УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

534.2+538.2

ДВОЙНЫЕ МАГНИТОАКУСТИЧЕСКИЕ РЕЗОНАНСЫ В КРИСТАЛЛАХ

В. А. Голенищев-Кутузов, Р. В. Сабурова, Н. А. Шамуков

СОДЕРЖАНИЕ

										201
Методы наблюдения двойных магнитоакустических резо	HC	ж	OВ							203
Двойной акустический ядерно-ядерный резонанс										206
Пвойной акустический электронно-ядерный резонанс										210
Акустическая динамическая поляризация атомных ядер	р									214
Двойной акустический электрон-электронный резонанс	•									215
Акустические мазеры и квантовые детекторы фононов										216
Заключение										220
итированная литература										221
	Методы наблюдения двойных магнитоакустических резодойной акустический ядерно-ядерный резонанс Двойной акустический электронно-ядерный резонанс Акустическая динамическая поляризация атомных ядер Двойной акустический электрон-электронный резонанс Акустические мазеры и квантовые детекторы фононов Заключение	Методы наблюдения двойных магнитоакустических резона Двойной акустический ядерно-ядерный резонанс	Методы наблюдения двойных магнитоакустических резонанс Двойной акустический ядерно-ядерный резонанс Двойной акустический электронно-ядерный резонанс Акустическая динамическая поляризация атомных ядер Двойной акустический электрон-электронный резонанс Акустические мазеры и квантовые детекторы фононов	Методы наблюдения двойных магнитоакустических резонансов Двойной акустический ядерно-ядерный резонанс Двойной акустический электронно-ядерный резонанс Акустическая динамическая поляризация атомных ядер Двойной акустический электрон-электронный резонанс Акустические мазеры и квантовые детекторы фононов	Методы наблюдения двойных магнитоакустических резонансов. Двойной акустический ядерно-ядерный резонанс Двойной акустический электронно-ядерный резонанс Акустическая динамическая поляризация атомных ядер Двойной акустический электрон-электронный резонанс	Методы наблюдения двойных магнитоакустических резонансов . Двойной акустический ядерно-ядерный резонанс Двойной акустический электронно-ядерный резонанс Акустическая динамическая поляризация атомных ядер Двойной акустический электрон-электронный резонанс	Методы наблюдения двойных магнитоакустических резонансов	Методы наблюдения двойных магнитоакустических резонансов	Двойной акустический ядерно-ядерный резонанс	Методы наблюдения двойных магнитоакустических резонансов

1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение взаимодействий между квантовыми системами в кристаллах и внешними переменными полями является одной из актуальных проблем физики твердого тела. Наиболее фундаментальные исследования, выполненные за последние два десятилетия, относится к возбуждению вещества электромагнитными волнами радиочастотного и оптического диапазонов. Менее изучены процессы, связанные с распространением высокочастотных (10⁸—10¹¹ гу) упругих волн в твердых телах и требующие для своего объяснения квантовой концепции. К ним можно отнести взаимодействие ультразвуковых воли с решеточными колебаниями, с электронами проводимости в металлах и полупроводниках и ряд других процессов. В данной работе мы рассмотрим явления, относящиеся к резонансному взаимодействию упругих волн с ядерными и электронными спиновыми системами в различных классах кристаллов.

Передача акустической энергии спин-системе осуществляется посредством периодического возмущения звуком внутренних взаимодействий. В резонансных условиях, когда квант энергии упругой волны равен разности энергий спиновых уровней, такой процесс вызывает переходы спинов между различными уровнями; возможен и обратный процесс, при котором энергия спин-системы может когерентно переходить в упругие волны. Поглощение акустической энергии спин-системами имеет ту же природу, что и спин-решеточная релаксация, при которой энергия спин-системы передается в решетку посредством тепловых фононов. Существенное различие между этими процессами состоит в том, что релаксация, за исключением низких температур, происходит посредством

[©] Главная редакция физико-математической, литературы издательства «Наука», «Успехи физических наук», 1976 г.

рамановского рассеяния фононов 1 в широком спектре частот до 10^{13} гу, а в передаче акустической энергии спинам участвуют квазимонохроматические фононы ($\Delta\omega\sim 10^2$ гу), причем спектральная плотность энергии когерентных акустических фононов на 8-40 порядков выше плотности тепловых фононов.

Акустический магнитный резонанс является наиболее прямым методом изучения спин-фононных взаимодействий и получения информации о релаксационных процессах в спин-системах, об особенностях структуры и динамики внутрикристаллических электрических и магнитных полей. Особую ценность представляет использование акустического магнитного резонанса в изучении металлов, полупроводников и сверхпроводников, исследование которых с помощью электромагнитных полей обычно проводится только в поверхностном слое вещества.

Явление акустического магнитного резонанса было предсказано в 1952 г. Альтшулером ². В том же году Кастлер ³ рассмотрел вопрос о насыщении спин-систем ультразвуком. В последующие годы, теоретическому изучению различных аспектов спин-фононных взаимодействий было посвящено большое количество работ, основное содержание которых изложено в ряде обзоров и монографий ⁴⁻⁸.

Однако темп экспериментальных исследований был значительно ниже, что связано с большой сложностью акустического эксперимента; для акустического ядерного магнитного резонанса основная трудность заключается в обнаружении ядерного поглощения, на 4—6 порядков меньшего, чем основное «решеточное» поглощение; для акустического электронного парамагнитного резонанса — в генерации и детектировании упругих колебаний на частотах 10^9-10^{10} гу.

В настоящее время для изучения резонансного поглощения акустической энергии спин-системами применяют прямой и косвенные методы.

В методе прямого акустического резонанса, являющегося механическим аналогом обычных ЭПР и ЯМР, непосредственно измеряется дополнительное поглощение акустической мощности или изменение фазовой скорости при плавном прохождении магнитных полей через резонанс. Величина спин-фононных взаимодействий может быть определена по изменению поглощения ультразвука в момент резонанса.

Однако вследствие недостаточной чувствительности метод прямого акустического ЯМР не нашел широкого применения и акустический резонанс на ядерных спинах этим методом наблюдался в сравнительно небольшом количестве кристаллов: полупроводниках группы $A_{III}B_V$, щелочногалоидных кристаллах и некоторых металлах 10,11.

Успешное обнаружение акустического ЭПР в 1959 г. ¹² в первуюочередь обязано работам Баранского по разработке методов генерации гиперзвуковых колебаний в твердых телах ¹³. Акустический ЭПР в основном наблюдался на ионах элементов группы железа и редкоземельных элементов в диамагнитных матрицах. Обзор результатов по акустическому ЭПР приведен в работе ¹.

Метод прямого акустического ЭПР использовался для получения данных о спин-фононной связи, причем в некоторых случаях он является практически единственным спектроскопическим методом исследования примесных парамагнитных ионов, например, ионов с четным числом электронов в кристаллах с симметрией ниже кубической.

Наиболее информативным и чувствительным является метод двойных магнитоакустических резонансов. На возможность его применения в акустическом магнитном резонансе впервые было указано Кастлером ^{3,14}.

Метод двойных резонансов состоит в одновременном возбуждении системы ядерных или электронных спинов двумя переменными полями,

одно из которых акустической, а другое — электромагнитной природы. Для наблюдения -акустически индуцированных спиновых переходов с помощью двойных резонансов необходимо, чтобы скорость индуцированного перехода была больше или сравнима со скоростями всех других процессов, определяющих устойчивое распределение заселенностей спиновых уровней.

Результаты исследований последних лет показывают, что двойные резонансы находят широкое применение в акустической магнитной спектроскопии атомов, имеющих малую концентрацию или обладающих слабой спин-фононной связью. Детектирование акустического магнитного резонанса в этом случае осуществляется посредством другой спин-системы, содержащейся в том же веществе, но с более «сильным» сигналом ЯМР или ЭПР. Магнитоакустические резонансы позволяют проводить непосредственные исследования механизмов спин-фононных взаимодействий, и оценивать величину этих взаимодействий. Наконец, процесс передачи акустической энергии от одной спин-системы к другой вовлекает в свою орбиту различные механизмы внутренних взаимодействий, что делает возможным глубокое изучение динамики спин-систем. Подобно тому, как развитие радиоспектроскопии послужило толчком для возникновения квантовой электроники, исследование спин-фононных взаимодействий основой для создания квантовых усилителей и генераторов ультразвука фононных мазеров.

В последующих параграфах мы рассмотрим различные типы двойных магнитоакустических резонансов, приведем методику и результаты исследований, полученные этими методами.

2. МЕТОДЫ НАБЛЮДЕНИЯ ДВОЙНЫХ МАГНИТОАКУСТИЧЕСКИХ РЕЗОНАНСОВ

Методически двойные магнитоакустические эксперименты во многом сходны с двойными резонансами в радиоспектроскопии. Для регистрацим сигналов ЯМР и ЭПР применяют общераспространенные схемы 15 . Основное отличие состоит в использовании особых устройств для генерацим и детектирования акустических колебаний в различных частотных диапазонах (10^6-10^{10} гу). Возбуждение когерентных упругих колебаний в основном производится пьезопреобразователем, прикрепленным к одному из торцов исследуемого образца. Свободная поверхность преобразователя помещается в максимум электрического поля. На частотах (10^6-10^8 гу) используются пластинчатые преобразователи из кварца или ниобата лития. На более высоких частотах в последнее время нашли применение пленочные преобразователи (CdS, ZnO). Максимальная напряженность переменного электрического поля на преобразователе создается с помощью металлических обкладок, а на высоких частотах (10^9-10^{10} гу) — посредством объемных резонаторов.

Определенную трудность при получении количественных оценок спин-фононного взаимодействия составляет измерение амплитуды акустической деформации. Существует несколько методов ее определения ^{6,16-19}.

