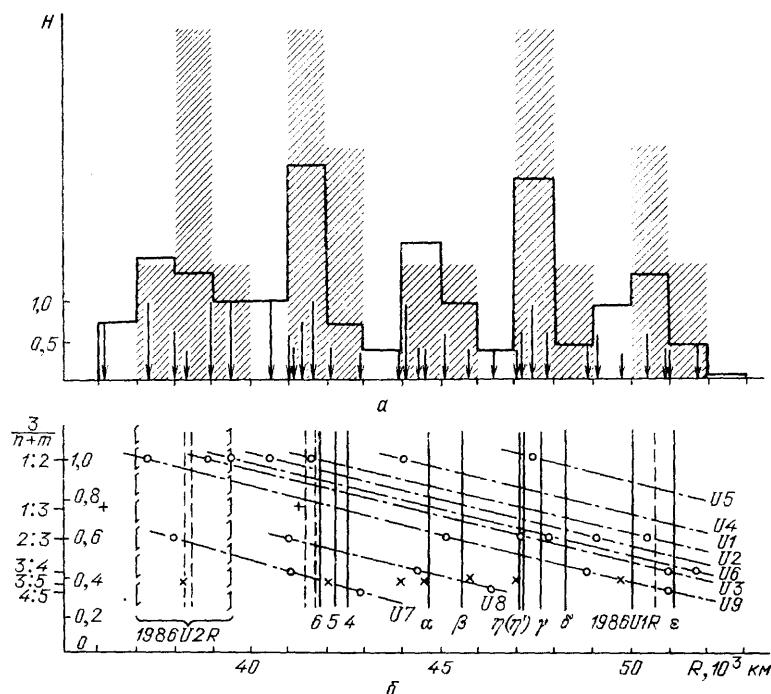


Рис. 18. Корреляция положений колец и резонансов в системе Урана. Точки, крестики и стрелки показывают положения резонансов низкого порядка. а — Заштрихованная область—гистограмма, характеризующая расположение колец, сплошная линия—гистограмма резонансов. б — Сплошные линии — главные кольца (открытые с Земли, за исключением 1986 U 1 R), штриховые—кольца, открытые «Вояджером-2». 1986 U 2 R—диффузное пылевое кольцо, содержащее еще две плотные детали кольцевой системы. Цифры справа на оси ординат — значимость данного резонанса. Линдбладовские резонансы от каждого спутника соединены штрихпунктирной линией (в наименованиях спутников опущен год открытия—1966). Нелиндбладовские резонансы отмечены прямыми крестиками — типа 1 : 3, косыми крестиками — типа 3 : 5

Если разбить всю зону колец (36—53 тыс. км) на тысячекилометровые интервалы, то можно заметить, что среднее число резонансов в интервале, содержащем кольцо, более чем в два раза превышает среднее число резонансов в пустом интервале (в зоне главных колец 40—53 тыс. км — в 2,5 раза). На рис. 18, а стрелками различной высоты $H_r = 3/(m+n)$ изображена общая картина резонансов в зоне колец и построена гистограмма (сплошная линия), суммирующая высоты резонансных стрелок в каждом интервале и характеризующая пространственное распределение резонансных орбит. Заштрихованные области образуют гистограмму распределения колец, каждая деталь кольцевой системы дает одинаковый вклад в гистограмму. По стандартной методике [92] вычисляем коэффициент корреляции между высотами двух гистограмм: $Q = 0,727 \pm 0,114$ в зоне 36—53 тыс. км; $Q = 0,782 \pm 0,108$ в зоне 40—53 тыс. км. Учет в гистограмме резонансных орбит высших порядков типа 5:6, ..., 10:11 и 5:7, ..., 9:11 ($m+n \leq 21$, $m-n \leq 2$)

практически не меняет результат: $Q_{36-53} = 0,704 \pm 0,122$ и $Q_{40-53} = 0,780 \pm 0,109$. Отметим, что при рассмотрении резонансов только низшего порядка отпадает необходимость введения различных весов резонансов $3/(m+n)$. Коэффициент корреляции между числом колец и числом резонансов низшего порядка в каждом интервале достигает при этом внутреннего значения $0,838 \pm 0,083$. Это еще одно доказательство резонансного происхождения колец Урана. Рассмотрим, какие спутники оказали решающее влияние на формирование системы колец и резонансы каких типов вносят определяющий вклад в образование системы колец. Определим для каждого спутника или типа резонанса удельный вклад в коэффициент корреляции: $\Delta Q_x = Q - Q_x$, где Q_x — коэффициент корреляции при исключении из общей картины данных резонансов (одного из типов или одного из спутников). На рис. 19, а изображена величина ΔQ_x для каждого спутника, порядок расположения спутников соответствует реальному (планета слева). Сравним эти данные, выявляющие значимые для формирования колец спутники, с предсказанный системой спутников (см. табл. VI). Два самых дальних спутника — 1986U5 и 1985U1 — имеют только по одному резонансу в зоне колец, поэтому их орбиты не могли быть вычислены по расположению колец достаточно уверенно. Из остальных восьми спутников положительный вклад в коэффициент корреляции (для зоны 40—53 тыс. км) вносят только пять предсказанных спутников. Спутник точно соответствует предсказанному спутнику по его функции: 1) является для кольца ε спутником-«пастухом» (только не с внешней, а с внутренней стороны) и 2) обладает сильным резонансом вблизи кольца 4 (только не 3:4, а 4:5). Если рассмотреть резонанс с кольцом 4, не 3:4, а 4:5, то можно «предсказать» радиус орбиты внутреннего пастуха в 49 410 км, что отличается от реального всего на 360 км. С учетом этого замечания находим, что среднее отклонение реальных орбит от орбит, вычисляемых по расположению колец, — 316 км. Очевидно, что это отклонение связано главным образом с физически обусловленным смещением колец от резонансов примерно на две сотни километров. Из рис. 19, а видно, что два спутника 1986U2 и 1986U4 явно не участвовали в формировании колец (видимо, из-за более позднего образования данных спутников). Исключение из общей картины резонансов этих двух спутников резко повышает коэффициент корреляции:

$$Q_{36-53} = 0,837 \pm 0,073$$

$$Q_{40-53} = 0,921 \pm 0,042 \text{ (для } m+n \leq 9, m-n \leq 2 \text{)},$$

$$Q_{36-53} = 0,820 \pm 0,080,$$

$$Q_{40-53} = 0,899 \pm 0,053 \text{ (для } m+n \leq 21, m-n \leq 2 \text{)}.$$

На рис. 19, б показан вклад резонансов различного типа в коэффициент корреляции (сплошная линия). Видна отчетливая закономерность — положительный основной вклад в Q вносят резонансы типа 1:2, 2:3, 3:4, 4:5 и 1:3, 3:5 ($m+n \leq 9, m-n \leq 2$). Резонансы высшего порядка имеют ΔQ_x близкий к нулю или отрицательный (т. е. расположены случайно). Эта закономерность сохраняется, даже если резонансы всех типов вносят одинаковый вклад в гистограмму ($H_r = \text{const}(n, m)$). На рис. 19, в изображен ΔQ_x для случая, когда два спутника 1986U2 и 1986U4 отсутствуют ($Q = 0,899$). Тенденция к понижению ΔQ_x с ростом порядка резонансов видна не менее отчетливо. Данная закономерность является еще одним доказательством резонансного происхождения колец Урана.

Таким образом, резонансная природа колец Урана — достоверный факт, установленный из наблюдательных данных двумя независимыми способами.

6.4. Образование и стабильность колец Урана. На протостадии вокруг Урана существовали не отдельные узкие кольца, а достаточно однородный диск макрочастиц. Поверхностную плотность его можно оценить, считая, что она близка к средней плотности в соседней зоне мелких спутников: 10–20 г/см². Внешние спутники вызывают в сплошном кольце целый ряд резонансных эффектов.

