1988 г. Июль *Том 155, вып. 3*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

531.5+530.12:531.51

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТЕОРИЯ ГРАВИТАЦИИ И ЕЕ СЛЕДСТВИЯ

А. А. Логунов, Ю. М. Лоскутов, М. А. Мествиришвили

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

На страницах журнала УФН иногда появляются публикации с изложением разных взглядов на общую теорию относительности (ОТО) [5,4]. Подробный критический анализ этих работ дан в специальных журналах по теоретическойфизике [11,12,16–18,36,46]. Но поскольку читатель УФН точно не информирован о наших взглядах, а многое из того, что напечатано в УФН по данному вопросу, основывается или на неглубоком проникновении в суть проблемы гравитации, или на стремлении во что бы то ни стало все уложить в старое русло общей теории относительности, мы сочли необходимым именно на страницах УФН поделиться своими идеями о развитии теории гравитации, дав краткий критический анализ трудностей ОТО. Наша позиция точно сформулирована в рамках релятивистской теории гравитации, которая согласуется с известными экспериментальными данными и находится в полном соответствии с общими физическими принципами; она может быть изменена только под давлением новых фактов, если они вступят с ней в противоречие.

1. АНАЛИЗ ОСНОВНЫХ ПОЛОЖЕНИЙ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Ниже мы увидим, что принятие основных концепций ОТО означает отказ от ряда фундаментальных принципов, лежащих в основе физики. В первую очередь — это отказ от законов сохранения энергии-импульса и момента количества движения и отказ (в полном соответствии с принципом эквивалентности) от представления о гравитационном поле как физическом поле типа Фарадея — Максвелла. Однако вначале коснемся кратко истории вопроса.

Открытие Пуанкаре и Минковским четырехмерного мира в принципе дало возможность показать, что различным системам отсчета соответствует в общем случае различная (зависящая от координат x^μ этой системы и необязательно диагональная) метрика $\gamma_{\mu\nu}(x)$ пространства-времени. Например, в произвольной неинерциальной системе отсчета S' метрические коэффициенты $\gamma'_{\mu\nu}$ оказываются функциями координат x' этой системы, что приводит в итоге к появлению ускорения свободной материальной точки относительно S' и сил инерции, выражающихся через производные первого порядка от тензора $\gamma'_{\mu\nu}$ по соответствующим координатам. Кинематическая природа сил инерции находит свое отражение в том, что «вызываемые» ими ускорения свободных материальных тел не будут зависеть от масс последних. Таким же свойством, как известно, обладают гравитационные силы, поскольку, как показывает опыт, гравитационная масса тела равна его инертной массе. Данное обстоятельство и было использовано Эйнштейном, пришедшим к выводу ([1], с. 231), что гравитационное поле следует описывать, подобно полю сил инерции, метрическим тензором $g_{\mu\nu}$, но уже в римановом пространстве-времени. Позже Эйнштейн писал: «Вся теория возникла на основе убеждения, что в гравитационном поле все физические процессы протекают совершенно так же, как и без гравитационного поля, но в соответствующим образом ускоренной (трехмерной) системе координат («гипотеза эквивалентности»)» ([1], с. 400). В этом центральном пункте Эйнштейном был совершен отход от понятия гравитационного поля как физической реальности, что и привело впоследствии к непреодолимым трудностям ОТО.

Одна из них, прямо вытекающая из сказанного выше, связана с нелокализуемостью гравитационного поля. Хорошо известно, что во всех физических теориях одной из важнейших характеристик поля всегда являлась плотность тензора его энергии-импульса, которую, следуя Гильберту, получают вариацией плотности лагранжиана поля по компонентам метрического тензора пространства-времени. Такая характеристика отражает факт существования поля: отличие от нуля плотности тензора энергии-импульса в некоторой области пространства-времени является необходимым и достаточным условием наличия в ней физического поля. В ОТО гравитационное поле такой характеристикой не обладает, и связано это с тем, что в теории Эйнштейна величины $g_{\mu\nu}$ имеют двойной смысл: с одной стороны они суть переменные поля, а с другой — компоненты метрического тензора пространства-времени. В силу такого физико-геометрического дуализма $g_{\mu\nu}$ выражение для плотности полного симметричного тензора энергии-импульса должно быть одновременно и уравнением поля. Отсюда со всей очевидностью следует, что определяемая вышеуказанным (общепринятым) образом плотность полного симметричного тензора энергии-импульса системы во всем пространстве-времени должна быть строго равной нулю, а вне вещества в нуль должна обращаться плотность симметричного тензора энергии-импульса гравитационного поля. Таким образом, в ОТО гравитационное поле вне источника оказывается лишенным основной физической характеристики — тензора энергии-импульса. Как следствие этого, ОТО оказывается лишенной и законов сохранения энергии-импульса, и момента количества движения вещества, и гравитационного поля вместе взятых.

Ясно понимая необходимость «энергетически-импульсных» характеристик гравитационного поля и законов сохранения, Эйнштейн вводит в 1918 г. понятие псевдотензора τ_μ^ν энергии-импульса гравитационного поля. Однако в том же году Шрёдингер показывает [2], что соответствующим выбором координат трехмерного пространства все компоненты τ_μ^ν вне однородного шара можно обратить в нуль. Отвечая Шрёдингеру, Эйнштейн писал: «Что же касается соображений Шрёдингера, то их убедительность заключается в аналогии с электродинамикой, в которой напряжения и плотность энергии любого поля отличны от нуля. Однако я не могу найти причину, почему так же должно обстоять дело и для гравитационных полей. Гравитационные поля можно задавать, не вводя напряжений и плотности энергии» ([1], с. 627). Это вполне отвечало его более раннему высказыванию: «...Для бесконечно малой области координаты всегда можно выбрать таким образом, что гравитационное поле будет отсутствовать в ней» ([1], с. 423); и позднее он оставался верен этой точке зрения, утверждая (см. [3], с. 124): «Для любой бесконечно малой окрестности точки в произвольном поле тяготения можно указать локальную систему координат в таком состоянии движения, что по отношению к этой локальной системе координат не существует поля тяготения (локальная инерциальная система)». *Приведенные утверждения показывают*, *что Эйнштейн сознательно отошел от концепции гравитационного поля как физической реальности.* Вместе с тем нетрудно заметить, что силы инерции и гравитационные силы совершенно разные даже по математической структуре. В самом деле, тензор кривизны $R^{\alpha}_{\mu\nu\beta}$ Римана — Кристоффеля для первых тождественно равен нулю, а для вторых отличен от нуля. Позднее, в 1948 г., Эйнштейн пересмотрел свою точку зрения на принцип эквивалентности и не говорил более об эквивалентности полей сил инерции и гравитационных сил, отмечая только то, что поля сил инерции представляют собой частный случай гравитационных полей, удовлетворяющих условиям Римана $R^{\alpha}_{\mu\nu\beta}=0$. По-видимому, для многих это обстоятельство так и осталось незамеченным.

Другой принципиальной трудностью ОТО, тесно связанной с отождествлением гравитационного поля с метрическим тензором риманова пространства, является отсутствие в ней не только локальных, но и интегральных законов сохранения энергии, импульса и момента количества движения. Первым, кто отметил это как характерную черту ОТО, был Гильберт, писавший [4] в 1917 г.: «Я утверждаю,... что для общей теории относительности, т. е. в случае общей инвариантности гамильтоновой функции, уравнений энергии, которые... соответствуют уравнениям энергии в ортогонально-инвариантных теориях, вообще не существует. Я даже мог бы отметить это обстоятельство как характерную черту общей теории относительности». Однако никакой реакции на это высказывание Гильберта ни со стороны Эйнштейна, ни со стороны других физиков не последовало. Тот фундаментальный факт, что в ОТО в принципе невозможны законы сохранения энергии-импульса и момента количества движения, поскольку введенное в ОТО риманово пространство не обладает максимальной группой движения пространства-времени, остался вне понимания современников.

Некоторые физики не понимают этого до сих пор *). Другие физики, видя отсутствие законов сохранения в ОТО, рассматривают это как важнейший принципиальный шаг ОТО в развитии физических представлений. Между тем, ни в макро-, ни в микромире нет ни одного экспериментального факта, прямо или косвенно ставящего под сомнение справедливость законов сохранения материи. И сам Эйнштейн хорошо понимал их фундаментальное значение. В [1] (с. 299) он писал: «...Безусловно следует требовать, чтобы вещество и гравитационное поле вместе удовлетворяли законам сохранения импульса и энергии», и позднее: «Опыт вынуждает нас искать такой дифференциальный закон, который был бы эквивалентен *интегральным* законам сохранения импульса и энергии» ([1], с. 651), и затем: «Я хочу показать здесь, что... понятия энергии и импульса устанавливаются (в ОТО.— *Авторы*) столь же четко, как и в классической механике».

Исследование ([1], с. 650), проведенное Эйнштейном (в рамках ОТО) в 1918 г., и последовавшее в том же году математическое обоснование Клейном [7] полученных Эйнштейном результатов создали впечатление, что проблема энергии-импульса в ОТО полностью решена. Вывод этих работ с несущественными модификациями повторяют во многих учебниках и статьях и поныне, не замечая, что в рассуждения Эйнштейна и Клейна вкралась простая, но принципиальная ошибка. Суть ее состоит в том, что величина J_σ, компоненты которой Эйнштейн отождествил с энергией и импульсом, оказывается при более внимательном рассмотрении величиной, тождественно равной нулю. Еще одним неудовлетворительным следствием ОТО является неоднозначность ее предсказаний для гравитационных эффектов. Такой вывод можно сделать на основании того, что при условленной арифметизации пространства одни уравнения Гильберта — Эйнштейна еще не определяют метрики рима-

---

*) В том числе заблуждаются и авторы [5,6], утверждающие, в частности ([5], с. 698), что ОТО обладает «...всеми атрибутами—... тензором энергии-импульса и законами сохранения».

нова пространства-времени (в общем случае их решение может содержать четыре произвольные функции). Последующая же ее фиксация путем наложения на полученные решения координатных условий (всегда явно нековариантных) — процедура далеко не однозначная, так как на сам выбор координатных условий в ОТО не накладывается никаких ограничений, а функциональная структура метрических коэффициентов существенно зависит от него и будет разной при разном выборе. Это — с одной стороны. С другой — согласно доказанной Вейлем[8], Лоренцем[9] и Петровым[10] теореме о том, что при известных уравнениях всех времениподобных и всех изотропных геодезических линий в какой-либо системе координат (т. е. при некоторой условленной арифметизации пространства) метрический тензор пространства-времени в этой системе определяется с точностью до постоянного множителя *), разные метрические тензоры в заданной системе координат должны вести к разным предсказаниям о движении пробных тел и света. А поскольку в ОТО функциональная структура метрического тензора в заданной системе координат оказывается разной при разном выборе координатных условий, то и ее предсказания будут зависеть от этого выбора, т. е. не будут обладать свойством однозначности, что является еще одним принципиальным недостатком ОТО.

Продемонстрируем неоднозначность предсказаний ОТО на двух примерах: на примере вычисления инертной массы и на примере эффекта гравитационной задержки радиосигнала.

Пусть источником гравитационного поля служит статическое сферически-симметричное тело активной массы M. Условимся далее о такой арифметизации пространства, когда центру S источника сопоставляется значение $r = r_S = 0$, а любой точке пространства-времени сопоставляется набор чисел $x^\mu = (t, x^1, x^2, x^3)$. Тогда одним из общих внешних (по отношению к телу M) решений уравнений Гильберта — Эйнштейна

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R = 8\pi G T^{\mu\nu}_{\text{M}}, \tag{1.1}$$

где $R^{\mu\nu}$ — тензор Риччи, $R = R^{\mu\nu} g_{\mu\nu}$, $T^{\mu\nu}_{\text{M}}$ — тензор энергии-импульса вещества (всех видов материи, за исключением гравитационного поля), будет решение

$$g^{00} = \frac{1}{B}, \quad g^{kn} = \frac{1}{C}\gamma^{kn} + \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{A}\right)\frac{x^k x^n}{r^2}, \quad g^{0k} = 0, \tag{1.2}$$

или, в эквивалентной форме,

$$g_{00} = B, \quad g_{kn} = C\gamma_{kn} + (C - A)\frac{x^k x^n}{r^2}, \quad g_{0k} = 0; \tag{1.2'}$$

здесь

$$B = 1 - \frac{2GM}{rC^{1/2}}, \quad A = C\left(1 + \frac{rC'}{2C}\right)^2 \left(1 - \frac{2GM}{rC^{1/2}}\right)^{-1}, \quad C' = \frac{\mathrm{d}C(r)}{\mathrm{d}r}; \tag{1.3}$$

при этом $r^2 = -\gamma_{kn} x^k x^n$, $g = \det g_{\mu\nu} = -BAC^2$; что же касается функции $C(r)$, то от нее требуется только, чтобы она была гладкой и

$$\lim_{r\to\infty} C(r) \to 1,$$

в остальном она достаточно произвольна **).

*) С физической точки зрения это означает, что, изучая движение пробных тел и света, можно экспериментально установить структуру геометрии пространства-времени.

**) Именно этот произвол (при заданной арифметизации пространства) и ведет в соответствии с теоремой Вейля — Лоренца — Петрова к неоднозначности предсказаний ОТО.

