

**КАНАЛИРОВАНИЕ БЫСТРЫХ ЧАСТИЦ
И СВЯЗАННЫЕ С НИМ ЯВЛЕНИЯ**

B. A. Базылев, H. K. Жеваго

(Институт атомной энергии им. И. В. Курчатова, Москва)

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	47
1. Рентгеновская спектроскопия квантовых состояний канализированных электронов в кристаллах	49
1.1. Специфика канализирования электронов ($E \leq 100$ МэВ). 1.2. Теория возмущений при канализировании. 1.3. Зависимость положения линий излучения от характеристик кристалла 1.4. Влияние характеристик кристалла на ширину и интенсивность линий излучения при канализировании.	
2. Рассеяние, деканализирование и потери энергии электронов в кристаллах при высоких энергиях.....	62
2.1. Рассеяние электронов в ориентированных кристаллах. 2.2. Деканализирование. Пределы применимости адиабатического приближения. 2.3. Угловая плотность потерь энергии электронов на излучение с учетом рассеяния в кристаллах предельной толщины.	
3. Влияние канализирования на излучение и образование электронно-позитронных пар при сверхвысоких энергиях.....	71
3.1. Приближение постоянного поля. 3.2. Радиационные потери энергии. 3.3. Образование электронно-позитронных пар при относительно малых углах входа фотонов. 3.4. Пределы применимости приближения постоянного поля и когерентные эффекты. 3.5. Теория излучения и образования пар при $\Theta_0 \geq \Theta_L$	
4. Возможности для канализирования нейтральных частиц.....	8
4.1. Требования к периодическим структурам. 4.2. Канализирование в сверхрешетках.	
Заключительные замечания	87
Список литературы.....	87

Введение. Интерес к проблеме канализирования электронов и позитронов в кристаллах получил импульс в середине 70-х годов в связи с эффектом электромагнитного излучения частиц при канализировании, хотя и раньше был получен ряд интересных результатов в этой области (см., например, п. 5 в [2]). С тех пор число публикаций на эту тему в научной литературе постоянно нарастало. Этому способствовал как практический интерес, связанный с использованием возникающего излучения, так и многогранность проблемы с теоретической точки зрения. Можно условно выделить три области энергий канализированных частиц, в которых характер их взаимодействия с кристаллической решеткой и характер излучения существенно различны. В области низких (< 100 МэВ) энергий существенны квантовые эффекты взаимодействия частиц с решеткой кристалла, в области более высоких энергий ~ 1 ГэВ характер движения частиц постепенно становится классическим и, наконец, при высоких энергиях $\gg 10$ ГэВ оказываются существенными квантовые эффекты в излучении.

В области низких энергий на начальной стадии развития теории обсуждалась сама возможность наблюдения радиационных переходов меж-

ду уровнями поперечного движения и развивались в основном методы расчета этих уровней в идеальных кристаллах. В области средних и высоких энергий излучения канализированных частиц оценивалось прежде всего с точки зрения его применения как источника гамма-квантов, однако на раннем этапе исследований не уделялось должного внимания влиянию устойчивости канализирования на интенсивность излучения. Определенный этап развития теории и экспериментов в рассматриваемой области нашел отражение в обзорах [4, 5, 76] и монографиях [6, 82]. Однако в последующее время было проведено значительное число экспериментов для разнообразных кристаллов, в том числе и несовершенных, при различных энергиях частиц, что привело к заметному прогрессу в понимании более тонких механизмов взаимодействия частиц с кристаллом.

Оказалось, что спектры излучения частиц низких энергий чувствительны к таким характеристикам кристалла, как амплитуда тепловых колебаний и форм-фактор атомов, плотность дефектов, изотопический состав, и другим весьма важным свойствам кристаллов. Эти эксперименты стимулировали дальнейшее развитие квантовой теории канализирования, учитывающей отклонения истинного потенциала решетки от потенциала, усредненного вдоль кристаллических осей или плоскостей, который используется, следуя Линдхарду, как первое приближение теории канализирования. Энергия частиц, использовавшихся в недавних экспериментах по канализированию, была продвинута в область сверхвысоких энергий ≈ 150 ГэВ. При этих энергиях был обнаружен процесс образования канализированных и надбарьерных электронно-позитронных пар фотоном, влетающим вблизи направлений осей кристалла. Для этих условий, когда квантовые эффекты при излучении становятся доминирующими, была разработана соответствующая теория излучения и образования пар фотонов в поле кристаллических осей и плоскостей. В последнее время интенсивно развивалась также теория устойчивости канализирования частиц средних и высоких энергий, что позволило более корректно оценить возможности излучения при канализировании как источника гамма-квантов для ядерной физики и физики элементарных частиц. Наконец, совсем недавно была рассмотрена проблема канализирования нейтральных частиц, таких, как рентгеновские фотоны и тепловые нейтроны.

Большое число интересных физических результатов, полученных в последнее время, делают актуальным обзор проблем, о которых говорилось выше. Следует отметить, правда, что некоторые из упомянутых проблем совсем недавно обсуждались в обзорной литературе другими авторами [140—142]. В [140] дан краткий обзор текущей литературы, касающейся экспериментальных исследований по спектроскопии состояний канализированных частиц низких энергий, но без должного теоретического анализа полученных экспериментальных результатов. В работе [142] обсуждалось в основном приближение постоянного поля при теоретическом анализе возможных поляризационных эффектов в излучении и образовании пар при высоких энергиях частиц. Более полное рассмотрение проблемы излучения и образования пар, в рамках развитого авторами операторного квазиклассического метода, было проведено в [141].

Однако такие вопросы, как теория устойчивости канализирования, теория уширения спектральных линий излучения частицами низких энергий, а также канализование нейтральных частиц, остались за рамками этих обзоров. С другой стороны, довольно подробный теоретический анализ проблемы излучения и образования пар при высоких энергиях, проведенный в [141], основан целиком на операторном квазиклассическом подходе и не учитывает существующих альтернативных подходов.

В этой связи настоящий обзор посвящен в основном тем вопросам, которые не излагались или излагались не достаточно полно в [140—142]. В частности, теория уширения спектральных линий излучения канализированными частицами, позволяющая провести анализ результатов экспериментов с учетом влияния тепловых колебаний решетки, корреляций тепловых колебаний, атомных форм-факторов и кристаллических дефектов на спектры излучения, изложена в первом разделе нашего обзора. В разделе 2 обсуждается теория устойчивости канализирования частиц средних и высоких энергий и анализируются перспективы излучения канализированных частиц как источника гамма-квантов. В разделе 3 излагаются результаты альтернативного подхода к проблеме излучения и образования пар при высоких энергиях, основанного на квантовой теории переходов между состояниями поперечного движения. Последний раздел 4 посвящен такому новому явлению, как канализование нейтральных частиц. (Используется система единиц $\hbar = m = c = 1$.)

1. Рентгеновская спектроскопия квантовых состояний канализированных электронов в кристаллах.

1.1. СПЕЦИФИКА КАНАЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ $\frac{q=2\pi}{\lambda^2}$ ≤ 100 МэВ). Как известно, канализование частиц—это движение в усредненных по продольным координатам потенциалах атомов осей или плоскостей кристалла (каналах) [1—6]. Различие между канализированием отрицательно (e^-) и положительно (e^+) заряженных частиц заключается в том, что атомы оси (плоскости) лежат в середине канала для e^- -частиц, а не на его границах. Поэтому для e^- -частиц в глубине ямы не работает обычный механизм, ответственный за подавленность рассеяния и устойчивость канализирования e^+ -частиц и связанный с недостижимостью малых расстояний до колеблющихся ядер кристалла. Кроме того, для e^- -частиц при приближении к состоянию равновесия возмущение не уменьшается, как для e^+ , а возрастает.

Тем не менее, уже первые обработки экспериментов по прохождению [7] и излучению электронов с энергиями $E \leq 50$ МэВ [8, 9] в легких кристаллах обнаружили явно выраженные признаки канализирования: уровни поперечной энергии в яме усредненного потенциала. Физический механизм устойчивости квантового канализирования электронов был выяснен в [10, 11] (см. также [6]). Он заключается в следующем. При небольшом числе $N \sim 1$ уровней в канале поперечная дебройлевская длина волны λ_D^\perp электрона оказывается существенно больше амплитуды u тепловых колебаний атомов кристалла, так что невозможно локализовать электрон вблизи оси или плоскости, где он «чувствует» лишь изолированный атом. Размазанность канализированного электрона приводит к подавлению рассеяния в $(u/\lambda_D^\perp)^2$ раз по сравнению с рассеянием на изолированном атоме, несмотря на то, что электрон пересекает ось или плоскость. Естественно, что с ростом числа уровней в канале, т. е. с уменьшением λ_D^\perp , указанный механизм устойчивости исчезает. Это происходит при увеличении энергии электрона или при росте заряда ядра кристалла. Например, в кристаллах золота и вольфрама неустойчивость канализирования может возрастать до абсолютной [10—13].

Развитие экспериментальных исследований [14—35] дискретных спектров излучения, связанного со спонтанными радиационными переходами между уровнями в канале [36], после первых работ [8, 9] шло как по пути расширения диапазона энергий, ориентации и типов кристаллов, так и по пути повышения точности в определении положений и ширин наблюдаемых линий рентгеновского излучения. Задача теории заключается в выяснении влияния характеристик кристалла на положение, форму и интенсивность линий излучения.

1.2. Теория возмущений при канализации. Привлекательность спектроскопической задачи заключается еще и в том, что ее решение может быть основано не на модельных представлениях, а на строгой теории возмущений [10, 11] по отклонению истинного оператора взаимодействия канализированной частицы с фононной и электронной подсистемами кристалла от оператора, сохраняющего поперечную энергию в канале. Важно также, что физические величины, естественным образом вычисляемые в различных порядках такой теории возмущений,

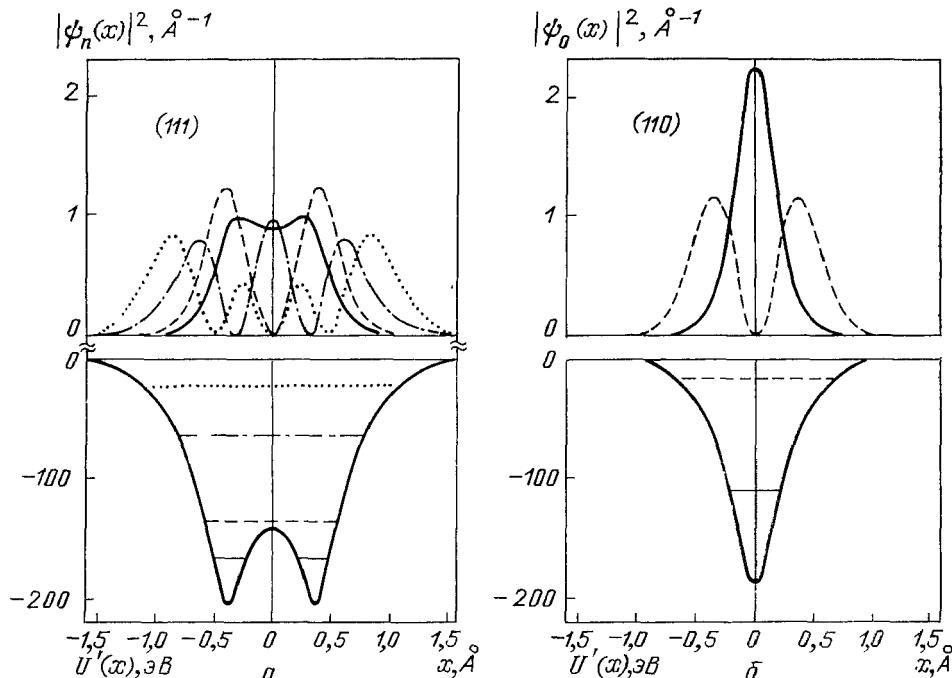


Рис. 1. Потенциал $U'(x) = \gamma U(x)$, где γ — фактор Лоренца, уровни энергии поперечного движения в системе координат, где продольная скорость электрона равна нулю, и плотность распределения $|\psi_n(x)|^2$ электронов с энергией 4 МэВ в каналах (111) (а) и (110) (б) кремния как функции расстояния от плоскости [17]

непосредственно связываются с наблюдаемыми на опыте. Так, в нулевом приближении можно определить уровни поперечной энергии (строго говоря, зоны, поскольку каналы расположены периодически) и соответствующие им волновые функции [37, 38] как собственные значения и собственные функции оператора, сохраняющего поперечную энергию [39] (подробнее см. [6]). В следующих приближениях можно определить сдвиги и ширины уровней, обусловленные неупругим рассеянием канализированной частицы на тепловых колебаниях решетки [10—12, 40—42] и электронах [23, 41, 42] кристалла. Далее можно исследовать форму линий излучения, а также вероятности переходов между уровнями (зонами) [10, 11, 42], с помощью которых можно исследовать кинетику населенностей уровней, т. е. интенсивности отдельных линий излучения.

Практически удобным методом решения задачи на собственные функции и собственные значения в нулевом приближении является метод разложения этих функций и потенциалов каналов в ряд по векторам обратной решетки [8]. При этом вместо дифференциального уравнения второго порядка необходимо решить систему m алгебраических уравнений, число которых должно быть достаточно велико, чтобы энергетическая зонная структура переходила в непрерывный спектр с квадратич-

ной зависимостью поперечной энергии от квазимпульса. На рис. 1 показаны рассчитанные таким методом [17] усредненный потенциал некоторых плоскостей кристалла кремния, энергия уровней в каналах и квадрат волновых функций электрона с энергией 4 МэВ, а на рис. 2 — зонная структура всего спектра поперечных энергий с различным квазимпульсом в зонах как функция угла влета электрона в кристалл. Практически оказывается, что для достижения необходимой для спектроскопических целей точности в плоскостном случае даже при относительно высоких энергиях, 50 МэВ, достаточно 30 членов разложения [12—22, 24, 43—46, 50]. В осевом случае необходимое число членов велико, ~900, что создает значительные вычислительные трудности.

Для упрощения расчетов можно воспользоваться методом полностью ортогонализированных плоских волн (формализмом псевдопотенциала, см., например, [52]), который применительно к данной задаче заключается в следующем [53]. Глубоколежащие подбарьерные состояния, зонное уширение которых невелико, рассчитываются в приближении сильной связи. При этом можно ограничиться одной ямой поперечного движения, заменив блоховские граничные условия на условия обращения в нуль волновых функций и их производных на бесконечности. Околобарьерные и надбарьерные состояния рассчитываются с помощью дополнительно введенных плоских волн, ортогональных найденным в приближении сильной связи. Чтобы избежать переполненности базиса (в противном случае затрудняется нахождение ширин или ухудшается точность) из числа дополнительно введенных блоховских функций вычитается число волн, равное числу сильно связанных состояний. Подробности применения формализма псевдопотенциала в задачах осевого канализования, позволяющего более чем на порядок понизить ранг матриц секулярного уравнения, можно найти в работах [13, 41, 53]. На рис. 3, 4 показаны, например, рассчитанные таким способом потенциал канала, квадрат радиальных волновых функций связанных состояний в канале и энергетическая зонная структура электронов с энергией 3,5 МэВ, 4 МэВ и 5 МэВ в различных осевых каналах кремния.

В ряде работ [143, 144] для расчета зонной структуры энергетических уровней поперечной энергии частиц при плоскостном канализовании использовался метод ячеек. При таком подходе задача сводится к решению уравнения Шредингера с релятивистской массой внутри одной ячейки периодического потенциала плоскостей с граничными условиями $\psi(d/2) = \exp(i \mathbf{k} d) \psi(-d/2)$, $\psi'(d/2) = \exp(i \mathbf{k} d) \psi'(-d/2)$, связывающими волновые функции и их производные на границах одномерной ячейки. На основе этого метода в [143] были разработаны алгоритмы, позволяющие находить спектр поперечных энергий $\epsilon_n(\mathbf{k})$ в зависимости от поперечного квазимпульса частиц \mathbf{k} , а также волновые функции и матричные элементы радиационных переходов между зонами.

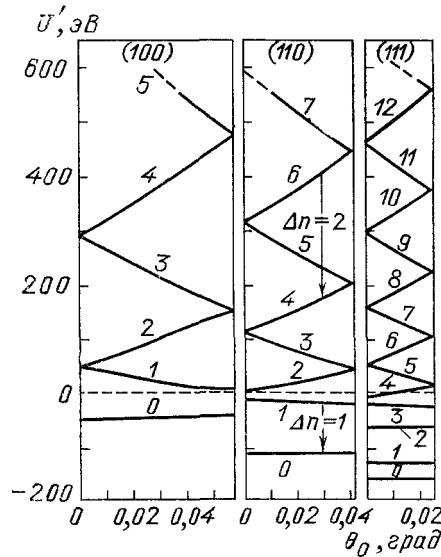


Рис. 2. Зонная структура спектра энергий поперечного движения (в системе продольного покоя электрона с энергией 4 МэВ) с различными квазимпульсами в зонах [17] как функция угла влета электрона в кристалл относительно плоскостей (100), (110) и (111) кремния

Следует отметить, что перечисленные подходы к проблеме зонной структуры поперечных энергий, по существу, являются одномерными или двумерными (в осевом случае) аналогами известных приближений, используемых в теории электронной структуры твердых тел.

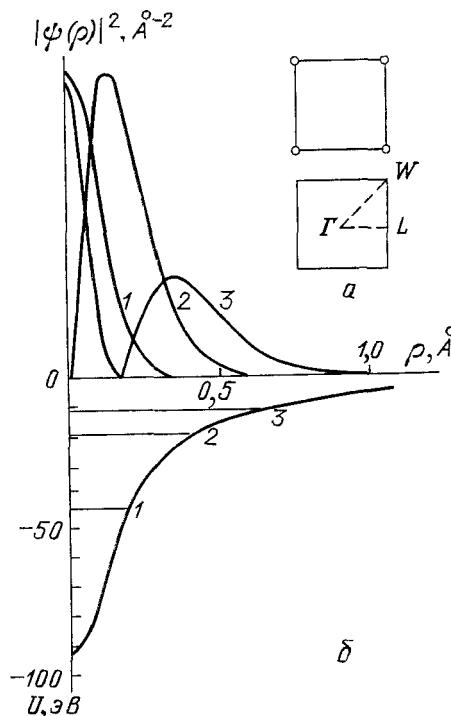


Рис. 3 Элементарная ячейка и первая зона Бриллюэна (а), потенциал (б) и плотность радиального распределения (в направлении L) электронов с энергией 5 МэВ на оси $\langle 100 \rangle$ кремния в различных связанных состояниях [53]

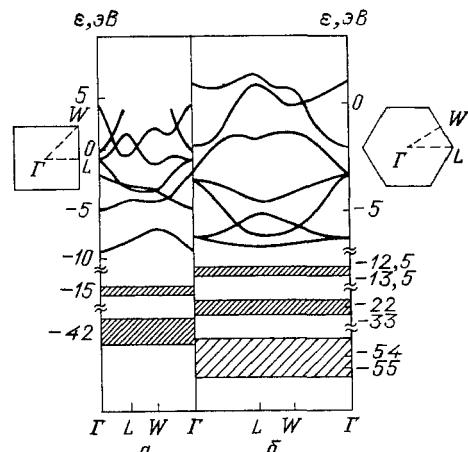


Рис. 4 Энергетическая зонная структура при осевом канализировании электронов с энергией 3,5 МэВ в канале $\langle 100 \rangle$ (а) и 4 МэВ в канале $\langle 111 \rangle$ (б) кремния [13]

1.3. Зависимость положения линий излучения от характеристик кристалла. Положение линий излучения, как указывалось в [17, 54], весьма чувствительно к деталям распределения электронной плотности в кристалле. Так, в работе [17] рассчитывались уровни энергии в каналах для различных моделей распределения электронной плотности в изолированном атоме. Использовались аппроксимации Мольера [55] и Доила и Тернера [56] для атомного потенциала. Расчеты показали (табл. I), что аппроксимация Доила и Тернера дает наиболее близкие к экспериментальным значения положений линий излучения, однако она не обеспечивает полного совпадения с экспериментом. В результате авторы [17] пришли к выводу, что атомные форм-факторы удовлетворительно аппроксимированы в [56] лишь для относительно малых передаваемых импульсов $q \leq 2 \text{\AA}^{-1}$, и получили улучшенную аппроксимацию для $q \leq 6 \text{\AA}^{-1}$. Улучшенная аппроксимация форм-факторов позволила достичь 2%-го согласия в положении линий в экспериментах на плоскостях (100) , (110) и оси $\langle 100 \rangle$ кристалла алмаза при различных энергиях электронов (рис. 5 и табл. II). Авторам работы [48] удалось увеличить точность расчетов до 1%. В то же время для случая сдвоенных осей $\langle 100 \rangle$ и плоскостей (111) алмазоподобной решетки становится существенным асимметричное распределение электронной плотности вокруг атома кристалла за счет ковалентных связей атомов. Поло-

жение уровней оказывается чувствительным к этому эффекту. Действительно, проведенные исследования в этих случаях обнаружили весьма значительные расхождения экспериментальных данных и теории, использующей форм-факторы изолированного атома (рис. 6). В работе [25] было обращено внимание на необходимость учета отличия распределения электронов в кристалле от сферически симметричного. Учет такого отличия, проведенный с помощью опытных данных по рентгеновской

Таблица I. Положение линий излучения ω_{if} при плоскостном канализировании (направление (110)) электронов в кремнии [17]

E , МэВ	Переход $i-f$	Эксперимент ω_{if}^{\max} , кэВ	Теория; ω_{if}^{\max} , кэВ	
			Аппроксимация Мольера	Аппроксимация Дойла—Тернера
56	1—0	128	139	134
	2—1	94	101	96
	3—2	68	75	69
	4—3	52	58	53
28	1—0	40	45	43
	2—1	25	28	27

Таблица II. Положение линий излучения ω_{if} при канализировании электронов в алмазе [33]

Индексы плоскости (оси)	E , МэВ	Переход $i-f$	Эксперимент ω_{if}^{\max} , кэВ	Теория; ω_{if}^{\max} , кэВ
(110)	54,5	1—0	161,0±0,5	163,7
		2—1	103,8±0,4	105,7
		3—2	78,0±0,3	79,6
		4—3	60,8±1,5	59,7
<100>	16,9	4—1	240,2±1,5	245,0
			101,5±1,0	100,0
			58,8±0,5	57,9
			35,0±0,5	33,9

дифракции на плоскостях (111), сблизил теоретические и экспериментальные значения положений линий. Однако сохранились еще заметные (5%) расхождения, превышающие погрешность эксперимента и теории (см. рис. 6). Таким образом, данные рентгеновской дифракции не позволяют достичь полного согласия теории и эксперимента. Более точные данные об асимметрии электронного распределения могли бы быть получены при более точном измерении интенсивности рефлексов высокого (третьего и т. д.) порядка при дифракции рентгеновских лучей. Однако эта задача пока не выполнена. В то же время спектроскопия рентгеновского излучения при канализировании уже при достигнутом уровне точности в состоянии фиксировать несоответствие опыта и существующих представлений о деталях распределения электронов в кристалле (см. рис. 6). В результате таких сравнений авторы [33], исходя из совпадения теоретических и экспериментальных данных по положению линий излучения, пришли к выводу о необходимости введения поправки к потенциальному плоскости (111), учитывающей отклонение электронного распределения от сферически-симметричного.