1) Метод измерения эквивалентного электрического импеданса образда и преобразователя; 2) измерение времени жизни когерентных фононов; 3) оптический метод, использующий дифракцию световых волн на ультразвуковых колебаниях; 4) измерение э. д. с. индукции, возникающей при периодическом перемещении металлизированного торца образда в постоянном магнитном поле; 5) измерение смещения металлизированного торца образда динамическим конденсатором, образованным торцом образда и неподвижной металлической пластиной. С помощью этих методов можно

измерять амплитуду относительной деформации до 10^{-8} с точностью 10-20% на частотах 10^6-10^8 eq. Однако на более высоких частотах точность измерений резко падает.

При наблюдении ядерно-ядерного акустического резонанса используют три независимые системы: возбуждения ультразвука, измерения амплитуды акустической деформации и контроля за интенсивностью сигнала ЯМР. Одна из наиболее распространенных схем такого типа приведена на рис. 1. Блок акустического насыщения позволяет возбуждать

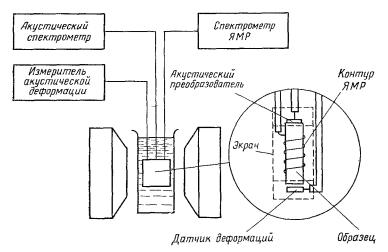


Рис. 1. Спектрометр ядерно-ядерного акустического резонанса.

упругие волны как на фиксированной частоте, так и осуществлять частотное прохождение с различными скоростями в диапазонах ядерных переходов.

Одним из простых видов двойных резонансов является акустическое насыщение сигналов ЯМР или ЭПР. Резонансные акустические колебания постоянной частоты вызывают переходы между спиновыми уровнями; возникающее при этом изменение заселенностей уровней контролируется по изменению интенсивности сигналов ЯМР (ЭПР) с помощью соответствующих спектрометров непрерывного или импульсного типа излучения. Изучение формы линий акустического резонанса осуществляется путем частотного акустического прохождения линии ЯМР (ЭПР) при постоянных значениях внешнего магнитного поля и частоты спектрометра.

Общее выражение для акустического насыщения имеет вид

$$A/A_0 = (1 + w_a T_1)^{-1/r}, (1)$$

где A_0 — первоначальная интенсивность сигнала, A — интенсивность при акустическом воздействии, $w_a \sim BG_{ij}^2 \varepsilon_j^2 g$ (ω) — вероятность акустического перехода, G_{ij} — элементы тензора спин-фононных взаимодействий, ε_j — элементы тензора акустических деформаций, B — коэффициент, зависящий от величин спина и магнитного квантового числа $m, g(\omega)$ — коэффициент формы линий, T_1 — время спин-решеточной релаксации; $r(\approx 1-3)$ определяется структурой акустических волн в образце. Таким образом, константа спин-фононной связи определяется по степени насыщения (A/A_0) сигнала при известных параметрах, входящих в уравнение (1).

Независимые элементы тензора спин-фононных взаимодействий, число которых определяется симметрией кристалла, могут быть определены при различных направлениях распространения упругих продольных и попе-

речных волн относительно направления внешнего магнитного поля и кристаллографических осей.

Значительный интерес представляет метод акустического насыщения для исследования атомов, обладающих неэквидистантным спиновым спектром, поскольку процесс приближения такой системы к равновесию не описывается одним релаксационным параметром.

Разность населенностей каждой пары уровней $n_m = N_m - N_n$, при акустическом насыщении определенного спинового перехода с $\Delta m = \pm 1$ или $\Delta m = \pm 2$ описывается системой кинетических уравнений

$$\frac{d(n_m - n_0)}{dt} = \sum_{i} A_{mi}(n_i - n_0) + \sum_{i} B_{mi}n_i,$$
 (2)

где n_0 — среднее значение n_m в отсутствие внешних возмущающих полей. Коэффициенты A_{mi} и B_{mi} соответственно описывают процессы спинрешеточной релаксации и внешнего акустического возмущения. Использование аналитических решений уравнений (2) для спинов $J=3/2^{20}$ и $J=5/2^{21}$ позволяет по степени акустического насыщения различных переходов оценивать вероятности акустических и релаксационных квадрупольных и дипольных переходов.

Для повышения чувствительности акустического ЭПР был предложен метод низкочастотной нерезонансной акустической модуляции спектров ЭПР ^{22,23}. Ультразвуковые деформации через спин-фононные взаимодействия вызывают изменения в спектре ЭПР, что в какой-то мере аналогично методу низкочастотной модуляции переменным магнитным полем. Однако такая методика при ее простоте имеет ограниченный характер.

В веществах с двумя сортами спинов методика наблюдения акустического ЯМР (ЭПР) одного сорта спинов с помощью другого имеет много общего с двойными резонансами в радиоспектроскопии 24 . Вначале внешнее магнитное поле H_0 устанавливается при фиксированном значении, соответствующем максимуму сигнала поглощения на основных атомах. Далее включается развертка акустического насыщения в области резонансных переходов исследуемых спинов и регистрируется изменение сигнала ЯМР (ЭПР) от основных атомов в зависимости от частоты ультразвука.

Величину спин-фононных взаимодействий можно оценить по изменению сигналов ЯМР (ЭПР) от основных атомов при акустическом и электромагнитном насыщении исследуемых атомов. Вероятности магнитного ($\sim B_m \gamma H_1$) и акустического ($\sim B_a G_{ij} \epsilon_j$) переходов сравниваются при одинаковой величине насыщения ($B_a G_{ij} \epsilon_j \approx B_m \gamma H_1$; здесь γ — гиромагнитное отношение, H_1 — напряженность электромагнитного поля). Например, для системы ядерных спинов $A1^{27}$ — Cr^{3+} в $A1_2O_3^{25}$ константа G имеет значение 10^{-18} эрг, а рассчитанный по величине G эквивалентный коэффициент резонансного поглощения ультразвука $\alpha_n \sim 5 \cdot 10^{-11}$ см $^{-1}$. Это значение α_n на два порядка меньше минимального коэффициента поглощения ультразвука, ранее определенного методом прямого акустического резонанса. Для наблюдения электронно-ядерного резонанса один из концов исследуемого образца помещают в объемный резонатор спектрометра ЭПР, а возбуждение ультразвука производится описанным выше методом с другого конца образда.

В магнитоакустическом электрон-электронном резонансе применяются две независимые микроволновые системы. Первая из них используется для генерации гиперзвуковых волн, которые возбуждают переходы между спиновыми уровнями, а вторая служит для контроля за изменением состояния электронной спин-системы при акустическом воздействии. Для одновременного возбуждения электронной спин-системы гиперзвуковым

и электромагнитным полями один конец образца вставляется в тороидальный «акустический» резонатор, а другой—в СВЧ резонатор спектрометра ЭПР (рис. 2).

По-видимому, наибольшую чувствительность можно получить с помощью оптического детектирования акустического ЭПР благодаря

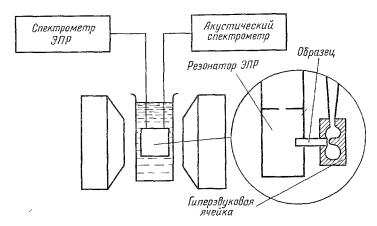


Рис. 2. Спектрометр двойного акустического электрон-электронного резонанса.

большим величинам квантов оптических переходов. Для наблюдения акустического резонанса применяется та же техника, что и для оптического детектирования спектров ЭПР ²⁶.

3. ДВОЙНОЙ АКУСТИЧЕСКИЙ ЯДЕРНО-ЯДЕРНЫЙ РЕЗОНАНС

Для диэлектрических кристаллов основная информация о механизмах и константах спин-фононной связи была получена методом акустического насыщения. Сравнение экспериментальных и теоретических данных показало, что для ядерных спинов с J>1/2 спин-фононные взаимодействия в беспримесных кристаллах осуществляются в основном посредством квадрупольных взаимодействий. При этом акустические колебания вызывают периодические смещения ионов. В результате этого возникают переменные градиенты внутрикристаллического электрического поля, которые взаимодействуют с квадрупольными моментами ядер. Для ядер со спином J=1/2, не обладающих квадрупольным моментом, спин-фононная связь обусловлена ультразвуковой модуляцией магнитного динольного взаимодействия между ядрами. Для пьезоэлектрических кристаллов был обнаружен новый «пьезоэлектромагнитный» механизм, основанный на взаимодействии магнитных моментов ядер с «медленной» электромагнитной волной, сопровождающей акустическую волну 27 .

Выше отмечалось, что спин-фононные взаимодействия тесно связаны с релаксационными механизмами. Из уравнений (2) следует возможность изучения различных релаксационных процессов методом насыщения. Анализ решений уравнений (2) показал, что для J>1 при акустическом насыщении переходов с $\Delta m=\pm 1$ и ± 2 возможно как увеличение, так и уменьшение разности заселенностей спиновых уровней. Как правило, уменьшение отношения n_m/n_0 происходит для возбуждаемых звуком переходов, а увеличение n_m/n_0 возможно для переходов, не возбуждаемых звуком. Если спин-решеточная релаксация в основном определяется квадрупольными взаимодействиями, то возможно как увеличение разности

васеленностей между уровнями, так и возникновение инверсной заселенности ²¹,

Экспериментальная проверка теоретических представлений подтвердила, что акустическое насыщение различным образом влияет на отдельные разности населенностей спиновых уровней. В частности, усиление интенсивности сигнала ЯМР, а также индуцированное излучение при акустическом возбуждении переходов с $\Delta m=\pm 2$ было обнаружено на ядрах Al_2^{27} в $\mathrm{Al}_2^{20}_3$ ²⁸, Na^{23} в NaNO_3 ²⁹ и NaClO_3 ³⁰, что соответствует квадрупольному характеру релаксации в этих соединениях.

