1977 г. Декабрь *Том 123, вып. 4*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

539.12.01

ВВЕДЕНИЕ В КАЛИБРОВОЧНЫЕ ТЕОРИИ *)

Дж Илиопулос

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие 565
1. Введение 566
2. Феноменология 567
3. Калибровочные симметрии 570
4. Спонтанно нарушенные симметрии 573
а) Введение (573). б) Простой классический пример (574). в) Спонтанное нарушение глобальной симметрии (575). г) Спонтанное нарушение калибровочной симметрии (577).
5. Построение моделей 579
6. Обобщение на адроны 583
а) Очарование (583). б) $3 + 1 = SU(4)$ (584). в) Цвет (586). г) «Стандартная» модель (587).
7. Сильные взаимодействия 588
а) Просты ли сильные взаимодействия? (588). б) Уравнение Каллана — Симанзика (590). в) Глубоко евклидова область (591). г) Решение уравнения Каллана — Симанзика (592). д) Асимптотическая свобода (593). е) Физические приложения (594).
8. Заключение 595
Цитированная литература 596

ПРЕДИСЛОВИЕ

Это — запись лекций, которые я прочел в ЦЕРНе в курсе Академической учебной программы 1976 г. и на «восемнадцатых курсах усовершенствования Ассоциации физиков-исследователей». Это — не обзорная статья! Поэтому лекции не претендуют на полное изложение той области физики, которая привлекла к себе за последние пять лет большинство теоретиков, занимающихся физикой высоких энергий. В лекциях в основном изложены главные идеи калибровочных теорий, а именно систематика теории полей Янга — Миллса и явление спонтанного нарушения симметрии. Эти идеи уже излагались в ряде прекрасных обзорных статей и лекций, поэтому данные лекции предназначены прежде всего для тех, кто прослушал мой курс, как дополнение к их записям. Я не пытаюсь описать детальные модели в рамках калибровочных теорий или же сопоставить их с последними экспериментальными данными. Основное внимание обращается на общие принципы, а не на конкретные приложения. Наконец, поскольку на обоих курсах слушатели были в основном экспериментаторами, вся техническая часть калибровочных теорий (квантование, фейнмановские правила, перенормировка и т. д.) опущена, а некоторые теоретические аргументы чересчур (зачастую опасно) упрощены.

*) J. Iliopoulos, An Introduction to Gauge Theories. CERN Preprint 76-11, Geneva, 15 June 1976, 42 p. Перевод И. М. Дремина.

© CERN, Genève, 1976.
© Перевод на русский язык,
Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука»,
«Успехи физических наук», 1977 г.

1. ВВЕДЕНИЕ

Идея единого описания слабых и электромагнитных взаимодействий высказывалась давно и восходит к классической работе Ферми. На феноменологическом уровне эти две силы проявляют некие схожие черты, но имеются и существенные различия. На уровне теории, единственной последовательной и успешной теорией в физике элементарных частиц долгие годы была только квантовая электродинамика. Она была образцом для построения любой другой физической теории. В лекциях де Рафаэля, прочитанных в курсе Академической учебной программы, содержится обзор этой прекрасной теории и некоторых ее приложений. Она существенно основывается на очень общей технике вычислений, называемой теорией возмущений. Пусть $\mathscr{H}$ есть гамильтониан, описывающий динамику физической системы. В принципе, мы узнали бы все об этой системе, если бы смогли решить задачу на собственные значения:

$$\mathscr{H}\psi_n = E_n\psi_n, \tag{1.1}$$

где E_n — собственные значения, а ψ_n — собственные функции гамильтониана $\mathscr{H}$. К сожалению, точное решение уравнения (1.1) в большинстве случаев не известно, за исключением некоторых простейших систем, а потому на практике нам приходится использовать те или иные приближенные схемы. Теория возмущений требует разбиения $\mathscr{H}$ на две части:

$$\mathscr{H} = \mathscr{H}_0 + \lambda\mathscr{H}_I, \tag{1.2}$$

где $\mathscr{H}_0$, называемая «невозмущенной частью $\mathscr{H}$», выбирается в виде гамильтониана, для которого известно точное решение задачи на собственные значения, а $\lambda\mathscr{H}_I$ называется «возмущением», λ — некоторый параметр, характеризующий силу возмущения. Идея состоит в том, чтобы найти такое разбиение, при котором $\lambda\mathscr{H}_I$ является малой частью $\mathscr{H}$. Тогда решается задача на собственные значения $\mathscr{H}_0$ и вычисляются поправки к собственным значениям и собственным функциям, вызванные наличием возмущения, в виде ряда по степеням параметра λ. Теоретически, может существовать несколько способов такого разбиения полного гамильтониана, приводящих к различным возможным разложениям в ряд по параметру возмущения, но практически этот выбор весьма ограничен. В релятивистской квантовой теории поля в четырехмерном пространстве-времени единственной задачей на сственные значения, всегда имеющей точные решения, является случай теории свободных полей, т. е. когда $\mathscr{H}_0$ описывает систему, состоящую из свободных частиц. Следовательно, нам приходится включать в часть, соответствующую возмущению $\lambda\mathscr{H}_I$, весь гамильтониан взаимодействия. Более того, сложность вычислений обычно такова, что удается вычислить только несколько первых членов разложения в степенной ряд. Очевидно, что такая схема имеет какой-то шанс приводить к разумным результатам только в том случае, если все взаимодействие относительно «слабое». Физически это значит, что энергия взаимодействия должна быть мала по сравнению с кинетическими энергиями и массами частиц, содержащимися в $\mathscr{H}_0$. Технически это сводится к требованию, чтобы параметр λ —«сила» взаимодействия — был малым числом, $\lambda \ll 1$. В квантовой электродинамике роль такого параметра играет постоянная тонкой структуры α, равная 1/137. Малостью этого числа объясняются практические успехи квантовой электродинамики, поскольку последовательные члены в разложении по теории возмущений пропорциональны все возрастающим степеням α, так что они становятся все меньше и меньше и хорошее приближение может быть получено, если оставить лишь несколько первых из них.

Под впечатлением этого большого успеха теории мы, естественно, стремимся применить тот же метод и к другим взаимодействиям. К сожалению, сделать это не так-то просто. В сильных взаимодействиях можно, чисто формально, записать аналог уравнения (1.2), но соответствующий параметр λ оказывается большим, $\lambda \gg 1$, и схема приближенных расчетов не проходит. Физически это означает, что в случае системы адронов энергия сильных взаимодействий не является малой долей их полной энергии. А какова тогда ситуация со слабыми взаимодействиями? Нам известно из эксперимента, что они на самом деле заметно слабее электромагнитных взаимодействий и потому можно было бы ожидать, что в этом случае теория возмущений будет приводить к еще лучшим результатам. Но тут мы сталкиваемся с новой проблемой: как всем известно, вычисления в квантовой теории поля не столь уж просты и если бездумно применять фейнмановские правила, то получатся бессмысленные результаты для всех членов ряда, кроме членов низшего порядка, потому что все члены высших порядков оказываются расходящимися. Теория возмущений должна быть дополнена строго определенным алгоритмом, называемым «теорией перенормировок», в задачи которого входит извлечение осмысленных конечных ответов из расходящихся выражений теории возмущений. Этот алгоритм был изобретен для использования в рамках квантовой электродинамики и оказалось, что он неприменим к теории, которая феноменологически описывала слабые взаимодействия. Многие безуспешно пытались придумать новый алгоритм, пригодный для нужд фермиевской теории слабых взаимодействий, но, в конце концов, решение проблемы пришло с другой стороны: алгоритм остался тем же, а феноменологическая теория была заменена совсем на другую. И здесь замечательным обстоятельством является то, что эта новая теория, которая выглядит намного прекраснее с эстетической точки зрения, обладает другими экспериментально проверяемыми следствиями и, как кажется сейчас, они-таки действительно подтверждаются на опыте. Создается впечатление, что традиционная убежденность в том, что поиск внутренней согласованности и эстетической красоты всегда приводит к более глубокому пониманию физического мира, еще раз подтверждает свою правомочность.

2. ФЕНОМЕНОЛОГИЯ

Явления, вызванные слабыми взаимодействиями, вплоть до 1971 г. хорошо описывались простой феноменологической моделью, использующей оператор $J_\lambda(x)$ —«слабый ток», который служит аналогом известного электромагнитного тока,

$$\mathscr{L}_F = \frac{G}{\sqrt{2}} J^\lambda(x) J_\lambda^+(x) \tag{2.1}$$

Это — известная «ток × ток»-теория и G — фермиевская константа связи, равная $10^{-5}\, m^{-2}_{\text{протон}}$. Слабый ток представляется в виде суммы двух слагаемых — лептонной $l_\lambda(x)$ и адронной $h_\lambda(x)$ частей. Обе они имеют вид V — A и удовлетворяют простым алгебраическим соотношениям. Лептонный ток может быть записан в терминах полей известных лептонов как

$$l_\lambda(x) = \bar{\mu}(x)\gamma_\lambda(1+\gamma_5)\nu_\mu(x) + \bar{e}(x)\gamma_\lambda(1+\gamma_5)\nu_e(x), \tag{2.2}$$

где мы использовали буквы μ, e, ν_μ и ν_e для обозначения операторов поля соответствующих частиц. Для адронного тока $h_\lambda(x)$ нет простого выражения в терминах полей известных адронов. Он может принимать разную форму в зависимости от того, какие частицы мы считаем элементарными.

Однако с феноменологической точки зрения важнее знать общую структуру и свойства симметрии $h_\lambda(x)$. И это было поистине важным открытием — что заняло несколько лет и потребовало усилий многих людей, — когда удалось, наконец, установить, что слабый адронный ток $h_\lambda(x)$ можно идентифицировать с токами киральной группы симметрии $SU(3) \times SU(3)$ сильных взаимодействий. Наиболее просто эти свойства можно установить в чисто иллюстративных целях, в простой кварковой модели. Пусть $p(x)$, $n(x)$ и $\lambda(x)$ описывают поля трех кварков; тогда $h_\lambda(x)$ задается выражением вида

$$h_\lambda(x) = \bar{p}(x)\gamma_\lambda(1+\gamma_5)[\cos\theta\, n(x) + \sin\theta\, \lambda(x)], \tag{2.3}$$

где θ — угол Кабиббо.

Здесь уместно подчеркнуть, что, несмотря на ее феноменологический характер, форма (2.1) представляет собой весьма изящное построение, которое не столь уж часто встречается в физике элементарных частиц. Эта простая и компактная форма не только способна воспроизвести большое количество экспериментальных данных, но включает в себя физические принципы сохранения некоторых токов, универсальности и упомянутых выше алгебраических свойств. Таким образом, на феноменологическом уровне у нас была прекрасно работающая схема; не было никаких серьезных экспериментальных оснований для того, чтобы пытаться изменить ее. Она правильно описывала все экспериментальные результаты, которые входили в ее ведение, т. е. все данные, которые определенно можно было приписать слабым взаимодействиям. Другими словами, если бы мы только могли на мгновение забыть, что в конце концов здесь не так уж много теории и все это построение соответствует феноменологическому описанию результатов опыта, у нас были бы все основания быть вполне удовлетворенными, особенно, если бы мы сравнили эту ситуацию с той, которая существует в сильных взаимодействиях, где не только не было согласованной теории, но не было и элегантности построений. И все же мы не были счастливы! Нам хотелось не феноменологической схемы, а физической теории. Теории полей Янга — Миллса изучались не потому, что они лучше соответствовали эксперименту, а вследствие их эстетической привлекательности. В действительности, в начальный момент, и в несколько меньшей степени даже сейчас, все выглядит так, как будто нам пришлось заплатить высокую цену за ту элегантность, которую они дарили нам.

Как уже упоминалось во введении, моделью, которая была для нас источником вдохновения, являлась квантовая электродинамика. Первым шагом на пути к унификации была гипотеза о промежуточном векторном бозоне.

Лагранжиан (2.1) был заменен на

$$\mathscr{L}_W = gJ^\lambda(x)W_\lambda(x) + \text{э. с.}, \tag{2.4}$$

где $W_\lambda(x)$ — поле заряженного векторного бозона, которое в слабых взаимодействиях, как предполагается, играет ту же роль, что и фотон в квантовой электродинамике. Связь между полуслабой константой связи g и G в уравнении (2.1) такова:

$$\frac{G}{\sqrt{2}} \approx \frac{g^2}{m_W^2}, \tag{2.5}$$

где m_W — масса W-бозона.

До недавнего времени лагранжиан (2.4) описывал все явления слабых взаимодействий только с заряженным током, но, как вы все знаете, были

открыты нейтральные слабые токи *), так что теперь необходимо использовать по крайней мере три промежуточных векторных бозона с зарядами плюс, минус и нуль. На самом деле нейтральные токи естественным образом появляются в калибровочных теориях (нужны специальные хитроумные построения типа модели Джорджи — Глэшоу, чтобы они исчезли) и потому их обнаружение было первым сильным подтверждением того, что калибровочные теории ведут нас по верному пути.

Мы прошли через множество малорезультативных лет в физике частиц и потому нас все еще поражает мысль о том, что, начав с чисто теоретических построений, мы пришли к крупным экспериментальным открытиям.

Лагранжиан (2.4) выглядит теперь совсем похожим на лагранжиан квантовой электродинамики, так как они оба описывают взаимодействие векторного бозона с соответствующим током. Однако есть некоторые важные отличия, вследствие которых программа перенормировок работает в случае квантовой электродинамики и непригодна для лагранжиана (2.4). С физической точки зрения эти отличия состоят в следующем:

1) Электромагнитные взаимодействия дальнодействующие: фотон — безмассовая частица. Слабые взаимодействия приводят к короткодействующим силам: промежуточные векторные бозоны, если только они существуют, должны иметь большую массу ($m_W \gtrsim 10$—15 *Гэв*).

