535.42

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

ЭФФЕКТЫ ДВУКРАТНОГО ПРОХОЖДЕНИЯ ВОЛН В СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

Ю. А. Кравцов, А. И. Саичев

СОДЕРЖАНИЕ

1.	Введение	502
2.	Эффект удвоения дисперсии фазы при отражении волн назал в среде с крупно-	
	масштабными случайными неоднородностями	503
	а) Флуктуации фазы при отражении от зеркала. Приближение геометриче-	
	ской оптики (503). б) Флуктуации фазы при учете дифракционных эффектов	
	(504). в) Флуктуации углов и времени прихода сигналов (505).	
3.	Эффект усиления обратного рассеяния	506

- а) «Чистый» эффект усиления обратного рассеяния: точечный рассеиватель а) «Чистый» эффект усиления обратного рассеяния: точечный рассеиватель и точечный излучатель (506). б) Пространственное перераспределение интен-сивности обратного рассеяния (507). в) Случай слабых флуктуаций (508).
 г) Случай насыщенных флуктуаций (509). д) Рост высших моментов интен-сивности при обратном рассеянии (510). е) Усиление обратного рассеяния в случае фазового экрана (510). ж) Условие существования эффекта усиле-ния в нестационарных средах (510). з) Эффект усиления обратного рассея-ния в случае протяженных источников, приемников и отражателей (510);
 констрие войствие консиной аналузии изменных (541): 2) Влияние 1) Усредняющее действие конечной апертуры приемника (511); 2) Влияние 1) усреданющее денствие колечном апертуры приемпика (огг), 2) Биныша уширения волновых пучков и направленных свойств рассеивателей на эффект усиления обратного рассеяния (511); 3) Ограничения на размеры гладких выпуклых отражателей (512); 4) Ослабление рассеяния на протяженных телах в условиях сильных флуктуаций фазы (512). и) Эффект усиления при рассеянии на шероховэтой поверхности и на совокупности дискретных вкраплений (512). к) Усиление обратного рассеяния на мелких неоднородностях в присутствии крупных неоднородностей (513). л) Усиление обратного рассеяния как эффект, не учитываемый в теории переноса излучения (513). м) Методы анализа двукратного прохождения (515). в) Описание отраженных воли в рамках МПУ (515). о) Эффект усиления при отражении от шероховатой поверхности при наличии затенений (517).
- 4. Многоканальные когерентные эффекты при обратном рассеянии . . а) Когерентные эффекты, связанные с многоканальным распространением (517). б) Условие существования когерентных эффектов (518). в) Дальняя корреляция в перекрестных каналах рассеяния (519). г) Когерентные эф-фекты при отражении от шероховатой поверхности (519). д) О соотношении между эффектом усиления и многоканальными когерентными эффектами (519). е) Интерпретация эффекта усиления обратного рассеяния в условиях насыщенных флуктуаций с позиций многоканального распространения (520). ж) Частичное обращение волнового фронта при отражении в случайно-неоднородной среде (520).
- 5. Экспериментальные наблюдения и некоторые приложения эффектов двукратного прохождения . а) Применения эффекта удвоения в ионосферных измерениях дисперсии фазы (522). б) Наблюдения эффекта усиления обратного рассеяния в оптике (523). в) О влиянии эффекта усиления обратного рассеяния на результаты определения электронной концентрации в ионосфере методом некогерентного рассеяния (524). г) Эффекты двукратного прохождения при возвратно-наклонном

517

522

зондировании ионосферы и в других экспериментах по дистанционному зондированию (524). д) Многоканальные эффекты при рассеянии радиоволн в ионосфере (525). е) Многоканальные эффекты в гидроакустике (525). ж) Эффекты двукратного прохождения при отражении волн от зеркал ОВФ (525). Цитированная литература

1. ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известно, что при распространении звуковых, электромагнитных и иных волн в реальных средах возникают разнообразные флуктуационные эффекты, обусловленные наличием случайных неоднородностей среды ^{1,2}. В последнее время было выяснено, что при обратном рассеянии



Рис. 1.

возникают качественно новые флуктуационные эффекты, обязанные своим происхождением двукратному прохождению волн через одни и те же неоднородности

Рассмотрим простейшую схему локационного эксперимента, приводящего к двукратному прохождению волны через среду с крупномасштабными случайными неоднородностями (рис. 1). На первый взгляд может показаться, что флуктуационные свойства волны, попадающей в приемник в локационном эксперименте (рис. 1), аналогичны свойствам еолны, прошедшей удвоенную дистанцию 2L по прямой трассе (рис. 2), так как



в обоих случаях волна проходит в случайно-неоднородной среде трассу одинаковой длины 2L. В действительности же трассы существенно различны. Дело в том, что в локационном эксперименте (рис. 1) отраженная волна *проходит через те же неоднородности среды, что и падающая*, в то время как на прямой трассе (рис. 2) волна распространяется через *различные* неоднородности. Именно двукратное прохождение волной случайных неоднородностей среды и порождает специфические флуктуационные эффекты.

Впервые на некоторые аномалии в поведении отраженной волны, обусловленные корреляцией неоднородностей на трассах прямой и отраженных волн, обратил внимание Н. Г. Денисов³. Затем Н. Г. Денисов и Л. М. Ерухимов в работе^{4а} вычислили дисперсию флуктуаций фазы отраженной от ионосферы волны при нормальном падении (см. также⁴⁶). Из этих вычислений вытекает эффект удвоения дисперсии фазы нормально отраженной волны по сравнению с дисперсией фазы волны, отраженной при наклонном падении. Другое следствие двукратного прохождения эффект усиления обратного рассеяния «в чистом виде», т. е. увеличение средней интенсивности отраженных назад волн в крупномасштабной случайно-неоднородной среде — было выявлено в работе ^{5*}), хотя указание на существование специфических интерференционных эффектов при рассеянии назад содержалось и в более ранних работах ^{7,8}, а диаграммный анализ ряда теории возмущений для обратно рассеянного поля был выполнен Ю. Н. Барабаненковым ^{9,10}. Позже было обнаружено, что рассеянная назад волна обладает специфическими когерентными и другими новыми (по сравнению с волной, распространяющейся без отражений) свойствами. Обзору разнообразных флуктуационных эффектов двукратного прохождения волнами одних и тех же неоднородностей и посвящена данная работа.

2. ЭФФЕКТ УДВОЕНИЯ ДИСПЕРСИИ ФАЗЫ ПРИ ОТРАЖЕНИИ ВОЛН НАЗАД В СРЕДЕ С КРУПНОМАСШТАБНЫМИ СЛУЧАЙНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

а) Флуктуации фазы при отражении от зеркала. Приближение геометрической оптики

Эффект удвоения дисперсии фазы отраженной волны первоначально был обнаружен в работе ⁴ применительно к отражению от ионосферного слоя с плавным профилем диэлектрической проницаемости. Природу этого

эффекта и его характерные особенности удобнее пояснить на простой модели отражения волны от зеркала, помещенного в случайнонеоднородную среду

Пусть плоская волна с длиной волны $\lambda = 2\pi/k$

$$u_{\text{man}}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{x}) = \exp \left[\imath k \left(\boldsymbol{x} + \rho_1 \boldsymbol{\theta} \right) \right] \left(\boldsymbol{\theta} \ll 1 \right)$$

наклонно падает на случайно-неоднородный слой 0 < x < L, ограниченный идеальным зеркалом (рис 3) Будем полагать неоднородности проницаемости среды $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - \bar{\varepsilon}$ малыми ($|\tilde{\varepsilon}| \ll 1$) и крупномасштабными $(l_{\varepsilon} \gg \lambda)$, а длину трассы L такой, что спра-



1 MO. 0.

ведливы условия применимости геометрической оптики $L\lambda \ll l_e^2$ и малости флуктуаций уровня волны $\langle \chi^2 \rangle \sim \sigma_e^2 L^3/l_e^3 \ll 1$, при выполнении которого можно пренебречь искривлениями лучей падающей и отраженной волн Интересуясь здесь только фазовыми флуктуациями отраженной волны, пренебрежем флуктуациями ее уровня и запишем отраженную волну в исходной плоскости x = 0 в виде

$$u_{\text{orp}}(\boldsymbol{\rho}, 0) = \exp \left[\imath k \left(2L + \rho_i \theta + \varphi \left(\boldsymbol{\rho}, L \right) \right) \right];$$

здесь $\psi = k\varphi$ — флуктуация фазы, $\varphi(\rho, L)$ — случайная часть эйконала отраженной волны. Флуктуации эйконала $\varphi(\rho, L)$ в данном случае равны

$$\varphi(\rho, L) = \frac{1}{2} \int_{0}^{L} \widetilde{\varepsilon}(\rho_{1} - 2L\theta + \theta x, \rho_{2}, x) dx + \frac{1}{2} \int_{0}^{L} \widetilde{\varepsilon}(\rho_{1} - \theta x, \rho_{2}, x) dx. \quad (2.1)$$

^{*)} С разрешения авторов работы ⁵ информация об эффекте усиления обратного рассеяния была помещена также в статье ⁶, появившейся в печати несколько раньше работы ⁵.

Первое слагаемое в (2.1) отвечает флуктуациям эйконала падающей волны на участке трассы от начала слоя (x = 0) до зеркала (x = L), а второе флуктуациям на обратном пути. Стандартные вычисления дисперсии эйконала отраженной волны дают (см. ¹)

$$\sigma_{\varphi}^{z}\left(\theta, L\right) = \frac{1}{2} \left[A\left(0\right) L + \int_{0}^{L} A\left(2\theta x\right) \mathrm{d}x \right], \qquad (2.2)$$

где

$$A(\mathbf{s}) = \int_{-\infty}^{\infty} \langle \widetilde{\varepsilon} (\boldsymbol{\rho}, x) \, \widetilde{\varepsilon} (\boldsymbol{\rho} + \mathbf{s}, x + \tau) \rangle \, \mathrm{d}\tau.$$
 (2.3)

При одномасштабных неоднородностях среды масштаб функции A (s) сравним с масштабом неоднородностей l_{g} .

Если угол падения θ превышает «угол корреляции» θ* ~ l_e/2L, то прямой и отраженный лучи проходят бо́льшую часть пути через различ-



ные неоднородности среды. Это позволяет пренебречь вторым слагаемым в (2.2) по сравнению с первым, так что

$$\sigma_{\varphi}^{2}(\theta \gg \theta^{*}, L) \approx \frac{1}{2} A(0) L.$$
 (2.4)

В этом случае дисперсия эйконала отраженной волны равна дисперсии эйконала отраженной волны равна дисперсии эйконала волны, прошедшей без отражений случайно-неоднородный слой толщины 2L. Если же угол падения равен нулю, то, согласно (2.2),

$$\sigma_{0}^{2}(0, L) = A(0) L. \qquad (2.5)$$

Таким образом, значение дисперсии эйконала при обратном рассеянии вдвое больше, чем на прямой трассе удвоенной длины 2L:

$$\sigma_{\varphi \text{ ofp}}^2(0, L) = 2\sigma_{\varphi \text{ прям}}^2(0, 2L).$$
(2.6)

Этот эффект удвоения дисперсии фазы при обратном рассеянии обусловлен, очевидно, двукратным прохождение волны через одни и те же неоднородности. Величину

$$N_{\varphi}(\theta) = \frac{\sigma_{\varphi}^{2}(\theta \ l)}{\sigma_{\varphi}^{2}(\theta \gg \theta^{*}, L)}$$
(2.7)

назовем коэффициентом усиления дисперсии фазы. Согласно (2.4) и (2.5), при нормальном падении на зеркало, т. е. при $\theta = 0$, имеем

$$N_{\infty}(0) = 2,$$
 (2.8)

гогда как при $\theta \gg \theta^*$ коэффициент усиления обращается в единицу. Плавный переход от значения $N_{\varphi} = 2$ к единице показан на рис. 4.