Пользуясь определением ОТО для инертной массы тела (или его полной энергии)

$$P^0 = \lim_{r\to\infty} \oint \mathrm{d}s_k h^{00k}, \tag{1.4}$$

в котором $\mathrm{d}s_k = -(x_k/r)\, r^2 \sin\theta\, \mathrm{d}\theta\, \mathrm{d}\varphi$, а

$$h^{00k} = -\frac{1}{16\pi G} \frac{\partial}{\partial x^n} [g\,(g^{00}g^{kn} - g^{0k}g^{0n})], \tag{1.5}$$

после несложных вычислений найдем

$$P^0 = -\frac{1}{2G} \lim_{r\to\infty} \left[r^2 C \left(\frac{\partial C}{\partial r} + \frac{C-A}{r}\right)\right]. \tag{1.6}$$

Выбирая, например,

$$C(r) = \left(1 + \frac{GM}{r}\right)^2, \tag{1.7}$$

из (1.6) получим точное равенство инертной массы P^0 тела его активной гравитационной массе M. Если же взять

$$C(r) = \left[1 + \alpha^2 \left(\frac{8GM}{r}\right)^{1/2}\right]^2, \tag{1.8}$$

где α — свободный вещественный параметр, то (1.6) даст значение

$$P^0 = (1 + \alpha^4)\, M, \tag{1.9}$$

что прямо свидетельствует о неоднозначности предсказаний ОТО для инертной массы рассматриваемой системы *) и не согласуется с экспериментально подтверждаемым фактом равенства тяжелой (гравитационной) и инертной масс, который, кстати сказать, полагался Эйнштейном в основу построения теории. *Этот результат показывает, что в ОТО не имеют места не только локальные, но и интегральные законы сохранения энергии-импульса.*

Переходя к иллюстрации неоднозначности предсказаний ОТО в эффекте гравитационной задержки, сопоставим при выбранной выше арифметизации пространства положению источника радиоимпульсов (Земли) точку e (r_e, φ_e, $\theta_e = \pi/2$), положению приемника или рефлектора (Меркурия), отражающего сигнал обратно в точку e,— точку p (r_p, φ_p, $\theta_p = \pi/2$), а точкам поверхности тела M (предполагая его шаровым) — значение $r = r_f$, остановимся для простоты на двух частных случаях, полагая при условленной арифметизации пространства в первом случае $C(r) = 1$, а во втором $C(r) = [1 + (GM/r)]^2$. Тогда в первом случае (a)

$$\mathrm{d}s_a^2 = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)\mathrm{d}t^2 - \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1}\mathrm{d}r^2 - r^2\,(\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\,\mathrm{d}\varphi^2), \tag{1.10}$$

а во втором (b)

$$\mathrm{d}s_b^2 = \left(\frac{r-GM}{r+GM}\right)\mathrm{d}t^2 - \left(\frac{r+GM}{r-GM}\right)\mathrm{d}r^2 - r^2\left(1 + \frac{GM}{r}\right)^2(\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\,\mathrm{d}\varphi^2). \tag{1.11}$$

Может показаться, что поскольку заменой $r = \rho - GM$ выражение (1.11) сводится к форме (1.10):

$$\mathrm{d}s_b^2 = \left(1 - \frac{2GM}{\rho}\right)\mathrm{d}t^2 - \left(1 - \frac{2GM}{\rho}\right)^{-1}\mathrm{d}\rho^2 - \rho^2\,(\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\,\mathrm{d}\varphi^2), \tag{1.11'}$$

то и следствия (1.10), (1.11) будут идентичными. В действительности это не так, ибо (1.10) и (1.11') отличаются по существу: если в (1.10) в силу

*) Подробнее о неопределенности инертной массы в ОТО и ее зависимости от выбора трехмерных координат см. в[11,12].

принятой арифметизации положениям центра S тела M и его поверхности, положениям источника и рефлектора радиоимпульсов сопоставлены значения $r = r_S = 0$, $r = r_f$, $r = r_{e,p}$, то в (1.11') им будутсоответствовать $\rho = \rho_S = GM$, $\rho = \rho_f = r_f + GM$, $\rho = \rho_{e,p} = r_{e,p} + GM$, что, безусловно, скажется на результатах расчетов и приведет к неидентичности следствий (1.10) и (1.11). Этот вывод непосредственно следует и из теоремы Вейля — Лоренца — Петрова, поскольку метрические коэффициенты в (1.10) и в (1.11) отличаются друг от друга, а следовательно, и движение по геодезическим в метриках (1.10) и (1.11) будет существенно различным. В этом можно убедиться и непосредственным вычислением.

Пользуясь стандартными методами и ограничиваясь в расчетах первым порядком по G, для времени распространения радиосигнала в один конец (при $\varphi_p - \varphi_e > \pi/2$ и в предположении, что в перицентре его траектория касается точки r_f поверхности тела M), получим выражения[13,14]

$$t_a = (r_p^2 - r_f^2)^{1/2} + (r_e^2 - r_f^2)^{1/2} + \\ + GM\left[2\ln\frac{r_p + (r_p^2 - r_f^2)^{1/2}}{r_e - (r_e^2 - r_f^2)^{1/2}} + \left(\frac{r_p - r_f}{r_p + r_f}\right)^{1/2} + \left(\frac{r_e - r_f}{r_e + r_f}\right)^{1/2}\right] \quad (1.12)$$

в случае решения (1.10) и

$$t_b = (r_p^2 - r_f^2)^{1/2} + (r_e^2 - r_f^2)^{1/2} + \\ + 2GM\left[\ln\frac{r_p + (r_p^2 - r_f^2)^{1/2}}{r_e - (r_e^2 - r_f^2)^{1/2}} + \left(\frac{r_p - r_f}{r_p + r_f}\right)^{1/2} + \left(\frac{r_e - r_f}{r_e + r_f}\right)^{1/2}\right] \quad (1.13)$$

в случае решения (1.11). При $r_f \ll r_{e,p}$ отсюда с учетом (при выбранной точности) эффекта отклонения сигнала гравитационным полем источника следуют выражения

$$t_a = R + 2GM\ln\frac{r_e + r_p + R}{r_e + r_p - R} - 2GM, \quad (1.12')$$

$$t_b = R + 2GM\ln\frac{r_e + r_p + R}{r_e + r_p - R}, \quad (1.13')$$

в которых

$$R = (r_e^2 - r_\perp^2)^{1/2} + (r_p^2 - r_\perp^2)^{1/2} \quad (1.14)$$

— относительное расстояние (по прямой) между точками e и p, а $r_\perp$ — координата точки пересечения прямых, соединяющих e и p с одной стороны и S и перицентр траектории — с другой.

Поскольку входящие в (1.12), (1.13) или (1.12'), (1.13') числа в силу принятой арифметизации одинаковы, то отсюда следует подтверждающий сказанное выше вывод о неоднозначности предсказаний ОТО для данного эффекта в переменных x^μ — неоднозначности, проявляющейся уже в первом порядке по G!

Покажем, что переход в полученных результатах от чисел арифметизации к наблюдаемым физическим величинам не меняет заключения о неоднозначности. Для этого, пользуясь соответственно метрикой (1.10) и (1.11), вычислим в первом порядке по G физические радиальные расстояния (измеряемые экспериментально) от поверхности тела M до источника e и рефлектора p радиоимпульсов

$$l_{e,p} = \int_{r_f}^{r_{e,p}} dr\,(-g_r)^{1/2} \approx r_{e,p} - r_f + GM\ln\frac{r_{e,p}}{r_f} \quad (1.15)$$

и относительный сдвиг частоты (измеряемый экспериментально) в поле тела M:

$$\left.\frac{\Delta\omega}{\omega}\right|_{e,p}^{f} \equiv \delta_{e,p} \approx GM\left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_{e,p}}\right). \quad (1.16)$$

Как видно, и расстояния l, и относительные сдвиги δ частоты оказываются в первом порядке по G одинаковыми для обеих метрик. Это значит, что переход с помощью (1.15), (1.16) в $t_{a,b}$ от r к наблюдаемым физическим величинам l и δ оставит вывод о неоднозначности предсказаний ОТО для данного эффекта в силе *).

Распространено убеждение, что если время Δt гравитационной задержки выразить через времена обращения T источника e (Земли), рефлектора p (Меркурия) и некоторого пробного тела, обращающегося вокруг M по круговой орбите с $r = r_f$, то оно не будет зависеть от выбора метрики, т. е. будет одинаковым для метрик (1.10), (1.11). Докажем ошибочность такого мнения.

Пусть для простоты все указанные тела обращаются вокруг M по круговым орбитам. Тогда при условленной выше арифметизации пространства в случае метрик (1.10) и (1.11) в первом порядке по G соответственно получим[14–16]

$$T^{(a)}_{f,e,p} = 2\pi \frac{r^{3/2}_{f,e,p}}{(GM)^{1/2}}, \tag{1.17}$$

$$T^{(b)}_{f,e,p} = 2\pi \frac{r^{3/2}_{f,e,p}}{(GM)^{1/2}} \left(1 + \frac{3}{2}\frac{GM}{r_{f,e,p}}\right). \tag{1.18}$$

Как видно, согласно ОТО времена T обращения тел по орбите оказываются в переменных x^μ, так же как и t, разными для разных метрик. Если в (1.17), (1.18) от чисел r перейти к наблюдаемым физическим величинам l и δ, то и в этих измеримых переменных неоднозначности теоретических значений T сохранятся. Различие во временах $T^{(a)}$ и $T^{(b)}$ обращения, соответствующих метрикам (1.10) и (1.11), объясняются здесь тем, что хотя физические радиальные расстояния до орбиты в разных метриках одинаковы (в первом порядке по G), скорости движения тела по ней в разных метриках разные[16,17].

Если теперь времена распространения t_a и t_b выразить соответственно через времена обращения $T^{(a)}$ и $T^{(b)}$, введя ради упрощения записи обозначение $L \equiv [T\,(GM)^{1/2}/2\pi]^{3/2}$, то для обеих метрик установится одинаковая связь t с T:

$$t = (L_p^2 - L_f^2)^{1/2} + (L_e^2 - L_f^2)^{1/2} + GM\left[2\ln\frac{L_p + (L_p^2 - L_f^2)^{1/2}}{L_e - (L_e^2 - L_f^2)^{1/2}} + \left(\frac{L_p - L_f}{L_p + L_f}\right)^{1/2} + \left(\frac{L_e - L_f}{L_e + L_f}\right)^{1/2}\right]. \tag{1.19}$$

Для определения собственно эффекта гравитационной задержки Δt, **который** и представляет истинный физический интерес, в (1.19) необходимо еще выделить то время t_0, которое потребовалось бы сигналу на преодоление пути от излучателя e до рефлектора p в отсутствие гравитационного влияния на сигнал центрального тела M. Это можно сделать, вычислив время t_0 при выбранной арифметизации пространства в плоской метрике $\gamma_{\mu\nu}(r)$:

$$t_0 = (r_p^2 - r_\perp^2)^{1/2} + (r_e^2 - r_\perp^2)^{1/2}, \tag{1.20}$$

и выразив его, пользуясь связями (1.17), (1.18), через времена обращения T. В случае метрик (1.10), (1.11) это даст[18] **)

$$t_0^{(a)} = (L_p^2 - L_\perp^2)^{1/2} + (L_e^2 - L_\perp^2)^{1/2}, \tag{1.21}$$

$$t_0^{(b)} = (L_p^2 - L_\perp^2)^{1/2} + (L_e^2 - L_\perp^2)^{1/2} - GM\left[\left(\frac{L_p - L_\perp}{L_p + L_\perp}\right)^{1/2} + \left(\frac{L_e - L_\perp}{L_e + L_\perp}\right)^{1/2}\right]. \tag{1.22}$$

*) Поэтому утверждение авторов[5] на с. 706 о том, что в данном эффекте «...никаких неоднозначностей в предсказаниях ОТО и противоречий с ОТО нет», следует признать ошибочным.

**) Здесь $L_\perp$ введено формально, хотя при достаточном отдалении перицентра траектории сигнала от поверхности тела M оно вполне может реализоваться с помощью вспомогательного пробного тела, обращающегося вокруг M по круговой орбите с $r = r_\perp$.

Таким образом, время Δt гравитационной задержки, определяемое разностью t и t_0, оказывается в метриках (1.10), (1.11) различным. При GM, $L_\perp$, $L_f \ll L_{e,p}$

$$\Delta t_a = 2GM \ln \frac{L_e+L_p+L_0}{L_e+L_p-L_0} - 2GM, \tag{1.23}$$

$$\Delta t_b = 2GM \ln \frac{L_e+L_p+L_0}{L_e+L_p-L_0}, \tag{1.24}$$

где $L_0 \equiv ct_0^{(a)}$, что и доказывает ошибочность мнений об однозначной определенности Δt в ОТО при его выражении через времена обращения.

Если расчет времени t провести [18], перейдя с самого начала от координат $x^\mu = (t, r, \theta, \varphi)$ к переменным $\xi^\alpha = (t, \rho, \theta, \varphi)$, где $\rho \equiv r\,(C\,(r))^{1/2}$ и в которых ds^2 будет определяться выражением (1.11'), то в первом порядке по G

$$t = (\rho_p^2-\rho_f^2)^{1/2} + (\rho_e^2-\rho_f^2)^{1/2} + \\ + GM\left[2\ln\frac{\rho_p+(\rho_p^2-\rho_f^2)^{1/2}}{\rho_e-(\rho_e^2-\rho_f^2)^{1/2}} + \left(\frac{\rho_p-\rho_f}{\rho_p+\rho_f}\right)^{1/2} + \left(\frac{\rho_e-\rho_f}{\rho_e+\rho_f}\right)^{1/2}\right], \tag{1.25}$$

$$T_{f,e,p} = 2\pi\rho_{f,e,p}^{3/2}\,(GM)^{-1/2}. \tag{1.26}$$

Несмотря на вытекающую отсюда однозначную (даваемую выражением (1.19)) связь t с экспериментально наблюдаемыми T время Δtзадержки снова будет разным для разных метрик $g_{\mu\nu}\,(r)$. В самом деле, вычисляя t_0, о смысле которого говорилось выше, в исходной арифметизации пространств с введением плоской метрики $\gamma_{\mu\nu}\,(r)$ и переходя в конечном результате от r к ρ, пользуясь связью $r\,(C\,(r))^{1/2} = \rho$, мы вновь с учетом (1.26) придем в случаях $C\,(r) = 1$ и $C\,(r) = [1 + (GM/r)]^2$ к выражениям (1.21) и (1.22), т. е. для Δt получим соответственно (1.23) и (1.24). Если же время t_0 вычислять, вводя плоскую метрику $\gamma_{\mu\nu}\,(\rho)$, принимая формально ρ за радиальную координату, то неоднозначность в Δt возникнет из-за неопределенности выбора $\rho = \rho_S$. Например, при $\rho_S = 0$ значение t_0 будет определяться выражением (1.21) и Δt — выражением (1.23), не согласующимся, кстати сказать, с экспериментальными данными [19], а при $\rho_S = GM$ получатся результаты (1.22) и (1.24). Кроме того, надо еще иметь в виду, что решение $g_{\mu\nu}\,(\rho)$ вида (1.11') в переменных ξ^α вовсе не является единственным решением уравнений Гильберта — Эйнштейна. Действительно, при любом конкретном виде $C\,(r)$ функцию $\rho = r\,(C\,(r))^{1/2}$ всегда можно принять за одну из переменных, в которых записываются уравнения Гильберта — Эйнштейна (1.1). А тогда его решениями будут также и решения вида (1.2), (1.3) с той разницей, что теперь в них роль r будет играть ρ, а роль $C\,(r)$ — функция $\tilde{C}\,(\rho)$, т. е. неоднозначности в t и Δt появятся и за счет произвола $\tilde{C}\,(\rho)$, как это было ранее в исходной арифметизации x^μ.