Температура кристалла, а следовательно и амплитуда тепловых колебаний атомов, как впервые было отмечено в работе [12], также оказывают заметное влияние на положение линий излучения при канализировании, особенно тех, которые связаны с радиационными переходами на самые глубокие уровни. На рис. 7 показано влияние температуры кристалла на форму потенциала канала, положение уровней в канале и наблюдаемые спектры излучения электронов с энергией 54,4 МэВ [35]. При

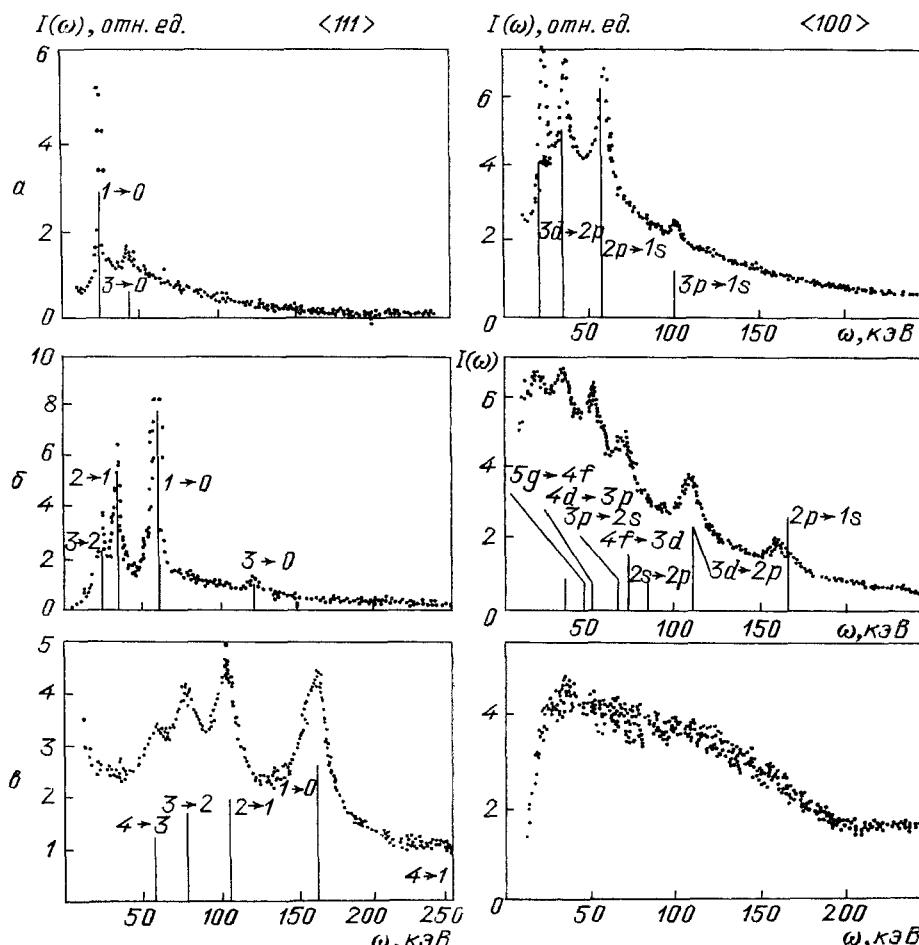
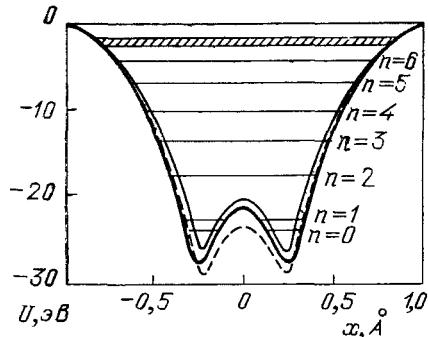


Рис. 5. Спектры интенсивности излучения в плоскостном (111) (слева) и осевом $\langle 100 \rangle$ (справа) каналах алмаза при различных энергиях электронов (в МэВ): 16,9 (а), 30,5 (б) и 54,5 (в) [33]. Сплошные линии — рассчитанные значения центров линий излучения (см. табл. II)

заданном распределении электронной плотности в кристалле положение самых жестких линий излучения, связанных с переходами на глубокие уровни, оказывается весьма чувствительным к амплитуде тепловых колебаний и, таким образом, к температуре Дебая. Так, авторы работ [34, 35], исследуя спектры излучения электронов в кристаллах Cd, Si, Ge, GaAs (табл. III), пришли к выводу, что температура Дебая в кремнии, полученная из экспериментов по канализированию, оказывается заметно ниже общепринятой (540 К), в отличие от ситуации для алмаза и арсенида галлия. На рис. 8 показаны измеренные и рассчитанные положения линий излучения при плоскостном и осевом канализировании для двух различных температур Дебая Θ_D [34, 35]. Видно, что $\Theta_D = 493$ К лучше

Рис. 6. Потенциал канала (111) алмаза и уровни энергии поперечного движения в канале для электронов с энергией 30,5 МэВ. Штриховая линия — потенциал, полученный из аппроксимации Дойля — Тернера потенциала изолированного атома, тонкая сплошная линия — потенциал, полученный из опытов по дифракции рентгеновских лучей, толстая сплошная — потенциал, полученный из условия совпадения экспериментальных и теоретических значений положений линий излучения [33] (x — расстояние от плоскости)



ше описывает экспериментальную ситуацию. Следует, однако, заметить, что существует, строго говоря, целый класс функций распределения электронной плотности кристалла и интервал соответствующих температур Дебая, для которых можно в принципе добиться совпадения теоретических и экспериментальных данных. Поэтому для получения точно го значения θ_D необходимо максимально точно задать распределение

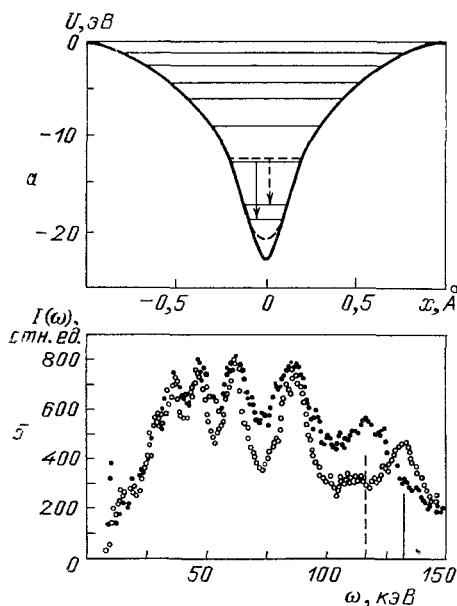


Рис. 7. а — Потенциал плоскостного канала (110) кремния и положения уровней поперечной энергии в канале для электронов с энергией 54,5 МэВ при двух различных температурах. 80 К (сплошные линии) и 293 К (штриховые линии). б — Спектры излучения электронов с энергией 54,5 МэВ в канале (110) кремния при 80 К (темные кружки) и 293 К (светлые кружки) [35]

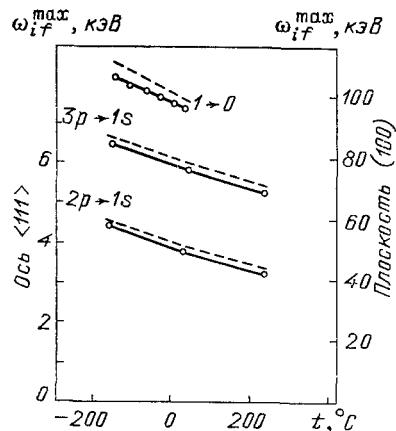


Рис. 8. Измеренные (значки) [24, 34, 35] и вычисленные (кривые) [34, 35] положения линий излучения при переходах $3p \rightarrow 1s$, $2p \rightarrow 1s$ электронов с 3,5 МэВ в осевом канале $\langle 111 \rangle$ и перехода $1 \rightarrow 0$ в плоскостном канале (100) кремния при энергии электронов 54,5 МэВ как функции температуры кристалла. Сплошные линии соответствуют температуре Дебая 495 К, штриховые — 543 К

электронной плотности. Такая работа была проделана в [47, 48]. Для аппроксимации распределения электронной плотности, найденной в [17], получены $\theta_D = 514$ К (при $T=110$ К) и $\theta_D = 504$ К (при $T=298$ К). Для

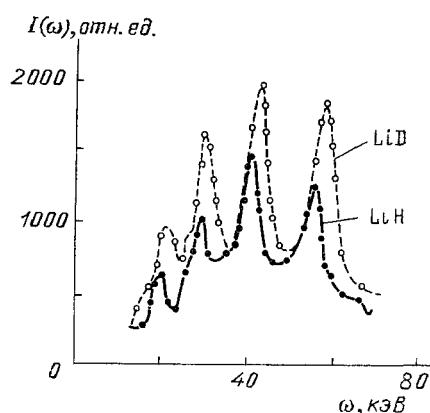


Рис. 9. Спектры излучения электронов с энергией 54,5 МэВ в плоскостном канале (100) кристаллов LiH и LiD

скольку при идентичной решетке увеличение амплитуды тепловых колебаний сопровождается сдвигом линий излучения в низкочастотную область (причем тем более заметным, чем жестче линия излучения) и уменьшением их интенсивности.

Таблица III. Положение линии излучения, связанной с переходом $1 \rightarrow 0$ в различных кристаллах при заданной температуре Дебая θ_D [34]

Кристалл	E , МэВ	θ_D , К	ω_{1-0}^{\max} , кэВ	
			плоскость (110)	Эксперимент
Cd	54,4	2000	163,7	$161 \pm 0,5$
S ₁	54,4	543	128,5	$122,2 \pm 1,0$
Ge	16,9	290	26,9	$27,6 \pm 0,5$
GaAs	16,9	260	26,6	$26,6 \pm 0,4$

Исследования по влиянию несовершенств кристалла на положение линий излучения при канализации имеют определенные перспективы вследствие двух обстоятельств: можно исследовать относительно глубокие слои кристалла (~ 1 мкм); дискретная структура спектра излучения проявляется даже при большом количестве повреждений и дислокаций [31]; положение, форма и интенсивность линий излучения весьма чувствительны к имеющимся несовершенствам кристалла. На рис. 10 приведены результаты эксперимента [31] по измерению спектра излучения электронов при канализации в совершенном кристалле (точки) и в несовершенном кристалле с заданной плотностью дислокаций (кружки). Как следует из эксперимента, имеется вполне закономерное влияние на спектры излучения: сдвиг в мягкую область, уширение и уменьшение интенсивности линий излучения—закономерности, весьма привлекательные для теоретического описания. Развивающаяся теория влияния несовершенств кристалла на спектры излучения объясняет эти закономерности [51] и дает возможность извлекать информацию о некоторых характеристиках несовершенств кристалла (например, дислокациях в алмазе типа В).

более точной аппроксимации [48] получены значения $\theta_D = 503$ К (при $T=110$ К) и $\theta_D = 494$ К (при $T=298$ К).

Интересными оказались результаты прецизионных измерений положений линий излучения при канализации электронов в кристаллах LiF, LiH и LiD.

Так, авторы работы [29, 31] пришли к выводу, что амплитуда тепловых колебаний атомов фтора в кристалле LiF занижена почти в два раза, а амплитуда тепловых колебаний атомов в кристалле LiH больше, чем в LiD в противоположность ранее известному результату [57]. Действительно, этот вывод непосредственно следует из сравнения спектров излучения (рис. 9), по-

Известно, что подавляющая часть естественных монокристаллов алмаза имеет высокую (до 10%) концентрацию примесей азота, присутствие которого в решетке приводит к образованию дисков. Дислокации такого типа, исследованные методами рентгеновской дифракции и электронной микроскопии, расположены хаотически и имеют размеры от 40 до 1000 Å. Известны две модели встраивания дисков в решетку алмаза [44, 51]. Согласно одной, дислокация представляет собой двойной диск, составленный из атомов азота согласно другой—одиночный диск из атомов углерода. Существующие экспериментальные методы, однако, не дают исчерпывающей информации относительно этих дислокаций. В то

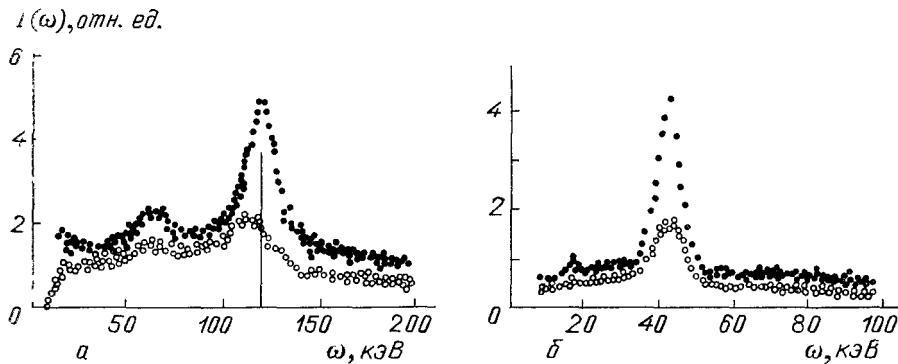


Рис. 10. Измеренные спектры излучения электронов с энергией 54,5 МэВ (а) и 30,5 МэВ (б) в плоскостном канале (100) алмаза различной степени совершенства [31]

же время первые, хотя и недостаточные (подробнее см. п. 1.4), данные экспериментов по измерению положений линий излучения в несовершенных кристаллах [31] приводят к некоторым вполне определенным выводам. Так, было показано [51], что представление о дислокации, как состоящей из одиночного диска атомов углерода, ближе к реальной ситуации в эксперименте; диаметр дисков $\approx 200\text{ \AA}$, а плотность дисков $\approx 3 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$. Расстояние между дисками считалось известным ($\Delta \approx 500 \text{ \AA}$ [31]). Выводы относительно структуры дислокаций делались из условия совпадения теоретических и экспериментальных значений положений линий излучения для двух энергий электронов при плоскостном каналировании. Для осевого случая (экспериментальные данные отсутствуют), который может дать дополнительную информацию (см. п. 1.4), расчеты приведены в табл. IV.

Известный интерес представляет исследование влияния точечных изоморфных дефектов (замещения) на положение и ширину линий излучения при каналировании. Соответствующая теория была развита в [44]. В табл. V приведены результаты таких расчетов для Si без примесей ($q \leq 0,1\%$), с 1%-ной и 5%-ной примесью бора (кремний p-типа) и 1%-ной и 5%-ной примесью мышьяка (кремний n-типа). Как следует из таблицы, точечные изоморфные дефекты сдвигают линии излучения на величину, достаточную для экспериментального обнаружения при концентрации дефектов $q \geq 1\%$.

1.4. Влияние характеристик кристалла на ширину и интенсивность линий излучения при каналировании. Ширина уровня Γ_i складывается из зонной ширины $\Gamma_i^{(3)}$ и ширин, обусловленных неупругим рассеянием на фононах $\Gamma_i^{(n)}$ и электронах кристалла $\Gamma_i^{(e)}$. Для плоскостного каналирования существует еще специфи-

ческое неоднородное уширение, $\Gamma_i^{(s)}$, связанное с эффектом Допплера при рассеянии частиц в плоскости канализации [11], так как различные частицы испускают в данном направлении фотоны разной частоты.

Таблица IV. Положение ε_i , сдвиг $\Delta\varepsilon_i$, ширина в совершенном кристалле Γ_i и дислокационная ширина Γ_i^g уровней в осевом канале $\langle 100 \rangle$ для электронов с различными энергиями E для двух моделей дислокаций [44, 51]

E , МэВ	Уровень	$\varepsilon_i(\Gamma_i)$, эВ	$\Delta\varepsilon_i(\Gamma_i^g)$, эВ	
			Модель 1	Модель 2
5	1s	—41,4 (0,44)	—1,23 (0,24)	—1,30 (0,24)
	2p	—17,0 (0,25)	—0,47 (0,06)	—0,56 (0,064)
16,9	1s	—57,8 (0,47)	—1,63 (0,36)	—1,70 (0,37)
	2p	—34,6 (0,38)	—1,10 (0,16)	—1,17 (0,19)
	2s	—24,0 (0,24)	—0,69 (0,10)	—0,77 (0,11)
	3s	—19,5 (0,23)	—0,60 (0,069)	—0,68 (0,074)
	3p	—16,3 (0,27)	—0,41 (0,066)	—0,50 (0,068)
30,5	1s	—64,9 (0,45)	—1,78 (0,41)	—1,84 (0,42)
	2p	—44,4 (0,47)	—1,37 (0,27)	—1,44 (0,27)
	2s	—32,4 (0,28)	—0,96 (0,16)	—1,05 (0,17)
	3s	—28,6 (0,32)	—0,93 (0,14)	—1,01 (0,14)
	3p	—23,7 (0,25)	—0,67 (0,10)	—0,77 (0,11)

Таблица V. Положение линий излучения канализированных электронов в кремни, легированном бором (p) и мышьяком (n) [44] (q — концентрация примесей)

Индексы Миллера	E , МэВ	Переход	$\omega_{if}^{(0)}$, кэВ; $q \leq 0,1\%$	$\omega_{if}^{(p)}$, кэВ; 1%	$\omega_{if}^{(p)}$, кэВ; 5%	$\omega_{if}^{(n)}$, кэВ; 1%	$\omega_{if}^{(n)}$, кэВ, 5%
$\langle 100 \rangle$	3,5	$2p \rightarrow 1s$	3,25	3,27	3,36	3,21	3,06
(110)	54	$1 \rightarrow 0$	125,2	125,7	127,7	124,2	120,4

Таблица VI. Измеренные [21] и рассчитанные [46] ширины линий излучения Г при плоскостном канализировании электронов с энергией 54 МэВ в алмазе

Индексы Миллера	Переход $i-f$	$\Gamma^{(n)} + \Gamma^{(e)}$, кэВ,	$\Gamma^{(s)}$, кэВ	$\Gamma^{(g)}$, кэВ	$\Gamma_{\text{теор}}$, кэВ	$\Gamma_{\text{эксп}}$, кэВ
(110)	$1 \rightarrow 0$	4,3	—	5,1	9,4	12,1
	$2 \rightarrow 1$	3,8	—	3,3	7,4	8,7
	$3 \rightarrow 2$	3,4	0,4	2,5	6,3	7,6
	$4 \rightarrow 3$	3,0	4,6	1,8	9,4	8,8
(100)	$1 \rightarrow 0$	3,4	0,9	4,1	8,4	8,0
	$2 \rightarrow 1$	2,2	12,5	3,7	18,4	24,0

Естественно, для спектроскопических исследований однородного уширения формы линия излучения, зависящего от деталей распределения электронной плотности ($\Gamma^{(e)}$, $\Gamma^{(s)}$) и тепловых колебаний ($\Gamma^{(n)}$), указанное неоднородное уширение является «замазывающим» эффектом.