Если условие применимости $L\lambda \ll l_{\epsilon}^2$ приближения геометрической оптики не выполнено, то при расчете эйконала отраженной волны необходимо учитывать дифракционные эффекты. Такой расчет в приближении метода плавных возмущений (МПВ) был сделан в работе ¹¹ для нормально падающего на случайно-неоднородный слой гауссова пучка, отраженного

идеальным зеркалом в плоскости x = L. Согласно¹¹, эффект усиления флуктуаций фазы отраженной волны сохраняется и при учете дифракции. В частности, из результатов работы¹¹ следует, что коэффициент усиления дисперсии фазы равен

~

$$N_{z} = 2 \frac{\int_{0}^{\infty} \varkappa \Phi_{\varepsilon} (\varkappa) \cos^{2} \left(\frac{\varkappa^{2}L}{2k}\right) \left[1 + \left(\sin \left(\frac{\varkappa^{2}L}{k}\right) / \frac{\varkappa^{2}L}{k}\right)\right] d\varkappa}{\int_{0}^{\infty} \varkappa \Phi_{\varepsilon} (\varkappa) \left[1 + \left(\sin \left(\frac{\varkappa^{2}L}{k}\right) / \frac{\varkappa^{2}L}{k}\right)\right] d\varkappa}, \qquad (2.9)$$

где $\Phi_{\varepsilon}(\varkappa)$ -- спектральная плотность флуктуаций проницаемости. В случае турбулентной среды с кармановской моделью спектра

$$\Phi_{\varepsilon}(\varkappa) = 0.033C_{\varepsilon}^{2}(\varkappa^{2} + \varkappa_{0}^{2})^{-11/6} \exp\left(-\frac{\varkappa^{2}}{\varkappa_{m}^{2}}\right),$$

где $\varkappa_{\rm m} = 5.92' l_0$, $\varkappa_0 = 2\pi/L_0$ (l_0 — внутренний, L_0 — внешний масштабы турбулентности), из (2.9) следует, что на протяженных трассах ($\varkappa_0^2 L/k \gg 1$) имеет место удвоение дисперсии флуктуаций эйконала по сравнению с дисперспей эйконала при косом падении ($N_{\varphi} \approx 2$). Наряду с этим, за счет корреляции фаз падающей и ограженной волн происходит увеличение радпуса корреляции флуктуаций фазы отраженной волны по сравнению с той же величиной в падающей волне.

Еще одпн результат, полученный в приближении МПВ ¹², касается эффекта усиления флуктуаций уровня и фазы пучка, угол отражения которого от идеального зеркала произволен. Согласно ¹², усиление флуктуаций уровня пропадает, когда угол падения превышает значение $2\sqrt{\lambda/L}$. Усиление же фазовых флуктуаций остается значительным ($N_{\varphi} \sim 2$), даже если угол падения равен угловому размеру внешнего масштаба турбулентности.

Удвоение дисперсии фазы при двукратном прохождении характерно и для более сложных ситуаций: при отражении от зеркала сферической волны, при рассеянии на точечном отражателе (см. ниже, гл. 3), на цилиндре ¹³ и во многих других случаях.

в) Флуктуации углов и времени прихода сигналов

Известно, что флуктуации фазы квазимонохроматического импульса тесно связаны с флуктуациями времени δt возвращения отраженного импульса в случайно-неоднорочной среде. В средах без дисперсии имеем $\delta t = q/c$. Соответственно дисперсия флуктуаций времени прихода зондирующего импульса $\sigma_t^2(\theta, L)$ связана с дисперсией эконала (2.2) простым соотношением

$$\sigma_t^2(\theta, L) = \frac{1}{c^2} \sigma_{\varphi}^2(\theta, L).$$

Таким образом, эффект удвоения флуктуаций фазы при двукратном прохождении приводит к удвоению дисперсии времени прихода сигнала, что в свою очередь может привести к увеличению ошибки в определении расстояния до лоцируемых объектов.

Аналогичные выводы справедливы и в отношении углов прихода отраженной в случайно-неоднородной среде волны.

9 УФН, т. 137, вып 3

Ю. А. КРАВЦОВ, А. И. САИЧЕВ

3. ЭФФЕКТ УСИЛЕНИЯ ОБРАТНОГО РАССЕЯНИЯ

а) «Чистый» эффект усиления обратного рассеяния:

точечный рассеиватель и точечный излучатель

Распространение скалярной монохроматической волны в среде с проницаемостью $\varepsilon = 1 + \tilde{\varepsilon}$ ($\tilde{\varepsilon} - \phi$ луктуационная часть проницаемости) описывается уравнением Гельмгольца *)

$$\Delta u + k^2 \left(1 + \tilde{\epsilon}\right) u = 0. \tag{3.1}$$

Будем считать, что случайные неоднородности слабы (| $\tilde{\epsilon}$ | \ll 1), статистически изотропны и крупномасштабны ($l_{\epsilon} \gg \lambda$). Кроме того, временно примем, что неоднородности неизменны во времени (ниже мы укажем допустимую величину производной $\partial \epsilon / \partial t$, см. п. ж)).

Пусть в точке $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1$ находится точечный изотропный излучатель, который можно учесть, введя в правую часть уравнения (3.1) δ ($\mathbf{r} - \mathbf{r}_1$).



Рис. 5.

Функцию Грина уравнения (3.1) обозначим $G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r})$. Отметим принципиальное для эффектов двукратного прохождения свойство взаимности волн

$$G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}) = G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1). \tag{3.2}$$

Поместим в точке r = R изотропный точечный рассеиватель, который создает рассеянное поле

$$u_{\mathbf{s}}(\mathbf{r}) = fG(\mathbf{r}_{1}, \mathbf{R}) G(\mathbf{R}, \mathbf{r}); \qquad (3.3)$$

здесь f — амплитуда рассеяния. Будем интересоваться рассеянным полем в сопряженных точках $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1'$, одинаково удаленных от рассеивателя: $|\mathbf{r}_1 - \mathbf{R}| = |\mathbf{R} - \mathbf{r}_1'| = L$ (рис. 5). Согласно (3.3), (3.2) эти поля равны

$$\boldsymbol{u}_{\mathbf{s}}(\mathbf{r}_{\mathbf{i}}) = fG^{2}(\mathbf{r}_{\mathbf{i}}, \mathbf{R}), \quad \boldsymbol{u}_{\mathbf{s}}(\mathbf{r}_{\mathbf{i}}) = fG(\mathbf{r}_{\mathbf{i}}, \mathbf{R})G(\mathbf{R}, \mathbf{r}_{\mathbf{i}}'). \quad (3.4)$$

Предположим далее, что рассеяние на одной неоднородности (на объеме $\sim l_s^3$) мало, $l_s \ll L$, а многократно рассеянная волна на трассе длины L почти не меняет направления распространения. Тогда' флуктуации $G(\mathbf{r}_1, \mathbf{R})$ вызваны неоднородностями среды в узкой окрестности прямой, соединяющей излучатель и рассеиватель (\mathbf{r}_1, \mathbf{R}), а флуктуации $G(\mathbf{R}, \mathbf{r}'_1)$ обусловлены статистически независимыми неоднородностями вдоль трассы ($\mathbf{R}, \mathbf{r}'_1$). Поэтому функции $G(\mathbf{r}_1, \mathbf{R})$ и $G(\mathbf{R}, \mathbf{r}'_1)$ статистически независимыми воднородностями вдоль трассы ($\mathbf{R}, \mathbf{r}'_1$). Поэтому функции $G(\mathbf{r}_1, \mathbf{R})$ и $G(\mathbf{R}, \mathbf{r}'_1)$ статистически независимыми воднородностями вдоль трасны. Отвечающие им средние интенсивности рассеянной волны в сопряженных точках равны:

$$\langle I_{\mathbf{s}}(\mathbf{r}_{\mathbf{i}})\rangle = \sigma \langle I^{2}(\mathbf{r}_{\mathbf{i}}, \mathbf{R})\rangle, \quad \langle I_{\mathbf{s}}(\mathbf{r}_{\mathbf{i}}')\rangle = \sigma \langle I(\mathbf{r}_{\mathbf{i}}, \mathbf{R})\rangle \langle I(\mathbf{R}, \mathbf{r}_{\mathbf{i}}')\rangle, \\ \sigma = |f|^{2}, \quad I_{\mathbf{s}}(\mathbf{r}) = |u_{\mathbf{s}}(\mathbf{r})|^{2}, \quad I(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = |G(\mathbf{r}, \mathbf{R})|^{2}.$$

$$(3.5)$$

506

^{*)} Отметим, что скалярное приближение в средах с крупномасштабными неоднородностями оправдано и для электромагнитных воли, поляризация которых практически неизменна вдоль трассы распространения.

Эффект усиления обратного рассеяния «в чистом виде» ⁵ следует из первого равенства (3.5) и тривиального утверждения теории вероятностей. что средний квадрат случайной величины всегда больше квадрата ее среднего:

$$\langle I^2(\mathbf{r_1}, \mathbf{R}) \rangle > (\langle I(\mathbf{r_1}, \mathbf{R}) \rangle)^2.$$
 (3.6)

Принимая во внимание ненаправленный характер излучения и рассеяния, для статистически изотропной и крупномасштабной среды из закона сохранения потока энергии имеем

$$\langle I(\mathbf{r_i}, \mathbf{R}) \rangle = \langle I(\mathbf{R}, \mathbf{r'_1}) \rangle = I_0(L),$$

где I_0 (| $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}$ |) = | G_0 ($\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}$) | ² — интенсивность поля излучателя в пустоте ($\tilde{\epsilon} \equiv 0$). Подставляя последнее

равенство в первое соотношение (3.5) и учитывая (3.6), приходим к количественному выражению эффекта усиления обратного рассеяния:

$$\langle I_{\mathbf{s}} (\mathbf{r}_{1}) \rangle = N I_{\mathbf{s}0} (\mathbf{r}_{1}), \qquad (3.7)$$

где $I_{s0}(\mathbf{r}_1) = \sigma I_0(L)$ — интенсивность рассеянной волны в пустоте, а

$$N = \frac{\langle I^2 \left(\mathbf{r}_1, \mathbf{R} \right) \rangle}{I_0^2 \left(\left| \mathbf{r}_1 - \mathbf{R} \right| \right)} > 1$$
(3.8)

 $r_1 = 0$

 коэффициент усиления обратного рассеяния в случайно-неоднородной среде. Он тем больше единицы, чем сильнее флуктуации интенсивности волны, падающей на рассеиватель. Наглядную геометрическую интерпретацию эффекта усиления средней интенсивности обратного рассеяния можно дать, опираясь на теорему взаимности. которая справедлива как для самих полей, так и для геометрооптических лучей ¹⁵: распространение волн от излучателя к рассеивателю и обратно происходит по одним и тем же лучам (рис. 6). Именно корреляция флуктуалий интенсивности падащей и рассеянной волн, прошедших через одни и те же неоднородности. ответственна за усиление средней интенсивности волны в точке расположения излучателя.

б) Пространственное перераспределение интенсивности обратного рассеяния

Для средней интенсивности рассеянного поля в произвольной точке **г** по аналогии с (3.7) имеем

$$\langle I_{\mathbf{s}} (\mathbf{r}) \rangle = N (\mathbf{r}_{1}, \mathbf{r}, \mathbf{R}) I_{\mathbf{s}0} (\mathbf{r}), \qquad (3.9)$$

где величина

$$N(\mathbf{r}_{1}, \mathbf{r}, \mathbf{R}) = \frac{\langle I(\mathbf{R}, \mathbf{r}_{1}) I(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \rangle}{I_{0}(|\mathbf{R} - \mathbf{r}_{1}|) I_{0}(|\mathbf{R} - \mathbf{r}|)}$$
(3.10)

теперь описывает не только усиление, но и пространственное перераспределение средней интенсивности обратного рассеяния. Поместим точку наблюдения г на сфере с центром R и радиусом | $\mathbf{r}_1 - \mathbf{R}$ | = L. При этом N становится функцией угла $\theta = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}|/L$: $N = N(\theta, L)$ (рис. 7). Из закона сохранения потока энергии рассеянной волны следует, что

$$\oint N(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}, \mathbf{R}) \,\mathrm{d}\mathbf{s} = 4\pi L^2, \qquad (3.11)$$

где интегрирование ведется по описанной выше сфере. Так как при рассеянии строго назад имеет место эффект усиления средней интенсивности обратного рассеяния N(0, L) > 1, то (3.11) выполняется только при усло-9*

рис. 6.