Принципиально новый подход к проблеме акустического насыщения был продемонстрирован в работе 31. В ней рассмотрено акустическое насыщение ядерной спин-системы, помещенной в постоянное поле H_0 и достаточно сильное переменное магнитное поле $2H_1\cos\omega t$, частота которого ω близка к ларморовской частоте $\omega_0 = \gamma H_0$ прецессии спинов. На спины в системе координат, вращающейся с частотой ω вокруг H_0 , постоянное эффективное H_{a} интенсивностью действует поле \mathbf{c} $\sqrt{(\omega_0-\omega)^2+\omega_1^2}/|\gamma|$, где $\omega_1=\gamma H_1$. Поскольку $H_1\ll H_0$, то влияние поля H_1 на ориентацию магнитных моментов сказывается только при ω ~ ω, т. е. вблизи резонанса. Таким образом, общее изменение намагниченности системы вблизи резонанса будет определяться интенсивностью насыщающего поля H_1 . Поле H_1 на частоте ω можно заменить эквивалентным с точки зрения насыщения спин-системы полем на частоте $\omega_1=\gamma H_1$ для переходов с $\Delta m=\pm 1$ или $2\gamma H_1$ ($\Delta m=\pm 2$). Время спинрешеточной релаксации во вращающейся системе координат T_1^* , измеряемое по спаду намагниченности вдоль эффективного поля, будет зависеть от интенсивности насыщения на частоте ω₁

$$\frac{1}{T_1^*} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_a},\tag{3}$$

тде T_1 — время спин-решеточной релаксации в отсутствие сильного переменного магнитного поля, $1/T_a \sim G$ є. Эксперимент по акустическому насыщению во вращающейся системе координат был выполнен на ядрах Na²³

в NaCl. Импульсы переменного магнитного подя интенсивностью H_1 прикладывались частоте ларморовской прецессии ядерных спинов в поле H_0 ($\omega/2\pi \sim$ $\sim 8 Meq$). Акустическое насыщение создавалось на частоте $ω_1/2π \sim 4$ κεμ. Πρи постоянных значениях ю и ю, линия акустического резонанса проходилась плавным изменением величины H_{lpha} . Константы спин-фононной связи определялись по изменению T_1^* вблизи резонанса (рис. 3).

Уже этот первый эксперимент показал, что при использовании акустического насыщения во вращающейся системе координат возможно вначительное уменьшение частоты накачки (на 3—4 порядка) и существенное повышение точности

 $1/T_{\sigma}$ cex -12,0 $\gamma H_1/2\pi \zeta$, KZLL

Рис. 3. Частотная зависимость скорости акустически индуцированной ядерной релаксации ³¹.

мзмерений констант спин-фононной связи.

Одним из ярких применений метода акустического насыщения является обоснование с его помощью концепции «спиновой температуры» 32.

Посредством насыщения ядерных спинов с эквидистантным спектром (Na²³ и Cl³⁵ в NaCl) ультразвуком двойной ларморовской частоты нарушалось больцмановское распределение населенностей спиновых уровней. Если в системе отсутствует спин-спиновый обмен, то спин-система сохраняет определенное значение намагниченности. Однако благодаря спин-спиновым взаимодействиям в системе постоянно поддерживается больцмановское распределение заселенностей и намагниченность системы при акустическом возбуждении уменьшается до нуля. Именно это и наблюдалось в экспериментах Проктора, причем установление равновесия описывалось одним характеристическим временем.

Дальнейшее развитие понятия «спиновой температуры» позволило термодинамически описать ряд новых явлений, возникающих при возбуждении спиновых систем электромагнитным полем. Наиболее плодотворным в таком подходе оказалось выделение спин-спиновых взаимодействий в отдельный энергетический резервуар, обладающий собственной теплоемкостью и температурой, отличной от температур решетки и зеемановских систем ³³. Необходимость применения понятия «спин-спиновый резервуар» в магнитоакустических резонансах очевидна, поскольку акустическому воздействию, сильно меняющему заседенности спиновых уровней, можно дать в этом случае адекватное термодинамическое объяснение. Вначале была исследована роль электронных диполь-дипольных взаимодействий при акустическом насыщении кристаллов с парамагнитными ионами ³⁴, а затем понятие «диполь-дипольный резервуар» было распространено и на чисто ядерные спин-системы ³⁵.

Рассмотрим теперь результаты изучения динамики взаимодействий между спин-системами и между спин-системой и решеткой кристалла в веществах с двумя сортами ядерных спинов (чистые диэлектрики и диэлектрики с парамагнитной примесью).

В первом случае наиболее полные данные были получены Шутиловым с сотрудниками в беспримесном кристалле LiF ³⁵. Ультразвуковые колебания возбуждались в нем на суммарной и разностной частотах прецессии ядерных спинов Li⁷ и F¹⁹ во внешнем магнитном поле. При этом возникали одновременные совместные переходы обоих спинов, вызванные акустической модуляцией магнитного дипольного взаимодействия между ядрами Li⁷ и F¹⁹ (акустический солид-эффект). Согласно правилам отбора, возбуждаемые переходы являются акустически «разрешенными». Воздействие ультразвука разностной частоты приводит к увеличению равновесной статической разности населенностей уровней для одного вида спинов (или эффекту динамической поляризации атомных ядер), а воздействие на суммарной частоте — к уменьшению разности населенностей и далее, к инверсии населенностей спиновых уровней. Установлено, что изменение поляризации связано с поведением «объединенного резервуара» ядерных спинспиновых взаимодействий.

Однако возможности акустического солид-эффекта не ограничиваются механизмом модуляции магнитного диполь-дипольного взаимодействия. В кристаллах с двумя сортами ядер I и S, в которых один из ядерных спинов, S, сильно связан с решеткой, например, квадрупольным взаимодействием, динамическая поляризация ядер может быть получена возбуждением «запрещенных» акустических переходов. Изменение равновесной населенности при насыщении запрещенных переходов было получено в монокристалле CsJ^{36} ; в нем ядра J^{127} сильно связаны с решеткой $(T_1 \sim 0.01 \ cek)$, а ядра Cs^{133} аномально слабо $(T_1 \sim 500 \ cek)$. На частоте возбуждения $\omega_2^- = (2\omega_J - \omega_{\operatorname{Cs}})$ получено увеличение поляризации в 1,5 раза, а на частоте $\omega_2^+ = (2\omega_J + \omega_{\operatorname{Cs}})$ соответственное уменьшение поляризации (рис. 4).

Исследование ядерных спин-фононных взаимодействий в кристаллах с парамагнитными примесями было осуществлено в рубине $(Al_2O_3:0.07$ ат. % Cr³+) 25.

Для детектирования акустического резонанса между сверхтонкими подуровнями парамагнитного иона Cr^{3+} , обусловленными взаимодействием

с ядерным моментом Cr⁵³, использовалась спин-система основных ядер Al²⁷. Линии акустического резонанса для переходов $\Delta m = \pm 1$ и ± 2 и электронных спиновых состояний $|\pm 1/2\rangle$ и $|\pm 3/2\rangle$ приведены на рис. 5. Положение линий акустического резонанса $c \Delta m = \pm 1$ совпадает со спектром радиочастотного двойного резонанса 37 Cr^{53} — Al^{27} . Следует отметить, что, в отдичие от магнитного, в акустическом резонансе разрешены переходы не только между соседними подуровнями c $\Delta m = \pm 1$, Ho и переходы

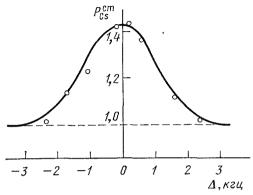


Рис. 4. Усиление стационарной поляризации ядер Cs^{133} в CsI ультразвуком 36 .

с изменением магнитного квантового числа $\Delta m=\pm 2$. Изменение интенсивности сигнала ЯМР $\mathrm{Al^{27}}$ при прохождении ультразвуком центра резонансной линии акустического ЯМР ядер $\mathrm{Cr^{53}}$ составляло $70-90\,\%$ при амилитуде деформации 10^{-6} .

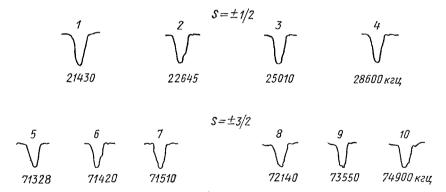


Рис. 5. Сигналы двойного ядерно-ядерного магнитоакустического резонанса в рубине ($\mathrm{Cr}^{53} \longleftrightarrow \mathrm{Al}^{27}$) ($\Delta m = \pm 1$).

При смещении частоты акустической накачки на $10~\kappa v$ ниже централинии наблюдалось усиление сигнала ЯМР ядер Al^{27} примерно в два раза, что свидетельствует об увеличении разности населенностей уровней ядер Al^{27} , т. е. возникновении динамической поляризации ядер l^{38} . При частотеультразвука, превышающей на l^{38} истоту резонансного перехода, наблюдалось отрицательное поглощение, характеризующее инверсиюнаселенностей ядерных спиновых уровней l^{27} .

Кроме «запрещенных» переходов с $\Delta m = \pm 2$, в системе $A1^{27}$ были обнаружены двухквантовые переходы, вызванные суммарным действием двух фононов с частотой ω_1 . Двухквантовое акустическое возбуждение сверхтонкого перехода $(1/2 \leftrightarrow 3/2)$ с частотой $\omega = 2\omega_1$ наблюдалось.

по изменению интенсивности сигнала ЯМР ядер Al^{27} . Однако, вероятность такого перехода значительно ниже одноквантового ³⁹.

