

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

535.42

**САМОВОЗДЕЙСТВИЕ ВОЛНОВЫХ ПАКЕТОВ В НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ  
И ГЕНЕРАЦИЯ ФЕМТОСЕКУНДНЫХ ЛАЗЕРНЫХ ИМПУЛЬСОВ***С. А. Ажманов, В. А. Выслоух, А. С. Чиркин*

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . . .	450
1. Линейная фурье-оптика волновых пакетов . . . . .	451
1.1. Модели световых импульсов . . . . .	452
1.2. Распространение коротких световых импульсов в однородных диспергирующих средах. Методы описания . . . . .	453
1.3. Деформация световых импульсов при отражении, возникновение фазовой модуляции. Сверхкороткие световые импульсы в резонаторе . . . . .	458
1.4. Компрессия фазово-модулированных световых импульсов и фокусировка световых пучков . . . . .	458
1.5. Волновые пучки, испытывающие быструю временную модуляцию . . . . .	462
1.6. Волны в одномодовых волоконных световодах. Реализация условий распространения квазишосских волновых пакетов . . . . .	462
2. Физика самовоздействия световых импульсов в средах с кубической нелинейностью. Фазовая самомодуляция, ударные волны огибающих, дисперсионные эффекты . . . . .	464
2.1. Самовоздействие света в среде с кубической нелинейностью . . . . .	464
2.2. Фазовая самомодуляция в среде с безынерционной нелинейностью . . . . .	466
2.3. Фазовая самомодуляция в среде с релаксирующей нелинейностью . . . . .	468
2.4. Ударные волны огибающей . . . . .	469
2.5. Совместное действие нелинейности и дисперсии среды . . . . .	472
3. Быстрое управление фазой, компрессия и формирование световых импульсов . . . . .	473
3.1. Материалы для нелинейно-оптических фазовых модуляторов. Нелинейные свойства волоконных световодов . . . . .	474
3.2. Бездисперсионная и дисперсионная фазовая самомодуляция в волоконных световодах . . . . .	475
3.3. Оптические компрессоры . . . . .	476
3.4. Расчет систем сжатия — оптимальный компрессор . . . . .	477
3.5. Особенности самовоздействия мощных фемтосекундных импульсов . . . . .	479
3.6. Компрессия случайных импульсов . . . . .	481
3.7. Адаптивная оптика генераторов сверхкоротких импульсов . . . . .	482
3.8. Экспериментальные данные. Получение импульсов длительностью до $10^{-14}$ с . . . . .	483
3.9. Генерация фемтосекундных импульсов ИК и УФ диапазонов . . . . .	486
4. Оптические солитоны . . . . .	488
4.1. Односолитонные и многосолитонные решения нелинейного уравнения Шрёдингера . . . . .	488
4.2. Передача солитонов на сверхдальние расстояния — проблемы и перспективы . . . . .	490
4.3. Самосжатие мощных пикосекундных импульсов в волоконных световодах . . . . .	493
4.4. Солитонный лазер . . . . .	494
5. Статистические задачи теории оптических солитонов . . . . .	495
5.1. Пороговые условия формирования оптических солитонов из шумовых импульсов . . . . .	496
5.2. Самовоздействие случайно-модулированных импульсов в ближней зоне . . . . .	497
5.3. Статистика солитонов. Метод обратной задачи . . . . .	500
Заключение . . . . .	503
Список литературы . . . . .	505

## ВВЕДЕНИЕ

Одним из наиболее ярких достижений лазерной физики последнего времени, несомненно, следует признать разработку методов генерации и формирования световых импульсов с длительностями  $\sim 10^{-14}$  с, импульсов, под огибающей которых укладывается всего лишь несколько периодов световых колебаний. Последствия перехода в оптике к таким фемтосекундным масштабам времени справедливо сравнивают с революционными изменениями в пространственном разрешении оптических приборов, последовавшими за изобретением микроскопа.

Прорыв в область фемтосекундных длительностей — итог интенсивной работы физиков и инженеров, проводившейся в течение последних пятнадцати лет. Важным слагаемым этого прогресса стало широкое применение методов нелинейной оптики. Еще в работах, относящихся к концу 60-х годов, обращалось внимание на возможность использования быстрого нерезонансного нелинейного отклика конденсированных сред для сильного сжатия («фокусировки во времени») лазерных импульсов. Эти идеи удалось полностью реализовать, однако, сравнительно недавно после создания одномодовых волоконных световодов, обладающих очень низкими потерями.

Эффективные методы компрессии (сжатия) световых импульсов в волоконных световодах основаны на эффектах *самовоздействия света*, обусловленных зависимостью показателя преломления среды от интенсивности световой волны. Очевидным результатом самовоздействия лазерного импульса, распространяющегося в нелинейной среде, является временная *фазовая самомодуляция* (скорость ее может быть сделана очень большой). С помощью диспергирующих оптических элементов быструю фазовую модуляцию преобразуют в амплитудную — в этом и заключается главная идея «фокусировки во времени», совершенно аналогичная по существу идее, лежащей в основе привычной фокусировки светового пучка в пространстве (обычная линза создает «быструю» пространственную фазовую модуляцию, которая при распространении в свободном пространстве превращается в амплитудную). Эта техника компрессии успешно применяется сейчас в генераторах фемтосекундных импульсов видимого, инфракрасного и ближнего ультрафиолетового диапазонов. Ключевым моментом, во многом определяющим эффективность и надежность таких устройств, является устойчивость поперечной структуры поля в одномодовых волоконных световодах вплоть до интенсивностей, достигающих  $10^{10}$ — $10^{11}$  Вт/см<sup>2</sup>. Другими словами, в оптических волокнах даже в сильных полях эффекты пространственной самофокусировки и самодефокусировки практически отсутствуют, и *временные* самовоздействия удается наблюдать в чистом виде, вне конкуренции с другими нелинейными эффектами. Это обстоятельство придало новый импульс теоретическим и в особенности экспериментальным исследованиям; последние годы принесли в этом направлении много ярких достижений. Несомненно, на одно из первых мест следует поставить работы по формированию, распространению, взаимодействию и усилению оптических солитонов. Здесь получено много новых физических результатов; вместе с тем имеется и все больше указаний на то, что оптические солитоны могут представить прямой интерес для техники обработки информации, систем оптической связи.

Задачи, связанные с распространением мощных фемтосекундных импульсов (длительности достигают  $\sim 10^{-14}$  с, а интенсивности  $10^{12}$ — $10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>), поставили и новые принципиальные вопросы перед волновой нелинейной оптикой; возникают реальные ситуации, когда перестает работать привычное квазиоптическое приближение, а локальный нелинейный отклик среды уже нельзя считать слабым.

В предлагаемом обзоре мы поставили своей целью дать картину современного состояния физики самовоздействий световых импульсов, обсудить новые физические проблемы, перспективы приложений; в известном смысле

данный обзор можно считать продолжением опубликованного в «Успехах физических наук» в 1967 г. обзора <sup>1</sup>.

Изложению основного материала предпослан раздел 1 «Линейная фурье-оптика волновых пакетов». В нем дана сводка результатов, относящихся к линейному распространению световых импульсов в диспергирующих средах и элементах оптических систем. В линейной фурье-оптике волновых пакетов весьма плодотворными оказываются аналогии с фурье-оптикой волновых пучков; несомненное эвристическое значение пространственно-временная аналогия имеет и в нелинейной оптике. Как избавиться от неизбежно присутствующих в оптических экспериментах дифракционных эффектов? Радикальное решение проблемы дает использование слабо направляющих оптических волноводов <sup>2</sup>, поэтому раздел 1 заканчивается сведениями о дисперсионных свойствах одномодовых оптических волноводов.

В разделе 2 дана сводка теоретических и экспериментальных данных об основных эффектах самовоздействия плоских волновых пакетов в средах с нелинейностью, кубичной по полю, приводящих к уширению спектра.

Наряду с эффектом фазовой самомодуляции (ФСМ) пакета неизменной формы, в сильном поле может проявляться зависимость групповой скорости от интенсивности. Механизм уширения спектра импульса в среде с кубической нелинейностью оказывается достаточно сложным, и лишь в последние годы удалось выделить вклад различных эффектов.

Раздел 3 посвящен в основном прикладным вопросам — компрессии сверхкоротких импульсов, управлению их формой <sup>3</sup>. Сейчас многие группы ведут эксперименты с волоконно-оптическими схемами компрессии. Поэтому мы приводим результаты детального численного эксперимента, позволяющего оптимизировать компрессию, выявить ее предельные возможности, перспективы получения предельно коротких импульсов. В этом же разделе можно найти довольно подробную сводку экспериментальных данных.

Вопросы физики и техники оптических солитонов <sup>4-5</sup> вынесены в раздел 4; акцент сделан на задачи, прямо связанные с экспериментом. Речь идет при этом не только о формировании одиночных солитонов в пассивной среде, но и о взаимодействии солитонов, их усилении, солитонных эффектах в генераторах (солитонные лазеры).

Наконец, в разделе 5 сделан акцент на новые проблемы физики временных самовоздействий. Особое внимание уделено статистическим задачам теории солитонов — задачам, непосредственно связанным с самовоздействием шумовых импульсов <sup>6</sup>.

## 1. ЛИНЕЙНАЯ ФУРЬЕ-ОПТИКА ВОЛНОВЫХ ПАКЕТОВ

Круг задач, связанных с распространением волновых пакетов в линейной диспергирующей среде относится к классической линейной оптике <sup>7-9</sup>. Наибольший интерес привлекали дисперсионное распыление пакета <sup>10</sup>, возникновение предвестников при взаимодействии короткого импульса с диспергирующей средой <sup>11</sup>. Однако вплоть до конца 60-х годов экспериментальная оптика была бессильна внести какой-либо вклад в изучение перечисленных задач. Импульсные оптические источники (включая и первые импульсные лазеры) были по существу генераторами относительно длинных всплесков оптического шума. Естественно, что в этих условиях не могло быть речи об исследовании преобразования огибающей и фазы в процессе распространения и, тем более, об управлении этими параметрами во времени.

Напротив, экспериментальная техника формирования и преобразования световых пучков прогрессировала и до создания лазеров. Теоретической основой этих методов стала детально разработанная фурье-оптика волновых пучков <sup>12</sup>. Лишь в последние годы техника формирования световых импульсов получила в свое распоряжение эффективные методы управления огибающей и фазой световых колебаний в пико- и фемтосекундном масштабе времени.

В их основе лежит использование малоинерционного «нерезонансного» нелинейного отклика конденсированных сред (см. <sup>13, 14</sup>); развивалась и техника измерений огибающей и фазы коротких лазерных импульсов.

Дисперсионные эффекты, подобно дифракции для волновых пучков, могут быть положены в основу разнообразных схем компрессии и преобразования форм таких импульсов. Поэтому в последние годы быстро развивалась фурье-оптика волновых пакетов, распространяющихся в диспергирующей среде <sup>15, 16</sup>. В настоящем разделе мы даем сводку результатов линейной фурье-оптики световых импульсов, связанных, прежде всего, с компрессией и формированием импульсов заданной формы.

### 1.1. Модели световых импульсов

Представим напряженность электрического поля в виде

$$E(t, z) = e^{i\frac{1}{2}} A(t, z) \exp[i(\omega_0 t - k_0 z)] + \text{к.с.}^* \quad (1.1)$$

где  $e$  — единичный вектор поляризации, направление оси  $z$  совпадает с направлением волнового вектора,  $k_0 = (\omega_0/c) n_0(\omega_0)$ ,  $\omega_0$  — средняя частота спектра исходной волны,  $n_0(\omega_0)$  — линейный показатель преломления среды. Комплексная амплитуда  $A(t, z)$  — медленно меняющаяся функция аргументов в масштабе периода световых колебаний и длины волны. Амплитуда  $A(t, z)$  считается заданной на входе при  $z = 0$  линейной или нелинейной среды, т. е.  $A(t, z = 0) = A_0(t)$  — известная функция.

Рассмотрим наиболее часто используемые в лазерной физике модели световых импульсов.

#### 1.1.1. Спектрально-ограниченный импульс

Таким импульсом принято называть импульс, длительность которого  $\tau_0$  полностью определяется обратным значением ширины  $\Delta\omega_0$  его спектра. В этом случае отсутствует фазовая или частотная модуляция импульса, т. е. амплитуду  $A_0(t)$  можно считать действительной; обозначим ее как  $\rho_0(t)$ . При этом фаза  $\varphi_0(t) = \arg A_0(t) = 0$ ,  $A_0(t) = \rho_0(t) \exp(i\varphi_0(t))$ .

Для спектрально-ограниченных импульсов имеет место соотношение

$$\tau_0 \Delta\omega_0 = K, \quad (1.2)$$

где  $K$  — постоянная величина ( $K \sim 1$ ), зависящая от формы огибающей импульса и уровня, по которому измеряются  $\tau_0$  и  $\Delta\omega_0$ . Чаще всего рассматривают два вида импульсов:

$$\rho_0(t) = \rho_0 \operatorname{sech} \frac{t}{\tau_0}, \quad (1.3)$$

$$\rho_0(t) = \rho_0 \exp\left(-\frac{t^2}{2\tau_0^2}\right). \quad (1.4)$$

В последнем случае полуширина длительности импульса  $\tau_0$  по уровню  $e^{-1}$  от максимальной интенсивности связана с длительностью импульса по высоте  $\tau_{1/2}$  соотношением  $\tau_0 = (4 \ln 2)^{-1/2} \tau_{1/2}$ . Имея в виду подобную связь, величину  $\tau_0$  будем называть просто длительностью импульса.

Для гауссовского импульса (1.4)

$$\tau_0 \Delta\omega_0 = 2, \quad \tau_{1/2} \Delta\omega_{1/2} = 4 \ln 2, \quad (1.5)$$

где  $\Delta\omega_0$  и  $\Delta\omega_{1/2}$  — ширины спектров по уровням, соответствующим измерениям длительности импульса.

## 1.1.2. Фазово-модулированный (ФМ) импульс

Фаза импульса  $\varphi_0(t)$  может быть сложной детерминированной функцией либо случайной функцией. Для дальнейшего особое значение будут иметь импульсы, для которых  $\varphi_0(t) = -(1/2)\alpha_0 t^2$ , где  $\alpha_0$  — скорость изменения частоты. В этом случае при гауссовской форме огибающей (1.4) ширина спектра

$$\begin{aligned}\Delta\omega_0^\Phi &= \Delta\omega_0 [1 + (\alpha_0 \tau_0^2)^2]^{1/2}, \\ \tau_0 \Delta\omega_0^\Phi &= 2 [1 + (\alpha_0 \tau_0^2)^2]^{1/2}.\end{aligned}\quad (1.6)$$

Следовательно, для ФМ импульсов  $\tau_0 \Delta\omega_0^\Phi \gg 1$  при  $\alpha_0 \tau_0^2 \gg 1$ .

## 1.1.3. Импульс с шумовым заполнением

Нелазерные источники, а в ряде случаев и многомодовые лазеры, генерируют импульсы с комплексной амплитудой вида

$$A_0(t) = F(t) \xi(t), \quad (1.7)$$

где  $F(t)$  — регулярная функция, а  $\xi(t)$  — случайный процесс, в общем случае  $\xi(t)$  — комплексная функция. Наглядной моделью процесса (1.7) могут быть «вспышки» оптического шума.

В следующих подразделах настоящего раздела обсуждаются особенности распространения рассмотренных световых импульсов в линейных диспергирующих средах.

## 1.2. Распространение коротких световых импульсов в однородных диспергирующих средах. Методы описания

Распространение плоского волнового пакета в линейной изотропной диспергирующей среде описывается волновым уравнением

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = 0, \quad (1.8a)$$

где

$$D(t, z) = \int_0^\infty \varepsilon_0(t') E(t-t', z) dt' \quad (1.8b)$$

— линейная электрическая индукция. Временная зависимость  $\varepsilon_0(t) = n_0^2(t)$  связана с частотной зависимостью линейной диэлектрической проницаемости.

При решении конкретных задач от интегро-дифференциальной системы уравнений (1.8) обычно переходят к дифференциальным уравнениям для комплексных амплитуд, пользуясь медленностью ее изменения в масштабе периода  $T$  колебаний; фактически это предположение справедливо вплоть до длительностей импульса  $\tau_0/T \approx 10-100$ .

Подставляя (1.1) в (1.8b) и учитывая медленность изменения комплексной амплитуды  $A(t-t', z)$  во времени, разлагаем ее в ряд по  $t'$ . В результате получим

$$D(t, z) = \left[ \varepsilon_0(\omega_0) A + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-i)^m}{m!} \left( \frac{\partial^m \varepsilon_0(\omega)}{\partial \omega^m} \right)_{\omega_0} \frac{\partial^m A}{\partial t^m} \right] \exp[i(\omega_0 t - k_0 z)] + \text{к. с.} \quad (1.9)$$

Отбрасывание в (1.9) производных  $\partial^m \varepsilon_0(\omega)/\partial \omega^m$  равносильно неучету дисперсии среды (нулевое приближение). В первом приближении теории дисперсии оставляем лишь производную  $\partial \varepsilon_0(\omega)/\partial \omega$ , пренебрегая производ-

ными более высокого порядка. Второму приближению соответствует учет  $\partial^2 \epsilon_0(\omega)/\partial \omega^2$  и т. д. Другими словами, в такой классификации порядок производной от диэлектрической проницаемости  $\epsilon_0(\omega)$  определяет порядок приближения.

Подстановка (1.1) и (1.9) в (1.8) приводит к следующему уравнению для амплитуды  $A(t, z)$ :

$$\left[ \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{u} \frac{\partial}{\partial t} - i \cdot \frac{1}{2} k_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + i \frac{1}{2k_0} \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \right] A(t, z) - \frac{1}{2k_0} \sum_{m=3}^{\infty} \frac{(-i)^{m+1}}{m!} \left( \frac{\partial^m k^2}{\partial \omega^m} \right)_{\omega_0} \frac{\partial^m A}{\partial t^m} = 0, \quad (1.10)$$

где  $u$  — групповая скорость, а параметр  $k_2$  характеризует дисперсию групповой скорости:

$$u = \left[ \left( \frac{\partial k}{\partial \omega} \right)_{\omega_0} \right]^{-1} = c \left[ n - \lambda_0 \left( \frac{\partial n}{\partial \lambda} \right)_{\lambda_0} \right]^{-1},$$

$$k_2 = \left( \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \right)_{\omega_0} = \frac{\lambda_0^3}{2\pi c^2} \left( \frac{\partial^2 n}{\partial \lambda^2} \right)_{\lambda_0}.$$

Уравнение (1.10) является точным в смысле учета дисперсионных свойств линейной среды. Вместе с тем во многих случаях распространения сверхкоротких импульсов пико- и фемтосекундной длительности достаточным оказывается второе приближение теории дисперсии. В этом приближении уравнение, получающееся из (1.10) отбрасыванием слагаемых под знаком суммы, можно еще упростить. Переходя к бегущей системе координат ( $z = z, \eta = t - z/u$ ), легко показать<sup>6, 17, 22</sup>, что оператор в круглых скобках дает величины более высокого порядка малости, чем остальные производные.

В результате получаем уравнение

$$\frac{\partial A}{\partial z} - i \cdot \frac{1}{2} k_2 \frac{\partial^2 A}{\partial \eta^2} = 0, \quad (1.11)$$

которое имеет решение

$$A(\eta, z) = (i2\pi k_2 z)^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} A_0(t) \exp \left[ \frac{i(\eta - t)^2}{2k_2 z} \right] dt. \quad (1.12)$$

Уравнение (1.11) аналогично параболическому уравнению, используемому для описания распространения световых пучков в квазиоптическом приближении. Отметим, что впервые параболическое уравнение вывел М. А. Леонтович в 1944 г. при изучении распространения радиоволн.

В рамках указанных приближений между поведением волновых пакетов и волновых пучков можно проследить весьма детальную пространственно-временную аналогию<sup>17, 18, 22</sup>. Поэтому часто говорят о квазиоптическом приближении в описании волновых пакетов.

Значение  $k_2 > 0$  соответствует нормальной дисперсии групповой скорости, а  $k_2 < 0$  — аномальной дисперсии.

Подчеркнем еще раз, что параболическому уравнению (1.11) соответствует аппроксимация дисперсионных свойств среды характеристикой вида

$$k(\omega) = k(\omega_0) + \left( \frac{\partial k}{\partial \omega} \right)_{\omega_0} (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \right)_{\omega_0} (\omega - \omega_0)^2. \quad (1.13)$$

Дисперсия групповой скорости ( $k_2 \neq 0$ ) приводит к деформации волнового пакета.

## 1.2.1. Гауссовский импульс

Для спектрально-ограниченного гауссовского импульса (1.4) согласно (1.12) имеем

$$A(\eta, z) = V_0^{-1/2}(z) \rho_0 \exp \left[ -\frac{\eta^2}{2V_0^2(z) \tau_0^2} + i\varphi(\eta, z) \right], \quad (1.14)$$

где

$$V_0^2(z) = 1 + \left( \frac{z}{L_d} \right)^2, \quad L_d = \frac{\tau_0^2}{|k_2|}, \quad (1.15)$$

$$\varphi(\eta, z) = \frac{(z/L_d)^2}{k_2 z V_0^2(z)} \eta^2 - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{k_2 z}{\tau_0^2}.$$

Длину  $L_d$  называют длиной дисперсионного расплывания волнового пакета, она полностью аналогична дифракционной длине  $L_{\text{диф}} = (1/2) k_0 a_0^2$  волнового пучка ( $a_0$  — радиус пучка). Формула (1.14) совпадает с формулой, описывающей дифракцию двумерного пучка.

Длительность гауссовского импульса растет в диспергирующей среде:

$$\tau_{\text{н}}(z) = V_0(z) \tau_0 = \left[ \tau_0^2 + \left( \frac{k_2 z}{\tau_0} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (1.16)$$

Вместе с тем в линейной среде ширина спектра волнового пакета сохраняется, именно поэтому и появляется временная фазовая (частотная) модуляция, причем скорость изменения частоты модуляции  $\Omega = \partial\varphi/\partial\eta = \alpha(z)\eta$  в соответствии с (1.15) равна

$$\alpha(z) = \frac{2z}{k_2(z^2 + L_d^2)}. \quad (1.17)$$

В диспергирующей среде спектрально-ограниченный импульс преобразуется, таким образом, в импульс с линейной частотной модуляцией; ее знак определяется знаком  $k_2$ .

По аналогии с дифракцией светового пучка при дисперсионном расплывании светового импульса выделяют ближнюю зону ( $z \ll L_d$ ,  $\tau_{\text{н}} \approx \tau_0$ ) и дальнюю, или фраунгоферову, зону импульса ( $z \gg L_d$ ,  $\tau_{\text{н}} \approx (|k_2|/\tau_0)z$ ). Для гауссовского импульса форма огибающей при распространении сохраняется. Для импульса любой другой формы в процессе распространения форма его огибающей будет изменяться.

## 1.2.2. Фазово-модулированный импульс

Рассмотрим теперь эволюцию ФМ импульса

$$A_0(t) = \rho_0 \exp \left[ -\frac{1}{2} (\tau_0^{-2} + i\alpha_0) t^2 \right] \quad (1.18)$$

в диспергирующей среде. В данном случае в соответствии с (1.12)

$$A(\eta, z) = f^{-1/2}(z) \rho_0 \exp \left[ -\frac{(\tau_0^{-2} + i\alpha_0) \eta^2}{2f(z)} \right], \quad (1.19)$$

где

$$f(z) = 1 - \alpha_0 k_2 z + i k_2 \tau_0^{-2} z.$$

Согласно (1.19), если  $\alpha_0 k_2 < 0$ , то импульс в среде расплывается. В случае  $\alpha_0 k_2 > 0$  ФМ импульс сначала сжимается, а затем расширяется. Минимальная длительность импульса

$$\tau_{\text{min}} = [1 + (\alpha_0 \tau_0^2)^2]^{-1/2} \tau_0 \quad (1.20)$$

достигается на расстоянии

$$L_{\text{к}} = \frac{(\alpha_0 \tau_0^2)^2}{\alpha_0 k_2 [1 + (\alpha_0 \tau_0^2)^2]}. \quad (1.21)$$

На этой длине скорость частотной модуляции (ЧМ)  $\alpha(L_R) = 0$ , длительность же  $\tau_{\min}$  определяется полной шириной спектра (1.6). Иначе говоря, при оптимальном сжатии импульс становится спектрально-ограниченным. Переход

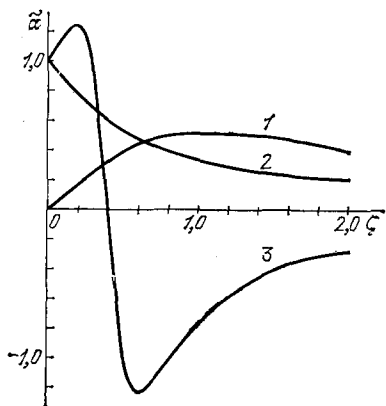


Рис. 1 Относительная скорость изменения частоты  $\tilde{\alpha} = \alpha(z)/\alpha_0$  светового импульса в зависимости от пройденного расстояния  $\zeta = z/L_D$  в диспергирующей линейной среде.

1 — импульс без ФМ ( $\alpha_0 = 0$ ), здесь  $\tilde{\alpha} = \alpha(z)\tau_0^2$ ; 2 — ФМ импульс,  $\alpha_0 k_z < 0$ ,  $\alpha_0 \tau_0^2 = 2,0$ ; 3 — ФМ импульс,  $\alpha_0 k_z > 0$ ,  $\alpha_0 \tau_0^2 = 2,0$

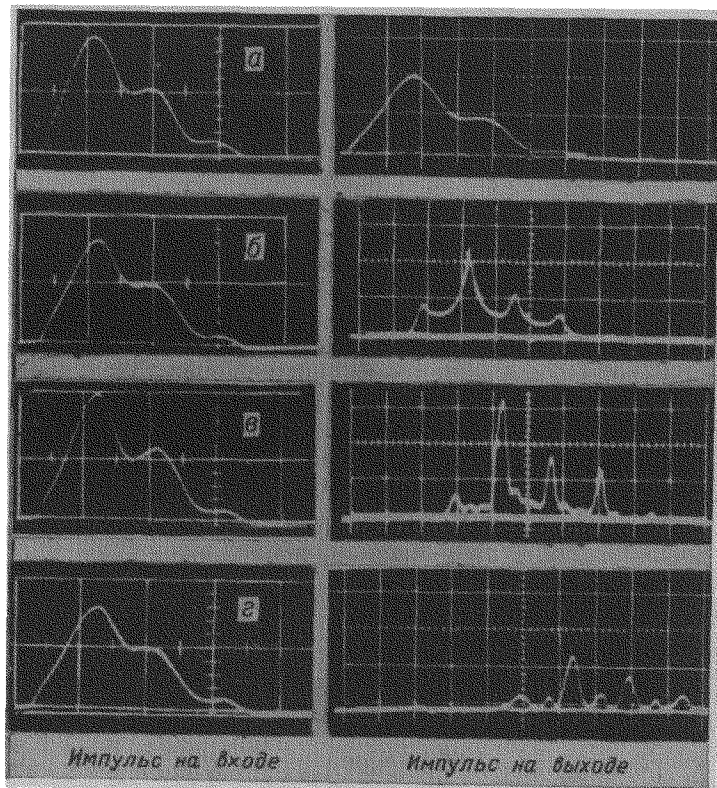


Рис. 2. Преобразование огибающей коротких световых импульсов, распространяющихся в сильно диспергирующей среде<sup>19</sup>.

Для входных импульсов масштаб 10 нс на деление, для выходных — 5 нс. Импульсы, генерируемые перестраиваемым лазером, имели среднюю частоту  $\omega_0$ , близкую к частоте  $\omega_p$  резонанса линии  $^2P_{1,2}$  в парах Rb. Фаза импульсов модулировалась по гармоническому закону. Отстройка от резонанса уменьшается при переходе от случая а к г; на рис. а — входной импульс без ФМ

импульса через область оптимального сжатия сопровождается изменением знака скорости ЧМ (см. рис. 1, кривая 3).

Отметим, что экспериментальное наблюдение перечисленных эффектов стало возможным лишь после создания перестраиваемых лазеров, генерирующих хорошо сформированные короткие импульсы. На рис. 2 приведены ос-



циллограммы, иллюстрирующие деформацию огибающей коротких импульсов, распространяющихся вблизи узких резонансов в атомных парах<sup>19</sup>. Здесь дисперсионные эффекты (не только второго, но и высших порядков) отчетливо проявляются уже при длительностях импульсов  $10^{-8}$  с. На рис. 2, б, в амплитуды наибольших пиков в выходных импульсах соответственно в 1,3 и 1,5 раза больше, чем амплитуда входного импульса<sup>19</sup>.

### 1.2.3. Распространение шумового импульса. Временной аналог теоремы Ван-Циттерта — Цернике

Чтобы проиллюстрировать особенности распространения шумовых импульсов (1.7) в диспергирующей среде, зададимся гауссовской регулярной функцией  $F(t) = \rho_0 \exp[-t^2/2\tau_0^2]$ . Корреляционную функцию  $B_\xi(\theta)$  стационарного случайного процесса  $\xi(t)$  будем также считать гауссовской:

$$B_\xi(\theta) = \langle \xi(t) \xi^*(t + \theta) \rangle = \exp\left[-\left(\frac{\theta}{\tau_{k,0}}\right)^2\right], \quad (1.22)$$

где  $\tau_{k,0}$  — время корреляции.

Пользуясь (1.12), нетрудно рассчитать корреляционную функцию шумового импульса при  $z > 0$ . Длительность импульсов и время корреляции соответственно равны<sup>20, 21</sup>:

$$\begin{aligned} \tau_{\text{и}}(z) &= \left[1 + \left(\frac{z}{L'_\text{д}}\right)^2\right]^{1/2} \tau_0, \\ \tau_{\text{к}}(z) &= \left[1 + \left(\frac{z}{L'_\text{д}}\right)^2\right]^{1/2} \tau_{\text{к}0}, \end{aligned} \quad (1.23)$$

где  $L'_\text{д}$  — длина дисперсионного расплывания шумового импульса

$$L'_\text{д} = \left[1 + \left(\frac{\tau_0}{\tau_{\text{к}0}}\right)^2\right]^{-1/2} \left(\frac{\tau_0^2}{|k_2|}\right). \quad (1.24)$$

Формулы (1.23) полностью совпадают с формулами для радиуса пучка  $a(z)$  и радиуса корреляции  $r_{\text{к}}(z)$  случайных световых пучков при замене  $\tau_0$ ,  $\tau_{\text{к}0}$  и  $k_2$  на  $a_0$ ,  $r_{\text{к}0}$  и  $k_0^{-1}$ <sup>6</sup>. В частности, импульс с шумовым заполнением расплывается быстрее, чем спектрально-ограниченный импульс той же длительности.