вии, что усиление при $\theta = 0$ сопровождается ослаблением средней интенсивности обратного рассеяния под углами, близкими к $\theta = 0$. В результате индикатриса рассеяния $N(\theta, L)$ принимает характерную форму,



представленную на рис. 8. При достаточно больших θ , когда падающая на рассеиватель и рассеянная под углом θ волны проходят через разные неоднородности, интенсивности $I(\mathbf{R}, \mathbf{r}_1)$ и $I(\mathbf{R}, \mathbf{r})$ статистически взаимно независимы и $N(\theta, L) = 1$.

в) Случай слабых флуктуаций

Если флуктуации интенсивности падающей на рассеиватель волны достаточно малы, то можно воспользоваться приближением МПВ (см., например, ¹⁶). В этом приближении

$$N(\theta, L) = 1 + 4B_{\chi}(\theta L, L), \qquad (3.12)$$

где $B_{\chi}(\rho, L) = \langle \chi(\mathbf{r}_1, L) \chi(\mathbf{r}, L) \rangle$ — корреляционная функция флуктуаций уровня сферической волны, $\rho = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|$. В статистически изотропной среде

$$B_{\chi}(\rho, L) = 2\pi \int_{0}^{\infty} F_{\chi}(\varkappa, L) J_{0}(\varkappa \rho) d\varkappa, \qquad (3.13)$$

где

$$F_{\chi}(\varkappa, L) = \frac{k^2 \pi}{2} \int_{0}^{L} \Phi_{\varepsilon}\left(\varkappa \frac{L}{x}\right) \left(\frac{L}{x}\right)^2 \sin\left[\frac{\varkappa^2 L}{2kx}(L-x)\right] \mathrm{d}x. \quad (3.14)$$

В случае одномасштабных неоднородностей среды корреляция флуктуаций уровня пропадает при $\rho_N \sim l_{\epsilon}$. Поэтому перераспределение средней интенсивности обратного рассеяния происходит в конусе углов $\theta_N \sim l_{\epsilon}/L$. В турбулентной среде (внешний масштаб L_0 , внутренний масштаб l_0) при $L_0 > \sqrt{\lambda L} > l_0$ радиус корреляции определяется френелевским масштабом $\rho_N \sim \sqrt{\lambda L}$. При этом $\theta_N \sim \sqrt{\lambda/L}$.

Рассмотрим еще вопрос о флуктуациях уровня χ_s (r) и фазы ψ_s (r) рассеянной волны. Их дисперсии в приближении МПВ равны:

 $\sigma_{\chi}^{2}(\theta, L) = 2B_{\chi}(0, L) + 2B_{\chi}(\theta L, L), \qquad (3.15)$

$$\sigma_{\psi}^{2}(\theta, L) = 2B_{\psi}(0, L) + 2B_{\psi}(\theta L, L); \qquad (3.16)$$

здесь $2B_{\chi}$ (0, L) и $2B_{\psi}$ (0, L) равны дисперсиям уровня и фазы рассеянной волны в сопряженной точке \mathbf{r}'_{1} ($\theta = \pi$), а слагаемые $2B_{\chi}$ (θL , L) и $2B_{\psi}$ (θL , L)

связаны с двукратным прохождением волны через одни и те же неоднородности. При рассеянии строго назад ($\theta = 0$) происходыт удвоение дисперсии не только фазы, но и уровня по сравнению с дисперсиями в сопряженной точке:

$$\sigma_{\chi}^{2}(0, L) = 4B_{\chi}(0, L), \quad \sigma_{\psi}^{2}(0, L) = 4B_{\psi}(0, L). \quad (3.17)$$

Отметим. что увеличение флуктуаций уровня в направлении назад как раз и ведет к росту средней интенсивности: возвращающаяся назад волна испытывает как фокусировку ($\chi > 0$), так и дефокусировку ($\chi < 0$), но в целом фокусировка преобладает, и поэтому $\langle I_s \rangle > I_{s0}$.

r) Случай насыщенных флуктуаций

Главной физической характеристикой волны в турбулентной среде в режиме насыщения является поперечный радаус котерентности $\rho_{\kappa}(L)$ сферической волны, прошедший в турбулентной среде трассу длины L. Он определяется из уравнения ¹:

$$D_{\psi}(\rho_{\kappa}, L) = 1, \quad D_{\psi}(\rho, L) = \frac{k^2}{4} \int_{0}^{L} D\left(\frac{\rho x}{L}\right) \mathrm{d}x,$$
 (3.18)

где

$$D(s) = A(0) - A(s), (3.19)$$

а A(s) дается выражением (2.3). Условие насыщенности флуктуаций интенсивности волны, прошедшей зрассу L, имеет вид $\gamma = L/k\rho_R^2 \gg 1^{-17}$ и допускает простую интерпретацию. Величина γ равна отношению среднеквадразичного поперечного смещения луча $\sigma_p(L) \sim L/k\rho_K$ к радпусу когерентности $\rho_K : \gamma \sim \sigma_p / \rho_K^{-18}$. Иными словами, насыщение флуктуаций наступает в условиях, когда боковое смещение лучей превышает радиус когерентности.

В области насыщения статистические свойства поля падающей волны асимптотически гауссовы ^{17,19,20}. Это означает, что плотность вероятности нормированной интенсивности $J = I(\mathbf{r}, \mathbf{R})/I_0(|\mathbf{r} - \mathbf{R}|)$ насыщенной ($\gamma \gg 1$) сферической волны асимптотически стремится к

$$W_{\infty}(J) = e^{-J} \qquad (J > 0).$$
 (3.20)

Ее моменты равны

$$\langle J^m \rangle = m!. \tag{3.21}$$

Пользуясь распределением (3.20), нужно, однако, иметь в виду, что асимптотическое стремление $W(J; L) \kappa$ (3.20) неравномерно и тем хуже, чем больше J. Физически это обусловлено наличием каустик и связанными с ними выбросами интенсивности, приводящими при больших J к более медленному спаданию плотности вероятности интенсивности, чем это предсказывается (3.20). В итоге, чем выше момент, т. е. чем больше m в (3.21), тем сильнее его истинное значение отличается при фиксированном γ от значения (3.21) и тем больше должно быть γ , чтобы можно было пользоваться формулой (3.21) ^{17,19,20}.

Из (3.21) и (3.8) следует, что если рассеиватель находится в области насыщенных флуктуаций интенсивности падающей волны, то

$$N_{\rm HaCbill} = 2.$$
 (3.22)

Заметим, что в области сильных флуктуаций (где $\gamma \sim 1$ и начинают появляться каустики, как раз и ответственные за сильные флуктуации ¹⁴) фактор усиления N может оказаться несколько больше двух. Ю. А. КРАВЦОВ, А. И. САИЧЕВ

д) Рост высших моментов интенсивности при обратном рассеянии

Усиление средней интенсивности сопровождается усилением высших моментов интенсивности. Если флуктуации слабые, для расчета моментов $\langle I_s^m \rangle$ можно использовать МПВ. В этом приближении $I = I_0 \exp(2\chi)$, где $\chi = \overline{\chi} + \widetilde{\chi}$ — уровень амплитуды, причем $\langle \widetilde{\chi}^2 \rangle \equiv \sigma_{\chi}^2 = -\overline{\chi}$. Тогда для коэффициента усиления *m*-го момента интенсивности $N^{(m)} = \langle I_s^m(\mathbf{r}_1) \rangle \times$ $\times [I_{s0}^m(\mathbf{r}_1)]^{-1}$ получим

$$N^{(m)} = \exp\left[4\left(2m^2 - m\right)\sigma_{\chi}^2\right].$$
(3.23)

Отсюда следует быстрый рост $N^{(m)}$ с увеличением номера *m*. Относительные флуктуации $\Delta I_{\rm cp.\, \kappa B}/I_{\rm so}$ согласно (3.23) равны

$$\frac{\sqrt{\langle I_{\rm s}^2\rangle - \langle I_{\rm s}\rangle^2}}{I_{\rm so}} = \sqrt{\exp\left(24\sigma_{\chi}^2\right) - \exp\left(4\sigma_{\chi}^2\right)} \approx \sqrt{20}\,\sigma_{\chi}^2.$$

Сходный вывод справедлив и для насыщенных флуктуаций: в соответствии с (3.21) $N^{(m)} = \langle J^{2m} \rangle = 2m!$ При этом $\Delta_{cp. \ \kappa B} / I_{s0} = \sqrt{20}$ (см. также ²¹).

e) Усиление обратного рассеяния в случае фазового экрана

Пусть между источником и рассеивателем имеется фазовый экран, модулирующий сразу проходящей волны множителем ехр [$i\Phi$ (ρ)], где Φ (ρ) — двумерное случайное поле. Если отражатель находится в зоне фокусировок, то фактор усиления N может быть гораздо больше предельного значения N = 2 для среды с объемными флуктуациями. Грубая оценка коэффициента усиления в этом случае дается формулой $N \sim \ln \sigma_{\Phi}^{2}$, $\sigma_{\Phi}^{2} = \langle \Phi^{2} \rangle^{22-24}$.

ж) Условие существования эффекта усиления в нестационарных средах

Оно сводится к тому, чтобы за время $\Delta t = 2L/c$ распространения сигнала от источника до рассеивателя и обратно среда практически не успела измениться:

$$\Delta t = \frac{2L}{c} < \tau_{\varepsilon} \sim \varepsilon \left| \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right|^{-1}; \qquad (3.24)$$

здесь τ_{ε} — характерное время флуктуаций проницаемости ε . Иными словами, необходимо, чтобы отраженный сигнал проходил через те же неоднородности, что и прямой. Если изменение параметров среды на трассе распространения происходит за счет дрейфа неоднородностей, то эффект обращения не пропадает, но наблюдается в точке, смещенной от наблюдателя на расстояние $2Lv_{\perp}/c$, где v_{\perp} — компонента скорости дрейфа, поперечная лучу.

з) Эффект усиления обратного рассеяния в случае протяженных источников, приемников и отражателей

Выше мы обсудили эффект усиления в простейшей схеме точечный источник — точечный рассеиватель. В реальных условиях рассеиватели, излучатели и приемники имеют конечные размеры. Учет реальных факторов очень важен для выработки рекомендаций по экспериментальному об-

510

наружению и практическому использованию эффектов двукратного прохождения. Рассмотрим некоторые относящиеся сюда вопросы.

1) Усредняющее действие конечной апертуры приемника. Из сказанного ранее следует, что если характерный размер приемной апертуры ρ_a превышает радиус корреляции ρ_N флуктуаций интенсивности обратно рассеянной волны, то приемник не обнаружит эффекта усиления средней интенсивности обратного рассеяния вследствие усредняющего действия апертуры приемника 5. Таким образом условием регистрации эффекта усиления служит неравенство $\rho_a < \rho_N$. В качестве примера рассмотрим ограничения на апертуру оптического приемника в условиях гурбулентной атмосферы. В случае малых флуктуаций интенсивности падающей волны, когда справедливо приближение МПВ и $\rho_N \sim \sqrt{\lambda L}$, имеем $\rho_a < \sqrt{\lambda L}$. Для лазерного излучения ($\lambda \approx 5 \cdot 10^{-5}$ см) и трассы $L \sim 1$ км отсюда получаем $\rho_a \sim \sqrt{\lambda L} \sim 2$ см. На более протяженных трассах $L \sim 5 - 40$ км, где флуктуации интенсивности падающей волны обычно уже насыщенны, апертура должна быть меньше пятна усиления средней интенсивности, радиус которого порядка радиуса когерентности падающей волны $\rho_{\rm R}$ (L). Трассам $L \sim 5-10$ км отвечает радиус когерентности $\rho_{\rm h} \sim 1$ см. Поэтому должно быть $\rho_{\rm a} < 1$ см. Существующая сейчас приемная аппаратура в состоянии обнаружить эффект усиления обратного рассеяния в режиме как слабых, так и сильных флуктуаций интенсивности падающей на рассеиватель волны.