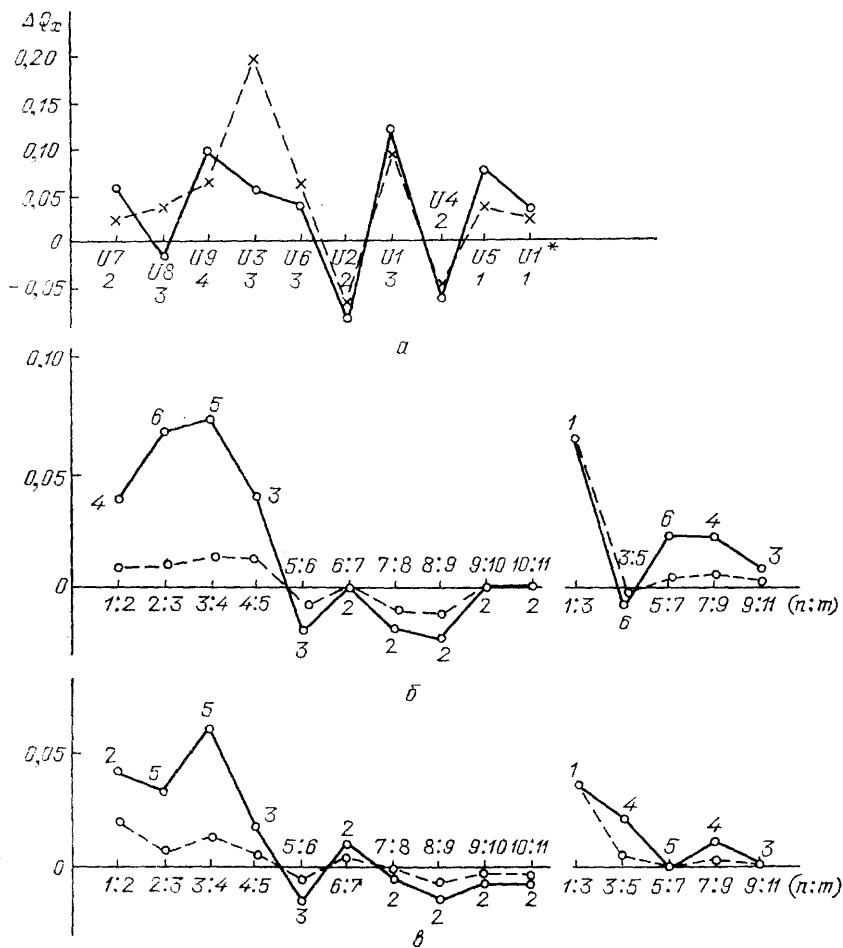


Рис. 19. Величина удельного вклада в коэффициент корреляции между положениями колец, и спутников. *a*—Резонансы отдельных спутников; сплошная линия—зона 40—53 тыс. км, штриховая—36—53 тыс. км; цифры под наименованием спутников—числа сильных резонансов ($m + n \leq 9$, $m - n \leq 2$) от данного спутника в зоне 40—53 тыс. км. Спутники расположены по оси абсцисс в соответствии с их удалением от Урана. Опущен год открытия—1986, $U1^*$ —это спутник 1985 $U1$, открытый 31 декабря 1985 г. *б*, *в*—Резонансы отдельных типов от 10 спутников (*б*) и 8 спутников (*в*) — без 1986 $U2$, 1986 $U4$. Штриховая линия—условный вклад одного резонанса каждого типа. Цифры возле ломаной—числа резонансов данного типа в зоне 40—53 тыс. км. Резонансы располагаются слева— $n/(n+1)$, справа— $n/(n+2)$

6.4.1. Резонансное взаимодействие спутника с частицами кольца. Запишем простую систему уравнений

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla \right) \mathbf{v} = -\nabla(\psi_p + \psi_s),$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \operatorname{div}(\sigma \mathbf{v}) = 0,$$
(103')

где ψ_p, ψ_s — гравитационные потенциалы планеты и спутника:

$$\begin{aligned}\psi_p &= -\frac{GM_p}{r}, \quad \psi_s(r, \varphi, t) = -\frac{GM_s}{|r-r_s|} = \\ &= -GM_s[r^2 + r_s^2 - 2rr_s \cos(\varphi - \Omega_st)]^{-1/2}.\end{aligned}$$

Рассмотрим возмущения: $v = v_0 + v_1 + \dots$, $\sigma = \sigma_0 + \sigma_1 + \dots$, $|v_1| \ll |v_0|$, $|\sigma_1| \ll |\sigma_0|$. Линеаризуем систему (103'). Опуская индекс 1, получим

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial}{\partial t} + \Omega_0 \frac{\partial}{\partial \varphi}\right)v_r - 2\Omega_0 v_\varphi &= -\frac{\partial \psi_s}{\partial r}, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \Omega_0 \frac{\partial}{\partial \varphi}\right)v_\varphi + \frac{\Omega_0}{2}v_r &= -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi_s}{\partial \varphi}, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \Omega_0 \frac{\partial}{\partial \varphi}\right)\sigma &= -\frac{\sigma_0}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r}(rv_r) + \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} \right].\end{aligned}\tag{104}$$

Разложим потенциал спутника в ряд Фурье:

$$\psi_s(r, \varphi, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \psi_{sm}(r) \exp[i m (\varphi - \Omega_s t)].$$

В силу линейности системы (104) выберем одну из гармоник: $\sim \psi_{sm} \exp[i m (\varphi - \Omega_s t)]$. В таком же виде следует искать возмущенные функции v_r, v_φ, σ . В результате получим [93]

$$\begin{aligned}v_{rm}(r) &= -\frac{im}{rD} \left[(\Omega_0 - \Omega_s) r \frac{d}{dr} + 2\Omega_0 \right] \psi_{sm}(r), \\ v_{\varphi m}(r) &= \frac{1}{2rD} \left[\Omega_0 r \frac{d}{dr} + 2m^2 (\Omega_0 - \Omega_s) \right] \psi_{sm}(r), \\ \sigma_m(r) &= -\frac{\sigma_0}{imr(\Omega_0 - \Omega_s)} \left[\frac{\partial}{\partial r}(rv_{rm}) + imv_{\varphi m} \right].\end{aligned}\tag{105}$$

Обращение в нуль знаменателей этих выражений: $\Omega_0(r) - \Omega_s = 0$, $D(r) = \Omega_0^2(r) - m^2 [\Omega_0(r) - \Omega_s]^2$, определяет три типа резонанса диска со спутником:

- 1) $\Omega_0(r_{cor}) = \Omega_s$ — коротационный резонанс,
- 2) $\Omega_0(r_{in}) = \frac{m}{m-1} \Omega_s$ — внутренний линдбладовский резонанс,
- 3) $\Omega_0(r_{out}) = \frac{m}{m+1} \Omega_s$ — внешний линдбладовский резонанс.

Пусть L — момент вращения, передаваемый от спутника всему диску:

$$L = L^{(0)} + L^{(1)} + \dots$$

$$L^{(0)} = - \int_{r_1}^{r_2} \sigma_0(r) r dr \int_0^{2\pi} \frac{\partial \psi_s}{\partial \varphi'} d\varphi' = - \int_{r_1}^{r_2} \sigma_0(r) r dr (\psi_s(2\pi) - \psi_s(0)).$$

Запишем возмущенный момент вращения, передаваемый всему диску:

$$L^{(1)} = - \int_{r_1}^{r_2} r dr \int_0^{2\pi} \sigma_1(r, \varphi') \frac{\partial \psi_s(r, \varphi')}{\partial \varphi'} d\varphi'.$$

Для фурье-гармоники $L_m^{(1)}$ получаем в окрестности резонанса ($r=r_m$)

$$L_m^{(1)} = \frac{2\pi m \sigma_0 A^2}{r_m D_*(r_m)} \operatorname{Im} \int_{-\epsilon}^{\epsilon} \frac{dx}{x},$$

где

$$A(r_m) \equiv -\frac{GM_s}{2r_s} \left(2mb + \beta \frac{db}{db} \right)_{\beta=\frac{r_m}{r_s}}, \quad x = \frac{r-r_m}{r_m},$$

$$b \equiv \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{\cos m\varphi' d\varphi'}{(1+\beta^2 - 2\beta \cos \varphi')^{1/2}}, \quad D_* \equiv \left. \frac{\partial D}{\partial r} \right|_{r=r_m}.$$

Переопределим x следующим образом:

$$x = \lim_{\alpha \rightarrow 0} (x + i\alpha).$$

Тогда (рис. 20)

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \operatorname{Im} \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \frac{dx}{x+i\alpha} = -\lim_{\alpha \rightarrow 0} \alpha \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \frac{dx}{x^2+\alpha^2} = -\pi \operatorname{sgn} \alpha.$$

Окончательно

$$L_m^{(1)} = -\frac{4\pi^2 \sigma_0 A^2(r_m)}{3\Omega_0(r_m) \Omega_s} \operatorname{sgn} \alpha. \quad (106)$$

В [93] показано, что $\alpha > 0$. При этом в обе стороны от внутреннего диндбладовского резонанса расходятся затухающие с расстоянием (из-за вязкости) спиральные волны. Спиральная волна плотности, идущая

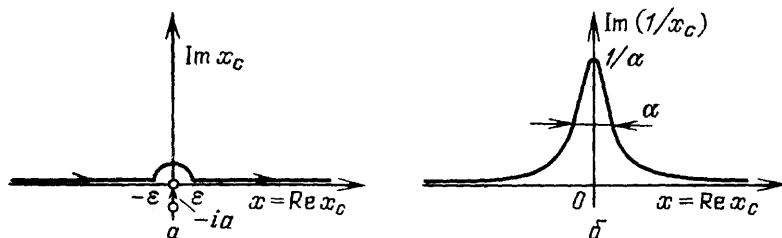


Рис. 20. а — Контур интегрирования. б — Зависимость $1/\alpha$ от x в области резонанса

наружу от планеты, как правило, более мощная [93]. Угловой момент, передаваемый от спутника диску, играет важную роль в динамике частиц колец.

6.4.2. Спиральные волны и образование колец. По традиционным представлениям небесной механики, зона резонансного влияния внешнего спутника очень узка: естественная ширина резонанса [21]:

$$\Delta_L \sim R_L \left(\frac{M_s}{M_p} \right) \sim 30 \text{ км для спутника Сатурна Мимаса,}$$

$$\sim 4 \text{ км для спутника Урана с } a_s = 50 \text{ км;} \quad (107)$$

здесь R_L — резонансный радиус, a_s — радиус спутника, M_s/M_p — отношение масс спутника и планеты. Однако представления о локальности резонансного воздействия спутника не верны для среды макрочастиц с коллективными свойствами (давление, самогравитация и т. д.). В таких средах резонансное возмущение распространяется от точки резонанса на многие сотни километров. Например, щель Кассини, образовавшаяся на месте резонансной спиральной волны от Мимаса, простирается на 4,5 тыс. км, что на два порядка превышает ширину резонанса (107).