2) Электромагнитный ток сохраняется, слабый ток — нет ($\partial_\lambda J^\lambda(x) \neq 0$).

3) Фотон нейтрален. W-бозоны появляются в трех зарядовых состояниях.

Эти физические отличия приводят к ряду чисто технических различий, из которых наиболее существенное связано с пропагаторами векторных бозонов. Известно, что фотонный пропагатор в фейнмановской калибровке есть $g_{\mu\nu}/k^2$ и, как легко видеть отсюда, спадает при больших импульсах как k^{-2}. Однако пропагатор W-мезонов из-за их ненулевой массы записывается по-другому:

$$\frac{1}{k^2 - m_W^2}\left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{m_W^2}\right)$$

и асимптотически стремится к константе. Поэтому если мы рассмотрим

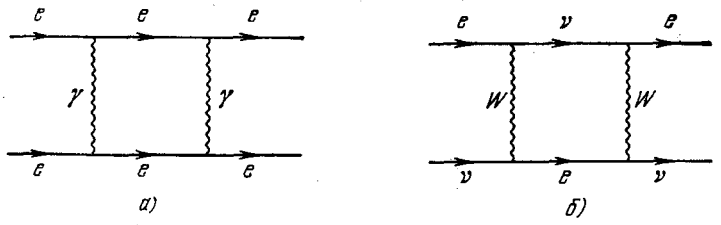

Рис. 1.

рассеяние фермиона на фермионе за счет обмена двумя векторными бозонами, т.е. графики рис. 1, то получим в случае диаграммы квантовой электродинамики (рис. 1, *а*) интеграл, который при больших импульсах в петле ведет себя как

$$\int \frac{d^4k}{k^6} \to \text{конечное выражение},$$

тогда как для диаграммы рис. 1, *б* соответствующее выражение

$$\int \frac{d^4k}{k^2} \to \text{квадратично расходится},$$

*) См. статью Клайна, Манна и Руббиа: УФН 120, 97 (1976). (*Прим. перев.*)

поскольку теперь здесь нет двух множителей, пропорциональных соответствующим фотонным пропагаторам. Поэтому лагранжианы (2.4) или (2.1) использовались только при расчетах в низшем порядке теории возмущений, а поправки высших порядков вычислить не удавалось. Это были чисто феноменологические выражения.

Давайте попробуем теперь решить следующую, кажущуюся безнадежной, проблему: Можно ли изменить лагранжиан (2.4) таким способом, чтобы получить перенормируемую теорию поля, не нарушая достигнутого хорошего согласия с экспериментом? Все мы знаем, что ответом является «да», и в действительности, можно продвинуться далеко вперед по пути к правильной теории, детально исследуя однопетлевые диаграммы. Мы не будем на этом останавливаться, а вместо этого используем давнюю убежденность теоретиков в том, что наилучшим поведением обладает наиболее симметричная теория. Заметим, что именно таким путем исторически шло развитие теории. Наиболее симметричный способ связать воедино нейтральный и заряженные векторные бозоны предлагается теорией полей Янга — Миллса, к изучению которых мы сейчас и переходим.

3. КАЛИБРОВОЧНЫЕ СИММЕТРИИ

В основе каждого принципа симметрии в физике лежит предположение о том, что некая величина не измерима. Например, предположение о том, что нет выделенного положения в пространстве, приводит к инвариантности относительно трансляций. Здесь нас будут интересовать внутренние симметрии, т. е. преобразования, которые не действуют на пространственно-временну́ю точку x. Простым примером служит лагранжиан свободного фермионного поля $\psi(x)$ *)

$$\mathscr{L}_0 = \bar{\psi}(x)(i\tilde{\partial} - m)\psi(x), \tag{3.1}$$

который инвариантен относительно фазовых преобразований:

$$\psi(x) \to e^{i\theta}\psi(x), \tag{3.2а}$$

$$\partial_\mu\psi(x) \to e^{i\theta}\partial_\mu\psi(x), \tag{3.2б}$$

где θ — произвольная, не зависящая от x фаза. Формула (3.2б) следует из (3.2а), т. е. производная поля преобразуется подобно самому полю. Согласно теореме Нетер, инвариантность относительно (3.2а) означает существование сохраняющегося тока вида

$$j_\mu(x) = \bar{\psi}(x)\gamma_\mu\psi(x), \quad \partial^\mu j_\mu(x) = 0. \tag{3.3}$$

Группа пребразований (3.2) есть абелева группа $U(1)$.

В физике известны внутренние симметрии, связанные с разными группами. Например, инвариантность относительно изоспиновых преобразований связана с группой $SU(2)$. Предположение состоит в том, что протон и нейтрон являются двумя разными состояниями одной и той же частицы, нуклона, и преобразуются один в другого при вращениях в изоспиновом пространстве подобно тому, как при обычных вращениях два спиновых состояния ($\pm 1/2$) протона переходят друг в друга. Аналогично, имеется симметрия восьмеричного пути, основанная на группе $SU(3)$, или же схема с очарованием, использующая группу $SU(4)$, и т. д.

Вообще, пусть $\varphi^i(x)$, $i = 1, 2, \ldots, n$, будет набором полей и $\mathscr{L}_0[\varphi^i(x), \partial_\mu\varphi^i(x)]$ лагранжианом, описывающим динамику системы. Внут-

*) В переводе статьи перечеркнутое ∂ заменено на $\tilde{\partial}$. (*Прим. ред.*)

ренняя симметрия — это инвариантность $\mathscr{L}_0$ относительно преобразований из группы G, действующих на поля $\varphi^i(x)$:

$$\varphi^i(x) \to \varphi^i(x) + \theta^\alpha (T_\alpha)^i_j \varphi^j(x) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n; \quad \alpha = 1, 2, \ldots, N), \tag{3.4а}$$

где в целях дальнейшего удобства мы использовали инфинитезимальные преобразования, т. е. оставили лишь члены первого порядка в разложении по степеням θ^α.

Обозначения в формуле (3.4) таковы:

N — число генераторов группы G, т. е. размерность алгебры Ли. Оно равно 1 для $U(1)$-преобразований (3.2), 3 для $SU(2)$, 8 для $SU(3)$ и т.д.

T_α — матрицы представления, к которому принадлежат поля $\varphi^i(x)$. Например, если $G = SU(2)$ и поля φ^i образуют изодублет, то $T_\alpha = i\tau_\alpha$, где τ_α — хорошо известные матрицы Паули. Если поля образуют изовектор, то $(T_\alpha)^i_j = \varepsilon_{\alpha ij}$, и т. д.

θ^α — N c-чисел, бесконечно малых (не зависящих от x) параметров. Поскольку параметры θ^α не зависят от x, производные полей преобразуются подобно самим полям

$$\partial_\mu \varphi^i(x) \to \partial_\mu \varphi^i(x) + \theta^\alpha (T_\alpha)^i_j \partial_\mu \varphi^j(x). \tag{3.4б}$$

Такие преобразования с не зависящими от x параметрами будут в дальнейшем называться «глобальными» преобразованиями *). Применяя снова теорему Нетер, легко получить, как следствие инвариантности $\mathscr{L}_0$ относительно (3.4), N сохраняющихся токов.

Вернемся вновь к простейшему абелеву примеру. Инвариантность $\mathscr{L}_0$ относительно (3.2) означает, что фаза поля $\psi(x)$ не измерима, а потому может быть выбрана произвольной. С другой стороны, поскольку она не зависит от x, она должна быть выбрана одинаковой во всей Вселенной и для всех времен. Эта ситуация представляется явно неубедительной с физической точки зрения. Вместо этого нам хотелось бы иметь формализм, который позволял бы фиксировать фазу локально, в области с размерами порядка размеров экспериментальной установки, без каких-либо ссылок на весьма удаленные объекты. Другими словами, мы хотели бы заменить (3.2) на

$$\psi(x) \to e^{i\theta(x)}\psi(x), \tag{3.5а}$$

где θ теперь является функцией x. Я хотел бы подчеркнуть здесь, что это требование основывается на чисто эстетических аргументах. Если мы примем (3.5а) за преобразование симметрии, то сразу же столкнемся с серьезной проблемой, потому что теперь (3.2б) заменится на

$$\partial_\mu \psi(x) \to e^{i\theta(x)} \partial_\mu \psi(x) + ie^{i\theta(x)} \psi(x) \partial_\mu \theta(x), \tag{3.5б}$$

т. е. производная поля более уже не преобразуется подобно самому полю и вследствие этого лагранжиан (3.1) уже не инвариантен относительно преобразований (3.5). Мы будем называть преобразования вида (3.5), т.е. с зависящими от x параметрами, «локальными» или «калибровочными» преобразованиями **).

В дифференциальной геометрии имеется стандартный метод восстановления инвариантности относительно (3.5). Поскольку неприятности возникают из-за оператора дифференцирования, надо ввести новую «производ-

*) Их иногда еще называют калибровочными преобразованиями первого рода. Я не буду использовать здесь эту терминологию, потому что я хочу сохранить название «калибровочные» для преобразований, которые будут введены ниже.

**) Их также называют «калибровочными преобразованиями второго рода».

ную» D_μ, называемую «ковариантной производной», которая опять-таки является дифференциальным оператором первого порядка, но обладает тем свойством, что преобразуется при (3.5а) подобно самому полю:

$$D_\mu\psi(x) \to e^{i\theta(x)} D_\mu\psi(x). \tag{3.5в}$$

Чтобы найти такой оператор D_μ, введем сначала аффинную связность, которая, на нашем языке, определяет «калибровочное поле» $A_\mu(x)$, преобразующееся, по определению, как

$$A_\mu(x) \to A_\mu(x) + \frac{1}{e}\partial_\mu\theta(x), \tag{3.6}$$

где e — некая постоянная.

Затем определим D_μ:

$$D_\mu \equiv \partial_\mu + ieA_\mu. \tag{3.7}$$

Легко проверить, что $D_\mu\psi(x)$ преобразуется с учетом (3.5а) и (3.6) согласно формуле (3.5в). Инвариантность относительно калибровочных преобразований восстанавливается теперь путем замены ∂_μ на D_μ повсюду в $\mathscr{L}_0$ *):

$$\mathscr{L}_0 \to \mathscr{L}_1 \equiv \bar\psi(x)(i\widetilde{D} - m)\psi(x) =$$
$$= \bar\psi(x)(i\widetilde{\partial} - m)\psi(x) - e\bar\psi(x)\gamma_\mu\psi(x)A^\mu(x). \tag{3.8}$$

Лагранжиан (3.8) инвариантен относительно (3.5а) и (3.6) и содержит калибровочное поле $A_\mu(x)$. Если мы хотим интерпретировать это поле как фотонное, то необходимо добавить в (3.8) член, соответствующий его кинетической энергии. Этот член должен быть сам по себе калибровочно-инвариантен и, таким образом, мы однозначно приходим к окончательному виду лагранжиана

$$\mathscr{L}_1 \to \mathscr{L}_2 \equiv \mathscr{L}_1 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}(x)F^{\mu\nu}(x), \tag{3.9}$$

$$F_{\mu\nu}(x) = \partial_\mu A_\nu(x) - \partial_\nu A_\mu(x). \tag{3.10}$$

Выражение (3.9) представляет собой не что иное, как хорошо известный лагранжиан квантовой электродинамики. Мы получили его, просто налагая требование инвариантности относительно калибровочных преобразований. И наконец, последнее замечание: $\mathscr{L}_2$ не содержит члена, пропорционального $A_\mu A^\mu$, так как такой член не инвариантен относительно преобразования (3.6). Другими словами, калибровочная инвариантность требует, чтобы фотон был безмассовым.

Такая же процедура может быть использована и в случае неабелевых преобразований (3.4). И вновь, по эстетическим соображениям, нам хотелось бы заменить (3.4) группой локальных преобразований, в которых $\theta^\alpha \to \theta^\alpha(x)$:

$$\varphi^i(x) \to \varphi^i(x) + \theta^\alpha(x)(T_\alpha)^i_j\varphi^j(x) \qquad (i = 1, \ldots, n;\ \alpha = 1, \ldots, N). \tag{3.11а}$$

Производная $\partial_\mu\varphi^i(x)$ приобретает при этом дополнительные члены:

$$\partial_\mu\varphi^i(x) \to \partial_\mu\varphi^i(x) + \theta^\alpha(x)(T_\alpha)^i_j\partial_\mu\varphi^j(x) + (T_\alpha)^i_j\varphi^j(x)\partial_\mu\theta^\alpha(x). \tag{3.11б}$$

Последнее слагаемое нарушает инвариантность $\mathscr{L}_0$. Правило восстановления инвариантности снова такое же: сначала вводится N калибровочных

*) В переводе статьи перечеркнутое D заменено на $\widetilde{D}$. (*Прим. ред.*)

полей $W_\mu^a(x)$, которые преобразуются следующим образом:

$$W_\mu^a(x) \to W_\mu^a(x) + f_{bc}^a W_\mu^c \theta^b + \frac{1}{g}\partial_\mu \theta^a(x), \tag{3.12}$$

где g — постоянная, а f_{bc}^a, структурные константы группы, заданы условием

$$[T_b, T_c] = f_{bc}^a T_a. \tag{3.13}$$

Формула (3.12) представляет собой обобщение на неабелевы группы закона преобразования для фотонов (3.6).