2) В лияние уширения волновых пучков и направленных свойств рассеивателей на эффект успления обратного рассеяния. Очевидно, если размеры рассеивателя *а* значительно меньше поперечного радиуса когерентности падающей волны, $a \ll \rho_{\rm K}(L)$, то в пределах рассеивателя поле падающей волны $u_{\rm пад}$ (r) можно считать локально плоским и локально когерентным ⁵. При этом в области дифракции Фраунгофера выражение для средней интенсивности обратного рассеяния примет вид

$$\langle I_{\mathbf{s}}(\mathbf{r}) \rangle = \sigma (\mathbf{q}) \langle I_{\text{figg}}(\mathbf{R}) I(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \rangle,$$
 (3.25)

где, как и раньше, $I(\mathbf{R}, \mathbf{r})$ — питенсивность ненаправленной сферической волны, $I_{\text{пад}} = |u_{\text{пад}}(\mathbf{R})|^2$ — интенсивность падающей волны возле рассемвателя, $\sigma(\mathbf{q}) = |f(\mathbf{q})|^2$ — сечение рассеяния, $f(\mathbf{q})$ — амплитуда рассеяния, $\mathbf{q} = k(\mathbf{n} - \mathbf{m})$ — вектор рассеяния, \mathbf{m} — направление распространения издающей волны вблизи рассеивателя, а \mathbf{n} — направление на точку наблюдения \mathbf{r} из точки рассеяния \mathbf{R} (см. рис. 7).

Запишем (3.25) в форме, подобной (3.7):

$$\langle I_{\mathbf{s}}(\mathbf{r}) \rangle = \langle I_{\mathbf{s}}(\mathbf{r}) \rangle_0 N;$$
 (3.26)

здесь первый множитель $\langle I_{\mathbf{s}}(\mathbf{r}) \rangle_0 = \sigma (\mathbf{q}) \langle I_{\text{пад}}(\mathbf{R}) \rangle I_0 (|\mathbf{R} - \mathbf{r}|)$ представляет собой среднюю интенсивность рассеянного поля в пренебрежении корреляцией между падающим и рассеянным полями. Эту величипу принято использовать при оценках мощности, рассеянной телами в случайно-неоднородной среде. Второй множитель в (3.26) — фактор усиления рассеяния

$$N = \frac{\langle I_{\text{mag}}(\mathbf{R}) I(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \rangle}{\langle I_{\text{mag}}(\mathbf{R}) \rangle I_0 (|\mathbf{R} - \mathbf{r}|)}.$$
(3.27)

В отличие от фактора N, изученного в п. а), здесь N характеризует уже не абсолютное (по сравнению с вакуумом), а относительное усиление рассеяния, поскольку в случае узких пучков интенсивность падающей волны может снизиться за счет уширения пучка в случайно-неоднородной среде. К случаю узких пучков мы обратимся еще в п. н). Здесь же отметим, что если рассеиватель находится в зоне Фраунгофера излучателя и если диаграмма излучения $F(\mathbf{m})$ настолько широка, что ее уширением за счет случайных неоднородностей среды можно пренебречь, то из (3.26), (3.27) следует вывод о наличии эффекта абсолютного усиления средней интенсивности обратного рассеяния ⁵. В самом деле, в этом случае падающую на рассеиватель волну можно представить в виде $u_{\text{пад}}(\mathbf{R}) = F(\mathbf{m}) G(\mathbf{r}_1, \mathbf{R})$. При этом коэффициент усиления (3.27) совпадает с (3.10), а величина

$$\langle I_{\mathbf{s}}(\mathbf{r}) \rangle_{\mathbf{0}} = \sigma (\mathbf{q}) | F(\mathbf{m}) | {}^{2}I_{\mathbf{0}} (| \mathbf{r}_{\mathbf{1}} - \mathbf{R} |) I_{\mathbf{0}} (| \mathbf{R} - \mathbf{r} |)$$
(3.28)

равна интенсивности обратного рассеяния в вакууме. Следовательно, в этом случае также имеет место эффект абсолютного усиления.

3) Ограничения на размеры гладких выпуклых отражателей. Жесткое требование $a \ll \rho_{\rm R}$ к размерам рассеивателя существенно ослабляется, если рассеянное поле формируется не всем рассеивателем, а только малой частью его поверхности — бликом ⁵. Так, для гладкой сферы радиуса $a \gg \lambda$ размер блика $\sim \sqrt{\lambda a}$, так что неравенство $a < \rho_{\rm R}$ следует заменить значительно более слабым. $\sqrt{\lambda a} < \rho_{\rm R}$. При этом если длина волны $\lambda \approx 5 \cdot 10^{-5}$ см, а $\rho_{\rm K} \sim 1$ см, отсюда имеем $a < \rho_{\rm R}^2 / \lambda \sim 2 \cdot 10^4$ см = 200 м. Таким образом, ограничения на размеры гладких отражателей существенно снижаются.

4) Ослабление рассеяния на протяженных телах в условиях сильных флуктуаций фазы. Если по крайней мере один из радиусов кривизны тела бесконечен (диск, лента, цилиндр), а флуктуации фазы велики $(\langle \psi^2 \rangle \gg 1)$, то, как было установлено в работе⁷¹, усиление обратного рассеяния сменяется ослаблением, так как когерентное сложение синфазных полей, рассеянных элементами тела, нарушается. Согласно⁷¹, ослабление рассеяния на теле длиной *b* происходит при выполнении следующих трех условий: а) точка наблюдения находится в зоне геометрической оптики ($\lambda L \ll l_{\epsilon}^2$); б) фазовые флуктуации велики; в) радиус когерентности поля $l_E \sim l_{\epsilon}/\sqrt{\langle \psi^2 \rangle}$ достаточно мал: $l_E \ll \lambda L/b$.

и) Эффект усиления при рассеянии на шероховатой поверхности и на совокупности дискретных вкраплений

Усиление обратного рассеяния происходит и в случае рассеяния слабо направленной сферической волны шероховатой поверхностью. Необлодимо, чтобы радиус когерентности падающей волны $\rho_{\rm H}$ был больше размеров площадок (бликов), формирующих эффективную индикатрису рассеяния σ_s (q) поверхности ^{5,25}. При этих условиях наблюдатель воспринимает поверхность как совокупность некоррелированных рассеивателей (бликов). Особенности пространственного перераспределения средней интенсивности обратного рассеяния для случая шероховатой поверхности описаны в ²⁵. Сходные явления происходят и при рассеянии на дискретных вкраплениях, помещенных в крупномасштабную среду.

к) Усиление обратного рассеяния на мелких неоднородностях в присутствии крупных неоднородностей

Разобьем пространственный спектр неоднороднослей среды на две независимые части: $\Phi_{\rho}(\varkappa) = \Phi_{\nu}(\varkappa) + \Phi_{\mu}(\varkappa)$, где ν (г)—крупномасштабная ($\varkappa < \varkappa^*$), а μ (г)—мелкомасштабная ($\varkappa > \varkappa^*$) части флуктуаций проницаемости $\varepsilon = \nu + \mu$; здесь $\varkappa^* \ll k$ -граница разбиения в пространстве волновых чисел. Распространение волн в такой двухмасштабной среде описывается уравнением Гельмгольца (3.1), которое может быть решено в приближении однократного рассеяния по мелкомасштабной компоненте μ , если в качестве нулевого приближения взять случайное поле $u_{\nu}(\mathbf{r})$, испытавшее воздействие только крупных неоднородностей ν . Статистическая независимость обеих компонент позволяет производить независимое усреднение по ν и μ , при этом результат в определенных пределах не зависит от выбора уровня отсечки \varkappa^* . Такой гибридный подход был реализован в работе ²⁶ и привел к следующему результату

цля интенсивности поля, рассеянного назад к источнику:

$$\langle I_{s}(\mathbf{r}_{t})\rangle = \int_{V} \frac{\langle I_{\Pi a_{\Pi}}(\mathbf{R})\rangle \sigma_{\mu}(q) N(\mathbf{R})}{|\mathbf{r} - \mathbf{R}|} d^{3}\mathbf{R};$$
(3.29)



Рис. 9.

здесь $\sigma_{\mu}(a) = (\pi k^4/2) \Phi_{\mu}(q)$ — борновское сечение рассеяния мелкомасштабной ком-

поненты $(q = 2k \sin \theta/2)$, $I_{\text{пад}}$ (**R**) — интенсивность падающей волны, а коэффициент усиления N (**R**) дается выражением (3.8). Усиление рассеяния выражается в том, что сечение рассеяния σ_{μ} вошло под знак интеграла в (3.29) с фактором N (**R**) > 1, описывающим влияние крупных неоднородностей.

Существенно, что приближение однократного обратного рассеяния в рамках гибридного метода имеет гораздо большую область применимости, чем стандартное борновское приближение, справедливость которого ограничена условием малости полного сечения $L \int \sigma_{\epsilon} d\Omega \ll 1$, тогда как в рамках гибридного метода требуется только малость сечения мелкомасштабной компоненты: $L \int \sigma_{\mu} d\Omega \ll 1^{26}$.

Отметим еще, что распределение рассеивающих неоднородностей по большому объему может привести к сушественному уменьшению области вблизи излучателя, где проявляется эффект усиления обратного рассеяния. Если α — ширина диаграммы направленности излучателя, то размеры области усиления составляют $\sim \rho_N$ поперек основного лепестка диаграммы и $\sim \rho_N/\alpha$ — вдоль него (рис. 9).

л) Усиление обратного рассеяния как эффект, не учитываемый в теорим переноса излучения

При анализе статистических и, в частности, когерентных свойств волн, многократно рассеянных в случайно-неоднородных средах часто пользуются уравнением переноса излучения (УПИ)^{27,28}. В работах ^{29,30} (см. также¹) дан «статистико-волновой» вывод УПИ с помощью селективного суммирования ряда по кратности рассеяния и установлено его дифракционное содержание Расчет средней интенсивности обратного рассеяния в рамках УПИ, учитывающий многократное рассеяние на крупномасштабных компонентах неоднородностей среды и однократное на мелкомасштабных компонентах, не приводит к эффекту усиления обратного рассеяния ³¹⁻³³. Как показал диаграммный анализ применимости УПИ ^{9,10,34}, усиление обратного рассеяния не проявляется в рамках УПИ из-за того, что использованное при его выводе «лестничное приближение»



Рис. 10.

уравнения Бете-Солпитера не учитывает вклада так называемых циклических диаграмм. На рис. 10 схематично изображены пути распространения волн из точки r₀ в r' и из точки r₀ в r' в приближении двукратного и



Рис. 11.

трехкратного рассеяния, а также приведены соответствующие циклические диаграммы.

В сущности, УПИ не способно описать усиление обратного рассеяния потому, что в рамках УПИ производится некогерентное сложение пнтенсивностей рассеянных волн, в то время как при обратном рассеянии в общем случае нельзя пренебрегать когерентностью волн, проходящих через

одни и те же неоднородности. По-видимому, впервые на специфические интерференционные эффекты при рассеянии назад было указано в статье Ватсона⁷. Ватсон отметил, что путь $(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_n, \mathbf{r}_1)$ и обратный путь $(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_n, ..., \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1)$ (рис. 11) дают одинаковые, т. е. когерентные, поля. Эта когерентность и отвечает за усиление обратного рассеяния. Корректный расчет средней интенсивности волн в мелкомасштабной плоско-слоистой среде с учетом многократного обратного рассеяния также подтверждает неприменимость УПИ при описании рассеяния назад (см., например, ³⁵⁻⁴⁰).

Сказанное может вселить опасение, что УПИ вообще неприменимо при описании рассеяния назад. Однако, как указано выше (п. к)), при рассеянии в среде с неодномерными объемными случайными неоднородностями эффект усиления обратного рассеяния замазывается почти везде, кроме малой окрестности излучателя. В этом смысле трехмерные задачи рассеяния качественно отличны от одномерных, где эффект замазывания отсутствует. Именно замазывание усиления обратного рассеяния в трехмерном случае ведет к тому, что отклонения от некогерентного сложения рассеянных полей, на чем базируется УПИ, обычно малы.