Сpirальная волна, унося угловой момент частиц диска, вызывает дрейф частиц к планете и образование щели при массе спутника больше критической [94]:

$$\frac{M_s}{M_p} \gtrsim \frac{1}{n} \frac{c}{\Omega_s R_s} \left(\frac{\tau}{\tau^2 + 1} \right)^{1/2}; \quad (108)$$

здесь c — хаотические скорости частиц диска, τ — оптическая толщина диска, n — характеристика резонанса ($n/(n+1)$). Масса Мимаса достаточна для образования щели. Новые спутники Урана, с радиусом до 80 км, образовывали в протокольце спиральные волны, не вызывающие делений,—они закрывались из-за диффузии частиц быстрее, чем освобождались при резонансном выметании. Характеристики спиральной волны зависят не только от спутника, но и от параметров диска. Проиллюстрируем эту зависимость с помощью простейшей системы уравнений, следя за работе [93] (особенно упрощенным является учет вязкости: $\alpha = \beta = 0$):

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + v \nabla \right) v &= -\nabla (\psi_p + \psi_s + \psi_d) - \frac{1}{\sigma} \nabla p + v \Delta v + \frac{v}{3} \nabla (\nabla v), \\ \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \operatorname{div}(\sigma v) &= 0, \quad \frac{dp}{d\sigma} = c^2, \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) \Phi_d &= 4\pi G \delta(z) \sigma, \\ \Phi_d &= e^{-k|z|} \psi_d. \end{aligned} \quad (109)$$

Аналогично разделу 6.4.1, линеаризуя систему уравнений, сведем ее к одному уравнению для фурье-гармоники v_{rm} , которое вблизи внутреннего линдбладовского резонанса имеет вид

$$-\alpha_w^3 \frac{d^2 v_{rm}}{dx^2} + \alpha_G^2 \frac{dv_{rm}}{dx} - ix v_{rm} = c_m, \quad (110)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_w^3 &\equiv i\alpha_p^3 + \alpha_v^3, \quad c_m \equiv -\frac{\Omega(r_m) A}{r_m^2 D_*}, \\ \alpha_p^3 &\equiv -\frac{c^2}{3mr_m^2 \Omega_0(r_m) \Omega_s}, \\ \alpha_v^3 &\equiv \frac{7}{9} \frac{v}{mr_m^2 \Omega_s}, \quad \alpha_G^2 \equiv \frac{2\pi\sigma_0 G}{3mr_m \Omega_s \Omega_0(r_m)}. \end{aligned} \quad (111)$$

Рассмотрим некоторые точные решения уравнения (110).

а) Пусть $|\alpha_w|, |\alpha_v| \ll |\alpha_p|$, поэтому

$$v_{rm}(x) = c_m \int_0^\infty \exp \left[i \left(kx - \frac{\alpha_p^3 k^3}{3} \right) \right] dk. \quad (112)$$

В силу определения α_p^3 (111) находим, что $k < 0$, т. е. акустическая волна распространяется от резонанса к планете. v_{rm} может быть представ-

лена в виде комбинаций функций типа Эйри (рис. 21, а):

$$v_{rm} = \frac{i\pi c_m}{|\alpha_p|} \left(\text{Ai} \left(\frac{x}{|\alpha_p|} \right) + i \text{Gi} \left(\frac{x}{|\alpha_p|} \right) \right); \quad (113)$$

б) пусть $|\alpha_G|, |\alpha_p| \ll |\alpha_v|$; тогда (рис. 21, б)

$$v_{rm}(x) = c_m \int_0^\infty \exp \left(ikx - \frac{\alpha_v^3 k^3}{3} \right) dk = \frac{\pi G}{\alpha_v} \text{Hi} \left(\frac{ix}{\alpha_v} \right); \quad (114)$$

в) если $|\alpha_p|, |\alpha_v| \ll |\alpha_G|$, то получим (рис. 21, в)

$$\begin{aligned} v_{rm}(x) &= c_m \int_0^\infty \exp \left[i \left(kx - \frac{\alpha_G^2 k^2}{2} \right) \right] dk = \\ &= c_m \frac{\sqrt{\pi}}{|\alpha_G|} \left[g \left(-\frac{x}{\sqrt{\pi} |\alpha_G|} \right) + if \left(-\frac{x}{\sqrt{\pi} |\alpha_G|} \right) \right], \end{aligned} \quad (115)$$

где g, f — интегралы Френеля. Таким образом, в обе стороны от резонанса могут распространяться спиральные волны. Гравитационное поле

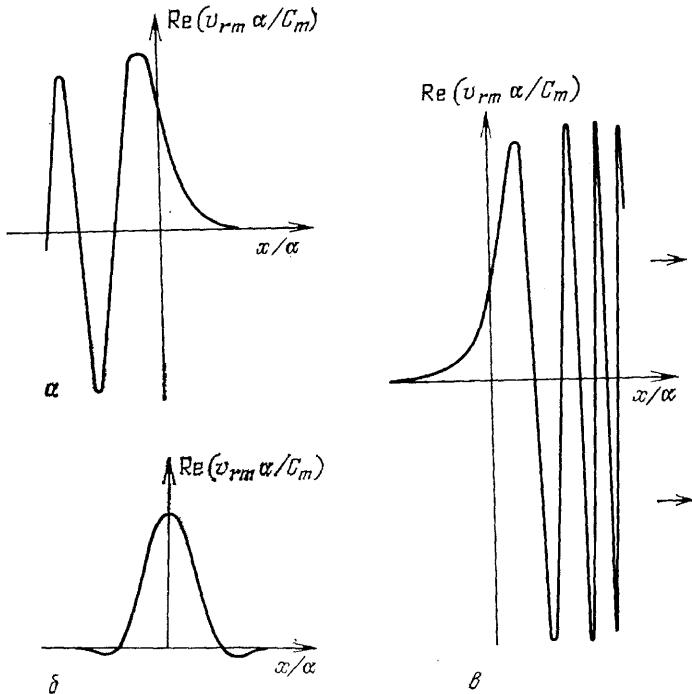


Рис. 21. Графики точных решений уравнений для спиральных волн в предельных случаях, когда доминируют: скорость звука (а), вязкость (б) и самогравитация диска (в)

волны вызывает периодическое движение частиц (рис. 22) и может захватывать и переносить пылевое вещество, «выгружая» его за зоной спиральной волны. Но это не единственный механизм роста колец.

6.4.3. О роли аккреционного пылевого потока. Возле Урана существует такой фактор переноса вещества, как сильный поток пыли к планете. Только аэродинамическое трение приводит к выметанию микронных частиц за 100—1000 лет [33]. Как взаимодействовал этот мощный планетоцентрический поток пыли со спиральными волнами в протокольце Урана? Если спиральная волна плотности, идущая наружу от пла-

неты, тормозит радиальный планетоцентрический поток пыли, то в месте встречи волны и потока образуется уплотнение — кольцо (рис. 23). Такое уплотнение аккреционно неустойчиво (если диффузия частиц из него подавлена; см. раздел 6.4.5) и растет, задерживая набегающую пыль. Изгибы спиральные волны, высота которых над плоскостью

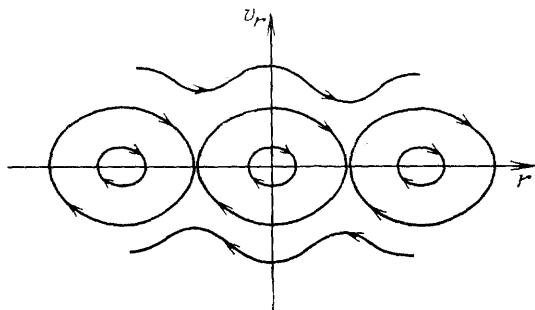


Рис. 22. Фазовые траектории частиц, движущихся в поле волны

колец достигает нескольких сотен метров и акустические волны распространяются к планете и могут, наоборот, ускорять движение пыли, что также приведет к образованию кольца на краю зоны распространения волны.