В работе [46] рассчитывались все указанные выше процессы уширения линий излучения канализированных электронов в алмазе. Результаты расчетов вместе с экспериментальными значениями [21] приведены в табл. VI. Как следует из таблицы, значительный вклад в ширину линии излучения вносит допплеровское уширение из-за рассеяния частиц в

плоскости канала (до 50% полной ширины и часто значительно превышающее уширение на тепловых колебаниях).

Зонное уширение, как следует из табл. VI, существенно для высоко-лежащих уровней, и в ряде случаев, например, на плоскости (100) оно может стать определяющим. Проведенные в [46] расчеты показывают также, что согласие расчетных данных с экспериментальными имеет место лишь при учете указанного выше квантового эффекта подавления рассеяния [10, 11] из-за периодичности расположения атомов.

Определенные перспективы, с точки зрения получения информации о кристалле с помощью ширин линий излучения, представляет осевое каналирование. Преимущество перед плоскостным случаем заключается в том, что допплеровское уширение, замазывающее эффект, отсутствует, а зонное — существенно меньше, чем в случае плоскости. Следовательно, для глубоких уровней преобладает рассеяние на фононах, для внешних — на электронах. В табл. VII и на рис. 11 приведены иллюстрирующие данные [13].

Влияние несовершенств кристалла на ширины линий излучения рассматривалось в [44, 51] в рамках уже упомянутой здесь теории возмущений по отклонению оператора взаимодействия канализированного электрона с реальным кристаллом от оператора, сохраняющего перечную энергию в идеальном кристалле. Из результатов этих работ следует, что абсолютные значения дислокационных ширин составляют 20—50% от значений ширин в совершенном кристалле при реальных дислокациях естественного алмаза, а разные модели дислокаций приводят к небольшому отличию в значениях дислокационных ширин (см. табл. IV). Отметим, что с помощью экспериментальных значений ширин и положений линий излучения при нескольких осевых ориентациях и значениях энергии электрона можно получить данные о плотности, размерах и структуре дислокаций без задания их параметров.

Таблица VII. Парциальные ширины Γ уровней в осевых каналах $\langle 100 \rangle$ и $\langle 111 \rangle$ кремния для электронов с энергиями 3,5 и 4 МэВ [13]

Состояния	Si, $E = 3,5$ МэВ; $\langle 100 \rangle$			Si, $E = 3,5$ МэВ, $\langle 111 \rangle$		
	$\Gamma^{(n)}$, эВ	$\Gamma^{(e)}$, эВ	$\Gamma^{(3)}$, эВ	$\Gamma^{(n)}$, эВ	$\Gamma^{(e)}$, эВ	$\Gamma^{(3)}$, эВ
1s	300	25	≤ 1	478	35	≤ 1
2p	79	19	≤ 1	170	31	≤ 1
2s	30	16	320	70	30	≤ 1
3d	10	6	350	20	8	235

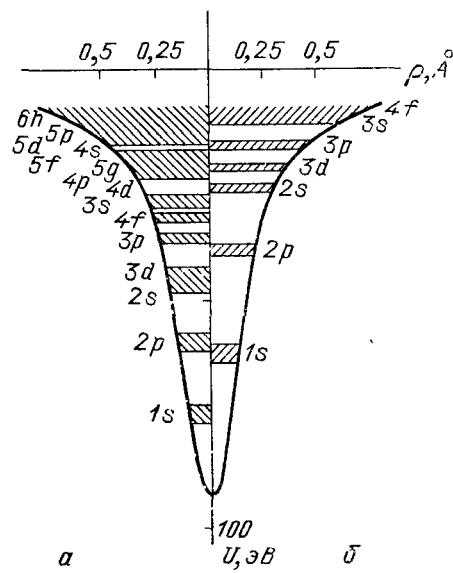


Рис. 11. Уширение уровней в осевом канале Si электрону с энергиями 50 МэВ (а) и 15 МэВ (б) [13]

Что касается точечных изоморфных дефектов, то ширины уровней в Si очень чувствительны к легированию атомами с большим атомным номером. Это видно из табл. VIII для Si с примесью бора и мышьяка.

Это обстоятельство может оказаться существенным при получении информации о полупроводниковых материалах высокой проводимости.

Как известно, не существует методов прямого экспериментального измерения коэффициентов корреляций тепловых смещений атомов решетки кристалла. В частности, один из наиболее популярных в настоящее время методов, EXAFS, позволяет измерять разницу в величинах

Таблица VIII. Ширина нижнего уровня поперечной энергии канализированных электронов в чистом ($q < 0,1\%$) кремнии и кремнии, легированном бором (р) и мышьяком (п) (E —энергия электронов, q —концентрация примесей)

Индексы Миллера	E , МэВ	Γ , эВ: $q < 0,1\%$	Γ , эВ. 1%	Γ , эВ: 5%	Γ , эВ. 1%	Γ , эВ 5%
$\langle 100 \rangle$	3,5	1,79	1,77	1,68	1,89	2,29
(110)	54	0,311	0,300	0,289	0,325	0,382

средних квадратов относительных смещений атомов при различных температурах, причем с точностью $\sim 10\%$ [59, 60]. В то же время, как показано в работе [41] (см. также [12]), более точную, а в ряде случаев и прямую информацию о величинах коэффициента корреляции можно

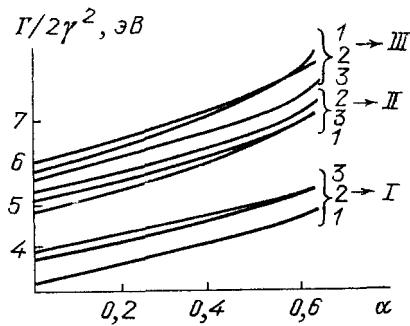


Рис. 12. Зависимость ширины линии излучения $2p \rightarrow 1s$ от коэффициента корреляции тепловых смещений атомов кремния для электронов в канале $\langle 100 \rangle$ с энергиями 3,5 МэВ (кривые I), 7,5 МэВ (кривые II), 11,5 МэВ (кривые III) для различных температур кристалла: 100 К (1), 300 К (2), 500 К (3)

получать, исследуя ширины жестких линий излучения при осевом канализировании. На рис. 12 показана, например, расчетная зависимость ширин с различными энергиями в осевом канале кремния от величины коэффициента корреляции α при различных температурах. Вклад от неупругого рассеяния на электронах в ширину линий излучения составляет в этом случае 2%. Как видно из рисунка, $\Gamma \approx \Gamma_0(1+\alpha)$ и для известных значений

Таблица IX. Ширина линии излучения ($2p \rightarrow 1s$) в осевом канале $\langle 111 \rangle$ кремния рассчитанная [41] без учета корреляций (Γ_1), с учетом корреляции по модели Дебая (Γ_2) и по модели [63] (Γ_3) при различных температурах ($\Gamma_{\text{эксп}}$ — экспериментальное значение ширины линии [24])

T , К	$\Gamma_{\text{эксп}}$, эВ	Γ_1 , эВ	Γ_2 , эВ	Γ_3 , эВ
110	530	400	640	480
300	650	465	790	610
500	670	485	800	625

α (см. [61—63]) поправка к ширине от корреляций в тепловых смещениях достигает 20—30%. В табл. IX приведены измеренные [24] ширины линий излучения при переходах $2p \rightarrow 1s$ электронов с энергией 3,5 МэВ в Si (направление $\langle 111 \rangle$) при температурах 110, 300 и 500 К и рассчитанные в [41] значения ширин без учета корреляций и с учетом корре-

ляций по модели Дебая с α из работы [63]. Как следует из таблицы, учет корреляций по модели Дебая дает завышенное значение ширины. Из условия совпадения теоретических ширин с экспериментальными можно определять коэффициенты корреляций между различными соседями [41]. Следует иметь в виду, что в тех случаях, когда существенны корреляции между различными парами атомов оси, невозможно непосредственно определить соответствующий коэффициент корреляции из сравнения теории и эксперимента. В таких случаях необходимо основываться на какой-либо конкретной модели корреляций.

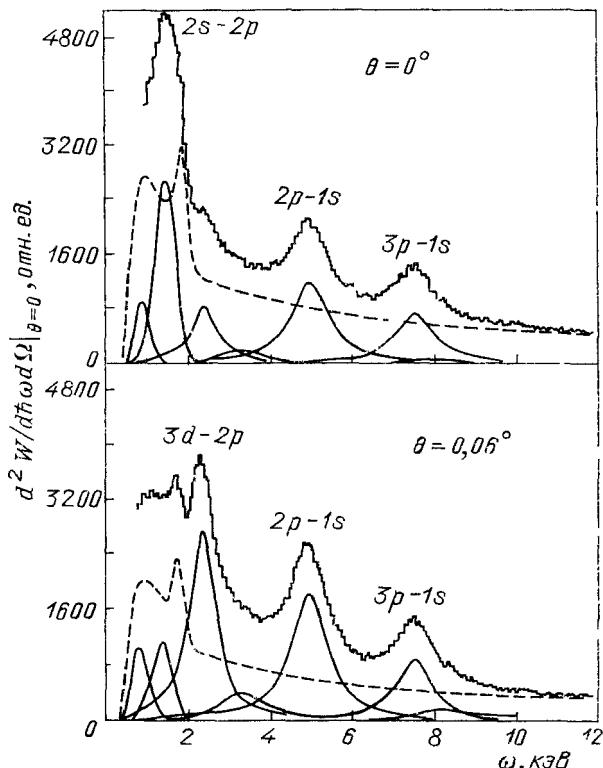


Рис. 13. Измеренные спектры излучения (ломанные линии) [12] электронов с энергией 4 МэВ в осевом канале $\langle 111 \rangle$ кремния толщиной 0,5 мкм для двух различных углов влета: $\theta = 0^\circ$ — верхний рисунок, $\theta = 0,06^\circ$ — нижний; штриховая кривая — спектр в разориентированном кристалле с учетом поглощения фотонов, сплошные кривые — теоретическая интерпретация вклада отдельных переходов

Интенсивность линий излучения зависит от населенностей C_i квантовых состояний в канале. Населенности, в свою очередь, зависят от толщины кристалла, угла влета и скорости деканализирования (вероятностей перехода между состояниями и ширин уровней). С помощью угла влета, например, можно усиливать или, наоборот, подавлять отдельные линии излучения. Для иллюстрации этого обстоятельства на рис. 13 показаны зависимости спектров излучения в осевом канале $\langle 111 \rangle$ кремния от угла влета по отношению к оси. Возможности рентгеновской спектроскопии заметно возрастают, если при сравнении теории и эксперимента научиться работать еще с несколькими параметрами: абсолютными интенсивностями разных линий излучения. Для этого в теории необходимо решить уравнения баланса, а при постановке эксперимента — иметь хорошо откалиброванные детекторы с высоким разрешением. Такая задача уже решалась в работах [21, 23, 46]. Неплохая для начальной стадии исследований степень совпадения теории и эксперимента — стимул дальнейших спектроскопических исследований.

Отношение Δ_{if}/Γ (Δ_{if} — расстояние между уровнями) уменьшается [10, 11] с ростом энергии электрона (рис. 12). Перекрытие уровней означает, с одной стороны, что исчезает возможность применения рентгенов-

ской спектроскопии (см. также рис. 5), а с другой—что ширины уровней перестают быть адекватной характеристикой процесса. Поскольку, однако, число уровней при этом оказывается уже большим, работает классическое описание.

2. Рассеяние, деканализование и потери энергии электронов в кристаллах при высоких энергиях.

2.1. Рассеяние электронов в ориентированных кристаллах. Если число дискретных уровней в яме усредненного потенциала $U(r_1)$ глубиной U_0 и шириной a достаточно велико ($(aEU_0)^{1/2} > 1$, см. [6]), то выполняется условие классичности движения электрона с полной энергией E . Будем характеризовать рассеяние средним квадратом угла отклонения $\langle \theta_d^2 \rangle$ частицы от ее первоначального направления. При рассмотрении рассеяния электрона в кристалле удобно выделить три различных механизма: когерентное рассеяние на усредненном потенциале осей и плоскостей; рассеяние, сопровождаемое обменом между электроном и кристаллом (как целым) импульсом, кратным импульсу обратной решетки; и наконец, некогерентное рассеяние на тепловых колебаниях атомов решетки кристалла. Указанные механизмы дают аддитивный вклад в средний квадрат угла отклонения $\langle \theta_d^2 \rangle$ электрона от первоначального направления.

При рассеянии на усредненном потенциале $U(r_1)$ канализированный электрон отклоняется на пути $z \approx d/\theta_L$ на угол порядка угла Линдхарда $\theta_L \approx (2U_0/E)^{1/2}$ (в осевом случае угол отклонения в несколько раз меньше θ_L из-за воронкообразного вида потенциала осевого канала), где d —расстояние между атомами. С ростом угла входа θ_0 по отношению к оси или плоскости угол отклонения уменьшается. Так для случая плоскости $\langle \theta_d^2 \rangle = (\Delta U/E\theta_0)^2$, где $\Delta U = U(r_1^0) - U(r_1^f)$, r_1^0, r_1^f — координата точки входа (выхода), которая является случайной величиной, в чем легко убедиться, используя условие неизменности поперечной скорости при переходе через границу кристалла. В осевом случае под действием усредненного потенциала происходит также поворот вектора скорости частицы вокруг оси на угол φ , причем $\langle \theta_d^2 \rangle = \theta_0^2 \langle \varphi^2 \rangle$. В тонких кристаллах ($z \leq d^2/a\theta_0$), когда частица успевает рассеяться только на одной цепочке, возможно явление радужного рассеяния [64, 65], аналогичное явлению радужного рассеяния волн и частиц на капельках воды, атомах и атомных ядрах. Эффект связан с когерентным сложением амплитуд рассеяния на один и тот же угол при различных моментах частицы относительно оси кристалла. При достаточно больших толщинах $z > d^2/a\theta_0$ будет происходить многократное рассеяние на цепочках, при котором отклонение от первоначального направления будет накапливаться за счет среднеквадратичного угла $\langle \varphi^2 \rangle$ рассеяния на различных цепочках кристалла [66, 67]. Этот угол можно рассчитать аналитически с помощью борновской теории рассеяния на двумерном линдхардовском потенциале [4]. В результате для среднеквадратичного угла отклонения в работах [4, 66] получена формула

$$\langle \theta_d^2 \rangle = \frac{\sqrt{3}(4-\pi) \cdot 4\pi^2 Z^2 e^4 n a z}{E^2 d \theta_0}, \quad (2.1)$$

где Z —заряд ядра атомов кристалла, d —расстояние между атомами в цепочке, a —томас-фермиевский радиус экранирования, e —заряд электрона. Этот угол, как и угол «однократного» рассеяния на плоскости или цепочке, при малых углах влета $\theta_0 \ll 1$ может существенно превысить угол многократного рассеяния в аморфном веществе. Фактор превыше-

ния, по порядку величины равный $a/d\theta_0$, совпадает с фактором когерентности, который увеличивает сечение рассеяния и излучения в кристалле в расчете на один изолированный атом [4]. При достаточно больших толщинах кристалла $z > d^2\theta_0^3/a\theta_L^4$, когда азимутальный угол $\langle\phi^2\rangle$ приближается по порядку величины к единице, среднеквадратичный угол отклонения $\langle\theta_d^2\rangle$ выходит на насыщение (образуются характерные колцевые распределения (см., например, [68]), наблюдаемые в экспериментах с хорошо коллимированными пучками протонов и π -мезонов [69]).

Когерентное рассеяние, связанное с периодической дискретностью оси или плоскости, практически всегда можно не учитывать в связи с малой вероятностью передачи столь большого продольного импульса, как импульс обратной решетки. Рассматриваемый механизм важен лишь в режиме перехода от плоскостного канализования к осевому (передаваемый импульс тогда стремится к нулю), поскольку именно этот механизм делает необходимой замену нулевого приближения (замену плоскостного непрерывного потенциала на сумму осевых) [6].

При достаточно больших толщинах $z \gg d/\theta_L$ (при $\theta < \theta_L$) и $z \gg d^2/\theta_0^3/a\theta_L^4$ (при $\theta > \theta_L$), когда когерентное рассеяние выходит на насыщение, необходимо учитывать некогерентное рассеяние, связанное с тепловыми колебаниями атомов кристалла [70, 145].

Поскольку при высоких энергиях электрона некогерентное рассеяние происходит на одном изолированном атоме (см. ниже), отличие среднеквадратичного угла рассеяния на тепловых колебаниях атомов в кристалле от аналогичной величины в аморфной мишени (или разориентированном кристалле) связано только с эффектом перераспределения потока электронов по сечению канала.

При $\theta_0 > \theta_L$ аналитическую формулу для перераспределения потока электронов и, следовательно, для отношения среднего квадрата угла рассеяния $\langle\theta^2\rangle_T$ на тепловых колебаниях атомов в плоскостном канале к среднему квадрату угла рассеяния в аморфной мишени $\langle\theta^2\rangle_a$ можно получить, исходя из конкретной модели усредненного потенциала плоскостного канала. Например, для модели «перевернутая парабола» указанное отношение равно [70]:

$$\frac{\langle\theta^2\rangle_T}{\langle\theta^2\rangle_a} = 1 - \frac{\theta_L^2}{3\theta_0^2}. \quad (2.2)$$

Как следует из (2.2), рассеяние надбарьерных частиц в кристалле на тепловых колебаниях атомов чуть менее сильно, чем рассеяние в разориентированном кристалле. Эффект тем заметнее, чем ближе угол входа θ_0 к критическому углу канализирования θ_L , что связано с «зависанием» электронов, находящихся непосредственно вблизи барьера в области пониженной ядерной плотности. Максимальное отклонение от $\langle\theta^2\rangle_a$ порядка 10%.

При $\theta_0 < \theta_L$ эффект перераспределения потока не имеет строгого аналитического выражения даже для конкретных моделей потенциала канала; однако для качественного описания эффекта можно воспользоваться приближенной формулой [70]:

$$\frac{\langle\theta^2\rangle_T}{\langle\theta^2\rangle_a} = 1 + \frac{\alpha U_0}{\varepsilon_{\max}(z)} \left(1 - \frac{1}{6\alpha} \ln \frac{\varepsilon_{\max}(z)}{U_0} \right); \quad (2.3)$$

здесь U_0 —полная глубина ямы для плоскостного канала, α —параметр порядка единицы, $\varepsilon_{\max}(z) = E \langle\theta^2\rangle_a(z)/2$, $E_s \approx 21$ МэВ; L —радиационная длина,

$$\langle\theta^2\rangle_a = \frac{E_s^2 z}{E^2 L} \left(1 + \frac{1}{9} \lg \frac{z}{L} \right). \quad (2.4)$$

Как следует из (2.3), если все частицы находятся в канале ($\varepsilon_{\max}(z) \leq U_0$), то рассеяние на тепловых колебаниях при малых углах влета электрона в кристалл ($\theta_0 \ll \theta_L$) в несколько раз интенсивнее рассеяния в разориентированном кристалле. Это вполне естественно, поскольку канализированные электроны в среднем движутся в области повышенной ядерной плотности в кристалле. При больших толщинах величина $\langle \theta^2 \rangle_T$ из-за вклада надбарьерных частиц приближается к аналогичной величине $\langle \theta^2 \rangle_a$ в эквивалентной аморфной мишени со стороны меньших значений, отличаясь от $\langle \theta^2 \rangle_a$ не более чем на 10%—20% [70] (см. также (2.2)).

Отметим, что непосредственное измерение угла многократного рассеяния на тепловых колебаниях $\langle \theta^2 \rangle_T^{1/2}$ при канализации возможно лишь в достаточно толстом кристалле, поскольку углы многократного рассеяния на усредненных потенциалах плоскостей и осей из-за эффекта насыщения оказываются существенно меньшими $\langle \theta^2 \rangle_T^{1/2}$. Однако, как показано в [70, 145], эти углы в тонком кристалле можно измерять косвенно, используя интенсивность жесткой части спектра некогерентного излучения. Указанная часть спектра обусловлена тормозным излучением электрона на колеблющихся ядрах кристалла, а интенсивность этого излучения в отсутствие коллимации фотонного пучка пропорциональна $\langle \theta^2 \rangle_T$.

Таким образом, суммарная картина эволюции с толщиной кристалла рассеяния должна учитывать все разобранные механизмы. Например, в случае осевой ориентации, даже при нулевом угле влета электронов относительно оси кристалла точный расчет должен учитывать сначала рассеяние на непрерывном потенциале в канале, затем многократное рассеяние на цепочках тех надбарьерных электронов, которые появились в результате некогерентного рассеяния на тепловых колебаниях. При этом некогерентное рассеяние сначала включается как механизм «подпитки» надбарьерных состояний и лишь потом (в толстых кристаллах) как основной механизм углового уширения пучка.