В предельном случае при  $\tau_0 \gg \tau_{\text{к}0}$  время корреляции импульса в среде  $\tau_{\text{к}}(z) \approx |k_2| z \tau_0^{-1}$ . Этот результат можно рассматривать как следствие временного аналога теоремы Ван-Циттерта — Цернике<sup>6</sup>.

### 1.2.4. Эффекты кубичной дисперсии

В тех случаях, когда параметр  $k_2 = 0$  (см. раздел 1.6), для учета дисперсионного расплывания импульсов необходимо исходить из более высокого приближения теории дисперсии, т. е. принимать во внимание уже параметр (см. (1.10))

$$k_3 = \frac{1}{2k_0} \left(\frac{\partial^3 k^2}{\partial \omega^3}\right)_{\omega_0} = \left(\frac{\partial^3 k}{\partial \omega^3}\right)_{\omega_0} + \frac{3k_2}{\omega k_0}. \quad (1.25)$$

В третьем приближении теории дисперсии распространение импульсов в общем случае описывается уравнением (в бегущей системе координат):

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} - i \frac{1}{2} k_2 \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} - \frac{1}{6} k_3 \frac{\partial^3}{\partial \eta^3}\right) A(\eta, z) = 0. \quad (1.26)$$

С параметром  $k_3$  можно связать характерную длину расплывания импульса

$$L_\text{д}^{(3)} = 2\tau_0^3 |k_3|^{-1}. \quad (1.27)$$

Изменение формы регулярного импульса на основе (1.26) при  $k_2 = 0$  проанализировано в <sup>16</sup>. Показано, что на длинах  $z \gg L_D^{(3)}$  амплитуда  $A(\eta, z)$  импульса при  $\eta < 0$  осциллирует, а при  $\eta > 0$  убывает экспоненциально.

В рамках третьего приближения в работах <sup>23-25</sup> исследовано распространение регулярных, фазово-модулированных и случайных импульсов.

### 1.3. Деформация световых импульсов при отражении, возникновение фазовой модуляции. Сверхкороткие световые импульсы в резонаторе

Согласно результатам раздела 1.2 распространение световых импульсов в однородной диспергирующей среде на временном языке описывается (1.12), а на спектральном — выражением

$$\tilde{A}(\Omega = \omega - \omega_0, z) = K(\Omega, z) \tilde{A}_0(\Omega), \quad (1.28)$$

где  $\tilde{A}_0(\Omega)$  — фурье-спектр исходного импульса,  $K(\Omega, z)$  — частотная передаточная функция или просто коэффициент передачи. Во втором приближении теории дисперсии

$$K(\Omega, z) = \exp\left(-i \cdot \frac{1}{2} k_2 z \Omega^2\right). \quad (1.29)$$

Рассмотрим специфику отражения сверхкороткого импульса от интерференционного зеркала. Амплитудный коэффициент отражения зеркала имеет вид:

$$K(\Omega = \omega - \omega_0) = r(\Omega) = |r(\Omega)| e^{i\varphi(\Omega)}. \quad (1.30)$$

Считая фазу  $\varphi(\Omega)$  медленно меняющейся функцией, резонансные свойства зеркала будем описывать в виде (ср. с (1.13))

$$\varphi(\Omega) = \varphi_0(\omega_0) + \varphi_0' \Omega + \frac{1}{2} \varphi_0'' \Omega^2, \quad (1.31)$$

$\varphi_0'$  и  $\varphi_0''$  — соответственно первая и вторая производные фазы по частоте при  $\omega = \omega_0$ .

Сравнивая (1.30), (1.31) с коэффициентом передачи диспергирующей среды (1.29) (см. также (1.13)), нетрудно убедиться, что отражение короткого импульса от зеркала с частотно-зависимым комплексным коэффициентом отражения приводит к фазовому сдвигу, групповому запаздыванию и фазовой модуляции импульса. Для фемтосекундных импульсов возникновение ФМ становится весьма существенным <sup>26-29</sup>.

Отражение от многослойного зеркала — один из примеров новых нестационарных линейных задач <sup>181</sup>, ставших актуальными после создания фемтосекундных лазеров. В <sup>30</sup> обращается внимание на интересный эффект, связанный с полным внутренним отражением сверхкоротких импульсов. Особенности прохождения сверхкоротких световых импульсов через интерферометр Фабри — Перо изучены в <sup>31-33</sup>.

### 1.4. Компрессия фазово-модулированных световых импульсов и фокусировка световых пучков

Важным практическим применением деформации короткого светового импульса в диспергирующей среде является сжатие (компрессия) ФМ импульса, кратко обсуждавшаяся выше (см. формулы (1.20), (1.21)). Сейчас компрессия ФМ импульсов стала, пожалуй, одним из наиболее универсальных методов получения фемтосекундных импульсов в видимом, УФ и ИК диапазонах. Поэтому, не ограничиваясь только решениями параболического уравне-

ния, обсудим физику компрессии, уделяя особое внимание аналогии и различиям этого процесса с пространственной фокусировкой световых пучков.

Основные идеи компрессии световых импульсов в оптике были заимствованы из радиолокации<sup>34, 35</sup>. В первых экспериментах по компрессии<sup>36</sup> сравнительно длинные импульсы излучения He—Ne-лазера ( $\tau_0 \approx 0,5$  нс) модулировались по фазе с помощью электрооптического модулятора. ФМ импульсы сжимались диспергирующим устройством<sup>37</sup>.

Обсудим основные этапы компрессии на временном и спектральном языках. Пусть ФМ импульс имеет вид (1.18). Полная фаза импульса  $\Phi(t) = \omega_0 t - (1/2) \alpha_0 t^2$ , а его мгновенная частота

$$\omega(t) = \frac{d\Phi}{dt} = \omega_0 - \alpha_0 t \quad (1.32)$$

— линейная функция времени \*).

Фурье-преобразование ФМ импульса имеет вид:

$$\tilde{A}_0(\Omega) = \left(\frac{\tau_0}{2\pi}\right)^{1/2} \rho_0 \exp\left\{-\frac{(\tau_0 \Omega)^2}{2[1+(\alpha_0 \tau_0^2)^2]} + i\varphi_0(\Omega)\right\}, \quad (1.33a)$$

где фаза

$$\varphi_0(\Omega) = \frac{\alpha_0 \tau_0^4 \Omega^2}{2[1+(\alpha_0 \tau_0^2)^2]}.$$

Фурье-спектр импульса на выходе диспергирующей среды

$$\tilde{A}_K(\Omega = \omega - \omega_0) = \tilde{A}_0(\Omega) e^{i\varphi_K(\Omega)}, \quad \varphi_K(\Omega) = -\frac{1}{2} k_2 z \Omega^2. \quad (1.33b)$$

Наглядные качественные представления о физике компрессии ЧМ *светового импульса* (1.18) можно дать на временном языке<sup>38</sup>. Необходимые результаты получены выше (см. формулы (1.12), (1.20), (1.21)). Чтобы дать их физическую интерпретацию, реальный ЧМ импульс следует представить в виде последовательности импульсов с постоянной частотой, монотонно изменяющейся от импульса к импульсу (это эквивалентно замене линейной зависимости  $\omega(t)$  (1.32) на ступенчатую). Легко видеть, что если, например,  $\alpha_0 > 0$ , условием компрессии будет  $k_2 > 0$ ; в среде с нормальной дисперсией групповой скорости «высшие» частоты, располагающиеся на заднем фронте импульса, догоняют низкие частоты, заполняющие его передний фронт.

Легко найти и длину «фокусировки во времени» (длину компрессии  $L_K$ ). На этой длине время группового запаздывания крайних частот импульса  $\Delta t_3 \approx 2\tau_0$ , т. е.

$$2\tau_0 \approx \Delta t_3 = \left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2}\right) L_K = \left[\left(\frac{\partial k}{\partial \omega}\right)_{\omega_1} - \left(\frac{\partial k}{\partial \omega}\right)_{\omega_2}\right] L_K = k_2 L_K \Delta \omega_0^{\Phi}. \quad (1.34)$$

Поскольку для рассматриваемого случая  $\alpha_0 \tau_0^2 \gg 1$   $\Delta \omega_0^{\Phi} \approx 2\alpha_0 \tau_0$  (см. (1.6)), то  $L_K = (\alpha_0 k_2)^{-1}$ . Минимальная длительность сжатого импульса (см. (1.20))  $\tau_{\min} = 1/\Delta \omega_0^{\Phi} \approx (\alpha_0 \tau_0)^{-1}$ .

Сформулируем требования, аналогичные (1.34) на спектральном языке. Для рассматриваемой нами модели гауссовского ФМ импульса (1.18) ответ очевиден. Прощедший через диспергирующую среду ФМ импульс будет иметь максимальную амплитуду и, следовательно, минимальную длительность при условии, что все его спектральные компоненты точно сфазированы:  $\varphi_0(\Omega) + \varphi_K(\Omega) = 0$  (см. (1.33a), (1.33b)\*\*). Нетрудно убедиться, что из этого соотношения следуют формулы для  $L_K$  (1.21) и  $\tau_{\min}$  (1.20). В приближении

\*) Линейную частотную модуляцию по-английски часто называют «chirp», русский эквивалент «чирп» все чаще встречается в литературе.

\*\*) В общем случае условие фазировки  $\varphi_0(\Omega) + \varphi_K(\Omega) = 0$  гарантирует получение только максимальной амплитуды, поскольку понятие длительности для импульсов сложной формы неоднозначно.

«геометрической оптики» ( $\alpha_0 \tau_0^2 \gg 1$ ) из условия фазировки спектральных компонент импульса для  $L_K$  получаем (1.34).

Для оптимальных условий сжатия коэффициент компрессии импульса

$$s = \frac{\tau_0}{\tau_{\min}} = \frac{\Delta\omega_0^{\Phi}}{\Delta\omega_0} = [1 + (\alpha_0 \tau_0^2)^2]^{1/2}, \quad (1.35)$$

т. е. импульс может быть сжат во столько раз, во сколько его спектр расширен за счет частотной модуляции.

Компрессия ЧМ импульсов имеет много общего с фокусировкой световых пучков. На рис. 3, а показаны форма пучка и волнового фронта в характерных сечениях среды. Форма огибающей и вид ЧМ на характерных этапах

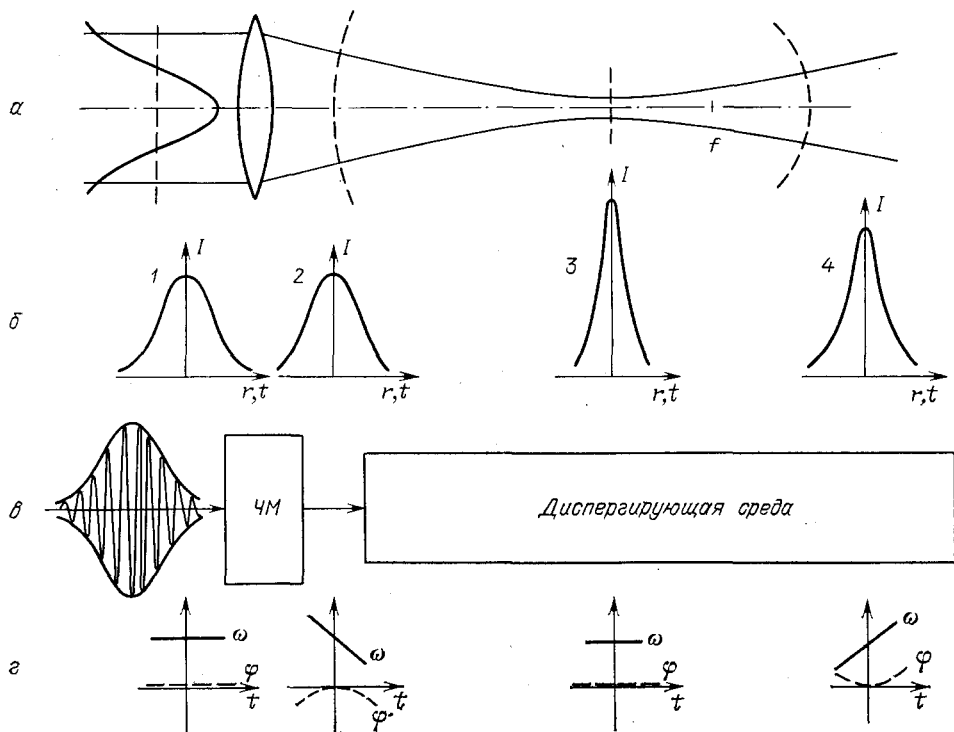


Рис. 3. Управление фазой световых волн в пространстве (а — б) и во времени (б — г). а — Фокусировка пучка линзой; б (для  $r$ ): сплошные кривые — форма пучка перед линзой (1), непосредственно после линзы (2), в области перетяжки (3) и в фокальной плоскости  $f$  линзы (4); штриховые линии — волновой фронт пучка. г — Компрессия ЧМ импульса в среде с нормальной дисперсией. б (для  $t$ ): сплошные кривые — форма огибающей импульса перед частотным модулятором (1), на входе компрессора (2), в области оптимального сжатия (3) и в «фокальной» плоскости (4). г —  $\varphi(t)$  (штриховые линии) и частота  $\omega(t)$  (сплошные) в тех же сечениях среды, что и для а

сжатия импульса изображены на рис. 3, б. Из сравнения обоих процессов следует, что о компрессии импульса можно говорить как о фокусировке во времени, причем роль «временной линзы» выполняет частотный модулятор. Область оптимального сжатия импульса эквивалентна области перетяжки пучка. Фокусным расстоянием «временной линзы» является параметр

$$F = (\alpha_0 k_2)^{-1}. \quad (1.36)$$

#### 1.4.1. Спектрон, форма импульса в дальней зоне

Проанализируем распространение ФМ импульсов в диспергирующей среде для произвольной первоначальной формы огибающей  $\rho_0(t)$ .

На выходе частотно-модулирующего устройства импульс принимает вид

$$A_0(t) = \rho_0(t) e^{-i\alpha_0 t^2/2}. \quad (1.37)$$

Эволюция этого импульса в диспергирующей среде во втором приближении теории дисперсии описывается выражением (1.12). Для данного случая на расстоянии  $z = F = (\alpha_0 k_2)^{-1}$  имеем

$$A(\eta, z) = (i \cdot 2\pi k_2 z)^{-1/2} \tilde{\rho}_0(\alpha_0 \tau_0 \eta) e^{i\alpha_0 \eta^2 / 2}, \quad (1.38)$$

$$\tilde{\rho}_0(\alpha_0 \tau_0 \eta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_0\left(\frac{t}{\tau_0}\right) e^{-i\alpha_0 \eta t} dt. \quad (1.39)$$

Из полученного результата можно сделать следующие выводы об импульсе в «фокальной» плоскости «временной линзы». Форма импульса в точности повторяет форму фурье-спектра первоначального импульса<sup>34,39</sup>. Такие импульсы получили название спектронов<sup>20,40</sup>. Огибающая импульсов оказывается симметричной независимо от формы действительной начальной огибающей  $\rho_0(t)$  (см. рис. 4, б). Оказывается также, что импульс обладает линейной ЧМ, имеющей ту же скорость, что и входная ЧМ, но с противоположным знаком<sup>34, 39</sup>. Если  $\alpha_0 \tau_0^2 > 1$ , импульс будет уже исходного, а при  $\alpha_0 \tau_0^2 < 1$  — шире. Перечисленные свойства импульса аналогичны свойствам светового пучка в фокальной плоскости линзы<sup>12</sup>.

В отсутствии ЧМ ( $\alpha_0 = 0$ ) указанными характеристиками в диспергирующей среде импульс обладает в дальней зоне ( $z \gg L_D$ ). При этом в (1.38) в экспоненте можно пренебречь  $t^2/2k_2 z$ , и выражение (1.38) принимает вид, подобный (1.39).

#### 1.4.2. Преобразование ЧМ импульсов произвольной формы; обращение импульса во времени

Использование частотного модулятора позволяет построить ряд интересных схем преобразования световых импульсов, во многом аналогичных схемам формирования световых пучков и изображений<sup>12,41</sup>.

Рассмотрим в качестве примера преобразование светового импульса системой диспергирующая среда — частотный модулятор — диспергирующая среда<sup>20</sup>. Если выполнено условие

$$\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{1}{F}, \quad (1.40)$$

эквивалентное формуле линзы в геометрооптическом приближении, то

$$A_0(\eta, z_2) = -i \frac{z_1}{z_2} \rho_0\left(-\frac{z_1}{z_2} \eta\right) \exp\left(i\alpha_0 \frac{z_1}{z_2} \eta^2\right), \quad (1.41)$$

где  $z_1$  и  $z_2$  — расстояния, пройденные импульсом до и после модулятора.

Подчеркнем, что форма импульса сохраняется<sup>20</sup>, но импульс обращен во времени по отношению к исходному<sup>42</sup> (см. знак в аргументе  $\rho_0$  и рис. 4, в).

Преобразование световых импульсов в обращенные во времени импульсы дает возможность реализовать операцию свертки световых импульсов в оптике. Изменение последней может быть использовано, например, для восстановления вида огибающей<sup>42</sup>.

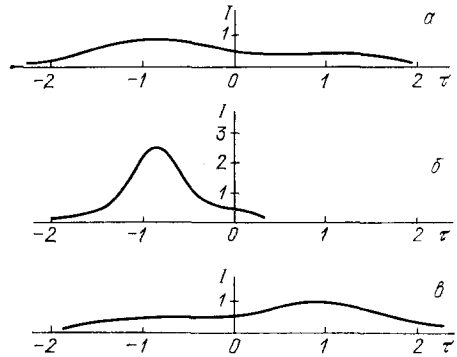


Рис. 4. Преобразование огибающей светового импульса в диспергирующей линейной среде.

а — Первоначальный импульс. б — Спектр (импульс в фокальной плоскости «временной» линзы). в — Обращенный во времени импульс (импульс в оптически сопряженной плоскости «временной» линзы)

### 1.5. Волновые пучки, испытывающие быструю временную модуляцию

Во многих реальных ситуациях приближение плоского волнового пакета не применимо: сказывается взаимное влияние пространственной и временной модуляций. Высокочастотные компоненты импульса дифрагируют медленнее, чем низкочастотные; поэтому даже в недиспергирующей среде при не слишком малых значениях отношения  $\Delta\omega_0/\omega_0$  следует ожидать, как отмечалось в <sup>22</sup>, деформацию светового импульса.

Картина взаимовлияния пространственной и временной модуляций в общем случае довольно сложна. Поэтому ограничимся рассмотрением частного случая  $k_2 = 0$  <sup>43-46</sup>. Для гауссовского пучка (поперечное распределение интенсивности  $U^2(r) = \exp(-2r^2/a_0^2)$ ) и гауссовского импульса (1.4) в дальней зоне пучка  $z \gg L_{\text{диф}} = k_0 a_0^2/2$  длительность импульса изменяется следующим образом <sup>45</sup>:

$$\tau(z) = \left[ 1 + \left( \frac{a_0 r}{v_0 \tau_0 z} \right)^2 \right]^{1/2} \tau_0, \quad (1.42)$$

где  $a_0$  — радиус пучка,  $v_0$  — фазовая скорость.

Согласно (1.42) длительность импульса растет к периферии пучка, оставаясь постоянной на оси. В <sup>45</sup> при учете дифракции обнаружено появление модуляции огибающей импульса для исходного гладкого.

Изменения в импульсах могут возникать, разумеется, и при прохождении световых пучков через различные оптические элементы. В <sup>46</sup> установлено, что при фокусировке сверхкороткого светового импульса зонной пластинкой его форма и длительность в области фокуса изменяются. В <sup>47</sup> на основе пространственного разложения спектра рассмотрены возможности получения подобных укороченных или уширенных импульсов, а также обращенных во времени импульсов.

### 1.6. Волны в одномодовых волоконных световодах. Реализация условий распространения квазиплоских волновых пакетов

В одномодовых волоконных световодах реализуются условия, когда поперечная структура волнового пакета остается практически неизменной на расстояниях  $\sim 10^8$  см как в линейном, так и нелинейном режимах распространения. Типичный волоконный световод представляет собой цилиндр из плавленого кварца, диаметром  $\sim 100$  мкм, помещенный в защитную оболочку. В приосевой области этого цилиндра расположена область с повышенным за счет легирующих добавок показателем преломления — сердцевина. Типичный диаметр сердцевины одномодового световода составляет 5—10 мкм. В процессе распространения волнового пучка по световоду сердцевина выполняет роль распределенной линзы, компенсирующей дифракционное расплывание пучка.

Прогресс, достигнутый в области изготовления волоконных световодов, и их многочисленные применения детально рассмотрены в обзоре <sup>2</sup>. Поэтому здесь мы ограничимся краткими данными, необходимыми для дальнейшего изложения.

Совместное проявление дифракции, линейной рефракции и дисперсии описывается уравнением

$$\left[ \frac{\partial}{\partial z} + i \frac{1}{2k_{0\delta}} \Delta_{\perp} - i \frac{1}{2} k_2 \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + ik_{0\delta} \frac{n_c - n_{0\delta}}{n_{0\delta}} f(r) \right] A(\eta, r, z) = 0, \quad (1.43)$$

где в последнее слагаемое, ответственное за рефракцию, входит показатель преломления оболочки  $n_{об}$ , максимальное значение показателя преломления сердцевинны  $n_c$  и безразмерная функция  $f(r)$ , описывающая распределение показателя преломления в поперечном сечении световода;  $k_{об}$  — волновое число в материале оболочки. Подчеркнем, что уравнение (1.43) адекватно описывает ситуацию в случае слабонаправляющих световодов <sup>48</sup> ( $(n_c - n_{об}) \ll \ll 1$ ) с плавными на масштабе  $\sim \lambda$  изменениями показателя преломления. Более общий случай рассмотрен, например, в работе <sup>2</sup>. На практике величина  $(n_c - n_{об})$  имеет порядок  $10^{-2} - 10^{-3}$ .

Дифракционное распыление светового пучка уравновешивается линейной рефракцией на продольном пространственном масштабе порядка дифракционной длины  $L_{диф} = (1/2) k_0 a_0^2 \sim 10^{-1} - 10^{-2}$  см, в то время как дисперсионные явления в случае пикосекундных импульсов проявляются на расстояниях  $L_d = \tau_0^2 / |k_2| \sim 10^2 - 10^3$  м. Это обстоятельство позволяет разделить пространственные и временные эффекты и искать решение (1.43) в виде

$$A(\eta, r, z) = U(r) \psi(\eta, z) e^{-i\tilde{k}z}, \quad (1.44)$$

где функция  $U(r)$  описывает распределение поля в поперечном сечении световода,  $\psi(\eta, z)$  — комплексная временная амплитуда,  $\tilde{k}$  — добавка к волновому числу  $k_{об}$  ( $0 < \tilde{k} < (k_c - k_{об})$ ). Подстановка (1.44) в (1.43) приводит к двум независимым уравнениям

$$\begin{aligned} \tilde{k}U(r) &= \frac{1}{2k_{об}} \Delta_{\perp} U(r) + k_{об} \frac{n_c - n_{об}}{n_{об}} f(r) U(r), \\ i \frac{\partial \psi}{\partial z} &= -\frac{1}{2} k_2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} \end{aligned} \quad (1.45)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} U(r) &\rightarrow 0 \\ \psi(\eta, 0) &= \psi_0(\eta), \end{aligned} \quad \text{при } r \rightarrow \infty. \quad (1.46)$$

Первое из уравнений (1.45) совместно с граничными условиями приводит к задаче о нахождении собственных значений  $\tilde{k}_{j,m}$  и собственных функций  $U_{j,m}(r)$  — мод волоконного световода. Собственные функции слабонаправляющих световодов представляют собой поляризованные в направлении, перпендикулярном оси моды, обозначаемые в литературе <sup>48</sup>  $LP_{jm}$ . Для ряда практически важных случаев эти распределения можно аппроксимировать гауссовской функцией.

Дисперсионные характеристики волоконных световодов определяются в основном свойствами исходного материала (материальная дисперсия). В экспериментальных исследованиях, как правило, используется дисперсионный параметр  $D$ , определяемый соотношением

$$D = \frac{1}{L} \frac{\partial t_3}{\partial \lambda} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} k_2, \quad (1.47)$$

где  $t_3$  — групповое запаздывание на расстоянии  $L$ . Параметр  $D$  выражают в единицах пс/нм·км. На рис. 5 приведена экспериментальная зависимость  $t_3(\lambda)$  <sup>49</sup> и вычисленные значения  $D(\lambda)$ . Видно, что для кварцевых световодов при  $\lambda_{кр} \approx 1,3$  мкм параметр  $D$  и, следовательно,  $k_2$  обращаются в нуль. В спектральном диапазоне  $\lambda > \lambda_{кр}$  реализуется аномальная дисперсия групповой скорости ( $k_2 < 0$ ), при  $\lambda < \lambda_{кр}$  — нормальная ( $k_2 > 0$ ). Заметим, что в окрестности точки  $\lambda_{кр}$  существенным может оказаться вклад волноводной дисперсии.

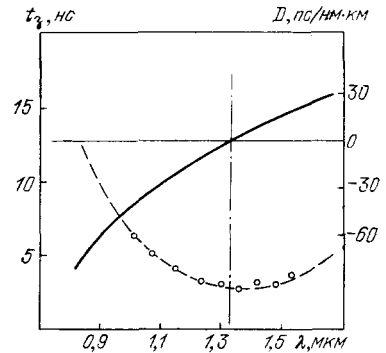


Рис. 5. Характерные зависимости временной задержки светового импульса (штриховая кривая — эксперимент) и дисперсионного параметра (сплошная кривая — расчетная) в окрестности длины волны, соответствующей нулевой дисперсии групповой скорости волоконного световода <sup>49</sup>

## 2. ФИЗИКА САМОВОЗДЕЙСТВИЯ СВЕТОВЫХ ИМПУЛЬСОВ В СРЕДАХ С КУБИЧНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ. ФАЗОВАЯ САМОМОДУЛЯЦИЯ, УДАРНЫЕ ВОЛНЫ ОГИБАЮЩИХ, ДИСПЕРСИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ

### 2.1. Самовоздействие света в среде с кубической нелинейностью

Физические причины появления зависимости показателя преломления от интенсивности весьма разнообразны. Следует назвать ангармонизм электронного и колебательного откликов, электрострикцию, ориентацию молекул в световом поле (эффект Керра), нагрев среды и т. п. Феноменологически все эти факторы можно рассматривать как проявление нелинейного отклика среды, нечетного по электрическому полю:

$$\vec{\mathcal{P}}_{\text{нл}} = \vec{\mathcal{P}}^{(3)} + \vec{\mathcal{P}}^{(5)} + \dots = \hat{\chi}^{(3)} \mathbf{E} \mathbf{E} \mathbf{E} + \hat{\chi}^{(5)} \mathbf{E} \mathbf{E} \mathbf{E} \mathbf{E} \mathbf{E} + \dots \quad (2.1)$$

В соответствии с (2.1) из соотношения  $\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi \vec{\mathcal{P}}$  и возникают нелинейные добавки к показателю преломления  $n$ .

В гармоническом или квазигармоническом световом поле (1.1) для компоненты, описывающей самовоздействие на кубической нелинейности, имеем

$$\mathcal{P}_i^{(3)}(\omega) = \frac{1}{8} \chi_{ijkl}^{(3)}(\omega, \omega, \omega, -\omega) A_j A_k A_l^* \quad (2.2)$$

Тензор четвертого ранга  $\chi_{ijkl}^{(3)}$  имеет отличные от нуля компоненты не только в анизотропных, но и в изотропных средах — этим объясняется универсальность эффектов самовоздействия. Нелинейные добавки к показателю преломления  $\delta n = n_2 |A|^2/2$  уверенно регистрируются методами интерферометрии даже в полях лазеров умеренной мощности (данные по величинам  $n_2$  для различных материалов теперь можно найти в справочниках<sup>50</sup>).

Одним из самых ярких проявлений самовоздействия света в нелинейной среде следует признать пространственную самофокусировку светового пучка<sup>51</sup>, впервые обнаруженную экспериментально в 1965 г.<sup>52</sup>

Физика самофокусировки пучка вида

$$\mathbf{E} = \mathbf{e} \frac{1}{2} A(r) \exp[i(\omega_0 t - k_0 z)] + \text{к.с.} \quad (2.3)$$

проиллюстрирована на рис. 6, на котором качественно показано, как модифицируется фазовый фронт (возникает пространственная фазовая самомодуляция), поперечное распределение интенсивности и угловой спектр пучка  $S(k_x)$  по мере распространения его в нелинейной среде с  $n_2 > 0$  в отсутствие нелинейного поглощения.

На рис. 6 изображена ситуация, когда нелинейная рефракция способна подавить дифракционную расходимость пучка. Как известно (см., например,<sup>1</sup>), это налагает ограничение на полную мощность пучка  $P$ , которая должна превышать критическую величину

$$P_{\text{кр}} = \frac{c\lambda_0^2}{8\pi n_2} \quad (2.4)$$

для гауссовского пучка. При  $P > P_{\text{кр}}$  нелинейная рефракция, обусловленная фазовой самомодуляцией в первых слоях нелинейной среды, обостряет поперечный амплитудный профиль, что, в свою очередь, увеличивает крутизну изменения фазы и т. д. В результате происходит схлопывание пучка на длине, называемой длиной самофокусировки<sup>1</sup>.

Качественная картина начальных этапов самофокусировки была прослежена уже в первых работах, относящихся к 1965—1966 гг.; детальное состояние вопроса на начало 1967 г. изложено в обзоре<sup>1</sup>.