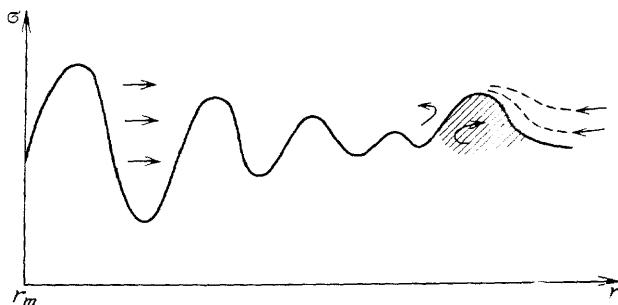


Рис. 23. Образование уплотнения на краю спиральной волны

Оценим время роста колец в планетоцентрическом потоке пыли. Пусть протодиск, из которого образовались кольца, занимает область (r_1, r_2). Количество пыли, аккрецировавшее на планету за время существования протодиска t_L , есть $2\pi r_1 \sigma_a v_a t_L$, где σ_a, v_a — поверхностная плотность и радиальная скорость пыли в области внутреннего радиуса r_1 диска. Очевидно, это количество пыли не может быть меньше массы протодиска $\sigma_0 \pi (r_2^2 - r_1^2) \approx \sigma_0 \pi r_2^2$ (σ_0 — средняя поверхностная плотность протодиска), поскольку, кроме вещества внутреннего протодиска (из которого образовались кольца, массой которых мы пренебрегаем) на планету может аккрецировать и часть вещества из внешних областей протодиска, где образуются спутники, а также межпланетное вещество. Итак, можно записать неравенство: $2\pi r_1 \sigma_a v_a t_L \geq \sigma_0 \pi r_2^2$, откуда $\sigma_a v_a \geq \sigma_0 r_2^2 / 2r_1 t_L$. Оценим максимальное время t_{max} , за которое поток пыли к планете $\sigma_a v_a$ сможет создать кольцо с контрастом плотности $\Delta\sigma$ и шириной Δr . Воспользовавшись равенством $2\pi r \Delta r \Delta\sigma = 2\pi r v_a \sigma_a t_{max}$, получим

$$t_{max} = \frac{\Delta r \Delta\sigma}{v_a \sigma_a} \ll \frac{\Delta r \Delta\sigma}{\sigma_0 r_2^2} \cdot 2r_1 t_L = \frac{\Delta r}{r_2} \frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} t_L \approx 2 \cdot 10^{3 \div 5} \text{ лет}; \quad (116)$$

здесь были использованы значения: $\Delta\sigma / \sigma \approx 1$, $\Delta r \approx 10 \text{ км}$, $r_2 = 5 \cdot 10^4 \text{ км}$, $r_1 = 2,6 \cdot 10^4 \text{ км}$, $t_L = 10^{7 \div 9} \text{ лет}$.

Если образование узкого обособленного колечка — это результат внешнего резонансного воздействия спутников, то дальнейшая эволюция такого колечка и приобретение им устойчивой эллиптической формы, протекает, по-видимому, практически самостоятельно.

6.4.4. Эксцентризитет колец и саморазвитие. Рассмотрим детальнее классическую задачу Лапласа—Максвелла об устойчивости сплошного кольца вокруг планеты [1, 2]. Запишем уравнение для упругой, абсолютно гибкой нити в поле тяжести центрального тела [106]:

$$\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = -\frac{GM}{r^3} \mathbf{r} + \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial}{\partial a} \mu_0 c_E^2 \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial a} \left(1 - \frac{1}{|\partial \mathbf{r} / \partial a|} \right); \quad (117)$$

здесь \mathbf{r} — радиус-вектор участка кольца с лагранжевой координатой a ; μ_0 — линейная плотность кольца; квадрат скорости продольных упругих колебаний $c_E^2 = E / \mu_0$ (E — модуль Юнга). Обычным методом теории возмущения получаем дисперсионное уравнение [106]

$$(\omega^2 - \theta m^2 \Omega_E^2) [\omega^2 + 3\Omega_G^2 + (1 - m^2) \Omega_T^2 - \Omega_E^2] - \\ - [2\Omega_0 \omega + m(\theta \Omega_E^2 + \Omega_T^2)]^2 = 0, \quad (118)$$

где θ — натяжение ($\theta \equiv R / A > 1$), A, R — невозмущенный и возмущенный радиус кольца, $T = E(\theta - 1)$, $\mu = \mu_0 / \theta$; T, μ — напряжение и линейная плотность кольца, $\Omega_T^2 \equiv c_T^2 / R^2$, $c_T^2 = T / \mu$, $\Omega_E^2 = c_E^2 / R^2$. Из (118) в пределе абсолютно твердого тела получается дисперсионное уравнение Максвелла [2], из которого следует, что такое кольцо неустойчиво относительно возмущений $m=1$ — кольцо смещается и падает на планету. Но если учесть, что прочность реального кольца конечна [107], то вывод Максвелла оказывается неправильным — кольцо не падает на планету, а разваливается на куски при самом небольшом смещении [3].

Как было видно из результатов разделов 5.1 и 5.4, в диске неупругих частиц также наблюдается аналог такой неустойчивости: эллипс-неустойчивость неосесимметричного ($m=1$) возмущения кругового колечка. Видимо, именно данная диссипативная неустойчивость вызвала появление эксцентризита у узких колец Урана и Сатурна. Отметим, что резонансные возмущения от спутников слишком незначительны и не могут отвечать за наблюдаемый эксцентризитет колец. Из раздела 5.4 видно, что неустойчивыми могут быть кольцевые возмущения самой различной ширины при соответствующей плотности. Но нужно учесть, что для широких колец время разрушения эксцентризита из-за дифференциальной прецессии меньше времени нарастания эксцентризита при эллипс-неустойчивости. Поэтому сохранить свой эксцентризитет могут только самые плотные (и узкие — не более нескольких десятков км шириной) колечки, в которых самогравитация стабилизирует дифференциальную прецессию [88]. Остается следующий нерешенный вопрос:

6.4.5. Почему кольца не расплываются из-за диффузии? Почему резки края колец? Главная причина диффузионной устойчивости колец — в их некруговой форме. Расплывание кругового кольца — это дрейф частиц на соседние квазикруговые орбиты, не пересекающиеся с основным кольцом. При расплывании эллиптического кольца ближайшие орбиты тоже будут эллиптическими, с близким эксцентризитетом. В несферическом поле кольцо прецессирует со скоростью, отличной от скорости прецессии орбиты оторвавшейся частицы (из-за отличия в больших полуосах). Вследствие этого, орбита частицы неизбежно пересекает кольцо, и частица, израсходовав энергию относительного движения на неупругое соударение, снова застrevает в основной массе частиц. Оценим, как далеко «отпускает» кольцо частицы, прежде чем захватить. Это расстояние и будет оценкой резкости края кольца. Рассмотрим два вложенных непересекающихся эллипса (с совпадающим

фокусом и почти совпадающими направлениями на апоцентры) с большими полуосями a и $a + \delta a$ и эксцентриситетами e и $e + \delta e$ ($\delta a \ll a$, $\delta e \ll \ll e$). Найдем угол $\Delta\varphi_{\min}$ – минимальный угол между линиями апсид, при котором эллипсы соприкасаются:

$$\Delta\varphi_{\min} \approx \arccos \left[- \left(\frac{\delta a}{2ae} + \frac{a\delta e}{\delta a} \right) \right] - \arccos \left(\frac{\delta a}{2ae} + \frac{a\delta e}{\delta a} \right). \quad (119)$$

Учитывая, что δe связано с соударениями и сравнимо с тепловыми эксцентриситетами ($\delta e \sim h/a$), получим условие «догона»: $h \leq a \leq 2ae$. Для сильного неравенства $h \ll \delta a \leq 2ae$, $\Delta\varphi_{\min} \approx (\delta a / 2ae) + (a\delta e / \delta a)$. Край кольца догоняет частицу из-за дифференциальной прецессии $\Delta\omega_p$ за характерное время

$$t_p \approx \frac{\Delta\varphi_{\min}}{\Delta\omega_p} \approx \frac{(\delta a / 2ae) + (a\delta e / \delta a)}{(21/4) J_2 \Omega (R_p/a)^2 \delta a / a}. \quad (120)$$

Сравнивая (120) и время диффузионного расплывания края $t_a \sim (\delta a)^2 / v$, найдем равновесное δa . Например, для кольца ϵ резкость края $\delta a \approx 400 \div 750$ метров для времени свободного пробега частиц $t_c \sim (1-10) \Omega^{-1}$. Такая резкость края хорошо соответствует наблюдательным данным. Отметим, что даже очень малый эксцентриситет ($e \sim 10^{-(5+6)}$) должен резко повышать диффузионную стабильность края кольца. Важную роль в диффузионной стабильности эллиптических колец может играть и переменная ширина кольца, т. е. увеличенный эксцентриситет внешнего края по отношению к внутреннему. Такой градиент эксцентриситета приводит к тому, что вблизи перицентра внешние слои кольца движутся быстрее внутренних и передают последним свой угловой момент.

6.4.6. Кольца Урана и аэродинамическое трение. Рассмотренные выше проблемы устойчивости являются общими для эллиптических колец как Урана, так и Сатурна. Но в системе Урана на кольца действует еще один мощный разрушительный фактор, открытый «Вояджером-2»: аэродинамическое трение частиц о верхние слои очень протяженной атмосферы Урана. Микронные частицы падают на планету за несколько сотен лет [33], а время жизни самих колец—несколько миллионов лет [33]. Как показано в [95], устойчивым является только массивное кольцо ϵ , расположеннное дальше всех от планеты и окруженное двумя пастухами: Корделией и Офелией. Устойчивость других колец была непонятна. Более того, даже если предположить существование вблизи внутренних колец спутников-пастухов с радиусом около десяти км (более крупные спутники были бы обнаружены «Вояджером-2»), то все равно кольца «спасти» нельзя — поток углового момента от спутников на два порядка меньше необходимого для нейтрализации аэродинамического трения [95].