ЭФФЕКТЫ ДВУКРАТНОГО ПРОХОЖДЕНИЯ ВОЛН

м) Методы анализа двукратного прохождения

При расчете эффектов двукратного прохождения используют методы, разные по области применимости и степени обоснованности. Пока флуктуации интенсивности падающей волны слабы, применим МПВ, который широко использовался при расчете флуктуаций поля отраженной волны (см., например, ^{5,11,12,26,41-44}). Детальный расчет эффектов двукратного прохождения в режиме сильных флуктуаций был проведен на основе фазового приближения метода Гюйгенса — Кирхгофа (ФПМГК) и его модификаций 6,45-18. Однако применимость ФПМГК для количественных расчетов волн в турбулентной среде не всегда достаточно обоснована 17,47. Функциональный метод анализа статистики отраженных в случайнонеоднородной среде волн был развит в ^{39,49}. Так как в турбулентной атмосфере падающая волна практически не меняет направление распространенся, а эффекты двукратного прохождения сказываются только в малом конусе углов отражения назад, эти эффекты надежно описываются методом параболического уравнения (МПУ). При этом, как показано в 50,51, при статистическом анализе отраженных волн применимо марковское приближение. Ряд по кратности обратного рассеяния в случайно-неодноропной среде с учетом многократного рассеяния по направлению распрородной среде с учетом многопратного рассолите по при анализе таких рядов странения волны получен в 52. В 53,54 указано, что при анализе таких рядов справедливо марковское приближение. Отметим, что формулы однократного обратного рассеяния 52-54 практически совпадают с формулами гибридного метода ²⁶. В ⁶⁴ краевая задача обратного рассеяния сведена к задаче Коши, более удобной для статистического анализа.

н) Описание отраженных волн в рамках МПУ

Пусть вдоль оси x распространяется волна, в плоскости излучения x = 0 равная $u_0(\rho)$ (ρ — поперечные координаты). Поместим в конце трассы отражатель с локальным коэффициентом отражения $f(\rho)$ на подстилающей плоскости x = L. Тогда комплексная амплитуда отраженной волны в плоскости излучения (x = 0) в рамках МПУ равна ^{50,51}

$$u_{\mathbf{s}}(\mathbf{\rho}) = \int f(\mathbf{\rho}') u_{\mathrm{flag}}(\mathbf{\rho}', L) G(\mathbf{\rho}, 0, \mathbf{\rho}', L) d\mathbf{\rho}', \qquad (3.30)$$

где $u_{\text{пад}}$ (ρ , x) — комплексная амплитуда падающей волны:

$$u_{\mathrm{mag}}(\boldsymbol{\rho}, x) = \int u_0(\boldsymbol{\rho}_0) G(\boldsymbol{\rho}_0, 0, \boldsymbol{\rho}, x) d\boldsymbol{\rho}_0.$$

Входящая сюда функция Грина удовлетворяет задаче Коши:

$$2ik \frac{\partial G}{\partial x} + \Delta_{\rho}G + k^{2} \widetilde{e} (\rho, x) G = 0,$$

$$G(\rho_{0}, 0, \rho, 0) = \delta(\rho - \rho_{0}).$$
(3.31)

Приведем несколько точных следствий (3.30), (3.31). Для плоской падающей волны ($u_0 = 1$) и статистически однородных $\tilde{\epsilon}$ из (3.30), (3.31) следует, что ^{48,50,51}

$$\langle u_{\mathbf{s}} (\mathbf{\rho}) \rangle = \langle u_{\pi \mathbf{a} \pi} (\mathbf{\rho}, L) u_{f} (\mathbf{\rho}, L) \rangle, \qquad (3.32)$$

где $u_f(\mathbf{\rho}, x)$ — падающая волна, комплексная амплитуда которой в плоскости x = 0 равна $f(\mathbf{\rho})$. Если отражатель — идеальное зеркало, f = 1, из (3.32) имеем $\langle u_s(\mathbf{\rho}) \rangle = \langle u_{\text{пад}}^2(\mathbf{\rho}, L) \rangle$. При слабых флуктуациях интенсивности это равенство — следствие описанного в п. 2 эффекта усиления флуктуаций фазы отраженной волны. Полный поток интенсивности $I_s(\rho) = |u_s(\rho)|^2$ отраженной волны, как следует из (3.30), (3.31), равен ⁵¹:

$$\int I_{\mathbf{s}}(\boldsymbol{\rho}) \, \mathrm{d}\boldsymbol{\rho} = \int |f(\boldsymbol{\rho})|^2 \, I_{\Pi a \pi}(\boldsymbol{\rho}, L) \, \mathrm{d}\boldsymbol{\rho}. \tag{3.33}$$

Отсюда видно, что если размер отражателя меньше радиуса корреляции интенсивности падающей волны, то флуктуации полного потока отраженной волны повторяют флуктуации интенсивности падающей волны, т. е. имеет место насыщение усредняющего действия приемной апертуры (см. 55-57). Из (3.33) видно также, что средний отраженный поток равен среднему потоку падающей на отражатель волны. Последнее — следствие указанного в п. з) замазывания усиления средней интенсивности отраженной волны приемной апертурой. Для плоской падающей волны и идеального зеркала ($u_0 = f = 1$) справедливо равенство $50 \langle I_s(\mathbf{\rho}) \rangle = 1$, означающее отсутствие в этом случае усиления средней интенсивности отраженной волны.

Выражение для отраженной волны в форме (3.30) удобно для использования марковского приближения ^{47,50,51}. Однако из-за корреляции неоднородностей на трассах прямой и отраженной волн, уравнения для моментных функций отраженных волн сложнее уравнений для соответствующих моментных функций падающих волн. Так, функция когерентности отраженной волны $\Gamma_s = \langle u_s (\rho_+ + \rho/2) u_s^* (\rho_+ - \rho/2) \rangle$ в простейшем случае плоской падающей волны и идеального зеркала равна

$$\Gamma_{\mathbf{s}}(\mathbf{\rho}) = \int M(\mathbf{\rho}_{-}, 0, 0; L \mid \mathbf{\rho}) \, \mathrm{d}\mathbf{\rho}_{-}, \qquad (3.34)$$

где $M(\rho_{-}, \rho_{1}, \rho_{2}; L \mid \rho)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial M}{\partial L} = \frac{i}{k} (\nabla_1 \nabla_2) M - \frac{k^2}{4} F(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \boldsymbol{\rho}_-) M,$$

$$M(\boldsymbol{\rho}_-, \boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2; 0|\boldsymbol{\rho}) = \delta(\boldsymbol{\rho}_- - \boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_2),$$

$$F(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \boldsymbol{\rho}_-) = D(\boldsymbol{\rho}_1 \pm \boldsymbol{\rho}_-) + D(\boldsymbol{\rho}_2 \pm \boldsymbol{\rho}_-) - D(\boldsymbol{\rho}_1 \pm \boldsymbol{\rho}_2).$$
(3.35)

Точное решение этого уравнения неизвестно. Асимптотический же анализ показал, что при насыщенных флуктуациях интенсивности падающей Волны ($\gamma \gg 1$) ее стохастическая функция Грина G — асимптотически гауссова ¹⁷⁻²⁰. Следовательно, в режиме насыщенных флуктуаций, входящив выражения для моментных функций отраженных волн средние от произведения стохастических функций Грина прямых волн можно размыкать по законам гауссовой статистики. Это значительно упрощает статистический анализ отраженной волны.

Обсудим особенности проявления эффекта усиления средней интенсивности отраженной волны в режиме насыщенных флуктуаций на примере коллимированного в плоскости x = 0 пучка радиусом d, падающего в плоскости x = L на плоское зеркало раднуса $a^{45,58}$. Если $d < o_{\kappa}(L)$, т. е. если дифракционная расходимость падающего пучка превышает его турбулентное уширение, имеет место относительный эффект усиления средней интенсивности отраженной волны в пятне радиуса ок (L) в окрестности излучателя с коэффициентом усиления N ≈ 2 . Причем для достаточно малых ($a <
ho_{\kappa}(L)$) и достаточно больших ($a > \sigma_{
ho}(L)$ отражателей эффект усиления становится абсолютным. При $d > \rho_{\kappa}(L)$ эффект усиления пропадает. Аналогичные выводы справедливы и в более общих случаях (расходящиеся пучки, шероховатые отражатели и т. д. 45,58). Заметим, что особенности поведения отраженной волны в режиме насыщенных флуктуаций удовлетворительно объясняются рассмотренными в п. 4 многоканальными когерентными эффектами.

о) Эффект усиления при отражении от шероховатой поверхности при наличии затенений

Эффект, аналогичный усилению средней интенсивности обратного рассеяния в случайно-неоднородной среде, обнаружил И. М. Фукс ⁵⁹: при малых углах скольжения падающей на шероховатую поверхность волны рассеяние назад ослабляется затенениями падающего и рассеянного лучей. Почти для всех азимутальных углов рассеяния падающий и отраженный лучи идут вдоль разных рельефов шероховатой поверхности и их затенения статистически независимы. Однако в узком секторе азимутальных углов отражения назад, когда падающий и отраженный лучи идут над одними и теми же неровностями, корреляция затенений падающего и отраженного лучей оказывается существенной. За счетэтой корреляции (если падающий луч отразился строго назад, то отраженный луч не затенен) происходит успление сечения рассеяния в узком интервале азимутальных углов с максимальным коэффициентом усиления $N \approx 2^{59}$.

4. МНОГОКАНАЛЬНЫЕ КОГЕРЕНТНЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ОБРАТНОМ РАССЕЯНИИ

а) Когерентные эффекты, связанные с многоканальным распространением

Пусть волна приходит от источника (точка r_1) к рассеивалелю (точка **R**) по двум путям, которым отвечает суммарная функция Грина

$$G(\mathbf{r}_1, \mathbf{R}) = G_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{R}) + G_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{R}).$$
 (4.1)

Такая ситуация возникает, например, при наличии хорошо отражающей границы раздела (рис. 12). Согласно (3.4) п (4.1) обратно рассеянное поле запишется в виде

$$u_{\mathbf{s}}(\mathbf{r}_{\mathbf{i}}) = f(G_{\mathbf{1}} + G_{2})^{2} = f(G_{\mathbf{1}}^{2} + G_{\mathbf{1}}G_{2} + G_{2}G_{\mathbf{1}} + G_{\mathbf{2}}^{2}) = u_{\mathbf{1}\mathbf{i}} + u_{\mathbf{1}\mathbf{2}} + u_{\mathbf{2}\mathbf{1}} + u_{\mathbf{2}\mathbf{2}}.$$
 (4.2)
Слагаемые $u_{\mathbf{1}\mathbf{1}} = fG_{\mathbf{1}}^{2}$ и $u_{\mathbf{2}\mathbf{2}} = fG_{\mathbf{2}}^{2}$ отвечают рассеянию по путям 11 в 22,



тогда как слагаемые $u_{12} = fG_1G_2$ и $u_{21} = fG_2G_1$ отвечают перекрестным каналам распространения 12 и 21 (рис. 13). По теореме взаимности эти кросканалы когерентны: $u_{12} = u_{21}$, что приводит к увеличению соответствующей интенсивности $I_{12 + 21} = |u_{12} + u_{21}|^2$ в четыре раза по сравнению с интенсивностью в одном канале $I_{12} = |u_{12}|^2$, которая равна геометрическому среднему $I_{11} = |u_{11}|^2$ и $I_{22} = |u_{22}|^2$:

$$I_{12 + 21} = 4 | u_{12} |^{2} \equiv 4I_{12} = 4 | f |^{2} | G_{1} |^{2} | G_{2} |^{2} = 4 \sqrt{I_{11}I_{22}}.$$
(4.3)

Полная интенсивность рассеянного поля в окрестности излучателя равна

$$I_{s} = |u_{s}|^{2} = I_{11} + I_{22} + 4I_{12} + (G_{1}^{2}G_{2}^{2*} + 2G_{1}^{2}G_{1}^{*}G_{2}^{*} + 2G_{2}^{2}G_{2}^{*}G_{1}^{*} + \text{k.c.}). \quad (4.4)$$

Члены в скобках быстро осциллируют при перемещении источника или рассеивателя. Имея в виду усреднение по некоторой области изменения r₁ и R (достаточно большой, чтобы в ней было много осцилляций), мы отбросим эти слагаемые, записав

$$I_{\mathbf{s}} = I_{11} + I_{22} + 4I_{12}. \tag{4.5}$$

Это выражение превышает сумму интенсивностей

$$I_{\text{HeKOF}} = I_{11} + I_{22} + I_{12} + I_{21} = I_{11} + I_{22} + 2I_{12}, \qquad (4.6)$$

отвечающую некогерентному сложению интенсивностей волн по всем каналам. В сущности, $I_{\rm неког}$ может быть измерена на некотором удалении от излучателя, где каналы 12 и 21 уже теряют когерентность (см. ниже п. б)). В случайно-неоднородной среде все величины в (4.5) и (4.6) следует рассматривать как усредненные по ансамблю неоднородностей:

$$\langle I_{\mathbf{s}} \rangle = \langle I_{11} \rangle + \langle I_{22} \rangle + 4 \langle I_{12} \rangle, \qquad \langle I_{\text{Heror}} \rangle = \langle I_{11} \rangle + \langle I_{22} \rangle + 2 \langle I_{12} \rangle$$

$$(4.7)$$

При этом отношение

$$N = \langle I_{\mathbf{s}} \rangle \langle I_{\text{Hekor}} \rangle^{-1} \tag{4.8}$$

характеризует усиление средней интенсивности из-за когерентных эффектов при многоканальном (в данном случае двухканальном) распространении. Если I_{11} , I_{12} и I_{22} примерно равны, коэффициент усиления равен $N \approx 6/4 = 1.5$. С ростом числа каналов M фактор усиления N растет примерно как $N \sim 2-1/M$.