Такую же наглядную интерпретацию можно дать и основным этапам самовоздействия плоского волнового пакета. Здесь много аналогий с кар-



тиной пространственной самофокусировки; есть, однако, и существенные различия. В среде с показателем преломления  $n = n_0 + \tilde{n}_2 I$  полный фазовый набег волны равен

$$kz = \frac{\omega_0}{c} [n_0 + \tilde{n}_2 I(t)] z = k_0 z + k_0 \tilde{n}_2 I(t) z,$$

т. е. возникает зависящая от времени нелинейная добавка к фазе:

$$\varphi(t, z) = -k_0 \tilde{n}_2 I(t) z. \quad (2.5)$$

Временная фазовая самомодуляция приводит, очевидно, к уширению частотного спектра (см. раздел 2.2). Естественно, что как и для пространственной самофокусировки, это должно вызывать изменение профиля интенсивности.

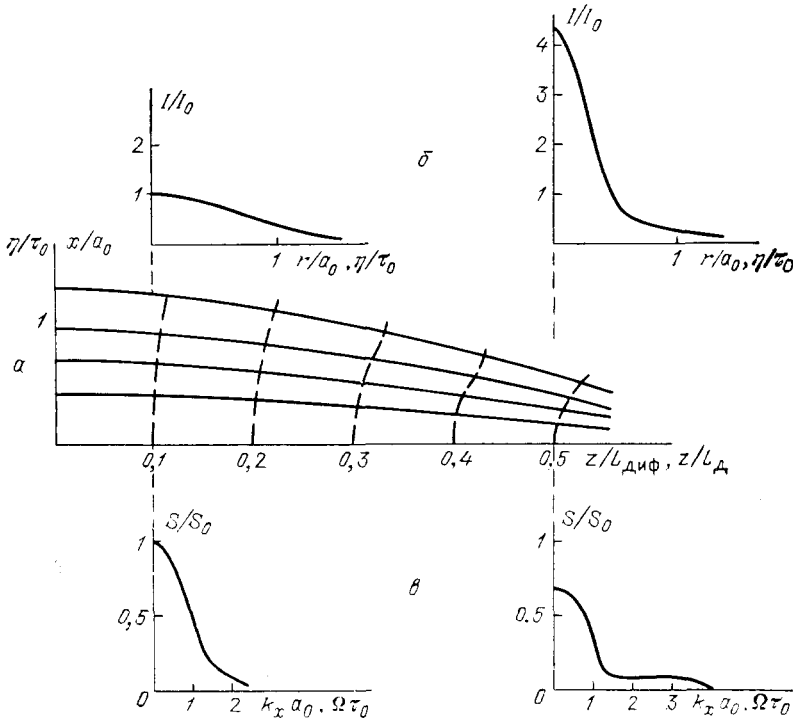


Рис. 6. Самовоздействие коллимированного светового пучка и спектрально ограниченного волнового пакета в среде с кубической нелинейностью ( $n_2 > 0$ ).

При самофокусировке пучка:  $a$  — вид сбоку, лучи (сплошные линии) и фазовые фронты при различных  $z/L_{\text{диф}}$  (штриховые);  $b$  — профиль пучка при различных  $z/L_{\text{диф}}$ , угловой спектр пучка. Эти же картины применимы при самовоздействии волнового пакета ( $k_2 < 0$ ):  $a$  — линии равной интенсивности в плоскости  $\eta, z$  (сплошные), «временные» лучи и фаза самомодуляции при различных значениях  $\xi = z/L_{\text{д}}$  (штриховые);  $b$  — форма импульса при различных значениях  $\xi$ ;  $\epsilon$  — спектр импульса, испытываемого ФСМ

Простые соображения на этот счет можно дать, обращаясь к результатам раздела 1.2. Согласно (2.5) скорость изменения частоты, обусловленная самовоздействием, равна

$$\alpha(t, z) = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -k_0 \tilde{n}_2 \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} z. \quad (2.6)$$

Поведение волнового пакета, как показано в разделе 1.4, определяется законом дисперсии среды. Особый интерес представляет случай  $\alpha k_2 < 0$ , поскольку позволяет указать путь самосжатия световых импульсов. ФСМ вызывает компрессию, что, в свою очередь, увеличивает темп самомодуляции.

В подавляющем большинстве экспериментальных работ, выполненных в конце 60-х начале 70-х годов с мощными импульсными лазерами, эффекты, обусловленные пространственными и временными самовоздействиями, теснейшим образом переплетались, возникало их сильное взаимовлияние. Естественно, что в этих условиях картина самовоздействия существенно усложняется<sup>53-57, 60</sup>.

В середине 70-х годов появились возможности экспериментального наблюдения пространственной самофокусировки и временных самовоздействий по отдельности. В<sup>58</sup> описан эффектный опыт по самофокусировке излучения перестраиваемого лазера непрерывного действия в атомных парах. Возможности наблюдения чисто временных самовоздействий открылись перед нелинейной оптикой после создания одномодовых волоконных световодов с малыми потерями.

## 2.2. Фазовая самомодуляция в среде с безынерционной нелинейностью

Мы начнем с рассмотрения простейшей задачи о распространении плоского волнового пакета в нелинейной изотропной среде с кубичной нелинейностью:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{P}^{(3)}}{\partial t^2}, \quad (2.7)$$

где нелинейная поляризация

$$\mathcal{P}^{(3)}(t, z) = \frac{3}{8} \chi^{(3)} |A|^2 \exp [i(\omega_0 t - k_0 z)]. \quad (2.8)$$

Решение (2.7) для волнового пакета, как и в случае линейной среды, ищем в виде (1.4). Тогда во втором приближении теории дисперсии изменение комплексной амплитуды в нелинейной среде описывается уравнением (в бегущих координатах  $\eta, z$ ; ср. с (1.11))

$$\frac{\partial A}{\partial z} - i \cdot \frac{1}{2} k_2 \frac{\partial^2 A}{\partial \eta^2} + i\beta_1 |A|^2 A = 0, \quad (2.9)$$

где

$$\beta_1 = \frac{3\pi\chi^{(3)}k_0}{2\epsilon_0} = \frac{k_0 n_2}{2n_0}. \quad (2.10)$$

Уравнение (2.9) является приближенным и в отношении учета нелинейности среды; предполагаем, что члены с производными по времени от медленной части нелинейной поляризации имеет более высокий порядок малости. Следует подчеркнуть, однако, что ниже мы рассмотрим два примера, когда учет этих членов оказывается принципиальным. С ними связано появление ударных волн огибающей (см. раздел 2.4), особенности компрессии мощных фемтосекундных световых импульсов в оптических волноводах (см. раздел 3.5).

В первом приближении теории дисперсии ( $k_2 = 0$ ) решение уравнения (2.9) принимает вид

$$A(\eta, z) = A_0(\eta) e^{-i\beta_1 |A_0|^2 z}, \quad (2.11)$$

или для действительной амплитуды  $\rho(\eta, z)$  и фазы  $\varphi(\eta, z)$

$$\rho(\eta, z) = \rho_0(\eta), \quad \varphi(\eta, z) = -\tilde{\beta}_1 J_0(\eta) z, \quad (2.12)$$

где считаем  $\varphi_0(\eta) = 0$ ,  $\tilde{\beta}_1 = k_0 n_2 / n_0$ ,  $I_0 = (cn_0 / 8\pi) |A_0|^2$ .

Из (2.12) видно, что огибающая импульса распространяется с групповой скоростью  $u$  ( $\rho(\eta, z) = \rho_0(t - (z/u))$ ) и остается неизменной. Напротив, фаза импульса изменяется пропорционально пройденному расстоянию —

возникает фазовая самомодуляция. Изменение частоты импульса за счет самовоздействия

$$\delta\omega(t) = \frac{\partial\varphi}{\partial t} = -\tilde{\beta}_1 \frac{\partial I_0(\eta)}{\partial \eta} z. \quad (2.13)$$

Рассмотрим связанное с ФСМ изменение спектра гауссовского импульса. Введем максимальный фазовый сдвиг

$$\varphi_{\max} = \max_t |\varphi| = \tilde{\beta}_1 I_0(0) z \quad (2.14)$$

и нелинейную длину ФСМ — расстояние, на котором  $\varphi_{\max} = 1$ ,

$$L_\Phi = (\tilde{\beta}_1 I_0)^{-1}. \quad (2.15)$$

С ростом  $\varphi_{\max}$  диапазон изменения частоты  $\delta\omega(t)$  (2.13) увеличивается.

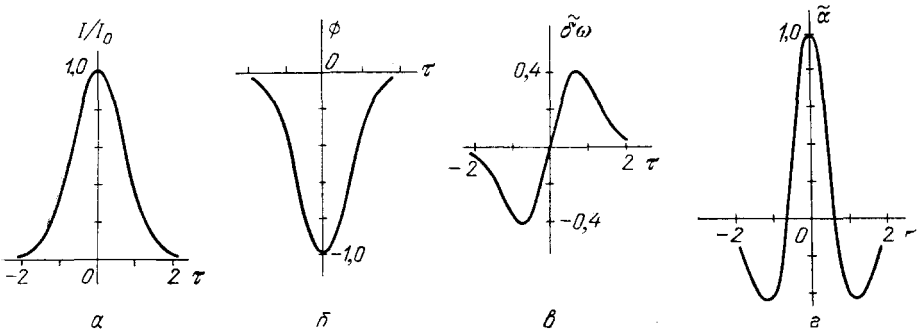


Рис. 7. Форма гауссовского импульса (а), приведенные фаза  $\varphi = \varphi/\varphi_{\max}$  (б), девиация частоты  $\tilde{\delta}\omega(t) = \delta\omega(t)/\delta\omega(0)$  (в) и скорость изменения частоты  $\tilde{\alpha}(t, z) = \alpha(t, z)/\alpha(0, z)$  (г) в зависимости от времени  $\tau = \eta/\tau_0$ .

$$\delta\omega(0) = 2\varphi_{\max}/\tau_0, \quad \alpha(0, z) = 2\varphi_{\max}/\tau_0^2; \quad \tau_0 \text{ — длительность импульса}$$

Графики рис. 7 показывают временной ход частоты  $\delta\omega(t)$  и скорости ее изменения.

Максимальное смещение частоты  $\delta\omega(t)$  для гауссовского импульса равно

$$\delta\omega_{\max} = \left(\frac{2}{e}\right)^{1/2} \frac{\varphi_{\max}}{\tau_0} = 0,43 \varphi_{\max} \Delta\omega_0, \quad (2.16)$$

где  $\Delta\omega_0$  определяется (1.5).

На рис. 8, а представлены формы уширенного спектра гауссовского импульса при различных значениях фазы  $\varphi_{\max}$ . Видно, что с ростом значения  $\varphi_{\max}$  в спектре импульса появляется модуляция. Особенности нелинейного уширения спектра при  $\varphi_{\max} \gg 1$  впервые были выявлены Шимицу<sup>61</sup>. Основная энергия импульса сосредоточена в полосе частот

$$\Delta\omega' = 0,86 \varphi_{\max} \Delta\omega_0. \quad (2.17)$$

Обзор работ, выполненных на раннем этапе исследований по уширению спектра при самовоздействии пикосекундных световых импульсов, можно найти в<sup>55</sup>. Отметим, что корректная интерпретация экспериментальных данных была сильно затруднена конкурирующими нелинейными явлениями, прежде всего самофокусировкой.

Впервые ФСМ сверхкоротких импульсов в отсутствии самофокусировки реализовали авторы<sup>62</sup> в капиллярном волоконном световоде, заполненном  $\text{CS}_2$ . Наиболее «чистые» экспериментальные данные по самовоздействию импульсов с точки зрения сопоставления их с изложенной теорией ФСМ были получены в<sup>59</sup>. Авторы исследовали зависимость формы спектра на выходе

волоконного световода от входной энергии импульса (рис. 8, б) и получили хорошее согласие с теорией (2.16).

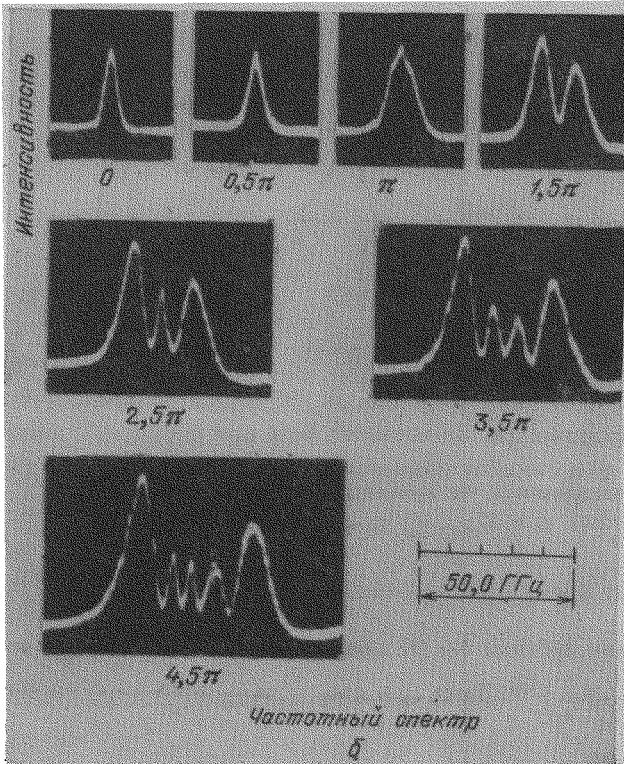
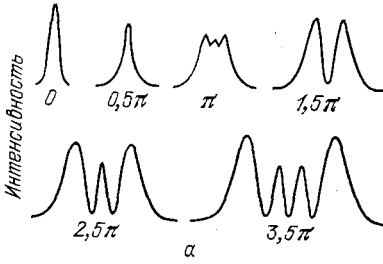


Рис. 8. Спектр гауссовского импульса при различных максимальных значениях  $\Phi_{\max}$ <sup>69</sup>.  
а — Теория. б — Эксперимент

Если отвлечься от тонкой структуры уширенного спектра, то для интегральной его характеристики — среднеквадратичной ширины можно получить выражение<sup>63</sup> (ср. с (2.17))

$$\langle (\Delta\omega)^2 \rangle = [1 + (0,88\Phi_{\max})^2]^{1/2} \Delta\omega_0. \quad (2.18)$$

Заметим, что изложенные результаты относятся к ФСМ симметричных импульсов. Нетрудно убедиться, что асимметрия огибающей импульса приводит и к асимметрии спектра.

### 2.3. Фазовая самомодуляция в среде с релаксирующей нелинейностью

Приближение безынерционной нелинейности, на котором базируется материал предыдущего раздела, очевидно, справедливо, если длительность импульса на входе в нелинейную среду  $\tau_0$  намного превышает время релаксации нелинейности  $\tau_p$ ,  $\tau_0 \gg \tau_p$ . Такая ситуация в волоконных световодах

сохраняется вплоть до  $\tau_0 \sim 10^{-13}$  с ( $\tau_p < 10^{-14}$  с). Напротив, если используется высокочастотный эффект Керра в жидкостях  $\tau_p \sim 10^{-12}$  с, учет конечной скорости нелинейного отклика становится существенным уже в пикосекундном диапазоне длительностей.

При учете конечности времени релаксации необходимо исходить из нестационарного уравнения для нелинейной добавки  $\delta n$  к показателю преломления среды (см., например, <sup>1</sup>):

$$\tau_D \frac{\partial \delta n}{\partial t} + \delta n = \frac{1}{2} n_2 \rho^2(t, z). \quad (2.19)$$

В соответствии с (2.19) изменение частоты  $\delta \omega = \partial \varphi / \partial \eta$ , где  $\varphi(\eta, z) = -k_0 z \delta n$ , определяется выражением ( $\tau_0 \ll \tau_p$ )

$$\delta \omega(\eta) = \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} = -\frac{\omega_0 n_2 z}{2c \tau_p} \rho_0^2(\eta). \quad (2.20)$$

Видно, что смещение частоты по всему импульсу отрицательно ( $n_2 > 0$ ). А это означает, что в предельном случае «очень медленной нелинейности» спектр импульса уширяется в низко-частотную, стоксову область.

Для гауссовского импульса максимальное изменение частоты дается соотношением

$$\delta \omega_{\max} = -\frac{\omega_0 n_2 \rho_0^2 z}{2c \tau_p}. \quad (2.21)$$

Оно обратно пропорционально времени релаксации  $\tau_p$ .

Вид уширенного спектра гауссовского импульса для конечного значения  $\tau_p$  изображен на рис. 9, спектральное распределение существенно несимметрично относительно частоты исходного импульса.

Картина временной ФСМ импульса неизменной формы, на которой базируются изложенные выше представления, соответствует реальной ситуации, разумеется, лишь на первых этапах процесса самовоздействия. Форма импульса, испытывающего ФСМ, считалась неизменной.

Каково поведение уширенного спектра, огибающей и фазы при одновременном наличии ФСМ и дисперсии групповой скорости? Эта проблема обсуждается в разделе 2.5 и разделах 3 и 4.

#### 2.4. Ударные волны огибающей

В этом разделе мы рассмотрим ситуацию, когда существенное нелинейное искажение формы огибающей возможно и в отсутствии дисперсии. Речь идет о так называемых ударных волнах огибающей, возникающих при распространении достаточно мощных коротких импульсов в нелинейной среде.

Для теоретического описания эффекта следует учесть высшие приближения в выражении для нелинейного источника в волновом уравнении (2.7). До сих пор (см. (2.9)) мы полагали

$$\ddot{\mathcal{F}}^{(3)} = \frac{\partial^2 \mathcal{F}^{(3)}}{\partial t^2} = -\omega_0^2 \mathcal{F}^{(3)} = -\frac{3}{8} \omega_0^2 \chi^{(3)} |A|^2 A \exp[i(\omega_0 t - k_0 z)]. \quad (2.22)$$

Если скорость изменения огибающей и нелинейность достаточно велики, то вместо (2.22) следует записать ряд

$$\ddot{\mathcal{F}}^{(3)} = -\frac{3}{8} \omega_0^2 \chi^{(3)} \left( |A|^2 A - i \frac{2}{\omega_0} \frac{\partial |A|^2 A}{\partial t} - \frac{1}{\omega_0^2} \frac{\partial^2 |A|^2 A}{\partial t^2} \right) \exp[i(\omega_0 t - k_0 z)]. \quad (2.23)$$

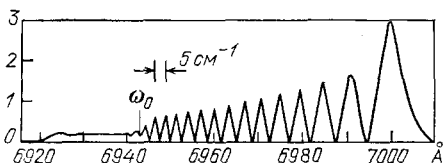


Рис. 9. Вид уширенного спектра для гауссовского импульса с  $\tau_0 = 2,7$  пс и временем релаксации нелинейности 9 пс для  $\Phi_{\max} = 265$  <sup>64</sup>

Параметром малости в разложении (2.23) является отношение оптического периода к длительности импульса  $\mu = T/\tau_0$ . Тогда в первом приближении по  $\mu$  и теории дисперсии вместо (2.9) получим

$$\frac{\partial A}{\partial z} + i\beta_1 |A|^2 A + \beta_2 \frac{\partial |A|^2 A}{\partial \eta} = 0, \quad (2.24)$$

где  $\beta_2 = n_2/c$ .

Что дает наличие дополнительного слагаемого в (2.24)? Оно приводит, в частности, к зависимости групповой скорости от интенсивности распространяющегося импульса. На это обстоятельство впервые обратил внимание Островский<sup>65</sup>.

Нелинейная добавка к групповой скорости для среды с  $n_2 > 0$  ( $n_2 < 0$ ) приводит к укрупнению заднего (переднего) фронта импульса при распространении. Это явление в отсутствие дисперсии групповой скорости исследовалось в работах<sup>66-68</sup>, а при наличии дисперсии групповой скорости и релаксации нелинейности — в<sup>69-71</sup>.

Обратимся к конкретному анализу. Переходя к огибающей и фазе, из (2.24) получаем систему

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} + 3\beta_2 \rho^2 \frac{\partial \rho}{\partial \eta} = 0, \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} + \beta_2 \rho^2 \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} = -\beta_1 \rho^2. \quad (2.26)$$

Уравнение (2.25) представляет собой уравнение простой волны (ср., например, <sup>72</sup>).

В теории волн в слабо диспергирующих нелинейных средах (нелинейные линии передачи, нелинейная акустика), основанной на методе медленно меняющегося профиля, развитого Р. В. Хохловым (см. <sup>73</sup>), уравнение типа (2.25) получается для самого поля. Эта аналогия позволяет ряд результатов для простых волн, например из области нелинейной акустики<sup>74</sup>, перенести на простые волны огибающей.

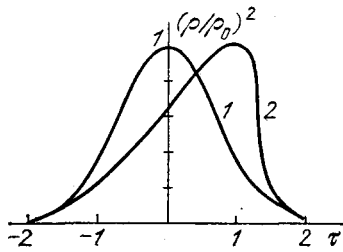


Рис. 10. Форма гауссовского импульса (1) в нелинейной среде (2) при  $3\beta_2 \rho_0^2 \tau_0^{-1} z = 1$ <sup>71</sup>

#### 2.4.1. Деформация огибающей

Решение (2.25) имеет неявный вид

$$\rho(\eta, z) = \rho_0(\eta - 3\beta_2 z \rho^2(\eta, z)). \quad (2.27)$$

Проанализируем (2.27) для гауссовского импульса, для которого

$$\rho^2(\eta, z) = \rho_0^2 \exp[-(\eta - 3\beta_2 z \rho^2) \tau_0^{-2}]. \quad (2.28)$$

Изменение формы импульса при распространении иллюстрирует рис. 10. Видно, что импульс деформируется: передний фронт становится более пологим, а задний, напротив, — более крутым. Происходит «самоукрупнение» фронта \*) (в английской литературе принят термин «self-steeping»).

Укрупнение заднего фронта импульса в конечном итоге приводит к образованию разрыва, для которого  $\partial \rho / \partial \eta = \infty$  — формируется ударная волна огибающей. Это происходит на расстоянии<sup>71</sup>

$$z = L_p = \left(\frac{e}{2}\right)^{1/2} \frac{\tau_0}{3\beta_2 \rho_0^2} \approx 7v_0 \tau_0 \left(\frac{\delta n_{\max}}{n_0}\right)^{-1}, \quad (2.29)$$

которое называют расстоянием образования разрыва ( $v_0 = c/n_0$ ,  $\delta n_{\max} = (1/2) n_2 \rho_0^2$ ). Заметим, что  $L_p$  приблизительно соответствует расстоянию, на

\*) Заметим, что в двухуровневой среде возможно увеличение крутизны переднего фронта импульса за счет преимущественного его усиления<sup>80-81</sup>.

котором максимум импульса смещается на его полуширину. Наличие затухания  $\delta_0$ , характеризуемого длиной  $L_\delta = (2\delta_0)^{-1}$ , «затягивает» образование ударной волны; при  $L_\delta < L_p$  ударная волна не образуется.

Первые попытки экспериментального наблюдения ударных волн огибающих в оптике были сделаны в конце 60-х годов (см. обзор <sup>55</sup>); к сожалению, однозначная интерпретация экспериментальных данных затруднительна из-за существенного вклада пространственной самофокусировки.

Гришковский и др. <sup>75</sup> непосредственно наблюдали искажение формы 10 нс импульса лазера на красителе в парах Rb, обусловленное формированием ударной волны огибающей.

Для пико- и субпикосекундных импульсов прямые наблюдения формы пока невозможны; информацию о характере самовоздействия можно получить из вида спектра. Нетрудно убедиться, что вид спектрального уширения в условиях проявления описываемой уравнениями (2.25), (2.26) нелинейной добавки к групповой скорости отличается от такового в условиях безынерционной ФСМ, соответствующей  $\beta_2 = 0$ . Проиллюстрируем сказанное приближенным расчетом, выполненным для неизменной формы импульса ( $z \ll L_p$ , см. также <sup>76</sup>).

#### 2.4.2. Уширение спектра

Запишем огибающую в виде  $\rho^2(\eta, z) = \rho_0^2 \operatorname{sech}(\eta/\tau_0)$ ; тогда в соответствии с (2.26) относительное изменение частоты \*

$$\frac{\delta\omega}{\omega_0} = \frac{1}{2} \{ [1 + (Q^2 - 2Q \operatorname{sh} \tau) \operatorname{ch}^{-2} \tau]^{-1/2} - 1 \}, \quad (2.30)$$

где  $Q = (n_2/c\tau_0) \rho_0^2 z$ ,  $\tau = \eta/\tau_0$ . Максимальные смещения частоты в стоксову  $\delta\omega_{\max}^c$  и антистоксову  $\delta\omega_{\max}^a$  области определяется соотношением ( $Q > 0$ )

$$\frac{\delta\omega_{\max}^{c,a}}{\omega_0} = \frac{1}{4} \left[ (Q^2 + 4)^{1/2} \mp Q \right] - \frac{1}{2}. \quad (2.31)$$

При  $Q \ll 1$  из (2.31) следует результат  $\delta\omega_{\max}^{c,a} = \mp Q\omega_0/4$ , совпадающий с таковым из теории фазовой самомодуляции предыдущего раздела — уширения спектра симметричны относительно частоты  $\omega_0$ .

В случае  $Q \gg 1$  максимальное уширение в стоксову область  $\delta\omega_{\max}^c \approx \approx (Q^{-1} - 1)\omega_0/2$ , а в антистоксову —  $\delta\omega_{\max}^a \approx Q\omega_0/2$ . Следовательно, при  $Q \gg 1$  спектральное распределение импульса становится сильно асимметричным, эта асимметрия и связана с наличием слагаемого  $\beta_2 \rho^2 \partial \varphi / \partial \eta$  в уравнении (2.26). Авторы <sup>76</sup> с помощью изложенной теории интерпретировали данные экспериментов, выполненных Форком и др. <sup>77</sup>. В <sup>77</sup> при использовании 80 фс импульсов, излучаемых на длине волны 627 нм и интенсивности  $I_0 \approx 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>, наблюдали уширение спектра в стоксову  $\delta\omega_{\max}^c/\omega_0 = -0,6$  и антистоксову  $\delta\omega_{\max}^a/\omega_0 = 2,3$  области; практически генерировался световой континуум. Заметим, что уширения спектра, аналогичные рассмотренным здесь, в <sup>79</sup> получены на основе анализа уравнения (2.7). В <sup>78</sup> картина формирования ударных волн огибающих привлекается для интерпретации уширений спектра импульсов в капиллярных световодах.

Помимо ударных волн огибающей, к сверхуширению спектра пикосекундных импульсов (генерации светового континуума <sup>89, 90, 94</sup>) может приводить лавинная ионизация среды <sup>91</sup>, четырехфотонные параметрические процессы <sup>92, 93</sup>, движение фокусов при пространственной самофокусировке <sup>54, 55, 57</sup> и т. д.

\*) Выражение (2.30) отличается от соответствующих формул работы <sup>76</sup> в 2 раза. Это различие, по нашему мнению, связано с тем, что в <sup>76</sup> учитывается лишь зависимость групповой скорости от интенсивности.

## 2.5. Совместное действие нелинейности и дисперсии среды

Самовоздействие световых импульсов в нелинейной среде, сопровождаемое уширением спектра, может привести, как уже отмечалось, к необходимости учета дисперсии среды во втором и более высоком приближении теории дисперсии. В настоящее время эта наиболее реальная и часто встречающаяся на опыте ситуация в связи с генерацией световых импульсов длительностью  $\sim 10^{-13}$ — $10^{-14}$  с.

Рассмотрим самовоздействие импульса в диспергирующей среде на основе уравнения (2.9)\*. В среде с  $n_2 > 0$  ( $\beta_1 > 0$ ) девиация частоты импульса, определяемая (2.13), изменяется, как показано на рис. 7. С другой стороны, с дисперсионным параметром  $k_2 \neq 0$  связано относительное запаздывание различных спектральных компонент ФМ импульса. Если  $k_2 > 0$ , первоначальный спектрально-ограниченный импульс расплывается быстрее, чем в линейной среде. Если  $k_2 < 0$ , то в нелинейной среде происходит самосжатие импульса\*\*) (см. рис. 4, б). Эти процессы аналогичны самодефокусировке ( $k_2 > 0$ ) и самофокусировке ( $k_2 < 0$ ) двумерного пучка.

Характерная нелинейная длина

$$L_{\text{нл}} = \tau_0 (|k_2| k_0 \tilde{n}_2 I_0 n_0^{-1})^{-1/2} \quad (2.32)$$

является временным аналогом соответственно длины самодефокусировки или самофокусировки пучков.

Особый интерес представляет режим самосжатия. При условии  $L_{\text{д}} = L_{\text{нл}}$  дисперсионное расплывание импульса точно компенсируется сжатием. В результате импульс сохраняет свою форму — образуется солитон<sup>84,83</sup>. Стационарную форму импульса можно найти, полагая в (2.9)  $A = A_c(\eta) e^{i\Gamma z}$ . Для амплитуды  $A_c(\eta)$  получим

$$\frac{1}{2} k_2 \ddot{A}_c + \Gamma A_c - \beta_1 A_c^3 = 0.$$

Это уравнение преобразуется к виду

$$\frac{1}{2} k_2 (\dot{A}_c)^2 + \Gamma A_c^2 - \frac{1}{2} \beta_1 A_c^4 = 0. \quad (2.33)$$

В случае  $\beta_1 > 0$  и  $k_2 < 0$  (2.33) имеем решение

$$A_c(\eta) = A_{c0} \operatorname{sech} \frac{\eta}{\tau_c}, \quad (2.34)$$

где длительность солитона  $\tau_c$  и его амплитуда  $A_{c0}$  удовлетворяют соотношению

$$2\Gamma = |k_2|/\tau_c^2 = \beta_1 A_{c0}^2. \quad (2.35)$$

Плотность энергии солитона (Дж/см<sup>2</sup>)

$$W_{\text{кр}} = \frac{2|k_2|}{\tilde{\beta}_1 \tau_c} = \frac{2n_0|k_2|}{\tilde{n}_2 k_0 \tau_c} \quad (2.36)$$

обратно пропорциональна длительности.

На начальном этапе импульс с плотностью энергии  $W > W_{\text{кр}}$  сжимается, а с  $W < W_{\text{кр}}$  расплывается (см. рис. 11). Вместе с тем необходимо подчеркнуть, что солитон является устойчивым образованием по отношению к малым возмущениям (см. раздел 4). В этом заключается радикальное отличие процесса самосжатия импульса от самофокусировки трехмерных пучков,

\*) Уравнение (2.9) часто называют нелинейным уравнением Шрёдингера.