Заметим, что в случае группы $U(1)$ f обращается в нуль.

С помощью калибровочных полей определим теперь ковариантную производную:

$$D_\mu \varphi^i(x) \equiv \partial_\mu \varphi^i(x) - g(T_a)_j^i W_\mu^a(x)\varphi^j(x). \tag{3.14}$$

Используя (3.11а) и (3.12), можно проверить, что она преобразуется подобно полям, а именно:

$$D_\mu \varphi^i(x) \to D_\mu \varphi^i(x) + \theta^a(x)(T_a)_j^i D_\mu \varphi^j(x). \tag{3.11в}$$

Наконец, повсюду в $\mathscr{L}_0$ заменим ∂_μ на D_μ:

$$\mathscr{L}_0(\varphi^i(x), \partial_\mu \varphi^i(x)) \to \mathscr{L}_1(\varphi^i(x), D_\mu \varphi^i(x)). \tag{3.15}$$

$\mathscr{L}_1$ инвариантен относительно (3.11а) и (3.12), если $\mathscr{L}_0$ инвариантен при (3.4а). Далее, можно добавить член кинетической энергии калибровочных полей, который снова определяется из требования калибровочной инвариантности:

$$\mathscr{L}_1 \to \mathscr{L}_2 \equiv \mathscr{L}_1 - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} \tag{3.16}$$

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a(x) - \partial_\nu W_\mu^a(x) - g f_{bc}^a W_\mu^b W_\nu^c. \tag{3.17}$$

Заметим, что, в отличие от фотонов, неабелевы калибровочные поля самодействуют за счет члена $G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}$, который содержит члены взаимодействия трех и четырех полей. Следует также отметить, что масса калибровочных полей все еще равна нулю, так как член $W_\mu W^\mu$ опять-таки не инвариантен относительно преобразования (3.12). Поскольку никаких векторных бозонов, за исключением фотона, в природе не встречается, кажется, что неабелевы калибровочные симметрии не имеют ничего общего с физикой вообще и со слабыми взаимодействиями, в частности.

4. СПОНТАННО НАРУШЕННЫЕ СИММЕТРИИ

а) Введение

Понимание того факта, что физическая задача обладает определенной симметрией, зачастую существенно упрощает ее решение. Например, вычислим электрическое поле в точке A, создаваемое равномерно заряженной сферой (рис. 2). Можно было бы решать задачу сложным способом, рассматривая поле, создаваемое маленьким элементом объема сферы, и затем интегрируя по всей сфере. Но каждый студент знает, что достаточно понять, что задача обладает сферической симметрией, чтобы, применив теорему Гаусса для поверхности, проведенной через точку A, мгновенно получить ответ. В этом рассуждении мы неявно подразумевали, что

симметричная задача всегда обладает симметричными решениями. В таком виде это предположение выглядит почти очевидным; однако на практике нам нужно значительно более сильное предположение. Ведь настоящая реальная среда никогда не является абсолютно симметричной, а заряд никогда не распределяется по ней идеально равномерно. Тем не менее, мы все же используем это рассуждение, надеясь на то, что малые отклонения от идеальной симметрии вызовут лишь малые смещения от симметричного решения. Однако это уже значительно более сильное допущение, которое не столь очевидно, так как оно требует не только наличия симметричного решения, но и предположения о его устойчивости. А хорошо известно, что это последнее свойство не всегда выполняется.

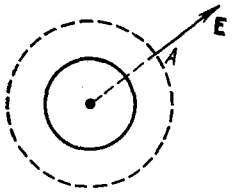

Рис. 2.

б) Простой классический пример

Очень простой контрпример следует из задачи о нагруженном стержне. Пусть цилиндрический стержень нагружен, как это указано на рис. 3. Задача, очевидно, симметрична относительно вращений вокруг оси z. Пусть через z обозначено расстояние от начала координат, а через $X(z)$ и $Y(z)$ — отклонения от симметричного положения (в направлениях осей x и y соответственно) в точке z. В случае малых отклонений уравнения теории упругости имеют вид

$$IE\frac{d^4X}{dz^4}+F\frac{d^2X}{dz^2}=0, \qquad (4.1а)$$

$$IE\frac{d^4Y}{dz^4}+F\frac{d^2Y}{dz^2}=0, \qquad (4.1б)$$

где $I=\pi R^4/4$ — момент инерции стержня, E — модуль Юнга. Очевидно, что система (4.1) всегда обладает симметричным решением: $X=Y=0$. Однако можно искать и асимметричные решения общего вида $X=A+Bz+C\sin kz+D\cos kz$ с $k^2=F/EI$, которые удовлетворяют граничным условиям $X=X''=0$ в точках $z=0$ и $z=l$. Мы найдем, что такое решение существует: $X=C\sin kz$, при условии, что $kl=n\pi$, $n=1,\ldots$ Оно появляется впервые, когда F достигает некоторого критического значения F_{cr}, равного

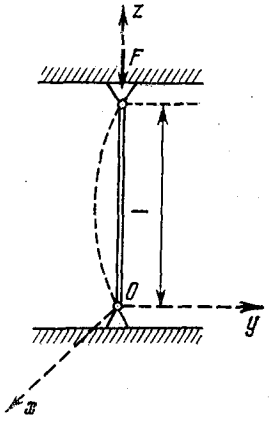

Рис. 3.

$$F_{cr}=\frac{\pi^2EI}{l^2}. \qquad (4.2)$$

Появление таких решений уже служит указанием на неустойчивость и, действительно, внимательное изучение проблемы устойчивости показывает, что несимметричные решения соответствуют меньшей энергии. С этой точки зрения уравнения (4.1) уже более не справедливы, потому что они применимы лишь в случае малых отклонений, и мы должны использовать общие уравнения теории упругости. В результате можно показать, что эта неустойчивость симметричного решения проявляется для всех значений F, превышающих F_{cr}.

Что же произошло с первоначальной симметрией этих уравнений? Она все еще содержится в скрытой форме в том смысле, что мы неспособны

предсказать, в каком направлении в плоскости x, y стержень согнется. Все эти направления отвечают решениям с совершенно одинаковыми энергиями. Другими словами, если мы применим преобразование симметрии (в нашем случае — вращение вокруг оси z) к асимметричному решению, то получим другое асимметричное решение, которое вырождено с первым. Такую симметрию мы назовем «спонтанно нарушенной», и на этом простом примере мы наглядно видим все ее свойства. Существует критическая точка, т. е. критическое значение некоторой величины (в нашем случае — внешней силы F; в ряде физических систем такой величиной является температура), которая определяет, произойдет ли спонтанное нарушение симметрии или нет. За этой критической точкой:

1) симметричное решение становится неустойчивым,

2) основное состояние становится вырожденным.

Существует огромное множество физических систем, как в классической, так и в квантовой физике, которые характеризуются спонтанным нарушением симметрии, но мы не будем их здесь рассматривать. Гейзенберговский ферромагнетик является хорошим примером, который следует всегда помнить, поскольку мы часто будем использовать его как путеводный ориентир, но в действительности никаких новых явлений, кроме уже рассмотренных нами, не появляется. Поэтому мы сразу перейдем к некоторым моделям теории поля.

в) Спонтанное нарушение глобальной симметрии

Пусть $\varphi(x)$ — комплексное скалярное поле, динамика которого описывается лагранжианом

$$\mathscr{L}_1 = (\partial_\mu\varphi)(\partial^\mu\varphi^*) - \mu^2\varphi\varphi^* - \lambda(\varphi\varphi^*)^2, \tag{4.3}$$

где $\mathscr{L}_1$ — классический лагранжиан, а φ — классическое поле. Пока никакого квантования не предполагается. Лагранжиан $\mathscr{L}_1$ инвариантен относительно группы $U(1)$ глобальных преобразований

$$\varphi(x) \to e^{i\theta}\varphi(x). \tag{4.4}$$

Гамильтониан системы запишется в виде

$$\mathscr{H} = (\partial_0\varphi)(\partial_0\varphi^*) + (\partial_i\varphi)(\partial_i\varphi^*) + V(\varphi), \tag{4.5}$$

$$V(\varphi) = \mu^2\varphi\varphi^* + \lambda(\varphi\varphi^*)^2. \tag{4.6}$$

Первые два члена в $\mathscr{H}$ положительны. Они могут обращаться в нуль лишь для $\varphi = \text{const}$. Поэтому основное состояние системы отвечает $\varphi = \text{const}$ — минимум $V(\varphi)$. V обладает минимумом только если $\lambda > 0$. В этом случае положение минимума зависит от знака μ^2. (Заметим, что мы все еще изучаем классическую теорию поля и μ^2 является просто параметром. Его нельзя отождествлять с «массой».) При $\mu^2 \geqslant 0$ минимум находится в точке $\varphi = 0$ (симметричное решение; рис. 4, *а*), но для $\mu^2 < 0$ существует целая окружность минимумов в комплексной φ-плоскости с радиусом $V = (-\mu^2/2\lambda)^{1/2}$ (рис. 4, *б*). Любая точка на окружности отвечает спонтанному нарушению (4.4). Мы видим, что

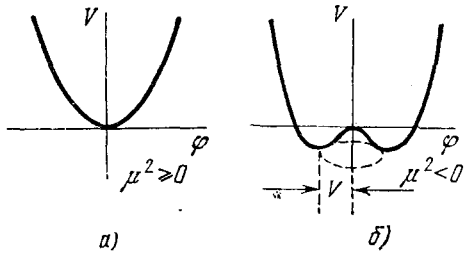

Рис. 4.

— критической точкой является $\mu^2 = 0$;
— для $\mu^2 \geqslant 0$ симметричное решение устойчиво;
— для $\mu^2 < 0$ появляется спонтанное нарушение симметрии.

Предположим, что $\mu^2 < 0$. Чтобы перейти к устойчивому решению сместим поле φ. Ясно, что общность рассмотрения не будет утрачена, если выбрать конкретную точку на окружности, так как все они получаются из любой заданной точки с помощью преобразования (4.4). Для удобства выберем точку на вещественной оси плоскости φ. Тогда запишем φ в виде

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}[v + \psi(x) + i\chi(x)]. \tag{4.7}$$

Подставляя (4.7) в (4.3), находим

$$\mathscr{L}_1(\varphi) \to \mathscr{L}_2(\psi, \chi) = \frac{1}{2}(\partial_\mu\psi)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu\chi)^2 - \frac{1}{2}(2\lambda v^2)\psi^2 - \\ - \lambda v\psi(\psi^2 + \chi^2) - \frac{\lambda}{4}(\psi^2 + \chi^2)^2. \tag{4.8}$$

Заметим, что $\mathscr{L}_1$ не содержит члена, пропорционального χ^2.

Следует подчеркнуть, что $\mathscr{L}_1$ и $\mathscr{L}_2$ — полностью эквивалентные лагранжианы. Они оба описывают динамику одной и той же физической системы и замена переменных типа (4.7) не может изменить физику.

Однако эта эквивалентность полная, если мы можем решить задачу точно. В этом случае мы придем к одному и тому же решению, используя любой из них. Но мы не можем решить задачу точно, а намереваемся использовать теорию возмущений, которая является приближенной схемой. При этом эквивалентность уже не гарантирована и, действительно, теория возмущений может иметь значительно больше шансов привести к разумным результатам в одном из подходов по сравнению с другим *).

В частности, если мы используем $\mathscr{L}_1$ в квантовой теории поля и решим применить теорию возмущений, взяв в качестве невозмущенной части квадратичные члены $\mathscr{L}_1$, то мы тут же увидим, что получаются бессмысленные выражения. В спектре невозмущенного гамильтониана появятся частицы с отрицательным квадратом массы и никакие поправки в любом конечном порядке теории возмущений не могут изменить положения. И основная причина здесь заключается в том, что при этом мы пытаемся вычислить квантовые флуктуации вблизи неустойчивого решения, а теория возмущений не приспособлена к этому. И, наоборот, мы видим, что квадратичная часть $\mathscr{L}_2$ дает разумный спектр, а потому мы надеемся, что теория возмущений также даст разумные ответы. Таким образом, мы делаем вывод о том, что наша физическая система, рассматриваемая как квантовая система, состоит из двух взаимодействующих скалярных частиц, одна из которых обладает массой $m_\psi^2 = 2\lambda v^2$, а вторая безмассовая: $m_\chi^2 = 0$. Такой же спектр мы получили бы, если бы исходили из $\mathscr{L}_1$ и могли бы решить задачу точно.

Появление частицы с нулевой массой служит примером, иллюстрирующим общую теорему Голдстоуна:

Каждому генератору спонтанно нарушенной симметрии соответствует безмассовая частица, называемая голдстоуновской частицей. Эта теорема является переложением на язык квантовой теории поля утверждения о вырожденности основного состояния, которое мы подтверждали

*) Это — пример того что С. Циулли называет «нарушенной тавтологией». Два разных языка в описании динамики системы могут быть полностью эквивалентными, если задача решается точно (тавтология), но они могут приводить к совсем разным результатам в определенной приближенной схеме. Детали см. в работе: S. Ciulli, C. Pomponiu, I. S. Stefanescu, Phys. Rept. C17, 133 (1975).

рассмотренным выше примером. Основным состоянием системы, описываемой квантовой теорией поля, является вакуумное состояние, и для того, чтобы вакуум был вырожденным, в спектре состояний должны появляться безмассовые возбуждения.