Ядерные подсистемы алюминия и хрома в рубине непосредственно слабо связаны между собой, поскольку их резонансные частоты отличаются почти на порядок. Однако, взаимодействие между ними может осуществляться посредством диполь-дипольной подсистемы ионов Cr^{3+40} . Общая схема связей приведена на рис. 6. Частоты ЯМР ядер Al^{27} и Cr^{53} попадают в интервал скоростей электронной спин-решеточной релаксации.

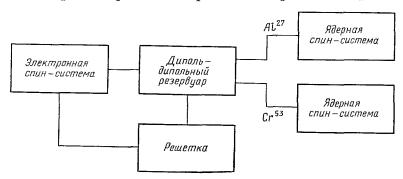


Рис. 6. Схема энергетических связей между ядерными и электронными спин-системами в рубине.

Расчеты показывают ³⁴, что при акустическом насыщении вследствие связи между подсистемами происходит выравнивание температур ядерных спинов Al²⁷ и Cr⁵³. В результате этого происходит изменение интенсивности сигнала ЯМР ядер Al²⁷ при акустическом возбуждении спиновых переходов ядер Cr⁵³. Эти эксперименты являются первым подтверждением роли резервуара спин-спиновых взаимодействий в динамике акустического возбуждения спиновых систем.

4. ДВОЙНОЙ АКУСТИЧЕСКИЙ ЭЛЕКТРОННО-ЯДЕРНЫЙ РЕЗОНАНС

Акустический аналог двойного электронно-ядерного резонанса был теоретически рассмотрен Дейгеном и Жеру 41 . Они предложили возбуждать переходы между сверхтонкими уровнями локального центра акустическими колебаниями и детектировать эти переходы по их влиянию на магнитные дипольные переходы электронных спинов. Численные оценки для F-центров в КСl показали, что для возбуждения ядерных спиновых переходов требуется сравнительно небольшая акустическая мощность $(\sim 2 \ em/cm^2)$.

Одновременное возбуждение ядерных и электронных спинов акустическими колебаниями позволяет, помимо повышения чувствительности и изучения механизмов спин-фононной связи, полнее исследовать взаимодействия между возбуждаемыми спин-системами и релаксационные процессы.

Принципиальные возможности исследования таких взаимодействий мы рассмотрим в двух различных классах кристаллов — диэлектриках, содержащих парамагнитные ионы, и магнитоупорядоченных веществах. Эти классы отличаются как механизмами связи электронных и ядерных спин-систем, так и спин-фононными взаимодействиями.

В первом случае объектом исследований был монокристалл ${\rm Al_2O_3}$, содержащий 0.05 ат. % ионов ${\rm Cr^{3+}}$ 42,43 . Образец помещался в постоянное магнитное поле и два переменных поля: на частотах ядерных переходов ${\rm Al^{27}}$

м магнитное — на частотах электронных спиновых переходов ионов ${\rm Cr}^{3+}$. Для наблюдения акустического ЯМР ядер ${\rm Al}^{27}$ использовалась электронная спин-система ${\rm Cr}^{3+}$. Было обнаружено изменение интенсивности сигнала ЭПР при подаче акустического насыщения на частотах, соответствующих переходам ядерных спинов с $\Delta m=\pm 1$ и $\Delta m=\pm 2$. Относительное изменение интенсивности сигнала ЭПР в центрах линий двойного резонанса составляло $\sim 10-15\%$ при относительной деформации $\sim 3\cdot 10^{-7}$. Форма

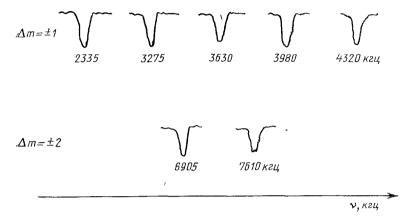


Рис. 7. Сигналы двойного электронно-ядерного магнитоакустического резонанса $Al^{27} \longleftrightarrow Cr^{3+}$ в рубине.

линий таких резонансов приблизительно гауссова с шириной на получитенсивности $\sim 2 \cdot 10^4 \ ev$. На рис. 7 приведены линии двойного акустического электронно-ядерного резонанса и значения частот для получения сигналов.

Эксперименты показали, что взаимодействие когерентных акустических фононов, генерируемых в решетку кристалла, с ядерной спин-системой происходит посредством как квадрупольных, так и дипольных взаимодействий. В последнем случае акустическая энергия передается ядерной спин-системе алюминия модуляцией магнитных диноль-дипольных или обменных взаимодействий Cr^{3+} — Cr^{3+} . Участие парамагнитной спинсистемы в передаче энергии акустических колебаний ядрам носит виртуальный характер и не вызывает изменения населенностей электронной спин-системы ионов. Сравнение экспериментальных результатов с теоретическими расчетами механизмов релаксации и динамической поляризации ядер подтверждает наличие сильной связи между диполь-дипольной системой ионов Cr³⁺ и ядерной спин-системой Al²⁷ ^{44,45}. В процессе двойного магнитоакустического резонанса происходит следующее: при микроволновом насыщении линии ЭПР температура диполь-дипольного резервуара Cr^{3+} — Cr^{3+} изменяется по отношению к ненасыщающим условиям. что в свою очередь через канал $\mathrm{Cr}^{3+} - \mathrm{Cr}^{3+}$ приводит к уменьшению температуры ядерной спин-системы. Звуковое возбуждение ядерных переходов уменьшает разность населенностей спиновых уровней и, таким образом, приводит к нагреванию диполь-дипольной системы. В конечном итоге, наличие связи между электронной зеемановской системой ионов Cr³⁺ и системой диполь-дипольных взаимодействий тех же ионов приводит к увеличению температуры электронной спин-системы, что наблюдается как уменьшение интенсивности сигнала ЭПР. С помощью описанной выше методики был также наблюден двойной акустический электронно-ядерный резонанс Cr53 — Cr3+ в рубине. Частоты резонансных пиков для ядер Cr53, полученные при электронно-ядерном резонансе $\mathrm{Cr^{53}}-\mathrm{Cr^{3+}}$, хорошо совпадают с аналогичными частотами переходов $\mathrm{Cr^{53}}$, определенными из ядерно-ядерного акустического резонанса $\mathrm{Cr^{53}}-\mathrm{Al^{27~34}}$.

Следует отметить и «обращенный» магнитоакустический электронно-ядерный резонанс, изучавшийся в монокристалле $\mathrm{CaF}_2:\mathrm{U}^{4+46}.$ Поскольку сигнал ЭПР от ионов U^{4+} обладает малой интенсивностью, то для детектирования двойного резонанса $\mathrm{F}^{19}-\mathrm{U}^{4+}$ использовался акустический ЭПР на ионах U^{4+} , имеющий значительно большую интенсивность. Величина гиперзвукового парамагнитного поглощения при постоянном H_0 измерялась в зависимости от частоты насыщающего радиочастотного поля.

Было обнаружено увеличение или уменьшение амплитуды гиперзвукового эхо-сигнала, прошедшего многократно через образец, когда частота переменного магнитного поля соответствовала частотам переходов ядерных спинов F¹⁹. Наибольшие изменения в акустическом поглощении наблюдались в том случае, когда гиперзвуковые импульсы частично насыщали электронные переходы. Эти факты также подтверждают предположение об участии электронных диполь-дипольных взаимодействий в обмене энергией между ядерной и электронной спин-системами. Уширение линии двойного акустического резонанса F^{19} — U^{4+} обусловлено искажением локальной симметрии внутрикристаллического поля акустическими колебаниями. Исследование акустического ядерного резонанса в магнитоупорядоченных кристаллах связано с рядом особенностей. К ним можно отнести наличие больших внутренних полей на ядрах, создающих сдвиг резонансных частот; нелинейное взаимодействие электронных и ядерных подсистем между собой и решеткой кристалла 47-51. Косвенные взаимодействия ядерных спинов посредством спиновых волн в электронной системе становятся весьма существенными в кубических антиферромагнетиках, которые к настоящему времени наиболее полно изучены с помощью акустического резонанса ^{52,53}. В упомянутых веществах слабое поле анизотропии и большое сверхтонкое поле H_N вызывают сдвиг ядерных и электронных мод в близкий частотный интервал. Резонансные частоты для зависящей от поля H_0 (+) и не зависящей от поля (—) электронных $(\omega_{e\pm})$ и ядерных $(\omega_{n\pm})$ мод имеют вид ⁵⁴

$$\omega_{e\pm}^2 = \omega_{e_1, 2}^2 + \omega_T^2, \quad \omega_{n\pm}^2 = \omega_N^2 \left(1 - \frac{\omega_T^2}{\omega_{e\pm}^2} \right),$$
 (4)

где $\omega_{e_{1,2}}$ — частоты антиферромагнитного резонанса без учета взаимодействий с ядерными спинами, ω_N — сверхтонкая частота.

Член ω_T , обусловливающий связь невозмущенных электронной и ядерной мод, обратно пропорционален температуре ядерной спинсистемы. Если при высоких температурах этот член мал, то при низких температурах ($T\sim 1-10~{\rm ^{\circ}K}$) ω_T становится порядка ω_e и возникает динамическая связь обеих подсистем. В результате появляются значительные низкотемпературные сдвиги электронных и ядерных частот. Это явление используется для наблюдения ЯМР с помощью двойного ядерно-антиферромагнитного резонанса 55 . Насыщение ядерной спиновой системы внешним полем повышает ее температуру, что приводит к уменьшению низкотемпературного сдвига электронной (+) моды. Изменение частоты ω_{e+} моды обычно наблюдается по сдвигу резонансного магнитного поля H_0 при постоянной частоте антиферромагнитного резонанса.