\*\*) Заметим, что в<sup>82</sup> была показана возможность самосжатия коротких световых импульсов в парах щелочных металлов.



неустойчивость которых впервые была отмечена Р. В. Хохловым (см. <sup>85</sup>, с. 520). Детально вопрос об устойчивости плоской волны в кубичной среде рассмотрен в <sup>86</sup>, а плоской волны, модулированной в пространстве и во времени — в работах <sup>18,87</sup>. Эволюция временных возмущений плоской волны проанализирована в <sup>88</sup>.

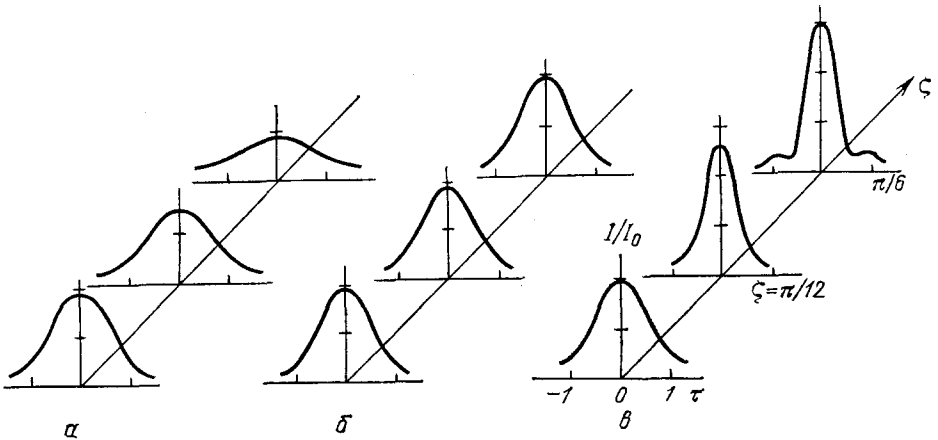


Рис. 11. Изменение формы импульса с расстоянием при плотности энергии  $W < W_{кр}$  (а),  $W = W_{кр}$  (б) — солитонный режим и  $W > W_{кр}$  (в)

Рассмотренный здесь односолитонный режим распространения импульсов вида (2.34) является частным решением (2.9). Другие солитонные режимы обсуждаются в разделе 4.

### 3. БЫСТРОЕ УПРАВЛЕНИЕ ФАЗОЙ, КОМПРЕССИЯ И ФОРМИРОВАНИЕ СВЕТОВЫХ ИМПУЛЬСОВ

В этом разделе мы сосредоточимся на одном из наиболее важных приложений эффектов временного самовоздействия — физике и технике получения фемтосекундных импульсов. Как было показано в разделе 1, для осуществления эффективной компрессии спектрально-ограниченного импульса

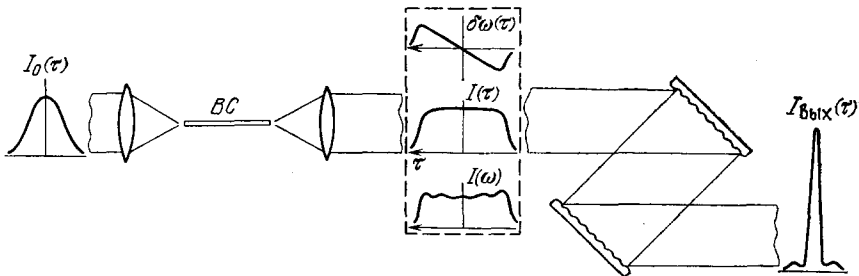


Рис. 12. Практическая схема компрессии световых импульсов, в которой используется фазовая самомодуляция в волоконном световоде

необходимо промодулировать его частоту по линейному закону. Ясно, что если речь идет о получении импульсов с длительностью, сравнимой с периодом оптических колебаний, то диапазон сканирования частоты должен быть сравним с несущей частотой. Единственным на сегодняшний день реальным способом создания необходимой частотной модуляции является фазовая самомодуляция в среде с практически безынерционной нелинейностью (электронный эффект Керра).

Безынерционность нелинейного отклика, как правило, связана с малостью нелинейной добавки к показателю преломления ( $n_2 \approx 10^{-13}$  CGSE), поэтому необходимы большие длины взаимодействия. Оптимальными средами для создания фазовой самомодуляции оказались волоконные световоды (рис. 12). С краткого обсуждения их нелинейных характеристик начинается данный раздел. Далее речь пойдет о теории оптической компрессии, причем основное внимание уделяется наиболее актуальным вопросам: повышению энергетической эффективности, улучшению качества сжатых импульсов, обобщению теории оптимальной компрессии на случайно-модулированные импульсы, обсуждению возможностей адаптивного управления огибающей и спектром фемтосекундных импульсов.

Раздел завершается обзором экспериментальных достижений по сжатию оптических импульсов и обсуждением перспектив генерации сверхкоротких импульсов в ИК и УФ диапазоне.

### 3.1. М а т е р и а л ы д л я н е л и н е й н о - о п т и ч е с к и х ф а з о в ы х м о д у л я т о р о в .

#### Н е л и н е й н ы е с в о й с т в а в о л о к о н н ы х с в е т о в о д о в

Идея об использовании оптической нелинейности для создания фазового модулятора — «временной линзы» — была высказана и реализована в конце 60-х годов <sup>95</sup>. Естественно, что в то время в качестве нелинейных материалов использовались жидкости с анизотропно поляризующимися молекулами, которые обладают сравнительно большой нелинейностью показателя преломления ( $n_2 \sim 10^{-11}$ ) и временем релаксации порядка нескольких пикосекунд.

Фазовая самомодуляция в жидкостях с  $n_2 > 0$  приводит к возникновению положительного частотного свипирования импульса в тех его частях, где кривизна огибающей положительна. Для сжатия таких импульсов, как следует из раздела 1.4, необходимы среды с аномальной дисперсией групповой скорости. В качестве таких сред использовались ячейки с парами щелочных металлов <sup>96</sup>, устройства, состоящие из пары дифракционных решеток <sup>97</sup> и некоторые типы интерферометров <sup>98</sup>. В экспериментах были реализованы коэффициенты сжатия  $\sim 10$  (от 20 пс до 2 пс <sup>98</sup> и от 100 пс до 7 пс <sup>99</sup>). Недостатки схем компрессии, в которых используются неограниченные среды, связаны с неоднородностью частотного свипирования в поперечном сечении пучка и с тесной взаимосвязью пространственных и временных эффектов самовоздействия, приводящих к нестабильности параметров сжатых импульсов.

Радикальное изменение ситуации стало возможным благодаря использованию одномодовых волоконных световодов в качестве нелинейных фазовых модуляторов. Величина нелинейной добавки к показателю преломления в кварцевых стеклах мала ( $n_2 \sim 10^{-13}$  CGSE), однако малость  $n_2$  с избытком компенсируется возможностью поддержания устойчивого поперечного профиля светового пучка (диаметр 5—10 мкм) на расстояниях порядка характерной длины поглощения  $\delta_0^{-1}$  (в оптическом диапазоне  $\delta_0^{-1} \sim 10^4 - 10^5$  см). Кроме того, следует отметить практическую безынерционность нелинейного отклика, высокую лучевую прочность и стабильность геометрии.

Величина нелинейной добавки к показателю преломления  $\delta n = \tilde{n}_2 I$ ,  $\tilde{n}_2 \approx 3,2 \cdot 10^{-16}$  см<sup>2</sup>/Вт, в кварцевых световодах становится сравнимой с разностью показателей преломления ( $n_c - n_{об}$ ) лишь при интенсивности  $I \sim \sim 10^{12}$  Вт/см<sup>2</sup>. Если же работать в интервале интенсивностей  $10^6 - 10^9$  Вт/см<sup>2</sup>, то вполне адекватной оказывается модель самовоздействия, основанная на предположении о неизменности модовой структуры излучения в световоде \*).

\*) Вопросы совместного анализа пространственно-временных эффектов обсуждаются в работах <sup>100-102</sup>.

Из сохранения модовой структуры излучения в световоде однозначно следует еще одно важное преимущество — высокая степень однородности частотной модуляции в поперечном сечении пучка. Реальные ограничения на диапазон сканирования частоты в волоконно-оптическом фазовом модуляторе связаны, прежде всего, с конкурирующими нелинейными процессами<sup>103,146</sup>.

### 3.2. Бездисперсионная и дисперсионная фазовая самомодуляция в волоконных световодах

Фазовая самомодуляция реального лазерного импульса даже в среде с безынерционной нелинейностью (см. раздел 2.2) приводит к сложному закону изменения фазы со временем (см. рис. 7). Другими словами, «временная линза», основанная на ФСМ, обладает, вообще говоря, сильными aberrациями. Нетрудно убедиться, однако, что дисперсия второго порядка способна в значительной мере исправить положение<sup>104</sup>. В этом подразделе мы проанализируем влияние дисперсии на ФСМ, ограничиваясь областью нормальной дисперсии ( $\lambda < \lambda_{кр}$ ,  $k_2 > 0$ ).

Уравнение второго порядка для временной комплексной амплитуды (1.44) в соответствии с (2.9) имеет вид:

$$i \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} = - \text{sign } k_2 \cdot \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \tau^2} + R |\psi|^2 \psi - i \delta \psi; \quad (3.1)$$

здесь  $\tau = \eta/\tau_0$  — нормированное «бегущее» время, расстояние  $\zeta$  выражено в дисперсионных длинах  $\zeta = z/L_D$ , параметр  $\delta = L_D \delta_0$  характеризует поглощение на дисперсионной длине.

Характеристикой нелинейности является параметр  $R = L_D/L_\phi$ , где  $L_\phi$  — длина фазовой самомодуляции  $L_\phi = (\beta_1 I_{\text{эф}})^{-1}$  (см. (2.15)). В отличие от случая неограниченной среды, эта длина определяется эффективным значением интенсивности излучения в световоде

$$I_{\text{эф}} = I_0 \frac{\langle U^2 \rangle}{\langle U^4 \rangle}, \quad (3.2)$$

где

$$\langle U^n \rangle = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\infty U^n(r) r dr,$$

а  $I_0$  — максимальное значение интенсивности. В практических расчетах удобнее использовать выражение

$$I_{\text{эф}} = \frac{P_0}{S_{\text{эф}}}, \quad (3.3)$$

где  $P_0$  — пиковое значение мощности импульса,  $S_{\text{эф}} = \langle U^2 \rangle^2 / \langle U^4 \rangle$  — эффективная площадь моды, которая несущественно отличается от площади сердцевины световода \*).

Типичная картина трансформации огибающей, спектра и частотной модуляции гауссовского импульса, полученная в результате численного решения (3.1), представлена на рис. 13.

Динамика процесса самовоздействия временной огибающей определяется соотношениями характерных длин фазовой самомодуляции  $L_\phi$ , дисперсии  $L_D$  и самовоздействия  $L_{\text{нл}}$ . Для экспериментов по сжатию спектрально-ограниченных импульсов с начальной длительностью в единицы пикосекунд<sup>105</sup> характерна ситуация, когда длина волоконного световода  $L$  удовлетворяет неравенству  $L_\phi \ll L \sim L_{\text{нл}} < L_D$ . В этом случае на начальном этапе рас-

\*) Заметим, что эффективность самовоздействия зависит и от поляризации излучения<sup>59</sup>.

пространения импульса доминирующим процессом является фазовая само-модуляция, приводящая к уширению спектра и формированию линейной частотной модуляции в пределах вершины импульса. Понижение частоты на переднем фронте и ее увеличение на заднем фронте в условиях нормальной дисперсии групповой скорости вызывает дополнительное, нелинейное расплывание импульса и уплощение его вершины. Результатом совместного действия

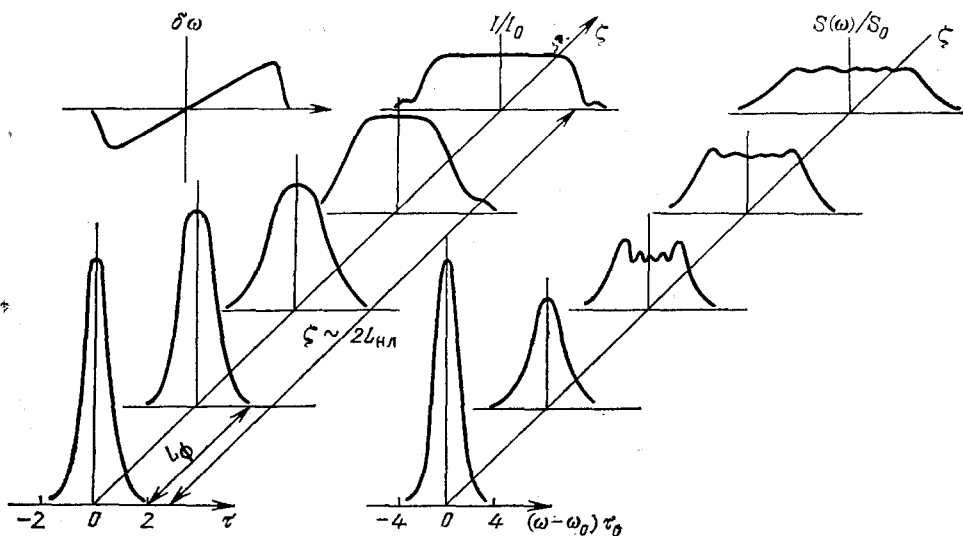


Рис. 13. Эволюция огибающей и спектра сверхкороткого импульса при самовоздействии в среде с нормальной дисперсией ( $\tau = \eta/\tau_0$ ,  $\zeta = z/L_N$ )

дисперсии и нелинейности является формирование на расстоянии  $z \sim 2L_{NL}$  практически прямоугольного импульса с линейной частотной модуляцией.

Таким образом, совместное действие нелинейности и дисперсии приводит к существенному изменению формы частотной модуляции внутри импульса: область, занимаемая линейной ЧМ, значительно расширяется (ср. рис. 7 и 13). Уменьшение пикового значения интенсивности снижает роль нелинейных эффектов, и дальнейшая эволюция временной огибающей определяется в основном линейным дисперсионным расплыванием.

### 3.3. Оптические компрессоры

Поскольку в волоконном световоде  $n_2 > 0$ , оптический компрессор должен обладать аномальной дисперсией\*). Простейший оптический компрессор изображен на рис. 14, а. Он состоит из пары дифракционных решеток, расположенных параллельно друг другу. Как видно из рисунка, угол дифракции  $\theta$ , следовательно, величина оптического пути различных спектральных компонент импульса зависит от частоты. Фазовый сдвиг при  $\Delta\omega/\omega_0 \ll 1$

$$\varphi_K(\omega) = \varphi_0 + \varphi_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\varphi_2(\omega - \omega_0)^2 + \dots, \quad (3.4)$$

где коэффициенты  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  зависят от параметров решеточной пары<sup>97</sup> следующим образом:

$$\varphi_1 = \frac{b(1 + \cos \theta_D)}{c}, \quad \varphi_2 = -\frac{b\lambda_0}{2\pi c^2} \frac{(\lambda_0/d)^2}{1 - [(\lambda_0/d) - \sin \gamma_0]^2} \quad (3.5)$$

\*) Обсуждаются возможности<sup>107</sup> создания в волоконных световодах с помощью вспомогательных встречных волн светоиндуцированных фазовых решеток. Показана принципиальная возможность реализации в таких системах аномальной дисперсии групповой скорости в видимом диапазоне длин волн.

В этих формулах  $b$  — расстояние между центрами решеток,  $\gamma_0$  — угол между падающим пучком и нормалью к поверхности первой решетки,  $\theta_d$  — угол между падающим и дифрагирующим лучом.

Из сопоставления разложения (3.4) с разложением волнового числа  $k$  по степеням  $(\omega - \omega_0)$  ясно, что пара дифракционных решеток, находящихся

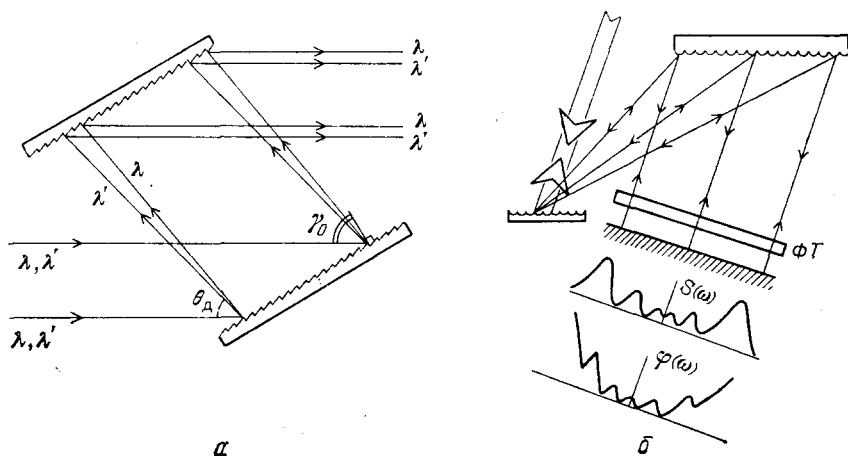


Рис. 14. Схемы компрессоров с аномальной дисперсией.

$a$  — Решеточный компрессор,  $b$  — Двухпроходная схема (показаны возможности управления амплитудами и фазами фурье-компонент с помощью фазового транспаранта)

на расстоянии  $b$ , эквивалентна аномально диспергирующей среде длиной  $b$ , причем

$$k_2^{(R)} = \frac{\Phi_2}{b}. \quad (3.6)$$

При типичных значениях параметров  $\gamma_0 = 60^\circ$ ,  $d = 0,56 \cdot 10^{-4}$  см,  $\lambda_0 = 0,5$  мкм величина  $k_2^{(R)}$  имеет порядок  $10^{-26}$  с<sup>2</sup>/см, а эффективная дисперсионная длина при  $\tau_0 \sim 1$  пс составляет  $L_d = \tau_0^2/k_2^{(R)} \sim 1$  м.

Существенно большие значения дисперсии можно реализовать при скользящем падении светового пучка на решетку<sup>106</sup>. Однако в этом случае в разложении становятся существенными члены более высокого порядка, и компрессор перестает быть квадратичным.

Заметим, что в изображенной на рис. 14,  $a$  решеточной паре возникает нежелательный эффект — пространственный сдвиг высокочастотных и низкочастотных компонент. Указанный недостаток можно устранить путем использования зеркала, возвращающего излучение обратно в решеточную пару. После двойного прохода пространственное смещение частотных компонент компенсируется<sup>108</sup> (см. рис. 14,  $b$ ).

Для сжатия частотно-модулированных импульсов с начальной длительностью в десятки и сотни фемтосекунд разработаны призмённые компрессоры<sup>109</sup>. Преимущества призмённых компрессоров связаны с малыми энергетическими потерями и отсутствием пространственного смещения частот. Основной областью применения призмённых компрессоров являются внутрирезонаторные схемы сжатия<sup>110,111</sup>.

### 3.4. Расчет систем сжатия — оптимальный компрессор

Практическая реализация схем волоконно-оптической компрессии, требует решения ряда важных вопросов, связанных с установлением оптимальных соотношений между параметрами исходного импульса, световода и компрессора (см. <sup>112-114</sup>).

В бездисперсионном режиме ФСМ расчет компрессии легко провести, если задаться параметрами исходного импульса  $\tau_0$ ,  $I_{\text{вф}}$  и длиной световода  $L$ . Действительно, воспользовавшись формулой (2.18) для нелинейного уширения спектра гауссовского импульса, получим, что при  $\varphi_{\text{max}} \gg 1$

$$\Delta\omega \approx 0,88 \varphi_{\text{max}} \Delta\omega_0. \quad (3.7)$$

Приближенное выражение для степени сжатия  $s$  имеет вид (см. (1.35)):

$$s \approx 0,88 \tilde{\beta}_1 I_{\text{вф}} L. \quad (3.8)$$

Оптимальное расстояние между решетками (см. (1.21)) выражается следующим образом:

$$b \approx 1,14 \tau_0^2 (k_2^{(K)} \tilde{\beta}_1 I_{\text{вф}} L)^{-1}. \quad (3.9)$$

Приведенные формулы иллюстрируют физические закономерности компрессии, но не позволяют рассчитать такие важные характеристики, как

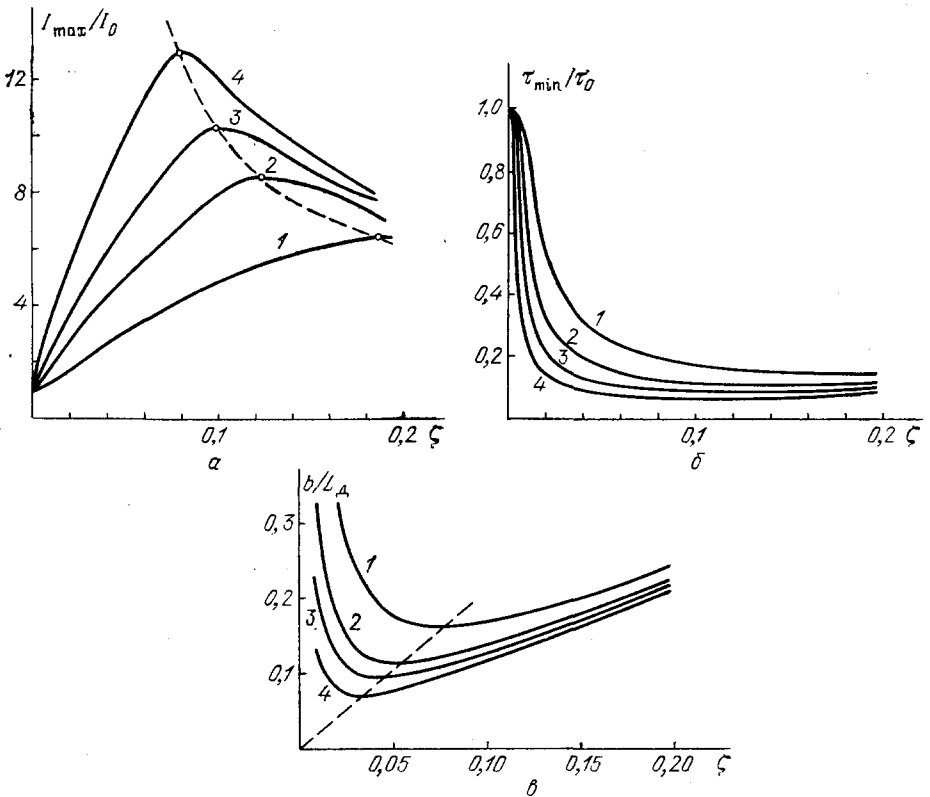


Рис. 15. Оптимальные условия сжатия.

Расчетные данные:  $\alpha$  — относительная интенсивность сжатого импульса в функции  $\zeta = z/L_D$ ;  $\beta$  — длительность сжатого импульса в функции приведенной длины световода  $\zeta$ ;  $\alpha$  — оптимальное расстояние между решетками компрессора  $b/L_D$  в функции  $\zeta$ . Параметром кривых является отношение  $P/P_{\text{кр}}$ : 100 (1), 200 (2), 300 (3) и 500 (4) \*\*\*

форма сжатого импульса, его максимальная мощность и т. п. Реальные количественные закономерности дисперсионного режима сжатия были установлены в работах <sup>112,113</sup> методами математического моделирования. Модели основывались на уравнении (3.1).

Результаты численного исследования сжатия в системе световод — квадратичный компрессор представлены на рис. 15 в виде зависимостей степени

сжатия от длины волоконного световода при различных значениях параметра нелинейности  $R$  (см. уравнение (3.4)). Видно, что для каждого значения параметра нелинейности существует оптимальная длина световода  $L_{\text{опт}}$ , при которой достигается максимальная степень сжатия  $s_{\text{max}}$ . Наличие оптимума связано с тем, что при  $z < L_{\text{опт}}$  процесс нелинейного уширения спектра еще не закончился. На расстояниях  $z > L_{\text{опт}}$  пиковая интенсивность импульса существенно уменьшается, что приводит к подавлению фазовой самомодуляции, в то время как продолжающиеся дисперсионное расщепление фронтов импульса снижает возможности его компрессии.

Приведенный в работе <sup>112</sup> анализ зависимостей  $s$  от  $\zeta$  и  $R$  позволил установить простые эмпирические формулы для оптимальной длины световода и выигрыша в интенсивности

$$L_{\text{опт}} = CL_{\text{нл}}, \quad \frac{I_{\text{max}}}{I_0} \approx C^{-1}R^{1/2}. \quad (3.10)$$

Входящая в эти формулы константа  $C$  незначительно меняется при варьировании формы огибающей. Для гауссовских импульсов  $\psi_0 = \exp(-\tau^2/2)$  величина  $C \approx 1,79$  в случае импульсов с огибающей в виде гиперболического секанса  $\psi_0 = \text{sech } \tau$  —  $C \approx 1,84$ . Рис. 15, *в* иллюстрирует зависимость оптимального расстояния между решетками, выраженного в единицах  $L_d$ , от длины световода  $L$  и параметра нелинейности  $R$ . Случай больших нелинейностей рассмотрен в работе <sup>128</sup>.

Выражение для степени сжатия (3.9) получено без учета конкурирующих нелинейных процессов. В реальных экспериментальных ситуациях предельная степень сжатия, как правило, ограничивается процессом вынужденного комбинационного рассеяния.

Процесс вынужденного комбинационного рассеяния, развивающийся от уровня спонтанных шумов, приводит к существенному истощению накачки при условии <sup>146</sup>, что

$$g_c I_{\text{вф}} z \approx 16, \quad (3.11)$$

где  $g_c$  — коэффициент усиления сигнала на стоксовой частоте, имеющий в оптическом диапазоне частот порядок  $g_c \sim 2 \cdot 10^{-11}$  см/Вт. При  $z < L_{\text{нл}}$  формула (3.8) приводит к ограничению  $s \leq 14k_0 \tilde{n}_2 / g_c$ . Это ограничение носит принципиальный характер, так как величина  $s$ , в конечном счете, определяется соотношением действительной и мнимой частей кубической восприимчивости.

Разумеется, реальная картина комбинационного преобразования частоты значительно сложнее, поскольку импульсы на основной и стоксовой частотах «разбегаются» из-за различия в групповых скоростях.

### 3.5. Особенности самовоздействия мощных фемтосекундных импульсов

По мере уменьшения длительности исходных импульсов и увеличения входной интенсивности до уровня  $10^{12}$  Вт/см<sup>2</sup> <sup>115, 116</sup> характер нелинейных процессов существенно усложняется. Переход к новым временным масштабам приводит к необходимости пересмотра исходных допущений, являющихся совершенно естественными в пикосекундном диапазоне длительностей. К их числу относится предположение о медленности изменения комплексной амплитуды, о квазистационарности нелинейного отклика, пренебрежение дисперсией высших порядков (1.10) и т. д. Все эти вопросы в последнее время начали привлекать внимание исследователей <sup>71, 117, 118</sup>. Однако анализ, проведенный применительно к задачам волоконно-оптической компрессии при типичных значениях параметров  $\tau_0 \sim 50-100$  фс,  $I_{\text{вф}} \sim 10^{10}-10^{12}$  Вт/см<sup>2</sup>, расстояниях 1—15 см, показывает, что основную роль здесь играют эффекты, связанные со скоростью изменения нелинейной поляризации (см. раздел 2.4 и уравнение (2.24)). Исходное уравнение, записанное в безразмерных

переменных, имеет вид:

$$i \frac{\partial \psi}{\partial \xi} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \tau^2} + R |\psi|^2 \psi - i \mu R \frac{\partial}{\partial \tau} (|\psi|^2 \psi), \quad (3.12)$$

где параметр нестационарности  $\mu = T_0 / \pi \tau_0$  пропорционален отношению оптического периода колебаний  $T_0 \sim 2 \text{ фс}$  к начальной длительности им-

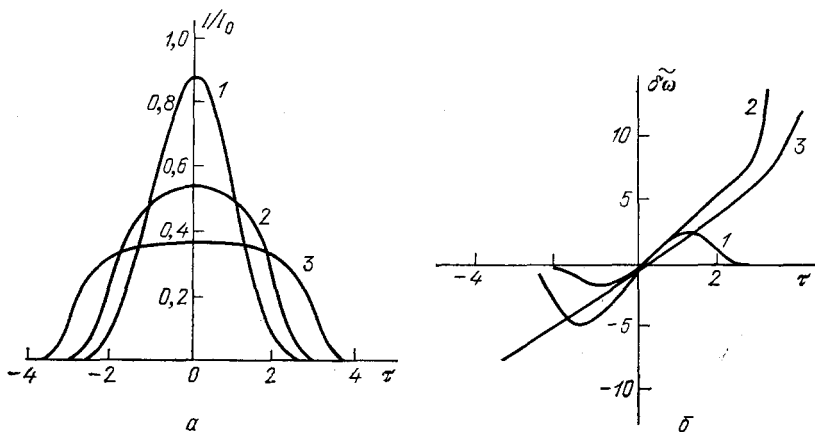


Рис. 16. Форма импульса (а) и зависимость мгновенной частоты  $\tilde{\delta\omega} = \delta\omega\tau_0$  от времени (б) на различных расстояниях от входа в световод  $\tilde{z} = z/L_{NL}$ : 0,4 (1), 1,2 (2) и 2 (3) <sup>118</sup>

пульса и имеет порядок  $10^{-2}$ . Необходимость учета последнего члена уравнения (3.12) связана с тем, что величина  $\mu R \sim 1$ .