Рассмотрим, следуя работе [96], принципиально иной механизм стабилизации. На снимках «Вояджера-2» виден шлейф мелкой пыли, протянувшийся к планете от внутреннего края кольца ϵ [97]. Оптическая толщина пылевого слоя $\tau \leq 10^{-5}$. Происхождение этого шлейфа связано с такими факторами, как аэродинамическое трение, торможение на магнитных линиях (для заряженных пылинок), распыление вещества кольца 8 микрометеоритами и потоками магнитосферных частиц. При движении к планете пылевой поток от кольца ϵ захватывается и снова испускается другими кольцами Урана. В [96] показано, что стабильность колец Урана связана с их способностью извлекать из пылевого планетоцентрического потока угловой момент, необходимый для собственной устойчивости. Действительно, скорость пылинок на круговой орбите превышает орбитальную скорость V_0 частиц эллиптического кольца с эксцентриситетом e вблизи апоцентра на величину $\Delta V = V_0 e$.

или $\Delta V = \Omega R e$. Если сами пылинки движутся по эллиптическим орбитам, тогда относительная скорость между пылью в перицентре и частицами колец в апоцентре достигает величины: $\Delta V = \Omega R(e + e_n)$, где e_n — эксцентриситет пылинок. Момент импульса, который сообщается кольцу пылевым потоком, может нейтрализовать эффект аэродинамического торможения. Введем коэффициент самостабилизации колец

$$S = \frac{2\Delta V \partial m / \partial t}{V_k M_k \Omega}; \quad (121)$$

здесь $\partial m / \partial t$ — скорость поглощения пыли кольцом с массой M_k и угловой скоростью Ω , V_k — скорость радиального дрейфа самого кольца, который определяется, в основном, аэродинамическим трением. Если коэффициент $S \approx 1$, то кольцо устойчиво. Если $S \approx 0$, то эффект самостабилизации мал. Рассмотрим следующие факторы устойчивости колец.

6.4.7. Поглощение пыли, движущейся к планете под воздействием аэродинамического трения. Тогда $\partial m / \partial t = 2\pi R V_n \sigma_n$, где V_n — скорость дрейфа слоя пыли с поверхностной плотностью σ_n . Отношение скоростей дрейфа пыли и кольца равно; $V_n / V_k = 3\sigma / 4\rho\tau_k a_n$, здесь a_n — размер пылинки, σ — поверхностная плотность кольца с оптической толщиной τ_k и шириной Δr . В результате получаем для S простое выражение ($\tau_n = 3\sigma_n / 4\rho a_n$)

$$S = \frac{2R(e + e_n)}{\Delta r} \frac{\tau_n}{\tau_k}. \quad (122)$$

Отметим, что стабильность кольца перестает зависеть от величины аэродинамического трения, так как трение действует и на кольцо, и на пылевой поток. Рассмотрим $e + e_n$ — сумму эксцентриситетов кольца и пыли. Эксцентриситет нейтральной пыли, выметаемой из эллиптического кольца аэродинамическим трением, зависит от двух факторов. Во-первых, пыль сохраняет эксцентриситет самого кольца. Это связано с тем, что равномерное трение уменьшает эксцентриситет на Δe и большую получась на ΔR , соблюдая пропорцию: $\Delta R / R \sim \Delta e / e$. Следовательно, если речь идет о смещениях пылинки на $\Delta R \sim 1000$ км (до следующего кольца), то $\Delta R / R \sim \Delta e / e \sim 2\%$, чем можно пренебречь. Во-вторых, эксцентриситет бесстолкновительной пыли может увеличиваться при резонансном взаимодействии с неосесимметричным гравитационным потенциалом эллиптического кольца. Не учитывая последнего фактора, оценим коэффициент самостабилизации для самого близкого к кольцу ϵ кругового кольчика с $R = 50660$ км, $\Delta r = 16$ км, $\tau_n = 0,1$, $e_n \approx 8 \cdot 10^{-3}$, т. е. равен эксцентриситету кольца ϵ . Получим $S \sim 0,5$. Следовательно, данное кольцо близко к устойчивому состоянию. Для более внутренних колец S сильно уменьшается за счет того, что пыль теряет свой первоначальный значительный эксцентриситет, приобретенный ею при выходе из кольца ϵ . Для внутренних колец — 4, 5, 6 — S снова увеличивается, достигая для кольца 6 ($R = 42$ тыс. км; $\Delta r = 1—3$ км; $\tau_k = 0,2—0,3$; $e \approx 10^{-3}$, $e_n \approx 2 \cdot 10^{-3}$) значения в 0,25—0,75. Отметим, что мы не учитывали заряженную пыль, которая дрейфует к планете быстрее нейтральной и может приобретать значительный эксцентриситет под воздействием магнитного поля (особенно в местах резонанса между частотами вращения магнитного поля и орбитального вращения пыли [9]). Этот трудно оцениваемый фактор может существенно повысить стабильность колец. Еще одним источником стабилизирующего потока пыли являются микрометеориты.

6.4.8. Микрометеоритная эрозия внешнего кольца ϵ . Напомним, что ширина кольца ϵ превосходит суммарную ширину других плотных колец примерно в два раза. Микрометеориты и быстрые частицы магнитосферы создают при распылении вещества кольца ϵ потоки разрушенного ве-

щества со значительными эксцентрикитетами. Апоцентры этих потоков будут распределены вне кольца ϵ , аperiцентры — внутри орбиты ϵ , в зоне остальных колец. Поглощение внутренними кольцами потоков разрушенного вещества из кольца ϵ является значительным источником углового момента. Скорость поглощения пыли кольцом с шириной Δr_k и оптической толщиной τ_k оценим следующим образом: $dm/dt = 2\pi R \Delta r \sigma_n \cdot \Omega \tau_k$, где σ_n — поверхность плотность пылевого облака, созданного микрометеоритным распылением кольца ϵ . Вычислим σ_n , приравнивая скорость потери массы кольцом ϵ к скорости захвата этой массы внутренними кольцами. Получим

$$\sigma_n = \frac{\sigma_\epsilon \Delta r_\epsilon}{t_{ss} \Omega \sum_i \tau_{ik} \Delta r_{ik}}, \quad (123)$$

где σ_ϵ — убыль поверхности плотности кольца ϵ с шириной Δr_ϵ за все время жизни t_{ss} , $\sum_i \tau_{ik} \Delta r_{ik}$ — сумма произведений ширины внутренних колец на оптическую толщу. С учетом (123) получим коэффициент самостабилизации колец

$$S = \frac{2R e_n}{V_k t_{ss}} \frac{M_\epsilon}{\sum_i M_{ik}}, \quad (124)$$

где M_ϵ — масса вещества, потеряного кольцом ϵ за все время жизни, $\sum M_k$ — суммарная масса внутренних колец. В M_ϵ включается и масса вещества, выброшенного не только из кольца ϵ , но и из внешних спутников. Для $R=4,5 \cdot 10^9$ см, $e_n \sim 0,1 - 0,2$; $t_{ss} \sim 10^9$ лет, $V_k \sim 10^{-6}$ см/с [33]: $S \sim 0,3 - 0,6$ при $M_\epsilon / \sum M_k \sim 10$. Если учесть, что масса кольца ϵ равна $6,1 \cdot 10^{18}$ г, а суммарная масса двух самых широких из внутренних колец — α и β (см. табл. III) — $8 \cdot 10^{16}$ г. по работе [95], то такое соотношение представляется вполне реальным. Приведенные оценки показывают, что действие всех вышеперечисленных факторов образования пылевых потоков обеспечивает устойчивость внутренних колец Урана, которые оказываются «пажами», «держащими» за пылевой шлейф самого массивного и устойчивого кольца ϵ . Стабилизирующее действие пылевого потока значительно превосходит действие гипотетических спутников-пастухов, существование которых вынуждено предполагаться в работе [95]. Отметим, что стабильность колец есть и результат естественного эволюционного отбора: кольца с неустойчивой формой или недостаточным притоком углового момента уже разрушились.

7. Диссипативные структуры в протопланетном диске

7.1. Диссипативные неустойчивости и закон планетных расстояний.

7.1.1. Введение. Закон планетных расстояний имеет многовековую историю. В [98] исследуется возможность объяснения закона планетных расстояний, основанная на идеи гравитационной неустойчивости в протопланетном облаке. По современным космогоническим представлениям [99] гравитационная неустойчивость солнечного протопланетного диска маловероятна. Рассмотрим, следуя работе [100], диссипативные неустойчивости протодиска в качестве причины возникновения регулярного расположения планет.

Если планеты образовались из кольцевых возмущений, выросших в результате действия неустойчивости, то расстояние между планетами есть длина волны наиболее неустойчивых возмущений в данной точке

диска [98]. Так как длина самых неустойчивых волн связана с характеристиками диска, то по изменению длины волны от радиуса орбиты легко вычислить зависимость характеристик диска от радиуса [98]. Сравнение полученных зависимостей с предполагаемыми по современным космогоническим моделям [99] позволит оценить реальность обсуждаемого сценария формирования регулярной структуры Солнечной системы.