Учитывая, что уравнениям (1.1) в исходной арифметизации пространства удовлетворяет класс решений [16]

$$C\,(r) = \left[1 + \frac{(\lambda+1)\,GM}{r}\right]^2$$

с произвольным вещественным параметром λ, выбором λ можно вообще добиться того, чтобы время Δt гравитационной задержки было в ОТО любым, в частности равным нулю; в случае Земли и Меркурия $\Delta t \approx 0$ при $\lambda \approx$ $\approx -11{,}2$.

В заключение продемонстрируем неоднозначность предсказаний ОТО для эффекта гравитационной задержки на одном мысленном эксперименте. Пусть два пробных тела, в каждом из которых сочетаются источник, рефлектор и детектор радиосигналов, разнесены на некоторое расстояние и закреплены в точках e и p, а в точке S, достаточно близкой к линии ep, но примерно равноудаленной от e и p, укреплена «игла», способная отражать посылаемые на нее сигналы и на которую при необходимости можно насадить массивное (малых размеров) сферически-симметричное тело M. Отведя тело M от «установки» на большое расстояние (в «бесконечность»), по временам распространения радиосигналов между отдельными парами точек установим (положив $r_S = 0$) физические расстояния r_e от S до e, r_p от S до p и L_0 от e до p. В принципе этим способом можно осуществить физическую арифметизацию всей занимаемой «установкой» области пространства. Полученные таким образом числа r можно далее принять за значения переменной r в уравнениях Гильберта — Эйнштейна. Тогда физические расстояния между произвольными точками пространства в присутствии тела M (при укреплении его центра на «игле») будут выражаться через введенные числа r, имеющие смысл радиальных расстояний от S до выбранной точки в отсутствие тела M. Пользуясь при условленной арифметизации пространства решениями уравнений Гильберта — Эйнштейна (1.10) или (1.11), мы получим для времени t распространения сигнала от e к p в поле M выражения (1.12') или (1.13'), в которых R будет равным L_0. Таким образом, предсказываемое ОТО время $\Delta t = t - t_0$ гравитационной задержки окажется неоднозначным.

Приведенный анализ показывает, что неоднозначность предсказаний для гравитационных эффектов является органической чертой ОТО.

Итак, отсутствие в ОТО законов сохранения энергии-импульса и момента количества движения, отказ от представлений о гравитационном поле как физическом поле, а также неоднозначность предсказаний для гравитационных эффектов делают ОТО физически неудовлетворительной теорией и требуют кардинального пересмотра представлений о гравитации.

2. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТЕОРИЯ ГРАВИТАЦИИ *)

Со времен Ньютона известно, что геометрия пространства является неотъемлемой частью физической теории. По меткому замечанию Гаусса, «...геометрию следует ставить в ряд не с арифметикой, существующей чисто априори, а скорее с механикой». Поэтому изучение механических явлений при малых скоростях (по сравнению со скоростью света) является проверкой не только законов механики, но и евклидовости геометрии, органически входящей в теорию Ньютона.

Исследование электромагнитных явлений и движения частиц со скоростями, близкими к скорости света, заставили отказаться от абсолютизации понятий времени и пространства в отдельности и привели к концепции единого четырехмерного пространства-времени, в котором масштабы длины и времени уже не имели смысла абсолютных величин, но зависели от скоростей относительного движения систем отсчета. Это, естественно, потребовало перехода от евклидовой геометрии пространства к псевдоевклидовой геометрии пространства-времени.

Таким образом, пока мы имели дело с нерелятивистскими физическими процессами, опыт подтверждал евклидову структуру геометрии пространства и понятие времени как независимого параметра. Но как только дело стало касаться релятивистских физических процессов, так тот же опыт указал уже на иную — псевдоевклидову структуру пространства-времени.

Открытие псевдоевклидовой геометрии пространства-времени обогатило физику в целом и нашло свое отражение сначала в обобщении механики Ньютона на релятивистскую механику Пуанкаре, а затем и во всех физических теориях как макро-, так и микромира, за исключением гравитации. При этом во всех теориях сохранились такие фундаментальные физические понятия, как энергия, импульс, момент количества движения и их законы сохранения.

---

*) По многим затронутым в этом разделе вопросам мы в основном следуем работам [20,21]; их можно найти также в [16,22–29].

В 1921 г. Эйнштейн, анализируя свойства пространства-времени ([3], с. 85), справедливо отмечал, что «...вопрос о том, имеет этот континуум евклидову, риманову или какую-либо другую структуру, является вопросом физическим, ответ на который должен дать опыт, а не вопросом соглашения о выборе на основе простой целесообразности». Решение этой проблемы должно основываться, по нашему мнению, не на частных наблюдательных данных о движении света и пробных тел, а на более глубинных, фундаментальных свойствах материи независимо от ее конкретных форм. В самом деле, если бы геометрия пространства-времени определялась на основе изучения движения пробных тел и света, то в принципе экспериментально могла бы быть установлена ее риманова структура. Однако это автоматически привело бы к отказу от фундаментальных законов природы — законов сохранения энергии, импульса и момента количества движения замкнутых систем, поскольку риманово пространство не обладает в общем случае необходимой для их выполнения группой движений.

По нашему убеждению при установлении структуры геометрии пространства-времени следует исходить не из частных (и разных для разных источников) фактов о характере движения света и пробных тел, а из наиболее общих динамических свойств материи — ее законов сохранения, имеющих не только фундаментальное значение, но и проверяемых экспериментально. *Очевидно, существование десяти законов сохранения (энергии, импульса и момента количества движения) объективно отражает то свойство нашего материального мира, которое проявляется в однородности и изотропности пространства-времени.*

Известны три типа пространств, допускающих введение десяти интегралов движения. Это пространство постоянной отрицательной кривизны (пространство Лобачевского), пространство нулевой кривизны (пространство Евклида) и пространство постоянной положительной кривизны (пространство Римана). Первые два пространства являются бесконечными, третье же — пространство замкнутое, хотя и не имеющее границ. Если от любой теории, в том числе и теории гравитационного поля, требовать, чтобы в ней имели место все десять законов сохранения, то, очевидно, необходимо отказаться от римановой геометрии общего вида и выбрать в качестве основополагающей одну из перечисленных выше геометрий *). Поскольку все известные на сегодняшний день экспериментальные данные по электромагнитным, слабым и сильным взаимодействиям однозначно свидетельствуют в пользу пространства-времени с псевдоевклидовой геометрией (лежащей в основе теории соответствующих полей**)) и нет никаких фактов, ставящих это под сомнение, то естественно считать ее единой для всех физических теорий, не делая исключения и для теории гравитационного поля. Тогда выполнение законов сохранения энергии-импульса и, отдельно, момента количества движения будет гарантировано.

Опираясь на сказанное, сформулируем основные положения релятивистской теории гравитации (РТГ).

Положение I. *В качестве фундаментального, базового, пространства в РТГ принимается пространство x^μ Минковского с метрикой $\gamma^{\mu\nu}(x)$.*

---

*) Некоторые аспекты теории гравитации в пространстве Минковского рассматривались ранее — см., например, [30–34]. Однако все они страдали незавершенностью. Даже те авторы, которые первоначально шли по оригинальному пути построения теории, не доводили его до конца и сворачивали на другой, не дававший законченных выводов путь.

**) Физические уравнения, описывающие свойства материи, всегда органически содержат и структуру пространства-времени, определяемую метрическим тензором; смысл утверждения о том, что то или иное явление протекает, например, в пространстве Минковского, находит свое точное отражение именно в органическом содержании метрики Минковского в соответствующих уравнениях.

Это положение отражает присущее всей материи, независимо от ее природы, свойство универсальности законов сохранения энергии-импульса и, отдельно, момента количества движения *).

П о л о ж е н и е II. *Гравитационное поле в РТГ рассматривается как реальное вещественное (с нулевой массой покоя) физическое поле в пространстве Минковского, обладающее всеми присущими другим физическим полям атрибутами; ему сопоставляется полевой симметричный тензор* $\Phi^{\mu\nu}$ *второго ранга с представлениями, соответствующими спиновым состояниям два и нуль.*

Исключение из состояний поля $\Phi^{\mu\nu}$ его представлений, соответствующих спиновым значениям 1 и 0, осуществляется (см.[24–27]) подчинением $\Phi^{\mu\nu}$ полевому уравнению

$$D_\mu \Phi^{\mu\nu} = 0, \tag{2.1}$$

где D_μ — ковариантная производная по метрике $\gamma^{\mu\nu}$ пространства Минковского. Это уравнение не только исключает из рассмотрения нефизические спиновые состояния гравитационного поля $\Phi^{\mu\nu}$, но и делает метрику $\gamma^{\mu\nu}$ пространства Минковского неустранимой из теории **), позволяя тем самым отделять проявления неинерциальности от проявлений гравитационного поля.

П о л о ж е н и е III (п р и н ц и п г е о м е т р и з а ц и и). *Плотность лагранжиана всех форм материи, за исключением гравитационного поля, в силу универсальности гравитационных взаимодействий и тензорного характера гравитационного поля строится в РТГ на основе сверток с эффективным тензором* $g^{\mu\nu}$, *определяемым «подключением» гравитационного поля* $\Phi^{\mu\nu}$ *к метрическому тензору* $\gamma^{\mu\nu}$ *по правилу*

$$\tilde{g}^{\mu\nu} \equiv \tilde{\gamma}^{\mu\nu} + \tilde{\Phi}^{\mu\nu}, \tag{2.2}$$

где

$$\tilde{g}^{\mu\nu} \equiv (-g)^{1/2} g^{\mu\nu}, \quad \tilde{\gamma}^{\mu\nu} \equiv (-\gamma)^{1/2}\, \gamma^{\mu\nu}, \quad \tilde{\Phi}^{\mu\nu} \equiv (-\gamma)^{1/2} \Phi^{\mu\nu}, \tag{2.3}$$

$g \equiv \det g_{\mu\nu}$, $\gamma \equiv \det \gamma_{\mu\nu}$; *при этом входящие в лагранжиан* $\mathcal{L}_M(\tilde{g}^{\mu\nu}, \Phi_a)$ *производные от негравитационных физических полей* Φ_a *полагаются ковариантными по эффективной метрике* $g^{\mu\nu}$ *производными* ∇_μ.

Принцип геометризации вводит в теорию, как следствие универсальности гравитационных взаимодействий и тензорного характера гравитационного поля, вторичное понятие эффективного риманова пространства с метрикой $g^{\mu\nu}$, заданной (что очень важно) в одной карте. Это пространство имеет чисто полевое происхождение; первичными понятиями в теории остаются пространство Минковского с метрикой $\gamma^{\mu\nu}$ и гравитационное поле $\Phi^{\mu\nu}$ в нем. Принцип геометризации РТГ не адекватен принципу эквивалентности ОТО, поскольку в РТГ, как в других физических полевых теориях, все физические величины имеют тензорный (а не псевдотензорный) характер и поэтому, в частности, плотность энергии гравитационного поля в точке никакими координатными преобразованиями обратить в нуль нельзя, хотя силовое действие гравитационного поля на материальную точку скомпенсировать можно.

П о л о ж е н и е IV. *Плотность лагранжиана свободного гравитационного поля полагается в РТГ квадратичной функцией ковариантных по метрике* $\gamma^{\mu\nu}$ *пространства Минковского производных первого порядка* $D_\lambda g_{\mu\nu}$;

---

*) Из этого положения непосредственно следует также, что специальная теория относительности (СТО) справедлива как в инерциальных, так и в неинерциальных системах отсчета[20]. Широко распространенное мнение, идущее еще от Эйнштейна, о справедливости СТО только в инерциальных системах отсчета является заблуждением.