Физические особенности самовоздействия в этих условиях были выявлены с помощью математического моделирования <sup>118</sup>. На расстояниях  $z < L_{NL}$

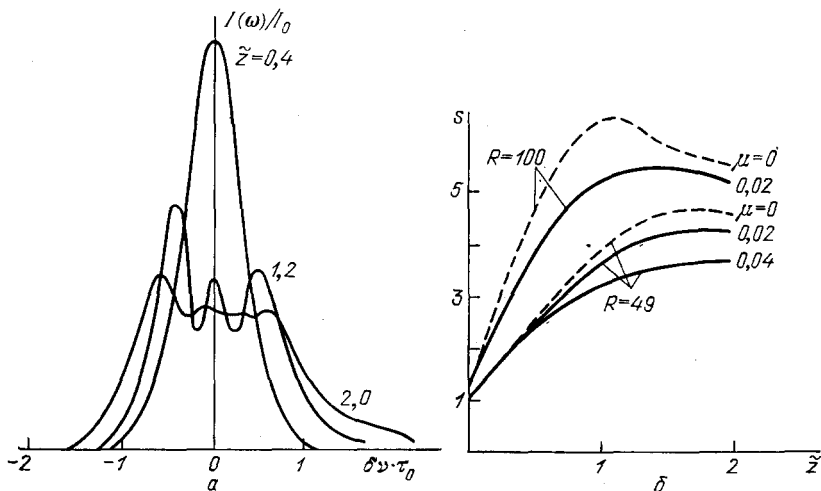


Рис. 17. Трансформация спектра фемтосекундного импульса с расстоянием (а) и зависимость степени сжатия  $s$  от правильной длины световода  $\tilde{z} = z/L_{NL}$  (б) при различных значениях параметра  $\mu$  <sup>118</sup>

(рис. 16) увеличение группового запаздывания вершины импульса приводит к укрупнению его заднего фронта.

Дальнейшее распространение импульса сопровождается уплощением его вершины и нарастанием скорости частотной модуляции. На этом этапе происходит уменьшение скорости свивирования частоты на переднем фронте им-



пульса и ее увеличение на заднем фронте. Влияние этого процесса на спектр импульса иллюстрируется рис. 17, а. Спектр становится асимметричным, и у него появляется «крыло» в области высоких частот, несколько возрастает интенсивность спектральных компонент в стоковой области.

Влияние всех этих процессов на достижимую степень сжатия иллюстрирует рис. 17б, на котором изображена зависимость  $z$  от длины световода  $z = z/L_{\text{нл}}$  при фиксированном параметре нелинейности и различных значениях параметра нестационарности  $\mu$ . Видно, как по мере увеличения  $\mu$  происходит уменьшение степени сжатия и смещение точки оптимальной компрессии в область больших длин световода.

Таким образом, учет скорости изменения нелинейной поляризации позволяет интерпретировать ряд особенностей компрессии импульсов фемтосекундного диапазона длительностей, отмеченных в экспериментальных исследованиях <sup>115, 116</sup>.

### 3.6. Компрессия случайных импульсов

Для реальных систем характерно наличие амплитудно-фазовых флуктуаций, оказывающих влияние на процесс самовоздействия импульсов и их компрессию. Некоторые закономерности этих процессов были проанализированы

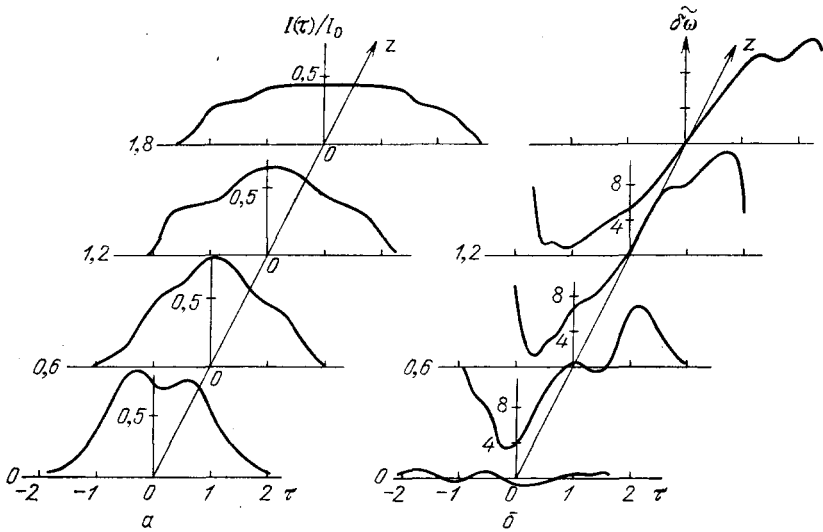


Рис. 18. Изменение формы реализации случайного импульса (а) и распределения мгновенной частоты  $\tilde{\omega} = \delta\omega\tau_0$  (б) с расстоянием  $z = z/L_{\text{нл}}$

в работе <sup>119</sup> методами математического моделирования. В основу численного исследования был положен метод Монте-Карло <sup>120</sup>.

Перейдем к обсуждению некоторых результатов математического моделирования, относящихся к импульсам со случайной амплитудно-фазовой модуляцией вида

$$\tilde{\psi}(\tau, 0) = \psi_0(\tau) [1 + \sigma\xi(\tau)], \quad (3.13)$$

где  $\psi_0(\tau) = \exp(-\tau^2/2)$  — детерминированная огибающая, а  $\xi(\tau) = \xi_R + i\xi_I$  — случайный процесс, квадратурные компоненты которого распределены по нормальному закону с нулевым средним значением и единичной дисперсией; параметр  $\sigma$  характеризует уровень шума. Автокорреляционная функция предполагалась гауссовской (1.22). На рис. 18 изображена трансформация временных распределений интенсивности и текущего значения

частоты по мере увеличения расстояния, пройденного одним из случайных импульсов по волоконному световоду. Видно, как в процессе самовоздействия происходит сглаживание флуктуаций интенсивности и линеаризация частотной модуляции в центральной части импульса. Флуктуации интенсивности и частотной модуляции локализованы, в основном, на переднем и заднем фронтах импульса, которым соответствуют низкочастотные и высокочастотные компоненты спектра.

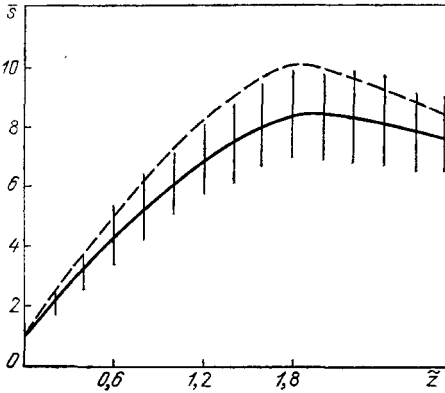


Рис. 19. Зависимость средней степени сжатия случайных импульсов от длины световода  $\bar{z} = z/L_{\text{пл}}$  <sup>119</sup>.

Штриховая линия соответствует спектрально-ограниченному импульсу ( $R = 300, \sigma = 0,14, \tau_{\text{к}} = 0,64\tau_0$ ). Указано стандартное отклонение

На рис. 19 изображена зависимость средней по ансамблю реализаций степени сжатия  $\bar{z}$  от длины волоконного световода, выраженной в единицах  $L_{\text{пл}}$ . Для сравнения штриховой линией изображена соответствующая зависимость, рассчитанная для спектрально-ограниченного импульса ( $\sigma = 0$ ). Рост дисперсии флуктуаций шума  $\sigma^2$  приводит к снижению среднего значения максимальной степени сжатия, которая по-прежнему наблюдается при  $z \sim 2L_{\text{пл}}$ . Уменьшение времени корреляции  $\tau_{\text{к},0}$  также приводит к снижению величины  $\bar{z}$ .

Отмеченные в численных экспериментах особенности самовоздействия частично-когерентных импульсов — «вытеснение» флуктуаций в высокочастотное и низкочастотное крылья спектра —

позволяет стабилизировать параметры сжатых импульсов путем пространственной фильтрации их спектральных компонент в решеточном компрессоре. Простейшая спектральная фильтрация осуществляется путем диафрагмирования пучка в плоскости возвращающего зеркала (см. рис. 14, б).

Математическое моделирование показывает, что наложение частотного фильтра с прямоугольной функцией пропускания  $K(\omega) = 1$  при  $\omega_1 < \omega < \omega_2$ , где полоса пропускания  $\Delta\omega_{\text{п}}$  была выбрана равной величине спектрального уширения детерминированного импульса, снижает уровень флуктуаций степени сжатия примерно в два раза. Установленные закономерности подтверждаются результатами экспериментов <sup>119,121</sup>.

### 3.7. Адаптивная оптика генераторов сверхкоротких импульсов

Пространственное разделение спектра импульса (рис. 14, б) в компрессоре позволяет построить схемы для управления огибающей в фемтосекундном масштабе времени <sup>119,121</sup>. Наибольшие возможности здесь открывает воздействие на фазу фурье-компонент импульса <sup>122</sup>. Кратко остановимся на вопросах управления спектром применительно к задаче об «идеальном» компрессоре. По существу, речь идет об устройстве, осуществляющем полную фазировку всех спектральных компонент импульса, тем самым, формирующем импульс предельно малой длительности. Выражение для коэффициента передачи имеет вид:

$$K(\omega) = |K(\omega)| e^{i\varphi_{\text{к}}(\omega)}, \quad (3.14)$$

где для пассивной линейной компрессора  $|K(\omega)| \leq 1$ .

Спектр импульса, испытавшего фазовую самомодуляцию, представляется следующим образом:

$$\tilde{A}(\omega) = |\tilde{A}(\omega)| e^{i\varphi(\omega)}.$$

На выходе компрессора

$$\tilde{A}_K(\omega) = |K(\omega)| |\tilde{A}(\omega)| e^{i(\varphi + \varphi_K)}.$$

Для идеального компрессора (см. также раздел 1.4)

$$\varphi_K(\omega) = -\varphi(\omega), \quad |K(\omega)| = 1.$$

Реальные решеточные и призмные компрессоры, как было показано в разделе 3.3, осуществляют фазировку спектральных гармоник в параболическом приближении. Зависимости же  $\varphi(\omega)$ , возникающие в процессе фазовой

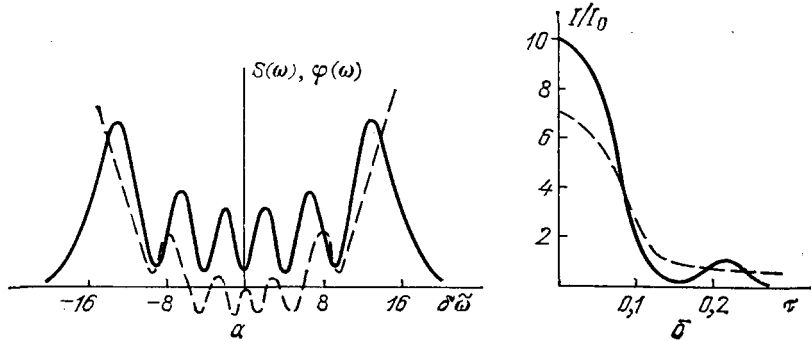


Рис. 20. *а* — Спектральная плотность мощности и фазы фурье-компонент (штриховая кривая) импульса, испытавшего бездисперсионную ФСМ (*а*) при  $R\zeta = 18$ . *б* — Форма сжатого импульса после «идеального» (сплошная кривая) и квадратичного компрессора (штриховая)

само модуляции, являются более сложными. В качестве иллюстрации на рис. 20, *а* приведены зависимости  $|\tilde{A}(\omega)|^2$  и  $\varphi(\omega)$  для случая импульса, испытавшего бездисперсионную фазовую само модуляцию.

На рис. 20, *б* приведена форма сжатого импульса для случая идеальной и квадратичной компрессии. Видно, что использование идеального компрессора дает существенный выигрыш в степени сжатия и обеспечивает более высокий контраст излучения.

На практике идеальный компрессор можно реализовать с помощью обычной решеточной пары и фазового транспаранта, расположенного в плоскости возвращающего зеркала (см. рис. 14, *б*). Его функция сводится к устранению фазовых aberrаций — отклонений реальной зависимости  $\varphi(\omega)$  от параболической. Управляемые фазовые транспаранты на основе жидких кристаллов в настоящее время успешно используются в схемах фазовой коррекции когерентных световых пучков.

Сочетание амплитудных и фазовых методов управления спектром, уширенным за счет ФСМ, позволяет не только осуществлять «идеальную» компрессию, но и решать ряд других задач управления огибающей, в частности формировать из одного импульса задающего генератора последовательность из нескольких импульсов.

В заключение укажем, что применение в схемах оптической компрессии быстродействующих управляемых элементов позволяет создавать адаптивные системы, контролирурующие спектральные и временные характеристики сверхкоротких световых импульсов, и системы управления «света светом».

### 3.8. Экспериментальные данные.

Получение импульсов длительностью до  $10^{-14}$  с

В экспериментальных исследованиях последних лет сформировались три характерные направления, ориентированные на приложения в области спектроскопии быстропротекающих процессов и применения в оптических информационных системах.

Первое из них — это высокоэффективная компрессия импульсов квазинепрерывной генерации твердотельных лазеров с активной синхронизацией мод от начальной длительности в десятки пикосекунд вплоть до субпикосекундного диапазона<sup>108,123,124</sup>.

Второе — сжатие перестраиваемых по частоте импульсов генерации лазеров на красителях с синхронной накачкой от начальной длительности в единицы пикосекунд вплоть до десятков фемтосекунд<sup>105,125</sup>.

Третье — получение предельно коротких световых импульсов (8—30 фс) сжатием импульсов кольцевых лазеров на красителях с начальной длительностью в 40—100 фс<sup>126,127,115,116</sup>.

Перейдем к анализу результатов, полученных по этим трем направлениям. Авторами работы<sup>108</sup> реализовано 80-кратное сжатие импульсов второй гармоники квазинепрерывной генерации (частота повторения 100 МГц) YAG : Nd<sup>3+</sup> лазера с активной синхронизацией мод. Начальная длительность импульсов ~33 пс, пиковая мощность ~240 Вт. Применена оригинальная схема решеточного компрессора, позволившая избежать дифракционного смещения лучей и получить на выходе системы импульсы с длительностью 410 фс и пиковой мощностью, превосходящей входную более чем в пять раз.

Несомненные преимущества открывает использование задающего генератора на основе YAG : Nd<sup>3+</sup> лазера, работающего в режиме двойной модуляции — активной синхронизации мод и модуляции добротности<sup>124</sup>. Удвоение частоты производилось в кристалле КТР с эффективностью 50%, что позволило получить спектрально-ограниченные импульсы с длительностью 33 пс, пиковой мощностью 130 кВт. Эффективное сжатие таких импульсов вплоть до длительности в 1 пс осуществлено с использованием короткого отрезка одноходового световода (длина 10 м) и решеточного компрессора. Предельная степень сжатия в этих экспериментах ограничивалась процессом вынужденного комбинационного рассеяния.

Альтернативным вариантом является компрессия излучения YAG : Nd<sup>3+</sup> лазера на основной частоте. Таким образом авторами работы<sup>123</sup> осуществлено 45-кратное сжатие импульсов с начальной длительностью 80 пс до 1,8 пс. После удвоения частоты в кристалле КТР была получена средняя мощность 500 мВт при частоте повторения 82 МГц.

Эффективное 15-кратное сжатие излучения YAG : Nd<sup>3+</sup> лазера с синхронизацией мод и модуляцией добротности реализовано в работе<sup>129</sup> с помощью короткого отрезка световода длиной ~10 м. Перспективны гибридные схемы, в которых сжатые с помощью волоконных световодов импульсы твердотельных лазеров используются для синхронной накачки лазеров на красителях<sup>130</sup>.

Второе из упомянутых направлений — сжатие пикосекундных импульсов лазеров на красителях с синхронной накачкой послужило основой для создания спектро-аналитических комплексов с фемтосекундным временным разрешением.

Типичные порядки величин, фигурирующих в экспериментальных исследованиях, таковы: при синхронной накачке лазеры на красителях генерируют спектрально-ограниченные импульсы с длительностью 5—6 пс, пиковой мощностью ~1 кВт и частотой повторения ~4 МГц. После прохождения расстояния в 30 м по волоконному световоду огибающая принимает характерную прямоугольную форму (см. рис. 13), а длительность увеличивается примерно в пять раз. На выходе решеточного компрессора получаются импульсы с  $\tau_{\text{min}} \sim 450$  фс и пиковой мощностью ~3 кВт.

В работе<sup>112</sup> сообщается о создании источника мощных перестраиваемых по частоте импульсов, в котором задающим генератором является импульсный твердотельный лазер с синхронизацией мод. Отличительная особенность этой схемы состоит в том, что сжатый импульс усиливается в двухкаскадном усилителе, причем источником накачки синхронно-возбуждаемого лазера и усилителей на красителе является один и тот же задающий генератор (см.

рис. 21). Такой подход позволяет снизить уровень шумов и избежать ряда технических трудностей, связанных с синхронизацией каскадов усиления.

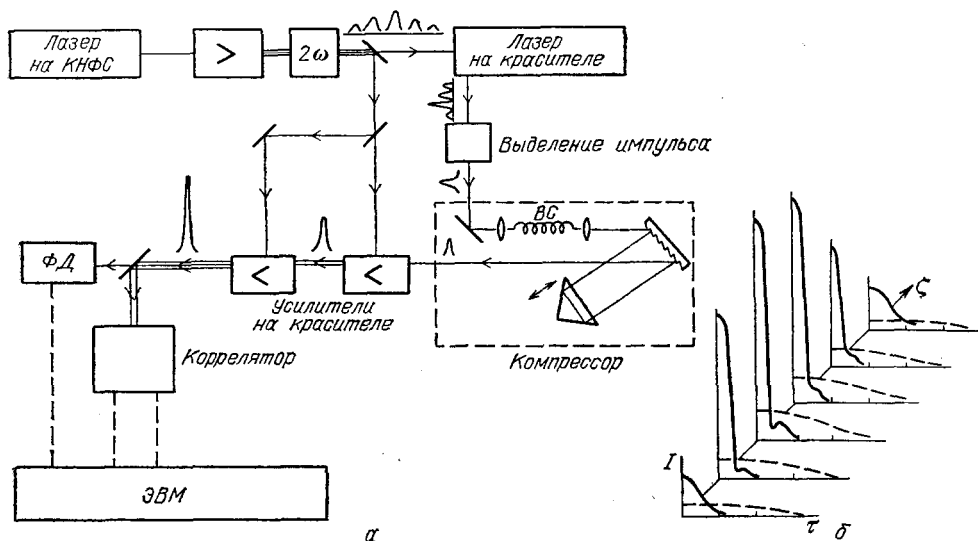


Рис. 21. а — Схема генерации перестраиваемых по частоте спектрально ограниченных субпикосекундных импульсов с волоконно-оптическим компрессором. б — Картина компрессии пучка импульсов: импульс на выходе световода (штриховые кривые), после компрессора (сплошные) <sup>112</sup>

Энергия сжатого импульса после двух каскадов усиления составляла 4,2 мкДж, что соответствует пиковой мощности 7 МВт.

Существенно большие степени сжатия могут быть получены с помощью каскадных схем <sup>125</sup>. Основная идея каскадного сжатия иллюстрируется рис. 22. Дальнейшее совершенствование этой схемы путем введения промежуточного усилителя на красителе, накачиваемого YAG : Nd<sup>3+</sup> лазером, позволило достичь предельно малых длительностей выходного импульса ~16 фс при пиковой мощности 88 кВт с частотой повторения 1 кГц. Общий коэффициент компрессии двух каскадов  $s \approx 340$  <sup>131</sup>.

Другой подход к формированию импульсов предельно малой длительности основан на применении волоконно-оптических компрессоров для сжатия импульсов кольцевых лазеров на красителях. Первые эксперименты в этом направлении были проведены в 1982 г. Авторами работы <sup>126</sup> были получены импульсы длительностью 30 фс путем трехкратного сжатия излучения лазера на красителе.

Дисперсионная фазовая самомодуляция осуществлялась в одномодовом световоде длиной ~15 см. Результаты последующих экспериментов по сжатию фемтосекундных импульсов сведены в таблице. Они наглядно иллюстрируют прогресс в технике генерации, усиления и компрессии фемто-

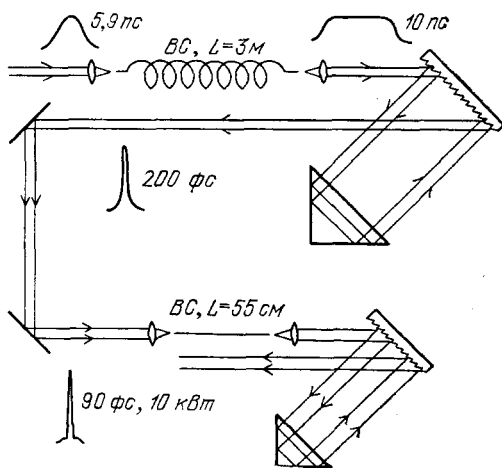


Рис. 22. Схема двухкаскадного сжатия <sup>126</sup>

## Компрессия фемтосекундных импульсов

Исходная длительность импульса, фс	Входная мощность, кВт	Длина световода, см	Выходная длительность, фс	Коэффициент сжатия	Частота повторения, Гц	Год, литература
90	6,7	15	30	3	10	1982 <sup>126</sup>
65	55	0,8	16	4	10	1984 <sup>127</sup>
110	260	1,5	12	8	800	1984 <sup>115</sup>
40	250	0,7	8	5	5000	1985 <sup>116</sup>

секундных импульсов. Отметим, что полученные недавно импульсы с длительностью  $\sim 8$  фс (рис. 23) соответствуют примерно четырем периодам оптических колебаний, таким образом, в спектральной области, перекрываемой лазерами на красителях, экспериментальные результаты вплотную приблизились к теоретическому пределу.

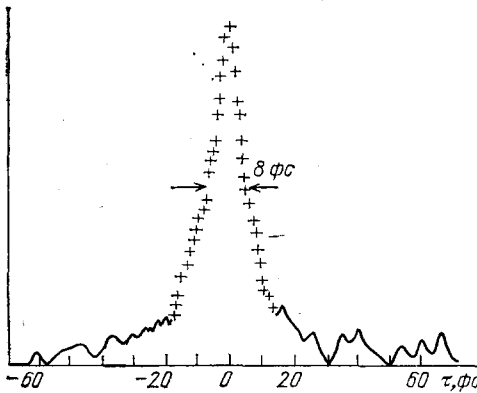


Рис. 23. Автокорреляционная функция интенсивности фемтосекундного импульса, измеренная в эксперименте<sup>116</sup>

### 3.9. Генерация фемтосекундных импульсов ИК и УФ диапазонов

Задача генерации мощных импульсов ИК и УФ диапазонов представляет интерес с точки зрения фундаментальных приложений в лазерной фотохимии, физике плазмы, полупроводников и т. д. Применение традиционных для видимого и ближнего ИК диапазона методов волоконно-оптической компрессии сдерживается технологическими трудностями в изготовлении одноимодовых световодов с малыми потерями. В инфракрасном диапазоне ( $\lambda \sim 2\text{—}11$  мкм) в этой области за последние годы достигнут значительный прогресс<sup>132</sup>. В ультрафиолетовом диапазоне длин волн ( $\lambda \sim 0,25\text{—}0,35$  мкм) оптические потери, связанные с рэлеевским рассеянием ( $\sim \lambda^{-4}$ ) и поглощением, достигают уровня сотен децибелл на километр.

Тем не менее, сама идея использования ФСМ и дисперсионного сжатия оказалась весьма плодотворной и в ИК диапазоне. Отправным пунктом здесь явились эксперименты Коркума<sup>133</sup>. В этих экспериментах импульсы  $\text{CO}_2$ -лазера с исходной длительностью  $\tau_0 \sim 2$  пс поступали в регенеративный усилитель высокого давления ( $p = 10$  атм). В процессе формирования дуга выходных импульсов наблюдалось их укорочение от 2 пс до 600 фс при характерных значениях пиковой интенсивности  $\sim 10^{12}$  Вт/см<sup>2</sup>. Автор<sup>133</sup> высказал предположение, что наблюдавшееся укорочение импульсов связано с формированием волны электронной плотности. Индуцированное излучением повышение концентрации свободных носителей заряда вызывает изменение действительной и мнимой частей показателя преломления и, следовательно, приводит к появлению частотной модуляции. При распространении частотно-модулированного импульса в среде с аномальной дисперсией (в обсуждаемом эксперименте это были лазерные окна, изготовленные из кристалла NaCl) импульс сжимается.

В последующих теоретических работах<sup>134, 135</sup> был проведен анализ взаимного влияния мощного импульса излучения  $\text{CO}_2$ -лазера и порождаемой им волны электронной плотности. Показано, что если интенсивность лазерного импульса достаточно велика, чтобы вызвать изменение концентрации свобод-

ных электронов  $N_e$ , то результирующее изменение показателя преломления вызывает увеличение текущего значения частоты со временем (положительный «чирп») на переднем фронте импульса и рост поглощения на заднем фронте.

Различные физические механизмы, приводящие к росту  $N_e$ , — «разогрев» электронов излучением с последующей ионизацией электронным ударом и фотоионизации электронно-возбужденных атомов в поле интенсивного излучения анализируются в работе <sup>135</sup>. Заметим, что вопросы лавинной ионизации при распространении мощных импульсов обсуждались Яблоновичем и Бломбергенем (см., например, обзор <sup>55</sup>).

Значительная ФСМ возникает при распространении пикосекундных импульсов ИК диапазона в полупроводниках. Это убедительно продемонстрировано в недавних экспериментах <sup>136</sup>. При прохождении импульса с энергией

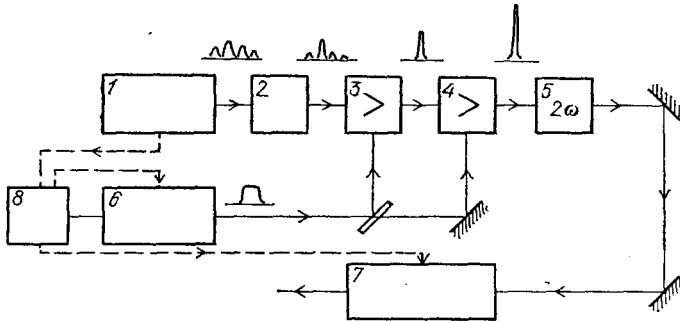


Рис. 24. Блок-схема генератора субпикосекундных импульсов УФ диапазона.

1 — лазер на красителе; 2 — компрессор; 3, 4 — усилители на красителе; 5 — удвоитель частоты; 6 — эксимерный лазер накачки; 7 — эксимерный усилитель; 8 — схема синхронизации

$W_0 \sim 1$  мкДж ( $\tau_0 \sim 8$  пс,  $\lambda_0$  в диапазоне 4—9 мкм) сквозь образец InSb толщиной 300 мкм за время импульса наблюдалось уменьшение показателя преломления на величину  $\Delta n = 4 \cdot 10^{-2}$ . Теоретический анализ показал, что основным механизмом, приводящим к просветлению полупроводника и изменению  $\Delta n$ , являлся динамический сдвиг края полосы поглощения.

В заключение кратко остановимся на возможностях генерации мощных субпикосекундных импульсов УФ диапазона. Наиболее ясные перспективы здесь связаны с удвоением частоты импульса генерации синхронно-накачиваемых лазеров на красителях и их последующем усилении в эксимерных усилителях. К настоящему моменту в таких системах уже получены импульсы с длительностью 2 и 5 пс <sup>137,138</sup> и энергией  $\sim 10$  мДж.

Дальнейшее продвижение в область фемтосекундных длительностей связано с уменьшением длительности исходных импульсов лазеров на красителях. На рис. 24 представлена модифицированная схема экспериментальной установки, созданной авторами <sup>138</sup>. В качестве новых элементов в нее включен волоконно-оптический компрессор, аналогичный изображенному на рис. 21, и двухкаскадный усилитель на красителе, накачиваемый излучением ХеСl-лазера. Заметим, что усилитель осуществляет также функцию выделения моноимпульса из цуга генерации лазера на красителе. Таким образом, спектрально-ограниченный импульс лазера на красителе ( $\tau_0 \sim 8$  пс) после 20-кратного сжатия усиливался до энергии  $\sim 50$  мкДж. После удвоения частоты в тонком кристалле КDP результирующий импульс ( $\lambda = 0,308$  мкм) поступал в эксимерный усилитель. Широкая полоса усиления ХеСl ( $\Delta\nu \approx \approx 160$  см<sup>-1</sup>) позволила получить мощные УФ импульсы с длительностью  $\sim 350$  фс.

Таким образом, за последние годы созданы предпосылки для реализации эффективных генераторов фемтосекундных импульсов в широком спектральном диапазоне от 0,3 до 10 мкм.

## 4. ОПТИЧЕСКИЕ СОЛИТОНЫ

Принципиальная возможность экспериментальной реализации солитонных режимов распространения пикосекундных импульсов в одномодовых волоконных световодах была указана авторами работы<sup>139</sup>. Первые корректные эксперименты, в которых наблюдались оптические солитоны, были выполнены в 1980 г.<sup>4</sup> Последующие теоретические и экспериментальные исследования позволили не только выявить ряд тонких особенностей формирования, распространения и взаимодействия солитонов в реальных условиях, т. е. при наличии возмущающих факторов, но и указать перспективы многочисленных технических приложений (см. обзоры<sup>2,4,140,141</sup>). В этом смысле оптический эксперимент играет ведущую роль в солитонной физике.

Настоящий раздел содержит сводку основных результатов, полученных в области исследования шрёдингеровских солитонов. Главное внимание уделяется физическим задачам, непосредственно связанным с приложениями солитонных эффектов для передачи информации по волоконным световодам и получения сверхкоротких импульсов. Однако для полноты изложения мы начинаем с анализа некоторых свойств односолитонных и многосолитонных решений уравнения Шрёдингера.

## 4.1. Односолитонные и многосолитонные решения нелинейного уравнения Шрёдингера

Пренебрегая в уравнении (3.1) оптическими потерями и производя перенормировку  $q(\tau, \zeta) = R^{1/2}\psi(\tau, \zeta)$ , запишем (3.1) при  $k_2 < 0$  в удобном для математического анализа виде

$$i \frac{\partial q}{\partial \zeta} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 q}{\partial \tau^2} + |q|^2 q. \quad (4.1)$$

В разделе 2.5 было получено одно из солитонных решений  $q = \text{sech } \tau$ . Легко убедиться, что его можно обобщить следующим образом:

$$q(\tau, \zeta) = \kappa \text{sech}(\kappa\tau) e^{-i\kappa^2\zeta/2}, \quad (4.2)$$

где  $\kappa$  — форм-фактор, определяющий амплитуду импульса и его длительность  $\tau_0/\kappa$ . Условие стационарности импульса  $R = 1$  приводит к выражению для критической мощности (см. раздел 2.5)

$$P_{\text{кр}} = \frac{k_2}{\tau_0^2} \frac{S_{\text{эф}} n_0}{k_0 \tilde{n}_2}. \quad (4.3)$$

Солитонные импульсы обладают значительным запасом устойчивости по отношению к регулярным и шумовым возмущениям, что подтверждается результатами теоретического и численного анализа<sup>142,143</sup>. В частности, если начальные условия имеют вид:

$$q(\tau, 0) = q_0 \text{sech } \tau, \quad (4.4)$$

где  $q_0 = 1 + \xi$ ,  $-0,5 < \xi < 0,5$  — возмущение амплитуды, то при  $\zeta \rightarrow \infty$  решение (4.1) имеет вид (4.2) с форм-фактором  $\kappa = 1 + 2\xi$ <sup>143</sup>.