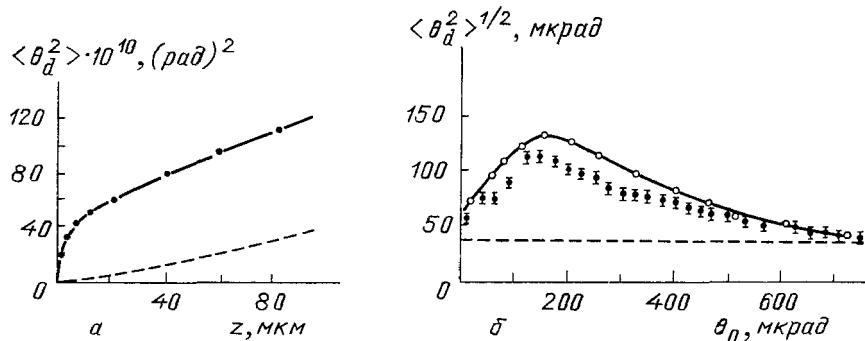


Рис. 14 *a*—Средний квадрат угла рассеяния электронов с энергией 10 ГэВ в кремнии при угле влета электронов $\theta_0=30$ мкрад относительно оси $\langle 111 \rangle$ в зависимости от толщины кристалла. Штриховая кривая соответствует аморфной мишени, *б*—Ориентационная зависимость угла рассеяния электронов с энергией 10 ГэВ в кристалле кремния (ось $\langle 111 \rangle$) толщиной 40 мкм. Темные кружки—эксперимент [68], светлые кружки со сплошной огибающей—расчет методом машинного моделирования [58], штриховая линия—расчет для аморфной мишени

На рис. 14, *a* показан рассчитанный методом машинного моделирования [58] полный средний квадрат угла рассеяния электронов с энергией 10 ГэВ в кристалле кремния при угле влета электронов $\theta_0 = 30$ мкрад относительно оси $\langle 111 \rangle$ ($\theta_L = 140$ мкрад) в зависимости от толщины кристалла. Как следует из рисунка, средний квадрат угла рас-

сения в аморфной мишени (штриховая линия) существенно меньше аналогичной величины в кристалле. На рис. 14, б показана теоретическая и экспериментальная ориентационная зависимость угла рассеяния электронов с энергией 10 ГэВ при различных углах влета в кристалл кремния толщиной 40 мкм относительно $\langle 111 \rangle$ [68]. Из рисунка видно достаточно хорошее согласие теории и эксперимента.

Следует отметить, что увеличение углов рассеяния в кристаллах при осевой ориентации по сравнению с аморфной средой, наблюдалось при энергиях $E < 1$ ГэВ еще в 70-х годах в Харькове [86]. Позднее там были проведены и более детальные исследования этой проблемы [87].

2.2. ДЕКАНАЛИРОВАНИЕ. ПРЕДЕЛЫ ПРИМЕНИМОСТИ АДИАБАТИЧЕСКОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ. В отличие от когерентного рассеяния на усредненном потенциале осей и плоскостей кристалла, некогерентное рассеяние на тепловых колебаниях атомов, о котором шла речь в п. 2.1, не сохраняет энергию поперечного движения ε . При этом для отрицательно заряженных частиц в глубине ямы усредненного потенциала исчезают физические механизмы подавленности рассеяния, которые ответственны за обоснованность разделения надбарьерной и канализированной фракций и устойчивость канализирования. Более того, оказалось, что средний квадрат угла рассеяния канализированных электронов на тепловых колебаниях решетки заметно превышает средний квадрат угла рассеяния надбарьерных электронов (см. формулу (2.3) при толщине z_e , порядка периода колебаний в канале d/θ_L и (2.2)). Следовательно, для электронов с энергией $E \geq 100$ МэВ необходимо исследовать возможность существования областей абсолютной неустойчивости канализирования. Наиболее строгое и последовательное решение этой проблемы должно основываться на анализе кинетических коэффициентов, полученных в рамках теории возмущений по отклонению истинного оператора взаимодействия канализированного электрона с фононами и электронами кристалла от усредненного [71]. Эти коэффициенты D_k имеют вид [6, 71]:

$$D_k = \lim_{i \rightarrow \infty} \sum_f W_{if} (\varepsilon_i - \varepsilon_f)^k \quad (k = 1, 2). \quad (2.5)$$

W_{if} — вероятности перехода между различными состояниями в канале, а $\lim_{i \rightarrow \infty}$ — означает переход к квазиклассическим волновым пакетам, со-

ставленным из достаточно большого числа близких квантовых состояний. Коэффициенты D_1 и D_2 обозначают соответственно среднее приращение $\delta\varepsilon$ и среднеквадратичную флуктуацию $(\delta\varepsilon^2)^{1/2}$ поперечной энергии ε за период движения частицы в канале. Получаемые таким образом коэффициенты, выражения для которых можно найти в [6, 71], содержат в качестве предельных как случай недостижимости малых расстояний до ядер (деканализование на флуктуациях непрерывного потенциала), так и обратный случай близких столкновений, когда рассеяние происходит на изолированном атоме. В то же время они описывают промежуточную область, которая как раз характерна для случая осевого канализирования электронов.

Рис. 15, а, на котором показаны рассчитанные в [71] $\overline{\delta\varepsilon}$ и $(\overline{\delta\varepsilon^2})^{1/2}$ для осевого канала $\langle 111 \rangle$ Si при энергии электронов 1 ГэВ, иллюстрируют тот факт, что относительная флуктуация поперечной энергии

$$\max \left\{ \frac{\overline{\delta\varepsilon}}{\varepsilon}, \frac{(\overline{\delta\varepsilon^2})^{1/2}}{\varepsilon} \right\}$$

больше (или порядка) единицы при $E \leq 1$ ГэВ. Для наглядности на рис. 15, б условно показана эволюция «облака вероятности» в простран-

стве энергии ε и момента l (область связанных с осью движения ограничена жирными линиями). Видно, что за время одного оборота вокруг оси любая точка внутри области успевает «расплыться» на величину, сравнимую с расстоянием до границы области. То обстоятельство, что параметр адиабатичности $\delta\varepsilon/\varepsilon$ может стать сравнимым или больше единицы по всей глубине ямы, означает не только отсутствие поперечной

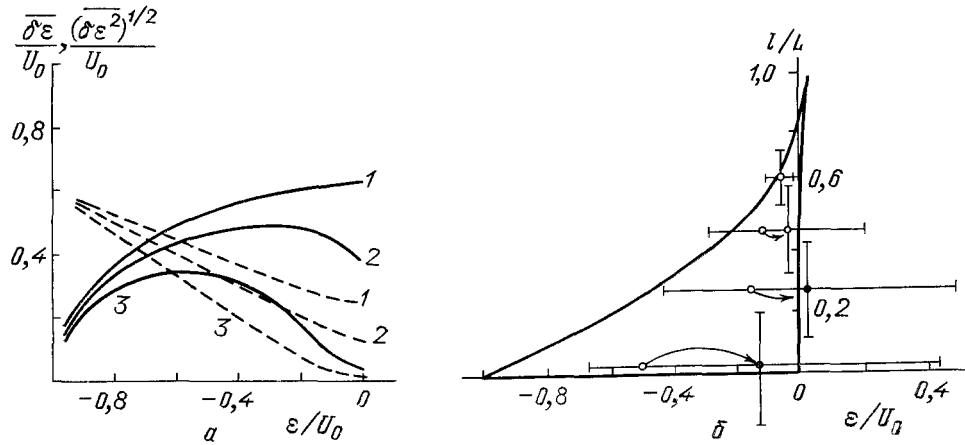


Рис 15 *a*—Зависимость среднего приращения $\bar{\delta\varepsilon}$ (штриховые линии) и среднеквадратичной флюктуации $(\delta\varepsilon^2)^{1/2}$ (сплошные) поперечной энергии от ε для различных значений углового момента электронов относительно оси $\langle 111 \rangle$ кремния. 1 соответствует нулевому моменту, 2—моменту, равному половине максимально возможного (при данной ε), 3—максимально возможному моменту $L=50 \hbar$, $U_0=100$ эВ—глубина ямы. Энергия электронов 1 ГэВ. *б*—Область связанных движения в пространстве поперечной энергии ε и момента l для случая осевого канализования электронов с энергией 1 ГэВ вокруг оси $\langle 111 \rangle$ кремния. Светлыми кружками показаны параметры (ε, l) для нескольких электронов на входе в кристалл; кресты демонстрируют изменения («снос» и «расплывание») исходных параметров за время одного оборота вокруг оси

энергии ε как интеграла движения, но и невозможность в строгом смысле разделить канализированные и надбарьерные частицы. Для высокомоментных ($l \gg \hbar$) состояний в осевом канале, которые первоначально практически не рассеиваются на ядрах вследствие удаленности от них, это происходит из-за неупругого рассеяния на электронах кристалла. За время порядка времени оборота вокруг оси электрон с энергией $E \leq 1$ ГэВ либо сразу переходит в надбарьерную область, так как энергия связи высокомоментных состояний мала из-за центробежного члена, либо переходит на сильно вытянутые орбиты с достаточно малым (для сильного рассеяния на ядрах оси) минимальным расстоянием до ядер [71]. Для низкомоментных состояний осевого канализования, а также состояний плоскостного канализования указанная абсолютная неустойчивость следует из следующих простых соображений. Оценим отношение среднеквадратичного угла рассеяния на тепловых колебаниях (23), набираемого за время пролета $z \sim d/\theta$ мимо плоскости (ось), к углу $\theta = [2(\varepsilon - U_0)/E]^{1/2}$, под которым электрон пересекает плоскость (ось), предполагая, что поперечная энергия сохраняется по крайней мере на периоде колебаний:

$$\frac{\langle \theta^2 \rangle_T^{1/2}}{\theta} \approx \frac{E_s d^{1/2}}{E^{1/4} (\varepsilon - U_0)^{3/4} L^{1/2}}. \quad (2.6)$$

Это отношение определяет также отношение среднеквадратичной флюктуации поперечной энергии $(\delta\varepsilon^2)^{1/2}$ к ε на периоде колебаний, а квадрат

его—отношение приращения $\bar{\delta}\epsilon$ к ϵ . [75]. Нетрудно обнаружить с помощью (2.6), что указанное отношение близко к единице при $E \leq 1$ ГэВ даже для легких кристаллов (типа алмаза или кремния, $L \approx 10$ см, $E_s \approx 21$ МэВ, $d \approx 1\text{ \AA}$). Более строгое рассмотрение подтверждает этот результат для плоскостного [75] и осевого [71] случаев. Отношение (2.6) зависит от энергии слабо ($\sim E^{-1/4}$), поэтому предположение о существовании поперечной энергии является обоснованным лишь при достаточно высоких энергиях. Экспериментальное подтверждение эффекта абсолютной неустойчивости канализирования электронов с энергией 50 МэВ в осевом канале получено в [49].

Поскольку существует область энергий электрона, где поперечная энергия не является адиабатическим инвариантом движения, необходимо также изменить подход к решению кинетической задачи. Хорошо известно, что общее кинетическое уравнение Больцмана

$$\frac{\partial f}{\partial z} + \mathbf{V}_\perp \nabla_\perp f + \mathbf{F}_\perp \frac{\partial f}{\partial p_\perp} = \text{St}\{f\} \quad (2.7)$$

допускает упрощение в двух предельных случаях [79]. В случае достаточно малого интеграла столкновений $\text{St}\{f\}$, известном под названием адиабатического приближения, от общего уравнения Больцмана в пространстве поперечных импульсов и координат частиц можно перейти к уравнению меньшей размерности в пространстве интегралов движения. Естественно, что при этом изменение интегралов движения за период вследствие столкновений должно быть относительно малым ($\delta I \ll I_0$). Применительно к задаче канализирования протонов такой переход в кинетике впервые использовался Мартыненко [72] (далее см. [73, 74]). В другом предельном случае, когда $\delta I \gg I_0$ (интеграл столкновений велик), известно так называемое гидродинамическое приближение. Применительно к задачам канализирования такой предел практически не достигается, поскольку при этом $\delta\epsilon/\epsilon \sim 1$, и тогда необходимо либо решать общее кинетическое уравнение Больцмана, либо использовать методы машинного моделирования, изложенные, например, в [58].

Особенно важно оказанное обстоятельство при нахождении спектральной интенсивности излучения электронов. Известно, что спектр излучения электронов с энергиями $E < E_c^{(1)}$ (см. табл. IX) формируется за время, много большее времени столкновения с одной плоскостью или осью канала. При этом спектральное распределение излучения существенно зависит от того, коррелированы или нет эти столкновения во времени. Отсутствие поперечной энергии как адиабатического инварианта движения может приводить к трансформации периодических траекторий в апериодические и, таким образом, к существенному изменению спектрального распределения излучения электронов. Строго говоря, при $\delta\epsilon/\epsilon \sim 1$ траектории электронов не определяются усредненным потенциалом, а спектральное распределение излучения выражается через фурье-компоненту корреляционной функции (см. [6]).

Ахиезер и Шульга [76] предсказали нерегулярность движения для значительной части электронов в осевом канале даже в отсутствие случайных столкновений с ядрами и электронами. Нерегулярность (стохастичность) движения в рассмотренном ими случае электронов вблизи барьера, которые попадают в область с отрицательной кривизной потенциальной энергии, является следствием факта существования одного интеграла движения в системе с двумя степенями свободы [77, 78]. Это обстоятельство также существенно влияет на спектральный состав излучения электронов.

При достаточно больших энергиях электронов необходимо учитывать обратное влияние излучения на их движение в каналах кристалла

[80—82]. Этот эффект учитывается не только тем, что полная энергия электрона E становится функцией толщины кристалла, но и дополнительным слагаемым в кинетических коэффициентах D_k , означающим учет влияния потерь поперечной энергии на движение в канале:

$$D_i^{(\text{rad})} = \frac{v_\perp^2}{2} \frac{dE}{dz}; \quad (2.8)$$

здесь $D_i^{(\text{rad})}$ — локальное значение потерь поперечной энергии, описываемое формулой (3.4) (см. ниже), вид которой одинаков в классическом и квантовом случаях. Полные потери с учетом возможного излучения жестких фотонов ($\omega \sim E$) описываются выражением (см. также раздел 3)

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dz} &= e^2 f(\chi), \quad f(\chi) \approx \frac{2\chi^2}{3}, \quad \chi \ll 1, \\ &\approx 0,82\chi^{2/3}, \quad \chi \gg 1, \end{aligned} \quad (2.9)$$

где $\chi = E/E_c^{(2)}$ (табл. X).

Т а б л и ц а X. Значения пороговых энергий $E_c^{(1)} = 1/U_0$, критических энергий $E_c^{(2)} = 1/(\sqrt{U})_{\max}$ и критических углов входа $\theta_c = U_0$ надбарьерных частиц для различных кристаллов, осей и плоскостей и двух значений температур: $T = 293$ К (верхние значения), $T = 100$ К (нижние значения)

293 К 100 К	(110) Si	$\langle 110 \rangle$ Si	(110) Ge	$\langle 110 \rangle$ Ge	(110) W	$\langle 111 \rangle$ W
$E_c^{(1)}, \text{ ГэВ}$	12,3 11,6	2,4 1,9	8,0 7,1	4,4 1,0	2,25 2,1	0,28 0,22
$E_c^{(2)}, \text{ ГэВ}$	1199 1018	144 95	702 545	86 47	156 129	12,6 7,5
$\theta_c \cdot 10^5$	4,16 4,42	21,1 26,8	6,4 7,16	37,7 53,2	22,7 24,3	180 232

Основной вклад в кинетические коэффициенты D_i в (2.5) вносит область $r_\perp \sim u$. Поэтому для оценки энергий электрона $E^{(\text{rad})}$, при которых изменение поперечной энергии вследствие излучения станет сравнимым с соответствующей величиной за счет рассеяния, можно исходить из условия приближенного равенства локальных значений $D_i(x)$ при $x \sim u$. В результате оказывается, что $E^{(\text{rad})}$ по порядку величины не отличается от $E_c^{(2)}$ (см. табл. X) для разных кристаллов и направлений. При $E > E^{(\text{rad})}$ вследствие уменьшения ϵ устойчивость движения электронов в канале повышается. Отметим, что $E \sim E^{(\text{rad})}$ это практически та область энергии, где параметр χ становится порядка единицы, т. е. область существенной квантовой отдачи. Поскольку при $E > E^{(\text{rad})}$ потери продольной энергии оказываются более существенными, чем потери поперечной, угловая расходимость пучка увеличивается [80].

2.3. Угловая плотность потерь энергии электронов на излучение с учетом рассеяния в кристаллах предельной толщины. Угловая плотность излученной энергии (яркость) является наиболее существенной характеристикой гамма-источников для целей физики высокой энергии. Поэтому важно правильно оценить перспективы создания источников с высокой яркостью на основе излучения, возникающего при пропускании ультраквантитативистских электронов через ориентированные монокристаллы.

Для достижения максимальных потоков энергии следует использовать кристаллы предельной толщины. Предельная толщина, определяемая поглощением квантов в кристалле, достигает 0,1—0,2 радиационной длины [83]. Точный расчет характеристик излучения в столь толстых кристаллах труден из-за необходимости решения громоздкой кинетической задачи (2.7). Известное упрощение задачи путем перехода к кинетике квазичастиц в пространстве поперечной энергии заслуживало бы внимания как оценка, если бы не остающаяся сложность и неизбежность решения. В то же время при анализе экспериментальных данных, оценке перспектив и поиске возможных путей оптимизации гамма-источника численные расчеты проигрывают аналитическим. Поэтому в изложении вопроса о яркости излучения в ориентированных кристаллах мы будем следовать работам [84], где была сформулирована решаемая аналитическая модель, позволяющая с удовлетворительной точностью оценить интенсивность излучения электронов в кристаллах предельной толщины.

Основная идея, упрощающая рассмотрение, основана на следующих двух результатах [70, 71]:

1) перемешивание состояний в яме усредненного потенциала происходит настолько быстро, что разделение их на подбарьерную и надбарьерную фракции не имеет смысла, а распределение потока электронов по сечению «канала» в толстом кристалле близко к равномерному;

2) средний по потоку квадрат угла многократного рассеяния электронов в ориентированном кристалле большой толщины лишь поправками отличается от аналогичной величины в аморфной мишени. Фактически, эти два результата означают, что общее уравнение Фоккера — Планка в пространстве поперечных импульсов и координат (см. (2.7)) в достаточно толстом кристалле может быть решено методом последовательных приближений по отклонению распределения потоков электронов в «канале» от равномерного с использованием в нулевой итерации значения (2.6) для угла многократного рассеяния и соответствующей ему нулевой функции распределения по поперечным импульсам и координатам. Строгих расчетов такого типа еще не проводилось, однако в рамках этой идеи можно применить модель, в которой процессы многократного рассеяния происходят так же, как в аморфном веществе, но прямолинейное движение сильно искажается действием усредненного потенциала. Такая модель позволяет выписать и решить приближенную систему уравнений для средней по пучку угловой плотности энергии излучения $dE/d\Omega$ электронов в ориентированном осью кристалле предельной толщины [84]:

$$\frac{dE^{(ось)}}{d\Omega} = \frac{\alpha E_0^3}{\pi E_s^2} \left(1 + \frac{E_0}{E_A}\right) \ln \left\{ 1 + \frac{0,3E_s'^2}{[1 + (E_0/E_A)][1 + (E_0/E_B)]} \right\}, \quad (2.10)$$

где E_0 — начальная энергия электрона, α — коэффициент порядка 1, $d\Omega$ — дифференциал телесного угла, E_A и E_B — две характеристики энергии, отвечающие выбору кристалла и ориентации,

$$E_A = \frac{3S_0}{2\pi e^2 U_0^2 L}, \quad E_B = \frac{m^2}{2U_0}; \quad (2.11)$$

S_0 — сечение «канала», U_0 — глубина ямы усредненного потенциала, m — масса электрона, e — его заряд; $E_s' = 14$ МэВ.

Для аморфного вещества или разориентированной мишени можно использовать (2.10), где $E_A, E_B \rightarrow \infty$, а $U_0=0$. В результате для отношения угловых плотностей энергии излучения в ориентированном и разориентированном кристалле справедлива формула

$$f^{(ось)} = \frac{dE^{(ось)}/d\Omega}{dE^{(a)}/d\Omega} = \frac{1 + (E_0/E_A)}{5,44} \ln \left\{ 1 + \frac{0,3E_s'^2}{[1 + (E_0/E_A)][1 + (E_0/E_B)]} \right\}. \quad (2.12)$$

Столь же простые формулы имеют место для плоскостной ($\theta_0 = \theta$) ориентации кристалла [84]. Значения E_A и $r = E_A/E_B$ для некоторых осей и плоскостей наиболее распространенных кристаллов содержатся в таблице XI.