**) В силу сказанного уравнение (2.1) не может иметь никакого отношения к координатным условиям.

при этом дополнительно требуется, чтобы при преобразованиях гравитационного поля $\Phi^{\mu\nu}$ *вида*

$$\delta_\varepsilon\tilde{\Phi}^{\mu\nu} \equiv \delta_\varepsilon\tilde{g}^{\mu\nu} = \tilde{g}^{\mu\lambda}D_\lambda\varepsilon^\nu(x) + \tilde{g}^{\nu\lambda}D_\lambda\varepsilon^\mu(x) - D_\lambda(\varepsilon^\lambda\tilde{g}^{\mu\nu}), \tag{2.4}$$

где $\varepsilon^\nu(x)$ — *инфинитезимальный 4-вектор,* $\mathcal{L}_g$ $(\tilde{\gamma}^{\mu\nu}, \tilde{g}^{\mu\nu}, D_\lambda g_{\mu\nu})$ *изменялась только на дивергенцию* (*калибровочный принцип*):

$$\mathcal{L}_g \to \mathcal{L}_g + D_\nu Q^\nu(x). \tag{2.5}$$

Калибровочный принцип кладет в основу построения $\mathcal{L}_g$ локальную некоммутативную калибровочную алгебру Ли надкоординатных преобразований гравитационного поля (2.4). В том, что операторы δ_ε образуют алгебру Ли, легко убедиться, вычислив, пользуясь (2.4), коммутатор Ли:

$$(\delta_{\varepsilon_1}\delta_{\varepsilon_2} - \delta_{\varepsilon_2}\delta_{\varepsilon_1})\,\tilde{g}^{\mu\nu}(x) = \delta_{\varepsilon_3}\tilde{g}^{\mu\nu}(x), \tag{2.6}$$

где

$$\varepsilon_3^\mu = \varepsilon_1^\nu D_\nu\varepsilon_2^\mu - \varepsilon_2^\nu D_\nu\varepsilon_1^\mu. \tag{2.7}$$

Следует заметить, что в силу требуемой положением II универсальности полевого уравнения (2.1) калибровочные преобразования (2.4) будут иметь место только на многообразии $\varepsilon^\nu(x)$, удовлетворяющем уравнению

$$g^{\alpha\beta}D_\alpha D_\beta\varepsilon^\nu(x) = 0. \tag{2.8}$$

Отметим также, что хотя выражение (2.4) для $\delta_\varepsilon\tilde{g}^{\mu\nu}(x)$ формально, по своему виду, совпадает с выражением для инфинитезимального приращения $\tilde{g}^{\mu\nu}$ при координатном преобразовании

$$x^\mu \to x^\mu + \xi^\mu(x), \tag{2.9}$$

для поля $\tilde{\Phi}^{\mu\nu}$ оно существенно отличается от инфинитезимального приращения

$$\delta_\xi\tilde{\Phi}^{\mu\nu} = \tilde{\Phi}^{\mu\lambda}D_\lambda\xi^\nu(x) + \tilde{\Phi}^{\nu\lambda}D_\lambda\xi^\mu(x) - D_\lambda(\xi^\lambda\tilde{\Phi}^{\mu\nu}), \tag{2.10}$$

возникающего при преобразовании (2.9). Таким образом, введенные калибровочные преобразования полей имеют принципиально иное содержание, нежели координатные преобразования, и поэтому фиксация калибровки не может иметь никакого отношения к фиксации выбора системы координат *).

На основе положений I — IV релятивистская теория гравитации строится однозначно.

Самым прямым путем построения удовлетворяющей положению IV(с учетом положений I — III) скалярной плотности $\mathcal{L}_g$свободного гравитационного поля в пространстве Минковского было бы ее представление в виде общей суперпозиции всевозможных сверток квадратичных по производным первого порядка $D_\lambda g_{\mu\nu}$ форм с тензорами $\tilde{g}_{\alpha\beta}$ и $\tilde{\gamma}_{\alpha\beta}$. Привлекая калибровочный принцип, после кропотливого исследования удается установить, как показано, например, в [28], однозначно определенный вид $\mathcal{L}_g$. Здесь мы приведем несколько иной, упрощенный способ построения $\mathcal{L}_g$.

Легко убедиться, что при преобразованиях (2.4) величины $(-g)^{1/2}$ и $\tilde{R} \equiv (-g)^{1/2}R$, где R — скалярная кривизна эффективного риманова пространства, изменяются по закону

$$\begin{gathered}(-g)^{1/2} \to (-g)^{1/2} - D_\nu[\varepsilon^\nu(-g)^{1/2}],\\ \tilde{R} \to \tilde{R} - D_\nu(\varepsilon^\nu\tilde{R})\end{gathered} \tag{2.11}$$

*) Калибровочный принцип не требует инвариантности теории относительно калибровочных преобразований (2.4); в этом состоит существенное различие калибровочных преобразований в РТГ от калибровочных преобразований в электродинамике.

и, стало быть, удовлетворяют калибровочному принципу. Представляя $\tilde{R}$ в виде

$$\tilde{R} = -\tilde{g}^{\mu\nu}(G^{\lambda}_{\mu\nu}G^{\sigma}_{\lambda\sigma} - G^{\lambda}_{\mu\sigma}G^{\sigma}_{\nu\lambda}) - D_{\nu}(\tilde{g}^{\mu\nu}G^{\sigma}_{\mu\sigma} - \tilde{g}^{\mu\sigma}G^{\nu}_{\mu\sigma}) \tag{2.12}$$

или

$$\tilde{R} = -\tilde{g}^{\mu\nu}(\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu}\Gamma^{\sigma}_{\lambda\sigma} - \Gamma^{\lambda}_{\mu\sigma}\Gamma^{\sigma}_{\nu\lambda}) - \partial_{\nu}(\tilde{g}^{\mu\nu}\Gamma^{\sigma}_{\mu\sigma} - \tilde{g}^{\mu\sigma}\Gamma^{\nu}_{\mu\sigma}), \tag{2.12$'$}$$

где тензор третьего ранга

$$G^{\lambda}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}g^{\lambda\sigma}(D_{\mu}g_{\sigma\nu} + D_{\nu}g_{\sigma\mu} - D_{\sigma}g_{\mu\nu}), \tag{2.13}$$

а символы Кристоффеля

$$\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}g^{\lambda\sigma}(\partial_{\mu}g_{\sigma\nu} + \partial_{\nu}g_{\sigma\mu} - \partial_{\sigma}g_{\mu\nu}), \tag{2.13$'$}$$

заметим, что в (2.12) каждая группа членов в отдельности ведет себя при общекоординатных преобразованиях как скалярная плотность. Вместе с этим следует обратить внимание на то, что если в полном выражении $\tilde{R}$ **зависимость** от метрики $\gamma^{\mu\nu}$ пространства Минковского тождественно устраняется, то в отдельно взятой первой и второй группе членов (2.12) она не может быть исключена. Учитывая далее, что в силу (2.1) калибровочному принципу удовлетворяет еще скалярная плотность $\sim\gamma_{\mu\nu}\tilde{g}^{\mu\nu}$, представим плотность лагранжиана свободного гравитационного поля в виде

$$\mathcal{L}_g = \lambda_1(\tilde{R} + D_{\nu}Q^{\nu}(x)) + \lambda_2(-g)^{1/2} + \lambda_3\gamma_{\mu\nu}\tilde{g}^{\mu\nu} + \lambda_4(-\gamma)^{1/2}. \tag{2.14}$$

Здесь дивергентное слагаемое с векторной плотностью $Q^{\nu}(x)$, построенной из $\tilde{g}^{\mu\nu}$ и $D_{\lambda}\tilde{g}_{\mu\nu}$, добавлено с целью исключить (в соответствии с положением IV) из $\mathcal{L}_g$ члены с производными выше первого порядка. Последнее достигается выбором

$$Q^{\nu}(x) = \tilde{g}^{\mu\nu}G^{\sigma}_{\mu\sigma} - \tilde{g}^{\mu\sigma}G^{\nu}_{\mu\sigma}.$$

В итоге получаем скалярную относительно любых координатных преобразований плотность

$$\mathcal{L}_g = -\lambda_1\tilde{g}^{\mu\nu}(G^{\alpha}_{\mu\nu}G^{\beta}_{\alpha\beta} - G^{\alpha}_{\mu\beta}G^{\beta}_{\nu\alpha}) + \lambda_2(-g)^{1/2} + \lambda_3\gamma_{\mu\nu}\tilde{g}^{\mu\nu} + \lambda_4(-\gamma)^{1/2}. \tag{2.15}$$

Значение факторов λ выясняется ниже.

Согласно принципу наименьшего действия отсюда имеем уравнение *)

$$\frac{\delta\mathcal{L}_g}{\delta\tilde{g}^{\mu\nu}} \equiv \lambda_1 R_{\mu\nu} + \frac{1}{2}\lambda_2 g_{\mu\nu} + \lambda_3\gamma_{\mu\nu} = 0, \tag{2.16}$$

где тензор Риччи

$$R_{\mu\nu} \equiv D_{\lambda}G^{\lambda}_{\mu\nu} - D_{\mu}G^{\lambda}_{\nu\lambda} + G_{\mu\nu}G^{\lambda}_{\sigma\lambda} - G^{\sigma}_{\mu\lambda}G^{\lambda}_{\nu\sigma}. \tag{2.17}$$

Определяя же, пользуясь (2.15), тензор энергии-импульса гравитационного поля в пространстве Минковского

$$t^{\mu\nu}_g \equiv -2\frac{\delta\mathcal{L}_g}{\delta\gamma_{\mu\nu}} \equiv$$
$$\equiv 2(-\gamma)^{1/2}\left(\gamma^{\mu\alpha}\gamma^{\nu\beta} - \frac{1}{2}\gamma^{\mu\nu}\gamma^{\alpha\beta}\right)\frac{\delta\mathcal{L}_g}{\delta\tilde{g}^{\alpha\beta}} + \lambda_1 J^{\mu\nu} - 2\lambda_3 g^{\mu\nu} - \lambda_4\tilde{\gamma}^{\mu\nu}, \tag{2.18}$$

*) Как показано, например, в [27], учет «связи» (2.1) не меняет результата.

где

$$J^{\mu\nu} \equiv D_\alpha D_\beta (\gamma^{\alpha\mu}\tilde{g}^{\beta\nu} + \gamma^{\alpha\nu}\tilde{g}^{\beta\mu} - \gamma^{\alpha\beta}\tilde{g}^{\mu\nu} - \gamma^{\mu\nu}\tilde{g}^{\alpha\beta}), \tag{2.19}$$

придем, учитывая (2.16), к другой, эквивалентной (2.16) форме динамических уравнений свободного гравитационного поля:

$$\lambda_1 J^{\mu\nu} - 2\lambda_3 \tilde{g}^{\mu\nu} - \lambda_4 \tilde{\gamma}^{\mu\nu} = t_g^{\mu\nu}. \tag{2.20}$$

Чтобы в отсутствие гравитационного поля уравнения (2.16) и (2.20) удовлетворялись тождественно, необходимо положить

$$\lambda_2 = -2\lambda_3, \quad \lambda_4 = -2\lambda_3.$$

Значения λ_1 и λ_3 легко идентифицировать, преобразовав (2.20) с помощью (2.1), (2.2) к виду

$$\gamma^{\alpha\beta} D_\alpha D_\beta \tilde{\Phi}^{\mu\nu} + 2\frac{\lambda_3}{\lambda_1}\tilde{\Phi}^{\mu\nu} = -\frac{1}{\lambda_1} t_g^{\mu\nu}, \tag{2.21}$$

еще более наглядному в галилеевых координатах:

$$\Box \Phi^{\mu\nu} + 2\frac{\lambda_3}{\lambda_1}\Phi^{\mu\nu} = -\frac{1}{\lambda_1} t_g^{\mu\nu}. \tag{2.21'}$$

Ясно, что фактору $2\lambda_3/\lambda_1 \equiv m^2$ естественно придать смысл квадрата массы покоя гравитона, а значение $(-1/\lambda_1)$ согласно принципу соответствия необходимо взять *) равным 16π, т. е.

$$\lambda_1 = -\frac{1}{16\pi}, \qquad \lambda_2 = \lambda_4 = -2\lambda_3 = \frac{m^2}{16\pi}.$$

Таким образом, построенный на основе калибровочного принципа лагранжиан свободного гравитационного поля в пространстве Минковского в общем случае будет иметь вид

$$\mathcal{L}_g = \frac{1}{16\pi}\tilde{g}^{\mu\nu}(G^\lambda_{\mu\nu}G^\sigma_{\lambda\sigma} - G^\lambda_{\mu\sigma}G^\sigma_{\nu\lambda}) - \frac{m^2}{16\pi}\left[\frac{1}{2}\gamma_{\mu\nu}\tilde{g}^{\mu\nu} - (-g)^{1/2} - (-\gamma)^{1/2}\right]. \tag{2.22}$$

Соответствующие ему динамические уравнения гравитационного поля, дополняющие уравнения (2.1) до полной системы РТГ, могут быть представлены двумя полностью эквивалентными формами

$$R^{\mu\nu} - \frac{m^2}{2}(g^{\mu\nu} - g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta}\gamma_{\alpha\beta}) = 0 \tag{2.23}$$

или

$$D_\alpha D_\beta (\gamma^{\alpha\beta}\tilde{g}^{\mu\nu} + \gamma^{\mu\nu}\tilde{g}^{\alpha\beta} - \gamma^{\alpha\mu}\tilde{g}^{\beta\nu} - \gamma^{\alpha\nu}\tilde{g}^{\beta\mu}) + m^2(\tilde{g}^{\mu\nu} - \tilde{\gamma}^{\mu\nu}) = 16\pi t_g^{\mu\nu}. \tag{2.24}$$

Из (2.24) следует, что необходимым (и достаточным) условием существования законов сохранения энергии-импульса

$$D_\mu t_g^{\mu\nu} = 0 \tag{2.25}$$

гравитационного поля с отличной от нуля массой покоя является выполнение полевых уравнений (2.1). Особо подчеркнем, что уравнения (2.23), (2.24) не инвариантны относительно калибровочных преобразований (2.4). Это значит, что введение в лагранжиан массового члена лишает геометрию эффективного риманова пространства-времени, а также тензор энергии-импульса гравитационного поля, калибровочного произвола **), делая их в указанном смысле однозначно определенными. В силу того, что массовый член снимает вырождение, его введение можно рассматривать и как некоторый техниче-

*) Выбрана система единиц $c = \hbar = G = 1$.

**) Без массового члена уравнение (2.24) калибровочно инвариантно (см. ниже).

ский прием, используемый в расчетах, с последующим устремлением его к нулю.