Теоретическое рассмотрение процессов резонансного поглощения акустической энергии ядрами в магнитоупорядоченных веществах пока-

зало, что подобный процесс может осуществляться посредством двух механизмов ⁵¹. В первом из них периодические колебания решетки посредством магнитоупругой связи вызывают колебания электронных спинов и тем самым модулируют сверхтонкое поле на ядрах (магнитострикционный механизм), причем участие электронной системы не изменяет ее энергии. Во втором случае колебания решетки непосредственно модулируют сверхтонкие или обменные электронно-ядерные взаимодействия. Явление динамического сдвига электронных и ядерных частот было использовано для изучения двойных магнитоакустических резонансов в монокристаллах RbMnF₃ и KMnF₃ ⁵⁶. Насыщение ядерной спин-системы ультразвуком

на частотах 500-670 Мгц с мощностью $\sim 10^{-2} - 10^{-3}$ вм приводило к изменению резонансного поля $\Delta H_{0 \text{ max}} \sim 300$ гс (+) моды и изменению интенсивности (—) моды антиферромагнитного ренаблюдавшегося на зонанса. частоте 9,5 · 109 ги. Такой широкий частотный интервал накачки ядерных спинов, вызывающий смещение частоты антиферрорезонанса, магнитного тверждает предположение ⁵⁵ «перепутывании» электронных и ядерных спиновых ветвей при низких температурах. Соответствует этому и связь между частотой накачки и эффективной яперной спиновой температурой T_n (puc. 8).

Другим нелинейным эффектом является порог мощности акустической накачки для поле-

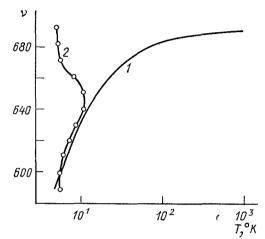


Рис. 8. Зависимость частоты акустической накачки ν (в M_{eq}) от ядерной спиновой температуры в ${\rm RbMnF_3}$.

1 — теоретическая кривая, 2 — экспериментальная кривая при постоянной мощности звука.

вого сдвига антиферромагнитного резонанса, ранее наблюдавшийся при электромагнитной накачке. По-видимому, вначале акустическое насыщение ядерных спинов возникает в местах, где существуют сильные градиенты внутреннего поля, которые модулируются акустическими колебаниями.

Известно, что ЯМР в антиферромагнетиках наблюдается только на одной из ветвей спектра (ω_{n+}) , поскольку для другой ветви отсутствует усиление радиочастотного поля за счет модуляции сверхтонких полей.

В отличие от радиочастотного насыщения, акустическое воздействие позволяет изучать обе ветви колебаний ядерных спинов, поскольку коэффициенты усиления акустических колебаний для обеих ядерных мод одного порядка.

Эквивалентные коэффициенты поглощения ультразвука ядерными спинами (α_n) , определенные посредством получения равной величины смещения поля H_0 для антиферромагнитного резонанса при акустической и электромагнитной накачке, имеют значения $\sim 10^2 \ \partial \delta/cm$. Расчеты показывают, что рекордные значения α_n обусловлены сочетанием весьма больших резонансных частот ЯМР и малых полей анизотропии в кубических антиферромагнетиках. Эти значения на несколько порядков превышают величины α_n как для диэлектриков, так и для других магнитоупорядоченных веществ.

5. АКУСТИЧЕСКАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ АТОМНЫХ ЯДЕР

Явление динамической поляризации атомных ядер нашло применение в ядерной физике для создания ориентированных ядерных мишеней и достижения сверхнизких температур. Получение устойчивой динамической поляризации при помощи акустического насыщения в твердых телах, особенно в больших объемах металлов и полупроводников, могло бы расширить сферу применения этого эффекта. В последние годы были предложены различные способы создания акустической динамической поляризации. Выше ^{35,36} уже упоминалось об увеличении поляризации при возбуждении ультразвуком двойных ядерно-ядерных переходов. Другой метод поляризации был осуществлен при адиабатически быстром прохождении линии ЯМР ультразвуком ⁵⁷. При прохождении частоты ультразвука через резонанс спинов в данном магнитном поле создавалась инверсная заселенность спиновых уровней. Хотя эти методы и не дают высокой степени поляризации, но являются весьма перспективными для исследования внутренних взаимодействий. Значительно большую поляризацию можно получить посредством акустического насыщения электронной спин-системы, используя электронно-ядерные взаимодействия.

Для диэлектрических кристаллов, содержащих парамагнитные ионы, акустическая накачка на частотах $\omega_e \pm \omega_n$ создает максимальную поляризацию $p \sim \omega_e/\omega_n$, где ω_e и ω_n — соответственно электронная и ядерная резонансные частоты. Как показано в работе ⁵⁸, для системы ядер со спином $J={}^3/{}_2$ в аксиально-симметричном кристалле, содержащем ионы с эффективным спином S=1/2, поляризации для дипольного (D) и квадрупольного (Q) механизмов связи относятся так

$$p_D: p_{Q_1}: p_{Q_2} = 2\left[3 + 2\operatorname{sech}\left(\frac{\hbar\omega_e}{kT}\right)\right]: 10: 5\left[1 + \operatorname{sech}\left(\frac{\hbar\omega_e}{kT}\right)\right].$$
 (5)

Для $\omega_r\sim 10$ Γ г ψ , $\omega_n\sim 10$ Mг ψ и T=0.5 °K $p_D:p_{Q_1}:p_{Q_2}=0.67:$: 1:0.59 при $p_{Q_1}=633.$ Рассмотрение механизмов взаимодействия ультразвука с ядрами

Рассмотрение механизмов взаимодействия ультразвука с ядрами в металлах 59 показало, что передача энергии вынужденных колебаний решетки в спин-системе ядер происходит через сверхтонкое взаимодействие ядер с электронами проводимости. В этом случае поглощение звука с частотой ω_a приводит к поляризации ядер или акустическому аналогуэффекта Оверхаузера при условии, что

$$\omega_a \gg \left(4kT + \frac{3}{2}\gamma H_0\right)$$
.

Акустическая динамическая поляризация ядер Si^{29} в сильно легированном монокристалие кремния исследовалась Хауссером и Швейцером 60 . При помощи гиперзвука частоты $9\cdot 10^9$ гу было получено насыщение электронных спиновых уровней фосфора ($T=1,6\,^{\circ}\mathrm{K}$). В этом эксперименте гиперзвук возбуждался на одном торце образца, а вокруг остальной его части располагалась катушка контура ЯМР для обнаружения изменения заселенностей ядерных спиновых уровней. Эксперименты по акустической поляризации в образце, содержащем $2\cdot 10^{19}$ атомов фосфора, показали, что интенсивность сигнала ЯМР Si^{29} уменьшается на 1/3 при возбуждении гиперзвука мощностью ~ 10 мкет. По мнению авторов, основная причина малости эффекта заключается в недостаточной мощности насыщающего акустического поля.

Более высокая степень акустической динамической поляризации ядер была получена на ядрах Al^{27} в рубине $\mathrm{^{61}}$. Гиперзвуковые импульсы с частотой $\mathrm{10^{10}}$ eu вводились вдоль тригональной оси образца с помощью стержня из ниобата лития с металлизированными поверхностями. Таким путем

осуществлялась экранировка образца от воздействия возбуждающих пьезопреобразователь мощных электромагнитных импульсов. Гиперзвуком насыщались переходы между спиновыми уровнями ($-1/2 \leftrightarrow 3/2$) ионов Cr^{3+} (концентрация 0,01%). При акустическом насыщении было отмечено десятикратное изменение интенсивности сигнала ЯМР Al^{27} при T=4,2 °К. При плавной перестройке H_0 вначале ($\gamma H_0 < \omega_p$) наблюдалось усиление сигнала ЯМР. При прохождении центра линии ЭПР

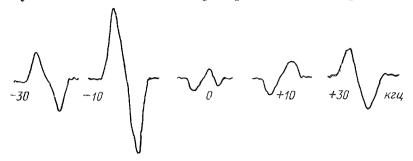


Рис. 9. Динамическая поляризация ядер Al^{27} в рубине при частотной расстройке акустического насыщения от центра линии ЭПР Cr^{3+} .

наблюдалось уменьшение интенсивности и, далее, инверсия заселенностей спиновых уровней A^{127} (рис. 9). Расстояние между максимумами изменения интенсивности линий ЯМР равно 50 \mathfrak{s} . Время восстановления первоначальной интенсивности после выключения накачки составляет 120 сек.

Эти результаты хорошо согласуются с теоретическими представлениями и подтверждают возможности осуществления акустической поляризации ядер.

6. ДВОЙНОЙ АКУСТИЧЕСКИЙ ЭЛЕКТРОН-ЭЛЕКТРОННЫЙ РЕЗОНАНС

Двойной электронный резонанс использовался в ряде работ $^{12,62-67}$ как для изучения механизмов спин-фононных взаимодействий в различных кристаллах, так и для исследования особенностей динамики спиновых систем под действием акустического возбуждения. Этим методом наблюдался акустический резонанс от ионов Mn^{2+} и радиационных центров в кварце 12 , ионов Mn^{2+} и Fe^{3+} в корунде 64 , ионов Fe^{2+} и Fe^{3+} в MgO 65 . В последнем случае с помощью двойного резонанса удалось разделить сигналы от ионов Fe^{3+} и Fe^{2+} , хотя концентрация последних на два порядкаменьше по сравнению с ионами Fe^{3+} .

Теоретические оценки и экспериментальные результаты показывают, что в диэлектрических кристаллах, содержащих парамагнитные ионы промежуточных групи, взаимодействие акустических волн с электронной спин-системой происходит посредством механизма Ван-Флека. В этом случае периодические колебания решетки модулируют внутрикристаллическое поле в местах расположения парамагнитных ионов. Орбитальное движение электронов, чувствительное к флуктуациям кристаллического поля, в свою очередь через спин-орбитальную связь изменяет состояния электронных спинов.

Однако при большой концентрации парамагнитных ионов эффективным может стать механизм Валлера. Тогда спин-фононная связь обусловнена модуляцией спин-спиновых взаимодействий колебаниями решетки.