Таблица XI. Значения параметров E_A и r для некоторых наиболее часто используемых кристаллов и ориентации [84]

Кристалл	Cd <110>	Cd (110)	Si <110>	Si (110)	Ge <110>	Ge (100)	<111> W	(100) W
E_A , ГэВ	0,36	2,5	1,1	12	1,5	22	0,48	18
r	0,25	0,5	0,9	1,9	2,3	5,5	3,4	11

Таблица XII. Экспериментальные [85] и теоретические [84] значения отношения угловой плотности энергии излучения в ориентированных кристаллах предельной толщины к соответствующей величине в аморфной мишени

Кристалл	Cd <100>	Si <111>	W <111>
$f_{\text{эксп}}$	$2,5 \pm 0,2$	$1,7 \pm 0,2$	$1,3 \pm 0,1$
$f_{\text{теор}}$	2,4	1,5	1,3

Экспериментальные исследования угловой плотности излучения в кристаллах предельной толщины проводились на Томском синхротроне [85] при энергии электронов 900 МэВ и различной осевой ориентации

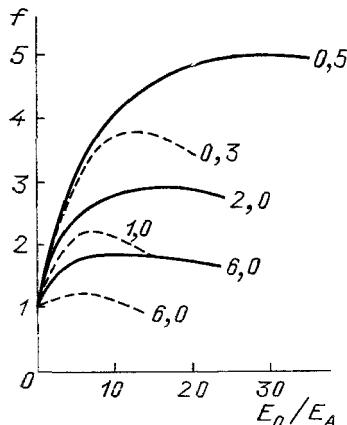


Рис. 16. Отношение f угловой плотности энергии излучения в ориентированном кристалле к соответствующей величине в аморфной мишени в зависимости от отношения энергии электронов E_0 к энергии E_A (см. табл. XI). Сплошные кривые соответствуют плоскостной ориентации, штриховые — осевой. Цифры у кривых показывают значения параметра $r = E_A/E_B$.

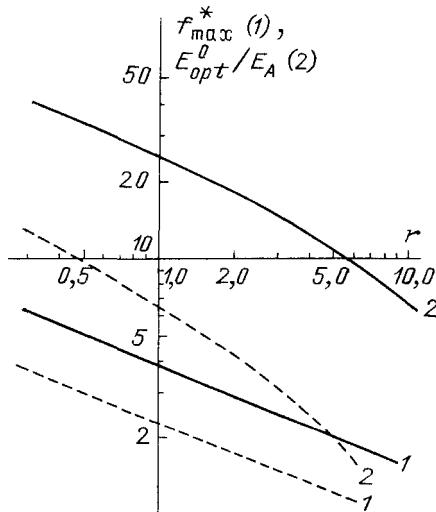


Рис. 17. Зависимости от параметра r максимального значения f_{max} (кривые 1) и отношения начальной энергии электронов $E_{\text{opt}}^{(0)}$, соответствующей f_{max} , к энергии E_A (2). Сплошные кривые построены для случая плоскостей, штриховые — для случая осей

алмаза, кремния и вольфрама. В табл. XII приведены экспериментальные значения отношения f угловой плотности излучения в ориентированном кристалле ($\theta_0 = 0$) к аналогичной величине в аморфной мишени, взятые из работы [85], и теоретические значения этой величины f , вычисленные по формуле (2.12). За аморфный уровень брались данные, полученные для алюминия, и приведенные (вместе с данными для кристаллов) на рис. 2 указанной работы [85]. Как следует из табл. XII, расхождение теории и эксперимента не выходит за пределы полной ошибки измерений.

На рис. 16 штриховыми кривыми показана зависимость величины f для различных значений параметра $r = E_A/E_B$. Важной особенностью этой зависимости является наличие максимума при определенной энергии E_{opt} электронов. Величина отношения в максимуме f^* и соответствующая начальная энергия электронов E_0^{opt} представлены на рис. 17 штриховыми линиями. Аналогичные результаты для плоскости [84] представлены на рис. 16, 17 сплошными линиями. При увеличении энергии $E > E_{\text{opt}}$ отношение угловых плотностей излучения в кристалле и аморфной мишени падает. Это связано с тем, что при таких энергиях полные потери в кристалле выходят на насыщение и поэтому примерно такие же, как в аморфной мишени предельной толщины ($\Delta E \sim E_0$), а эффективные телесные углы излучения в кристалле ($\Delta\Omega_{\text{eff}}^{(c)} \sim U/E$) становятся больше эффективных углов излучения в аморфном веществе ($\Delta\Omega_{\text{eff}}^{(a)} \sim E_s^2/E_0^2$). Отметим, что при больших энергиях $E_0 > E_c^{(2)}$ из-за квантовой отдачи (см. раздел 3) отношение угловых плотностей излучения падает еще быстрее, так как замедляется скорость полных потерь (см. формулу (2.12)).

Используя данные табл. XII, легко убедиться с помощью рис. 17, что максимальное превышение f^* над аморфным уровнем невелико и может достигать значений от 2 до 4 в зависимости от типа кристалла. Поскольку f^* падает с ростом r (рис. 16), для создания источников с максимальной яркостью следует использовать кристаллы с малым атомным номером Z , для которых параметр r минимален (см. также [85—87]).

3. Влияние канализования на излучение и образование электронно-позитронных пар при сверхвысоких энергиях.

3.1. ПРИБЛИЖЕНИЕ ПОСТОЯННОГО ПОЛЯ. Канализированные электроны и позитроны даже довольно высоких энергий (до ~ 10 ГэВ) в не слишком тяжелых кристаллах излучают в основном фотоны, энергия которых ω существенно меньше энергии излучающих частиц [4—6]. Законы сохранения энергии и продольного импульса при излучении в поле плоскостей или осей кристалла приводят [88] к пороговой энергии канализированной частицы $E_c^{(1)} = 1/U_0$ (U_0 —глубина потенциальной ямы, $\hbar = m = c = 1$), ниже которой излучение фотона с энергией $\omega \approx E/2$ невозможно, даже если частица переходит с самых верхних уровней по-перечной энергии на дно потенциальной ямы. При высоких энергиях возможно классическое рассмотрение движения канализированной частицы. Энергия $E_c^{(1)}$ соответствует условию равенства угла отклонения канализированной частицы полем плоскостей или осей кристалла, $\theta_d \approx (2U_0/E)^{1/2}$ эффективному углу излучения $\theta_{\text{eff}} \approx 1/E$. При энергиях, близких к пороговой, вероятность излучения жестких фотонов, для которых параметр $u = \omega/(E - \omega)$ больше единицы, относительно мала. Однако эта вероятность быстро возрастает при увеличении отношения $E/E_c^{(1)}$.

При сверхвысоких энергиях $E \gg E_c^{(1)}$ угол отклонения частицы полем плоскостей значительно превышает эффективный угол излучения.

Это означает, что излучение формируется за относительно короткое время когерентности $\tau_{coh} \sim u/E$, малое по сравнению с интервалом между последовательными столкновениями частицы с осями или плоскостями кристалла. В этом случае анализ процесса излучения существенно упрощается, так как в пределах коротких промежутков времени формирования излучения действующее на частицу поле можно считать постоянным в пространстве, и поэтому спектр излучения должен быть аналогичен спектру магнитотормозного излучения в постоянном поле [89—94]. В рамках приближения постоянного поля спектр излучения с малого участка траектории полностью определяется ускорением частицы, которое зависит в данном случае от поперечных координат (см., например, [95]). Наблюдаемый спектр излучения получается далее усреднением по времени движения вдоль траектории, а также усреднением по всем возможным траекториям частиц [89, 90]. Согласно классической теории [16, 89, 90'] максимум спектра приходится на частоты $\omega \sim \omega_c = (3/2) E^2 |\nabla U|$, где E —энергия частицы, ∇U —градиент потенциальной энергии частицы в поле осей или плоскостей кристалла. Отсюда можно найти [96] энергию $E_c^{(2)} = 1/|\nabla U|$, при которой спектр излучения достигает существенно квантовой области $\omega \sim E$, и классическое рассмотрение процесса излучения теряет силу. В системе отсчета, движущейся вместе с частицей вдоль плоскостей или осей, поле кристалла выглядит как скрещенное электрическое \mathcal{E}' и магнитное \mathcal{H}' поле с напряженностью $\mathcal{E}' = \mathcal{H}' = E |\nabla U| / e$, в $\gamma = E$ раз большей напряженности электрического поля в лабораторной системе (см., например, [5]). Таким образом, критическая энергия $E_c^{(2)}$ имеет еще и тот смысл, что при $E = E_c^{(2)}$ поле в движущейся системе становится равным швингеровскому полю $\mathcal{H}_0 = m^2 c^3 / e\hbar = 4,41 \cdot 10^{10}$ Тл ($\epsilon_0 = 1,32 \cdot 10^8$ В/м).

Максимальное значение градиента потенциала (т. е. электрического поля) $|\nabla U|_{max}$ достигается на расстояниях от плоскости или оси порядка радиуса тепловых колебаний атомов. Даже если для оценки взять максимальное значение электрического поля, значения $E_c^{(2)}$ оказываются в 30—50 раз выше, чем пороговая энергия $E_c^{(1)}$ [96]. Для осевого случая $E_c^{(2)}$ составляет несколько десятков, а для плоскостного — несколько сотен ГэВ (см. табл. X). Для частиц, которые при канализировании не подходят достаточно близко к осям или плоскостям, эффективные значения $E_c^{(2)}$ могут быть еще выше, так как напряженность поля быстро спадает на расстояниях от оси или плоскости, больших радиуса тепловых колебаний. При сверхвысоких энергиях $E \sim E_c^{(2)}$ необходимо учесть отдачу в процессе излучения фотона, а также эффекты, связанные с наличием спина у частиц. Спектральное распределение интенсивности излучения с учетом квантовых эффектов в приближении постоянного поля выглядит следующим образом (см., например, [97])

$$\frac{dW}{du} = \frac{e^2}{\pi \sqrt{3}} \frac{u}{(1+u)^3} \left\langle \int_{2u/\sqrt{3}\chi}^{\infty} K_{5/3}(x) dx + \frac{u^2}{1+u} K_{2/3}\left(\frac{2u}{\sqrt{3}\chi}\right) \right\rangle; \quad (3.1)$$

здесь введены обозначения: $u = \omega/(E - \omega)$, $\chi = E |\nabla U|$ — отношение энергии частицы к критической энергии $E_c^{(2)}$, K_n — функции Макдональда, скобки означают упомянутые выше усреднения. Второе слагаемое в скобках, пропорциональное u^2 , — результат взаимодействия спина электрона с излучаемым фотоном. Классические результаты [4, 89, 90, 94] получаются из (3.1) в пределе относительно малых частот ($u \ll 1$). Как и в классическом пределе [4, 89], усреднения по времени и прицельным параметрам для надбарьерных частиц в осевом случае могут быть све-

дены к единственному интегрированию по допустимому интервалу расстояний до кристаллографической оси (см. также [6], с. 224).

Согласно (3.1) при малых значениях параметра $\chi \ll 1$ частота ω , при которой достигается максимум $dW/d\omega$, растет пропорционально квадрату энергии частицы E^2 , а значение $dW/d\omega$ в максимуме не зависит от E . Полные потери энергии частицы на излучение при этом пропорциональны E^2 [90, 96]. При сверхвысоких энергиях ($\chi \geq 1$) картина существенно меняется и, в частности, при достаточно больших параметрах $\chi \gg \gg 1$ частота максимума вместо E^2 пропорциональна лишь первой степени энергии. В то же время значение $dW/d\omega$ в максимуме при $\chi \gg 1$ падает как $E^{-1/3}$ и, как следствие, полные потери энергии на излучение пропорциональны теперь $E^{2/3}$ (см. п. 3.2). Графики спектра (3.1) для фиксированных значений χ , а также графики полных потерь энергии приведены, например, в [97].

При анализе спектров излучения частиц, канализированных или надбарьерных, но близких по своей поперечной энергии к высоте потенциального барьера, необходимо еще провести усреднение по возможным траекториям частиц в начальном состоянии, т. е. по соответствующим этим траекториям значениям параметра χ .

Область наиболее высокой напряженности электрического поля плоскостей или осей кристалла соответствует расстояниям, примерно равным амплитуде тепловых колебаний атомов. Хотя размеры этой области малы по сравнению с площадью, приходящейся на одну плоскость или одну ось кристалла, ее вклад в спектр излучения оказывается весьма существенным. При изменении отношения температуры кристалла к дебаевской температуре усредненный потенциал, и в особенности его градиент, наиболее сильно меняются как раз в области радиуса тепловых колебаний от плоскости или оси (см. табл X). Это приводит к относительно сильной температурной зависимости полных энергетических потерь [99] и спектров излучения (3.1) частиц сверхвысоких энергий.

Результат усреднения спектра (3.1) по всевозможным траекториям электронов с энергией $E=150$ ГэВ, падающих под углом $\theta_0=10^{-5}$ относительно осей $\langle 110 \rangle$ кристалла германия, находящегося при температуре 100 К, показан сплошной кривой на рис. 18. На этом же рисунке приведены результаты соответствующих экспериментов [98], выполненных в ЦЕРНе. Рис. а соответствует электронам с энергией $E=150$ ГэВ, рис. б—позитронам с такой же энергией, темные кружки отвечают нулевому углу входа частиц, треугольники—углу $\theta_0=2,5 \cdot 10^{-5}$, светлые кружки—углу $\theta_0=9,6 \cdot 10^{-5}$.

Прежде всего отметим, что при увеличении угла входа от нуля до $\theta_L = 6,0 \cdot 10^{-5}$ спектральная плотность энергии на единице пути для позитронов растет, а для электронов, напротив, падает. Это связано с различным поведением доли частиц, движущихся большую часть времени в области относительно высокой напряженности поля. В случае электронов доля частиц с поперечной энергией вблизи дна потенциальной ямы быстро убывает с ростом угла входа от нуля до θ_L . В случае позитронов, доля частиц с поперечной энергией вблизи пика потенциала наоборот возрастает при увеличении угла от нуля вплоть до $\theta_L = (2U_0/E)^{1/2}$, где U_0 —высота пика. Таким образом, наблюдавшаяся ориентационная зависимость спектров излучения в пределах указанных на рис. 18 углов входа $\theta < \theta_0 \leq 1,5 \theta_L$ связана с перераспределением излучающих частиц по расстояниям до ближайшей оси. Как показывает теоретический анализ [100], при толщине мишени 185 мкм, которая использовалась в эксперименте, частица, движущаяся в области максимального градиента потенциала, могла излучить с заметной вероятностью несколько фотонов с некоторой средней по спектру энергией. Поскольку для регистрации фотонов использовался детектор полного поглощения излученной энергии,

то правильнее считать, что экспериментальные точки соответствуют спектру излучения, взвешенному с вероятностью излучения в данной мишени различного числа фотонов. Отсюда следует возможная причина обнаруженного максимума в спектре при со $\omega \approx 0,85 E$, который отсутствует на теоретической кривой. Действительно, если учесть кратность излучения фотонов электроном на всей толщине мишени (а также фон от некогерентного тормозного излучения вследствие тепловых колебаний решетки), как это сделано, например, в работе [146], то результаты расчета (штриховая кривая на рис. 18, а) становятся гораздо ближе к эксперименту (точки). Таким образом, появление упомянутого максимума

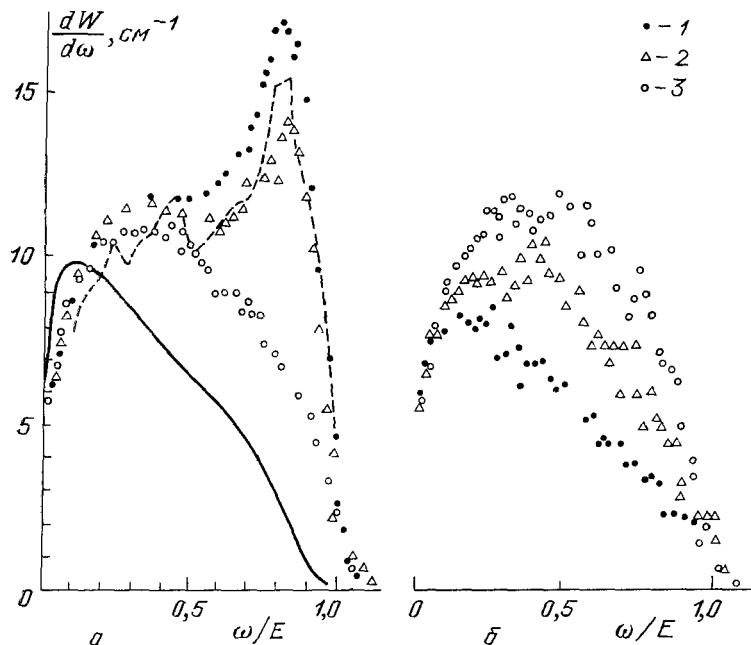


Рис. 18. Частотное распределение энергии излучения на единице пути в германии при температуре 100 К как функция отношения энергии фотона ω к начальной энергии частицы $E=150$ ГэВ. а—Случай электронов б—Случай позитронов. 1—нулевой угол входа θ_0 относительно оси $\langle 111 \rangle$, 2— $\theta_0=2,5 \cdot 10^{-5}$, 3— $\theta_0=9 \cdot 10^{-5}$. Сплошная кривая—результат расчета для угла входа $\theta_0=10^{-5}$ без учета кратности фотонов, штриховая—с учетом [146]

есть следствие наложения в детекторе нескольких более мягких фотонов. Эффект наложения тем существеннее, чем меньше угол входа θ_0 , [147], чем толще мишень и чем выше эффективность детектора фотонов.

3.2. Радиационные потери энергии. При сверхвысоких энергиях возрастает влияние излучения на процесс канализирования частиц в кристаллах. Эта проблема рассматривалась теоретически достаточно давно [80—82], но при этом ограничивались случаем относительно невысоких энергий, когда потери энергии обусловлены излучением относительно мягких фотонов ($\omega \ll E$). Параметром, определяющим влияние излучения, является изменение поперечной энергии $d\epsilon/dt$ в единицу времени вследствие излучения. При классическом подходе можно вычислить работу радиационной силы трения и получить связь между потерями поперечной энергии и потерями полной энергии канализированных частиц в единицу времени в виде [6, 80]

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{dE}{dt} \left(E^2 + \frac{v_\perp^2}{2} \right), \quad (3.2)$$

где x_{\perp} — поперечная по отношению к оси или плоскости компонента скорости частицы.

При этом потери полной энергии связаны с градиентом потенциала соотношением

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{2e^2}{3} E^2 (\nabla U)^2. \quad (3.3)$$

При сверхвысоких энергиях $E \gg E_c^{(1)}$ в (3.2) доминирует второе слагаемое в круглых скобках и поэтому

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{v_{\perp}^2}{2} \frac{dE}{dt}. \quad (3.4)$$

Соотношение (3.4) остается в силе и в случае, когда энергия излучаемых фотонов ω не обязательно мала по сравнению с начальной энергией частицы, а процесс излучения носит существенно квантовый характер [106]. В то же время, классическое выражение (3.3) для потерь полной энергии теряет силу, когда энергия излучаемых фотонов сравнима с энергией частицы. Действительно, при $E \sim E_c^{(2)} \gg E_c^{(1)}$ угол x_{\perp} , под которым частица движется относительно оси или плоскости кристалла, значительно превышает эффективный угол излучения E^{-1} относительно направления мгновенной скорости. Поэтому в процессе излучения поперечная скорость x_{\perp} (угол движения частицы) практически не меняется. Изменением потенциальной энергии частицы в процессе излучения также можно пренебречь из-за относительной малости когерентной длины излучения. В результате при излучении фотона с энергией ω поперечная энергия частицы меняется на величину:

$$\Delta\varepsilon = \frac{Ev_{\perp}^2}{2} - \frac{E-\omega}{2} v_{\perp}^2 = \frac{\omega}{2} v_{\perp}^2.$$

Здесь мы учли, что кинетическая энергия поперечного движения пропорциональна релятивистской массе частицы. Поскольку $\omega = \Delta E$, то мы приходим к соотношению (3.4), вне зависимости от величины ω/E .

Потери полной энергии dE/dt в общем случае определяются локальным значением напряженности поля и величиной параметра χ (см. 3.1), а потери поперечной энергии — также и величиной поперечной скорости частицы. В частности, при достаточно высоких энергиях $E \gg E_c^{(2)}$, когда $\chi \gg 1$, вместо классического выражения (3.3) для потерь энергии E в единицу времени получаем (см., например, [97])

$$\frac{dE}{dt} \approx -0,82e^2\chi^{2/3}.$$

Процесс излучения приводит в среднем к уменьшению поперечной энергии, в противоположность некогерентному рассеянию частиц на электронах и атомах решетки (см. п. 2). Из приведенных результатов следует, что при излучении достаточно жесткого фотона ($u \gg 1$) частица может терять большую часть своей поперечной энергии. Этот эффект, как отмечалось выше, необходимо учитывать в кинетических уравнениях, описывающих динамику движения легких канализированных частиц, таких, как электроны и позитроны, при сверхвысоких энергиях.

Отметим, что в эксперименте [98] наблюдались 17% потери полной энергии электронов в мишени из германия, толщиной 185 мкм. Поскольку радиационная длина германия равна 2,3 см, то потери энергии на единице длины превышали в этом случае потери в аморфной среде примерно в 20 раз.