Возможно, вы помните, что мы решили изучать явление спонтанного нарушения симметрии, потому что нас охватило отчаяние при появлении безмассовых векторных бозонов, которые, казалось, губили калибровочные теории. Мы видим, что в этом пункте наши надежды не оправдались. Спонтанное нарушение симметрии не только не устранило трудности, но и ввело свои собственные безмассовые частицы, голдстоуновские бозоны, и теперь нам приходится заботиться о двух недостатках вместо одного. Но тут-то и случается нечто невообразимое! Будучи соединены вместе, эти два недостатка устраняют друг друга. Чтобы продемонстрировать это замечательное обстоятельство, обратимся к изучению спонтанного нарушения калибровочной симметрии.

г) Спонтанное нарушение калибровочной симметрии

Рассмотрим все ту же модель, заданную формулой (4.3), но теперь наложим на нее требование инвариантности относительно локальных $U(1)$-преобразований. Согласно общему правилу, сформулированному в предыдущем разделе, этого можно добиться, заменив ∂_μ на D_μ и добавив член, описывающий кинетическую энергию фотона:

$$\mathscr{L}_1 = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2 + |(\partial_\mu - ieA_\mu)\varphi|^2 - \mu^2\varphi\varphi^* - \lambda(\varphi\varphi^*)^2. \tag{4.9}$$

$\mathscr{L}_1$ остается инвариантным при калибровочных преобразованиях

$$\varphi \to e^{i\theta(x)}\varphi(x), \quad A_\mu \to A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu\theta(x). \tag{4.10}$$

Анализ, аналогичный проведенному выше, показывает, что при $\lambda > 0$ и $\mu^2 < 0$ происходит спонтанное нарушение калибровочной симметрии. Подставив (4.7) в (4.9), получим

$$\mathscr{L}_1 \to \mathscr{L}_2 = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2 + \frac{e^2v^2}{2} A_\mu^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu\psi)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu\chi)^2 - \frac{1}{2}(2\lambda v^2)\psi^2 - \\ - evA_\mu\partial^\mu\chi + \text{взаимодействие}. \tag{4.11}$$

Удивительным является второе слагаемое, которое пропорционально A_μ^2. Создается впечатление, что фотон приобрел массу. Заметим, что (4.11) тоже калибровочно инвариантно, так как сохранена полная эквивалентность выражению (4.9). Калибровочное преобразование задается теперь путем подстановки (4.7) в (4.10):

$$\left.\begin{aligned} \psi(x) &\to \cos\theta(x)[\psi(x) + v] - \sin\theta(x)\cdot\chi(x) - v, \\ \chi(x) &\to \cos\theta(x)\chi(x) + \sin\theta(x)[\psi(x) + v], \\ A_\mu(x) &\to A_\mu(x) + \frac{1}{e}\partial_\mu\theta(x). \end{aligned}\right\} \tag{4.12}$$

Это значит, что сделанный нами ранее вывод о том, что калибровочная инвариантность запрещает появление членов типа A_μ^2, был просто-напросто неверным. Такой член может появляться, но только в этом случае калибровочное преобразование слегка усложняется — оно должно сопровождаться трансляцией поля.

Лагранжиан (4.11), рассматриваемый как квантово-полевая модель, описывает, на первый взгляд, взаимодействие массивной векторной частицы (A_μ) и двух скалярных частиц, одна из которых обладает массой (ψ), а у второй масса равна нулю (χ). Однако сразу же видно, что есть нечто неправильное в таком подсчете. Предостережение содержится уже в последнем члене соотношения (4.11), который недиагонален по A_μ и $\partial_\mu\chi$. Это указывает нам на то, что следует быть очень осторожным при интерпретации спектра частиц. Более прямой способ понять возникающую трудность состоит в подсчете степеней свободы до и после трансляции:

Лагранжиан (4.9): Одно безмассовое векторное поле: 2 степени свободы.
Два скалярных поля: 2 степени свободы.
Всего 4 степени свободы.

Лагранжиан (4.11): Одно массивное векторное поле: 3 степени свободы.
Два скалярных поля: 2 степени свободы.
Всего 5 степеней свободы.

Так как физические степени свободы не могут возникать в результате простой замены переменных, мы делаем вывод о том, что лагранжиан (4.11) должен содержать поля, которые не соответствуют физическим частицам. Это верно, и мы можем проделать преобразование, при котором нефизические поля пропадают:

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= \frac{1}{\sqrt{2}}\,[v+\rho(x)]\,e^{i\zeta(x)/v}, \\ A_\mu(x) &= B_\mu(x)+\frac{1}{ev}\,\partial_\mu\zeta(x). \end{aligned} \tag{4.13}$$

Подставляя (4.13) в (4.9), получаем

$$\begin{aligned} \mathscr{L}_1 \to \mathscr{L}_3 = -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}^2+\frac{e^2v^2}{2}B_\mu^2+\frac{1}{2}(\partial_\mu\rho)^2-\frac{1}{2}(2\lambda v^2)\rho^2- \\ -\frac{\lambda}{4}\rho^4+\frac{1}{2}e^2B_\mu^2(2v\rho+\rho^2), \end{aligned} \tag{4.14}$$

$$B_{\mu\nu}=\partial_\mu B_\nu-\partial_\nu B_\mu.$$

Поле $\zeta(x)$ исчезло! Формула (4.14) описывает две массивные частицы, векторную (B_μ) и скалярную (ρ). Итак, видно, что мы получили три различных лагранжиана, описывающих одну и ту же физическую систему. $\mathscr{L}_1$ инвариантен относительно обычного калибровочного преобразования, но содержит члены с отрицательным квадратом массы и потому он не удобен для квантования. $\mathscr{L}_2$ также сохраняет свойство инвариантности, но законы преобразования теперь несколько усложняются (соотношения (4.12)). Его можно квантовать в пространстве с нефизическими степенями свободы. *Само по себе это обстоятельство не является большим препятствием*, поскольку такое случается довольно часто. Например, в обычной квантовой электродинамике квантование проводится в пространстве, содержащем нефизические (продольные, а также скалярные) фотоны. Действительно, именно $\mathscr{L}_2$ (в подходящей калибровке) обычно используют для общего доказательства перенормируемости, а также для практических расчетов. И, наконец, $\mathscr{L}_3$ уже не инвариантен относительно калибровочных преобразований, но из него ясно виден спектр частиц, описываемых этой теорией. Он содержит только физические частицы, и все они оказываются обладающими конечной массой!. На самом деле $\mathscr{L}_3$ можно получить из $\mathscr{L}_2$, задав калибровку в последнем. $\mathscr{L}_3$ неперенормируем, если посчитать степени, но поскольку он калибровочно-эквивалентен $\mathscr{L}_2$, его все еще можно применять в практических вычислениях.

Этот анализ можно дословно повторить и для неабелевых калибровочных теорий с тем же результатом.

Из всего сказанного можно сделать следующее заключение:

В спонтанно нарушенной калибровочной симметрии калибровочные векторные бозоны приобретают массу, а возможные безмассовые голдстоуновские бозоны отщепляются и пропадают. Их степени свободы были использованы для перехода безмассовых векторных бозонов в бозоны, обладающие массой. Это явление было обнаружено несколькими физиками и известно под названием «механизм Хиггса».

Именно это и казалось невообразимым. Хотя мы исходим из калибровочной теории, конечный спектр содержит только частицы с массой. И теперь мы можем доказать самую важную теорему, которая действительно открыла пути для всех последующих применений теории полей Янга — Миллса.

Теорема. Теория полей Янга — Миллса со спонтанным нарушением симметрии перенормируема, несмотря на появление массивных векторных бозонов.

5. ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ

Теперь, когда у нас есть все необходимые сведения, попытаемся применить их к реальному миру и построить реалистичные перенормируемые модели слабых и электромагнитных взаимодействий. Основные этапы на пути построения моделей совсем просты:

«Самодельный каркас для калибровочных моделей»:

1) Выбери калибровочную группу G.

2) Выбери поля «элементарных частиц», которые хочешь рассматривать, и их представления. Не забудь ввести достаточное количество скалярных полей, чтобы действовал механизм Хиггса.

3) Запиши наиболее общий перенормируемый лагранжиан, инвариантный относительно G. На этом этапе калибровочная инвариантность еще точная и все калибровочные векторные бозоны имеют нулевую массу.

4) Выбери параметры хиггсовских скаляров таким образом, чтобы появилось спонтанное нарушение симметрии. Практически это зачастую означает выбор отрицательного значения параметра μ^2.

5) Смести скаляры и перепиши лагранжиан в терминах сдвинутых полей. Выбери подходящую калибровку и проквантуй теорию.

6) Посмотри на свойства получившейся модели. Если она, хотя бы отдаленно, соответствует физике, то публикуй ее.

7) Переходи к 1.

Некоторые замечания. Калибровочные теории задают только общее направление, а не конкретизируют модель. Последняя зависит от конкретного выбора, сделанного в пунктах 1 и 2. Можно предложить огромное множество моделей и этим частично объясняется популярность калибровочных теорий. Бессмысленно пытаться описать каждую из моделей, претендующую на согласие с экспериментальными данными, тем более что это — общая характерная черта большинства опубликованных моделей (см. пункт 6). Тем не менее я хочу продемонстрировать эффективность этой программы из семи пунктов на хорошо известном примере — первоначальной модели Вайнберга и Салама. Вначале я ограничусь рассмотрением мира лептонов. Читатель, не интересующийся техническими деталями расчетов, может опустить конструктивную часть и непосредственно перейти к конечным результатам, изложенным после пятого этапа.

Этап 1. Необходимо ввести по крайней мере четыре векторных бозона: два заряженных — для обычных слабых взаимодействий, один нейтральный — для слабых нейтральных токов *) и один — для фотона. Отсюда следует, что минимальная возможная группа есть $SU(2) \times U(1)$.

Этап 2. Ограничимся известными лептонами и введем электрон и электронное нейтрино в виде двухкомпонентного спинора и определим его левую и правую киральные части:

$$\psi \equiv \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}, \quad L \equiv \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\psi, \quad R \equiv \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\psi. \tag{5.1}$$

Мюон и связанное с ним нейтрино рассматриваются аналогичным образом. Кроме того, нужны хиггсовские скаляры, которые приводят к нарушению симметрии и превращают все частицы в массивные. В предыдущем разделе мы узнали, что каждому векторному бозону, приобретающему массу, ставится в соответствие скаляр, который становится нефизическим и отщепляется. Кроме того, в конечном итоге появляется по крайней мере один нейтральный скаляр, который остается физическим и именно его-то используют при сдвиге. Так как надо снабдить массами три векторных бозона (четвертый, фотон, останется безмассовым), нам придется ввести, как минимум, четыре скаляра, которые мы будем описывать 2×2-матрицей Φ. Запишем теперь свойства преобразования всех этих полей в соответствии с группой $SU(2) \times U(1)$. Они выглядят так:

$$\left.\begin{array}{ll} U(1): & SU(2): \\ L \to e^{(i/2)g'\theta(x)} L, & L \to e^{ig\mathbf{r}\theta(x)} L, \\ R \to e^{(i/2)g'\left(\frac{1}{2}-r_3\right)\theta(x)} R, & R \to R, \\ \Phi \to \Phi e^{ig'r_3\theta(x)}, & \Phi \to e^{ig\mathbf{r}\theta(x)}\Phi. \end{array}\right\} \tag{5.2}$$

Эти законы преобразования определяются из простых физических требований. Например, R должен оставаться инвариантным относительно преобразований из группы $SU(2)$, так как в противном случае появились бы правосторонние заряженные лептонные токи. Его трансформационные свойства относительно $U(1)$ определяются из требования, что фотон должен быть связан только с заряженными частицами через векторный ток. Трансформационные свойства Φ будут объяснены ниже; g и g' — две произвольные постоянные.

Этап 3. Запишем теперь наиболее общий перенормируемый лагранжиан, инвариантный относительно (5.2). Мы следуем правилам, объясненным в разделе 3, и записываем соответствующие ковариантные производные. Из требования перенормируемости следует, что мы не должны вводить членов с размерностью выше четвертой **). Результат таков:

$$\begin{aligned} \mathscr{L} = & -\frac{1}{4}\mathbf{A}_{\mu\nu}\mathbf{A}^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} + \bar{L}i\gamma^\mu\left[\partial_\mu - \frac{i}{2}\partial^\mu B_\mu - ig\mathbf{r}\mathbf{A}_\mu\right]L + \\ & + \bar{R}i\gamma^\mu\left[\partial_\mu - ig'\left(\frac{1}{2}-r_3\right)B_\mu\right]R - \sqrt{2}\,\bar{L}\Phi G R - \sqrt{2}\,\bar{R}G\Phi^+ L + \\ & + \frac{1}{2}\mathrm{Tr}\,|[\partial_\mu\Phi - ig'\Phi r_3 B_\mu - ig\mathbf{r}\mathbf{A}_\mu\Phi]|^2 - \frac{1}{2}\mu^2\,\mathrm{Tr}\,(\Phi\Phi^+) - \frac{\lambda}{4}\mathrm{Tr}\,(\Phi\Phi^+)^2, \end{aligned} \tag{5.3}$$

*) Модель была предложена, когда нейтральные слабые токи еще не были обнаружены на опыте.

**) То есть содержащих поля в степени выше четвертой. (*Прим. перев.*)

где $\mathbf{A}_\mu$ и B_μ — векторные калибровочные бозоны, отвечающие группам $SU(2)$ и $U(1)$ соответственно, а G — вещественная, диагональная, числовая 2×2-матрица вида

$$G = \begin{pmatrix} G_1 & 0 \\ 0 & G_2 \end{pmatrix}. \tag{5.4}$$

Члены, соответствующие кинетической энергии векторных бозонов, как обычно, записываются в виде

$$\mathbf{A}_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu \mathbf{A}_\nu - \partial_\nu \mathbf{A}_\mu - g[\mathbf{A}_\mu \mathbf{A}_\nu] \tag{5.5}$$

$$B_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \tag{5.6}$$

Некоторые замечания о лагранжиане (5.3):

1) Как и ожидалось, векторные бозоны $\mathbf{A}_\mu$ и B_μ безмассовые.