С точки зрения изучения особенностей спин-фононных взаимодействий заслуживают внимания работы по возбуждению перехода одного иона

с одновременным поглощением нескольких фононов. Условие резонанса для n-квантового процесса имеет вид $n\hbar v = \gamma H_0$. Такие резонансные двухфононные переходы были обнаружены в начале на ионах Fe^{2+} в MgO^{-66} , а многофононные ($n=2,\ 3,\ 4$) процессы наблюдались на переходах ($1\leftrightarrow -1$) ионов U^{4+} в CaF_2^{-67} . Из угловой зависимости резонансных частот и интенсивности поглощения следует, что акустическое резонансное поглощение действительно обусловлено n фононами с частотой v, а не одним фононом частоты $\hbar v$. Однако нелинейное возрастание акустического поглощения при значительном увеличении мощности гиперзвука, по-видимому. связано с возникновением ангармонических колебаний с частотами, кратными $\hbar v$.

Акустическое возбуждение различных спиновых переходов в ${\rm Al_2O_3:Cr^{3+6^2}}$, создающее селективное усиление или ослабление интенсивностей линий ЭПР, позволило получить дополнительные сведения о релаксационных процессах, в частности, о вкладе в них фононов различной поляризации.

Исследование механизмов спин-решеточной и спин-спиновой релаксаций также можно проводить при акустической модуляции спектров $Э \Pi P$ в интервале скоростей этих релаксационных процессов $(w_a \sim T_1^{-1},\ T_2^{-1},$ где T_2 — время спин-спиновой релаксации) ⁶⁸.

Остановимся несколько подробнее на оптическом детектировании акустического ЭПР в молекулярных кристаллах. Для органических молекул спин-фононные взаимодействия в возбужденных парамагнитных состояниях значительно слабее, чем в диэлектриках, содержащих парамагнитные ионы и поэтому наблюдать акустический ЭПР прямым методом вряд ли возможно. Однако высокая чувствительность оптического детектирования позволила наблюдать поглощение звука в парамагнитном триплетном состоянии тетрахлорбензола в нулевом магнитном поле 69. Оптически детектируемый акустический ЭПР наблюдался по изменению интенсивности фосфоресценции на длине волны 3782 Å при свиппировании частоты гиперзвука в области 2E-перехода $(1,7\cdot10^9\ vu)$. Изменение интенсивности на $30\,\%$ соответствовало акустической мощности в образце $\sim 100\ мквт$. Исследования акустического ЭПР в молекулярных кристаллах позволяют изучать анизотропию спин-решеточной связи и вклад в нее продольно- и поперечно-поляризованных фононов.

7. АКУСТИЧЕСКИЕ МАЗЕРЫ И КВАНТОВЫЕ ДЕТЕКТОРЫ ФОНОНОВ

Развитие исследований по двойным магнитоакустическим резонансам логически привело к изучению возможностей усиления и генерации монохроматических когерентных фононов спиновыми системами и созданию акустических мазеров. В первых теоретических работах Копвиллема и Корепанова 70, Таунса 71 и Киттеля 72 рассматривалась общая квантовая схема, в какой-то мере аналогичная уже используемой для усиления и генерации фотонов 73. Создание инверсной населенности спиновых уровней дополнительным резонансным полем, например, электромагнитной природы, при достаточно сильной спин-фононной связи должно приводить к усилению как тепловых фононов, так и внешне генерируемых монохроматических акустических волн с частотами, соответствующими определенному спиновому переходу. Генерация фононов наступает при самовозбуждении системы благодаря использованию высокодобротного акустического резонатора, роль которого, как и в твердотельных лазерах, играет сам образец.

Усиление акустических импульсов впервые было получено Таккером ⁷⁴ на электронной спин-системе ионов Cr³⁺ в рубине. Методика эксперимента во многом сходна с наблюдением двойных акустических электронэлектронных резонансов. Для создания инверсии заселенностей спиновых уровней один конец цилиндрического образца помещался в резонатор СВЧ. На втором конце образца с помощью кварцевого преобразователя возбуждались акустические импульсы с частотой спинового перехода. При мощности электромагнитной накачки в 40 мет на частоте 9,3·10° ги

и T=4.2 °К было получено уменьшение в затухании гиперзвуковых волн на 12% на 1~cm длины образца по сравнению с выключенной электромагнитной накачкой (рис. 10).

Этот первый эксперимент указал на реальную возможность использования принципов вынужденного излучения и поглощения при возбуждении спин-систем акустическими полями.

Генерация фононов происходит в том случае, когда инверсное усиление значительно превышает общие потери на затухание гиперзвука в образце и связывающем слое, и на рассеяние в окружающую среду.

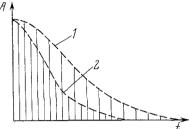


Рис. 10. Увеличение амплитуды акустических эхо-импульсов при электромагнитной накачке (1) по сравнению с обычным затуханием (2) ⁷⁴.

Действительно, несколько позднее, Таккеру 75 с помощью двухрезонаторного устройства удалось получить генерацию фононов. Расчеты показали, что для компенсации потерь в системе и достижения порога генерации необходим коэффициент усиления $0.11 \ cm^{-1}$. Общая ширина полосы генерации составляла $11 \ mzu$, что значительно меньше ширины линии перехода ($\sim 50 \ Mzu$). Мощность акустических колебаний в рубиновом стержне, измеренная по электромагнитному излучению от кварцевого преобразователя, не превышает $10^{-7} \ em$.

Подобный же метод был использован в работе 76 для получения квантового усиления на ионах $\mathrm{Ni^{2+}}$ в $\mathrm{Al_2O_3}$. Эксперимент выполнялся на плоскопараллельном образце, содержащем $5\cdot10^{-4}\%$ ионов $\mathrm{Ni^{2+}}$. Акустические импульсы генерировались пленочным пьезопреобразователем из CdS на частоте $9.4\cdot10^9$ εy , при электромагнитном насыщении перехода с частотой $v=5.3\cdot10^{10}$ εy . Спин-фононные взаимодействия для ионов $\mathrm{Ni^{2+}}$ в несколько раз сильнее, чем для $\mathrm{Fe^{2+}}$, поэтому наблюдалось усиление 0.013 $\partial 6/c m$ при T=2.2 °K. Это усиление превышает потери на затухание гиперзвука в образце, однако получить генерацию акустических колебаний не удалось, что, по мнению авторов, связано с рассеянием гиперзвука в образце за счет непараллельности торцов, несовершенства кристаллической структуры и малой концентрации ионов.

Шайрен 77 для создания инверсной заселенности применил метод адиабатически быстрого прохождения магнитным полем через резонансные спиновые переходы с $\Delta m=\pm 1$ ионов $\mathrm{Ni^{2+}}$ и $\mathrm{Fe^{2+}}$ в MgO. После установления инверсии уровней ($1 \longleftrightarrow -1$) возбуждались двойные фотон-фононные переходы одновременным воздействием электромагнитным и акустическим импульсами ($v_{2M}+v_q=v_{1\longleftrightarrow -1}$). При $T=1,6\,^{\circ}\mathrm{K}$ наблюдалось акустическое усиление $10\,\,\partial \delta/cm$ для ионов $\mathrm{Ni^{2+}}$ и $24\,\,\partial \delta/cm$ для ионов $\mathrm{Fe^{2+}}$. Величины эти несколько ниже теоретически рассчитанного коэффициента усиления, что объясняется неполной инверсией заселенностей и ее разрушением благодаря коротким временам спин-решеточной релаксации.

Значительные успехи в генерации когерентных фононов были достигнуты Ганапольским и Маковецким ^{78,79} с помощью более совершенного метода возбуждения акустических колебаний и создания гиперзвукового резонатора с малыми потерями (добротность резонатора ~5·10⁵) (рис. 11).

Инверсия заселенностей спиновых уровней ионов Cr^{3+} в рубине создавалась электромагнитной накачкой на частоте $2,3\cdot 10^{10}$ гу. При этом возникало когерентное спонтанное излучение фононов с интенсивностью

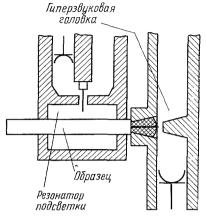


Рис. 11. Резонатор для возбуждения гиперзвука 79.

 $10^{-6} \ em/cm^2$ на частоте $9.1 \cdot 10^9 \ eu$ (T == 1,7 °K). Частотный спектр акустических. колебаний состоит из отдельных узких линий с монохроматичностью излучения в каждой $(\Delta v/v)$ меньше $2 \cdot 10^{-6}$. По мнению авторов, совокупность линий излучения соответствует одновременной генерации на нескольких соседних акустических модах гиперзвукового рубинового резонатора. Из вида спектра предполагается, что ширина уровня элементарного спинового возбуждения $\Delta v \sim 3 \cdot 10^5$ гу, что на 2—3 порядка меньше ширины неоднородной резонансной линии $\partial \Pi P$ ионов Ст3+ в рубине. Время жизни когерентных фононов, определенное из величины порогового усиления ($\alpha_n \sim 0.55 \ \partial \delta/c_M$), составляет 7.10-6 сек, что совпадает с аналогичными значениями, полученными по

ширине резонансной кривой рубинового резонатора и по затуханию эхо-импульсов в резонаторе в отсуствие магнитного поля.

Из изложенных результатов следует, что для акустического мазера целесообразно использовать образцы с достаточно малым основным акустическим затуханием, содержащие парамагнитные ионы с большим спин-фононным взаимодействием. Вещества, которые могут быть использованы в акустическом мазере, приведены в таблице 80 . Константы спинфононной связи G_{ij} даны в cm^{-1} /ед. деформации.