Возможность получения солитонов из импульсов различной формы и устойчивость по отношению к возмущениям имеет принципиальное значение для их использования в качестве носителей информации.

Другим весьма важным классом решений уравнения (4.1) являются связанные состояния солитонов, соответствующие начальным условиям (4.4) при  $q_0 = N$ , где  $N \geq 2$  — целое число. Основные свойства подобных импульсов проанализированы в работах<sup>142,143</sup>. Методами обратной задачи рассеяния показано, что импульсы с огибающей  $N \text{sech } \tau$  представляют собой нелинейную суперпозицию солитонов с форм-факторами  $\kappa_n = (2n - 1)$ , где  $n =$



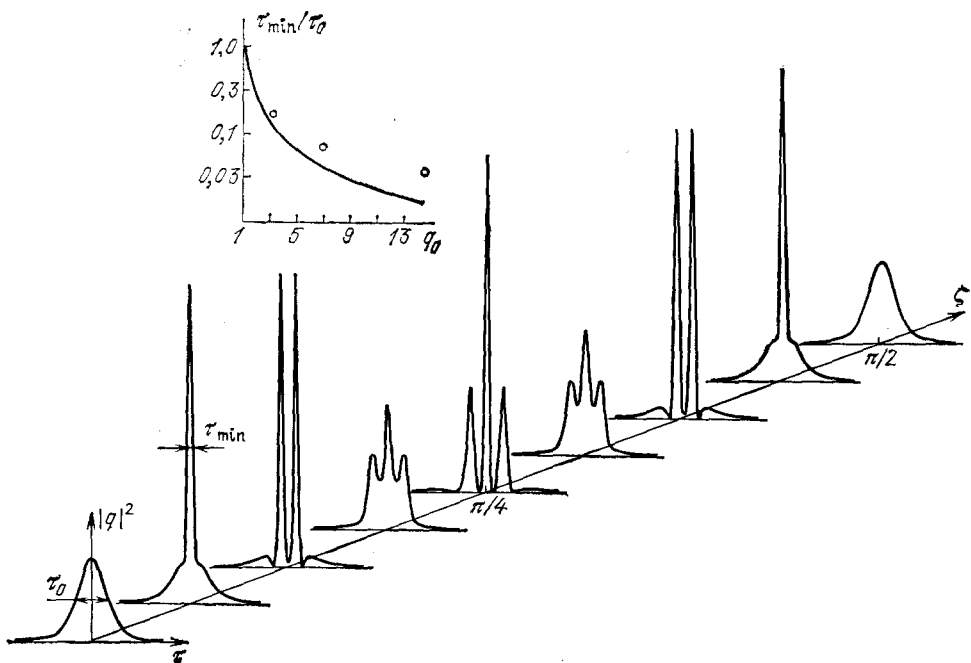


Рис. 25. Самосжатие  $N$ -солитонного импульса при  $N = 4^5$  и на вставке зависимость минимальной длительности импульса от  $N^{155}$

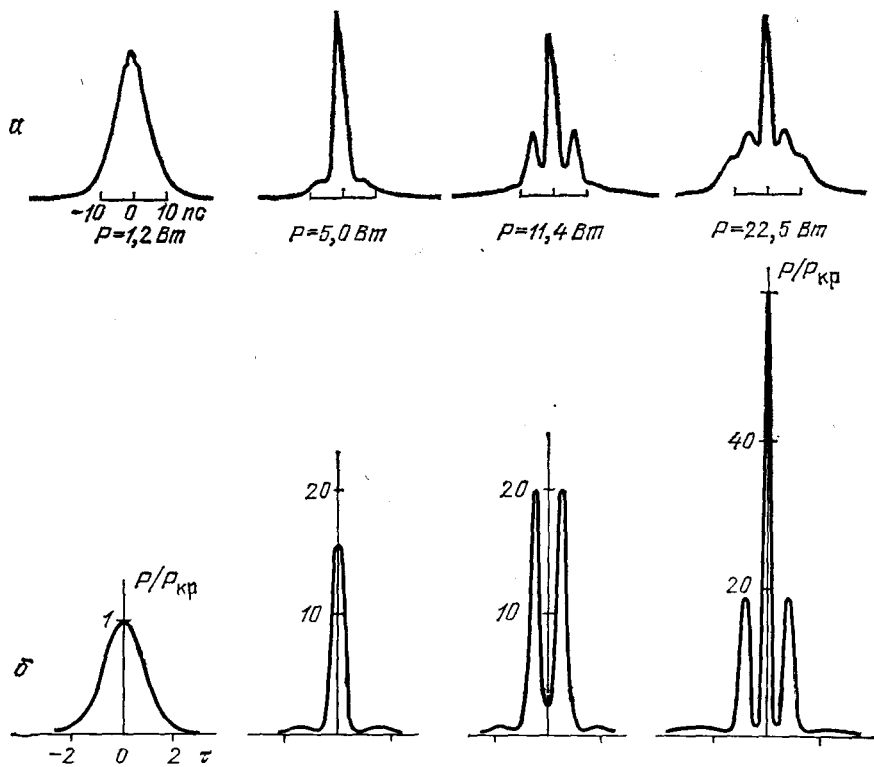


Рис. 26. Экспериментальные профили автокорреляционных функций интенсивности  $I^2$  (а) и расчетные профили интенсивности при  $N = 1, 2, 3$  и  $4$  (б) (слева направо)

$= 1, 2, \dots, N$ . При  $q_0 = N$  форма огибающей  $q_N$  может быть найдена при произвольных  $\tau, \zeta$  как результат решения линейной системы  $N$  уравнений. Кроме того, показана устойчивость решения  $q_N$  по отношению к малым возмущениям амплитуды  $q_0$  вида  $q_0 = N + \xi$ .

Важной особенностью  $N$ -солитонных импульсов является их периодичность по  $\zeta$ , причем величина периода, выраженная в дисперсионных длинах, равна  $\pi/2$ . Существенно, что при произвольном  $q_0 > 1$  начальный этап распространения спектрально-ограниченного импульса соответствует самосжатию, что указывает на возможность создания волоконно-оптических компрессоров спектрально-ограниченных импульсов ближнего ИК диапазона. Трансформация огибающей в процессе распространения иллюстрируется рис. 25 при  $N = 4$ . Все перечисленные особенности самовоздействия солитонных импульсов были подтверждены экспериментально<sup>4</sup>. На рис. 26, а изображены полученные в эксперименте<sup>4</sup> временные профили автокорреляционной функции интенсивности на выходе световода и соответствующие им расчетные профили интенсивности при  $N = 1, 2, 3$  и  $4, \zeta = \pi/4$ .

Успешные эксперименты с оптическими солитонами, результаты которых не только качественно, но и количественно согласуются с теорией, стимулировали возникновение трех важных направлений исследований: 1) солитоны в реальных линиях связи, 2) управление огибающей и спектром пикосекундных импульсов, включая их сжатие вплоть до фемтосекундного диапазона длительностей, 3) создание солитонных лазеров.

Перейдем к обсуждению основных результатов, полученных по этим трем направлениям.

#### 4.2. Передача солитонов на сверхдальние расстояния — проблемы и перспективы

Выявление предельных возможностей оптических информационных систем требует учета ряда возмущающих факторов, таких как оптические потери, взаимодействие солитонов в импульсной последовательности, дисперсия высших порядков, конкурирующие нелинейные процессы и т. д.

Для оценки влияния малых оптических потерь на динамику солитонного импульса можно воспользоваться методом возмущений, развитым в работе<sup>140</sup>. При наличии потерь энергии импульса

$$W(\zeta) = \int_{-\infty}^{\infty} |q|^2 d\tau$$

уменьшается с расстоянием по экспоненциальному закону:

$$W(\zeta) = W_0 e^{-2\delta\zeta}. \quad (4.5)$$

Если оптические потери на расстоянии порядка дисперсионной длины малы, то форм-фактор солитона будет уменьшаться, а его длительность — расти:

$$\begin{aligned} \kappa(\zeta) &= \kappa_0 e^{-2\delta\zeta}, \\ \tau(\zeta) &= \tau_0 e^{2\delta\zeta}. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Так, при уровне потерь  $\sim 0,2$  дБ/км длительность импульса увеличится в  $\sim 2,7$  раза на расстоянии  $\sim 20$  км при начальной длительности  $\tau_0 \sim 10$  пс.

Более сложным является вопрос о влиянии существенных оптических потерь ( $\delta\zeta > 1$ ) на динамику односолитонных и  $N$ -солитонных импульсов<sup>144, 145</sup>. В этом случае трансформация огибающей исследуется методами математического моделирования. На рис. 27 изображены полученные авторами<sup>145</sup> зависимости среднего квадрата длительности  $N$ -солитонного импульса ( $N = 2$ ) от  $\zeta$  при различном уровне потерь. Штриховые линии соответствуют случаю  $N = 1$ . С ростом параметра  $\delta$  наблюдается увеличение пространственного периода пульсаций  $\langle \tau^2(\zeta) \rangle$  и увеличение глубины модуляции. В числен-

ных экспериментах <sup>145</sup> обнаружен также распад связанного состояния солитонов на два разбегающихся импульса.

Уширение импульсов, обусловленное оптическими потерями, может быть сведено к минимуму и даже полностью устранено за счет использования процесса вынужденного комбинационного усиления <sup>147</sup>. В приближении заданного поля накачки мощность стоксовой волны экспоненциально растет с расстоянием <sup>146</sup>:

$$P_c(z) = P_c(0) e^{g_c P_H z / S_{\text{эф}}}, \quad (4.7)$$

где коэффициент усиления  $g_c$  имеет порядок  $10^{-11}$  см/Вт при сдвиге частот  $\nu_H - \nu_c \sim 440$  см<sup>-1</sup>. Эффективная площадь  $S_{\text{эф}}$  в формуле (4.7) определяется интегралом перекрытия  $\langle U_H^2 \rangle \langle U_c^2 \rangle / \langle U_H U_c \rangle^2$ , в одномодовом световоде несущественно отличается от  $S_r = \pi a_0^2$ .

Возможность компенсации оптических потерь за счет комбинационного усиления убедительно показана в недавних экспериментах <sup>147</sup>. Спектрально-ограниченные импульсы лазера на центрах окраски ( $\lambda_c = 1,56$  мкм,  $\tau_{1/2} = 10$  пс) вводились в одномодовый волоконный световод длиной  $L = 10$  км. Непрерывное излучение накачки ( $\lambda_H = 1,46$  мкм,  $P_H = 125$  мВт) вводилось с выходного конца световода. В отсутствие накачки длительность выходного импульса возрастала приблизительно в 1,5 раза

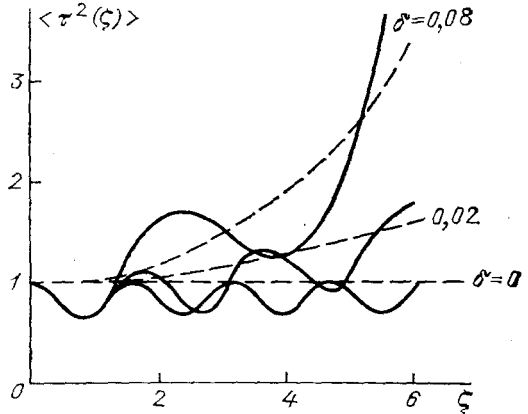


Рис. 27. Солитоны в поглощающей среде. Зависимость среднеквадратичной длительности импульса от расстояния  $\zeta = z/L_H$  при различном уровне потерь  $\delta = L_H \delta_0$  <sup>146</sup>; сплошные линии —  $N = 2$ , штриховые —  $N = 1$

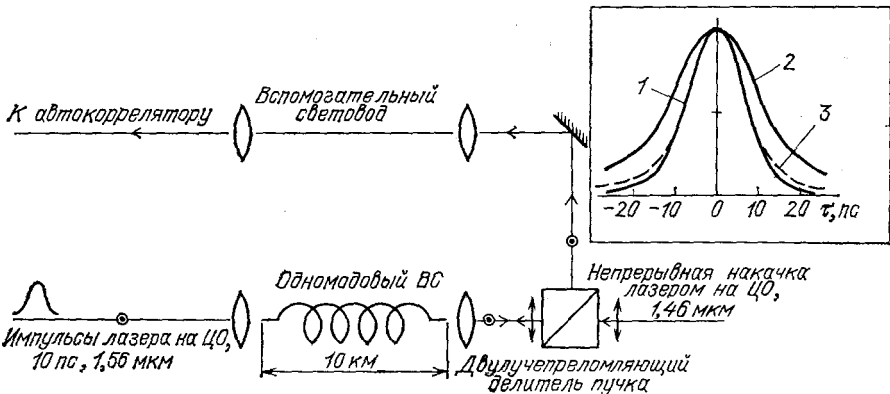


Рис. 28. Схема компенсации потерь при распространении солитонов в длинных световодах за счет вынужденного комбинационного усиления <sup>147</sup>.

На вставке — профили автокорреляционных функций интенсивности: 1 — входной импульс, 2 — выходной импульс в световоде с потерями, 3 — при компенсации потерь

рис. 28), однако использование комбинационного усиления позволило полностью скомпенсировать уширение импульса (штриховая линия на рис. 28).

В работе <sup>148</sup> численно исследован процесс передачи солитонных последовательностей на сверхдальние расстояния при наличии периодически расположенных усиливающих участков волоконного световода. Показано, что при оптимальном выборе параметров системы можно достичь скорости передачи информации  $\sim 10$  Гбит/с на расстояния  $L \sim 10^3$  км.

Вопросы нелинейной стабилизации длительности импульсов на сравнительно небольших расстояниях  $\zeta < 1$  обсуждаются в работе <sup>149</sup>.

Перейдем к обсуждению влияния дисперсии высших порядков на динамику временной огибающей. Учет кубичных членов в разложении (3.2) приводит к следующему уравнению для комплексной амплитуды временной огибающей (см. (1.26)):

$$i \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \tau^2} + \frac{1}{6} i \mu_1 \frac{\partial^3 \psi}{\partial \tau^3} + R |\psi|^2 \psi, \quad (4.8)$$

где параметр  $\mu_1 = 2L_D/L_D^{(3)}$  характеризует относительный вклад дисперсии третьего порядка. В области максимальной прозрачности кварцевых стекол  $\lambda \sim 1,5$  мкм этот параметр мал ( $\mu_1 \sim 10^{-2}$  при  $\tau_0 \sim 1$  пс), и дисперсионные

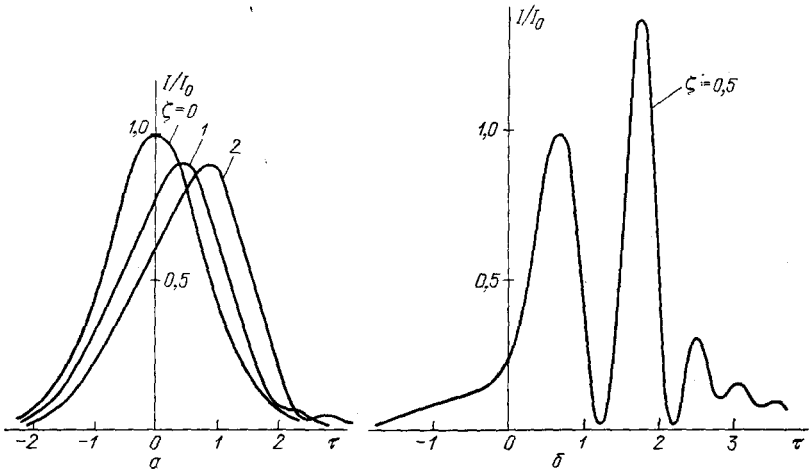


Рис. 29. Нелинейное распространение сверхкоротких импульсов при  $\lambda \sim \lambda_{кр}$  ( $k_2 \approx 0$ ) <sup>150</sup>. а — Трансформация формы импульса с расстоянием при  $P = P_{кр}$ . б — То же при  $P = 10 P_{кр}$ .

эффекты третьего порядка оцениваются с помощью теории возмущений. Авторы работы <sup>140</sup> показали, что в этом случае возникают незначительные искажения огибающей и добавка к групповой скорости, имеющая порядок  $\mu_1$ . Качественные результаты приближенного анализа подтверждаются данными численных экспериментов <sup>150</sup> даже при значениях  $\mu_1 \sim 1$ . Типичные профили интенсивности приведены на рис. 29, а при различных значениях ( $R = 1$ ,  $\psi_0 = \text{sech } \tau$ ,  $\zeta$  выражено в дисперсных длинах).

Однако по мере приближения длины излучения  $\lambda$  к области нулевой дисперсии групповой скорости ( $\lambda_{кр} = 1,3$  мкм; см. рис. 5) и роста параметра нелинейности  $R$  физическая картина самовоздействия существенно меняется. Происходит необратимый распад исходного импульса на фрагменты, существенно растет его интегральная ширина и дополнительное групповое запаздывание. Характерные профили интенсивности изображены на рис. 29, б. Порядки величин здесь таковы: длительность пикосекундного импульса удваивается за счет самовоздействия на расстоянии  $\sim 6$  км при пиковой мощности  $P_0 \sim 1$  Вт.

Для мощных импульсов субпикосекундной длительности существенным возмущающим фактором является нелинейная добавка к групповой скорости, ответственная за формирование ударной волны огибающей (см. разделы 2.4 и 3.5). Однако наличие аномальной дисперсии второго порядка приводит к стабилизации крутизны заднего фронта. В работе <sup>71</sup> для уравнения (3.12) при  $k_2 < 0$  получено решение солитонного типа, отличительной особенностью которого является наличие нелинейной частотной модуляции. Автор работы <sup>151</sup> в численных экспериментах детально исследовали влияние скор-

сти изменения амплитуды нелинейной поляризации на процесс распространения  $N$ -солитонных импульсов и показали возможность их распада.

Передачу информации по волоконным линиям связи предполагается осуществлять последовательностью солитонов, поэтому вопросы их взаимодействия весьма актуальны. Физическая картина взаимодействия прёрдингеровских солитонов рассмотрена в работе <sup>152</sup> методами теории возмущений, а в <sup>153</sup> методом обратной задачи теории рассеяния. Важный результат состоит в том, что динамику распространения солитонной пары вида

$$q(\tau, 0) = \operatorname{sech}(\tau + T_c) + \operatorname{sech}(\tau - T_c) e^{i\Delta\phi} \quad (4.9)$$

при начальном периоде следования  $2T_c$  можно описать в терминах квазичастиц, между которыми действует экспоненциально убывающая «сила». Величина и знак этой «силы» существенно зависят от разности фаз  $\Delta\phi$ .

При изменении  $\Delta\phi$  от 0 до  $\pi$  «притяжение» сменяется «отталкиванием». Получены оценки для точки слияния  $L_c$  двух «притягивающихся» солитонов, в частности, при  $2T_c \sim 80$  пс,  $\tau_0 \sim 4$  пс величина  $L_c \sim 100$  км.

В работе <sup>154</sup> разработана эффективная процедура, позволяющая выделить солитонную составляющую для произвольной последовательности  $N$  импульсов и проследить ее эволюцию с расстоянием. В качестве иллюстрации на рис. 30 приведены траектории движения максимумов функции  $|q|^2$  для случая  $\Delta\phi = 0$ ,  $N = 2$  при разных  $T_c$  (начальные условия (4.9)). Авторы <sup>145</sup> проанализировали влияние оптических потерь на характер взаимодействия солитонов.

Таким образом, проведенный за последние годы детальный анализ физической картины распространения солитонов по реальным световодам подтвердил целесообразность их использования в оптических информационных системах.

#### 4.3. Самосжатие мощных пикосекундных импульсов в волоконных световодах

В предыдущем разделе был рассмотрен вопрос о том, как методами нелинейной оптики можно минимизировать изменение ширины и энергии светового импульса на максимально возможных расстояниях. Теперь мы обратимся к задачам использования нелинейных эффектов для получения импульсов предельно малой длительности. Как уже упоминалось ранее, самовоздействие спектрально-ограниченного  $N$ -солитонного импульса всегда начинается с его сжатия. Однако экспериментальная реализация волоконно-оптических компрессоров требует решения практически важных вопросов об оптимальной длине волоконного световода и о предельно достижимой степени сжатия.

Простые оценки этих важных величин получаются из соображений, аналогичных приведенным в разделе 3. Исходя из величины нелинейного спектрального уширения  $\Delta\omega \sim \tau_0^{-1} z/L_\phi$  и условия  $\Delta t_3 \sim z k_2 \Delta\omega = 2\tau_0$ , легко показать, что задний фронт импульса, испытавшего ФСМ, «догоняет» передний на расстоянии  $z \sim L_{\text{нл}}$  (см. (2.32)). Таким образом, длину световода следует выбирать порядка нелинейной длины.

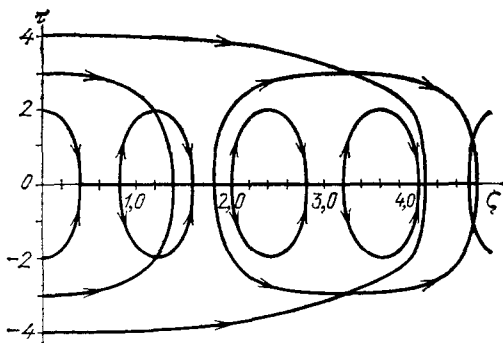


Рис. 30. Взаимодействие двух солитонов <sup>154</sup>. Изображены траектории движения максимумов интенсивности при начальных условиях (4.11)

Для оценки степени сжатия  $s$  воспользуемся тем, что  $s \sim \Delta\omega/\Delta\omega_0$ . Если импульс на входе в среду являлся спектрально-ограниченным, то оценка для степени сжатия имеет вид:

$$s \sim \frac{L_{\text{нл}}}{L_{\text{ф}}} = \tau_0 \left( \frac{k_0 \tilde{n}_2 I_{\text{эф}}}{|k_2|} \right)^{1/2}. \quad (4.10)$$

Полная информация о зависимости  $s$  и  $L_{\text{опт}}$  от характеристик излучения и параметров световода может быть получена только в численном эксперименте. Авторы <sup>155</sup> исследовали зависимость оптимальной длины световода, степени сжатия и доли энергии, заключенной в центральном пике (см. рис. 25), от амплитуды импульса  $q_0$  для случая  $q(\tau, 0) = q_0 \operatorname{sech} \tau$ .

Результаты экспериментального исследования самосжатия изложены в работе <sup>155</sup>. Спектрально-ограниченный импульс синхронно накачиваемого лазера на центрах окраски ( $\lambda \approx 1,5$  мкм, полная длительность по полувысоте  $\sim 7$  пс) вводился в волоконный световод длиной  $L \approx 320$  м. При пиковой мощности излучения  $P_0 \approx 200$  Вт, что соответствует  $q_0 \approx 13$ , длительность импульса на выходе из световода уменьшалась до 310 фс. В более коротком световоде  $L = 100$  м, и при больших мощностях была реализована степень сжатия  $s = 27$  и получены импульсы с длительностью  $\sim 260$  фс.

В последнее время в технике формирования сверхкоротких импульсов ближнего ИК диапазона наметился еще один перспективный подход — сжатие с комбинационным преобразованием частоты. Он основан на преобразовании  $N$ -солитонного импульса накачки в мощный односолитонный импульс на стоксовой частоте. В теоретических работах <sup>156, 157</sup> рассмотрена физика процессов нелинейного преобразования солитонов в маломодовом волоконном световоде при условии полной или частичной компенсации расстройки групповых скоростей на частотах  $\omega_n$  и  $\omega_c$  за счет волноводной дисперсии.

Результатом нелинейного преобразования является солитон на стоксовой частоте с энергией, практически равной энергии многосолитонного импульса накачки. Так, например, импульс накачки  $q_n = N \operatorname{sech} \tau$  при  $N = 3$  преобразуется в стоксов солитон  $q_c = \kappa \operatorname{sech}(\kappa\tau)$  с форм-фактором  $\kappa = 7$ .

Авторами <sup>158</sup> экспериментально реализовано сжатие с комбинационным преобразованием частоты импульсов в одномодовом световоде. В качестве источника использовался синхронно-накачиваемый параметрический генератор света ( $\tau_0 \sim 30$  пс,  $\lambda \sim 1,5 - 1,65$  мкм). При мощности входного импульса  $P_0 \sim 900$  Вт на выходе световода длиной 250 м формировались импульсы на стоксовой частоте длительностью 200 фс и мощностью 55 кВт (величина стоксова сдвига  $\sim 55 \text{ см}^{-1}$ ). Рассмотрен физический механизм формирования сжатых импульсов, основанный на комбинационном усилении «затравки» на стоксовой частоте, возникающей в процессе ФСМ на переднем фронте импульса.

В работе <sup>159</sup> показана принципиальная возможность достижения высокой степени сжатия в системе волоконный световод — усилитель. Существенно, что самосжатие в сочетании с усилением позволяет формировать мощные моноимпульсы без пьедестала.

#### 4.4. Солитонный лазер

Так авторы работы <sup>160</sup> назвали источник стабильных перестраиваемых по частоте и длительности импульсов с огибающей вида  $q = \kappa \operatorname{sech}(\kappa\tau)$ . Принципиальная схема солитонного лазера представлена на рис. 31. Он состоит из двух связанных резонаторов — основного (зеркала  $M_1, M_2, M_0$ ) и вспомогательного (зеркала  $M_0, M_3$ ). Основной резонатор представляет собой синхронно-накачиваемый лазер на центрах окраски, генерирующий в автономном режиме спектрально-ограниченные импульсы длительностью  $\sim 8$  пс со средней мощностью  $\sim 1$  Вт и частотой повторения  $\sim 100$  МГц. В режиме солитонного лазера часть излучения через полупрозрачное зеркало  $M_0$

(коэффициент пропускания  $\sim 30\%$ ) и делительную пластинку вводится во второй резонатор, содержащий одномодовый волоконный световод, сохраняющий поляризацию. Уровень мощности во втором резонаторе  $P_2$  и длина волоконного световода подбираются так, чтобы испытывавший самосжатие импульс инжектировался в основной резонатор синхронно с накачкой, что приводит к генерации более короткого импульса и т. д. вплоть до выхода на стационарный режим. В стационарном режиме импульс воспроизводился после двойного пробега по вспомогательному резонатору и представлял собой связанное состояние двух солитонов. Его параметры могут быть найдены из условий

$$2L = \frac{\pi}{2} L_{\text{д}}, \quad P = 4P_{\text{кр}}, \quad (4.11)$$

где  $L$  — длина световода, а  $P_{\text{кр}}$  — критическая мощность, определяемая соотношением (4.3). Таким образом, к обычному для стационарного режима генерации условию баланса усиления и потерь добавляется условие баланса дисперсионного расплывания и нелинейного самосжатия, определяющее длительность генерируемого импульса.

Типичные порядки величин таковы: при длине световода  $L \sim 30$  м солитонный лазер генерировал импульсы с длительностью  $\sim 3$  пс и пиковой мощностью  $\sim 30$  Вт. При использовании короткого световода  $L \sim 60$  см генерировались импульсы с длительностью 210 фс и пиковой мощностью 2 кВт.

Авторы<sup>160</sup> считают, что вполне реальной задачей является генерация импульсов с длительностью  $\sim 100$  фс. Солитонные лазеры являются весьма перспективными источниками для научных и технических приложений. Подробное изложение теории солитонного лазера содержится в работе<sup>161</sup>.

## 5. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ОПТИЧЕСКИХ СОЛИТОНОВ

Прогресс эксперимента, важные приложения эффектов самовоздействия поставили новые вопросы перед теорией. В разделе 3 уже затрагивался вопрос о модификации укороченных уравнений, описывающих самовоздействие мощных фемтосекундных импульсов. На очереди — развитие теории временных самовоздействий с учетом нелинейностей высших порядков (см. заключение).

Значительный интерес как с точки зрения развития теории, так и для приложений представляет обобщение полученных для детерминированного случая результатов на случайно-модулированные поля \*). С одним из примеров такой ситуации мы столкнулись в разделе 3, где речь шла о компрессии случайно-модулированных импульсов.

Естественным статистическим обобщением самовоздействия регулярных импульсов, рассмотренных в разделе 2, является задача о самовоздействии шумовых волн<sup>172–174</sup> (см. также<sup>6</sup>).

\*) Близкий круг задач возникает при исследовании самовоздействия в среде с флуктуациями диэлектрической проницаемости<sup>162,163</sup>. В волоконных световодах, в частности, флуктуации нелинейного параметра  $R = R(\xi)$  могут быть обусловлены флуктуациями диаметра волокна<sup>164</sup>.

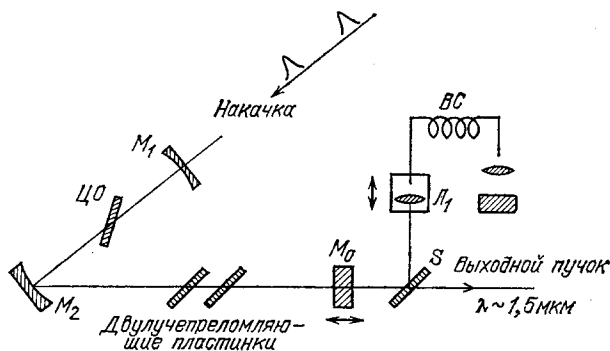


Рис. 31. Блок-схема солитонного лазера<sup>160</sup>.

Изображен лазер на центрах окраски с резонатором, образованным зеркалами  $M_1$  —  $M_2$ , и вспомогательный резонатор ( $M_0$  —  $M_3$ ), содержащий волоконный световод;

Более принципиальный характер носят статистические задачи теории оптических солитонов. Один из главных вопросов здесь — при каких условиях возможно формирование солитона из оптического шума? В разделах 5.1 — 5.3 процесс такого формирования рассмотрен поэтапно; в разделе 5.1 речь идет о вычислении энергетического порога возникновения солитонов из вспышек оптического шума. Следующий раздел 5.2 посвящен вопросу о влиянии случайной модуляции оптического импульса на распространение в ближнем поле. Наконец, в разделе 5.3 прослеживается эволюция солитонов в дальнем поле; в отличие от предыдущих разделов здесь в основу анализа положен метод обратной задачи рассеяния.