Указание на существование подобных эффектов имелось уже давно, см., например, ⁶⁰, однако их важность была осознана только в последнее время ^{61,62}.

> б) Условие существования когерентных эффектов

Существенно, что сами по себе когерентные эффекты имеют нестатистическую природу. Они могут наблюдаться в произвольной плавно-неод-



нородной среде при наличии произвольных (но плавных) границ раздела и т. д. Необходимо только, чтобы от источника к рассеивателю волна поступала по нескольким независимым путям (каналам) и чтобы за время распространения $\Delta t \sim 2L/c$ среда (или ее граница) не успевала бы заметно измениться. В частном случае переменной границы раздела (рис. 12)

для существования когерентных эффектов необходимо, чтобы разность t' - t'' между моментами касания по герхности лучом 21 и лучом 12 была такой малой, чтобы за это время между каналами 12 и 21 не появилась бы значительная (по отношению к $\lambda/2$) разность хода $\Delta l \sim v_z$ (t' - t'') соз θ^{62} .

Пространственная область наблюдения когерентных многоканальных эффектов ограничена условием синфазности волн, пришедших в точку наблюдения по перекрестным каналам. При разнесении точек наблюдения **r** и излучения \mathbf{r}_1 волна приходит в точку **r** по каналам 12' (рис. 14, *a*) и 21' (рис. 14, *б*). Когерентнсе сложение пропадает, когда разность путей 12' и 21' сравнится с $\lambda/2$.

в) Дальняя корреляция в перекрестных каналах рассеяния

Другой когерентный эффект, связанный с многоканальным распространением, может наблюдаться при одновременном рассеянии двух волн. излученных взаимно синхронизованными (когерентными) источниками (рис. 15) 63. Рассеянное поле, очевидно, равно

$$u_{\mathbf{s}}(\mathbf{r}) = fG(\mathbf{R}, \mathbf{r})[G(\mathbf{r}_1, \mathbf{R}) + G(\mathbf{r}_2, \mathbf{R})].$$
 (4.9)

Интересуясь взаимной корреляцией рассеянного поля в точках расположения излучателей, найдем функцию когерентности $\Gamma_{\rm s}\left({\bf r}_{\rm 1},\,{\bf r}_{\rm 2}
ight)=$ $= \langle u_{\mathbf{s}} (\mathbf{r}_{1}) u_{\mathbf{s}}^{*} (\mathbf{r}_{2}) \rangle$. Полагая, что фазовые флуктуации излученных волн G велики, а расстояние между излучателями $|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ больше масштабов когерентности волн G, гак что $\langle G(\mathbf{r}_1, \mathbf{R}) G^*(\mathbf{r}_2, \mathbf{R}) \rangle = 0$, получаем

$$\Gamma_{s} (\mathbf{r}_{1}, \mathbf{r}_{2}) = |f|^{2} I_{0} (|\mathbf{r}_{1} - \mathbf{R}|) I_{0} (|\mathbf{r}_{2} - \mathbf{R}|).$$
(4.10)

Таким образом, между значениями поля рассеянной волны в точках далеко отстоящих друг от друга излучателей существует сильная корреляция, вызванная тем, что вклад в рассеянную волну в точке г, от волны излучателя, расположенного в точке \mathbf{r}_1 , проходит по той же трассе $\mathbf{r}_1 \rightarrow \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{r}_2$, по которой распространяется волна,

излученная из точки r₂ и рассеянная в точке R по направлению к r₁.

г) Когерентные эффекты при отражении от шероховатой поверхности

При отражении волн от статистически неровной поверхности возможны условия, при которых волна рассеивает-

ся строго назад после двукратного отражения (рис. 16). Это приводит к взаимной когерентности волн, рассеянных в разной последовательности одними и теми же участками поверхности. В результате произойдет заметное усиление сечения рассеяния (в расчете на единицу площади) в узком интервале углов рассеяния назад. Таким образом, если неровности поверхности достаточно круты, то при формировании обратного рассеяния существенную роль должны играть когерентные эффекты при многократном переотражении.

д) О соотношении между эффектом усиления и многоканальными когерентными эффектами

Между этими эффектами нет резкой грани. В этом можно убедиться, оппраясь на интерпретацию эффекта усиления обратного рассеяния с точки зрения теории многократного рассеяния (см. п. л) гл. 3 п рис. 11) Различие между двумя эффектами сводится, в сущности, к числу когерентных каналов рассеяния: при обратном рассеянии в случайно-неоднородной среде число каналов континуально велико, тогда как при эффектах многоканального распространения, рассматриваемых в данном разделе, это число конечно.



Рис. 15.

Рис. 16.

Таким образом, оба эффекта соотносятся между собой подобно дифракции и интерференции: в обоих случаях речь идет о суперпозиции волн, но под дифракцией понимают результат наложения бесконечного числа, а под интерференцией — суперпозицию конечного числа волн. Условность разделения двух изучаемых эффектов становится особенно очевидной в тех случаях, когда бесконечное число путей рассеяния в случайно-неоднородной среде удается свести к конечному числу независимых каналов. Рассмотрим один пример такого рода.

e) Интерпретация эффекта усиления обратного рассеяния в условиях насыщенных флуктуаций с позыций многоканального распространения

Значение коэффициента усиления N = 2 в насыщенной области можно получить как результат когерентных эффектов при распространении волн по многим каналам. Действительно, условие насыщенности $\sigma_{\rho}(L) \gg \gg \rho_{h}(L)$ (см. п. 3 г)) означает на лучевом языке, что падающая волна попадает на рассеиватель примерно по $M \sim \gamma^2$ лучам, где $\gamma \sim \sigma_{\rho}/\rho_{h} \gg 1$ — параметр многолучевости (рис. 17). Соответ-

параметр многолучевости (рис. 17). Соответственно этому функцию Грина задачи можно представить в форме, аналогичной (4.1), только с болышим ($M \gg 1$) числом каналов:



Рис. 17.

здесь A_m , ψ_m — амплитуда и фаза функции Грина *m*-го канала. В предположении взаимной независимости пар $\{A_m, \psi_m\}$ с разны-

ми номерами при $M \gg 1$ из (4.11) и центральной предельной теоремы вытекает гауссовость $G(\mathbf{r}_1, \mathbf{R})$, и тогда немедленно получаем, что N = 2(см. 3 г)). Подчеркнем, что те же выводы сохраняют силу, если в (4.11) пренебречь флуктуациями амплитуд и считать случайными и взаимно независимыми только фазы ψ_m .

Интерференция обратно рассеянных волн пропадает при $\theta L > \rho_{\kappa}(L)$. Поэтому эффект усиления имеет место только в пятне $\theta_0 \sim \rho_{\kappa}(L^{-1})$. Ослабление же при $\theta > \theta_0$, обеспечивающее выполнение закона сохранения (3.11), описывается диагональными слагаемыми типа

$$\langle |G_m^2(\mathbf{r}_1, \mathbf{R})| |G_m^2(\mathbf{r}, \mathbf{R})| \rangle = \langle A_m^2(\mathbf{r}_1, \mathbf{R}) A_m^2(\mathbf{r}, \mathbf{R}) \rangle.$$

Здесь уже существенны флуктуации интенсивностей падающих и рассеянных волн. Их радиус корреляции порядка $\sigma_{\rho}(L)$. Таким образом, в режиме насыщения эффект усиления ярко выражен в секторе $\theta \gg \rho_{\rm h}/L$, а ослабление локально мало и размазано по большой области $\theta \sim 1/k\rho_{\rm s}$

Подобные лучевые соображения приводят к выводу, что эффект усиления обратного рассеяния пропадет, когда точка наблюдения удалится на расстояние $\sim k \rho_k^2$ от излучателя вдоль прямой, соединяющей излучатель и рассеиватель.

ж) Частичное обращение волнового фронта при отражении в случайно-неоднородной среде

Когерентные эффекты при многоканальном распространении в режиме насыщенных флуктуаций приводят еще к одному интересному эффекту: частичному обращению волнового фронта падающей волны ^{58,63}. Обсудим его в рамках МПУ (см. п. 3 н)). Пусть на отражатель в точке (x = L, $\rho = 0$) падает пучок, имеющий в плоскости x = 0 радиус $d > \rho_{\kappa}$ (L) и комплексную амплитуду u_0 (ρ). Тогда, в гауссовом приближении для функции Грина падающей волны функция когерентности отраженной волны в плоскости x = 0 задается выражением ⁵⁸

$$\Gamma_{s}(\rho_{+}, \rho) = \left\langle u_{s}\left(\rho_{+} + \frac{1}{2}\rho\right) u_{s}^{*}\left(\rho_{+} - \frac{1}{2}\rho\right) \right\rangle = \Gamma_{1} + \Gamma_{2}, \quad (4.12)$$

где

$$\begin{split} \Gamma_{1}\left(\boldsymbol{\rho}_{+}, \boldsymbol{\rho}\right) &= |f|^{2} \left(\frac{k}{2\pi L}\right)^{2} \exp\left[\frac{ik}{L}\left(\boldsymbol{\rho}\boldsymbol{\rho}_{+}\right) - D_{\psi}\left(\boldsymbol{\rho}, L\right)\right] \int |u_{0}\left(\boldsymbol{\rho}\right)|^{2} W\left(\boldsymbol{\rho}, L\right) d\boldsymbol{\rho}, \\ \Gamma_{2}\left(\boldsymbol{\rho}_{+}, \boldsymbol{\rho}\right) &= |f|^{2} u_{0}\left(\boldsymbol{\rho}_{+} - \frac{1}{2} \boldsymbol{\rho}\right) u_{0}^{*}\left(\boldsymbol{\rho}_{+} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\rho}\right) \times \\ &\times W\left(\boldsymbol{\rho}_{+} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\rho}, L\right) W\left(\boldsymbol{\rho}_{+} - \frac{1}{2} \boldsymbol{\rho}, L\right), \\ W\left(\boldsymbol{\rho}, L\right) &= \left(\frac{k}{2\pi L}\right)^{2} \int \exp\left[\frac{ik}{L}\left(\boldsymbol{\rho}\boldsymbol{q}\right) - D_{\psi}\left(\boldsymbol{q}, L\right)\right] d\boldsymbol{q} \end{split}$$

— функция шириной
 $\sim \sigma_{\rho}$ (L), описывающая статистическое уширение пучка.

В (4.12) $\Gamma_1 - \phi$ ункция когерентности отраженной волны с радиусом когерентности $\sim \rho_{\kappa}(L)$, найденная в пренебрежении корреляцией на трассах падающей и отраженной

приссах падающей и отралюния волн, а Γ_2 учитывает эффекты двукратного прохождения. Из (4.12) видно, что при $d > \rho_{\kappa}(L)$ усиления средней интенсавности отраженной волны практически нет ($I_2 \ll I_1$). Однако многоканальные когерентные эффекты приводят в этом случае к появлению в функции когерентности отраженной волны малого, но широкого





пьедестала Γ_2 с радиусом когерентности порядка min $\{d, \sigma_{\rho}(L)\}$ (рис. 18). Ограничение радиуса пьедестала начальным радиусом пучка d объясняется тем, что вклад в когерентные многоканальные эффекты вносят только лучи, вышедшие в плоскости x = 0 из апертуры падающего пучка.