В [13—15, 67, 68, 76—79, 101, 102, 108] исследована устойчивость дифференциально-вращающегося вязкого диска (см. п.4, 5). Применим результаты данного анализа к протопланетному диску. Отметим, что уравнения переноса типа (67) — (70) могут описывать как ламинарный, так и турбулентный диск [101, 102]. В случае турбулентного газа скорости V_r и V_ϕ будут относиться к крупномасштабным движениям газа, а T будет характеризовать не тепловые скорости, а турбулентные. Соответственно изменятся и смысл источников и стоков энергии, выражения для коэффициентов переноса. Но общий вид уравнений переноса сохранится, и их анализ даст те же неустойчивости, свойственные дифференциальному вращающейся вязкой среде. Диссипативные неустойчивости, рассмотренные в разделе 5, приводят к двум характерным масштабам расслоения диска, сравнимым с наблюдаемыми расстояниями между планетами: $\lambda_0 \approx 2\pi h$ (диффузионная неустойчивость) и $\lambda_0 = c^2/G\sigma_0$ (квазивековая неустойчивость) [100]. Характерное время развития неустойчивостей $\gamma \sim \nu k^2$. Легко показать, что в случае молекулярной вязкости время роста даже самых коротких (0,3 а.е.) волн больше космогонического времени. Таким образом, только при турбулентной вязкости диска могут достаточно быстро образоваться кольцевые возмущения с $\lambda_0 \sim 1$ а.е. По оценкам турбулентного расплывания протодиска [99] для турбулентной вязкости можно принять $\nu \sim 10^{12}$ см²/с, что дает характерное время роста: $t_x \sim 2 \cdot 10^4$ лет для $\lambda_0 \sim 0,3$ а.е.; $t_x \sim 2 \cdot 10^7$ лет для $\lambda_0 \sim 10$ а.е. Основное время своего существования протодиск мог находиться в устойчивом состоянии и «выжидать» наступления условий для неустойчивости, которые могли выполняться только в определенный, достаточно короткий период эволюции.

7.1.2. Предполагаемые характеристики протодиска. Закон Тициуса — Боде по сути описывает простой факт: расстояние между планетами растет пропорционально расстоянию от Солнца, $R_n = 0,4 + 0,3 \cdot 2^n$ ($n=0, 1, \dots, 6$). Если закон межпланетных расстояний записать в виде:

$$\lambda = \frac{2}{3} (R - 0,4), \quad (125)$$

где $\lambda = R_{n+1} - R_n$, $R = (R_{n+1} + R_n)/2$, то формула (125) соответствует закону Тициуса — Боде для всех межпланетных расстояний, кроме промежутка Меркурий — Венера. Рассмотрим неустойчивость с длиной волны: $\lambda_0 = c^2/G\sigma_0$, где c — скорость турбулентных движений газа. Получить наблюдаемые межпланетные расстояния можно, только предполагая, что турбулентные движения на порядок медленнее скорости звука. Используя формулу (125), можно получить предполагаемую зависимость c от R , но эту зависимость трудно проверить и из-за присутствия сразу двух параметров — c и σ_0 , и из-за отсутствия детальных моделей турбулентности в протодиске. Существенно проще обстоит дело с диффузионной неустойчивостью, масштаб которой зависит только от толщины диска, а, следовательно, от молекулярной температуры газа.

По расчетам Сафонова [53] температура в центральной плоскости газопылевого диска может быть описана формулой $T = 100/R^{1/2}$ К (R в а.е.). Если расположение планет соответствует разбиению протопланетного диска на кольца в результате действия диффузионной неустойчивости (с характерным масштабом расслоения $2\pi h$), то, полагая λ_0 рав-

ным расстоянию между планетами, можно по λ_0 вычислить толщину, а, следовательно, и температуру диска:

$$T = \frac{mh^2\Omega^2}{8k_B} = \frac{mGM}{8k_B\alpha_*^3} \frac{\lambda_0^2}{R^3}; \quad (126)$$

k_B —постоянная константа Больцмана, здесь T —температура в градусах Кельвина, масса молекулы водорода — m (в предположении преимущественно водородного состава протодиска), M —масса Солнца, коэффициент $\alpha_* = \lambda_0/h$ определяет точный масштаб расслоения. Мы предполагаем, что толщина диска определяется температурой газа, так как турбулентные движения имеют, видимо, дозвуковую скорость [99]. На рис. 24 приведены результаты решения этой обратной задачи:

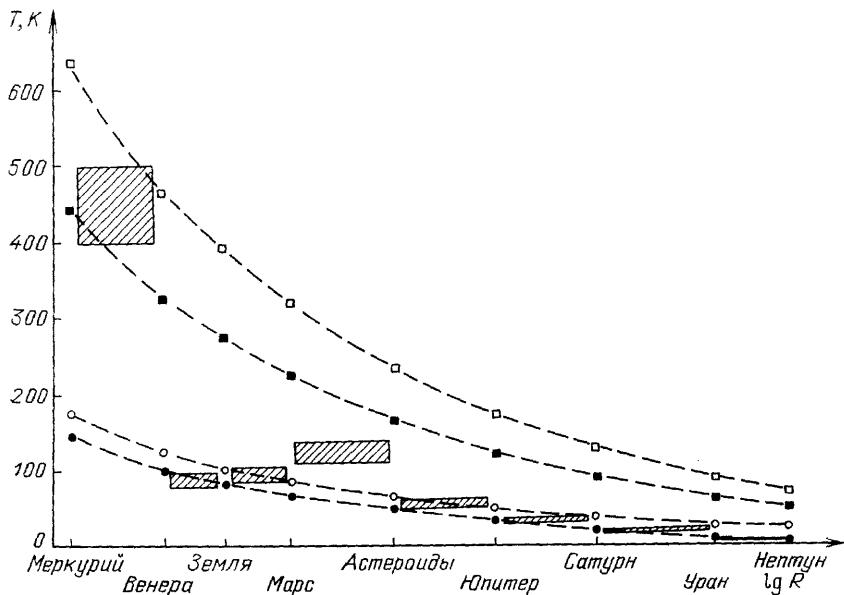


Рис. 24. Зависимость температуры протопланетного диска от расстояния от Солнца. Две верхние кривые описывают уменьшение температуры с расстоянием для перпендикулярной лучам черной пластиинки и для черной сферы (светлые и темные квадратики соответственно). Две нижние кривые представляют собой температуру газопылевого диска по Сафонову [53]. Темные кружки отвечают центральной плоскости, светлые—высоте однородной атмосферы. Заштрихованные прямоугольники обозначают температуры, вычисленные по наблюдаемому расположению планет с помощью формулы (125) для $\alpha_* \approx 2\pi$

когда по реальным расстояниям между планетами вычисляется температура протодиска в момент образования колец в данной области диска. Из рис. 24 видно, что полученные значения температуры хорошо соответствуют температурному профилю, рассчитанному в [53] (см. также [99]). Исключение составляют области Меркурий—Венера и Марс—астEROиды. Нагрев ближайших к Солнцу областей диска до почти максимально возможных значений температур естественен, в то же время все более дальние, области газового диска экранируются и нагреваются только касательным солнечным излучением. Отметим, что рассчитанные по формуле (126) значения температур фиксируют не одномоментную картину, так как образование колец происходило неодновременно. Например, только за счет увеличения λ_0 характерное время формирования колец в зоне Марс—астEROиды возрастает в 7 раз по сравнению с зоной Земля—Марс и в 21 раз—по сравнению с зоной Венера—Земля. К этому нужно добавить, что по оценкам [53, 103] время аккреционного

роста планеты резко увеличивается с орбитальным радиусом — от Венеры к Марсу. Таким образом, к моменту формирования марсианского кольца взаимная акреция пыли и другие факторы могли увеличить прозрачность зоны Земли, что и привело к повышенному нагреву зоны Марса. Так может быть интерпретирован температурный рост от зоны Венера—Земля до зоны Марс—астEROиды. Данные рис. 24 могут послужить важным источником информации о температурных и других условиях вprotoоблаке. Из результатов данного раздела можно сделать вывод, что регулярность расположения планет Солнечной системы связана с плавным изменением толщины протодиска по радиусу и действием диффузионной неустойчивости.

7.2. Самоорганизация Солнечной системы и перспективы исследований по физике планет. Рассмотренный в предыдущем разделе процесс самоорганизации диссипативных кольцевых структур в протопланетном диске, образовавший регулярный ряд планет, показывает степень возможного влияния неустойчивостей на космогонию. Учет всех самоорганизующих факторов (развитие диффузионной, квазивековой, акреционной и эллипс-неустойчивостей, генерация спиральных волн и других структур) в современных космогонических теориях позволит вплотную приблизиться к детальной модели образования и эволюции нашей планетной системы. Такая модель может дать ценную информацию о земных процессах планетарных масштабов и будет способствовать постановке процесса освоения Солнечной системы на научную основу, с учетом прогноза будущей эволюции планетной системы — в условиях: а) естественного развития, б) техногенной нагрузки и в) направленной эволюции.

Богатство процессов самоорганизации в Солнечной системе определяется следующими особенностями [104]:

1. Наличие долговременных источников энергии;
 - излучение Солнца (термоядерные реакции);
 - радиоактивный разогрев крупных тел (ядерные реакции распада);
 - гравитационное сжатие планет (особенно планет-гигантов);
 - энергия орбитального и собственного вращения;
 - ударный разогрев (метеоритами и планетезималями);
 - гравитационное воздействие соседних тел (приливы, резонансы).