3.3. ОБРАЗОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННО-ПОЗИТРОННЫХ ПАР ПРИ ОТНОСИТЕЛЬНО МАЛЫХ УГЛАХ ВХОДА ФОТОНОВ. Процесс образования пар фотоном в кристалле тесно связан с процессом излучения фотона заряженной частицей, вследствие кросс-симметрии амплитуд реакций. Если в амплитуде излучения электроном провести замену $\omega \rightarrow -\omega$ и, электрон в начальном состоянии с энергией E интерпретировать как рождающийся позитрон с энергией $-E$ и учесть также изменение плотности числа конечных состояний для двух рассматриваемых процессов, то из выражения для вероятности излучения нетрудно получить соответствующее выражение для вероятности образования пар фотоном. При этом параметр $u = \omega/(E - \omega)$ (см. 3.1) в случае образования пары переходит в $-\tilde{u}$, где $\tilde{u} = \omega / (\omega - E)^{-1}$. Параметр \tilde{u} всегда больше единицы, поэтому процесс образования пары связан с процессом излучения достаточно жестких фотонов, для которых соответственно $u > 1$.

Поскольку, как было отмечено выше, существует пороговая энергия канализированного электрона для излучения жестких фотонов ($u > 1$), то существует и пороговая энергия фотона $\omega_c = 2/U_0$, влетающего параллельно оси или плоскости кристалла, ниже которой образование пары в усредненном потенциале плоскостей или осей глубиной U_0 невозможно. Существование порога ω_c , как и в случае излучения жестких фотонов, есть следствие законов сохранения энергии и продольного импульса частиц. Как показано в [94, 96], величину ω_c можно найти также из условия равенства угла разлета пары $\sim 1/\omega$ критическому углу канализирования для рождающихся частиц $\theta_L = (2U_0/E)^{1/2}$ (где $E \approx \omega/2$).

В рамках приближения постоянного поля (П. П. П.) при энергиях фотонов ω , существенно превышающих пороговую энергию ω_c , вероятность рождения пары в единицу времени, дифференциальная по энергии E рождающегося позитрона, получается кросс-преобразованием из (3.1) и имеет вид

$$\frac{dw^{(p)}}{dE} = \frac{e^2}{\pi \sqrt{3}\omega^2} \left\langle \frac{\tilde{u}^2}{\tilde{u} - 1} K_{2/3} \left(\frac{2\tilde{u}}{3\chi} \right) - \int_{2\tilde{u}/3\chi}^{\infty} K_{5/3}(x) dx \right\rangle. \quad (3.5)$$

Скобки в данном случае означают усреднение по всем поперечным координатам точки образования пары. Полная вероятность образования электронно-позитронной пары в кристалле германия толщиной 1,4 мм при

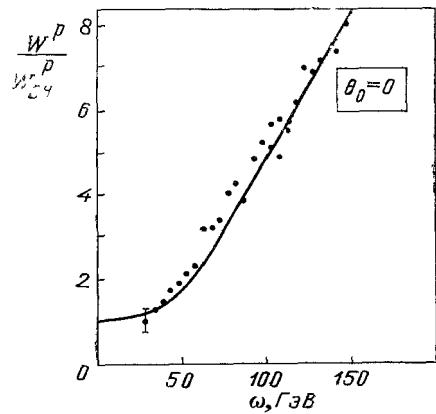


Рис. 19. Полная вероятность образования электронно-позитронной пары фотоном, падающим вдоль оси $<110>$ германия при температуре 100 К, как функция энергии фотона. Соответствующая вероятность для аморфной мишени $W_{B-H}^{(p)}$ не зависит от энергии и принята за единицу

температуре 100 К, когда фотоны входили параллельно оси $<110>$, в зависимости от энергии фотонов была измерена в ЦЕРНе [101]. Результаты представлены точками на рис. 19. Сплошная кривая представляет результаты расчета с помощью (3.5), к которым прибавлена часть веро-

ятности, связанная с образованием пар за счет тепловых флуктуаций усредненного потенциала оси. Считалось, что эта часть вероятности практически не отличается от соответствующей вероятности для случая аморфной среды и соответствует плато на уровне единицы на оси ординат. Расчеты в пределах экспериментальных ошибок совпадают с изменениями, проведенными при нулевом угле входа при всех энергиях фотонов >22 ГэВ, которые оказываются достаточно далекими от порога $\omega_c \approx 1,9$ ГэВ.

Поскольку до момента образования пары кристалл не влияет на движение фотонов, то распределение по поперечным координатам точек образования пары не зависит от угла входа фотона по отношению к оси или плоскости и усреднение в (3.5) не может приводить к ориентационной зависимости вероятности рождения пар, в отличие от случая излучения (3.1). С другой стороны, в экспериментах [101] наблюдалась ориентационная зависимость вероятности образования пар при относительно широком по сравнению с углом Линдхарда изменении углов входа фотонов (несколько миллирадиан). Это указывает на ограниченность теории, основанной на приближении постоянного поля, в особенности при относительно больших $\theta_0 >> \theta_L$ углах входа частиц. С другой стороны, эксперименты по излучению и образованию пар в кристаллах, проводившиеся еще в шестидесятых годах, при относительно больших углах входа хорошо согласовались с теорией когерентного тормозного излучения и образования пар, основанной на борновском приближении [102]. Между этими двумя механизмами излучения и образования пар существует тесная связь, которую мы обсудим ниже.

3.4. ПРЕДЕЛЫ ПРИМЕНИМОСТИ ПРИБЛИЖЕНИЯ ПОСТОЯННОГО ПОЛЯ И КОГЕРЕНТНЫЕ ЭФФЕКТЫ. Как уже отмечалось, приближение постоянного поля (П.П.П.) (3.1), (3.5) применимо, если максимальный угол отклонения заряженных частиц полем плоскостей или осей значительно превосходит эффективный угол излучения ($\sim l/E$) или угол разлета пары ($\sim 1/\omega$). Когда частицы входят под углом $\theta_0 < \theta_L$, где $\theta_L = (2U_0/E)^{1/2}$ — угол канализации Линдхарда, то углы отклонения заряженных частиц θ_d при движении в кристалле имеют порядок величины θ_L . Поэтому для таких углов входа условие применимости П.П.П. выполняется при энергиях, достаточно больших по сравнению с $E^{(1)}_c = 1/U_0$. Однако по мере увеличения угла входа углы отклонения частиц полем уменьшаются и П.П.П. в конце концов теряет силу даже при сверхвысоких энергиях $E >> E_c^{(1)}$.

Пусть угол входа θ_0 существенно превышает угол Линдхарда θ_L . Тогда угол отклонения θ_d частиц полем определяется равенством (см., например, [96]) $\theta_d \approx U_0/E\theta_0$, а условие применимости П.П.П. накладывает следующее ограничение на углы входа: $\theta_0 \ll U_0$. Интересно, что угол $\theta_c \equiv U_0$, при котором теряет силу П.П.П., не зависит от энергии частиц, однако, поскольку предполагается, что $\theta_c >> \theta_L$, то речь идет о сравнительно высоких энергиях $E >> E_c^{(1)}$. Значения угла входа $\theta_c \equiv U_0$, при котором нарушается П.П.П., приведены в табл. X.

В противоположном пределе $\theta_0 >> \theta_c$ углы отклонения частицы полем малы по сравнению с эффективными углами излучения $1/E$ и поэтому излучение носит дипольный характер (см., например, [95]). В этом случае длина формирования излучения (когерентная длина) $l_{coh} \approx u/E$ становится сравнимой по порядку величины с расстоянием, проходимым частицами между двумя последовательными столкновениями с осями или плоскостями. В результате процессы излучения и образования пар происходят, вообще говоря, когерентно на достаточно большом числе осей или плоскостей в отличие от случая, когда справедливо П.П.П. Таким

образом, в пределе относительно больших углов входа $\theta_0 >> \theta_c$ вероятности рассматриваемых процессов в усредненном потенциале осей или плоскостей совпадают с соответствующими вероятностями, вычисленными в рамках стандартной теории когерентного тормозного излучения и образования пар [102, 103], которая основана на борновском приближении для взаимодействия частиц с атомами кристалла. Согласно стандартной теории дифференциальная по энергии позитрона вероятность образования пары в единицу времени фотоном, входящим под относительно большим углом $\theta_0 >> \max\{\theta_L, \theta_c\}$ к кристаллографической оси, может быть представлена в виде (см., например, [4])

$$\frac{d\omega^{(p)}}{dE} = \frac{e^2}{\omega^2} \sum_g \frac{g^2}{g\mathbf{v}} |U(\mathbf{g})|^2 \left[1 - \frac{\tilde{u}^2}{2(\tilde{u}-1)} - 2\Omega_n + 2\Omega_n^2 \right] \eta(1-\Omega_n); \quad (3.6)$$

здесь \mathbf{v} — единичный вектор в направлении влета фотона, \mathbf{g} —векторы обратной решетки, ортогональные кристаллографической оси, $\Omega_n = \tilde{u}/2Eg\mathbf{v}$,

$$U(\mathbf{g}) = \frac{1}{S} \int_S U(\mathbf{p}) e^{-i\mathbf{g}\mathbf{p}} d^2p \quad (3.7)$$

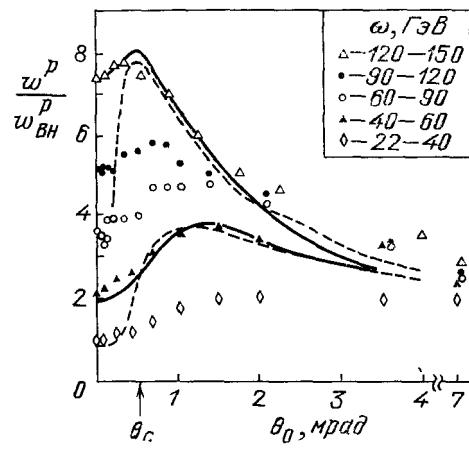
—компоненты Фурье от усредненного потенциала оси $U(\mathbf{c})$. Интегрирование в (3.7) ведется по площади S элементарной ячейки в плоскости, ортогональной оси. Компонента Фурье (3.7) в случае одноатомного кристалла связана с трехмерной компонентой Фурье атомного потенциала $\phi(\mathbf{k})$ соотношением $U(\mathbf{g}) = V^{-1} \exp(-g^2 u_T^2) \phi(g_x, g_y, 0)$, где V —объем элементарной ячейки кристалла, u_T — амплитуда тепловых колебаний.

Если при углах влета $\theta_0 >> \max\{\theta_L, \theta_c\}$ азимутальное направление ϕ влета частиц относительно выбранной кристаллографической оси далеко от направлений плоскостей с достаточно низкими индексами Миллера, то вклад в вероятность процесса вносит большое число двумерных векторов \mathbf{g} и суммирование в (3.6) можно заменить на интегрирование по $(2\pi)^2 S d^2g$. Тем самым интерференция от различных осей оказывается несущественной. Интерференция от различных осей несущественна вне зависимости от ϕ в том случае, когда угол входа θ_0 близок к углу Линдхарда θ_L . При этом, как отмечалось в п. 2 а, траектории частиц испытывают сильное искривление в плоскости, ортогональной осям, и вследствие этого столкновения с различными осями некоррелированы во времени даже, если первоначальное направление влета совпадает с направлением одной из низкоиндексной плоскости. Однако при энергиях $E >> E_c^{(1)}$ угол θ_c превосходит θ_L и поэтому при уменьшении угла входа θ_0 стандартная теория излучения, основанная на борновском приближении (3.6), нарушается раньше (при $\theta_0 \sim \theta_c$), чем становятся существенными эффекты канализации.

На рис. 20 приведены результаты измерений [101] вероятности образования пар в кристалле германия толщиной 1,4 мм при температуре 100 К в зависимости от угла входа фотонов относительно оси $\langle 110 \rangle$. Азимутальное направление входа выбиралось так, что пучок фотонов составлял угол 0,1 рад с плоскостью (001). Экспериментальные результаты соответствуют различным интервалам энергий падающих фотонов, указанных на рисунке. Штриховые кривые представляют соответствующие расчеты по теории когерентного образования пар (3.6) с добавкой некогерентного фона, связанного с тепловыми колебаниями атомов. Как видно из приведенных результатов, теория когерентного образования пар достаточно хорошо согласуется с измерениями, когда угол входа превышает примерно $5 \cdot 10^{-4}$ рад. Однако при меньших углах наблюдается заметное отклонение от предсказаний стандартной когерентной тео-

рии. Если теперь обратиться к таблице X, то нетрудно видеть, что $\theta_c = 5,3 \cdot 10^{-4}$ является как раз тем углом, который, согласно приведенным соображениям, разграничивает области применимости П. П. П. и когерентной теории. Отметим для сравнения, что угол Линдхарда $\theta_L = 2U_0^{1/2} \cdot \omega^{-1/2}$ в рассматриваемом случае составляет $8,5 \cdot 10^{-5}$ при $\omega = 150$ ГэВ и $2,2 \cdot 10^{-4}$ при $\omega = 22$ ГэВ, что в несколько раз меньше угла θ_c .

Рис. 20. Вероятность образования пар фотоном в кристалле германия, отнесенная к соответствующей вероятности для аморфной мишени, в зависимости от угла входа фотонов θ_0 относительно оси <110> для различных интервалов энергий фотонов. Штриховые кривые представляют результаты расчетов по теории когерентного образования пар, основанной на борновском приближении с учетом некогерентного фона; сплошные кривые соответствуют расчетам, основанным на более строгой теории, учитывающей влияние искривления траекторий заряженных частиц усредненным потенциалом оси на вероятность образования пар. Верхние кривые соответствуют светлым треугольникам, нижние—темным. Стрелкой на оси углов показано теоретическое значение θ_c , при котором должно нарушаться борновское приближение



Таким образом, влияние канализирования или, точнее говоря, влияние искривления траекторий приводит к тому, что при нулевых углах входа фотона полная вероятность образования пар не стремится к нулю, как это предсказывает стандартная теория, основанная на борновском приближении, а достигает значения, которое может значительно превышать некогерентный фон. Это значение, как видно из рис. 19, хорошо согласуется с расчетами на основе П. П. П.

Строго говоря, при сверхвысоких энергиях $E >> E_c^{(1)}$ когерентная теория применима лишь для углов входа $\theta_0 >> \theta_c$, а П. П. П.—для углов $\theta_0 << \theta_c$. Что касается окрестности углов входа θ_0 , близких по порядку величины к θ_c , то здесь необходима теория, свободная от ограничений на отношение угла отклонения частицы полем к эффективному углу излучения. Такая теория развивалась в ряде работ для плоскостного [88, 106, 108] и осевого [96, 101, 104, 105, 109] случаев.

3.5. ТЕОРИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ И ОБРАЗОВАНИЯ ПАР ПРИ $\theta_0 > \theta_L$. Существует несколько подходов для решения проблемы излучения и образования электронно-позитронных пар в случае, когда приближение постоянного поля или стандартная теория когерентных электромагнитных процессов в кристаллах, основанная на борновском приближении, вообще говоря, неприменимы,

Первый подход основан на формулах, полученных операторным квантово-классическим методом, для вероятностей рассматриваемых процессов в достаточно произвольных внешних полях [97, 135, 136]. При этом с самого начала пренебрегается квантовым характером движения частиц высоких энергий во внешнем поле, но учитывается квантовый характер излучения фотона. В результате удается выразить вероятность излучения сравнительно жесткого ($u \sim 1$) фотона и вероятность образования пар в виде функционалов, зависящих от классической траектории заряженных частиц. В случае, когда частицы движутся в кристалле вблизи

главных направлений, внешним полем считается усредненное вдоль осей или плоскостей поле атомов кристалла.

Такой подход наиболее быстро приводит к нужным результатам, однако из-за принятых в самом начале предположений требуются дополнительные обоснования подхода и оценки точности получаемых выражений (см., например, [137, 138]).

При другом подходе в качестве отправной точки используются результаты квантовой теории излучения и образования пар в усредненном потенциале осей или плоскостей [6, 82, 88]. В условиях канализирования или надбарьерного движения можно в известной степени разделить продольное и поперечное движение частиц, и в исходных формулах вероятности обсуждаемых процессов выражаются через матричные элементы радиационных переходов между состояниями поперечного движения. При достаточно высоких энергиях число состояний поперечного движения велико, а поперечные волновые функции могут быть взяты в квазиклассическом виде. В результате, как показано в [106], при некоторых дополнительных условиях вероятности действительно могут быть выражены в виде функционалов от классической траектории поперечного движения. При таком подходе условия применимости получающихся выражений становятся более конкретными. В частности, при условии, что квадрат угла входа θ_0^2 существенно превышает квадрат угла Линдхарда $\theta_L^2 = 2U_0/E$, и при условии, что интерференцией от соседних осей можно пренебречь, спектрально-угловая плотность вероятности образования пары фотоном на единице пути в кристалле может быть представлена в виде

$$\frac{d^2w^{(p)}}{dEd\omega} = \frac{e^2}{2\pi^2} \frac{E^2}{\omega} \frac{\theta_0}{S} \int_0^\infty \left[\left(1 - \tilde{u} + \frac{\tilde{u}^2}{2} \right) |\mathbf{J}_p - J_z \mathbf{n}_p|^2 + \frac{\tilde{u}^2}{2E^2} |J_z|^2 \right] dx, \quad (3.8)$$

$$J_z = \int_{-\infty}^\infty e^{-ig(\rho)} dy, \quad \mathbf{J}_p = \int_{-\infty}^\infty \theta_d(\rho) e^{-ig(\rho)} dy, \quad (3.9)$$

$$g(\rho) = \frac{\omega(\tilde{u}-1)}{2\theta_0} \int_0^y (\|\theta_d(\rho) - \mathbf{n}_p\|^2 + E^{-2}) dy.$$

Здесь угол отклонения θ_d электрона (позитрона) с энергией E на траектории полем оси определяется равенствами

$$\theta_d^{(x)}(\rho) = -\frac{1}{E\theta_0} \int_{-\infty}^y \frac{\partial U}{\partial x} dy, \quad \theta_d^{(y)} = -\frac{1}{E\theta_0} U(\rho);$$

$U(\rho)$ —势能, ρ —расстояние до оси, $\mathbf{n}_p = \{\theta \cos \phi, \theta \sin \phi\}$; θ, ϕ —полярный и азимутальный углы вылета заряженной частицы, $d\omega \approx d\theta d\phi$, плоскость yz образована кристаллографической осью и направлением влета фотона с энергией ω . При относительно больших углах входа $\theta_0 \gg U_0$, справедливо дипольное приближение, в рамках которого

$$\mathbf{J}_p \approx \int_{-\infty}^\infty \theta_d(\rho) \exp \left[-\frac{i\omega(\tilde{u}-1)}{2\theta_0} (\theta^2 + E^{-2}) y \right] dy,$$

$$J_z \approx 2\mathbf{n}_p \cdot \mathbf{J}_p (\theta^2 + E^{-2})^{-1},$$

что соответствует результатам теории, основанной на борновском приближении. В обратном пределе $\theta_L \ll \theta_0 \ll U_0$ при вычислении интегралов

J_p, J_z можно применить метод стационарной фазы, что приводит к результатам П. П. П (3.5).

В плоском случае, в отличие от осевого, для надбарьерных частиц всегда существенна периодичность столкновения с плоскостями, и соответствующий результат для дифференциальной вероятности образования пар имеет вид

$$\frac{d^2\omega^{(p)}}{dE d\alpha} = \frac{e^2 E^2}{2\pi\omega} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left(1 - \tilde{u} + \frac{\tilde{u}^2}{2} \right) |J_n^{(x)} - \alpha J_n^{(z)}|^2 + \left[(1 - \tilde{u}) \beta^2 + \frac{\tilde{u}^2}{2} (\beta^2 + E^{-2}) \right] |J_n^{(z)}|^2 \right\} \delta \left[\frac{\tilde{\omega}}{2} (\theta^2 + E^{-2} + \langle \theta_d^2 \rangle) - \omega_n \right]; \quad (3.10)$$

здесь $\alpha = \theta \cos \phi, \beta = \theta \sin \phi, \tilde{\omega}_n = 2\pi n \theta_0 / d, \tilde{\omega} = \omega(\tilde{u} - 1), d$ — межплоскостное расстояние, δ — функция Дирака,

$$\begin{aligned} J_n^{(x)} &= T^{-1} \int_0^T \theta_d(t) e^{-i f(t)} dt, \\ J_n^{(z)} &= T^{-1} \int_0^T e^{-i f(t)} dt, \\ f(t) &= \tilde{\omega} \left[-\alpha \int_0^t \theta_d(\tau) d\tau + \frac{1}{2} \int_0^t (\theta_d^2(\tau) - \langle \theta_d^2 \rangle) d\tau \right] - \omega_n t. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Угол отклонения θ_d и среднеквадратичный по периоду угол $\langle \theta_d^2 \rangle$ выражаются через межплоскостной потенциал $U(x)$ в виде

$$\begin{aligned} \theta_d(t) &= (E\theta_0)^{-1} (\langle U \rangle - U(x)), x = t\theta_0 \\ \langle \theta_d^2 \rangle &= (E\theta_0)^{-2} (\langle U^2 \rangle - \langle U \rangle^2), \end{aligned}$$

где усреднение в правой части проводится по поперечной координате x в пределах межплоскостного интервала d .