Особо подчеркием, что Γ_2 пропорциональна $u_0 (\rho_+ - \frac{1}{2}\rho) \times u_0^* (\rho_+ + \frac{1}{2}\rho)$ — комплексно сопряженной функции когеренгности падающей волны. Таким образом, за счет многоканальных когеренгных эффектов в отраженной волне есть компонента, волновой фронт которой обращен по отношению к фронту падающей волны *). Поясним механизм обращения за счет когерентных эффектов на близком примере п. 4 в). Пусть первый источник (рис. 15) излучает волну с фазой ψ_1 , а второй с ψ_2 . При этом когерентные компоненты рассеянного поля в точках источников равны

$$u_{s}(\mathbf{r}_{1}) = f e^{i \psi_{2}} G(\mathbf{r}_{2}, \mathbf{R}) G(\mathbf{r}_{1}, \mathbf{R}),$$

$$u_{s}(\mathbf{r}_{2}) = f e^{i \psi_{1}} G(\mathbf{r}_{1}, \mathbf{R}) G(\mathbf{r}_{2}, \mathbf{R}).$$

Их фазы равны соответственно $\psi_2 + \psi_{21}$ и $\psi_1 + \psi_{12}$, где ψ_{12} — набег фазы на трассе $\mathbf{r_1} \rightarrow \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{r_2}$ ($\psi_{12} = \psi_{21}$). Но $\psi_2 + \psi_{21} = \phi_0 - \psi_1$, $\psi_1 + \psi_{12} = \phi_0 - \psi_2$ ($\phi_0 \equiv \psi_1 + \psi_2 + \psi_{12}$). Таким образом, с точностью до ϕ_0 фазы когерентных компонент рассеянной волны в точках $\mathbf{r_1}$, $\mathbf{r_2}$ равны

^{*)} Мысль о наличии в отраженной волне слабой обращенной компоненты вцервые была высказана Б. Я. Зельдовичем.

¹/2 10 УФН, т. 137, вып. 3

соответственно — ψ_1 и — ψ_2 , т. е. обращены по отношению к начальным фазам излученных волн.

При $d > \rho_{\kappa}(L)$ обращенная компонента в отраженной волне не дает эффекта усиления средней интенсивности обратного рассеяния. Однако ее высокая когерентность по сравнению с некогерентной частью отраженной волны позволяет выделить обращенную компоненту с помощью фокусировки отраженной волны. Пусть в плоскости x = 0 отраженная волна попадает на линзу, апертура которой совпадает с апертурой коллимированного падающего пучка u_0 (ρ). Тогда поле в центре фокальной плоскости линзы пропорционально¹⁶

$$v_{\mathbf{s}} = \int u_0(\boldsymbol{\rho}) \, u_{\mathbf{s}}(\boldsymbol{\rho}) \, \mathrm{d}\boldsymbol{\rho} = f u_{\mathrm{mag}}^2 \, (0, L).$$

Здесь учтены формулы п. н) гл. З и то, что отражатель точечный. Соответственно средняя интенсивность отраженной волны в центре фокальной плоскости пропорциональна: $\langle |v_s^2| \rangle = |f|^2 \langle I_{nag}^2(0,L) \rangle$. Отсюда следует, в частности, что в режиме плоской падающей волны $(d > \sigma_p(L))$, когда эффект усиления средней интенсивности отраженной волны в плоскости x = 0 заведомо отсутствует, имеет место эффект усиления «в чистом виде» в центре фокальной плоскости линзы. Этот эффект усиления как раз и объясняется наличием малой, но хорошо фокусируемой обращенной компоненты, обязанной своим появлением взаимной когерентности волн, идущих в противоположных направлениях через одни и те же неоднородности.

5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ НАБЛЮДЕНИЯ И НЕКОТОРЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ЭФФЕКТОВ ДВУКРАТНОГО ПРОХОЖДЕНИЯ

В этом разделе мы обсудим известные экспериментальные данные об эффектах двукратного прохождения, а также укажем их некоторые возможные приложения. Как видно из предыдущих разделов, эффекты двукратного прохождения могут существенно повлиять на результаты локационных измерений, а правильная интерпретация и учет особенностей рассеяния при двукратном прохождении могут лечь в основу новых методов измерения характеристик рассеивающей среды, выявления оптимальных условий локации и зондирования и т. д.

а) Применения эффекта удвоения вионосферных измерениях дисперсии фазы

Различием дисперсий фазы для нормально и наклонно отраженных воли можно воспользоваться для измерения параметров случайно-неод-



а для измерения параметров случаино-неододнородных сред. Возникающие здесь возможности продемонстрируем на примере отражения радиоволн от ионосферного слоя. Схема возможного эксперимента, использующего различие между фазовыми флуктуациями при нормальном и наклонном отражении от ионосферного слоя, представлена на рис. 19. Оценкой масштаба l_{ϵ} может служить расстояние y = Ob, при котором дисперсия фазы на наклонной трассе *Oab* уменьшается вдвое по сравнению с дисперсией при вертикальном

зондировании (трасса *cac*). Результаты эксперимента по одновременному пертикальному и наклонному зондированию ионосферы ⁷⁰ надежно подтвердили эффект усиления флуктуаций фазы при вертикальном зондировании по сравнению с наклонным. Аналогичные эксперименты возможны в оптике и акустике.

Укажем еще на одно следствие эффекта усиления флуктуаций при двукратном прохождении. Пусть неоднородности среды сносятся поперек трассы вдоль оси ρ_1 с постоянной скоростью V. Тогда дисперсия флуктуаций эйконала отраженной волны, найденная в тех же предположениях, что и (2.2), примет вид

$$\sigma_{\varphi}^{2}(\theta, L) = \frac{1}{2} \left\{ A(0) L + \int_{0}^{L} A\left[2x \left(\theta - \frac{v}{c} \right) \right] dx \right\}.$$

Отсюда следует, что снос неоднородностей ведет к угловому смещению (на угол $\theta_0 = V/c$) эффекта усиления. Это угловое смещение можно, в принципе, использовать для определения скорости движения среды или относительной скорости движения излучателя.

б) Наблюдения эффекта усиления обратного рассеяния в оптике

В работе ⁷², поставленной по предложению одного из авторов данного обзора, изучалась средняя интенсивность света, отраженного назад в лаборатории в искусственной случайно-неоднородной среде (турбулизованный конвективный поток воздуха, возникающий при продувке через нагретую решетку). Измерения проводились с гелий-неоновым лазером, и для выявления пространственного перераспределения рассеянного излучения на фоне первичного лазерного пучка использовался призменный ответвитель. Приемная апертура $\rho_a = 0.06$ мм была много меньше $\rho_N \approx$ ≈ 1÷2 мм. В качестве рассеивателей использовались: выпуклое сферическое зеркало, радиус кривизны которого удовлетворял условию $\sqrt{\lambda a} <$ <р_к (см. с. 510), шероховатая поверхность — лист писчей бумаги и, для контроля, плоское зеркало. Абсолютное усиление средней мощности принимаемого рассеянного сигнала наблюдалось для сферического зеркала и шероховатой поверхности в хорошем согласии с теорией ⁵, тогда как в измерениях с плоским зеркалом эффект усиления не наблюдался совсем. Измерения пространственного распределения средней интенсивности рассеянного излучения согласовывались с расчетом по (3.12). В работе ⁷³ проведены исследования эффекта усиления обратного рассеяния в натурных условиях на трассах L = 650 и 1300 м. В этой работе использовался плоский рассеиватель, набранный из большого числа выпуклых зеркал. Исследования 73 выявили возможность измерения параметров турбулентности по оптическим измерениям рассеянного излучения. Такой способ производства измерений имеет важные преимущества перед обычной схемой измерений на просвет, когда источник и приемник излучения расположены на противоположных концах трассы. Об измерениях флуктуаций интенсивности рассеянного излучения сообщается в 74, где отмечались значения $\langle I_s^2 \rangle / \langle I_s \rangle^2 = 12$ в соответствии с оценками в п. д) гл. З. В работах ^{56,57,65} экспериментально исследовались флуктуации интен-

В работах ^{56,57,65} экспериментально исследовались флуктуации интенсивности и фазы отраженной назад волны в режиме слабых флуктуаций интенсивности, а также усредняющее действие приемной апертуры. В работе ⁵⁵ было отмечено, что в силу остаточной корреляции (пространственные коэффициенты корреляции флуктуаций амплитуды и фазы отраженной волны не убывают до нуля при большом разнесении точек наблюдения) удается измерять флуктуации интенсивности волны, падающей на достаточно малый отражатель, при любых размерах приемной апертуры. Это связано с тем, что приемная апертура отраженной волны не в силах усреднить флуктуации потока волны, падающей на отражатель (см. также (3.33)). Насыщение усредняющего действия приемной апертуры на флуктуации интенсивности отраженной волны при малых эффективных размерах отражателя позволяет, например, определять структурную характеристику турбулентности C_e^2 по измерениям потока отраженной волны, не ограничивая размеров приемной апертуры. В этом смысле измерение параметров турбулентности по данным о флуктуациях потока отраженной волны может оказаться предпочтительней измерений при помощи прямого просвечивания, при котором требуется малость размеров приемной апертуры 55,66 .

В работе ⁶⁷ приведены результаты измерения флуктуаций интенсивности отраженных назад лазерных пучков в режиме сильных флуктуаций. Начальные размеры падающих пучков d и эффективные размеры отражателей a в ⁶⁷ существенно превышали радиус когерентности падающей волны, так что усиления средней интенсивности отраженной волны не происходило. Однако двукратное прохождение через турбулентную среду приводило к сильному увеличению флуктуаций интенсивности отраженной назад волны по сравнению с падающей волной, что согласуется с расчетами, проведенными в ⁴⁸. Различие между дисперсией флуктуаций интенсивности и дающих пучков $L/kd^2 < 1$ и больших отражателей $L/ka^2 < 1$.

Ясно, что к настоящему времени в оптике использованы далеко не все возможности двукратного прохождения. Так, при приеме волны, рассеянной назад, величину C_{ε}^2 можно найти из измерений средней интенсивности в фокальной плоскости линзы, подобно тому, как это делается в опытах на просвет ⁶⁸. Присутствие в отраженной волне компоненты частично обращенной падающей волны (см. п. ж) гл. 4) приводит к эффекту усиления средней интенсивности в фокальной плоскости. В простейшем случае падающей плоской волны усиление (с коэффициентом $N \approx 2$) имеет место в пятне размером $\sim \rho_{\kappa}(L) F/L$, не зависящем от свойств отражающей поверхности ⁵⁸. Измеряя радиус этого пятна усиления, можно, в принципе, измерить $\rho_{\kappa}(L)$.

в) О влиянии эффекта усиления обратного рассеяния на результаты определения электронной концентрации в ионосфере методом некогерентного рассеяния

В методе некогерентного рассеяния ⁶⁹ определение электронной концентрации n_e проводится по величине средней интенсивности поля, рассеянного назад. Появление фактора усиления N при рассеянии назад из-за прохождения электромагнитной волны через случайно-неоднородную ионосферу может явиться причиной завышения определяемых значений $n_{eизм}$ в N раз по сравнению с истинным значением n_{eucr} . Это завышение может оказаться заметным для высоких слоев ионосферы ($H \sim 500-1000$ км), где могут наблюдаться сильные флуктуации радиоволн, прошедших через ионосферу, которая играет роль фазового экрана ⁵.

г) Эффекты двукратного прохождения при возвратно-наклонном зондировании ионосферы и в других экспериментах по дистанционному зондированию

Усиление средней интенсивности и флуктуаций интенсивности при рассеянии назад по сравнению с рассеянием вблок и другие особенности двукратного распространения нужно учитывать при выборе условий оптимального приема сигналов дистанционного зондирования, в частности сигналов возвратно-наклонного зондирования ионосферы в диапазоне коротких волн ($\lambda \sim 10-30$ м). Так, разнесенный прием зондирующих сигналов имеет некоторые преимущества по сравнению с совмещенным, поскольку при этом уменьшаются флуктуации интенсивности и, следовательно, сигнал воспроизводится точнее. Если же речь идет о приеме очень слабых сигналов, то совмещенный прием предпочтительней, так как в этом случае появляется дополнительная возможность обнаружить сигнал за счет сильных выбросов над средним уровнем.