2. Разнообразие распределенных сред, в которых могут протекать коллективные процессы самоорганизации:
 - твердые среды планет земного типа, спутников, комет и т. д.;
 - жидкое вещество земных океанов, оболочек спутников и планет;
 - газообразные среды разной плотности — атмосферы планет, спутников, комет;
 - межпланетная и солнечная плазма;
 - газопылевые среды протоспутниковых и протопланетных облаков;
 - макрочастичные среды планетных колец, протоспутниковых роев и диска планетезималей.

3. Структуризация двух типов:

- возникновение упорядоченных пространственно-временных структур в протопланетном и протоспутниковых дисках;
- появление отдельных подсистем (планет, спутников, комет и т. д.).

Подсистемы являются следствием самоорганизующихся структур и сами порождают структуры нового уровня.

Таким образом, современная космогоническая теория должна рассматривать Солнечную систему как сложную иерархию самоорганизующихся подсистем, насыщенных источниками энергии и обладающих удивительным богатством коллективных процессов.

Роль космогонического подхода в исследовании Солнечной системы сейчас сильно возрастает. Это связано с завершением эпохи «великих географических открытий» в известных пределах Солнечной системы (8 из 9 планет Солнечной системы были исследованы к концу 1989 г. «вблизи» — с помощью космических аппаратов) и накоплением гигантского объема наблюдательной и теоретической информации. Неиз-

Таблица IX

1) Исследования планет и спутников с помощью автоматических межпланетных станций (АМС)

Планета	Число АМС, исследовавших планету		Наименование АМС и годы исследования планеты (СССР; США)
	СССР	США	
Меркурий	—	1	«Маринер-10» (1974—1975)
Венера	15	5*)	«Венера-4—16», «Вега-1,2» (1967—1985); «Маринер-2,5, 10», «Пионер—Венера-1,2» (1962—1978)
Марс	6	6	«Марс-2—6» (1971—1974), «Фобос-2» (1989); «Маринер-4, 6, 7, 9, «Викинг-1,2» (1965—1976)
Юпитер	—	4*)	«Пионер-10, 11», «Вояджер-1, 2» (1973—1979)
Сатурн	—	3	«Пионер-11», «Вояджер-1, 2» (1979—1982)
Уран	—	1	«Вояджер-2» (1986)
Нептун	—	1	«Вояджер-2» (1989)
Плутон	—	—	

2) Итоги

Усилия и результаты	СССР	США	Комментарии
Число запущенных АМС	30	18	С 1978 года в США АМС не запускались*)
Число АМС, передавших информацию	21	15	12 аварийных АМС (потеря радиосвязи, неудачный старт) запускались для исследования Марса и Венеры
Число результативных плането-встреч	21	21	«Плането-встреча» — исследование одной планеты одним аппаратом.
Число изучаемых планет	2	7	Нептун — седьмая планета (не считая Земли), исследованная американскими АМС
Число изучаемых спутников	—	48	Американские АМС открыли 27 спутников и получили фотографии поверхности 23 крупных спутников планет

*) Произведены запуски: к Венере — АМС «Магеллан» (1989), к Юпитеру — АМС «Галилео» (1989)

бжен переход к планомерным исследованиям Солнечной системы, что потребует предварительной оценки эффективности космических проектов, разработки наблюдений и экспериментов, дающих ключевую информацию для решения фундаментальных проблем физики планет. Здесь важен учет современных теоретических моделей эволюции Солнечной системы, которые укажут на наиболее перспективные объекты исследования и эксперименты. К последним, по нашему мнению, относится проект «Кронос», предложенный в [105] и предлагающий создание

долгоживущего спутника Сатурна и прямое зондирование сатурнианского кольца (при этом может планироваться пролетное исследование системы Юпитера и одного из астероидов). Исследование планетных колец может дать уникальную информацию о коллективных процессах в многочастичных дисках и сыграть роль катализатора для развития космогонических моделей. Проект «Кронос» хотя бы в малой степени мог бы компенсировать отставание СССР в области исследования внешних планет (см. табл. IX из [105]). Отметим, что в США планируется создание орбитального зонда и у Юпитера (проект «Галилей»), и у Сатурна «проект «Кассини»).

8. Заключение. Исследование физики планетных колец за последние 10—12 лет привело к важнейшим результатам, выявив целый ряд ранее неизвестных процессов и эффектов. Выяснена причина самого существования колец, с помощью теории эффекта азимутальной асимметрии яркости впервые удалось определить плотность частиц колец Сатурна и изучить процесс столкновительного разрушения рыхлых тел, из которых состоят планетные кольца. Весьма плодотворными оказались работы по коллективным процессам в кольцах: открыты диффузационная и квазивековая, тепловая и аккреционная неустойчивости, а также неустойчивость эллипс-моды, отвечающая за эксцентриситет узких колец Урана. Видимо, это еще не полный список возможных структурообразующих неустойчивостей в дифференциально-вращающихся дисках неупругих частиц. Стала понятнее динамика таких уникально устойчивых объектов как кольца Урана, возникших благодаря резонансному воздействию внешних спутников. Уже первое применение разработанных моделей ко всей Солнечной системе позволило по-новому оценить причины регулярности планетных орбит, подчиняющихся некоторому закону планетных расстояний.

Планетные кольца оказались уникальным заповедником природных процессов самоорганизации, играющих фундаментальную роль в космогонии Солнечной системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1]. Laplace P. S., *de Memoire sur la theory de l'ameon de Saturne//Mem. de l'Acad. des Sci.* **1789(1787)**. —Mecanique celeste. Кр. 3. Р. VI.
2. Maxwell J. C. *On the Stability of the Motion of Saturn's Rings*.—Cambridge, 1859; *The Scientific Papers*.—V. 1. Р. 287—377.
3. Fridman A. M., Morozov A. I., Polyachenko V. L.//*Astrophys. and Space Sci.* **1984**. V. 103. Р. 137.
4. Бобров М. С. Кольца Сатурна.—М.: Наука, 1970.
5. Kuiper G. P., Cruikshank D. P., Fink U.//*Sky and Telesc.* **1970**. V. 34. Р. 14.
6. Camichel H.//*Ann. Astrophys.* **1958**. V. 21. Р. 231.
7. Thompson W. T., Lumme K., Irvine W. M., Baum W. A., Esposito L. W.//*Icarus*. **1981**. V. 46. Р. 187.
8. Elliot J. L., Dunham E., Mink D.//*Nature*, London, **1977**. V. 267. Р. 328.
9. Джуситт Д.//*Спутники Юпитера/Под ред. Д. Моррисона*.—М.: Мир, 1985. С. 57.
10. Brahic A., Sicardy B.//*Bull. Am. Astron. Soc.* **1986**. V. 18. Р. 778.
- [11]. Planetary Rings/Ed. A. Brahic.—Toulouse, France. 1984.
12. Planetary Rings/Eds A. Greenberg, A. Brahic.—Tucson: Univ. of Arizona Press, 1984—P. 73.
13. Ward W. R.//*Geophys. Res. Lett.* **1981**. V. 8. Р. 641.
14. Lin D. N. C., Bodenheimer P.//*Astrophys. J. (Lett.)*. **1981**. V. 248. Р. 183.
15. Горьковый Н. Я.//Науч. информация Астрон. совета АН СССР. 1986. Вып. 61. С. 132
16. Goldreich P., Tremaine S.//*Nature*, London, **1979**. V. 277. Р. 97.
17. Горьковый Н. Н., Фридман А. М.//*Письма Астрон. ж.* **1985**. Т. 11. С. 717; Астрон. цирк. **1985**. № 1391. С. 1.
18. Bridges F. G., Hatzen A., Lin D. N. C.//*Nature*, London, 1984. V. 309. Р. 333.
19. Davis D. R., Weidenschilling S. J., Chapman C. R., Greenberg R. //*Science*. **1984**. V. 224. Р. 744.
20. Cuzzi J. N., Lissauer J. J., Esposito L. M. et al.//[12].—Р. 73.