Конкретные расчеты с помощью (3.8) и (3.10) выполнены в [106] для модельных потенциалов оси $U(p)$ и плоскостей $U(x)$ достаточно простого вида. Так, для модели осевого потенциала $U(p) = U_0 a/p$, где U_0 и a — константы, зависящие от типа кристалла и индексов Миллера, величины J_z и J_0 выражаются в аналитическом виде, что существенно упрощает дальнейшие численные расчеты.

Для плоскостного потенциала $U(x) = -U_0(2x/d)^2$, где $|x| < d/2$, величины, входящие в (3.10), могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} J_n^{(z)} &= \int_0^1 \cos f(\eta) d\eta, \quad J_n^{(x)} = -\frac{p}{E} \int_0^1 (1 - 3\eta^2) \cos f(\eta) d\eta, \\ f(\eta) &= \frac{3}{2} \tilde{u} \alpha E_c^{(2)} p^2 (\eta - \eta^3) + \frac{27 \tilde{u} E_c^{(2)}}{4E} p^3 \left(\frac{\eta}{45} - \frac{2}{9} \eta^3 + \frac{1}{5} \eta^5 \right) + \pi n \eta, \\ \langle \theta_d^2 \rangle &= \frac{4p^2}{5E^2}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Здесь $p \equiv U_0 / 3\theta_0, E_c^{(2)} = d/U_0, E$ — энергия образовавшегося позитрона.

Полная вероятность образования пары на единице пути в зависимости от угла входа фотона θ_0 относительно плоскостей в случае произвольных p может быть получена лишь численным интегрированием (3.10) по азимутальному углу ϕ и энергии позитрона E . При относительно малых

углах входа, когда $p \gg 1$, полная вероятность выражается в аналитическом виде

$$\begin{aligned} w^{(p)} = & \frac{4e^2\omega}{\pi^2} \left(\frac{U_0}{d}\right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\xi_n}{n}\right)^2 \left[\left(1 + \xi_n - \frac{\xi_n^2}{2}\right) \times \right. \\ & \times \ln \left\{ \frac{2}{\xi_n} [1 + (1 - \xi_n)^{1/2}] - 1 \right\} - (1 + \xi_n)(1 - \xi_n)^{1/2} \left. \right] \eta(1 - \xi_n), \quad (3.13) \end{aligned}$$

где $\xi_n = d/(\pi n \omega \theta_0)$, η —ступенчатая функция Хевисайда. В обратном пределе $p \ll 1$ соответствующий результат также имеет достаточно простой вид

$$\begin{aligned} w^{(p)} = & \frac{4e^2\omega}{\pi^2} \left(\frac{U_0}{d}\right)^2 F(\zeta), \quad (3.14) \\ F(\zeta) = & 4 \cdot 3^{3/2} \pi \zeta^2 \int_0^1 \frac{y}{1-y^2} \left[\zeta \left(\frac{2y}{1-y^2} - \ln \frac{1+y}{1-y} \right) K_{1/3} \left(\frac{4\zeta}{1-y^2} \right) + \right. \\ & \left. + y K_{2/3} \left(\frac{4\zeta}{1-y^2} \right) \right] dy, \\ \zeta \equiv & \frac{d}{6U_0\omega}. \end{aligned}$$

Ориентационная зависимость (рис. 21) в плоскостном случае, рассчитанная с помощью (3.11), (3.12), в целом аналогична той, которая

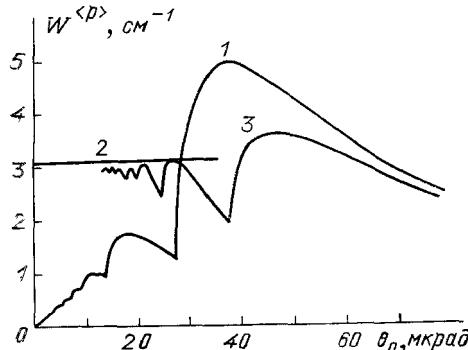


Рис. 21. Вероятность рождения электронно-позитронной пары фотоном с энергией $\omega=3$ ТэВ на единице пути в кристалле германия в зависимости от угла входа по отношению к плоскости (110). Кривая 1 — борновское приближение (3.13), 2 — приближение постоянного поля (3.14), 3 — теория, учитывающая недипольность процесса при высоких энергиях.
 $U_0=39$ эВ, $d=2,0$ Å

была рассчитана в [101] для изолированной оси на основе квазиклассического подхода и модели осевого потенциала вида $U(\rho) \propto 1/\rho$ [105] (сплошные кривые на рис. 20). В осевом случае, как уже отмечалось выше, эффекты недипольности излучения и связанные с ними отклонения от стандартной теории наступают раньше, уже при энергиях в несколько десятков ГэВ. В будущем предполагается [100] провести эксперименты в области еще более высоких энергий $E \sim 1$ ТэВ, когда рассмотренные эффекты могут проявляться и в плоскостном случае.

4. Возможности для канализирования нейтральных частиц.

4.1. ТРЕБОВАНИЯ К ПЕРИОДИЧЕСКИМ СТРУКТУРАМ. Успехи в использовании явления канализирования заряженных частиц в кристаллах для управления пучками частиц стимулировали поиск возможностей для канализирования нейтральных частиц, в частности, фотонов рентгеновского и γ -диапазона, а также тепловых и резонансных нейтронов [110—118]. В случае фотонов, энергия которых значительно превос-

ходит энергию связи K -электронов атомов вещества, действительная часть диэлектрической восприимчивости $\chi'(\omega)$ имеет вид

$$\chi'(\omega) = -\frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad (4.1)$$

где $\omega_p = (4\pi ne^2/m)^{1/2}$ — плазменная частота электронов вещества, n — плотность их числа, m — масса электрона. Поскольку для большинства веществ $\omega_p \sim 10$ эВ, то восприимчивость в рентгеновском диапазоне мала и отрицательна. Это означает, что на границе раздела двух веществ полное отражение рентгеновских фотонов может происходить от вещества с наибольшим значением $|\chi'|$, а угол падения фотонов относительно границы не должен превышать $\theta_c = |\Delta\chi|^{1/2}$, где $\Delta\chi'$ — скачок диэлектрической восприимчивости.

Нейтроны взаимодействуют в основном с ядрами вещества. Действительная часть ядерной восприимчивости $\chi'(\lambda)$ связана с амплитудой когерентного рассеяния нейтронов на ядре a , усредненной по изотопам, и плотностью числа ядер вещества N соотношением

$$\chi'(\lambda) = -\frac{\lambda^2 a N}{\pi}, \quad (4.2)$$

где $\lambda = 0,287E^{-1/2}$ — длина нейтронной волны в Å, E — его кинетическая энергия в эВ. Если энергия нейтрона далека от энергии резонанса в рассеянии, то амплитуда рассеяния $a \sim 3 \cdot 10^{-13} \div 10^{-12}$ см и для большинства веществ положительна, хотя имеются и исключения, например, Ti, Mn, Li, в которых $a < 0$. Таким образом, критический угол полного отражения $\theta_c = |\Delta\chi|^{1/2}$ для тепловых нейтронов ($E \sim 10^{-2}$ эВ) оказывается примерно таким же малым ($\sim 10^{-3}$), как и для фотонов рентгеновского диапазона ($\omega \sim 10$ кэВ). Следует отметить, что явление малоуглового отражения рентгеновских фотонов и тепловых нейтронов давно используется в элементах рентгеновской оптики [125], а также для транспортировки [119—123] и поворота [124, 126] пучков частиц цилиндрическими трубками.

В принципе в обычных кристаллах существует модуляция электронной и ядерной плотности с периодом порядка постоянной решетки и, с первого взгляда, должно существовать явление полного отражения рентгеновских фотонов и нейтронов, падающих под достаточно малым углом к кристаллографическим плоскостям или осям. Однако есть существенное отличие в характеристиках взаимодействия заряженных и нейтральных частиц с кристаллом, которое, как показано в [110—117], приводит к невозможности канализации нейтральных частиц в обычных кристаллах.

Требования к параметрам структуры, необходимые для существования эффекта канализации, можно получить из следующих простых соображений [114, 115]. Пусть частица падает под критическим углом θ_c к плоскостям кристалла. Характерным параметром, определяющим степень локализации частицы в направлении, ортогональном плоскостям, является величина $\lambda_\perp = \lambda/\theta_c$, где λ — дебройлевская длина волны частицы. Для рентгеновских фотонов с энергией ω получаем: $\theta_c = \omega_p/\omega$, где ω_p — некоторое среднее по объему значение плазменной частоты электронов кристалла, и поэтому $\lambda_\perp \approx 2\pi/\omega_p$. Отметим, что для области энергий фотонов, в которой справедлива формула (4.1) для восприимчивости, величина λ_\perp не зависит от энергии фотона и составляет от 155 Å для золота до 377 Å для алюминия, что на два порядка превышает максимальные межплоскостные расстояния в кристаллах. Таким образом, рентгеновский фотон в кристалле не может быть локализован в пределах одного канала. Аналогичная картина существует и в случае нейтро-

нов, поперечная длина волны которых $\lambda_{\perp} = (4\pi N|a|)^{1/2}$ также составляет величину порядка 100 Å. Однако необходимые условия для канализирования нейтральных частиц существуют в структурах, образованных послойным напылением или осаждением различных веществ [110—114], объемных сверхрешетках из вакуумных (газовых) пор в металлах и других соединениях [115—117].

4.2. Канализование в сверхрешетках. Технология изготовления слоистых структур с периодом до нескольких десятков ангстрем последовательным осаждением двух различных веществ на подложку достигла в настоящее время весьма высокого уровня. Таким способом получают слои достаточно большой площади ($\sim 10 \text{ см}^2$) с погрешностью в толщине на уровне моноатомного слоя. Периодические структуры с числом слоев в несколько десятков используются, в частности, в настоящее время для дифракции мягкого рентгеновского излучения с длинами волн $\sim 10 \text{ \AA}$ [128], а также дифракции холодных нейтронов ($E \approx 10^{-4}—10 \text{ эВ}$) [129]. Аналогичным способом можно получать и слоистые структуры с большим периодом $\sim 10^3 \text{ \AA}$, пригодные для наблюдения эффекта канализования фотонов и нейтронов. Следует отметить, однако, что для целей канализации вовсе не требуется соблюдения периодичности слоев, в отличие от задач дифракции, где строгая периодичность является непременным условием для когерентности рассеяния на многих десятках плоскостей. С другой стороны, для канализации требуется гораздо большее число слоев, поскольку частицы должны входить теперь через торцевую поверхность, площадь которой должна быть соизмерима с поперечным сечением пучка частиц.

Пусть электромагнитная волна входит под достаточно малым углом $\theta << 1$ к плоскостям слоистой среды. Зависимость электрического поля волны E с частотой ω от продольной координаты z определяется в этом случае множителем $\exp(ik_z z)$ с постоянным значением продольной компоненты волнового вектора k_z , а зависимость от поперечной координаты x определяется уравнением [127]

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \left[\frac{\omega^2}{c^2} (1 + \chi(\omega, x)) - k_z^2 \right] E = 0. \quad (4.3)$$

При выводе (4.3) считалось, что волна поляризована перпендикулярно плоскости падения. Однако при малых углах падения θ поляризация оказывается несущественной и такое же уравнение справедливо для случая параллельной поляризации падающего излучения [125]. Зависимость диэлектрической проницаемости $\chi(\omega, x)$ от координаты x определяется профилем нанесенных слоев и в простейшем случае может быть задана в виде прямоугольной гребенки [110]. Величина $k_x^2 = \omega^2 c^{-2} - k_z^2$ в уравнении (4.2) имеет смысл среднего квадрата поперечного импульса фотона для различных состояний поля в среде.

Амплитуды поля в различных состояниях определяются коэффициентами разложения плоской волны, соответствующей входящим в слоистую среду частицам, по собственным функциям уравнения (4.3). Локализованные состояния могут эффективно возбуждаться при углах входа, меньших критического угла $\theta_c = |\Delta\chi|^{1/2}$, где $\Delta\chi$ — скачок восприимчивости на границе слоев. Прохождение частиц через слоистую структуру в таких состояниях должно сопровождаться уменьшением их поглощения по сравнению со средним поглощением, которое имеет место при относительно больших углах входа $\theta >> \theta_c$. При выходе пучка нейтральных частиц из среды, так же как и в случае электронов МэВ-ных энергий [5], должно также наблюдаться характерное угловое распределение с

максимумами, отвечающими разрешенным значением поперечного импульса k_x в среде.

В физике радиационных повреждений существует интересное явление возникновения вакуумных или газовых пор в кристаллах под действием интенсивного потока ионов, нейтронов или электронов. При определенных условиях такие поры способны образовывать упорядоченные структуры, сверхрешетки. Симметрия сверхрешетки, как правило, совпадает с симметрией кристалла, поры имеют при этом сферическую форму, практически одинаковый радиус, который меняется от решетки к решетке (20—100 Å), а период сверхрешеток составляет соответственно 200—1500 Å. Сверхрешетки пор были получены в ряде металлов и их сплавов, преимущественно с ОЦК или ГЦК структурой [130], при облучении нейтронами или ионами при высоких температурах мишней. В кристаллах CaF₂ и SrF₂ под действием электронов просвечивающего микроскопа при комнатной температуре мишени [131] наблюдалось образование решетки из сфер Ca или Sr. В нормальных условиях сверхрешетки пор становятся весьма устойчивыми структурами.

Поскольку период модуляции электронной и ядерной плотности в таких структурах значительно превосходит соответствующий период кристаллов, то в них, как и в соответствующих слоистых структурах, может происходить дифракция частиц с относительно большими (>10 Å) длинами волн порядка постоянной сверхрешетки [116, 117], [131]. Что касается частиц с более короткими длинами волн, то для них по мере уменьшения длины волны и угла входа дифракция сменяется эффектом канализации [115—117]. Действительно, угол Брэгга определяется равенством $\sin \theta_B = Hc/2\omega$, где $H \sim 2\pi/d$ —модуль вектора обратной решетки (d —межплоскостное расстояние, c —скорость света). В рамках двухволновой теории динамической дифракции [132] угловая ширина дифрагирующего излучения определяется равенством $\Delta\theta \approx \chi_H / \sin 2\theta_B$, где χ_H —соответствующая фурье-компоненте восприимчивости. С ростом частоты брэгговский угол уменьшается, а угловая ширина $\Delta\theta$ увеличивается. Для малых $\theta_B \ll 1$ отношение $\Delta\theta/\theta_B$ имеет вид

$$\frac{\Delta\theta}{\theta_B} \approx 2\omega^2 |\chi'_H| (cH)^{-2}.$$

Поскольку в рентгеновской области частот $\chi'_H \sim \omega_p^2/\omega^2$, то мы приходим к выводу [116, 117], что для решеток с межплоскостным расстоянием $d \geq d_c = \lambda_p$, ширина дифракционного угла становится сравнимой с самим углом, который при этом близок по порядку величины к углу «полного френелевского отражения» $\theta_c \approx \omega_p/\omega$. Это означает, что эффективное отражение фотонов происходит фактически на одной плоскости решетки, т. е. мы приходим в этом случае к возможности канализации.

В условиях канализации в разложения поля падающей волны по плоским волнам в кристалле основной вклад вносят сравнительно большое число векторов обратной решетки, ортогональных определенному семейству кристаллографических осей (осевое канализование) или плоскостей (плоскостное канализование). Это позволяет при рассмотрении канализации в сверхрешетках ограничиться комплексной диэлектрической восприимчивостью $\chi = \chi' + i\chi''$, «размазанной» вдоль осей или по плоскостям решетки, что в случае заряженных частиц соответствует усреднению потенциала атомов решетки.

Число локализованных состояний, которые в плоскостном случае определяются (5.3), в существующих сверхрешетках пор с постоянной $L \leq 1500$ Å невелико, и в этом смысле канализование нейтральных частиц в них аналогично канализированию электронов с энергиями $E \leq$

<10 МэВ в кристаллах. Для того чтобы наблюдать отдельные состояния нейтральных частиц в сверхрешетках необходимо, чтобы поглощение было достаточно мало [116]: $n\chi''/\chi' \ll 1$ (n —число состояний). Это условие может выполняться для фотонов с энергиями ~100 кэВ и для тепловых нейтронов. При увеличении постоянной сверхрешетки $L >> \lambda_p$, число состояний растет, и в конце концов можно считать, что распространение фотонов и нейтронов происходит по определенным траекториям. В плоскостном случае траектории частиц определяются равенством

$$z(x) = \int_{x_0}^x (\theta_0^2 + \chi'(\omega, x) - \chi'(\omega, x_0))^{-1/2} dx, \quad (4.4)$$

где z —продольная координата; θ_0 , x_0 —соответственно угол и точка входа частицы по отношению к плоскости, $\chi'(\omega, x)$ —усредненная по плоскости восприимчивость. В случае плоскости из сферических пор, когда $\chi(\omega, x) \sim x^2$, траектории канализированных частиц представляют собой синусоиды с периодом $T = (2\pi\omega/\omega_p)(S/\pi)^{1/2}$. Критический угол входа для канализации определяется глубиной модуляции восприимчивости и имеет вид $\theta_c = (\omega_p/\omega)(\pi r_0^2/S)^{1/2}$, где r_0 —радиус пор, S —площадь, приходящаяся на одну пору на плоскости.

Помимо решеток из вакуумных или газовых пор, существуют и другие трехмерные и двумерные структуры (коллоидные кристаллы) [107] с подходящим переходом модуляции электронной плотности, где также возможно наблюдение канализации фотонов и нейтронов. В частности, некоторые виды опалов ($\text{SiO}_2 \cdot n\text{H}_2\text{O}$) состоят из плотноупакованных сфер SiO_2 диаметром 10^3 Å, образующих достаточно совершенную сверхрешетку [133, 134].

Для проверки возможности канализации рентгеновских фотонов был проведен эксперимент [139], в котором фотонами входили под малым углом к плоскости, образованной осями цилиндрических микроканалов в стеклянной матрице. Периодическая структура представляла собой двумерную плотноупакованную решетку таких цилиндров с периодом $d \approx 13$ мкм и радиусом цилиндров $r=5$ мкм.

Диэлектрическая восприимчивость, усредненная по плоскости, зависит от расстояния x до центра плоскостного канала согласно соотношению

$$\chi(\omega, x) = \chi_0(\omega) \left\{ 1 - \frac{2r}{d} \left[1 - \left(\frac{x}{r} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}, \quad (4.5)$$

где $\chi_0(\omega)$ —восприимчивость сплошной среды (стекла). Траектория фотонов, входящих под углом θ_0 к плоскостям решетки, определяется выражением (4.4). При $\theta_0 \ll (\chi'(\omega, 0) - \chi'(\omega, r))^{1/2}$ большинство частиц захватываются в режим канализации. Эксперимент был проведен с пучком фотонов с энергией $\hbar\omega = 22$ кэВ и угловой расходимостью на входе $\Delta\theta_0 \approx 0,2^\circ$. Особенностью фотонов не слишком высокой энергии является существенное влияние поглощения. Это приводит к тому, что наиболее проникающая часть фотонов движется вблизи центра плоскостного канала. В этой области расстояний зависимость $\chi(\omega, x)$ близка к параболе, поэтому период колебаний траекторий практически не зависит от амплитуды и, следовательно, от точки входа x_0 . Независимость периода от амплитуды приводит к эффекту осцилляций угловой расходимости пучка канализированных частиц при изменении глубины их проникновения в мишень. Этот эффект наблюдался ранее при плоскостном канализировании протонов [2].

На рис. 22 представлены результаты [139] измерений угловой расходимости пучка фотонов в зависимости от толщины мишени z , под-

твреждающие осциллирующий характер угловой расходимости. Таким образом, можно считать, что эффект канализирования фотонов в сверхрешетках обнаружен экспериментально. Однако более благоприятные условия для его наблюдения имеются в сверхрешетках с меньшим периодом (~ 1 мкм) и для более жестких квантов (~ 100 кэВ).