Вещество	Ион	G ₁₁	G ₄₄	$V_{G_{16}^2 + \lceil (G_{11} + G_{12})^2/4 \rceil}$
MgO MgO MgO Al ₂ O ₃ Al ₂ O ₃ Al ₂ O ₃ Al ₂ O ₃ KMnF ₃ KMnF ₃	$\begin{array}{c} Ni^{2+} \\ Fe^{2+} \\ V^{3+} > \\ Fe^{2+} > \\ Mn^{3+} > \\ Cr^{4+} \\ Fe^{2+} \\ V^{3+} \\ Ni^{2+} \\ Fe^{2+} \\ U^{4+} \end{array}$	57 650 1000 90 500 — 90 55 58 1340 170	50 380 — — — — — — — 39 1000	500 60 15 140 —

По-видимому, частотный предел действия акустических мазеровможет быть значительно расширен благодаря возбуждению спиновых переходов лазерной накачкой в веществах, содержащих оптически активные центры. Детальный расчет 81 , выполненный для лазерного возбуждения в MgO : Cr^{3+} , показал реальную возможность генерации фононов с частотой до $3\cdot 10^{12}$ εy , а в кристаллах $\mathrm{CaF}_2:\mathrm{Sm}^{2+}$ — до $8\cdot 10^{12}$ εy .

Вскоре после осуществления первых экспериментов по двойным магнитоакустическим резонансам появились предложения по их использованию для детектирования акустических фононов с малой плотностью.

Метод индикации акустических колебаний в импульсном и непрерывном режимах с помощью двухквантовых переходов в трехуровневой системе был предложен в работе 82. Схема с одновременным поглощением

фотона и фонона позволяет использовать множество комбинаций частот фононов ω_a и фотонов ω_m при выполнении условия: $(\omega_m + \omega_a) = \omega$ (рис. 12), где ω — частота двухквантового перехода. В работе подчеркивается, что двухквантовая индикация при равной чувствительности с методом пьезоэлектрического преобразования не требует фазовой когерентности сигнала, для ионов Fe^{2+} в MgO гиперзвуковые колебания обнаруживались в диапазоне $300~Mz\eta$ при фиксированной частоте электромагнитного поля.

Значительное повышение чувствительности можно достигнуть в подобной трехуровневой схеме при использовании сверхнизких температур, когда практически все спины будут находиться на

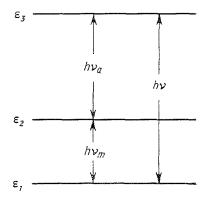


Рис. 12. Схема двухквантовых переходов.

нижнем уровне (1) ⁸³. Заселение двух верхних уровней (2, 3) будет происходить при одновременном акустическом и электромагнитном возбуждении переходов (1 \leftrightarrow 2) и (2 \leftrightarrow 3). Авторы работы ⁸³ считают, что можно обнаружить в образце поток в 1 фонон/сек при температуре \sim 0,01 °K.

Акустическое насыщение линий ЭПР (ЯМР), приводящее к изменению заселенностей спиновых уровней, может быть использовано при известных константах спин-фононных взаимодействий для измерения амплитуды деформации или акустической мощности. При этом используется пропорциональность фактора насыщения A/A_0 произведению $G_{ij}\varepsilon_{j}$. Минимальное значение обнаруживаемой деформации зависит от отношения $\Delta A/A_{\rm III}$, где $\Delta A = A_0 - A$, $A_{\rm III}$ — совокупность шумов измерительного устройства, отнесенная ко входу. Для ранее исследованных ядер (например ${\rm In}^{115}$ в ${\rm In}{\rm Sb}$) ⁸⁴ $\varepsilon_{\rm min}$ составляет 10^{-6} при T=4,2 °K в диапазоне частот 1-20 Mey.

Для повышения чувствительности измерения методом акустического насыщения было предложено использовать динамическую поляризацию ядер, с помощью которой можно увеличить разность населенностей спиновых уровней в ω_l/ω_n раз и, соответственно, во столько же раз увеличить квантового генератора. Эксперимент по измерению чувствительность амплитуд переменных деформаций был выполнен на монокристалле рубина $(AI_2O_3:0,46\%$ $Cr^{3+})$ ⁸⁵. Электромагнитным полем насыщался переход $(-3/2 \leftrightarrow -1/2)$ ионов Cr^{3+} на частоте $3,6\cdot 10^{10}$ eq. Изменение разности населенностей спиновых уровней ядер Al^{27} регистрировалось по изменению величины сигнала ЯМР. При мощности электромагнитной накачки ~ 5 мет и T=4.2 °K удалось получить изменение разности населенностей уровней ядер ${\rm Al}^{27}$ на два порядка, большее по сравнению с равновесной. Затем в образце возбуждались акустические колебания с частотой переходов ядерных спинов Al²⁷. Диапазон частот 3—20 Мгц перекрыванся: изменением величины и направления постоянного магнитного поля H_{0} , относительно кристаллических осей. При $\Delta A/A_{\rm m} \sim 5$ измеряемые амилитуды деформации составляют $7\cdot 10^{-9}$, что на два порядка меньше, чем измеряемая ε_{\min} в том же образце, но в отсутствие динамической поляризации ядер. Поскольку степень поляризации пропорциональна $\hbar v/\hat{k}T$,

то представляется целесообразным для увеличения динамической поляризации понижение температуры и повышение частоты накачки. При $T \sim 10^{-1} - 10^{-2}$ °K и $v \sim 10^{11} - 12^{12}$ г μ этот метод может быть использован для создания сверхчувствительных датчиков акустических деформаций.

Детектирование акустических волн в микроволновом диапазоне с помощью спин-фононного спектрометра было осуществлено Андерсоном

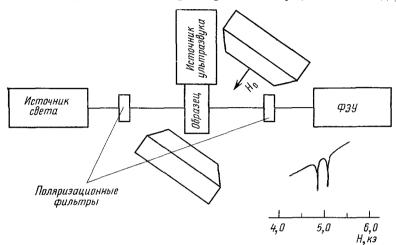


Рис. 13. Акустический спин-детектор и сигналы акустических колебаний, детектируемые по оптическому дихроизму в ${\rm CaF_2: Tm^{2+86}}$.

и Сабринским 86 . В качестве квантового детектора использовались ионы ${\rm Tm^{2+}}$ в ${\rm CaF_2}$. Изменение заселенностей спиновых уровней на частотах 10 и 24 Γsu детектировалось по циркулярному дихроизму кристалла (рис. 13). Поскольку интенсивность циркулярной поляризации P парамагнетика зависит от спиновых заселенностей, то в эксперименте измеряется зависимость P от числа спинов на данном уровне N_i . Например, для двухуровневой системы $P/P_0 = (N_1 - N_2)/(N_1 + N_2)$. При температуре 1,4 °К минимально измеренная по дихроизму мощность монохроматической акустической волны составляет 10^{-11} sm.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленные в настоящем обзоре данные показывают широкие возможности детального исследования особенностей внутренних взаимодействий в различных классах кристаллов методами двойных акустомагнитных резонансов. Дальнейшее использование и развитие этого метода, несомненно, расширит существующие представления о структуре и динавнутрикристаллических полей, релаксационных и т. д. Одним из перспективных направлений этого метода следует считать фононную индукцию и эхо 87, о чем свидетельствуют недавно полученные первые экспериментальные результаты 88. Несомненный интерес представдяет поиск веществ с рекордно большими спин-фононными взаимодействиями, которые могут быть использованы в качестве рабочих тел акустических мазеров, а также разработка новых методов генерации и усиления когерентных акустических колебаний. По-видимому, здесь может найти применение эффект генерации звука спиновыми системами в режиме сверхизлучения 89,90.

ФТИ Казанского филиала АН СССР

ПИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. С. А. Альтшулер, Б. М. Козырев, Электронный парамагнитный резонанс, М., «Наука», 1972.

С. А. Альтш улер, ДАН СССР 85, 1235 (1952).
 A. Kastler, Experientia 8, 1 (1952).

- 4. С. А. Альтшуйер, Б. И. Кочелаев, А. М. Леушин, УФН 75, 459 (1961). 5. В. А. III утилов, Акуст. ж. 8, 1 (1962).

6. Д. Болеф, вкн. Физическая акустика, под ред. У. Мэзона, т. IVA, М., «Мир», 1969, гл. III.

- 7. Е. Таккер, ibid., гл. II. 8. А. Р. Кессель, Ядерный акустический резонанс, М., «Наука», 1969.
- 9. R. K. Sundfors, Phys. Rev. 177, 1221; 185, 468 (1969).
 10. J. C. Miller, W. D. Smith et al., ibid. B3, 1547 (1971).
 11. A. A. Manuel, J. Buttet, Sol. State Comm. 14, 749 (1974).
 12. Е. H. Jacobsen et al., Phys. Rev. Lett. 3, 81 (1959).
 13. К. H. Баранский, ДАН СССР 114, 517 (1957).