- [21] Goldreich P., Tremaine S.//*Icarus*. **1978**. V. 34. P. 240.
22. Elliot J. L., Nicholson P. D.//[12].—P. 25.
23. Горьковый Н. Н., Тайдакова Т. А., Фридман А. М./Письма Астрон. ж. **1988**. Т. 14. С. 1037.
24. Cavault C. E., Glass I. S., French R. G., Elliot I. L.//*Icarus*. **1986**. V. 67. P. 126.
25. Pandey A. K., Mahra H. S.//*Earth, Moon, and Planets*. **1987**. V. 37. P. 147.
26. Cooke M. L., Nicholson P. D., Matthews K., Ellas J.//*Bull. Am. Astron. Soc.* 1985 V. 17. P. 719.
27. Sicardy B., Brahic A., Bouchet P., Grundseth B. et al.//*Circ. IAU*. **1985**. No. 4100.
28. Lane A. L., Hord C. W., West R. A., Esposito L. W. et al.//*Science*. **1986**. V. 233. P. 65.
29. Froidevaux L., Matthews K., Neugebauer G.//*Icarus*. **1981**. V. 46. P. 18.
30. Pollack J. 6.//*The Saturn System*/Eds D. M. Hunter, D. Morrison—NASA. SP 2068, 1978—P. 9.
- [31] Stegmann G. Л./Mon. Not. RAS. **1984**. V. 209. P. 359.
32. French R. G., Elliot J. L., French L. M. et al.//*Icarus*. 1988. V. 73. P. 349.
33. Broadfoot A. L., Herbert F., Holberg J. B. et al.//*Science*. 1986. V. 233. P. 74.
34. Brahic A.//*Formation of Planetary Systems*/Ed. A. Brahic.—France, 1982.—P. 651.
35. Goldreich P., Tremaine S.//*Icarus*. **1978**. V. 34. P. 227.
36. Borderies N., Goldreich P., Tremaine S.//[12].—P. 713.
37. Hatzes A. P., Bridges F. G., Lin D. N. C.//Mon. Not. RAS. 1988. V. 231. P. 1091.
38. Araki S., Tremaine S.//*Icarus*. **1986**. V. 65. P. 83.
39. Голдсмит В. Удар.—М.: Изд-во лит-ры по строительству, 1965.
40. Горьковый Н. Н./Письма Астрон. ж. 1985. Т. 11. С. 66.
- [41] Горьковый Н. Н./*Ibidem*. 1989. Т. 15. С. 875.
42. Ландау Л. Д., Лишинц Е. М. Теория упругости.—М.: Наука, 1965.
43. Богословский В. В., Гаврило В. П. Лед.—Л.: Гидрометеоиздат, 1980.
44. Hartmann W. K.//[11].—P. 407.
45. Пановко Я. Г. Введение в теорию механического удара.—М.: Наука, 1970.
46. Hartmann W. K.//*Icarus*. 1978. V. 33. P. 50.
47. Гринберг Р., Хартмани В., Чепмен К.; Вэкер Д.//*Протозвезды и планеты*/Ред Т. Герельс.—М.: Мир, 1982.—С. 684.
48. Jeffreys H.//Mon. Not. RAS. **1947**. V. 107. P. 260.
49. Войтковский К. Ф. Механические свойства снега.—М.: Наука, 1977.
50. Jaffe L. D.//*Icarus*. **1967**. V. 16. P. 75.
- [51] Горьковый Н. Н., Фридман А. М./Письма Астрон. ж. **1985**. Т. 11. С. 628.
52. Горьковый Н. Н., Тайдакова Т. А./*Ibidem*. 1989. Т. 15. С. 534.
53. Сафонов В. С. Эволюция допланетного облака и образование Земли и планет.—М.: Наука, 1969.
54. Рой А. Движение по орбитам.—М.: Мир, 1981.
55. Поттер Д. Вычислительные методы в физике.—М.: Мир, 1975.
56. Иосида З.//Снег и лед: Свойства, процессы, использование.—М.: Мир, 1966.—С.376.
57. Franklin F. A., Cook A. F. II, Barrey R. T. F., Roff C. A., Hunt G. E., De Rue-да H. B.//*Icarus*. **1987**. V. 67. P. 280.
58. Горьковый Н. Н., Тайдакова Т. Л./Письма Астрон. ж. **1989**. Т. 15. С. 547.
59. Гиришфельдер Дж., Кертисс Ч., Берд П. Молекулярная теория газов и жидкостей—М.: ИЛ, 1961.
60. Чепмен С.; Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов.—М.: ИЛ, 1960.
- [61] Ферцигер Дж., Капер Г. Математическая теория процессов переноса в газах.—М.: Мир, 1976.
62. Брагинский С. И./ЖЭТФ. **1957**. Т. 33. С. 459.
63. Брагинский С. И.//Вопросы теории плазмы/Под ред. М. А. Леонтовича.—М.: Госатомиздат, 1963.—Вып. 1. С. 183.
64. Алексеев Б. В. Математическая кинетика реагирующих газов.—М.: Наука, 1982.
65. Ландау Л. Д., Лишинц Е. М. Механика.—М.: Наука, 1973.
66. Марочник Л. С./Астрон. ж. 1966. Т. 43. С. 919.
67. Поляченко В. Л., Фридман А. М. Равновесие и устойчивость гравитирующих систем.—М.: Наука, 1976.
68. Fridman A. M; Polyachenko V. L. Physics of Gravitating System,— New York a. o.: Springer-Verlag, 1984—V. 1. V. 2.
69. Балеску Р. Равновесная и неравновесная статистическая механика. Т. 1, 2.—М.: Мир, 1978.
70. Kato S./Publ. Astron. Soc. Japan. **1970**. V. 22. P. 285.
- [71] Stewart G. R., Kaula W. M.//*Icarus*. **1980**. V. 44. P. 157.
72. Trulsen J.//*Astrophys. and Space Sci.* **1971**. V. 12. P. 329; 1972. V. 17. P. 330.
73. Шухман И. Г./Астрон. ж. **1984**. Т. 61. С. 985.
74. Горьковый Н. Н./Письма Астрон. ж. 1985. Т. 11. С. 469.
75. Марри Дж. Нелинейные дифференциальные уравнения в биологии.— М.: Мир. 1983.

76. Горьковый Н. Н., Фридман А. М. //Нелинейные волны. Структуры и бифуркации/ Под ред. А. В. Гапонова-Грехова, М. И. Рабиновича.—М.: Наука, 1986. С. 86.
77. Fridman A. M., Gor'kavyi N. N. //Dynamics of the Solar System/Ed. M. Sidlichovsky.—Praha: Publ. Astron. Inst. Czechosl. Acad. Sci., 1987.—P. 175.
78. Fridman A. M., Gor'kavyi N. N.//Plazma Theory and Nonlinear and Turbulent Processes in Physics/Eds V. G. Bar'yakhtar et al.— Singapore, New Jersey, Hong Kong: World Scientific, 1988—V. 1. P. 275.
79. Fridman A. M., Gor'kavyi N. N./Sov. Sci. Rev. Sec. A. Physics. **1989**. V. 12. P. 289
80. Dermott S. F., Gold T.//Nature, London. 1977. V. 267. P. 590.
- [81] Gold T./Icarus. **1975**. V. 25. P. 489.
82. Aksnes J./Nature, London. 1977. V. 269. P. 783.
83. Goldreich P., Nicholson P./ibidem. P. 783.
84. Steigman G. A./Ibidem. 1978. V. 274. P. 454.
85. Van Flandern T. C./Science. 1979. V. 204. P. 1076.
86. Dermott S. F., Gold T., Sinclair A. T./Astron. J. 1979. V. 84. P. 122.
87. Goldreich P., Tremaine S./Astrophys. J. **1981**. V. 243. P. 1062.
88. Goldreich P., Tremaine S./Astron. J. 1979. V. 84. P. 1639.
89. Горьковый Н. Н., Фридман А. М//УФН. 1986. Т. 150. С. 628.
90. Афанасьев В. Л., Горьковый Н. Н., Смирнов М. А., Фридман А. М//Астрон. цирк. 1985, № 1391. С. 3.
- {91} Горьковый Н. Я., Фридман А. М//Письма Астрои, ж. 1987. Т. 13. С. 237.
92. Щиголев Б. М. Математическая обработка наблюдений.—М.: Наука, 1969.
93. Meyer-Vernet N., Sicardy B./Icarus. 1987. V. 69. P. 157.
94. Goldreich P., Tremaine S./Astrophys. J. 1980. V. 241. P. 425.
95. Porco C. C., Goldreich P./Astron. J. 1987. V. 93. P. 724, 730.
96. Горьковый Н. //Письма Астрон. ж. **1990**. Т. 16. С. 178.
97. Smith B. A. et al./Science. 1986. V. 233. P. 43.
98. Поляченко В. Л., Фридман А. М//Астрон. ж. **1972**. Т. 48. С. 157.
99. Сафонов В. С., Витязев А. Д./Итоги науки и техники. Серия «Астрономия».—М.: ВИНИТИ АН СССР, 1983— Т. 24. С. 5.
100. Горьковый Н. Н., Поляченко В. Л., Фридман А. М/Письма Астрон. ж. **1990**. Т. 16. С. 193.
- [101] Морозов А. Г., Торгашин Ю. М., Фридман А. М./Ibidem. **1985**. Т. 11. С. 231.
102. Морозов А. Г., Торгашин Ю. М., Фридман А. М./Науч. информация Астрон. совета АН СССР. **1986**. Вып. 61. С. 110.
103. Уорд У. Р./На переднем крае астрофизики.—М.: Мир, 1979.—С. 9.
104. Горьковый Н. Н./Научн. информация Астрон. совета АН СССР. 1990. Вып. 68.
105. Горьковый Н. Н., Минин В. А., Фридман А. М. Исследование физики планет в СССР и США.—Препринт САО АН СССР.—Зеленчук, 1989.
106. Морозов А. И., Фридман А. М//ЖТФ. **1985**. Т. 55. С. 1834; **1986**. Т. 56. С. 1065
107. Горьковый Н. Н., Морозов А. И., Фридман А. М//ЖТФ. 1986. Т. 56. С. 1210.
108. Фридман А. М//Письма Астрон. ж. 1989. Т. 15. С. 1122.