2) L и R обладают разными трансформационными свойствами. Отсюда следует, что фермионный массовый член вида $\bar{\psi}\psi = \bar{L}R + \bar{R}L$ не является инвариантом. Поэтому у фермионов масса также отсутствует. Они приобретут массу так же, как и векторные бозоны, за счет механизма Хиггса. В этом отношении важна юкавовская связь в пятом и шестом слагаемых лагранжиана (5.3). Трансформационные свойства Φ были определены именно таким образом, чтобы допустить появление таких членов.

3) Лагранжиан $\mathscr{L}$ содержит две константы связи, g и g'. Обычно определяют угол

$$\operatorname{tg} \theta_W \equiv \frac{g'}{g}. \tag{5.7}$$

Этап 4. В соответствии с анализом, проведенным в предыдущем разделе, выбирают $\mu^2 < 0$, чтобы получить решение со спонтанным нарушением симметрии.

Этап 5. Смещаем поле Φ:

$$\Phi \to \Phi + \frac{v}{\sqrt{2}} I, \tag{5.8}$$

где I обозначает единичную матрицу. Результат этой трансляции весьма громоздок, а потому мы рассмотрим лишь отдельные члены:

1) Юкавовские связи приводят к членам вида

$$-v\bar{L}GR + \text{э. с.} = -vG_1\bar{\nu}_e\nu_e - vG_2\bar{e}e, \tag{5.9}$$

где был использован конкретный вид G, заданный соотношением (5.4). Отсюда видно, что получаются члены, соответствующие фермионным массам. Поскольку мы хотим сохранить нейтрино не имеющим массы, приходится выбирать

$$G_1 = 0 \to m_\nu = 0, \quad m_e = vG_2. \tag{5.10}$$

2) Как и ожидалось, возникают массовые члены и для векторных бозонов. Они получаются из связей векторных бозонов в седьмом слагаемом формулы (5.3) и имеют вид

$$\frac{1}{8} g^2 v^2 \mathbf{A}_\mu^2 + \frac{1}{8} g'^2 v^2 B_\mu^2 + \frac{1}{4} g g' B^\mu A_\mu^3. \tag{5.11}$$

Как видно, имеется недиагональная массовая матрица перехода между двумя нейтральными бозонами, B_μ и A_μ^3, имеющая вид

$$M_{AB} = \frac{1}{8} v^2 \begin{pmatrix} g'^2 & gg' \\ gg' & g^2 \end{pmatrix}. \tag{5.12}$$

Одно из ее собственных значений равно нулю и соответствующий бозон отождествляется с фотоном. Приводя (5.12) к диагональному виду, запишем (5.11) следующим образом:

$$\frac{1}{4} g^2 v^2 W_\mu^+ W^{\mu -} + \frac{1}{8} v^2 (g^2 + g'^2) Z_\mu^2, \tag{5.13}$$

где мы ввели такие определения:

$$\left.\begin{aligned} W^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}} (A_\mu^1 \pm i A_\mu^2) \to m_{W^\pm} = \frac{1}{2} g v, \\ Z_\mu &\equiv \sin\theta_W B_\mu + \cos\theta_W A_\mu^3 \to m_2 = \frac{1}{2}\sqrt{g^2 + g'^2}\, v = \frac{m_{W^\pm}}{\cos\theta_W}, \\ A_\mu &\equiv -\cos\theta_W B_\mu + \sin\theta_W A_\mu^3 \to m_A = 0. \end{aligned}\right\} \tag{5.14}$$

A_μ — фотон с нулевой массой. $W_\mu^\pm$ — обычные заряженные промежуточные векторные бозоны с массой $gv/2$ и Z_μ — нейтральный векторный бозон с массой $gv/2 \cos\theta_W$.

3) Массы скалярных мезонов получаются из двух последних членов в (5.3). Если записать

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi_0 I + i\mathbf{r}\chi), \tag{5.15}$$

то получим

$$m_{\varphi_0}^2 = 2\lambda v^2, \quad m_\chi = 0. \tag{5.16}$$

Поле φ_0 остается физическим. Три χ—поля безмассовые. Они соответствуют возможным голдстоуновским бозонам и не описывают физические частицы. Их степени свободы были использованы для создания дополнительных поляризационных состояний, необходимых для придания массы бозонам $W^\pm$ и Z.

4) Связь фотонов — обычная электромагнитная:

$$\frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \bar{e}(x) \gamma_\mu e(x) A^\mu(x), \tag{5.17}$$

причем электрический заряд определяется как

$$e = \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} = g \sin\theta_W. \tag{5.18}$$

Связь фотона с заряженным векторным бозоном соответствует гиромагнитному отношению, равному двум.

5) Обычные слабые взаимодействия заряженных токов имеют вид

$$\frac{g}{2\sqrt{2}} \bar{\nu}_e(x) \gamma^\mu (1 + \gamma_5) e(x) W_\mu^+(x) + \text{э.с.} \tag{5.19}$$

и фермиевская константа связи равна

$$\frac{G}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8 m_W^2}. \tag{5.20}$$

Объединяя (5.14), (5.18) и (5.20), находим

$$m_{W^\pm} \geqslant 37{,}5 \text{ Гэв}, \quad m_Z \geqslant 75 \text{ Гэв}, \tag{5.21}$$

что является весьма впечатляющим предсказанием. Действительно, нали-

чие у промежуточных бозонов очень большой массы является общей чертой всех единых теорий.

5) Нейтральные токи вносят вклад

$$\frac{\sqrt{g^2+g'^2}}{4}\left[\bar{\nu}\gamma_\mu(1+\gamma_5)\nu-\bar{e}\gamma_\mu\left(\frac{g^2-3g'^2}{g^2+g'^2}+\gamma_5\right)e\right]Z^\mu. \tag{5.22}$$

Заметим, что они не обладают определенной спиральностью.

Кроме этих связей появляются и другие, обусловленные трансляцией, но мы не будем их здесь рассматривать. Их можно выписать, преобразуя (5.3). Отметим только, что остаются юкавские связи φ_0-мезона с лептонами, причем их сила пропорциональна лептонным массам. Заметим также, что масса φ_0-мезона может быть сколь угодно большой.

Рассмотренная выше модель является простейшей лептонной моделью, согласующейся со всеми экспериментальными результатами, полученными к данному моменту. Она может быть расширена и превращена в перенормируемую теорию (это расширение требует введения адронов). Основным экспериментальным предсказанием модели (прекрасно оправдавшимся) было существование нейтральных токов.

6. ОБОБЩЕНИЕ НА АДРОНЫ

Здесь мы обсудим проблемы, связанные с расширением области применимости этих идей на адронный мир. Так как мы хотим использовать язык теории поля, мы вновь сталкиваемся с извечным вопросом о том, какие адроны можно считать элементарными. При этом, естественно, возникает некий произвол. Мы будем вести все рассмотрение в рамках кварковой модели, однако, результаты зависят только от лежащих в основе схемы симметрий, а не от того, существуют ли в действительности физические кварки.

а) Очарование

Наиболее впечатляющее предсказание всех калибровочных теорий может быть сформулировано в виде такой теоремы:

Группа симметрии сильных взаимодействий больше, чем $SU(3)$.

Доказательство этого весьма простое: Пусть q описывает три основных кварка p, n, λ. Заряженный ток имеет известный кабиббовский вид:

$$q=\begin{pmatrix}p\\n\\\lambda\end{pmatrix},\quad h_\mu^+=\bar{q}\gamma_\mu(1+\gamma_5)C^+q, \tag{6.1}$$

где C^+— числовая 3×3-матрица:

$$C^+=\begin{pmatrix}0&\cos\theta&\sin\theta\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}, \tag{6.2}$$

а θ — угол Кабиббо. Комплексно сопряженный ток h_μ^- образован с матрицей C^-, транспонированной по отношению к C^+. В калибровочной теории, содержащей h_μ^+ и h_μ^-, нейтральный ток будет связан с их коммутатором $h_\mu^{(0)}$, равным

$$h_\mu^{(0)}=\bar{q}\gamma_\mu(1+\gamma_5)C^0q, \tag{6.3}$$

$$C^0\equiv[C^+,C^-]=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-\cos^2\theta&-\cos\theta\sin\theta\\0&-\cos\theta\sin\theta&-\sin^2\theta\end{pmatrix}. \tag{6.4}$$

Мы видим, что в матрице C^0 есть отличные от нуля недиагональные элементы, связанные с $\bar{n}\lambda$ или $\bar{\lambda}n$. Это означает, что в калибровочной теории появятся нейтральные токи, меняющие странность, и переходы с $\Delta S = 2$, т. е. такие процессы как $K_L^0 \to \mu^+\mu^-$ или $K^+ \to \pi^+\nu\bar{\nu}$ с амплитудами, сравнимыми с амплитудами процессов $K_{\mu 2}$ и K_{e3}, а также появится в первом порядке по слабым взаимодействиям разность масс $K_1 - K_2$. Поскольку такие процессы полностью исключаются согласно экспериментальным данным, мы приходим к выводу, что необходимо расширить симметрию сильных взаимодействий так, чтобы коммутатор (а также антикоммутатор) (6.4) стал диагональной матрицей. Оказывается, что этого можно добиться множеством способов, как только соответствующие матрицы выбраны большей размерности, нежели 3×3. Конкретные предсказания будут зависеть от того, какой выбор сделан, но в любом случае появятся новые адроны, обладающие новыми квантовыми числами. Мы назовем все эти квантовые числа одним именем — «очарование». Всегда подчеркивалось, что их экспериментальное открытие явилось бы наиболее драматичной проверкой этих идей. Поэтому легко понять тот всеобщий энтузиазм, который вызвали сообщения об открытиях новых частиц в Брукхейвене и на СЛАКе. С тех пор новости приходили без передышки. В задачу этих лекций не входит обзор экспериментальной ситуации в деталях, но, во всяком случае, мы теперь абсолютно уверены в том, что нечто совершенно новое происходит в мире адронов. Я очень верю, и такая вера разделяется большинством моих коллег, что это есть проявление очарования, введенного в калибровочных теориях. Приятно сознавать, что абстрактные теоретические идеи, базирующиеся в основном на логических и эстетических соображениях, смогли привести к открытию абсолютно новой области в физике частиц.

	I	I_3	Q	S	C
p'	0	0	$\frac{2}{3}$	0	1
p	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	0	0
n	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	0	0
λ	0	0	$-\frac{1}{3}$	-1	0

б) $3 + 1 = SU(4)$

В качестве примера более широкой симметрии я приведу здесь схему $SU(4)$. Вводится один новый кварк p', квантовые числа которого указаны в таблице (I — изоспин, I_3 — третья компонента изоспина, Q — электрический заряд, S — странность, C — очарование). Формула Гелл-Манна — Нишиджимы имеет вид

$$Q = I_3 + \frac{B+S+C}{2}, \tag{6.5}$$

где B — барионное число (см. таблицу).

Модель основывается на принципе симметрии лептонов и адронов. Пусть q и l обозначают соответственно квартеты кварков и лептонов:

$$q = \begin{pmatrix} p' \\ p \\ n \\ \lambda \end{pmatrix}, \quad l = \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ e^- \\ \mu^- \end{pmatrix}. \tag{6.6}$$

У них подобные спектры зарядов: Q, Q, $Q - 1$, $Q - 1$ ($Q = 2/3$ для

кварков и 0 для лептонов), а потому они обладают подобными электромагнитными взаимодействиями. Мы постулируем, что они также обладают одинаковыми слабыми взаимодействиями. Заряженные лептонные слабые токи известны:

$$l_\mu^+ = \bar{l}\gamma_\mu (1+\gamma_5) C_l^\dagger l, \quad C_l^\dagger = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{6.7}$$

где каждый элемент $C_l^\dagger$ есть 2×2-матрица. Тогда мы записываем такую же матрицу для заряженного адронного тока. Слабый и электромагнитный лагранжиан будет иметь вид

$$\mathscr{L} = [\bar{q}\gamma_\mu Q_q q + \bar{l}\gamma_\mu Q_l l] A^\mu + \\ + [\bar{q}\gamma_\mu (1+\gamma_5) C_l^\dagger q + \bar{l}\gamma_\mu (1+\gamma_5) C_l^\dagger l] W^\mu + \text{э. с.}, \tag{6.8}$$

где Q_q и Q_l — диагональные зарядовые 4×4-матрицы кварков и лептонов. Затем мы вводим массы кварков, например, путем механизма Хиггса. Массовый член будет иметь вид $\bar{q}Mq$, где M — некоторая 4×4-матрица. В общем случае эта матрица будет недиагональна, если использовать те же правила, что и при записи (6.8). Диагонализация должна оставить Q_q инвариантной, а потому $C_l^\dagger$ заменится на матрицу

$$C_q^+ = \begin{pmatrix} 0 & u^+ \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad u^+ = \begin{pmatrix} -\sin\theta & \cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta \end{pmatrix}. \tag{6.9}$$

Заряженный адронный ток теперь имеет вид

$$h_\mu^+ = \bar{q}\gamma_\mu (1+\gamma_5) C_q^+ q = \bar{p}\gamma_\mu (1+\gamma_5)(n\cos\theta + \lambda\sin\theta) + \\ + \bar{p}'\gamma_\mu (1+\gamma_5)(-n\sin\theta + \lambda\cos\theta) = \bar{p}\gamma_\mu (1+\gamma_5) n_c + \bar{p}'\gamma_\mu (1+\gamma_5)\lambda_c, \tag{6.10}$$

где θ — угол Кабиббо и n_c и λ_c — две ортогональные комбинации, выписанные в формуле (6.10). Легко проверить, что

$$C_q^0 = [C_q^+, C_q^-] = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad [C_q^+ C_q^-]_+ = I, \tag{6.11}$$

откуда следует, что не появляется нейтральных токов, меняющих странность или очарование.