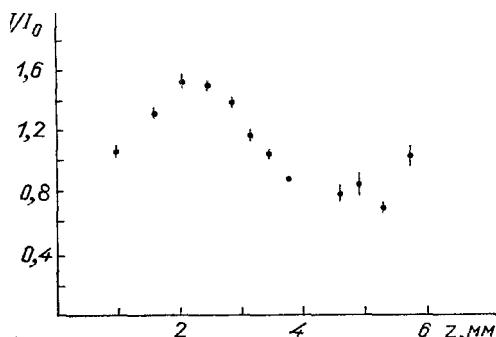


Рис. 22. Относительная интенсивность излучения K_{α} -линии серебра, рассеянного под нулевым углом в периодической структуре, в зависимости от толщины мишени z . Начальная угловая расходимость пучка $0,2^{\circ}$, приемный угол детектора $0,03^{\circ}$

Заключительные замечания. Процесс канализирования электронов и позитронов в кристаллах и сопровождающее его электромагнитное излучение изучен в настоящее время в широком интервале энергий канализированных частиц от ~ 1 МэВ до ~ 100 ГэВ. Развитая теория в целом хорошо согласуется с результатами экспериментов. Эффект излучения частиц относительно низких энергий уже нашел свое применение в физике твердого тела как новый метод спектроскопии. Дальнейшие перспективы этого метода исследования твердых тел связаны с развитием теории уширения спектральных линий в сторону улучшения точности предсказаний положений и ширин линий излучения с учетом различных тонких эффектов взаимодействия частиц с кристаллической решеткой. Излучение частиц средних и высоких энергий, как показали эксперименты, обладает сравнительно высокой интенсивностью, причем излучение от позитронов с энергиями $1-10$ ГэВ при плоскостном канализировании имеет также достаточно высокую монохроматичность (вследствие почти гармонических колебаний в канале и дипольного характера излучения) и может перестраиваться по частоте. Такой источник излучения представляет интерес при исследованиях фотоядерных процессов. Что касается излучения канализированными и надбарьерными частицами сверхвысоких (≥ 100 ГэВ) энергий, то оно является наиболее эффективным средством получения жестких гамма-квантов с энергиями, сравнимыми с энергией частиц, поскольку вероятность излучения в этом случае на порядок выше, чем у тормозного излучения в аморфном веществе. С точки зрения теории этот процесс вызывает также большой интерес, так как при определенных условиях служит примером электромагнитных процессов в сильном постоянном поле. Наконец, отметим, что из-за недостатка места осталось за рамками настоящего обзора такое интересное явление, как канализование релятивистских частиц в изогнутых кристаллах, которое также интенсивно исследовалось в последнее время и может найти широкое применение в физике высоких энергий.

Авторы выражают признательность Н. Ф. Шульге, сделавшему ряд полезных замечаний по рукописи статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Lindhard J. Dansk. Vid. Selsk. Mat.-Fiz. Medd. **1965**. V. 34. P. 30.
2. Gemmell D. S.//Rev. Mod. Phys. **1974**. V. 46. P. 129.
3. Wedell R. //Phys. Stat. Sol. Ser. b. **1980**. V. 99. P. 11.
- 4 Ахиезер А. И., Шульга Н. Ф.//УФН. **1982**. Т. 137. С 561.

5. Базылев В. А., Жеваго Н. К. // Ibidem. С. 605.
6. Базылев В. А., Жеваго Н. К. Излучение быстрых частиц в веществе и во внешних полях.—М.: Наука, 1987.
7. Andersen F. V., Laegsgaard E.//Phys. Rev. Lett. **1979**. V. 44. P. 1079.
8. Swent R. L., Pantell R. H., Alguard M. J. et al.//Ibidem. V. 43. P. 1723.
9. Каплин В. В., Воробьев С. А.//ЖЭТФ. **1977**. Т. 73. С. 583; ФТТ. **1977**. Т.19. С. 1958.
10. Basylev V. A., Goloviznin V. V.//Rad. Eff. **1982**. V. 60. P. 101; V. 69. P. 159.
- [11]. Базылев В. А., Головизнин В. В. //ЖЭТФ. **1982**. Т. 82. С. 1204; ДАН СССР. Сер. «Физика». **1982**. Т. 266. С. 1112.
12. Andersen F. V., Bonderup E., Laegsgaard E. et al.//Nucl. Instr. and Meth. **1982**. V. 194. P. 209.
13. Мухеев С.А., Тулупов А. В.//ФТТ. **1986**. Т. 28, С. 2447.
14. Cue N., Bonderup E., Marsh B. et al.//Phys. Lett. Ser. A. **1980**. V. 80. P. 26.
15. Alguard M. J., Swent R. L., Pantell R. H. et al.//Nucl. Instr. and Meth. **1980**. V. 170. P. 7.
16. Bezman B. L., Bloom S. D., Datz S. et al.//Phys. Lett. Ser. A. **1981**. V. 82. P. 459.
17. Andersen F. V. Eriksen K. R., Laegsgaard E.//Phys. Scripta. **1981**. V. 24. P. 588.
18. Swent R. L., Pantell R. H., Alvares R.//Nucl. Instr. and Meth. **1982**. V. 194. P. 235.
19. Watson Y. E., Kochler Y.//Phys. Rev. Ser B. **1982**. V. 25. P. 3075.
20. Andersen Y. V., Datz S., Laegsgaard E. et al.//Phys. Rev. Lett. **1982**. V. 49. P. 215.
- [21]. Gouanere M., Sillou D., Spigel M. et. al.//Nucl. Instr. and Meth. 1982. V. 194. P.225.
22. Datz S., Fearick R. W.; Park H. et al.//Phys. Lett. Ser A **1983**. V. 96. P. 314.
23. Andersen Y. V.; Bondorup E., Laegsgaard E. et al.//Phys. Scripta. **1983**. V. 28. P. 308.
24. Andersen Y. V., Laegsgaard E; Sorensen A. H.//Nucl. Instr. and Meth. **1984**. V. 230. Ser. B. P. 63.
25. Laegsgaard E., Andersen Y. U.//Ibidem. P. 99.
26. Datz S., Fearick R. W., Park H. et al.//Ibidem. P. 74.
27. Park H., Pantell R. H., Swent R. L.//J. Appl. Phys. **1984**. V. 55. P. 358.
28. Bezman B. L., Datz S., Fearick R. W. et. al.//Nucl. Instr. and Meth. **1984**. V. 230. Ser. B. V. 2. P 90.
29. Swent R. L., Pantell R. H., Park H. et al.//Phys. Rev. **1984**. Ser. B. **1984**. V. 29. P. 52.
30. Cue N., Marsh B. B., Benenson R. E. et al.//Nucl. Instr. and Meth. **1984**. Ser. B. V.230.P.104.
- [31] Bezman B. L., Dahling B., Datz S. et al.//Ibidem. Ser. B. **1985**. V. .10/11. P. 611.
32. Park H., Kephart Y. O., Klein R. K. et al.//J. Appl. Phys. **1985**. V. 57. P. 1661.
33. Klein R. K.: Kephart Y. O., Pantell R. H. et al.//Phys. Rev. Ser. B. **1985**. V. 31. P. 68.
34. Datz S., Bezman B. L., Dahling B. A. et al.//Nucl. Instr. and Meth. Ser. B. 1986. V. 13. P. 19.
35. Part H., Kephart Y. O., Klein R. K. et al.//Phys Rev. Ser. B. 1987. V. 35. P. 13.
36. Vorobiev A. A., Kaplin V. V., Vorobiev S. A.//Nucl. Instr. and Meth. **1975**. V. 127. P. 265.
37. Lervig P., Lindhard Y., Nielsen V.//Nucl. Phys. Ser. A. **1967**. V. 96. P. 481.
38. Andersen J. U., Andersen S. K.; Augustiniak K.//Dansk. Vid. Selsk. Mat.-Fiz. Medd. **1977**. V. 39. № 10.
39. Appleton B. R., Erginsoy C., Gibson W. M.//Phys. Rev. **1967**. V. 161. P. 330.
40. Kimura K.: Makhami M.//Phys. Lett. Ser. A. **1982**. V. 89. P. 299.
- [41] Мухеев С. А.. Тулупов А. В.//ФТТ, **1987**. Т. 29. С. 449.
42. Базылев В. А., Головизнин В. В. Препринт ИАЭ-3808/1.—Москва, 1983; ЖЭТФ, 1986. Т. 91. С. 25.
43. Тулупов А. Д.//ФТТ, 1981. Т. 23. С. 46; Rad Eff. **1981**. V. 56. P. 77; ЖЭТФ, 1981. Т. 81. С. 1639.
44. Bazylev V. A., Mikheev S. A.. Tulupov A. V.//Rad. Eff. **1990**. V. 114. P. 114.
45. Komaki K., Fujimoto F., Ootuka A.//Nucl. Instr. and Meth. **1982**. V. 194. P. 243.
46. Тулупов А. Д.//ЖЭТФ, **1984**. Т. 86. С. 1365.
47. Hau L. V., Laegsgaard E., Andersen Y. U. Preprint Inst. Phys. Aarhus.—1989.
48. Мухеев С. А., Тулупов А. В.//Тезисы Всесоюзного совещания по взаимодействию заряженных частиц с кристаллами.—М.: МГУ, 1989.— С. 467.
49. Мещеров Б. Р., Туманов В.И.//Письма ЖЭТФ. **1990**. Т. 51. С. 168.
50. Burenkov A. F., Dudchik Yu. I., Komarov F. F./Rad. Eff. Lett. 1984. V. 83. P 241.
- [51] Базылев В. А., Мухеев С. А., Тулупов А. В.//ФТТ. **1988**. Т. 30. С. 2445.
52. Гурский Б. А., Гурский З. А.//УФН. **1976**. Т. 21. С. 1603; **1978**. Т. 23. С. 19.
53. Мухеев С. А., Тулупов А. В.//ФТТ. **1985**. Т. 27. С. 1307.
54. Bazylev V. A., Zhevago N. K.//Proc. of VIIth Intern. Conference on Atomic Collisions in Solids: Moscow. Sept. 19—23, 1977.— Preliminary programme and abstracts of papers Pt I.—Mowcow: Moscow State Univ. Publ. House, 1977.—P. 65.
55. Moliere G.//Zs. Naturforsch. **1947**. Bd 2a. P. 133.

56. Doyle P. A., Turner R. S.//Acta Cryst. Ser. A. **1968**. V. 24. P. 390.
57. International Tables for X-ray Crystallography//Eds N. F. M. Henry, K. Zonsdale.—Birmingham: Kynoch, 1959.
58. Глебов В. И., Головизнин В. В., Канлюев А. М. Препринт ИАЭ-3905-1.—Москва, 1984—С.36.
59. Avakian A. R., Glebov V.I., Goloviznin V. V. et al.//Rad. Eff. **1984**. V. 80. P. 14; Rabe R., Tolkiehn G., Werner A //J. Phys. Ser. C. **1979**. V. 12. P. 1545.
60. Bohmer W., Rabe P.//Ibidem. P. 2465.
- [61] Glauuber R. I.//Phys. Rev. **1955**. V. 98. P. 1692.
62. Jackson D. P., Powell B. M., Dolling G.//Phys. Lett. Ser. A. 1975. V. 51. P. 87.
63. Nielsen O. H., Weber W.//J. Phys. Ser. C. **1980**. V. 13. P. 2449.
64. Шульга Н. Ф., Трутень В. И., Фомин С. П.//ЖЭТФ. **1984**. Т. 87. С. 250.
65. Fomin S. P., Shulga N. F.//Phys. Lett. Ser. A. **1979**. V. 73. P. 131.
66. Шульга Н. Ф., Трутень В. И., Фомин С. П.//ЖЭТФ. **1982**. Т. 52. С. 2279.
67. Shuiga N. F., Trutnen V. I., Fomin S. P.//Rad. Eff. 1985. V. 84. P. 182.
68. Булгаков Н. К., Водопьянов А. С., Головатюк. В. М. и др. Препринт ОИЯИ 1-83-640.—Дубна, 1983.
69. Andersen S. K.; Fish O., Golovchenko I. A.//Nucl Phys. Ser. B. **1980**. V. 167. P. 1.
70. Базылев В. А., Головизнин В. В., Демура А. В.//ЖЭТФ, **1987**. Т. 92. С. 1946.
- [71] Базылев В. А., Глебов В. И., Головизнин В. В. ЖЭТФ. **1986**. Т. 91. С. 25
72. Мартыненко Ю. В.//ФТТ. **1971**. Т. 13. С. 1055. С. 2580.
73. Bonderup E., Esbensen H., Andersen I. U.//Rad. Eff. **1972**. V. 12. P. 261.
74. Белоцккий В. В., Кумахов М. Л.//ЖЭТФ. **1972**. Т. 62. С. 1144.
75. Базылев В. А., Глебов В. И., Головизнин В. Д.//ДАН СССР. **1986**. Т. 288. С 105
76. Ахиезер А. И., Шульга Н. Ф.//УФН. **1987**. Т. 151. С. 385.
77. Заславский Г. М. Стохастичность динамических систем. М.: Наука, 1984.
78. Chirikov B. V.//Phys. Rep. **1979**. V. 52. P. 263.
79. Будкер Г. И., Беляев С. Т.//Физика плазмы и проблемы управляемых термоядерных реакций. Т. 2.—М.: Атомиздат, 1958.
80. Базылев В. А., Жеваго Н. К.//ЖЭТФ. **1979**. Т. 77. С. 1267; Rad. Eff. **1981**. V. 54. Р.221.
- [81] Бонч-Осмоловский А. Г., Подгорецкий М. И.//ЯФ. **1979**. Т. 29. С. 432.
82. Барышевский В. Г. Канализование, излучение и реакции в кристаллах при высоких энергиях.—Минск: Изд-во Бел. ун-та, 1982.
83. Байер В. Н., Катков В. М., Страховенко В. М. Препринт ИЯФ СО АН СССР 84-11.—Новосибирск, 1984.
84. Базылев В. А.; Головизнин В. В. Препринт ИАЭ 4518/1.—Москва, 1987; ДАН СССР. **1987**. Т. 293. С. 1642
85. Воробьев С. А., Калинин Б. Н., Курков А. А. и др.//**1986**. Т. 290. С. 1252.
86. Мороховский В. Л., Шраменко Б. И.// Труды Всесоюзного совещания по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами.—М.: Изд-во Моск. ун-та, 1976. Т. 173.
87. Ганенко В. Б., Носонов Н. Н., Пегушин Е. В. и др//Физ. ЭЧАЯ. 1983. Т. 3. С. 47. Ganenko V. B., Noga V. I. Pegushin E. V. et al.//Rad. Eff. **1986**. V. 81. P. 313. Касилов В. И., Лапин Н. И., Трутень В. И., Шульга Н. Ф.//ЖЭТФ. **1989**. Т. 96. С. 1927.
88. Жеваго Н. К.//ЖЭТФ. 1978. Т 75. С. 1389.
89. Шульга Н. Ф.//Письма ЖЭТФ. **1980**. Т. 32. С. 179.
90. Avakian A. I., Yang C, Zhevago N. K.//Rad. Eff. **1981**. V. 56. P. 39.
- [91] Baryshevski V. G., Tikhomirov V. V.//Phys. Lett. Ser A. **1982**. V. 90. P. 153.
92. Kimball F C, Cue N.//Nucl. Instr. and Meth. **1984** Ser. B. V. 230. V. 2. P. 25.
93. Baier V. N., Katkov V. M., Strakhovenko V. M.//Phys. Lett. Ser. A. **1984**. V. 104. P. 231.
94. Sorensen A H., Uggerhoj E., Bak J. et al./jPhys Scripta. **1985**, V. 32. P. 149.
95. Ландай Л. Д., Лишинц Е. М. Теоретическая физика. Т. 2: Теория поля.—М.: Наука, 1967.
96. Авакян А. Л., Жеваго Н. К.; Як Ши//ЖЭТФ. **1982**. Т. 82. С. 584.
97. Берестецкий В. Б., Лишинц Е. М., Питаевский Л. П. Релятивистская квантовая теория.—М.: Наука, 1968.—С. 249.
98. Belkacem A., Bologna G., Chevallier M. et al.//Phys. Lett. Ser. B **1986**. V. 177. P. 211.
99. Арутюнян А. С., Жеваго Н. К.; Як Ши//Изв. АН АрмССР. **1985**. Т. 20. С. 252.
100. Belkacem A. Bologna G., Glevallier M. et al.//Nucl. Instr. and Meth. Ser. B. **1988**. V. 33. P. 1.
- [101] Belkacem A., Bologna G., Checallier M. et al.//Phys. Rev. Lett. **1987**. V. 58. P. 1196.
102. Diambri-Pallazzi G.//Rev. Mod. Phys. **1968**. V. 40.—Р. 611.
103. Тер-Микаелян М. Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях.—Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1969.
104. Байер В. Н., Катков В. М., Страховенко В. М., //ЖЭТФ. **1986**. Т. 90. С. 801; **1987**. Т. 92. С. 1228.

105. *Belkacem A., Cue N., Kimball J. C.*//Phys. Lett Ser. A. **1985**. V.111. P. 86.
106. *Жеваго Н. К.*//ЖЭТФ. **1988**. Т. 94 С. 23
107. *Pleranski P.*//Contem. Phys. **1983**. V. 24. P. 25.
108. *Базылев В. А., Глебов В. И., Жеваго Н. К.*//ЖЭТФ. **1980**. Т. 78. С. 62.
109. *Bazylev V. A., Demura A. V.*//Rad. Eff. **1982**. V. 61. P. 129.
110. *Насонов Н. Н.*//Письма ЖТФ. **1979**. Т. 5. С. 982.
- [111] *Винецкий В. Л., Файнгольд М. И.*//Укр. физ. ж. **1980**. Т 25. С 1093; **1982**. Т. 27. С. 884; **1984**. Т. 29. С. 1628
112. *Vmetsky V. L., Faingold M.I.*//Sol. State Commun. **1981**. V. 40. P. 7.
113. *Насонов Н.Н.*//Вопросы атомной науки и техники. Сер. «Физика радиационных повреждений и радиационное материаловедение» **1982**. Т. 3. С. 85.
114. *Komarov F. F., Kumakhov M. A., Zhevago N.K.*//Rad. Eff. Lett. **1983**. V. 76. P. 119.
115. *Жеваго Н. К.*//ДАН СССР. **1985** Т. 281. С. 67.
116. *Жеваго Н. К., Рязанов А. И.*//ФТТ. **1986**. Т 28. С. 130; ДАН СССР. **1986**. Т. 280. С. 347.
117. *Zhevago N. K., Ryazanov A. I.*//Rad. Eff. **1987**. V. 104. P. 87.
118. *Высоцкий В.И., Кузьмин Р.Н.*//ЖЭТФ. **1980**. Т. 79. С. 481.
119. *Гуревич И. И., Тарасов Л. В.* Физика нейтронов низких энергий.—М.: Наука, **1965**.
120. *Maier-Leibnitz H., Springer T.*//Nucl. Energy. Ser. A/B. **1963**. V. 17. P. 217.
- [121] *Mosher D., Stephanakis S.*//Appl. Phys. Lett. **1976**. V. 29. P. 105.
122. *Vetterling W. T., Pound R. V.*//J. Opt. Soc. Am. **1976**. V. 66 P. 1048.
123. *Malozzi P. J., Epstein H. M., Jung R. G.*//Appl. Phys. **1974**. V. 45. P. 1891.
124. *Rindby A.*//Nucl. Instr. and Meth. Ser. A. **1986**. V. 249. P. 536.
125. Рентгеновская оптика и микроскопия/Под ред Г. Шмаля, Д. Рудольфа.—М.: Мир, 1987.
126. *Watanabe M., Hidaka T., Tanino H., e. a.* Appl. Phys. Lett. **1984**. V. 45. P. 725.
127. *Ландай Л. Д., Лишиц Е. М.* Электродинамика сплошных сред.—М.: Наука, 1982.—С. 421.
128. *Henke B. L.*//Atomic. Data. **1982**. V. 27. P. 3.
129. *Saxena A. M., Schoenborn B. P.*//Acta Cryst. Ser. A. **1977**. V. 33A. P. 806.
130. *Krishnan K.*//Rad. Eff. **1982**. V. 66. P. 121.
- [131] *Johnson E., Chadderton L.T.*//Ibidem. **1983**. V. 79. P. 183.
- 132 *Пинскер З. Г.* Динамическое рассеяние рентгеновских лучей в кристаллах.—М.: Наука, 1984.
133. *Monroe E. A., Sass D. B., Cole S. H.*//Acta Cryst. Ser. A. **1969**. V. 25. P. 578.
134. *Stone J.*//Appl. Phys Lett. **1972**. V. 20 P. 239.
135. *Schwinger J.*//Proc. Nat. Acad. Sci. USA. **1954**. V. 40. P. 132.
136. *Баев В. Н., Катков В. М., Фадин В. С.* Излучение релятивистских электронов—М.: Атомиздат, 1973.
137. *Баев В. Г., Белов В. В., Маслов В. П.*//ДАН СССР. **1989**. Т. 308. С. 88.
138. *Ахиезер А. И., Ласкин Н. В., Шульга Н. Ф.*//Ibidem. **1988**. Т. 303. С. 78.
139. *Глебов В. И., Денисов Э. И., Жеваго Н. К.*//ФТТ. **1989**. Т. 131. С. 275.
140. *Огнев Л. И.*//УФН. **1988**. Т. 54. С. 691.
- [141] *Баев В. Н., Катков В. М., Страховенко В. М.*//УФН. **1989**. Т. 159. С. 455.
142. *Барышевский В. Г., Тихомиров В. В.*//Ibidem. С. 529.
143. *Барц Б. И., Шляхов Н. А.* Препринт ХФТИ—88-50—М.: ЦНИИатоминформ, 1988.
144. *Барц Б. И., Шляхов Н. А., Шульга Н. Ф.*//ЖЭТФ. **1989**. Т. 95. С. 1485.
145. *Малышевский В. С., Трутень В. И., Шульга Н. Ф.*//ЖЭТФ. **1987**. Т. 93. С. 570.
146. *Artru X.*//Nucl. Instr. and Meth Ser. **B**. **1990**. V. 48. P. 278.
147. *Kononetz Yu. V., Ryabov V. A.*//Ibidem. P. 289.