- 13. п. п. варанский, дАП СССР 114, 517 (1957).
 14. А. Каstler, J. Phys. et Radium 15, 300 (1954).
 15. Ч. Пул, Техника ЭПР-спектроскопии, М., «Мир», 1970.
 16. G. A. Alers, P. A. Fleury, J. Acoust. Soc. Am. 36, 1297 (1964).
 17. И. Г. Михайлов, В. А. Шутилов, Акуст. ж. 10, 98 (1964).
 18. Е. F. Тауlог, N. В lombergen, Phys. Rev. 113, 431 (1959).
 19. Х. Г. Богданова, Ю. В. Владимир цев, В. А. Голенищев-Кутуарв, Н. А. Шамукор ШТЭ МБ, 1486 (1969).
- Х. Г. Ботданова, Ю. В. Владимирцев, В. А. Голенищев-Кутузов, Н. А. Шамуков, ПТЭ, № 5, 166 (1969).
 Ю. В. Владимирцев, В. А. Голенищев-Кутузов, У. Х. Копвилем, Н. А. Шамуков, Акуст. ж. 15, 345 (1969).
 Р. В. Сабурова, М. И. Пирожков, Деп. ВИНИТИ № 1038-69 (1969).
 В. Г. Бадалян, В. Ф. Казанцев, Способ сдвига линий ЭПР образцов, Авторское свидетельство № 270015 (1968); в кн. VII Всесоюзная акустическая конференция. Тезисы, Л., ЛКИ, 1971, стр. 202.
 М. А. Соllins et al., J. Phys. C4, L116 (1971); J. Magnet. Res. 6, 376 (1972)
- Н. А. Шамуков, В. А. Голенищев-Кутузов, ПТЭ, № 3, 186 (1970).
 Ю. В. Владимирцев, В. А. Голенищев-Кутузов, У. Х. Копвиллем, Н. А. Шамуков, в кн. XV Всесоюзное совещание по физике низ-

- виллем, Н. А. Шамуков, вкн. XV Всесоюзное совещание по физике низких температур. Тезисы докладов, Тбилиси, ИФ АН Груз. ССР, 1968, стр. 121; Письма ЖЭТФ 9, 85 (1969).

 26. М. Ј. Вискіеу, С. В. Наггіз, Ј. Сһет. Рһуз. 56, 137 (1972).

 27. В. А. Шутилов, Г. Л. Антокольский, ФТТ 11, 1601 (1969).

 28. Р. В. Сабурова, В. А. Голенищев-Кутузовидр.,, ibid., стр. 2530.

 29. В. М. Сарнацкий, В. А. Шутилов, ibid. 14, 761 (1972).

 30. Т. Капазніго, Т. Оһпо et al., Pһуз. Soc. Japan 32, 579 (1972).

 31. М. Напавиза, Т. Уатавись hi, ibid. 26, 901 (1969).

 32. А. Авгадат, W. G. Ргостог, Рһуз. Rev. 109, 1441 (1958).

 33. Б. Н. Провоторов, ЖЭТФ 41, 1582 (1961).

 34. В. А. Голенищев-Кутузов, Р. В. Сабурова, Н. А. Шамуков, ФТТ 12, 3100 (1970). ΦΤΤ 12, 3100 (1970).
- 35. Г. Л. Антокольский, Л. Н. Ферштат, В. А. Шутилов, Письма ЖЭТФ 13, 404 (1971).
- 36. Л. Н. Ферштат, В. А. Шутилов, Г. Л. Антокольский, ФТТ 15, 1973 (1973); Письма ЖЭТФ 16, 525 (1972).

- 37. J. Lambe, N. Laurance et al., Phys. Rev. 122, 1161 (1961).
 38. V. A. Golenishchev-Kutuzov, U. H. Kopvillem, in: Magnetic Résonances and Related Phenomena (Proc. of 16th Congress AMPERE), Budapest,
- 1970, p. 980.

 39. V. A. Golenishchev-Kutuzov, N. A. Shamukov, S. A. Miga-chev, in: Proc. of 8th Intern. Congress of Acoustic, Budapest, 1971, p. 277.
- 40. В. А. Ацаркин, М. И. Родак, УФН 107, 3 (1972).

- 40. В. А. Наркин, М. И. Родак, УФН 107, 5 (1972).
 41. М. Ф. Дейген, И. И. Жеру, ФТТ 9, 2611 (1967).
 42. В. А. Голенищев Кутузов, У. Х. Копвиллем, Н. А. Шаму-ков, Письма ЖЭТФ 10, 240 (1969).
 43. Р. В. Сабурова, В. А. Голенищев Кутузов, Н. А. Шамуков, ЖЭТФ 59, 1460 (1970).

- 44. Г. Р. Хуцишвили, УФН 96, 441 (1968). 45. Л. Л. Буишвили, М. Д. Звиададзе, ФТТ 10, 2397 (1968). 46. С. М. Bouden, H. C. Meyer, P. E. McDonald, Phys. Rev. Lett. 22, 224 (1969); Rev. Sci. Instr. 40, 730 (1969).

- 47. A. J. Heeger, A. M. Portis et a., Phys. Rev. Lett. 7, 308 (1961).
- 48. А. С. Боровик-Романов, Н. М. Крейнес, П. А. Прозорова, ЖЭТФ 45, 64 (1963).

- 49. Р. G. De Gennes, P. A. Pincus et al., Phys. Rev. 129, 1105 (1963). 50. А. С. Боровик Романов, В. А. Тулин, Письма ЖЭТФ 1, 18 (1965). 51. Е. А. Туров, М. П. Петров, Ядерный магнитный резонанс в ферро- и антиферромагнетиках, М., «Наука», 1969.
- ферромагнетиках, М., «Наука», 1969. 52. Ј. В. Меггу, D. J. Bolef, Phys. Rev. **B4**, 1572 (1971). 53. Х. Г. Богданова, В. А. Голенищев-Кутузов и др., ФТТ **17**,

- 1198 (1975).
 54. Е. А. Туров, В. Г. Кулеев, ЖЭТФ 49, 248 (1965).
 55. G. L. Witt, А. М. Portis, Phys. Rev. 136, A1316 (1964).
 56. Х. Г. Богданова, В. А. Голенищев-Кутузов, Р. В. Сабуров а, в кн. Труды Международной конференции по магнетизму, т. 1, М., «Наука», 1974.
- Х. Г. Богданова, В. А. Голенищев-Кутузов, Ф. С. Вагапова, А. А. Монахов, Р. В. Сабурова, ЖЭТФ 68, 1834 (1975).
 57. В. Ф. Тарасов, В. А. Голенищев-Кутузов, Письма ЖЭТФ 21,
- 205 (1975).
- 58. M. D. Breitbart, W. A. Barker, J. Acoust. Soc. Am. 41, 557 (1967).
- 59. Б. М. Хабибуллин, ФТТ 9, 1020 (1967).
- 60. K. H. Hausser, D. Schwettzer, in: Proc. of 15 Colloque AMPERE, Gre-
- 60. К. Н. Наиsser, D. Schweitzer, m. 1100. От 10 соледа noble, 1968, р. 153.
 61. С. А. Мигачев, Н. А. Шамуков, в кн. VIII Всесоюзное совещание по квантовой акустике. Тезисы докладов, Казань, ЦНТИ, 1974, стр. 84.
 62. М. R. Кодан at al., Phys. Rev. 166, 234 (1968).
 63. J. Lewiner at al., J. Appl. Phys. 41, 4070 (1970).
 64. N. S. Shiren, E. B. Tucker, Phys. Rev. Lett. 6, 105 (1961).
 65. Th. Luttenbergen, C. Weis, Appl. Phys. Lett. 1, 119 (1973).
 66. R. Guermeur at al., Phys. Lett. 21, 121 (1966).
 67. G. C. Wetsel, E. L. Kitts, Phys. Rev. Lett. 18, 841 (1967).
 68. А. В. Митин, ФТТ 8, 2744 (1966); в кн. Релаксационные явления в твердых
- телах, М., «Металлургия», 1968, стр. 215.
 69. М. J. Buckley, А. H. Francis, Chem. Phys. Lett. 23, 582 (1974).
 70. У. X. Копвиллем, В. Д. Корепанов, ФТТ 3, 2014, (1961).
 71. С. H. Townes, in Quantum Electronics, v. 1, N.Y., Academic Press, 1960, p. 405.
- 72. C. Kittel, Phys. Rev. Lett. 6, 449 (1961).
- 73. Н. В. Карлов, А. А. Маненков, Квантовые усилители, М., Изд. ВИНИТИ,
- 74. E. B. Tucker, Phys. Rev. Lett. 6, 547 (1961).
- 75. E. B. Tucker, in: Quantum Electronics, v. 3, P., Presse Univ., 1964, p. 1787.

- 76. P. D. Peterson, E. H. Jacobsen, Science 164, 1065 (1969). 77. N. S. Shiren, Appl. Phys. Lett. 7, 142 (1965). 78. E. M. Ганопольский, Д. Н. Маковецкий, ДАН СССР 217, 303 (1974).

- 79. Е. М. Ганопольский, ПТЭ, № 6, 214 (1969). 80. В. Г. Бадалян, Канд. диссертация (Москва, АКИН АН СССР, 1974). 81. В. Р. Нагибаров, У. Х. Копвиллем, ЖЭТФ 45, 2006 (1963); Акуст. ж. 13, 218 (1967). 82. N. S. Shiren, Phys. Rev. Lett. 6, 168 (1961). 83. A. P. Кессель, У. Х. Копвиллем, ФТТ 4, 2883 (1962).

- 84. Ю. В. Владимирдев, В. А. Голенищев-Кутузов и др., ФТТ 9, 2426 (1967).
- 85. В. А. Голенищев-Кутузов, С. А. Мигачев, Н. А. Шамуков, в кн. VII Всесоюзная акустическая конференция. Рефераты докладов, Харьков,
- MP9 AH VCCP, 1972, crp. 19.

 86. H. Anderson, E. S. Sabrinsky, in: Physical Acoustics, v. 8, N.Y., Academic Press,, 1971, ch. 1.
- 87. Труды 1-го Всесоюзного симпозиума по световому эхо (Казань, 1973), Изв. АН СССР, сер. физ. 37, № 11 (1973).
 88. N. S. Shiren, T. G. Kazyaka, Phys. Rev. Lett. 28, 1304 (1972).
- В. А. Голенищев-Кутузов, У. Х. Конвиллем, В. Р. Нагибаров, Письма ЖЭТФ 9, 445 (1968).
 С. А. Альтшулер, Р. М. Валишев, А. Х. Хасанов, ibid. 10, 179
- (1969).