Введение четвертого кварка означает, что естественной симметрией сильных взаимодействий является $SU(4)$. Но это подразумевает наличие огромного множества «очарованных» адронов. Например, 0^--мезоны, которые состоят из пар $q\bar{q}$, образуют представление $4 \times 4 = 15 + 1$. Разложенное по $SU(3)$ представлениям, число 15 содержит обычный октет мезонов с $C = 0$, триплет (3) с $C = -1$, другой триплет (3) с $C = +1$ и синглет с $C = 0$. Барионы семейства $1/2^+$ образуют 20-мерное представление, так же как и $3/2^+$-резонансы. В процессах сильных взаимодействий очарование сохраняется, так что легчайшие из этих состояний распадаются только за счет слабых взаимодействий. Как известно, сейчас имеются новые убедительные доказательства того, что тяжелые (но распадающиеся только вследствие слабых сил) адроны рождаются в нейтринных реакциях и хотя мы еще не можем с полной уверенностью сказать, что они принадлежат именно к данной схеме, они прекрасно вписываются в эту общую картину.

Важным вопросом об этих новых очарованных частицах является вопрос о порядке величины их массы. Или, если задать его несколько по-другому, нам хотелось бы знать, сколь сильно нарушена группа симметрии $SU(4)$. На языке кварковой модели это нарушение определяется

разностью масс $m_{p'} - m_p$. Если эта разность по порядку величины не ограничивается теорией, то предсказания схемы с очарованием не столь уж интересны. Замечательной чертой калибровочных теорий как раз и является тот факт, что они предсказали очарованные адроны с относительно низкой массой, не тяжелее, скажем, 10 *Гэв*. Не следует забывать, что очарование было введено, чтобы подавить нежелаемые нейтральные токи с $\Delta S = 1$ и переходы $\Delta S = 2$, и можно показать, что такое подавление не эффективно, если очарованные частицы очень тяжелые.

Доказательство этого положения основано на замечании о том, что в калибровочных теориях диаграммы, содержащие два промежуточных

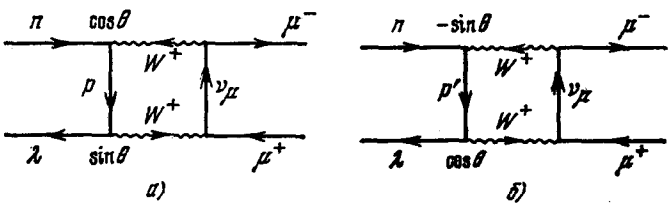

Рис. 5.

W-бозона, имеют порядок величины $G\alpha$, а не G^2. Чтобы показать это, рассмотрим диаграмму рис. 5, *а*, которая дает вклад в процесс $n\bar{\lambda} \to \mu^+\mu^-$ или $K_L^0 \to \mu^+\mu^-$. По порядку величины она равна

$$\sim \cos\theta \sin\theta \cdot \frac{g^4}{m_W^2} \sim \cos\theta \sin\theta \cdot G\alpha,$$

потому что мы предположили, что m_W — наибольшая из всех участвующих в реакции масс. Но это катастрофически плохо, потому что приводит к вкладу процесса распада $K^0 \to \mu^+\mu^-$ порядка 10^{-4}, что по крайней мере на четыре порядка величины превосходит экспериментальные ограничения. К счастью, теперь появляется диаграмма рис. 5, *б*, которая пропорциональна

$$\sim -\cos\theta \sin\theta \cdot \frac{g^4}{m_W^2} \sim -\cos\theta \sin\theta \cdot G\alpha.$$

Отличие в знаке существенно и вытекает из структуры слабого тока (см. формулу (6.10)). Если бы $SU(4)$-симметрия точно выполнялась, эти две диаграммы полностью сократили бы друг друга. В нашем случае их сумма приводит к вкладу типа

$$\sim \cos\theta \sin\theta G\alpha \frac{m_p^2 - m_{p'}^2}{m_W^2}.$$

Таким образом, чтобы доля процессов $K^0 \to \mu^+\mu^-$ была порядка 10^{-8}—10^{-9}, надо иметь $\Delta m/m_W \sim 10^{-1}$, т. е. относительно легкие очарованные частицы!

в) Цвет

Очарование не является единственной модификацией, привносимой калибровочными теориями в традиционную трехкварковую модель. Они требуют также введения цвета. Отличие в этом случае состоит в том, что у нас не было никаких оснований вводить очарование, кроме упомянутых выше, тогда как цвет необходим и вне рамок калибровочных теорий. Для этого имеются две основные причины:

1) Спин и, соответственно, статистика кварков. Введение нового квантового числа, цвета, позволяет построить полностью антисимметричную волновую функцию нуклона без орбитального углового момента в системе трех кварков.

2) Время жизни π^0-мезона ($\pi^0 \to 2\gamma$). Еще в 1949 г. Дж. Стейнбергер вычислил это время в предположении, что π^0 является связанным состоянием нуклона с антинуклоном.

В однопетлевом приближении (рис. 6) он нашел правильный ответ. Сегодня мы полагаем, что пионы представляют собой связанные состояния пары кварк-антикварк и такие же расчеты вследствие дробного заряда кварков приводят к ответу, который меньше нужного в три раза. Введение кварков трех цветов восстанавливает прежний результат. Я хотел бы пояснить логику этого аргумента: я не хочу сказать, что мы вводим такое фундаментальное понятие как цвет, основываясь просто лишь на результате вычислений в низшем порядке теории возмущений. Никто не принимает столь серьезно теорию возмущений в случае сильных взаимодействий. Однако в данном конкретном случае у нас имеется намного более веская причина. Мы можем показать, что в любой теории сильных взаимодействий, которая удовлетворяет требованиям алгебры токов и частичного сохранения аксиального тока, результаты однопетлевых расчетов не изменяются поправками высших порядков. Это обстоятельство наряду с величиной R в e^+e^--соударениях заставляет с неизбежностью ввести понятие о цвете.

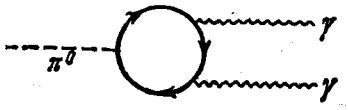

Рис. 6.

Важно отметить также, что мы приходим точно к тому же выводу путем совершенно независимых аргументов, основанных на свойстве перенормируемости калибровочных теорий слабых и электромагнитных взаимодействий. Действительно, можно показать, что стандартная модель Вайнберга — Салама для лептонов, строго говоря, является неперенормируемой вследствие появления хорошо известных треугольных аномалий (аномалии Адлера — Белла — Джакива) в тождествах Уорда для аксиальных токов. Оказывается, что в рамках моделей такого типа эти аномалии сокращаются полностью только в том случае, если электрические заряды элементарных фермионов в сумме дают нуль. Поскольку известные лептоны приводят к сумме, равной -2 (e^-, μ^-), необходимы в точности три цвета дробно-заряженных кварков (Гелл-Манн — Цвейг) или кварков с целочисленными зарядами (Хан — Намбу), включая и очарованные кварки, чтобы удовлетворить условию отсутствия аномалий.

г) «Стандартная» модель

Эта модель распространяет область применимости модели Салама — Вайнберга и на мир адронов. Такое расширение модели весьма просто. У нас имеется четыре квартета элементарных фермионов: лептоны и трехцветные кварки и все они рассматриваются на равных основаниях:

ν_e	p'	p'	p'
ν_μ	p	p	p
e^-	n	n	n
μ^-	λ	λ	λ
	(голубые)	(белые)	(красные)

Из них мы образуем дублеты

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu' \\ \mu^- \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} p \\ n_c \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} p' \\ \lambda_c \end{pmatrix},$$

где $n_c = n \cos\theta + \lambda \sin\theta$; $\lambda_c = -n \sin\theta + \lambda \cos\theta$ и для каждого дублета (а их всего восемь) мы проводим построение согласно правилам, изложенным в разделе 5. Заметим, что в $SU(4)$-схеме все кварки участвуют в слабых взаимодействиях, тогда как в $SU(3)$ λ_c-кварк не участвует в них.

Можно попытаться выйти за рамки этой стандартной модели и приписать реальное значение «лептон-адронной» симметрии, поместив лептоны и кварки в одно и то же представление. Сейчас уже имеется ряд таких моделей, но у нас нет времени заниматься их разбором. В них обычно по отдельности нарушаются законы сохранения барионного и лептонного чисел и возникает необходимость введения сверхтяжелых W-бозонов (иногда с массой порядка грамма!), для того чтобы подавить нежелаемые переходы, например, такие, как распад протона. Привлекательной чертой таких моделей является то, что иногда они содержат глубокую внутреннюю связь калибровочных теорий с гравитацией.

7. СИЛЬНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

а) Просты ли сильные взаимодействия?

Я полагаю, сейчас все убеждены в том, что неабелевы калибровочные теории описывают слабые и электромагнитные взаимодействия в терминах перенормируемой теории поля. Само по себе это обстоятельство уже является колоссальным прогрессом по сравнению с тем феноменологическим описанием, к которому мы привыкли. Однако воздействие калибровочных теорий в действительности было намного более глубоким и они заметно изменили наше мышление. Например, каждый из нас часто пытался объяснить физику элементарных частиц неспециалистам и обычно начинал с объяснения существования различных взаимодействий. При этом лагранжиан окружающего нас мира записывался схематически в виде

$$\mathscr{L} = \mathscr{L}_{\text{сильн}} + \mathscr{L}_{\text{эм}} + \mathscr{L}_{\text{слаб}} + \ldots, \tag{7.1}$$

где разные слагаемые считались не зависящими друг от друга. В рамках калибровочных теорий это уже недопустимо. Причина кроется в том, что неабелевы калибровочные теории, в отличие от взаимодействий типа φ^4 или юкавовского, перенормируемы только в том случае, если каждое слагаемое в лагранжиане, независимо от силы взаимодействия, удовлетворяет тождествам Уорда. Такое требование сильно ограничивает возможные формы для всех взаимодействий, включая сильные. Конечная цель состоит в том, чтобы найти неабелеву калибровочную теорию, в которой лагранжиан $\mathscr{L}$ настолько ограничен, что все симметрии сильных взаимодействий возникают совершенно естественным образом. Очевидно, что у меня сейчас нет этой окончательной модели, но некоторые исследования возможных свойств такой модели заставляют полагать, что область применимости неабелевых калибровочных теорий в действительности включает всю физику элементарных частиц. Это может показаться странным, так как нам неоднократно твердили, что теория поля, по крайней мере в форме перенормируемой теории возмущений, неприменима к сильным взаимодействиям. Однако я хотел бы напомнить вам о той замечательной эволюции, которая произошла за последние годы.

Когда в прошлые годы мы пытались понять возможные формы сильных взаимодействий, в большинстве случаев мы использовали результаты, полученные во взаимодействиях адронов. Получавшаяся при этом картина неизбежно казалась слишком сложной для того, чтобы можно было предложить простую интерпретацию. Теперь у нас есть веские основания полагать, что эта усложненность не отвечает непосредственно самим фундаментальным взаимодействиям, а просто обусловлена тем обстоятельством, что объекты, с которыми мы имеем дело, а именно — адроны, сами по себе слишком сложны. Все выглядит так, как если бы мы пытались создать квантовую электродинамику, изучая взаимодействия сложных молекул. Огромный прогресс, достигнутый за последнее десятилетие, состоит в понимании того факта, что сильные взаимодействия выглядят совсем по-другому, в действительности — намного проще, если изучать процессы, в которых участвуют операторы разных токов. Таким образом, мы приходим к выводу, что в той мере, в которой затрагиваются основополагающие сильные взаимодействия, токи могут быть более фундаментальными объектами исследования, нежели адроны.

Эта идея постепенно выросла из успехов алгебры токов и удивительных результатов, полученных в глубоко неупругом рассеянии лептонов на адронах и в e^+e^--аннигиляции. Простота сильных взаимодействий в этих реакциях выражена партонной моделью, которая предполагает, что нуклон мишени состоит из набора «элементарных» составляющих, которые взаимодействуют с налетающим лептонным током как свободные точечно-подобные заряды. На самом деле сильные взаимодействия стали уж очень простыми: все выглядит так, как будто бы они вообще не существуют! По выражению Гелл-Манна, «в глубоко неупругих процессах Природа читает только книги теории свободных полей». Возникающий здесь теоретический вопрос можно сформулировать так: Как могут партоны быть настолько тесно связаны, чтобы образовать нуклон, и в то же время проявлять себя подобно свободным частицам в глубоко неупругих соударениях? Или, по-другому, тот же вопрос: При каких условиях теория поля с сильным взаимодействием может проявлять свойства теории свободных полей?