При наличии других форм материи полная плотность лагранжиана в силу положений III, IV представляется в виде

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_M(\tilde{g}^{\mu\nu}, \Phi_a) + \mathcal{L}_g(\tilde{\gamma}^{\mu\nu}, \tilde{g}^{\mu\nu}, D_\lambda g_{\mu\nu}), \tag{2.26}$$

где Φ_a — поля материи (исключая гравитационное поле), а $\mathcal{L}_g$ дается (2.22). Это приводит к следующим уравнениям:

$$R^{\mu\nu} - \frac{m^2}{2}(g^{\mu\nu} - g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta}\gamma_{\alpha\beta}) = \frac{8\pi}{(-g)^{1/2}}\left(T^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}T\right), \tag{2.27}$$

где $T^{\mu\nu} = -2\,(\delta\mathcal{L}_M/\delta g_{\mu\nu})$ — плотность тензора энергии-импульса негравитационных видов материи в эффективном римановом пространстве, а $T = T^{\mu\nu}g_{\mu\nu}$. Если же, пользуясь (2.26), вычислить плотность тензора энергии-импульса вещества и гравитационного поля в пространстве Минковского

$$t^{\mu\nu} = t_g^{\mu\nu} + t_M^{\mu\nu},$$

$$t_g^{\mu\nu} = -2\frac{\delta\mathcal{L}_g}{\delta\gamma_{\mu\nu}}, \quad t_M^{\mu\nu} = -2\frac{\delta\mathcal{L}_M}{\delta\gamma_{\mu\nu}}, \tag{2.28}$$

то вместо (2.27) можно получить другую форму динамических уравнений:

$$D_\alpha D_\beta(\gamma^{\alpha\beta}\tilde{g}^{\mu\nu} + \gamma^{\mu\nu}\tilde{g}^{\alpha\beta} - \gamma^{\alpha\mu}\tilde{g}^{\beta\nu} - \gamma^{\alpha\nu}\tilde{g}^{\beta\mu}) + m^2(\tilde{g}^{\mu\nu} - \tilde{\gamma}^{\mu\nu}) = 16\pi t^{\mu\nu}, \tag{2.29}$$

по содержанию тождественную *) (2.27). Учитывая полевые уравнения (2.1), приходим в итоге к следующей системе равноправных по своей значимости основных общековариантных динамических уравнений РТГ:

$$\gamma^{\alpha\beta}D_\alpha D_\beta\tilde{\Phi}^{\mu\nu} + m^2\tilde{\Phi}^{\mu\nu} = 16\pi t^{\mu\nu}, \tag{2.30}$$

$$D_\mu\tilde{\Phi}^{\mu\nu} = 0, \tag{2.31}$$

или в эквивалентной форме

$$R^{\mu\nu} - \frac{m^2}{2}(g^{\mu\nu} - g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta}\gamma_{\alpha\beta}) = \frac{8\pi}{(-g)^{1/2}}\left(T^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}T\right), \tag{2.32}$$

$$D_\mu\tilde{g}^{\mu\nu} = 0. \tag{2.33}$$

Особо подчеркнем, что входящие в уравнения (2.30), (2.31) *или* (2.32), (2.33) *физические поля зависят от координат пространства Минковского, а метрический тензор этого пространства содержится в уравнениях органически, отражая тот факт, что физические явления происходят в пространстве Минковского.*

Здесь, как и раньше, необходимым и достаточным условием выполнения законов сохранения

$$D_\mu t^{\mu\nu} = 0 \quad \textbf{или} \quad \nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0 \tag{2.34}$$

является выполнение полевых уравнений (2.31) или, что то же самое, (2.33). Справедливость первого из (2.34) равенства легко устанавливается с помощью (2.30) и (2.31). Чтобы убедиться в справедливости второго, достаточно учесть наряду с (2.33) тождества

$$\nabla_\lambda\gamma_{\mu\nu} \equiv -G^\sigma_{\lambda\mu}\gamma_{\sigma\nu} - G^\sigma_{\lambda\nu}\gamma_{\mu\sigma},$$

$$(-g)^{1/2}(D_\mu g^{\mu\nu} + G^\lambda_{\mu\lambda}g^{\mu\nu}) \equiv D_\mu\tilde{g}^{\mu\nu}.$$

*) Можно убедиться, что (2.29) тождественно сворачивается в (2.27) и наоборот.

В случае безмассового гравитационного поля ($m = 0$) его динамические уравнения в отсутствие вещества будут иметь вид

$$D_\alpha D_\beta (\gamma^{\alpha\beta}\tilde{g}^{\mu\nu} + \gamma^{\mu\nu}\tilde{g}^{\alpha\beta} - \gamma^{\alpha\mu}\tilde{g}^{\beta\nu} - \gamma^{\alpha\nu}\tilde{g}^{\beta\mu}) = 16\pi t_g^{\mu\nu}. \tag{2.35}$$

Здесь тензор $\gamma^{\mu\nu}$ пространства Минковского тождественно устраняется, т. е. эти уравнения не содержат *) метрики $\gamma^{\mu\nu}$; однако, если в них учесть уравнения (2.31), то тензор $\gamma^{\mu\nu}$ войдет в систему уравнений уже неустранимо.

Уравнения (2.35) инвариантны относительно допустимых калибровочных преобразований, хотя тензор $t_g^{\mu\nu}$ гравитационного поля калибровочно неинвариантен, как калибровочно неинвариантны интервал эффективного риманова пространства и тензор его кривизны:

$$\delta_\varepsilon\, ds^2 = (\delta_\varepsilon g_{\mu\nu})\, dx^\mu dx^\nu,$$

$$\delta_\varepsilon R_{\mu\nu\alpha\beta} = -R_{\sigma\nu\alpha\beta}D_\mu\varepsilon^\sigma - R_{\mu\sigma\alpha\beta}D_\nu\varepsilon^\sigma - R_{\mu\nu\sigma\beta}D_\alpha\varepsilon^\sigma - R_{\mu\nu\alpha\sigma}D_\beta\varepsilon^\sigma - \varepsilon^\sigma D_\sigma R_{\mu\nu\alpha\beta},$$

что говорит о неопределенности эффективной геометрии пространства-времени в отсутствие вещества и неопределенности тензора $t_g^{\mu\nu}$ поля **). Вместе с тем, в силу того, что изменение $\delta_\varepsilon t_g^{\mu\nu}$ при калибровочном преобразовании (2.4) сворачивается, как легко видеть, пользуясь (2.35), в дивергенцию от антисимметричного тензора третьего ранга:

$$\delta_\varepsilon t_g^{\mu\nu} = -\frac{1}{4\pi} D_\lambda D_\sigma (\delta_\varepsilon \Pi^{[\mu\sigma][\nu\lambda]}),$$

$$\Pi^{[\mu\sigma][\nu\lambda]} = \frac{1}{4}(\gamma^{\lambda\mu}\tilde{g}^{\sigma\nu} + \gamma^{\sigma\nu}\tilde{g}^{\lambda\mu} - \gamma^{\lambda\sigma}\tilde{g}^{\mu\nu} - \gamma^{\mu\nu}\tilde{g}^{\lambda\sigma}),$$

калибровочный произвол $t_g^{\mu\nu}$ не отразится на определяемых интегральных физических характеристиках гравитационного поля.

При наличии других форм материи («вещества») динамические уравнения примут вид ***)

$$D_\alpha D_\beta (\gamma^{\alpha\beta}\tilde{g}^{\mu\nu} + \gamma^{\mu\nu}\tilde{g}^{\alpha\beta} - \gamma^{\alpha\mu}\tilde{g}^{\beta\nu} - \gamma^{\alpha\nu}\tilde{g}^{\beta\mu}) = 16\pi t^{\mu\nu}, \tag{2.36}$$

а с учетом (2.1) полная общековариантная система уравнений РТГ может быть представлена либо в форме

$$\gamma^{\alpha\beta}D_\alpha D_\beta \tilde{\Phi}^{\mu\nu} = 16\pi t^{\mu\nu}, \tag{2.37}$$

$$D_\mu \tilde{\Phi}^{\mu\nu} = 0, \tag{2.38}$$

либо в эквивалентной ей форме

$$(-g)^{1/2} R^{\mu\nu} = 8\pi \left(T^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} T\right), \tag{2.39}$$

$$D_\mu \tilde{g}^{\mu\nu} = 0. \tag{2.40}$$

Обратим, кстати, внимание на то, что по внешнему виду уравнения (2.37), (2.38) очень напоминают уравнения Максвелла в электродинамике в

*) Это следует из того, что при $m = 0$ лагранжиан (2.22) свободного гравитационного поля с учетом (2.12) преобразуется к сумме двух слагаемых, одно из которых не содержит метрических коэффициентов $\gamma^{\mu\nu}$, а другое, зависящее от $\gamma^{\mu\nu}$, записывается в виде дивергенции вектора и поэтому не сказывается на уравнениях.

**) Этим калибровочные преобразования (2.4) существенно отличаются от калибровочных преобразований в электродинамике, не сказывающихся на наблюдаемых физических величинах.

***) Уравнения (2.36) тождественно сворачиваются к уравнениям (2.39).

отсутствие гравитационного поля:

$$\gamma^{\alpha\beta}D_\alpha D_\beta A^\mu = 4\pi j^\mu, \tag{2.41}$$

$$D_\mu A^\mu = 0, \tag{2.42}$$

с той разницей, что в электродинамике электромагнитное поле A^μ — тензор первого ранга и источником его является сохраняющаяся плотность электромагнитного тока $j^\mu(x)$, а в РТГ гравитационное поле $\Phi^{\mu\nu}$ — тензор второго ранга и источником его является сохраняющаяся плотность тензора энергии-импульса всей материи в пространстве Минковского. Благодаря последнему, т. е. тому, что в $t^{\mu\nu}$ входит и плотность тензора энергии-импульса гравитационного поля $t_g^{\mu\nu}$, уравнения даже свободного гравитационного поля будут нелинейными.

Динамические уравнения РТГ (2.36), (2.37) или (2.39), равно как и (2.29), (2.30) или (2.32), калибровочно неинвариантны, а это значит, что в присутствии вещества эффективная риманова геометрия пространства-времени и тензор энергии-импульса гравитационного поля определяются однозначно (лишены калибровочного произвола). *Хотя по виду уравнения* (2.39) *совпадают с уравнениями Гильберта — Эйнштейна, по существу они принципиально отличаются от последних, так как во всех уравнениях РТГ, в том числе, естественно, и в уравнениях* (2.39), (2.40) *полевые переменные являются функциями пространства Минковского, при этом метрический тензор* $\gamma^{\mu\nu}$ *пространства Минковского входит в любую из приведенных выше разновидностей полной системы уравнений РТГ неустранимым образом. Именно это принципиальное обстоятельство позволяет РТГ рассматривать все физические поля, в том числе и гравитационное поле, в едином пространстве Минковского* *), *а метрические коэффициенты* $g^{\mu\nu}$ *эффективного риманова пространства задавать в одной карте.* В частности, можно выбрать глобальные декартовы (галилеевы) координаты. Все это находит свое отражение не только в фундаментальных законах сохранения, но и в однозначности (в отличие от ОТО) описания всех гравитационных явлений. При заданных граничных и начальных условиях решение основной системы РТГ будет обладать свойством единственности, благодаря чему получаемые с ее помощью физические величины и предсказания также будут однозначными. С учетом уравнения состояния вещества система (2.37), (2.38) или (2.39), (2.40) становится замкнутой системой уравнений, определяющей динамику как поля, так и вещества. Из сказанного следует, что в РТГ пространство Минковского не является фиктивным пространством, поскольку оно проявляется как в фундаментальных законах сохранения, так и в описании всех гравитационных явлений; его характеристики всегда можно определить путем соответствующей обработки экспериментальных данных по движению света и пробных тел в эффективном римановом пространстве. Еще Фок говорил ([35], с. 296), что «в определениях решающим является не непосредственная

*) Попытки ввести в ОТО, не выходя в то же время за ее пределы, метрику Минковского посредством, как это предлагается, например, в [5,6], простейшего разделения метрического тензора $\tilde{g}^{\mu\nu}$ риманова пространства на две части (2.2) без привлечения каких-либо новых физических гипотез, не выдерживают никакой критики, поскольку записанные с учетом разделения (2.2) динамические уравнения — они примут вид (2.36) — фактически будут содержать метрику $\gamma^{\mu\nu}$ пространства Минковского фиктивно, ибо они тождественно сворачиваются к уравнениям Гильберта — Эйнштейна (см. (2.36) и примечание к этому). Следовательно, при таком подходе, в принципе, не может быть речи ни о группе движений Пуанкаре, ни о законах сохранения. Все это достаточно очевидно, если учесть несовместность понятий риманова пространства и глобального пространства Минковского, а также то, что теория, не содержащая данной метрики органически, не может описывать явления в пространстве-времени, определяемом этой метрикой. В РТГ риманово пространство имеет смысл эффективного, обязанного своим происхождением физическому гравитационному полю, а метрика $\gamma^{\mu\nu}$ пространства Минковского благодаря полевому уравнению (2.1) органически входит в теорию. В этом состоит принципиальная разница РТГ и ОТО.

наблюдаемость, а соответствие природе, хотя бы это соответствие и устанавливалось путем косвенных умозаключений». Наблюдаемость, таким образом, следует понимать не в примитивном, а в более общем и глубоком смысле как адекватность природе.

Ввиду того важного значения, которое имеет в РТГ полевое уравнение (2.1), добавим к сказанному выше еще несколько слов. Как уже отмечалось, это уравнение не имеет никакого отношения к координатным условиям ОТО, и свобода выбора координат в РТГ сохраняется. Оно не только отбирает, как того требует положение II, физические состояния поля, соответствующие представлениям со спинами 2 и 0, но и благодаря органическому содержанию метрики Минковского отделяет все то, что было обязано проявлению гравитационного поля, от всего того, что к проявлению поля не имеет никакого отношения. Например, если в случае статического центрально-симметричного массивного источника M заранее условиться о такой арифметизации пространства, при которой центру S источника сопоставляется точка $r_s = 0$ (что естественно и общепринято), то единственным совместным решением уравнений (2.37), (2.38) или (2.39), (2.40) будет решение (1.2) с функцией $C(r) = [1 + (GM/r)]^2$, т. е. метрика (1.11). Коэффициенты $g_{\mu\nu}$, определяющие метрику (1.10), не будут удовлетворять (2.40) и поэтому не могут считаться решениями РТГ. Отсюда следует, что все предсказания РТГ о гравитационных эффектах в данном поле будут однозначно определенными. В частности, для времени t распространения радиосигнала от точки e к точке p в поле M (см. п. 1) РТГ дает[13] результаты (1.13) и (1.13'). но не (1.12) и (1.12'). Введение в теорию полевого уравнения (2.1), делающего метрику пространства Минковского неустранимой из теории, находит отражение в описании всех физических явлений и приводит к качественно отличным от ОТО физическим следствиям. Покажем это на примерах развития коллапса и эволюции фридмановской Вселенной.