### 5.1. Пороговые условия формирования оптических солитонов из шумовых импульсов

В этом подразделе мы сосредоточим внимание на оценке пороговой плотности потока энергии, при которой возможно формирование оптического солитона из импульса, содержащего регулярную и шумовую компоненты<sup>165, 166</sup>. Прослеживается влияние дисперсии и времени корреляции шумовой компоненты входного сигнала на критическое значение параметра нелинейности (см. раздел 4.1). В основу анализа положен метод моментов<sup>167</sup>.

Рассмотрение проведем на примере шумовых импульсов вида (3.14) с корреляционной функцией случайной компоненты  $\xi(\tau)$  (1.22). Введем моменты по распределению интенсивности  $|\psi(\tau)|^2$

$$\Theta_m = \langle \tau^m \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*(\tau) \tau^m \psi(\tau) d\tau. \quad (5.1)$$

Усреднение по переменной  $\tau$  будем обозначать угловыми скобками  $\langle \dots \rangle$ . В соответствии с уравнением (3.1) изменение момента  $\Theta_2$  (среднеквадратичной длительности) описывается системой уравнений

$$\frac{d\Theta_2}{d\zeta} = \frac{i}{2} \langle \dot{\psi} \tau \psi^* \rangle + \text{к.с.с.} \quad (5.2)$$

$$\frac{d^2\Theta_2}{d\zeta^2} = 2H_0 + R \langle \psi \psi^* \rangle^2, \quad (5.3)$$

где  $\dot{\psi} = \partial\psi/\partial\tau$ ,  $H_0 = \langle \dot{\psi} \psi^* \rangle - R \langle (\psi \psi^*)^2 \rangle$  — интеграл уравнения (3.1), имеющий смысл гамильтониана.

Подставляя в (5.3) граничное условие (3.13), получим приближенное полиномиальное представление

$$\Theta_2(\zeta) = C_0 + C_1\zeta + C_2\zeta^2 + \dots, \quad (5.4)$$

где

$$C_0 = \Theta_2(0), \quad C_1 = \frac{i}{2} \langle \dot{\psi}_0 \tau \psi_0^* \rangle + \text{к.с.с.}, \quad C_2 = H_0 + \frac{1}{2} R \langle (\psi_0 \psi_0^*)^2 \rangle. \quad (5.5)$$

Область применимости представления (5.4) определяется неравенством  $R\zeta^2 < 1$ , что эквивалентно условию  $z < L_{\text{нл}}$ .

Подставляя в (5.4) конкретный вид (3.13) и проводя статистическое усреднение (оно обозначено чертой), получим

$$\bar{\Theta}_2 = \bar{C}_0 + \bar{C}_1\zeta + \bar{C}_2\zeta^2, \quad (5.6)$$

где  $\bar{C}_0 = \bar{\Theta}_2(0)$ ,  $\bar{C}_1 = 0$ , а коэффициент

$$\bar{C}_2 = \bar{H}_0 + \frac{1}{2} R \overline{\langle (\psi_0 \psi_0^*)^2 \rangle}. \quad (5.7)$$

Условие постоянства длительности  $\bar{\Theta}_2$  для среднестатистического импульса приобретает вид:  $\bar{C}_2 = 0$ . Отсюда для импульса с огибающей  $\rho(\tau) = \text{sech } \tau$



получаем соотношение

$$R_{кр} = -\frac{2\bar{H}_0}{\langle |\psi_0|^4 \rangle} \approx 1 + 3\sigma^2 \left[ 2 \left( \frac{\tau_0}{\tau_{к,0}} \right)^2 - 1 \right], \quad (5.8)$$

справедливое в приближении слабых флуктуаций,  $\sigma^2 \ll 1$ . Анализ этого выражения показывает, что в случае «быстрых» флуктуаций  $\tau_{к0} < \sqrt{2}\tau_0$  критическая плотность потока энергии возрастает с увеличением дисперсии флуктуаций  $\sigma^2$ .

Для медленных флуктуаций  $\tau_{к0} > \sqrt{2}\tau_0$  соотношение (5.8) предсказывает уменьшение критической мощности. Этот, на первый взгляд, парадоксальный результат связан со спецификой самого импульса (3.13): при увеличении дисперсии флуктуаций  $\sigma^2$  растет и средняя энергия входного импульса  $\bar{W} = W_0(1 + \sigma^2)$ . Импульсы с  $R > R_{кр}$  будут в среднем сжиматься, при  $R < R_{кр}$  — расплываться.

## 5.2. Самовоздействие случайно-модулированных импульсов в ближней зоне

Как изменяются статистические характеристики импульсов со случайной модуляцией в нелинейной среде? Ответу на этот вопрос посвящен настоящий подраздел. Мы проанализируем эволюцию длительности импульса и времени корреляции случайных импульсов при самовоздействии в области аномальной дисперсии групповой скорости. Строгое решение указанных статистических задач не представляется возможным. Поэтому полученные здесь аналитические результаты<sup>168-170</sup> ограничены начальным этапом нелинейного распространения ( $z < L_{нл}$ ); расчеты выполнены в так называемом приближении заданного канала с применением интеграла Фейнмана по траекториям.

### 5.2.1. Интегрирование по траекториям; приближение заданного канала

Воспользуемся нелинейным уравнением (3.1). Рассматривая  $|\psi(\tau, \xi)|^2$  как потенциал, в котором распространяется импульс, решение (3.1) можно записать в виде<sup>168</sup> (см. также<sup>171</sup>)

$$\psi(\tau, \xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0(\theta) G(\theta, \tau; \xi) d\theta, \quad (5.9)$$

где  $\psi_0(\theta)$  задается на входе нелинейной среды.

Функция  $G(\theta, \tau)$  определяется континуальным интегралом

$$G(\theta, \tau; \xi) = \int \exp \left[ - \int_0^{\xi} \mathcal{L}(\tau(x), \dot{\tau}(x)) dx \right] D\tau(x), \quad (5.10)$$

$$\mathcal{L}(\tau(x), \dot{\tau}(x)) = \frac{1}{2} \dot{\tau}^2(x) + R|\psi(\tau(x), x)|^2,$$

где  $\dot{\tau}(x) = d\tau(x)/dx$ , интегрирование производится по бесконечному числу траекторий, связывающих точки с координатами  $\theta, 0$  и  $\tau, \xi$ , где  $\theta = \tau(0)$  и  $\tau = \tau(\xi)$ .

Таким образом, от уравнения (3.1) мы перешли к континуально-интегральному уравнению (5.9), (5.10). Эти соотношения оказываются удобными для приближенного нахождения статистических характеристик случайно модулированного импульса в нелинейной среде. Очевидный способ решения (5.9) — использование метода итераций.

Продemonстрируем метод решения (5.9), (5.10) на примере регулярного ФМ импульса. Максимальный вклад в (5.10) дают траектории, которые удов-

летворяют уравнению Эйлера

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\tau}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \tau} = 0, \quad (5.11)$$

или, в нашем случае, уравнению

$$\ddot{\tau} - R \frac{\partial}{\partial \tau} |\psi(\tau(x), x)|^2 = 0, \quad (5.12)$$

которое можно решить только для конкретного вида  $\psi(\tau, x)$ .

В качестве нулевого приближения метода итераций можно взять решение  $\psi_d(\tau, x)$ , соответствующее  $R = 0$  в (3.1), либо  $\psi_{\text{нл}}(\tau, x)$ , соответствующее пренебрежению дисперсионным членом. Имея в виду анализ нелинейного распространения мощных световых импульсов, мы воспользуемся вторым вариантом; при этом

$$\begin{aligned} \psi^0(\tau, x) &= \psi_{\text{нл}}(\tau, x) = \psi_0(\tau) \exp[-iR |\psi_0(\tau)|^2 x], \\ |\psi^0(\tau, x)|^2 &= |\psi_0(\tau)|^2. \end{aligned} \quad (5.13)$$

Использование замены (5.13) в (5.10) означает, что на следующем этапе решения (5.9) мы рассматриваем распространение импульса в нестационарной среде, параметры которой определяются исходным импульсом. Такое приближение принято называть приближением заданного канала (ПЗК); оно применимо на расстояниях  $z < L_{\text{нл}}$ .

В случае гауссовского импульса  $\psi_0^2(\tau) = \exp(-\tau^2)$  уравнение (5.12) для оптимальных траекторий удается решить в параксиальном приближении ( $\tau < 1$ ). При этом (5.10) принимает вид

$$\begin{aligned} G(\theta, \tau; \zeta) &= \left( -i \cdot 2\pi \frac{\sin h\zeta}{h} \right)^{-1/2} \cdot \\ \exp \left\{ -i \frac{h}{2 \sin h\zeta} [(\theta^2 + \tau^2) \cos h\zeta - 2\tau\theta] - iR\zeta \right\} \end{aligned} \quad (5.14)$$

где  $h = (2R)^{1/2}$ . Выражение (5.14) является фактически «функцией Грина» для (5.9).

Пусть исходный импульс обладает квадратичной ФМ (1.18). Нетрудно видеть, что фазовая модуляция импульса не влияет на параметры заданного канала: функция (5.10) определяется выражением (5.14).

Для нормированной интенсивности импульса получаем выражение

$$|\psi(\tau, \zeta)|^2 = V^{-1}(\zeta; \alpha_0) e^{-(\tau/V(\zeta; \alpha_0))^2} \quad (5.15)$$

$$V^2(\zeta; \alpha_0) = 1 + [(h^2 - 1)(1 + \gamma^2) \sin^2(h\zeta) + \gamma h^{-1} \sin(2h\zeta)], \quad (5.16)$$

где  $\gamma = \alpha_0 \tau_0^2$ .

В отсутствие фазовой модуляции ( $\alpha_0 = 0$ ,  $\gamma = 0$ ) стационарному распространению импульса соответствует значение  $R = 1/2$  ( $h = 1$ ).

Согласно (5.15) при  $\gamma = 0$ , но  $h \neq 1$  максимальная интенсивность  $I_{\text{max}} = V^{-1}(\zeta; 0) I_0$  и длительность импульса  $\tau_u(\zeta) = V(\zeta; 0) \tau_0$  осциллируют с расстоянием, что качественно согласуется с данными раздела 4.1.

Для ФМ импульса при  $h = 1$  функция  $V^2(\zeta; \alpha_0) = 1 + \gamma \sin 2\zeta$  и длительность импульса  $\tau_u(\zeta) = V(\zeta; \alpha_0) \tau_0$  изменяется периодически, а на начальном этапе распространения либо увеличивается ( $\alpha_0 > 0$ ), либо уменьшается ( $\alpha_0 < 0$ ). Вклад фазовой модуляции в (5.16) довольно сложен и на начальном этапе не может быть скомпенсирован ФСМ. Расчеты показывают, что существует критическое значение начальной скорости частотной модуляции  $\alpha_{\text{кр}}$ ; при  $\alpha_0 > \alpha_{\text{кр}}$  и  $\zeta > L_{\text{нл}}$  ФМ импульс расплывается, а при  $\alpha_0 < \alpha_{\text{кр}}$  формируется солитон с форм-фактором  $\kappa < 1$ .

## 5.2.2. Импульс со случайной фазовой модуляцией

Рассмотрим самовоздействие импульса со случайной фазой

$$\varphi_0(\tau) = \exp \left[ -\frac{\tau^2}{2} + i\varphi_0(\tau) \right], \quad (5.17)$$

где  $\varphi_0(\tau)$  — стационарный гауссовский процесс с корреляционной функцией вида (1.22), дисперсией  $\sigma_\Phi^2$  и временем корреляции  $\tau_{\text{кф}}$ .

Корреляционная функция импульса в нелинейной среде в соответствии с (5.9), (5.14) и (5.17) определяется выражением

$$B(\tau_2, \tau_1; \xi) = V_2^{-1}(\xi) \exp \left\{ -\frac{1}{2V_2^2(\xi)} \left[ \tau_1^2 + \tau_2^2 - 2 \left( \frac{\sigma_\Phi}{\tau_\Phi} \right)^2 (\tau_2 - \tau_1)^2 \right] \right\}, \quad (5.18)$$

где  $\tau_\Phi = \tau_{\text{кф}}/\tau_0$  и

$$V_2^2(\xi) = 1 + \left\{ \left[ 1 + 4 \left( \frac{\sigma_\Phi}{\tau_\Phi} \right)^2 \right] h^{-2} - 1 \right\} \sin^2(h\xi). \quad (5.19)$$

Согласно (5.18) средняя по ансамблю длительность импульса и время корреляции изменяются по одинаковому закону:  $\tau_u(\xi) = V_2(\xi) \tau_0$ ,  $\tau_{\text{к}} = V_2(\xi) \tau_{\text{кф}}/\sigma_\Phi$ . Эти величины не изменяются при

$$h_{\text{кр}} = \left[ 1 + 4 \left( \frac{\sigma_\Phi \tau_0}{\tau_{\text{кф}}} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (5.20)$$

При этом статистически средний импульс распространяется стационарно. Данный результат отличается от выражения (5.15) для импульса с регулярной ФМ. Отличие связано с тем, что в отдельных импульсах (реализациях) наличие ФМ приводит к дополнительному расширению или сужению импульса так, что при определенном условии средняя длительность и время корреляции могут быть постоянными.

Случайная ФМ приводит к росту порога  $h_{\text{кр}}$  (5.20) стационарного распространения и, следовательно, к увеличению пороговой плотности энергии. В <sup>169</sup> проведен расчет корреляционной функции интенсивности импульса со случайной ФМ в нелинейной среде.

## 5.2.3. Самовоздействие шумового импульса

В приближении заданного канала нахождение корреляционной функции поля шумового импульса в нелинейной среде

$$B(\tau_1, \tau_2; z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} d\theta_1 d\theta_2 \int \int K(\theta_1, \theta_2; \tau_1, \tau_2) \times \\ \times \exp \left[ -i \frac{1}{2} \int_0^z (\dot{\tau}_1^2(x) - \dot{\tau}_2^2(x)) dx \right] D\tau_1(x) D\tau_2(x) \quad (5.21)$$

сводится сначала к расчету коррелятора

$$K(\theta_1, \theta_2; \tau_1, \tau_2) = \\ = \left\langle \psi_0(\theta_1) \psi_0^*(\theta_2) \exp \left\{ -iR \int_0^z [ |\psi_0(\tau_1(x))|^2 - |\psi_0(\tau_2(x))|^2 ] dx \right\} \right\rangle. \quad (5.22)$$

Мы рассмотрим самовоздействие шумового импульса вида  $\psi_0(\tau) = \xi(\tau) F(\tau)$  с регулярной огибающей  $F(\tau) = \exp(-\tau^2/2)$  и случайным гауссовским процессом  $\xi(\tau)$ , обладающим корреляционной функцией (1.22).

Усреднение (5.22) удобно производить отдельно для двух режимов распространения: 1) когерентного ( $z < L_{\text{ког}} = \tau_{\text{ког}}^2/k_2$ ) и 2) некогерентного

( $z > L_{\text{кор}}$ ). Остановимся здесь на когерентном режиме распространения; в этом случае в (5.22) можно произвести замену

$$\int_0^{\xi} |\psi_0(\tau(x))|^2 dx \approx |\psi_0(\tau(0))|^2 \xi = |\psi_0(\theta)|^2 \xi. \quad (5.23)$$

Корреляционная функция (5.21) в параксиальном приближении рассчитана в <sup>170</sup>. Согласно <sup>170</sup> длительность импульса и время корреляции шумового импульса в нелинейной среде равны

$$\tau_{\text{н}}(\xi) = V_3(\xi) \tau_0, \quad \tau_{\text{к}}(\xi) = [1 + (2R\xi)^2]^{-1/2} V_3(\xi) \tau_0. \quad (5.24)$$

Величины  $\tau_{\text{н}}(\xi)$  и  $\tau_{\text{к}}(\xi)$  могут как уменьшаться, так и увеличиваться с ростом  $\xi$ , причем возможна ситуация, когда время корреляции уменьшается, тогда как средняя длительность импульса растет.

Анализ показывает <sup>170</sup>, что в некогерентном режиме самовоздействия ( $L_{\text{кор}} < z < L_{\text{нл}}$ ) шумового импульса его средняя длительность и время корреляции всегда нарастают с увеличением  $\xi$ . Статистика интенсивности шумовых импульсов изучена в <sup>175-176</sup>. В <sup>168</sup> рассмотрено влияние шума на нелинейный режим распространения регулярного импульса. Показано, что когерентные свойства импульса ухудшаются и стационарный режим распространения импульса на начальном этапе отсутствует.

### 5.3. Статистика солитонов. Метод обратной задачи

Изложенные выше приближенные методы позволяют проследить эволюцию огибающей и статистических характеристик на начальных этапах распространения ( $z < L_{\text{нл}}$ ). Это же относится к методикам, использующим численные решения задачи Коши для нелинейного уравнения Шрёдингера <sup>177</sup>. По мере перехода в дальнюю зону ( $z > L_{\text{нл}}$ ) начинают проявляться недостатки прямых численных методов, связанные с сеточной дисперсией или искусственной периодизацией решения при спектральном подходе. Вместе с тем, такие практически важные задачи как оценка влияния флуктуаций исходных импульсов на полосу пропускания солитонных систем связи требуют разработки адекватных методов анализа волновых полей в дальней зоне. Действительно, при начальной длительности импульса  $\tau_0 \sim 6$  пс и  $\lambda \approx 1,5$  мкм дальней зоне соответствуют длины световода  $L \sim 1$  км, а при  $\tau_0 \sim 1$  пс —  $L \sim 30$  м. В настоящее время реализована передача солитонов на расстоянии 50 км <sup>147</sup>.

Основой для анализа полей в дальней зоне является аппарат обратной задачи рассеяния <sup>142</sup>. Приведем некоторые сведения из этого метода, необходимые для дальнейшего изложения. Рассмотрим задачу Коши для нелинейного уравнения Шрёдингера, записанного в традиционной математической форме (4.1) с начальным условием  $q(\tau, 0) = q_0(\tau)$ . Требуется найти  $q(\tau, \xi)$  по  $q_0$  для  $q$  из класса функций, убывающих по абсолютной величине при  $\tau \rightarrow \pm\infty$  быстрее любой степенной функции.

Согласно методу обратной задачи вместо нелинейной эволюции комплексной амплитуды  $q(\tau, \xi)$  рассматривается вспомогательная линейная задача рассеяния, в которую искомое решение входит в виде потенциала

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \Phi^{\pm} = i\Lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \Phi^{\pm} + i \begin{pmatrix} 0 & q_0 \\ q_0^* & 0 \end{pmatrix} \Phi^{\pm}, \quad (5.25)$$

где  $\Phi^{\pm}$  — матричнозначная функция  $\tau$  и спектрального параметра  $\Lambda \in \mathbb{R}$ ,  $q^*$  — комплексное сопряжение  $q$ . Функции  $\Phi^{\pm}$  удовлетворяют асимптотическим соотношениям

$$\Phi^{\pm}(\tau) \rightarrow \exp \left[ i\Lambda \tau \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right] \quad (5.26)$$

соответственно при  $\tau \rightarrow \pm \infty$ , так как потенциал  $q_0 \rightarrow 0$  при  $\tau \rightarrow \pm \infty$ . Связь между функциями  $\Phi^-$  и  $\Phi^+$  устанавливается с помощью матрицы рассеяния  $\hat{S}$

$$\Phi^- = \Phi^+ \hat{S}, \quad \hat{S} = \begin{pmatrix} a^* & b \\ -b^* & a \end{pmatrix}. \quad (5.27)$$

Коэффициент  $a = a(\Lambda)$  зависит только от спектрального параметра  $\Lambda$ , а коэффициент  $b$  представляется в виде  $b = b^0(\Lambda) \exp(i2\Lambda^2 \zeta)$ . Они связаны условием нормировки  $aa^* + bb^* = 1$ . Кроме того,  $a(\Lambda) \rightarrow 1$  при  $\Lambda \rightarrow \pm \infty$ ,  $\Lambda \in \mathbb{R}$ .

Как показано в работе <sup>142</sup>, коэффициент  $a(\Lambda)$  аналитически продолжается по  $\Lambda$  в верхнюю полуплоскость  $\text{Im } \Lambda > 0$ , а для нахождения солитонной составляющей  $q_0$  необходимо найти нули  $\Lambda_m = \text{Re } \Lambda_m + i \text{Im } \Lambda_m$  коэффициента  $a(\Lambda)$  при  $\text{Im } \Lambda \geq 0$ . Солитонное решение, соответствующее  $\Lambda_m$ , имеет вид:

$$q_m(\tau, \zeta) = \kappa_m \text{sech}[\kappa_m(\tau - \tau_{0m} - v_m \zeta)] \times \\ \times \exp\left[-iv_m \tau + i \frac{1}{2}(v_m^2 - \kappa_m^2)\zeta + \varphi_{0m}\right], \quad (5.28)$$

где  $\kappa_m = 2 \text{Im } \Lambda_m$  — амплитуда солитона,  $v_m = 2 \text{Re } \Lambda_m$  — его скорость;  $\tau_{0m}$ ,  $\varphi_{0m}$  — начальная координата максимума и фаза.

Если скорости всех входящих в решение (4.1) солитонов различны, то при  $\zeta \rightarrow \infty$   $N$ -солитонное решение определяется тривиальной линейной суперпозицией

$$q_s = \sum_{m=1}^N q_m,$$

где  $q_m$  выражаются формулой (5.28).

На конечных расстояниях или при наличии совпадающих скоростей (см., например, рис. 25) суперпозиция солитонов существенно нелинейна. Ее восстановление сводится к решению системы  $N$  линейных уравнений <sup>142</sup>. Установлено, что несолитонная часть решения существенна лишь на начальных этапах распространения, так как при  $\zeta \rightarrow \infty$  она убывает  $\sim \zeta^{-1/2}$ . Если воспользоваться наглядной аналогией с задачей о дифракции щелевого пучка в нелинейной среде, то в дальнем поле солитонам будут соответствовать яркие полосы с интенсивностью, не зависящей от расстояния, а несолитонной части — линейно дифрагирующий диффузный фон.

Соотношение энергии солитонной и несолитонной частей решения можно установить, обратившись к нелинейному обобщению теоремы Парсеваля <sup>179</sup>, согласно которой

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |q|^2 d\tau = 2 \sum_{m=1}^N \kappa_m + \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \ln \left[ 1 + \frac{bb^*}{aa^*}(\xi) \right] d\xi. \quad (5.29)$$

Первый член в правой части этого равенства соответствует энергии солитонной части решения (дискретный спектр), второй — несолитонной части (непрерывный спектр). Эта теорема позволяет установить аналогию между фурье-спектром и его нелинейным аналогом, определяемым коэффициентами  $a$  и  $b$ .

Для немногочисленных частных случаев солитонный спектр удается вычислить аналитически <sup>143</sup>. Примером может служить рассмотренный в разделе 4 импульс с огибающей  $q_0(\tau) = N \text{sech } \tau$ . В настоящее время разработаны эффективные численные методики <sup>178</sup>, позволяющие не только найти «солитонный спектр» произвольного импульса  $q_0(\tau)$ , но и вычислить солитонную составляющую решения  $q_s(\tau, \zeta)$  при произвольном  $\zeta$ .

Ряд полезных результатов получается с помощью теории возмущений. Авторы <sup>143</sup> установили, что малые действительные вариации  $|\xi| < 1/2$  ампли-

туды односолитонного импульса  $q_1 = (1 + \xi) \operatorname{sech} \tau$  приводят к линейному изменению форм-фактора солитона  $\kappa_1 = 1 + 2\xi$  и не вызывают добавок к его групповой скорости. Отсюда, в частности, следует, что если амплитуда начального импульса  $q_0 = 1 + \xi$  является случайной величиной ( $\overline{\xi} = 0$ ,  $\overline{\xi^2} = \sigma^2$ ), то при переходе в дальнюю зону ( $z > L_d$ ) закон распределения и среднее значение  $\kappa_1$  сохранятся неизменными, а стандартное отклонение флуктуаций удвоится.

В работе <sup>179</sup> показано, что чисто фазовые возмущения начальных условий (для модели диффузионного дрейфа фазы) в первом порядке теории возмущений приводят к стохастизации скорости солитона. Случайная добавка к групповой скорости распределена по нормальному закону с дисперсией  $\sim \sigma^2$ .

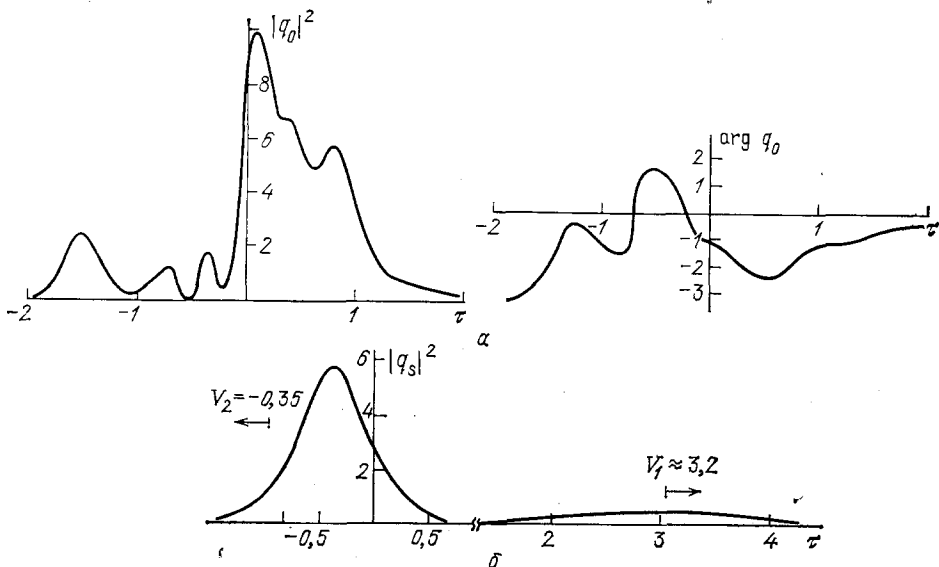


Рис. 32. Шумовой импульс (а) и его солитонная составляющая, выделенная методом обратной задачи, на расстоянии  $\zeta = 1$  (б)

Поправка второго порядка малости к собственному значению  $\Lambda_m$  является чисто мнимой — она соответствует случайным изменениям амплитуды солитона.

В работе <sup>180</sup> формирование оптических солитонов из импульсов частично-когерентного излучения исследуется методом статистических испытаний на основе методики, изложенной в <sup>178</sup>. Иллюстрацией, относящейся к одной из реализаций начальных условий, является рис. 32. «Шумовая вспышка» вида

$$q_0(\tau) = \sigma \xi(\tau) e^{-\tau^2/2}, \quad (5.30)$$

где  $\xi(\tau)$  — комплексный гауссовский шум ( $\overline{\xi} = 0$ ,  $\overline{\xi(\tau) \xi^*(\tau + \theta)} = \exp(-\theta^2/\tilde{\tau}_{R,0}^2)$ ,  $\sigma = 4$ ,  $\tilde{\tau}_{R,0} = 0,4$ ), изображена на рис. 32, а. Выделение солитонной составляющей показало, что из данной вспышки формируются два солитона с параметрами  $\kappa_1 = 2,4$ ,  $v_1 = -0,71$  и  $\kappa_2 = 0,61$ ,  $v_2 = 2,8$ , где скорости выражены в единицах  $L_d/\tau_0$ . Солитонная часть решения  $|q_s|^2$  изображена на рис. 32, б при  $z = L_d$ .

Рис. 33 иллюстрирует влияние аддитивного гауссовского шума на параметры солитона, сформировавшегося при  $\zeta \rightarrow \infty$  из импульса с огибающей вида

$$q_0(\tau) = e^{-\tau^2/2} + \sigma \xi(\tau). \quad (5.31)$$

Изображена зависимость среднего значения амплитуды  $\bar{\kappa}_1$  и скорости  $\bar{v}_1$ , полученная усреднением по реализациям, от параметра  $\sigma$  ( $\bar{\xi} = 0, \tau_{\text{н0}} = 0,4$ ). Видно, что увеличение дисперсии шума приводит к некоторому увеличению среднего значения амплитуды  $\bar{\kappa}$ . Наличие комплексного гауссовского шума приводит к флуктуациям скорости солитона (см. рис. 33); естественно, что

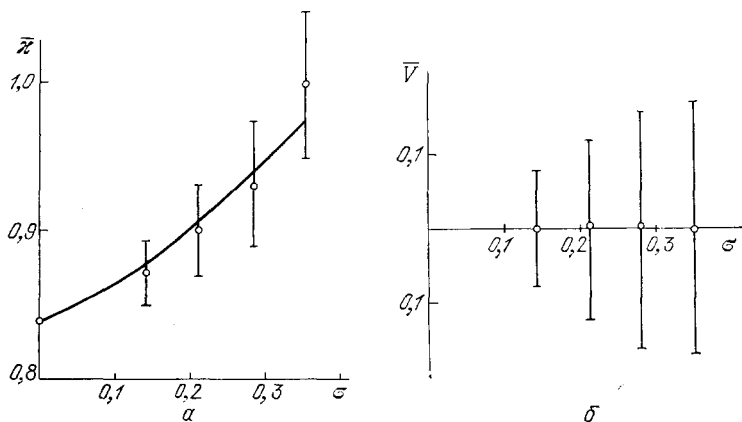


Рис. 33. Формирование солитона при наличии шума <sup>180</sup>.

а — Зависимость среднего значения формфактора от амплитуды шума  $\sigma$ . б — Зависимость средней добавки к групповой скорости от  $\sigma$  (на рисунке указаны стандартные отклонения)

величина этих флуктуаций растет с увеличением  $\sigma$ . Заметим, что флуктуации групповой скорости приводят к необходимости увеличения тактового интервала при использовании солитонов в линиях связи.