Для того чтобы ответить на эти вопросы, давайте еще раз взглянем на экспериментальные результаты. В глубоко неупругом рассеянии измеряются структурные функции F_i. Можно было бы ожидать, что они зависят от двух переменных, Q^2 и ν, где Q — 4-импульс, передаваемый лептонами, и $\nu = 2pQ$ (p — импульс нуклона-мишени). Вместо этого мы обнаруживаем, что когда обе величины Q^2 и ν становятся большими при фиксированном отношении их $x = Q^2/\nu$, функции F_i зависят только от x. Этот результат очень интересен и прежде всего потому, что его очень легко понять, используя наивные (и неверные!) рассуждения: Функции F_i безразмерны. Поэтому они могут зависеть лишь от безразмерных переменных, т. е. $F_i(x, M^2/Q^2)$, где M^2 — некоторая характерная масса (например, масса нуклона). Когда $Q^2 \to \infty$ при фиксированном значении x, $M^2/Q^2 \to 0$, и остается лишь зависимость от x. Другими словами, эта аргументация подтверждает интуитивную идею о том, что при очень высоких энергиях массы не важны.

Это, конечно, очень простое соображение, но, к сожалению, оно и неверное! Каждый, кто когда-либо вычислял однопетлевые фейнмановские диаграммы, знает, что результат часто содержит члены типа $\ln(M^2/Q^2)$, а следовательно, амплитуда не является аналитической функцией массы. Таким образом, мы видим, что ответ на наши вопросы заключен в лучшем понимании зависимости от массы амплитуд теории поля. Эта зависимость изучается с помощью уравнения Каллана — Симанзика.

б) Уравнение Каллана — Симанзика

Рассмотрим простейшую перенормируемую теорию поля в пространстве четырех измерений — самодействующее нейтральное скалярное поле:

$$\mathscr{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi_0(x))^2 - \frac{1}{2}\mu_0^2 \varphi_0^2(x) - \frac{g_0}{4!}\varphi_0^4(x), \tag{7.2}$$

где индекс 0 означает, что все эти величины неперенормированные. Известно, что функции Грина, получающиеся из лагранжиана (7.2), часто расходятся, однако они могут быть определены, если введен подходящий параметр обрезания, который мы обозначим через Λ. Например, можно представить, что мы обрезаем все интегрирования в петлях на импульсах порядка Λ. В этом случае неперенормированные функции Грина будут зависеть от следующих переменных:

$$\Gamma_0^{(2n)}(p_1, \ldots, p_{2n};\ \mu_0,\ g_0,\ \Lambda), \tag{7.3}$$

где $\Gamma_0^{(2n)}$ — неперенормированная функция Грина с $2n$ внешними линиями, имеющими импульсы $p_1, \ldots, p_{2n}$ *). Так как нас интересует зависимость от массы, естественно попытаться вычислить производную $\Gamma_0^{(2n)}$ по отношению к μ_0. Это сравнительно легко сделать, потому что единственная зависимость Γ_0 от μ_0 получается за счет разных пропагаторов вида $(k^2 - \mu_0^2)^{-1}$. Однако поскольку я нигде не буду использовать явный вид этой производной, давайте просто определим новую функцию $\hat{\Gamma}_0^{(2n)}$ соотношением

$$\frac{\partial}{\partial \mu_0^2}\Gamma_0^{(2n)}(p_1, \ldots, p_{2n};\ \mu_0,\ g_0,\ \Lambda) \equiv \hat{\Gamma}_0^{(2n)}(p_1, \ldots, p_{2n};\ \mu_0,\ g_0,\ \Lambda). \tag{7.4}$$

До сих пор не использовался тот факт, что теория перенормируема. Это означает, что существует хорошо определенная процедура, которая допускает переход к пределу $\Lambda \to \infty$, в результате чего получаются перенормированные функции Грина, которые будут обозначены через $\Gamma^{(2n)}$. В случае теории φ^4 эта процедура требует введения в (7.2) контрчленов, которые перенормируют массу, константу связи и волновую функцию поля. Следовательно, функция $\Gamma^{(2n)}$ получается из $\Gamma_0^{(2n)}$ путем замены «голых» величин μ_0 и g_0 на их перенормированные значения μ и g и умножением каждой внешней линии на перенормировочную константу волновой функции, обозначаемую $Z_3^{1/2}$. Другими словами, тот факт, что выражение (7.2) отвечает перенормируемой теории, подразумевает существование функций:

$$\mu(\mu_0,\ g_0,\ \Lambda), \quad g(\mu_0,\ g_0,\ \Lambda), \quad Z_3(\mu_0,\ g_0,\ \Lambda), \tag{7.5}$$

таких, что

$$\Gamma_0^{(2n)}(p_1, \ldots, p_{2n};\ \mu_0,\ g_0,\ \Lambda) = \\ = Z_3^n(\mu_0,\ g_0,\ \Lambda)\,\Gamma^{(2n)}(p_1, \ldots, p_{2n};\ \mu,\ g) + O\left(\frac{1}{\ln \Lambda}\right), \tag{7.6}$$

где $O(1/\ln \Lambda)$ означает члены, исчезающие в пределе $\Lambda \to \infty$. Точно так же можно записать для $\hat{\Gamma}_0^{(2n)}$:

$$\hat{\Gamma}_0^{(2n)}(p_1, \ldots, p_{2n};\ \mu_0,\ g_0,\ \Lambda) = \\ = Z(\mu_0,\ g_0,\ \Lambda)\,Z_3^n(\mu_0,\ g_0,\ \Lambda)\,\hat{\Gamma}^{(2n)}(p_1, \ldots, p_{2n},\ \mu,\ g) + O\left(\frac{1}{\ln \Lambda}\right), \tag{7.7}$$

*) В целях технической простоты мы рассмотрим в качестве $\Gamma_0^{(2n)}$ так называемую «одночастично-неприводимую» функцию Грина, которая определяется суммой всех фейнмановских диаграмм с $2n$ внешними линиями, которые нельзя разделить на две не связанные друг с другом диаграммы путем разрезания всего лишь одной внутренней линии.

где $\Gamma^{(2n)}$ — соответствующая перенормированная функция и Z — другая функция типа (7.5). Заметим, что перенормированные функции Грина $\Gamma^{(2n)}$ и $\hat{\Gamma}^{(2n)}$ не зависят от Λ; μ и g есть физические значения массы и константы связи соответственно.

Уравнение Каллана — Симанзика получается теперь путем соединения (7.4), (7.6) и (7.7) и использования правил дифференцирования:

$$ZZ_3^n\hat{\Gamma}^{(2n)} = \hat{\Gamma}_0^{(2n)} = \frac{\partial}{\partial\mu_0^2}\Gamma_0^{(2n)} = \frac{\partial}{\partial\mu_0^2}[Z_3^n\Gamma^{(2n)}] = \\ = n\frac{\partial \ln Z_3}{\partial\mu_0^2} Z_3^n\Gamma^{(2n)} + Z_3^n\left(\frac{\partial\mu^2}{\partial\mu_0^2}\frac{\partial}{\partial\mu^2} + \frac{\partial g}{\partial\mu_0^2}\frac{\partial}{\partial g}\right)\Gamma^{(2n)}. \qquad (7.8)$$

Это уравнение можно записать также в виде

$$\left[\mu\frac{\partial}{\partial\mu} + \beta(g)\frac{\partial}{\partial g} + n\gamma(g)\right]\Gamma^{(2n)}(p_1, \ldots, p_{2n};\ \mu,\ g) = \\ = \mu^2\delta(g)\hat{\Gamma}^{(2n)}(p_1, \ldots, p_{2n};\ \mu,\ g), \qquad (7.9)$$

где

$$\beta(g) \equiv \frac{\mu^2\,\partial g/\partial\ {}_0^2}{2\partial\mu^2/\partial\mu_0^2}, \qquad (7.10)$$

$$\gamma(g) \equiv \frac{\mu^2\,\partial \ln Z_3/\partial\mu_0^2}{2\,\partial\mu^2/\partial\mu_0^2}, \qquad (7.11)$$

$$\delta(g) \equiv \frac{Z}{2\,\partial\mu^2/\partial\mu_0^2}. \qquad (7.12)$$

Легко показать, что функции β, γ и δ стремятся к хорошо определенным пределам, когда $\Lambda \to \infty$, и, поскольку они безразмерны, они могут зависеть только от g. Уравнение (7.9) и есть уравнение Каллана — Симанзика, содержащее только перенормированные величины.

в) Глубоко евклидова область

Евклидовой областью называется область, в которой все импульсы $p_1, \ldots, p_{2n}$ евклидовы, т. е. их пространственные координаты вещественные, а временна́я — мнимая ($p_i^2 < 0$). Умножим теперь все p_i на вещественный параметр λ: $\Gamma^{(2n)}(\lambda p_1, \ldots, \lambda p_{2n};\ \mu,\ g)$. Глубоко евклидова область достигается путем выбора большого значения λ, при сохранении сумм любого числа импульсов p_i отличными от нуля (за исключением, конечно, тривиальной суммы всех импульсов, исчезающей за счет законов сохранения энергии и импульса). Другими словами, в глубоко евклидовой области все квадраты масс, а также передаваемых импульсов становятся большими и отрицательными. В этом смысле еквлидова область является наиболее нефизичной. Тем не менее мы увидим, что изучение функций Грина именно в этой области представляется весьма интересным с физической точки зрения.

Первым шагом на пути упрощения уравнения Каллана — Симанзика является использование теоремы, первоначально доказанной Вайнбергом. Она гласит, что в каждом порядке теории возмущений правая часть уравнения (7.9) пренебрежимо мала по сравнению с левой частью, отличаясь по крайней мере на множитель порядка λ^{-1} при $\lambda \to \infty$. Таким образом, в указанном пределе уравнение превращается в следующее:

$$\left[\mu\frac{\partial}{\partial\mu} + \beta(g)\frac{\partial}{\partial g} + n\gamma(g)\right]\Gamma_{as}^{(2n)}(\lambda p_1, \ldots, \lambda p_{2n};\ \mu,\ g) = 0, \qquad (7.13)$$

где $\Gamma_{as}^{(2n)}$ обозначает асимптотический вид функции $\Gamma^{(2n)}$ в пределе, когда параметр λ становится большим.

Далее мы упростим выражение (7.13) с помощью простого размерностного соображения: $\Gamma^{(2n)}$ имеет размерность μ^{4-2n} и потому может быть записано в виде

$$\Gamma^{(2n)}(\lambda p_1, \ldots, \lambda p_{2n};\ \mu,\ g) \equiv \mu^{4-2n} F^{(2n)}\left(\frac{\lambda p_1}{\mu}, \ldots, \frac{\lambda p_{2n}}{\mu};\ g\right). \tag{7.14}$$

Определим теперь новую функцию

$$\Phi^{(2n)}(\lambda p_1, \ldots, \lambda p_{2n};\ \mu,\ g) \equiv \lambda^{2n-4}\Gamma^{(2n)} = \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{4-2n} F^{(2n)}\left(\frac{\lambda p_1}{\mu}, \ldots, \frac{\lambda p_{2n}}{\mu};\ g\right). \tag{7.15}$$

По определению, $\Phi_{as}^{(2n)}$ удовлетворяет уравнению (7.13), и является функцией отношения λ/μ. Поэтому

$$\mu \frac{\partial}{\partial \mu}\Phi^{(2n)} = -\lambda \frac{\partial}{\partial \lambda}\Phi^{(2n)}. \tag{7.16}$$

Используя (7.16), можно заменить производную по массе в (7.13) на производную по λ, т. е. по параметру, на который домножаются все импульсы

$$\left[-\lambda \frac{\partial}{\partial \lambda} + \beta(g)\frac{\partial}{\partial g} + n\gamma(g)\right]\Phi_{as}^{(2n)}(\lambda p_1, \ldots, \lambda_{2n};\ \mu,\ g) = 0. \tag{7.17}$$

Уравнение (7.17) как раз имеет желаемый вид.

г) Решение уравнения Каллана — Симанзика

Уравнение (7.17) можно решить, используя стандартный метод Монжа. Заменим переменные $(\lambda,\ g)$ на $(\lambda,\ \bar{g})$, где $\bar{g}$ — функция λ и g, удовлетворяющая уравнению

$$\left[-\lambda \frac{\partial}{\partial \lambda} + \beta(g)\frac{\partial}{\partial g}\right]\bar{g}(\lambda,\ g) = 0 \tag{7.18}$$

с граничным условием

$$\bar{g}(1,\ g) = g. \tag{7.19}$$

Уравнение (7.18) сводится к следующему:

$$\lambda \frac{\partial \bar{g}}{\partial \lambda} = \beta(g). \tag{7.20}$$

Общее решение уравнения (7.17) задается в виде

$$\Phi^{(2n)}(\lambda p_1, \ldots, \lambda p_{2n};\ \mu,\ g) = \\ = \Phi^{(2n)}(p_1, \ldots, p_{2n};\ \mu,\ \bar{g}) \exp\left\{n \int_1^{\lambda} d\lambda' \gamma[\bar{g}(\lambda',\ g)]\right\}. \tag{7.21}$$

Физический смысл формулы (7.21) весьма нагляден. Умножая все импульсы функции Грина на общий множитель λ и выбирая λ большим, мы приходим к таким результатам:

1) каждая внешняя линия умножается на некоторый множитель (экспонента в формуле (7.21)), и

2) физическая константа g заменяется на некоторую эффективную константу $\bar{g}$, являющуюся решением уравнения (7.20). По-другому, в глубоко евклидовой области эффективная сила взаимодействия определяется не физической константой связи g, а новой константой $\bar{g}$.