Как известно, согласно ОТО исчерпавшая ядерное горючее звезда с общей массой $M_0 > 3M_{\odot}$ должна «схлопываться» за конечное собственное время в точечный объект с бесконечной плотностью материи *). Такие объекты, получившие название «черные дыры», оказываются полностью отрезанными от внешнего наблюдателя в том смысле, что никакие физические сигналы из области, ограниченной сферой Шварцшильда (с радиусом $\tilde{r}_g \equiv 2GM_0$), не могут выйти за ее пределы,— происходит так называемое гравитационное «самозамыкание» тела **). По существу, этот вывод ОТО эквивалентен признанию таких форм существования материи, в которых она является непознаваемой в принципе (ибо никакой физической информации о внутренних процессах в «черной дыре» никакими способами получить нельзя).

РТГ в корне меняет представление об эволюционном характере гравитационного коллапса[36], и происходит это благодаря полевому уравнению (2.1). Покажем, где и как оно скажется. Согласно РТГ искомые метрические коэффициенты $g_{\mu\nu}$, связанные, с одной стороны, с искомым гравитационным полем $\Phi^{\mu\nu}$, а с другой — определяющие интервал ds^2 эффективного риманова пространства, должны быть функциями координат x^μ мира Минковского как первичных переменных. Выберем $x^\mu \equiv (t, r, \theta, \varphi)$ так, чтобы центру коллапсирующей звезды соответствовало значение $r = r_s = 0$. Тогда с учетом симметрии задачи ds^2 можно представить в виде

$$ds^2 = g_{00}(r, t)\,dt^2 + 2g_{01}(r, t)\,dt\,dr + g_{11}(r, t)\,dr^2 - W^2(r, t)\,(d\theta^2 + \sin^2\theta\,d\varphi^2). \qquad (2.43)$$

*) Гравитационный коллапс и возникающую сингулярность Уилер рассматривал как «один из величайших кризисов всех времен фундаментальной физики».

**) Черные дыры не имеют материальной поверхности и падающие в них тела не встречают при пересечении сферы Шварцшильда ничего, кроме «пустого» пространства. Из внутренней области черной дыры через ее сферу Шварцшильда не может вырваться наружу даже свет.

Переходя далее от первичных переменных x^μ к переменным $\xi^\nu \equiv (\tau, R, \theta, \varphi)$ сопутствующей системы, т. е. полагая

$$\tau = \tau(r, t), \quad R = R(r, t), \tag{2.44}$$

преобразуем (2.43) к форме

$$ds^2 = d\tau^2 - e^{\omega(\tau, R)}\, dR^2 - W^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2). \tag{2.45}$$

Делая указанный переход, необходимо еще (обращаем на это особое внимание!) согласовать область допустимых значений τ **и** R **(или** τ **и** W**) с областью** допустимых значений первичных переменных t и r. Это достигается посредством решения полевого уравнения (2.40), принимающего в сопутствующих координатах ξ^ν **вид**

$$\frac{1}{(-g(\xi))^{1/2}} \frac{\partial}{\partial \xi^\mu} \left[(-g(\xi))^{1/2} g^{\mu\nu}(\xi) \frac{\partial x^\lambda}{\partial \xi^\nu} \right] + \gamma^\lambda_{\mu\nu} \frac{\partial x^\mu}{\partial \xi^\alpha} \frac{\partial x^\nu}{\partial \xi^\beta} g^{\alpha\beta}(\xi) = 0, \tag{2.46}$$

где символы Кристоффеля в пространстве Минковского

$$\gamma^\lambda_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \gamma^{\lambda\sigma} (\partial_\mu \gamma_{\sigma\nu} + \partial_\nu \gamma_{\sigma\mu} - \partial_\sigma \gamma_{\mu\nu}).$$

Простейшим нестатическим решением уравнений (2.39), или уравнений Гильберта — Эйнштейна (в предположении нулевого давления и пространственной однородности плотности энергии материи: $\rho = \rho(\tau)$), является, как известно, решение Толмена[37]

$$W_{\text{in}} = R \left(1 - \frac{\tau}{\tau_0}\right)^{2/3} \tag{2.47}$$

во внутренней области $0 \leqslant R \leqslant R_0$ и

$$W_{\text{ext}} = \left(R^{3/2} - R_0^{3/2} \frac{\tau}{\tau_0}\right)^{2/3} \tag{2.48}$$

во внешней области $R \geqslant R_0$; при этом

$$\exp \omega(\tau, R) = \left(\frac{\partial W}{\partial R}\right)^2;$$

здесь $R_0 \equiv [(9/2)\, G M_0 \tau_0^2]^{1/3}$ определяет положение материальной поверхности коллапсирующего объекта при $\tau = 0$.

В ОТО нет ограничений на область изменения переменной W, имеющей смысл радиальной координаты. Поэтому допускаются любые ее значения от нуля до бесконечности. Отсюда, пользуясь равенством

$$W^3(\tau)\, \rho(\tau) = W^3(0)\, \rho(0) \tag{2.50}$$

и (2.47), в ОТО приходят к следующему закону изменения плотности энергии с временем τ:

$$\rho(\tau) = \rho(0) \left(1 - \frac{\tau}{\tau_0}\right)^{-2}, \tag{2.51}$$

из которого делается вывод, что за конечное собственное время $\tau = \tau_0$ **вся** материя коллапсирует в точку $W = 0$ и ее плотность энергии $\rho(\tau_0)$ **обращается** в бесконечность.

В РТГ смысл W иной, поскольку в W наряду с метрическими характеристиками пространства Минковского содержатся физические характеристики гравитационного поля $\Phi^{\mu\nu}$, подчиняющегося полевым уравнениям (2.46). В случае решений (2.47) — (2.49) они преобразуются к виду

$$\frac{\partial}{\partial \tau}(W^2 W' \dot{t}) = \frac{\partial}{\partial R}\left(\frac{W^2}{W'} t'\right),$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau}(W^2 W' \dot{r}) = \frac{\partial}{\partial R}\left(\frac{W^2}{W'} r'\right) - 2rW', \tag{2.52}$$

где $f' \equiv \partial f/\partial R$, $\dot{f} \equiv \partial f/\partial \tau$.

Проследим за динамикой материальной поверхности коллапсирующего объекта, положив в (2.48) $R = R_0$, т. е. $W_{ext} \equiv W_f$. Тогда решениями уравнений (2.52) будут

$$r_f = W_f - GM_0, \tag{2.53}$$

$$t - t_0 = \tau - 2\,(2GM_0W_f)^{1/2} + 2GM_0 \ln\left|\frac{W_f^{1/2}+(2GM_0)^{1/2}}{W_f^{1/2}-(2GM_0)^{1/2}}\right|, \tag{2.54}$$

где t_0 введено для синхронизации отсчета времен τ и t от нуля. Отсюда видно, что в силу полевых уравнений РТГ область допустимых значений W_f оказывается ограниченной снизу *):

$$W_f > 2GM_0, \text{ т. е. } r_f > GM_0 \equiv r_g. \tag{2.55}$$

Из этого с учетом (2.48) при $R = R_0$ следует, что согласно РТГ любому положению поверхности коллапсирующего объекта $(r_f > r_g)$ всегда будет соответствовать показание τ собственных часов, строго меньшее τ_0 **):

$$\tau < \tau_c = \tau_0 - \frac{4}{3} GM_0. \tag{2.56}$$

Пользуясь законом сохранения полной энергии в РТГ

$$r_f^3(\tau)\,\varepsilon(\tau) = r_f^3(0)\,\varepsilon(0) \tag{2.57}$$

и учитывая, что в силу (2.48) при $R = R_0$

$$r_f(\tau) = R_0\left(1 - \frac{\tau}{\tau_0}\right)^{2/3} - r_g, \tag{2.58}$$

для усредненной по объему плотности энергии $\varepsilon(\tau)$ получим выражение

$$\varepsilon(\tau) = \frac{3M_0}{4\pi}\left[R_0\left(1 - \frac{\tau}{\tau_0}\right)^{2/3} - GM_0\right]^{-3}. \tag{2.59}$$

Стало быть, предельная допустимая в РТГ средняя плотность энергии сколлапсировавшего тела оказывается конечной и равной

$$\varepsilon_{max} \equiv \varepsilon(\tau_c) = \frac{3M_0}{4\pi r_g^3}. \tag{2.60}$$

Полученные результаты можно пояснить, проследив за динамикой поверхностного слоя коллапсирующего тела. Для этого достаточно найти его скорость dr_f/dt и ускорение d^2r_f/dt^2. Последнее легко сделать, если учесть, что при $R = R_0$, согласно (2.48), (2.53),

$$\frac{dW_f}{d\tau} = \frac{dr_f}{d\tau} = -\left(\frac{2GM_0}{W_f}\right)^{1/2}, \tag{2.61}$$

а в силу (2.54) и (2.61)

$$d\tau = \frac{r_f - GM_0}{r_f + GM_0}\, dt. \tag{2.62}$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} \frac{dr_f}{dt} &= -\frac{r_f - GM_0}{r_f + GM_0}\cdot\left(\frac{2GM_0}{r_f + GM_0}\right)^{1/2}, \\ \frac{d^2r_f}{dt^2} &= -\frac{GM_0\,(r_f - GM_0)\,(r_f - 5GM_0)}{(r_f + GM_0)^4}. \end{aligned} \tag{2.63}$$

---

*) Каждый внутренний слой будет стремиться к своему предельному положению.

**) Таким образом, согласно РТГ решения (2.47) — (2.49) оказываются при $\tau \geqslant \tau_c$ физически непригодными. Все это говорит о несостоятельности утверждений авторов [5] (на с. 704) о том, что всякое решение уравнений Гильберта — Эйнштейна удовлетворяет полевым уравнениям (2.40).

Отсюда видно, что по мере сжатия тела отрицательное ускорение его поверхностного слоя сменяется при $r_f = 5r_g$ положительным, а при $\tau \to \tau_c$, т. е. $r_f \to r_g$, его скорость и ускорение стремятся к нулю (см. также [38]).

Итак, согласно концепциям РТГ коллапсирующее тело может сжаться лишь до определенных конечных пределов, асимптотически стремясь к состоянию с конечным радиусом (всегда большим r_g) и конечной плотностью, т. е. никакого гравитационного самозамыкания тела не происходит и внутренняя область тела имеет определенную структуру и остается в принципе доступной для изучения. *Резюмируя, можно сказать, что РТГ отрицает существование как статических, так и нестатических сферически-симметричных тел с радиусами, меньшими или равными* r_g.

Рассмотренная картина коллапса является классической идеализированной картиной. Более последовательное описание его должно учитывать квантовые процессы, начинающие играть существенную роль при $r_f \to r_g$ (см., например, [39]), и, конечно же, реальные уравнения состояния вещества (ненулевое внутреннее давление и т. п.). Все эти факторы будут затруднять процесс сжатия и, следовательно, размеры реальных сколлапсировавших тел будут превышать идеальные размеры. Стало быть, согласно РТГ временная эволюция коллапсирующего объекта не завершается с окончанием его сжатия (за конечное собственное время и конечное время внешнего наблюдателя), а переходит на новую стадию с нормальным дальнейшим течением как собственного времени, так и времени внешнего наблюдателя.

Полезно заметить, что и в общем случае физическая пространственно-временная область Ω изменения переменных ξ^ν, в которых получено решение уравнений Гильберта — Эйнштейна, должна устанавливаться связью ξ^ν с координатами x^μ пространства Минковского посредством решения полевых уравнений (2.40). При этом необходимо искать только такие решения, которые устанавливают взаимно однозначное соответствие ξ^ν и x^μ (с якобианом преобразования, всюду отличным от нуля), ибо только они позволяют рассматривать переменные ξ^ν как одну из возможных координатных систем пространства Минковского. Область Ω^* изменения ξ^ν, определяемая только на основании решений уравнения Гильберта — Эйнштейна, в общем случае не совпадает с областью Ω. Иначе говоря, если в переменных x^μ с метрическим тензором $\gamma_{\mu\nu}(x)$ уравнение (2.39) будет иметь решением $g_{\mu\nu}(x)$, то решение $g'_{\mu\nu}(\xi)$ в переменных ξ^ν с метрическим тензором

$$\gamma_{\mu\nu}(\xi) = \frac{\partial x^\alpha}{\partial \xi^\mu}\frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^\nu}\gamma_{\alpha\beta}(x)$$

будет иметь место лишь в области $\Omega \subset \Omega^*$.

В частном случае рассмотренной задачи о гравитационном коллапсе

$$\gamma_{00}(\xi) = \left(1 - \frac{2GM_0}{W}\right)^{-2} - \dot{W}^2,$$

$$\gamma_{01}(\xi) = W'\dot{W}\left[\left(1 - \frac{2GM_0}{W}\right)^{-2} - 1\right],$$

$$\gamma_{11}(\xi) = W'^2\left[\dot{W}^2\left(1 - \frac{2GM_0}{W}\right)^{-2} - 1\right],$$

$$\gamma_{33}(\xi) = \gamma_{22}\sin^2\theta = -(W - GM_0)^2\sin^2\theta,$$

а определяющие интервал dl^2 трехмерного пространства элементы тензора $\varkappa_{kn}$ будут равными $\varkappa_{kn} = -\gamma_{kn} + (\gamma_{0k}\gamma_{0n}/\gamma_{00})$, например

$$\varkappa_{11} = W'^2(1 - \dot{W}^2)\left[1 - \dot{W}^2\left(1 - \frac{2GM_0}{W}\right)^2\right]^{-1}.$$

Отсюда видно, что при $W = 2GM_0$ значения $\gamma_{\mu\nu}$ с $\mu, \nu = 0, 1$ становятся сингулярными, а с учетом (2.61) $\varkappa_{11} = 0$. Ни то, ни другое, однако, ни физически, ни математически не допустимо. Таким образом, переменные ξ^ν являются переменными пространства Минковского, только если $W > 2GM_0$.