Таким образом, в настоящее время разработан ряд эффективных математических методов, позволяющих детально исследовать стохастическое самовоздействие импульсов как в ближней, так и в дальней зоне.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Разработка эффективных генераторов пико- и фемтосекундных световых импульсов, использование новых нелинейных сред стимулировали бурный всплеск интереса к физике самовоздействий волновых пакетов, технике нелинейно-оптического управления формой и длительностью сверхкоротких лазерных импульсов. Успехи техники нелинейно-оптической компрессии позволили выработать единые принципы построения мощных фемтосекундных лазерных систем в видимой, ИК и УФ областях оптического спектра.

Типовая лазерная система, использующая нелинейно-оптическую компрессию, состоит из задающего генератора перестраиваемых по частоте высококачественных спектрально-ограниченных пикосекундных импульсов, волоконно-оптического компрессора, нелинейно-оптического преобразователя частоты и усилителя мощности. Использование таких систем открывает уникальные возможности в изучении неравновесных состояний в атомах, молекулах и конденсированных средах <sup>180</sup>. Эксперименты подобного рода предъявляют очень высокие требования к стабильности сформированных импульсов. Решение проблемы связано, на наш взгляд, с эффективным использованием методов адаптивной оптики, обсуждавшихся в разделе 3.7. Фактически ситуация здесь во многом аналогична ситуации, возникающей при фокусировке мощных световых пучков в нелинейной статистически неоднородной среде. Хорошо известны результаты, которых здесь удается добиться методами адаптивной оптики <sup>183,184</sup>. Методы, описанные в <sup>184</sup>, можно эффективно ис-

пользовать для адаптивного управления формой и длительностью лазерного импульса в решеточном компрессоре.

Несомненно, все более острой становится проблема прямой регистрации временного поведения огибающей и в особенности фазы световых пакетов. В последнее время в этой области сделаны интересные работы; отметим, в частности, работу<sup>182</sup>, где для регистрации временного хода фазы используется отклик ансамбля двухуровневых атомов.

Говоря об использовании фемтосекундных импульсов в быстродействующих системах передачи и обработки информации, подчеркнем еще раз принципиальную необходимость использования оптической нелинейности для стабилизации таких импульсов. Выполненные к настоящему времени эксперименты по формированию, взаимодействию и усилению оптических солитонов представляются в этом смысле вполне обнадеживающими.

2. Практически безынерционная (время релаксации  $\tau_p \sim 10^{-14}$  с) кубическая нелинейность оптического волокна весьма мала  $\chi^{(3)} \sim 10^{-14}$  CGSE. С другой стороны, в полупроводниках, особенно в резонансных условиях, возможно получение  $\chi^{(3)} \approx 10^{-2} - 10^{-3}$  CGSE. Такие «гигантские» кубические нелинейности полупроводников широко используются в последнее время для обращения волнового фронта и создания оптических бистабильных устройств<sup>185, 186</sup>. Однако, как правило, платой за большую величину нелинейности оказывается резкое увеличение инерционности нелинейного отклика. Вместе с тем укажем, что в ряде полупроводников удается реализовать сравнительно большие кубические нелинейности с  $\tau_p < 10^{-12}$  с (см. <sup>186</sup>); несомненный интерес представляет компрессия с их помощью сверхкоротких импульсов в инфракрасном диапазоне.

3. В этом обзоре мы не смогли обсудить своеобразные эффекты самовоздействия, возникающие на квадратичной нелинейности  $\hat{\chi}^{(2)}$ <sup>187</sup>. Простейший нелинейный эффект в среде с  $P^{(2)} \sim \hat{\chi}^{(2)} E^2$  — генерация второй оптической гармоники. Когда интенсивность второй гармоники становится сравнимой с интенсивностью возбуждающей, возникает обратная реакция гармоники на основную волну. При этом прежде всего проявляется реакция гармоники на фазу основной волны. Последнее эквивалентно появлению зависимости ее фазовой скорости от интенсивности, — своеобразному самовоздействию. К сходному эффекту приводит и оптическое выпрямление в электрооптическом кристалле<sup>188</sup>.

Обратная реакция на фазу в параметрических процессах<sup>189</sup>, разыгрывающихся на квадратичной нелинейности, лежит в основе многих интересных волновых эффектов. Численные эксперименты, выполненные Сухоруковым и соавторами<sup>191-193</sup>, показывают возможность возникновения устойчивых многочастотных образований — так называемых параметрических солитонов, эффектов параметрической компрессии и т. п. Сейчас дело за экспериментальным обнаружением предсказанных эффектов.

Разумеется, параметрические процессы открывают и много других возможностей формирования и компрессии световых импульсов. Впервые на перспективы быстрого управления и компрессии импульсов в средах с квадратичной нелинейностью было обращено внимание еще в <sup>13</sup>; о современном состоянии этой техники см. <sup>194-195</sup>. По-видимому, техника параметрической компрессии (при этом можно использовать и четырехчастотные взаимодействия на кубической нелинейности<sup>196</sup>) может оказаться особенно полезной при формировании импульсов предельной короткой длительности (см. <sup>13, 196</sup>).

4. Принципиальной проблемой волновой нелинейной оптики, привлекающей в последние годы все большее внимание, стала проблема распространения волн в средах с сильным локальным нелинейным откликом (обзор ранних работ см. в <sup>197</sup>). Сейчас имеется все больше указаний на то, что такая ситуация может реализоваться вблизи экситонных резонансов в полупро-



водниках, в искусственных неоднородных нелинейных средах<sup>198</sup>. Проявлениями сильной локальной нелинейности может стать безрезонаторная оптическая бистабильность и мультистабильность, стохастическая автомодуляция бегущих световых волн \*)<sup>199-201</sup>.

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ахманов С. А., Сухоруков А. П., Хохлов Р. В. // УФН. 1967. Т. 93. С. 19.  
См. также: Akhmanov S. A., Khokhlov R. V., Sukhorukov A. P. // Laser Handbook/Eds F. T. Arecchi, E. O. Schulz-Dubois.—Amsterdam: North-Holland, 1972.— V. 2. P. 1151.
2. Дпанов Е. М., Прохоров А. М. // УФН. 1986. Т. 148. С. 289.
3. Grischkowsky D., Fork R. L., Shank C. V., Mourou G., Diels J.-D. // Laser. 1985. V. 21. P. 65.
4. Mollenauer L. F., Stolen R. H., Gordon J. P. // Phys. Rev. Lett. 1980. V. 45. P. 1045.
5. Выслоух В. А. // УФН. 1982. Т. 136. С. 519.
6. Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С. Введение в статистическую радиофизику и оптику.— М.: Наука, 1981.
7. Рэлей (Стретт Дж. В.). Теория звука/Пер. с англ. Под ред. С. М. Рытова. Т. I.— М.: Гостехиздат, 1955.
8. Зоммерфельд А. Оптика.— М.: ИЛ, 1953.
9. Мандельштам Л. И. Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике.— М.: Наука, 1972.
10. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме.— М.: Наука, 1967.
11. Pleschko P., Palócz I. // Phys. Rev. Lett. 1969. V. 22. p. 1201.
12. Гудмен Дж. Введение в фурье-оптику.— М.: Мир, 1970.
13. Ахманов С. А., Ковригин А. И., Сухоруков А. П., Хохлов Р. В., Чиркин А. С. // Письма ЖЭТФ. 1968. Т. 7. С. 237.
14. Сверхкороткие световые импульсы/Под ред. С. Шапро.— М.: Мир, 1981.
15. Вайнштейн Л. А. // УФН. 1976. Т. 118. С. 339.
16. Вайнштейн Л. А., Вакман Д. Е. Разделение частот в теории колебаний.— М.: Наука, 1983.
17. Литвак А. Г., Таланов В. И. // Изв. вузов. Сер. «Радиофизика». 1967. Т. 10, С. 539.
18. Ахманов С. А., Чиркин А. С. Статистические задачи нелинейной оптики.— М.: Изд-во Моск. ун-та, 1971.
19. Grischkowsky D. // Appl. Phys. Lett. 1974. V. 25. P. 566.
20. Дьяков Ю. Е., Никитин С. Ю. Задачи по статистической радиофизике и оптике.— М.: Изд-во Моск. ун-та, 1985.
21. Saleh V. E. A., Irshid M. I. // Opt. Lett. 1982. V. 7. P. 342.
22. Ахманов С. А., Сухоруков А. П., Чиркина А. С. // ЖЭТФ. 1968. Т. 55. С. 1430.
23. Marcuse D. // Appl. Opt. 1980. V. 19. P. 1653, 1856.
24. Marcuse D. // Ibidem. 1981. V. 20. P. 2969, 3573.
25. Marcuse D., Lin C. // IEEE J. Quantum Electron. 1981. V. QE-17. P. 869.
26. Weiner A. M., Fujimoto J. G., Ippen E. P. // Opt. Lett. 1985. V. 10. P. 71.
27. Laporta P., Magni V. // Appl. Opt. 1985. V. 24. P. 2014.
28. De Silvestri S., Laporta P., Svelto O. // IEEE J. Quantum Electron. 1984. V. QE-20. P. 533; Opt. Lett. 1984. V. 9. P. 335.
29. Dietel W., Dopel E., Nehl K., Rudolph W., Schmidt E. // Opt. Commun. 1984. V. 50. P. 179.
30. Cheung K. P., Auston D. H. // Opt. Lett. 1985. V. 10. P. 218.
31. Roychoudhuri S. // J. Opt. Soc. 1975. V. 65. P. 1418.
32. Бабаев В. С., Денчев О., Жиглинский А. Г., Кучинский В. В. // Опт. и спектр. 1983. Т. 54. С. 337.
33. Жиглинский А. Г., Кучинский В. В. Реальный интерферометр Фабри — Перо.— Л.: Машиностроение, 1983.
34. Klauder J. R., Price A. C., Darlington S., Albershein W. J. // Bell Syst. Techn. J. 1960. V. 39. P. 745.

\*) В оптических резонаторах эти явления хорошо изучены; подчеркнем, что при наличии задаваемой резонатором обратной связи они проявляются и при слабой локальной нелинейности.

35. Ширман Я. Д. Разрешение и сжатие сигналов. — М.: Сов. радио, 1974.
36. Duguay M. A., Hansen J. W. // Appl. Phys. Lett. 1969. V. 14. P. 14.
37. Gires F., Tournois P. // C. R. Acad. Sci. 1964. I. 258. P. 6112.
38. Giordmaine J. A., Duguay M. A., Hansen J. W. // IEEE J. Quantum Electron. 1968. V. QE-4. P. 252.
39. Jannson T. // Opt. Lett. 1983. V. 8. P. 232.
40. Дьяков Ю. Е. // Письма ЖЭТФ. 1983. Т. 37. С. 14.
41. Зверев В. А. Радиооптика — М.: Сов. радио, 1975.
42. Телегин Л. С., Чиркин А. С. // Квант. электрон. 1985. Т. 12. С. 166.
43. Бельский А. М., Хапалюк А. П. // Ж. прикл. спект. 1972. Т. 17. С. 150.
44. Бельский А. М., Патек М. // Вестн. Белорус. ун-та. Сер. 1. 1982. № 3. С. 18.
45. Christov I. P. // Opt. Commun. 1985. V. 53. P. 364.
46. Луговой В. Н. // Письма ЖЭТФ. 1974. Т. 19. С. 176.
47. Мазуренко Ю. Т. // Опт. и спект. 1984. Т. 57. С. 8; Квант. электрон. 1985. Т. 12. С. 1235.
48. Glöge D. // Appl. Opt. 1971. V. 10. P. 2252.
49. Bloom D. M. et al. // Opt. Lett. 1979. V. 4. P. 297.
50. Справочник по лазерам/Под ред. А. М. Прохорова. Т. 2. — М.: Сов. радио, 1978.
51. Аскарьян Г. А. // ЖЭТФ. 1962. Т. 42. С. 1567.
52. Пилипецкий Н. Ф., Рустамов А. Р. // Письма ЖЭТФ. 1965. Т. 2. С. 88.
53. Ахманов С. А., Сухоруков А. П., Хохлов Р. В. // ЖЭТФ. 1966. Т. 51. С. 296.
54. Shen Y. R. // Progr. Quantum Electron. 1975. V. 4. P. 1.
55. Остон Д. // <sup>14</sup> — С. 166.
56. Луговой В. Н., Прохоров А. М. // Письма ЖЭТФ. 1968. Т. 7. С. 153; УФН. 1973. Т. 111. С. 203.
57. Shen Y. R., Loy M. M. T. // Phys. Rev. Ser. A. 1971. V. 3. P. 2099; IEEE J. Quantum Electron. 1973. V. QE-9. P. 409.
58. Ashkin A., Bjorkholm J. E. // Phys. Rev. Lett. 1974. V. 32. P. 129.
59. Stolen R. H., Lin C. // Phys. Rev. Ser. A. 1978. V. 17. P. 1448.
60. Shen Y. R. // The Principles of Nonlinear Optics. — New York; London: J. Wiley and Sons, 1984.
61. Shimizu F. // Phys. Rev. Lett. 1967. V. 19. P. 1097.
62. Ippen E. P., Shank C. V., Gustafson T. K. // Appl. Phys. Lett. 1974. V. 24. P. 190.
63. Pinault S. C., Potasek M. J. // J. Opt. Soc. Am. Ser. B. 1985. V. 2. P. 1318.
64. Gustafson T. K., Taran J. P., Haus H. A., Lifshitz J. R., Kelley P. L. // Phys. Rev. 1969. V. 177. P. 306.
65. Островский Л. А. // ЖТФ. 1963. Т. 33. С. 905; ЖЭТФ. 1966. Т. 51. С. 1189.
66. Joenk R. J., Landauer R. // Phys. Rev. Lett. Ser. A. 1967. V. 24. P. 228.
67. DeMartini F., Townes C. H., Gustafson T. K., Kelley P. L. // Phys. Rev. 1967. V. 164. P. 312.
68. Yajima T. // Japan J. Appl. Phys. 1982. V. 21. P. 1044.
69. Fisher R. A., Bischel W. K. // J. Appl. Phys. 1975. V. 46. P. 4921.
70. Armstrong J. A. // Phys. Rev. Ser. A. 1975. V. 11. P. 963.
71. Anderson D., Lisak M. // Opt. Lett. 1982. V. 7. P. 394; Phys. Rev. Ser. A. 1983. V. 27. P. 1393.
72. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. — М.: Наука, 1979.
73. Хохлов Р. В. // Радиотехн. и электрон. 1961. Т. 6. С. 1116.
74. Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. — М.: Наука, 1975.
75. Grischkovsky D., Courtens E., Armstrong J. A. // Phys. Rev. Lett. 1973. V. 31. P. 422.
76. Yang G., Shen Y. R. // Opt. Lett. 1984. V. 9. P. 510.
77. Fork R., Shank C., Hirleman C., Yen R., Tomlinson W. // Ibidem. 1983. V. 8. P. 1.
78. Нестерова З. В., Александров И. В. // ЖЭТФ. 1985. Т. 88. С. 96.
79. Massa J. T., Alfano R. R., Mustafa M. // Phys. Lett. Ser. A. 1985. V. 107. P. 305.
80. Басов Н. Г., Летохов В. С. // ДАН СССР. 1966. Т. 167. С. 73.
81. Крюков П. Г., Летохов В. С. // УФН. 1979. Т. 99. С. 169.
82. Зельдович Б. Я., Собельман И. И. // Письма ЖЭТФ. 1971. Т. 13. С. 182.
83. Кадомцев Б. Б., Карпман В. И. // УФН. 1971. Т. 103. С. 193.
84. Карпман В. И. Нелинейные волны в диспергирующих средах. — М.: Наука, 1973.
85. Хохлов Р. В. // Тезисы докладов II Всесоюзной конференции по нелинейной оптике. — Новосибирск: ИФП СО АН СССР, 1966.
86. Беспалов В. И., Таланов В. И. // Письма ЖЭТФ. 1966. Т. 3. С. 471.

87. Беспалов В. И., Литвак А. Г., Таланов В. И. // *Нелинейная оптика.* — Новосибирск: Наука, 1968.
88. Anderson D., Lisak M. // *Opt. Lett.* 1984. V. 9. P. 468.
89. Ахманов С. А., Ковригин А. И., Максимов С. А., Оглуздин В. Е. // *Письма ЖЭТФ.* 1972. Т. 15. С. 186.
90. Большов М. А., Венкин Г. В., Жилкин С. А. // *ЖЭТФ.* 1970. Т. 58. С. 3.
91. Smith W. L., Liu P., Bloembergen N. // *Phys. Rev. Ser. A.* 1977. V. 15. P. 2396.
92. Renzkofer A., Seilmeier A., Kaiser W. // *Opt. Commun.* 1975. V. 14. P. 363.
93. Renzkofer A., Kaiser W. // *Opt. and Quantum Electron.* 1977. V. 9. P. 315.
94. Ильичев Н. Н., Коробкин В. В., Коршунов В. А. и др. // *Письма ЖЭТФ.* 1972. Т. 15. С. 191.
95. Gustafson T. K. et al. // *Phys. Rev.* 1969. V. 177. P. 1196.
96. Nakatsuka H., Grischkowsky D. // *Opt. Lett.* 1981. V. 6. P. 13.
97. Treacy E. B. // *Phys. Lett. Ser. A.* 1968. V. 28. P. 34.
98. Laubereau A. // *Ibidem.* 1969. V. 29. P. 539.
99. Lehmberg R. H., McMahon I. M. // *Appl. Phys. Lett.* 1976. V. 28. P. 204.
100. Выслоух В. А., Матвеева Т. А. // *Изв. вузов. Сер. «Радиофизика».* 1985. Т. 28. С. 101.
101. Фаттахов А. М., Чиркин А. С. // *Тезисы докладов XII Всесоюзной конференции по когерентной и нелинейной оптике.* — М.: МГУ. 1985. — С. 432.
102. Матвеева Т. А. // *Ibidem.* — С. 450.
103. Smith R. G. // *Appl. Opt.* 1972. V. 11. P. 2489.
104. Grischkowsky D., Balant A. C. // *Appl. Phys. Lett.* 1982. V. 41. P. 1.
105. Nicolaus B., Grischkowsky D. // *Ibidem.* 1983. V. 42. P. 1.
106. McMullen J. D. // *Appl. Opt.* 1979. V. 18. P. 737.
107. Winful H. G. // *Appl. Phys. Lett.* 1985. V. 46. P. 527.
108. Johnson A. M., Stolen R. H., Simpson W. M. // *Ibidem.* 1984. V. 44. P. 729.
109. Fork R. L., Martinez O. E., Gordon J. P. // *Opt. Lett.* 1984. V. 9. P. 153.
110. Gordon J. P., Fork R. L. // *Ibidem.* P. 156.
111. Herrmann I., Wilhelmi B. *Laser für ultrakurze Lichtimpulsen.* — Berlin: Akademie-Verlag, 1984.
112. Ахманов С. А., Выслоух В. А., Мурадян Л. Х. и пр. *Препринт физического факультета МГУ № 18.* — Москва, 1984.
113. Tomlinson W. J., Stolen R. H., Shank C. V. // *J. Opt. Soc. Am. Ser. B.* 1984. V. 1. P. 139.
114. Выслоух В. А., Мурадян Л. Х., Першин С. М., Подшивалов А. А. // *Изв. АН СССР. Сер. физ.* 1985. Т. 49. С. 573.
115. Halbout J. M., Grischkowsky D. // *Appl. Phys. Lett.* 1984. V. 45. P. 1281.
116. Knox W. H., Fork R. L., Downer M. C. et al. // *Ibidem.* 1985. V. 46. P. 1120.
117. Christodoulides M. N., Joseph R. L. // *Electron. Lett.* 1984. V. 20. P. 659.
118. Выслоух В. А., Матвеева Т. А. *Препринт физического факультета МГУ № 24.* — Москва, 1985.
119. Выслоух В. А., Довченко Д. Н., Желудев Н. И. и др. // *Изв. АН СССР. Сер. физ.* 1986. Т. 50. № 6.
120. Кандидов В. П. // *Ibidem.* 1983. Т. 47. С. 1583.
121. Heritage J. P., Thurston R. N., Tomlinson W. J., Weiner A. M., Stolen R. H. // *Appl. Phys. Lett.* 1985. V. 47. P. 87.
122. Heritage J. P., Thurston R. N., Weimer A. M. // *Opt. Lett.* 1985. V. 10. P. 309.
123. Kafka J. D., Kolner B. H., Ваег Т., Блом Д. М. // *Ibidem.* 1984. V. 9. P. 505.
124. Выслоух В. А., Довченко Д. Н., Желудев Н. И. и др. // *Тезисы докладов XII Всесоюзной конференции по когерентной и нелинейной оптике.* — М., 1985. — С. 448.
125. Nicolaus B., Grischkowsky D. // *Appl. Phys. Lett.* 1983. V. 43. P. 228.
126. Shank C. V., Fork R. L., Yen R., Stolen R. H. // *Ibidem.* 1982. V. 40. P. 761.
127. Fujimoto J. G., Weiner A. M., Ippen E. P. // *Ibidem.* 1984. V. 44. P. 832.
128. Tomlinson W. J., Stolen R. H., Johnson A. M. // *Opt. Lett.* 1985. V. 10. P. 457.
129. Динанов Е. М., Карасик А. Я., Мамышев П. В. и др. // *Квант. электрон.* 1984. Т. 11. С. 1078.
130. Johnson A. M., Simpson W. M. // *J. Opt. Soc. Am. Ser. B.* 1985. V. 2. P. 619.
131. Palfrey S. L., Grischkowsky D. // *Proc. of Conference on Lasers and Electro-Optics.* — Baltimore, Maryland, 1985. — PDL. P. 20.
132. Lucas J. // *Infrared Phys.* 1985. V. 25. P. 277.
133. Corkum P. B. // *Opt. Lett.* 1983. V. 8. P. 514.
134. Corkum P. B. // *IEEE J. Quantum Electron.* 1985. V. QE-21. P. 216.

135. Платошенко В. Т., Таранухин В. Д. //Изв. АН СССР. Сер. физ. 1986. Т. 50. № 6.
136. Elsaesser T., Lobentanzer H., Kaiser W. //Appl. Phys. Lett. 1985. V. 47. P. 1190.
137. Sorokin P. V., Taylor R. S. //IEEE J. Quantum Electron. 1982. V. QE-18. P. 1962.
138. Ахманов С. А., Вальшин А. М., Гордиенко В. М. и др. //Квант. электрон. 1984. Т. 11. С. 1897.
139. Hasegawa A., Tappert F. //Appl. Phys. Lett. 1973. V. 23. P. 142.
140. Хасегава А., Кодама Ю. //ТИИЭР. 1981. Т. 69. С. 57.
141. Сисакян И. Н., Шварцбург А. Б. //Квант. электрон. 1984. Т. 11. С. 1703.
142. Захаров В. Е., Манаков С. В., Новиков С. П., Питаевский Л. П. Теория солитонов: Метод обратной задачи.— М.: Наука, 1980.
143. Satsuma J., Yajima N. //Progr. Theor. Phys. Suppl. 1974. V. 55. P. 284.
144. Dora N., Blow K. //IEEE J. Quantum Electron. 1983. V. QE-19. P. 1883.
145. Дианов Е. М., Никонова З. С., Серкин В. Н. Препринт ИОФ АН СССР № 13.— Москва, 1985.
146. Stolen R. H. //Fiber and Integr. Opt. 1980. V. 3. P. 21.
147. Mollenauer L. F., Stolen R. H., Islam M. N. //Opt. Lett. 1985. V. 10. P. 229.
148. Hasegawa A. //Appl. Opt. 1984. V. 23. P. 3302.
149. Shvartzburg A. B., Sisakyan I. N. //Opt. and Quantum Electron. 1984. V. 16. P. 207.
150. Выслоух В. А. //Квант. электрон. 1983. Т. 10. С. 1688.
151. Головченко Е. А., Дианов Е. М., Прохоров А. М., Серкин В. Н. //Письма ЖЭТФ. 1985. Т. 92. С. 74.
152. Karman V. I., Solov'ev V. V. //Physica. Ser. D. 1981. V. 3. P. 433.
153. Gordon J. P. //Opt. Lett. 1983. V. 8. P. 596.
154. Выслоух В. А., Чередник И. В. //ТМФ. 1986. Т. 68. № 1.
155. Mollenauer L. F., Stolen R. H., Gordon J. P. //Opt. Lett. 1983. V. 8. P. 289.
156. Выслоух В. А., Серкин В. Н. //Письма ЖЭТФ. 1983. Т. 38. С. 170.
157. Выслоух В. А., Серкин В. Н. //Изв. АН СССР. Сер. физ. 1984. Т. 48. С. 1777.
158. Дианов Е. М., Карасик А. Я., Мамышев П. В. и др. //Письма ЖЭТФ. 1985. Т. 41. С. 242.
159. Азимов Б. С., Исаев С. К., Лузгин С. Н., Трухов Д. В. //Изв. АН СССР. Сер. физ. 1986. Т. 50. № 6.
160. Mollenauer L. F., Stolen R. H. //Opt. Lett. 1984. V. 9. P. 13.
161. Haus H., Islam M. N. //IEEE J. Quantum Electron. 1985. V. QE-21. P. 1172.
162. Безнерис И. //Нелинейные электромагнитные волны/Под ред. П. Усленги.— М.: Наука, 1983.— С. 70.
163. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику.— М.: Наука, 1978.— Ч. 2. Случайные поля.
164. Абдуллаев Ф. Х. //Письма ЖТФ. 1983. Т. 9. С. 306.
165. Crosignani V., Paras C. H., Porto P. D. //Opt. Lett. 1980. V. 5. P. 467; 1981. V. 6. P. 61.
166. Chirkin A. S., Fattakhov A. M., Vysloukh V. A. //Proc. of the 4th Intern. School of Coherent Optics.— Beshine, Czechoslovakia, 1983.— P. 182.
167. Власов С. Н., Петрищев В. А., Таланов В. И. //Изв. вузов. Сер. «Радиофизика». 1971. Т. 14. С. 1353.
168. Фаттахов А. М., Чиркин А. С. //Квант. электрон. 1983. Т. 10. С. 1989.
169. Фаттахов А. М., Чиркин А. С. //Ibidem. 1984. Т. 11. С. 2349.
170. Фаттахов А. М., Чиркин А. С. //Изв. АН СССР. Сер. физ. 1985. Т. 49. С. 553.
171. Маслово В. П. Комплексные марковские цепи и континуальный интеграл Фейнмана.— М.: Наука, 1979.
172. Бабенко В. А., Зельдович Б. Я., Малышев В. И., Сычев А. А. //Квантовая электроника/ Под ред. Н. Г. Басова.— М.: Сов. радио, 1973.— № 14. С. 19.
173. Ахманов С. А. // Нелинейная спектроскопия/ Под ред. Н. Бломбергена.— М.: Мир, 1979.— С. 365.
174. Пасманик Г. А. //ЖЭТФ. 1974. Т. 66. С. 490.
175. Кандидов В. П., Шленов С. А. //Вестн. Моск. ун-та. Сер. «Физика, астрономия». 1984. Т. 45. № 2. С. 51.
176. Кандидов В. П., Шленов С. А. //Изв. вузов. Сер. «Радиофизика». 1985. Т. 27. С. 1158.
177. Маймистов А. И., Манькин Э. А., Скляр Ю. М. //101.— С. 430.
178. Выслоух В. А., Чередник И. В. //ДАН СССР. 1986. Т. 289. № 2.
179. Elgin J. N. //Phys. Lett. Ser. A. 1985. V. 110. P. 441.

180. Выслоух В. А., Иванов А. В., Чередник И. В.//<sup>101</sup>.— С. 428.
181. Виноградова С. В., Екжанов А. Е., Пирогов Ю. А.//Вестн. Моск. ун-та. Сер. «Физика, астрономия». 1984. Т. 25. № 2. С. 62.
182. Rothenberg J., Grischkowsky D.//J. Opt. Soc. Am. Ser. B. 1985. V. 2. P. 626.
183. Воронцов М. А., Шмальгаузен В. И. Принципы адаптивной оптики.— М.: Наука, 1985.
184. Ахмапов С. А., Воронцов М. А., Кандидов В. П., Сухоруков А. П., Чесноков С. С.//Изв. вузов. Сер. «Радиофизика». 1980. Т. 23. С. 1.
185. Smith S. D.//Acta Phys. Austr. 1984. V. 56. P. 76.
186. Exciton Optical Nonlinearities//J. Opt. Soc. Am. Ser. B. 1985. V. 2 No. 7: Special issue.
187. Островский Л. А.//Письма ЖЭТФ. 1967. Т. 5. С. 331.
188. Молдавская В. М.//Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1967. Т. 10. С. 281.
189. Тагнев З. А., Чиркин А. С.//ЖЭТФ. 1977. Т. 73. С. 1271.
190. Ахмапов С. А., Емельянов В. И., Коротеев Н. И., Семингов В. Н.//УФН. 1985. Т. 147. С. 675.
191. Карамзин Ю. Н., Сухоруков А. П.//Письма ЖЭТФ. 1976. Т. 1. С. 737.
192. Азимов Б. С., Карамзин Ю. Н., Сухорукова А. К., Сухоруков А. П.//ЖЭТФ. 1980. Т. 78. С. 78; Изв. АН СССР. Сер. физ. 1981. Т. 45. С. 1398.
193. Азимов Б. С., Сухоруков А. П., Трухов Д. В.//Ibidem. 1986. Т. 48. № 6.
194. Параметрические генераторы света и пикосекундная спектроскопия/Под ред. А. Пискарскаса.— Вильнюс: Моклас, 1983.
195. Пискарскас А. С., Спруткайтис В. А., Стабинис А. Ю.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1986. Т. 50. № 6.
196. Weiner A. M., Fujimoto J. G., Ippen E.//Ultrafast Phenomena. IV./Eds D. Auston, K. V. Eiseenthal.— Berlin; Heidelberg; New York; Tokyo: Springer-Verlag. 1984.— P. 11.
197. Ахмапов С. А.//<sup>173</sup>.— С. 323.
198. Flytzanis C. Nonlinear Phenomena in Solids/Ed. M. Borisov.— Singapore: World Scientific Publ., 1984.
199. Ахмапов С. А., Хохлов Р. В.//Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1962. Т. 5. С. 742.
200. Goldstone J., Garmire E.//Phys. Rev. Lett. 1984. V. 53. P. 910.
201. Желудев Н. И., Макаров В. А., Матвеева А. В., Свирко Ю. П.//Вестн. Моск. ун-та. Сер. «Физика, астрономия». 1984. Т. 25. № 5. С. 106.