д) Асимптотическая свобода

Тот факт, что константа связи в перенормируемой теории поля зависит от внешних импульсов, можно понять с помощью простых классических аргументов. Рассмотрим электродинамику. Константой связи здесь является электрический заряд. Его величина определяется его воздействием на окружающие заряды. Пусть заряд $+Q$ находится внутри поляризуемой среды, например, в воде. Поднесем близко к нему другой заряд $-Q$. Молекулы воды, находящиеся между этими зарядами, поляризуются электрическим полем и, таким образом, экранируют заряды друг от друга. В конечном итоге заряд $-Q$ чувствует некоторую эффективную величину положительного заряда, определяемую расстоянием между ними. На больших расстояниях (малые импульсы) эффект экранировки очень важен и эффективная величина заряда может стремиться к нулю. На малых расстояниях (большие импульсы) эта величина возрастает. В квантовом случае такой же эффект появляется и в вакууме вследствие поляризации вакуума. Уравнение (7.20) позволяет полностью изучить это явление.

Предположим, что при $\lambda = 1$ мы начинаем с константы связи, равной g, т. е. согласно условию (7.19) имеем $\bar{g}(1, g) = g$. Изменим λ. При этом $\bar{g}$ меняется и, в общем случае, $\bar{g}(\lambda, g) \neq g$. Уравнение (7.20) показывает, что при $\beta > 0$ величина $\bar{g}$ растет с ростом λ и она будет продолжать расти, пока β остается положительной. Предел $\bar{g}$ при $\lambda \to \infty$ будет определяться первым нулем β справа от начального значения g. Если $\beta(x)$ не имеет нулей при $x > g$, то $\bar{g} \to \infty$ при $\lambda \to \infty$. Рассмотрим теперь случай $\beta(g) < 0$. Тогда $\bar{g}$ уменьшается с ростом λ и $\lim\limits_{\lambda\to\infty} \bar{g}(\lambda, g)$ равен первому нулю $\beta(x)$ при $x < g$. Наконец, если $\beta(g) = 0$, то $\partial\bar{g}/\partial\lambda = 0$ и $\bar{g}$ не зависит от λ.

Этот анализ показывает, что нули β можно расклассифицировать на две группы: Нули типа, изображенного на рис. 7, *а*, «притягивательные», т. е. если мы находимся вначале где-то поблизости от таких нулей, то $\bar{g}$ стремится к ним при $\lambda \to \infty$. Нули типа рис. 7, *б*, «отталкивательные», т. е. $\bar{g}$ удаляется от них при $\lambda \to \infty$. Притягивательный нуль всегда следует за отталкивательным (нули высших порядков должны учитываться соответственно их порядку). Основной вывод состоит в том, что асимптотическое поведение теории поля зависит от положения и природы нулей функции β.

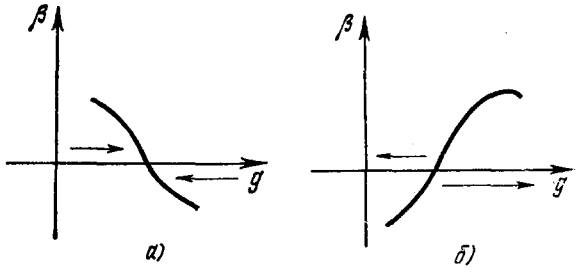

Рис. 7.

До тех пор, пока теория возмущений служит единственным методом, используемым для предсказаний, мы ничего не сможем сказать о свойствах $\beta(x)$ для произвольных значений x. Мы не знаем даже, есть ли нули у этой функции, не говоря уже об их природе. Единственная информация, которую теория возмущений способна выдать, заключена в поведении $\beta(x)$ вблизи $x = 0$. Мы знаем, что $\beta(0) = 0$, потому что случай $g = 0$ соответствует теории свободных полей. Природа этого нуля (притягивательный или отталкивательный) зависит от знака первого неисчезающего члена в разложении $\beta(g)$ по степеням g. Но это разложение как раз и дается

теорией возмущений. Поэтому свойства нуля β-функции в начале координат могут быть извлечены из теории возмущений. Если β ведет себя так, как это изображено на рис. 8, *а*, т. е. принимает положительные значения, то в начале координат —«отталкивательный» нуль. Эффективная константа связи будет смещаться ко все большим значениям по мере того, как мы все дальше и дальше уходим в глубоко евклидову область. И наоборот, если первый член в β отрицательный, в начале координат—«притягивательный» нуль (рис. 8, *б*). Если мы исходим из точки, лежащей между началом координат и следующим нулем β, то эффективная константа связи будет становиться все меньше и меньше и в асимптотическом пределе связь совсем исчезнет. Такая теория называется «асимптотически свободной».

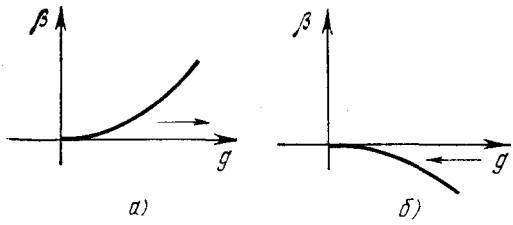

Рис. 8.

А теперь мы сформулируем следующую, очень важную теорему:

Среди всех перенормируемых теорий поля только неабелевы калибровочные теории асимптотически свободны.

Эта теорема доказывается простым подсчетом. Мы вычисляем β-функцию в однопетлевом приближении для φ^4, юкавовской связи, квантовой электродинамики и неабелевых калибровочных теорий. Только в последнем случае величина β оказывается отрицательной.

е) Физические приложения

До сих пор мы работали в глубоко евклидовой области, которая является нефизической областью. Нужно провести подробный и полный технических деталей анализ, для того чтобы показать, что полученные результаты применимы также в асимптотической области реакции аннигиляции e^+e^- и в глубоко-неупругом лептон-адронном рассеянии. Они неприменимы (по крайней мере, столь непосредственным образом) к обычным адронным соударениям. Мы опустим эти доказательства и перейдем непосредственно к физическим приложениям.

Следствие из сформулированной выше теоремы вытекает немедленно: Если мы желаем понять успех наивной партонной модели на языке теории поля, нам следует предположить, что сильные взаимодействия описываются неабелевыми калибровочными теориями. В глубоко неупругой области уже установилась асимптотическая свобода и эффективная константа сильных взаимодействий стала очень маленькой. В противоположном пределе, а именно — при очень малых внешних импульсах, уравнение (7.20) показывает, что эффективная константа связи растет и может даже стремиться к бесконечности, если $\beta(x)$ не имеет нулей при $x > 0$. Нам трудно представить себе более удобную теорию поля для описания сильных взаимодействий. Она обладает всеми желаемыми свойствами: асимптотической свободой и инфракрасным рабством, исчезающе малой константой связи на очень малых расстояниях и бесконечно большой — для очень больших расстояний. В то же время она предлагает основу для понимания того, почему кварки проявляют себя как свободные в глубоко неупругой области и сильно взаимодействуют в обычных экспериментах.

Более того, мы надеемся, что их бесконечно большие константы связи на больших расстояниях могут служить причиной постоянного удержа-

ния партонов (кварков, а также неабелевых калибровочных глюонов) внутри адронов.

Имеется несколько способов применить неабелеву калибровочную теорию для описания сильных взаимодействий в зависимости от предположенной кварковой модели. Среди них есть один, который особенно прост и потому его предпочитают большинство теоретиков. В нем используются дробно-заряженные кварки Гелл-Манна — Цвейга трех цветов и четырех сортов (включая очарованный кварк). Основное предположение состоит в том, что калибровочной группой сильных взаимодействий является группа $SU(3)$ по цвету, т. е. группа, которая смешивает колонки голубых, белых и красных кварков, оставляя строки неизменными. Мы часто обозначаем эту группу $SU(3)'$, чтобы отличить ее от обычной $SU(3)$, которая смешивает последние три ряда кварков, оставляя колонки, а также ряд с очарованием, неизменными.

Наиболее важным следствием этой схемы является то, что она позволяет вычислить ожидаемые отклонения от скейлинга в глубоко неупругих экспериментах. Основное предположение состоит в том, что мы уже достигли области достаточно высоких энергий, так что эффективная константа связи сильных взаимодействий мала, и можно использовать результаты низшего порядка теории возмущений. Таким образом, мы можем предсказать нарушения скейлинга при энергиях Батавии и ЦЕРНа, используя в качестве исходных данные, полученные на СЛАКе. Например, наблюдаемые большие y-аномалии в антинейтринных реакциях, изученных в Батавии, были недавно описаны, используя эту стандартную модель. Пока еще слишком рано говорить о том, достаточно ли успешно это описание, но весьма важно, что гипотеза об асимптотической свободе приводит к хорошо определенным предсказаниям, которые могут быть проверены экспериментально.

Проведя точные измерения (с точностью ~ 1—5%), структурных функций в глубоко-неупругом μ и ν рассеянии при энергиях Батавии и ЦЕРНа для разных значений x и Q^2, мы сможем:

1) проверить идею об асимптотической свободе экспериментально и, если ответ окажется утвердительным,

2) определить калибровочную группу сильных взаимодействий.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Попытка рассмотреть все доступные экспериментальные данные обо всех процессах, определяемых токами, как при низких энергиях, так и в глубоко-неупругой области, приводит к выводу, что согласованная картина возникает, если постулировать, что все взаимодействия элементарных частиц, начиная с сильных и кончая гравитационными, описываются неабелевыми калибровочными теориями. Таким образом, мы можем предлагать различные возможные пути создания настоящей единой картины, в которой все эти взаимодействия будут разными проявлениями одного фундаментального взаимодействия. И эти гипотезы уже не просто научная фантастика, это — источник серьезных научных исследований. Столь огромный прогресс в понимании элементарных частиц был достигнут за несколько последних лет. Используя несколько избитое выражение, можно сказать, что мы прошли через исключительно плодотворные годы. Они, конечно, были наиболее впечатляющими годами из всех, которые я могу припомнить, и, по мнению некоторых более опытных моих коллег, это были самые интересные годы за довольно долгий период времени. Как теория, так и эксперимент прогрессировали исключительно быстро — так, как никогда ранее в течение многих лет. И, что более важно, прогресс

в обоих направлениях был одновременным и дополняющим, стимулирующим друг друга. Теоретические идеи инициировали успешно проводимые опыты, а экспериментальные результаты стимулировали дальнейшие теоретические работы. Нам придется вернуться на много лет назад, по крайней мере к открытию нарушения четности, если мы захотим найти пример столь же плодотворного сотрудничества. Однако я полагаю, что получаемые сейчас результаты окажутся более фундаментальными и далеко идущими. Мы еще не дошли до конца этого пути. Сейчас мы активно включились в интереснейшие теоретические и экспериментальные исследования и с уверенностью смотрим вперед, ожидая все более важных открытий.

Лаборатория теоретической физики
Высшей нормальной школы, Париж

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

Привести полный список использованной литературы означало бы отступить от стиля лекций. Поэтому здесь приводятся лишь те статьи, которые являются записью лекций или обзорными статьями, причем критерием их отбора, выбранным из множества других возможных критериев, была их доступность.

1. E. S. Abers, B. W. Lee, Phys. Rept 9C, No. 1 (1973).
2. M. A. B. Bèg, A. Sirlin, Ann. Rev. Nucl. Sci. 24, 379 (1974).
3. J. Bernstein, Rev. Mod. Phys. 46, 7 (1974).
4. S. Coleman, Secret Symmetry, in: Laws of Subnuclear Matter. Proc. of 1973 Intern. School of Subnuclear Physics (Erice, Sicily), Ed. A. Zichichi, N.Y., Academic Press, 1975 (Subnuclear series, v. 11); Dilatations in Properties of the Fundamental Interactions, in: Proc. of 1971 Intern. School of Subnuclear Physics (Erice, Sicily), Ed. A. Zichichi, N.Y., Academic Press, 1973 (Subnuclear series, v. 9A).
5. R. J. Crewther, Asymptotic Behaviour in Quantum Field Theory. Lectures Given at the 1975 Cargèce Summer Institute on Weak and Electromagnetic Interactions. CERN Preprint, Ref. TH. 2119 (1976).
6. M. K. Gaillard, B. W. Lee, J. L. Rosner, Rev. Mod. Phys. 47, 277 (1975).
7. G.'t Hooft, M. Veltman, CERN Report 73-8 (1973.)
8. J. Iliopoulos, in: Proc. of 17th Intern. Conference on High-Energy Physics (London, 1974), Ed. J. R. Smith, Science Research Council, Rutherford Lab., Chilton, Didcot, UK., 1974, p. 111-89.
9. B. W. Lee, in: Proc. of 16th Intern. Conference on High-Energy Physics (Batavia, 1972), Ed. J. D. Jackson and A. Roberts, v. 4, FNAL, Batavia, Ill., 1972, p. 249.
10. C. H. Llewellyn Smith, in: Proc. of 6th Intern. Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energies (Bonn, 1973), Eds. H. Rollnik and W. Pfeil, Amsterdam, North-Holland, 1974, p. 449.
11. M. Veltman, ibid., p. 429.
12. S. Weinberg, Rev. Mod. Phys. 46, 255 (1974).
13. The Entire Proceedings of the Intern. Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies (Standford, 1975), Ed. W. T. Kirk, SLAC, Stanford, Calif., 1975.
14. The Entire Proceedings of the Intern. Meeting on Storage Ring Physics (Flaine, Haute-Savoie, 1976), Ed. J. Tran Thanh Van, Paris, CNRS, 1976. Некоторые части этих лекций вошли в мой доклад «Великие годы», прочитанный на данной конференции.
15. The Entire Proceedings of the 11e Rencontre de Moriond on Neutrino and Muon Interactions (Flaine, Haute-Savoie, 1976), Ed. J. Tran Thanh Van, Paris, CNRS, 1976.