Рассмотрим вытекающую из РТГ эволюционную картину фридмановской Вселенной, не полагая массу гравитона нулевой.

В общем случае интервал ds^2 пространства-времени с учетом предполагаемых симметрий можно взять в виде

$$ds^2 = B(t)\,dt^2 - A(t, r)\,(dx^2 + dy^2 + dz^2), \tag{2.64}$$

где t, x, y, z — координаты псевдоевклидова пространства, т. е. $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$. Пользуясь полевым уравнением (2.33), легко убедиться, что функция A не будет зависеть от r, а

$$B(t) = A^3(t). \tag{2.65}$$

Благодаря последнему $\tilde{g}^{00} = 1$; а так как и $\tilde{\gamma}^{00} = 1$, то в силу (2.2) $\tilde{\Phi}^{00} = 0$. Подставляя это в (2.30), приходим к выводу, что согласно РТГ *суммарная плотность энергии вещества и гравитационного поля во фридмановской Вселенной всегда должна быть равной нулю, причем сама Вселенная оказывается бесконечной и «плоской»*. Этот вывод остается справедливым и при нулевой массе покоя гравитона. В отличие от РТГ, ОТО допускает три модели фридмановской Вселенной: модель замкнутой Вселенной с конечным объемом и две модели Вселенной бесконечной; выбор той или иной модели существенно зависит от значения средней плотности материи во Вселенной, которую ОТО предсказать не может.

Рассмотрим эволюционную картину Вселенной в предположении, что $T^{\mu\nu}$ в (2.32) аппроксимируется плотностью тензора энергии-импульса идеальной жидкости

$$T^{\mu\nu} = (-g)^{1/2}\,[(\rho + p)\,u^\mu u^\nu - g^{\mu\nu} p], \tag{2.66}$$

где $\rho(t)$ и $p(t)$ — ее плотность и изотропное давление. Поскольку $u^\mu u^\nu g_{\mu\nu} = 1$ и $u^k = 0$, то $u^0 = A^{-3/2}(t)$. Переходя в (2.32) к собственному времени $d\tau \equiv A^{3/2}(t)\,dt$ и вводя для удобства безразмерный масштабный фактор $R(\tau) \equiv (A(\tau))^{1/2}$, получим уравнения [40]

$$\left(\frac{1}{R}\frac{dR}{d\tau}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho(\tau) - \frac{m^2}{6}\left(1 - \frac{1}{R^2}\right)^2\left(1 + \frac{1}{2R^2}\right), \tag{2.67}$$

$$\frac{1}{R}\frac{d^2R}{d\tau^2} = -\frac{4\pi G}{3}\rho(\tau) - 4\pi G p(\tau) - \frac{m^2}{6}\left(1 - \frac{1}{R^6}\right), \tag{2.68}$$

сводимые также к форме *)

$$\frac{1}{R}\frac{dR}{d\tau} = -\frac{1}{3(\rho + p)}\frac{d\rho}{d\tau}. \tag{2.69}$$

Для замыкания системы требуется еще задать уравнение состояния вещества. В простейшем случае можно принять [43]

$$p(\tau) = \nu\rho(\tau), \tag{2.70}$$

рассматривая $\nu < 1$ на разных временных этапах эволюции Вселенной как постоянную (свою для каждого этапа) величину. При таком предположении

*) Аналогичные (но при $p = 0$) уравнения были получены в [41]. Однако непридание авторами [41] гравитационному полю смысла реального физического поля в фундаментальном пространстве Минковского делало их теорию гравитации с ненулевой массой покоя гравитона, по заключению самих авторов, необщековариантной (в отличие от нашей теории, которая всегда общековариантна). Кроме того, их подход к построению теории является, по существу, эвристическим, а не основанным на строгих физических и математических принципах, однозначно приводящих к определенной структуре лагранжиана и уравнений.

из (2.69) следует

$$\rho(\tau)=\frac{a(\nu)}{R^{3(1+\nu)}(\tau)}, \tag{2.71}$$

где $a(\nu)$ — соответствующая этапу постоянная интегрирования.

Анализ уравнений (2.67), (2.68) показывает, что при $m \neq 0$ фактор R меняется с τ циклически, то нарастая до $R_{max} < \infty$, то сокращаясь до $R_{min} > 0$; при этом ограничение снизу обусловливается неравенством $\nu < 1$, а ограничение сверху возникает за счет монотонного уменьшения плотности $\rho(\tau)$ с ростом $R(\tau)$. Условимся отсчитывать время τ от некоторого состояния с $R = R_{min}$ и разобьем полупериод эволюции Вселенной от этого состояния до состояния с $R = R_{max}$ на три этапа: этап I — соответствующий значениям $1/3 < \nu < 1$ (если, конечно, он реализуется в действительности), этап II — соответствующий $\nu = 1/3$, т. е. радиационно-доминированной стадии развития Вселенной, и этап III — соответствующий $\nu \approx 0$, т. е. нерелятивистской стадии. Очевидно, что если этап I реализуется, то только лишь на очень ранней стадии развития и, по-видимому (согласно гипотезе Маркова[43]), при предельном (планковском) значении плотности вещества ($\rho_{Pl} = G^{-2} \approx 5\cdot 10^{93}$ г/см^3).

Приближенное интегрирование уравнения (2.67) с учетом (2.71) на этапе I дает

$$R(\tau) \approx Z^{-1/3(1-\nu)} + \tau^2 \frac{m^2}{16}(1-\nu) Z^{5/3(1-\nu)} \tag{2.72}$$

при $(R - R_{min})/R_{min} \ll 1$ и

$$R(\tau) \approx \tau^{2/3(1+\nu)} \left[\frac{3m^2 Z}{16(1+\nu)^2}\right]^{1/3(1+\nu)} \tag{2.73}$$

при $R_{min} \ll R \ll Z^{1/3(1+\nu)}$ и пренебрежении R и τ предыдущей стадии, где

$$Z \equiv \frac{32\pi G a(\nu)}{m^2}. \tag{2.74}$$

На этапе II при $R \gg Z^{-1/2}$, т. е. в пренебрежении R и τ первого этапа

$$R(\tau) \approx \tau^{1/2}\left(\frac{32\pi}{3} G a\left(\frac{1}{3}\right)\right)^{1/4}, \tag{2.75}$$

а на этапе III при $\tau \gg \tau_{II}$, где τ_{II} — время развития Вселенной от начала «расширения» до наступления нерелятивистской стадии,

$$R(\tau) \approx \left(\frac{Z}{3}\right)^{1/3} \sin^{2/3}\frac{m\tau\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}. \tag{2.76}$$

Последнее выражение будет справедливым, как показывают дополнительные оценки, для $\tau < \tau_0$, где

$$\tau_0 \equiv \sqrt{\frac{2}{3}}\frac{\pi}{m} \tag{2.77}$$

можно считать полупериодом развития Вселенной, за который она из состояния с максимальной плотностью переходит в состояние с минимальной плотностью, после чего начинается обратный процесс «сжатия»; такие циклы будут неограниченно повторяться.

Следует заметить, что роль массы m гравитона проявляется в эволюции Вселенной лишь на самом начальном (см. (2.72)) и на самом конечном — см. (2.76) — этапах ее расширения (и сжатия); на остальных этапах она фактически не сказывается. Вместе с тем только благодаря ей реализуется цикличность развития — при $m = 0$ Вселенная будет монотонно эволюционировать к состоянию с нулевой плотностью вещества (при этом в каждый момент времени его плотность будет равной критической плотности).

Из условия, что возраст современной Вселенной $\tau_c = 2/3H_0$, где H_0 — постоянная Хаббла, не может превышать полупериод τ_0, получим верхнюю границу для массы гравитона

$$m < \sqrt{\frac{3}{2}}\,\pi H_0 \sim 10^{-65}\ \text{г}. \tag{2.78}$$

А так как согласно (2.67) современная плотность вещества $\rho(\tau) = \rho_c(\tau) + \rho_m$, где $\rho_c(\tau) \equiv (3/8\,\pi G)(\dot{R}/R)^2 \equiv (3/8\,\pi G)\,H^2(\tau) \approx 2\cdot 10^{-29}$ г/см^3 и $\rho_m \approx m^2/16\,\pi G \approx 2{,}44\cdot 10^{-29}$ г/см^3, то это приводит к предсказанию максимально возможного значения скрытой массы вещества во Вселенной, примерно в 90 раз превышающей наблюдаемую массу.

Для экспериментально проверяемого параметра $a \equiv -R\ddot{R}/\dot{R}^2$ замедления расширения Вселенной РТГ дает значение

$$a = \frac{1}{2}\left(1 + 3\frac{\rho_m}{\rho_c}\right) > \frac{1}{2}, \tag{2.79}$$

также зависящее от массы гравитона.

Повышение точности измерений постоянной Хаббла и параметра замедления позволило бы с большей определенностью говорить о массе гравитона, играющей, как видно из изложенного, важную роль в эволюции Вселенной и других гравитационных процессах.

Коснемся вкратце вопроса об излучении гравитационных волн. Исследуя его, Эйнштейн писал: «Можно было бы предположить, что посредством соответствующего выбора системы отсчета всегда можно добиться обращения в нуль всех компонент энергии гравитационного поля, что было бы в высшей степени интересно. Однако легко показать, что это, вообще говоря, не так» ([1], с. 631). Как видно, Эйнштейн ожидал возможности обращения в нуль энергии гравитационного излучения, исходя из выдвинутого им принципа эквивалентности; поэтому он и считал ожидаемый результат «в высшей степени» интересным. Но установить это ему не удалось. В [44] все же было показано, что гравитационное излучение, как оно определено в ОТО Эйнштейном, действительно может быть уничтожено соответствующим выбором допустимой системы отсчета. Однако, если это так, то, признавая справедливость формулы Эйнштейна для квадрупольного излучения, нельзя считать ее следствием ОТО. Скорее, глубокая физическая интуиция привела Эйнштейна к построению этой формулы, нежели логика теории. ОТО не может привести к заключению о существовании гравитационных волн, что и подтверждает [44].

Формула Эйнштейна для квадрупольного излучения естественно следует из РТГ. Это объясняется тем, что гравитационное поле в РТГ является реальным физическим полем, которое даже локально не может быть уничтожено выбором системы отсчета. Согласно РТГ в природе могут существовать гравитационные волны, переносящие энергию и импульс, и их можно регистрировать экспериментально.

На первый взгляд может показаться, что введение пространства Минковского не согласуется с эффектом «изменения» частоты фотонов в гравитационном поле, поскольку согласно законам сохранения полная энергия $\omega_1 \equiv E_{n'n}$ фотона, испущенного атомом в точке 1 гравитационного поля, должна остаться неизменной всюду. Кажущийся парадокс объясняется очень просто. Записав, следуя, например,[39], в пространстве Минковского уравнение Дирака (ради простоты для атома водорода в приближении неподвижного ядра) в гравитационном поле статического центрально-симметричного источника M с $r_s = 0$, нетрудно заметить, что роль квантуемой величины теперь играет не энергия E электрона, а $P_0 \equiv E\,(f_+/f_-)^{1/2}$, где $f_\pm \equiv 1 \pm (GM/r)$, и координату r можно считать координатой ядра атома в гравитационном поле M (при неоднородностях поля, не проявляющихся на расстояниях порядка атомных размеров). Следовательно, энергетический спектр атома водорода примет (в шрёдингеровском приближении) вид

$$E_n = -\frac{R}{n^2}\left(\frac{f_-(r)}{f_+(r)}\right)^{1/2}. \tag{2.80}$$

Этот результат можно было предвидеть заранее, учитывая, что в гравитационном поле роль массы покоя электрона, фигурирующей в постоянной R Ридберга, должна играть его энергия покоя $m\,(f_-/f_+)^{1/2}$ в поле. Таким образом, энергия (или частота) испущенного атомом (при определенном переходе) фотона будет определяться в точке r_1 выражением

$$\omega_1 = \omega_0\left(\frac{f_-(r_1)}{f_+(r_1)}\right)^{1/2}, \tag{2.81}$$

где ω_0 — соответствующая частота излучения «при выключенном поле». В точке r_2 тот же электронный переход даст фотон частоты

$$\omega_2 = \omega_0\left(\frac{f_-(r_2)}{f_+(r_2)}\right)^{1/2}. \tag{2.82}$$

Так как в эксперименте сравниваются частоты, соответствующие одинаковым переходам, то наблюдатель, находящийся в точке r_2, зарегистрирует у фотона, пришедшего к нему из точки r_1, не совпадающую с ω_2 частоту ω_1, причем

$$\frac{\omega_2-\omega_1}{\omega_1} \equiv \frac{\Delta\omega_{12}}{\omega_1} \approx GM\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right), \tag{2.83}$$

что и трактуется обычно как изменение частоты в гравитационном поле.

Анализируя вопрос о наблюдаемости пространства Минковского с принципиальных позиций [21], следует сказать, что однозначная и глубокая связь экспериментально проверяемых законов сохранения со структурой пространства-времени как раз и свидетельствует об объективности и наблюдаемости тех свойств, которые присущи пространству Минковского, т. е. экспериментально подтверждаемый факт универсальности законов сохранения свидетельствует об объективности пространства Минковского и его наблюдаемости.