д) Многоканальные эффекты при рассеянии радиоволн в ионосфере

Радиоволны с частотами ниже критической отражаются от ионосферы и образуют каустику, в окрестности которой возможны эффекты многоканального рассеяния, описанные в гл. 4. Анализ величины эффекта с учетом близости каустики проведен в работе ⁶¹.

е) Многоканальные эффекты в гидроакустике

Учет когерентности полей в перекрестных каналах приводит к некоторой переоценке сечения рассеяния различных включений (в первую очередь — пузырьков), находящихся вблизи поверхности моря. Первое указание на усиление рассеяния содержится в работе ⁶⁰, а подробный ана-

лиз вопроса — в работе ⁶², где прослежен переход от когерентного сложения к некогерентному при переходе к более высоким частотам или при усилении ветрового волнения на поверхности океана. Этот переход может быть использован в качестве признака для определения высоты волнения.

Многоканальные эффекты могут быть существенными и при рассеянии звука в

подводных звуковых каналах. При наличии m лучей, попадающих от источника к рассеивателю (рис. 20), возможно m прямых и m (m - 1)/2 перекрестных каналов, т. е. всего m (m + 1)/2 каналов. Анализ средней интенсивности при обратном рассеянии может оказаться полезным для диагностики регулярных и случайных характеристик океана, в частности, параметров крупномасштабных неоднородностей океана. Возможности этого метода диагностики возрастут при использовании в качестве рассеивателя активного ответчика.

ж) Эффекты двукратного прохождения при отражении волн от зеркал ОВФ

Адаптпвные свойства систем, обращающих фазовый фронт (зеркала OBФ), в полной мере раскрываются в турбулентных средах: автоматическая компенсация фазовых искажений, приобретенных в среде падающей волной, происходит только при условии возвращения отраженной волны именно через те неоднородности, через которые прошла падающая волна.

Вопрос об эффективности фокусировки обращенной волны на источник в условиях турбулентной среды находится еще в начальной стадии изучения. В работе ⁷⁵ показано, что если радиус зеркала ОВФ *а* превышает средне-квадратичное смещение луча σ_ρ, то происходит практически полная компенсация искажений фазового фронта отраженной волны, т. е. в тур-



Рис. 20.

булентной среде реализуется дифракционная расходимость, характерная для однородной среды. Кроме того, в ⁷⁵ отмечен эффект некоторого улучшения адаптивных свойств при $a < \sigma_0$.

Что же касается временных флуктуаций среды, то их влиянием на работу систем ОВФ можно пренебречь, если выполнены условия (3.24), требующие, чтобы за время двойного прохождения параметры среды практически не изменились.

В заключение авторы выражают глубокую признательность Н. Г. Денисову и А.Н. Малахову за полезные обсуждения, которые стимулировали появление этого обзора, а также А. С. Гурвичу и С. А. Ахманову за ценные замечания, сделанные при чтении рукописи.

Физический институт им. П. Н. Лебедева AH CCCP Горьковский государственный университет

им. Н. И. Лобачевского

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- 1. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Случайные поля. М.: Наука, 1978. — Введение в статистическую радиофизику, Ч. II 2. Прохоров А. М., Бункин Ф. В., Гочелашвили К. С., Шишов
- В. И. УФН, **1975**, т. 114, с. 415.
- 3. Денисов Н. Г.— Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1964, т. 7, с. 378. 4. а) Денисов Н. Г., Ерухимов Л. М.— Геомагн. и аэрон., 1966, т. 6, c. 695.
- б) Кравцов Ю. А.— Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1965, т. 8, с. 876.
- 5. Виноградов А. Г., Кравцов Ю. А., Татарский В. И.— Ibid., 1973, т. 16, с. 1064.
- 6. Беленький М. С., Миронов В. Л. В кн. Квантовая электроника. М.: Сов. радио, 1972. — № 5 (11), с. 38.

- М.: Сов. радно, 1972. УС 5 (11), с. с. 7. Watson K. M. J. Math. Phys., 1969, v. 10, р. 688. 8. De Wolf D. A. IEEE Trans., 1970, v. AP-19, р. 254. 9. Барабаненков Ю. Н. Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1973, т. 16, с. 88. 10. Барабаненков Ю. Н. УФН, 1975, т. 117, с. 49.
- 11. Лукин В. П. Квапт. электрон., 1977, т. 4, с. 923.
 12. Коваль С. С., Патрушев Г. Я., Петров А. И., Покасов В. В. Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1980, т. 23, с. 326.
 13. Тамойкин В. В. Ibid., 1966, т. 9, с. 1124.
- 14. Кравцов Ю.А. ЖЭТФ, 1968, т. 55, с. 798.
- 15. Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И. Геометрическая оптика неоднородных сред. -М.: Наука, 1980.
- 16. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967.
- 17. Заворотный В. У., Кляцкин В. И., Татарский В. И.— ЖЭТФ, 1977, т. 73, с. 481.
- 18. Я кушкин И. Г. Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1976, т. 19, с. 384.

- 19. Да в h е п R. J. Math. Phys., 1979, v. 20, р. 894.
 20. Якушкин И. Г. Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1978, т. 21, с. 1194.
 21. Аксенов В. П., Банах В. А., Миронов В. Л. В кн. II Всесоюзное совещание по атмосферной оптике: Тезисы докладов. Томск, 1980, Ч. II, с. 131.
- 22. Salpeter E. E. Astrophys. J., 1967, v. 147, p. 433. 23. Алимов В. А., Ерухимов Л. М. Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1973, т. 16, с. 1541. 24. Шишов В. И.— Ibid. 1970, т. 13, с. 85.

- Шишов В. И. Ibid. 1970, т. 13, с. 85.
 Виноградов А. Г. Ibid. 1974, т. 17, с. 1584.
 Виноградов А. Г., Кравцов Ю. А. Ibid., 1973, т. 16, с. 1055.
 Чандрасекар С. Перенос лучистой энергия. М.: ИЛ, 1953.
 Исимару А. ТИИЭР, 1977, т. 65, № 1, с. 46.
 Барабаненков Ю. Н., Виноградов А. Г., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1972, т. 15, с. 1852.
 Апресян А. Л. Ibid., 1973, т. 16, с. 461.
 Ермаков Б. В., Ильинский Ю. А. Ibid., 1969, т. 12, с. 694.
 Watson K. М. Phys Fluids 1970 y. 13, p. 2514.
- 32. Watson K. M. Phys. Fluids, 1970, v. 13, p. 2514.

- 33. Долин Л. С., Савельсв М. М.— Изв. АН СССР, Сер. «Физика атмосферы и океана», 1971, т. 7, с. 5.
- 34. Барабаненков Ю. Н.— Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1974, т. 17, с. 113. 35. Газарян Ю. Л.— ЖЭТФ, 1969, т. 56, с. 1856. 36. Keller J. B.— In: Intern. Symposium on EM Wave Theory.— Tbilisy, 1971.— P. 9.
- 37. R у z h o v Y u. A.— Rad. Sci., 1976, v. 11, р. 121. 38. Кляцкин В. И. Стохастические уравнения и волны в случайно-неоднородных средах. - М.: Наука, 1980.

- 39. Магси se D.— IEEE Trans., 1972, v. МТТ-20, p. 541. 40. Morrison J. A.— Ibid., 1974, v. МТТ-22, p. 126. 41. Фейзулин З. И. Радиотехн. и электрон., 1970, т. 15, с. 1390.
- 41. Φ e u 3 y n m b. n. ragnotean, n onentpoli, toto, n. 25, o.
 42. S m i th J. J. Opt. Soc. Am., 1973, v. 63, p. 1095.
 43. S m i th J., P r i e s T. Appl. Optics, 1975, v. 14, p. 1165.
 44. Π a τ p y m e в Γ. Я. Квант. электрон., 1978, т. 5 c. 2342.
- 45. Аксенов В. П., Миронов В. Л.— Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1979, т. 22, с. 141.
- 46. Аксенов В. П., Банах В. А., Миронов В. Л. Вкн. Распространение оптических волн в случайно-неоднородной атмосфере. Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ние, 1979.— с. 47. 47. Aksenov V. P., Mironov V. L.— J. Opt. Soc. Am., 1979, v. 69, p. 1609.
- 48. Аксенов В. П., Банах В. А., Миронов В. Л. Квант. электрон., 1976, т. 3, с. 2266. 49. Кляцкин В. И.— ЖЭТФ, 1973, т. 65, с. 234.

- 49. Кляцкин Б. И. Абтор, 1975, т. 05, с. 254. 50. Гельфгат В. И. Акуст. ж., 1976, т. 22, с. 123. 51. Саичев А. И. Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1978, т. 21, с. 1290. 52. Осташев В. Е., Татарский В. И. Ibid., 1978, т. 21, с. 1290. 53. Малахов А. Н., Саичев А. И. Ibid., 1979, т. 22, с. 1325. 54. Саичев А. И. Ibid., 1980, т. 23, с. 1163.

- 54. Сайчев А. И. ппи., 1900, т. 25, с. 1105.
 55. Беленький М. С., Миронов В. Л. Квант. электрон., 1974, т. 1, с. 2253.
 56. Беленький М. С., Миронов В. Л., Макаров А. А., Покасов В. В. Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1978, т. 21, с. 299.
 57. Лукин В. П., Покасов В. В. Вкн. I Всеоюзное совещание по атмосферной оптике. Тезисы докладов. Томск, 1976. Ч. 1, с. 134.
- 58. Крупник А. Б., Саичев А. И. Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1981, т. 24, с. 1234.
 59. Фукс И. М. Радиотехн. и электрон., 1976, т. 21, с. 625.
- 60. Глотов В. П., Лысанов Ю. П. Акуст. ж., 1968, т. 14, с. 371.
- 61. Кравцов Ю.А., Намазов С.А. Радиотехн. и электрон., 1980. т. 25, c. 459.
- 62. Ахунов Х. Г., Кравцов Ю. А. В кн. Волны и дифракция: Короткие тезисы докладов на VII Всесоюзном симпозиуме по дифракции и распространению нолни (Львов, 1981). — Москва, 1981. — Т. 3, с. 145. 63. Крупник А. Б., Санчев А. И. — Ibid., — Т. 2, с. 137. 64. Бабкин Г. И., Кляцкин В. И., Любавин Л. Я. — ДАН СССР, 1980,
- т. 250, с. 1112.
- 65. Покасов В. В., Патрушев Г. Я., Лукин В. П., Петров А. И., Емалеев О. Н.— В кн. XII Всесоюзная конференция по распространению радиоволн. Тезисы докладов.— Томск, 1978.— Ч. II, с. 122. 66. Subramanian M.— J. Opt. Soc. Am., 1972, v. 62, p. 667.
- 67. Аксенов В. П. Гомбоев Н. Ц. и др. Вкн. Распространение оптических волн в случайно-неоднородной атмосфере. — М.: Наука, 1979, С. 40. 68. Артемьев А. К., Гурвич А. С. — Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1971,
- т. 14, с. 734.
- 69. Некогерентное рассеяние радиоволи: Сб. переводных статей/Под ред. В. А. Ру-
- дакова. М.: Мир, 1965. 70. Алимов В. А., Ерухимов Л. М., Мироненко Л. Ф. и др. Изв. вузов. Сер. «Радиофизика», 1975, т. 18, с. 894.
- 71. Тамойкин В. В.— Изв. вузов. Сер «Радиофизика», 1980, т. 23, с. 380.
- 72. ГурвичА. С., КашкаровС. С. Ibid., 1977, т. 20, с. 794.
 73. КашкаровС. С. Экспериментальное исследование эффекта усиления обратного рассеяния в турбулентной атмосфере. Препринт ИФААН СССР. Москва, 1978.
- 74. Кашкаров С.С., Нестерова Т.Н., Смирнов А.С.— Вкн.: Тезисы VI Всесоюзного симпозиума по распространению лазерного излучения. — Томск, 1981.
- 75. Половинкин А. В., Саичев А. И.— Изв. вузов. Сер. «Радиофизика». 1981, т. 24, с. 433.