ДОПОЛНЕНИЕ

В недавней работе [47] авторы показывают, что в ОТО преобразования радиальной переменной не меняют результатов предсказаний для гравитационных эффектов. Сам по себе этот факт тривиален и не нуждается в доказательстве. Однако из него никак не следует делаемый авторами вывод об однозначности предсказаний ОТО для гравитационных эффектов. В своих рассуждениях авторы упустили из виду главное — они не заметили принципиального различия между координатными преобразованиями решений и множественностью равноправных решений уравнений Гильберта — Эйнштейна *в заданных координатах,* примером которых и являются решения (1.10) и (1.11). Поэтому их выводы ошибочны. В заданной арифметизации времена t_a и t_b распространения радиосигнала от e к p, представленные в интегральной форме

$$t_a = \int_{r_0}^{r_e} dr\, f_a(r) + \int_{r_0}^{r_p} dr\, f_a(r), \tag{1.12''}$$

$$t_b = \int_{\tilde r_0}^{r_e} d\tilde r\, f_b(\tilde r) + \int_{\tilde r_0}^{r_p} d\tilde r\, f_b(\tilde r), \tag{1.13''}$$

где

$$f_a = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1} \left[1 - \frac{r_0^3 (r - 2GM)}{r^3 (r_0 - 2GM)}\right]^{-1/2},$$

$$f_b = \left(\frac{\tilde{r} + GM}{\tilde{r} - GM}\right) \left[1 - \frac{(\tilde{r}_0 + GM)^3 (\tilde{r} - GM)}{(\tilde{r} + GM)^3 (\tilde{r}_0 - GM)}\right]^{-1/2},$$

а r_0 и $\tilde{r}_0$ соответствуют перицентрам траектории сигнала, содержат в качестве верхних пределов *одни и те же* числа арифметизации r_e и r_p. Числа арифметизации не имеют никакого отношения к понятиям длины, они просто нумеруют точки многообразия. В указанной выше работе вопрос о многозначности решений уравнений Гильберта — Эйнштейна в заданных координатах по существу не рассматривается, а поэтому их критика ни в какой степени не опровергает нашего доказательства неоднозначности предсказаний ОТО. Остановимся на этом вопросе еще раз.

Сделав в (1.13′) замену $\tilde{r} = r - GM$, получим

$$t_b = \int_{\tilde{r}_0 + GM}^{r_e + GM} dr\, f_b(r) + \int_{\tilde{r}_0 + GM}^{r_p + GM} dr\, f_b(r),$$

а, вычтя отсюда (1.12′), в первом порядке по G и при $r_0 \ll r_e, r_p$ найдем

$$t_b - t_a \approx \int_{r_e}^{r_e + GM} dr\, f_a(r) + \int_{r_p}^{r_p + GM} dr\, f_a(r) \approx 2GM.$$

В этом и есть суть нашего вывода о неоднозначности предсказаний ОТО. Поскольку в первом порядке по G ход часов в случае метрик (1.10) и (1.11) одинаков, то данный результат и следует понимать как неоднозначность предсказаний ОТО для времени распространения радиосигнала от e к p в экспериментально наблюдаемых величинах.

Но проведем все рассуждения, оставаясь на позициях тех, кто придерживается взглядов, аналогичных взглядам авторов упомянутой работы, и покажем, что от этого наш вывод о неоднозначности предсказаний ОТО не меняется. Итак, пусть два исследователя (назовем их условно Чук и Гек) получили заказы от одного и того же экспериментатора рассчитать время распространения радиосигнала от Земли (e) до Меркурия (p), выразив его через *имеющиеся* в распоряжении экспериментатора физические величины например, радиальные расстояния $l^{(\exp)}_{e,p,0}$ от Земли, Меркурия и перицентра до поверхности Солнца и гравитационные сдвиги частот $\delta^{(\exp)}_{e,p,0}$). Допустим также, что, руководствуясь личными мотивами, Чук решил строить расчеты на основе метрики (1.10), а Гек взял за основу метрику (1.11), заменив *все* r на $\tilde{r}$. Тогда в соответствии со своими планами Чук и Гек получат результаты

$$t^{(a)}_{ep} = \int_{r_0}^{r_e} dr\, f_a(r) + \int_{r_0}^{r_p} dr\, f_a(r),$$

$$t^{(b)}_{ep} = \int_{\tilde{r}_0}^{\tilde{r}_e} d\tilde{r}\, f_b(\tilde{r}) + \int_{\tilde{r}_0}^{\tilde{r}_p} d\tilde{r}\, f_b(\tilde{r})$$

с функциями $f_a(r)$ и $f_b(\tilde{r})$, определенными выше. Проведя вычисления интегралов в первом порядке по G, Чук придет к результату (1.12) с заменой в нем r_f на r_0, а Гек — к результату (1.13) с заменой в нем $r_{e,p}$ на $\tilde{r}_{e,p}$ и r_f на $\tilde{r}_0$.

Выразив далее числа арифметизации $r_{e,p,0}$ и $\tilde{r}_{e,p,0}$ через предложенные экспериментатором физические величины $l^{(\exp)}_{e,p,0}$ и $\delta^{(\exp)}_{e,p,0}$, пользуясь (каждый в своей метрике и в первом порядке по G) связью

$$l^{(\exp)}_k = \rho_k - \rho_f + GM \ln \frac{\rho_k}{\rho_f},$$

$$\delta^{(\exp)}_k = GM\left(\frac{1}{\rho_f} - \frac{1}{\rho_k}\right),$$

где $k = e, p, 0$ и в случае Чука $\rho = r$, а в случае Гека $\rho = \tilde{r}$, они оба получат для чисел арифметизации соответственно одинаковые значения. Придя на назначенную экспериментатором встречу, Чук и Гек вдруг обнаружат, что полученные ими функциональные связи t_{ep} с $l^{(\exp)}$ и $\delta^{(\exp)}$ разные. Следовательно, налицо будет неоднозначность теоретических предсказаний. Предоставленные появившимся экспериментатором данные измерений t_{ep}, $l^{(\exp)}_{e,p,0}$ и $\delta^{(\exp)}_{e,p,0}$ позволят совместными усилиями установить, что с наблюдаемыми данными согласуется формула, полученная Геком, а не Чуком (если в их левые и правые части подставить вместо t_{ep} и $l^{(\exp)}_k$, $\delta^{(\exp)}_k$ результаты наблюдений). Таким образом, формула Чука оказалась неприемлемой для принятия ее за основу. По нашему мнению, это связано с тем, что выбор решения уравнений Гильберта — Эйнштейна физически не тождествен выбору того или иного элемента из класса эквивалентности диффеоморфных метрик. Именно из-за этого различия и возникает неоднозначность предсказаний ОТО для гравитационных эффектов.

В заключение отметим, что авторы в разделе «Note Added» фактически путают числа арифметизации с расстояниями. Числа арифметизации пространства — это не более чем названия предметов, они в случае $M = 0$ и $M \neq 0$ одинаковы, а поэтому $A = A'$ и $B = B'$. Суть в другом: расстояние между точками A и B при $M \neq 0$, конечно, не равно расстоянию между этими же точками при $M = 0$ из-за изменения метрических коэффициентов, т. е. из-за изменения геометрии. Таким образом, предложенный нами в конце раздела 1 мысленный эксперимент остается в силе. Что касается формул (2.8) и (3.7) работы авторов, то они уже ранее приведены в нашей работе, указанной авторами[47] в ссылке [9] второй работой. (Их формулы следуют из формул (31а) и (32а) нашей работы при $\lambda = -1$.) Следует в этой связи также заметить, что их критика метода Вейнберга, которому следуем в расчете и мы, лишена оснований.

В 1986 г. Я. Б. Зельдович и Л. П. Грищук опубликовали в УФН ряд критических замечаний в адрес РТГ[5]. Редакция УФН не ознакомила авторов РТГ с этой статьей до ее опубликования и не предложила высказать свои соображения в том же номере. В середине 1987 г. мы послали статью в УФН. Недавно, в апреле 1988 г., нас ознакомили с новой статьей Я. Б. Зельдовича и Л. П. Грищука, являющейся ответом на данную нашу статью и публикуемой в этом же номере. Подробный критический анализ их статьи мы дадим специально. Сейчас же лишь отметим, что она содержит многочисленные ошибки, а поэтому ее выводы относительно РТГ и ОТО полностью неправильны.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Эйнштейн А. Собрание научных трудов. Т. I.— М.: Наука, 1965.
2. Schrödinger E.//Phys. Zs. 1918. Bd 19. S. 4.
3. Эйнштейн А. Собрание научных трудов. Т. II.— М.: Наука, 1966.
4. Hilbert D.//Gött. Nachr. 1917. Bd 4. S. 21.
5. Зельдович Я. Б., Грищук Л. П.//УФН. 1986. Т. 149. С. 695.

6. Grishchuk L. P., Petrov A. N., Popova A. D//Comm. Math. Phys. 1984. V. 94. P. 379.
7. Klein F.//Nachr. Ges. Wiss. Göttingen. Math.-phys. Klasse. 1918; перевод://Эйнштейновский сборник, 1980—1981.— М.: Наука, 1985.— С. 226.
8. Weyl H. Raum, Zeit. Materie.— 1. Aufl.— Berlin, 1918.
9. Lorentz H. A. Collected Papers.— The Hague, 1937.— V. 5. P. 363.
10. Петров А. З. Новые методы в ОТО.— М.: Наука, 1966.

11. Денисов В. И., Логунов А. А.//Итоги науки и техники. Сер. «Современные проблемы математики».— М.: ВИНИТИ, АН СССР, 1982.— Т. 21. С. 49.
12. Денисов В. И., Соловьев В. О.//ТМФ. 1983. Т. 56. С. 301.
13. Логунов А. А., Лоскутов Ю. М.//ДАН СССР. 1985. Т. 285. С. 615; ТМФ. 1986. Т. 66. С. 150.
14. Логунов А. А., Лоскутов Ю. М.//ТМФ. 1986. Т. 67. С. 163.
15. Логунов А. А., Лоскутов Ю. М.//Ibidem. С. 3.
16. Логунов А. А., Лоскутов Ю. М.//Физ. ЭЧАЯ. 1987. Т. 18. С. 429.
17. Логунов А. А., Лоскутов Ю. М., Чугреев Ю. В.//ТМФ. 1986. Т. 69. С. 328.
18. Логунов А. А., Лоскутов Ю. М. Неоднозначность предсказаний ОТО. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1987.
19. Shapiro I. et al.//Phys. Rev. Lett. 1971. V. 26. P. 1132; Экспериментальная проверка общей теории относительности//Астрофизика, кванты и теория относительности.— М.: Мир, 1982.— С. 215.
20. Логунов А. А. Лекции по теории относительности и гравитации: современный анализ проблемы.— М.: Изд-во Моск. ун-та, 1985.

21. Логунов А. А.//ТМФ. 1987. Т. 70. С. 3.
22. Власов А. А., Логунов А. А.//ТМФ. 1984. Т. 61. С. 3.
23. Власов А. А., Логунов А. А., Мествиришвили М. А.//Ibidem. С. 323.
24. Логунов А. А., Мествиришвили М. А.//Ibidem. С. 327.
25. Логунов А. А., Мествиришвили М. А. Теория гравитации.— М.: Изд-во Моск. ун-та, 1985.
26. Логунов А. А., Мествиришвили М. А. Основы релятивистской теории гравитации.— М.; Изд-во Моск. ун-та, 1986.
27. Логунов А. А., Мествиришвили М. А.//Физ. ЭЧАЯ. 1986. Т. 17. С. 5.
28. Логунов А. А., Мествиришвили М. А.//ТМФ. 1986. Т. 67. С. 323.
29. Logunov A. A., Mestrvirishvili M. A.//Prog. Teor. Phys. 1985. V. 74. P. 31.
30. Rosen N.//Phys. Rev. 1940. V. 57. P. 147; Ann. of Phys. 1963. V. 22. P. 1.

31. Papapetrou A.//Proc. Roy. Irish. Acad. Ser. A. 1948. V. 52. P. 11.
32. Gupta S.//Proc. Roy. Soc. Ser. A. 1952. V. 65. P. 608.
33. Kohler M./Zs. Phys. 1954. Bd 131. S. 571; Bd 134. S. 286, 306.
34. Thirring W.//Ann. of Phys. 1961. V. 16. P. 69.
35. Фок В. А. Теория пространства, времени и тяготения.— М.: Физматгиз, 1961.
36. Власов А. А., Логунов А. А.//ТМФ. 1985. Т. 63. С. 3; 1985. Т. 64. С. 3; 1986. Т. 66. С. 163; Отличие гравитационного коллапса в релятивистской теории гравитации от коллапса в ОТО.— М.: Изд-во Моск. ун-та, 1986.
37. Oppenheimer I. R., Snyder H.//Phys. Rev. 1939. V. 56. P. 455.
38. Логунов А. А., Лоскутов Ю. М.//ТМФ. 1987. Т. 70. С. 163.
39. Логунов А. А., Лоскутов Ю. М.//ТМФ. 1986. Т. 67. С. 9.
40. Логунов А. А., Мествиришвили М. А., Чугреев Ю. В. Масса гравитона и развитие фридмановской Вселенной.— М.: Изд-во Моск. ун-та, 1987.

41. Freund P.G.O., Maheshwari A., Schonberg E.//Astrophys. J. 1969. V. 157. P. 857.
42. Зельдович Я. Б.//ЖЭТФ. 1961. Т. 41. С. 1609.
43. Марков М. А. Препринт ИЯИ АН СССР П-284.— Москва, 1983.
44. Власов А. А., Денисов В. И.//ТМФ. 1982. Т. 53. С. 406.
45. Фадеев Л. Д//УФН. 1982. Т. 136. С. 435.
46. Логунов А. А., Лоскутов Ю. М., Мествиришвили М. А. Релятивистская теория гравитации и критика ОТО.— М.: Изд-во Моск. ун-та, 1987; Релятивистская теория гравитации.— М.: Изд-во Моск. ун-та, 1987.
47. Ichinose S., Kaminaga Y. Physical Quantities and Their Coordinate Independence//General Relativity: Preprint of Kyoto University, Japan, PIMS-597.— Kyoto, 1987.