1972 г. Май *Том 107, вып. 1*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

535.14

СОВРЕМЕННЫЙ СТАТУС КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ*)

С. Бродский, С. Дрелл

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение 57
а) Начала теории (57). б) Следствия локальности (59).
2. Проверка КЭД в экспериментах по рассеянию частиц высокой энергии 60
а) Методы достижения больших передач импульса (60). б) Встречные пучки (61). в) Процессы Бете — Гайтлера (64). г) «Трезубцы» — электророждение пар лептонами (67). д) Универсальность электрона и мюона (68).
3. Проверка квантовой электродинамики с помощью экспериментов в области низких энергий 70
а) Постоянная тонкой структуры (70). б) Аномальный магнитный момент электрона (72). в) Аномальный магнитный момент (теория) (73). г) Аномальный магнитный момент мюона (эксперимент) (75). д) Теоретическое предсказание величины a_μ (76). е) Проверка КЭД в атомной физике. Лэмбовский сдвиг (78). ж) Радиационные поправки (80). з) Релятивистские поправки на эффект отдачи ядра (83). и) Сравнение с экспериментом (84). к) Тонкое расщепление (85). л) Эксперименты по лэмбовскому сдвигу и тонкой структуре (87). м) Сверхтонкое расщепление в H и μ^+e^- (88). н) Другие водородоподобные системы (92) .
4. Заключение 93
Границы теории (93).
Цитированная литература 94

1. ВВЕДЕНИЕ

а) Начала теории. Квантовая электродинамика (КЭД) — это теория фотонов, электронов и мюонов, взаимодействующих между собой. Для большей полноты сюда следует также включить и взаимодействие с адронами и со слабыми токами, влияние которых должно учитываться по мере увеличения точности.

КЭД — удивительная теория: она работает! Наступило время воздать ей должное и подвести итоги, ибо в результате последних достижений теоретиков и экспериментаторов никаких недоразумений, могущих породить сомнение в правильности ее результатов по отношению к описываемому ею кругу явлений, не осталось. Более того, границы ее применимости даже раздвинулись.

КЭД имеет в своей основе чрезвычайно простые понятия. Она была создана вскоре после рождения квантовой механики, откуда и заимствовала свои правила. Правила квантования были прямо применены

*) Stanley J. Brodsky, Sidney D. Drell, The Present Status of Quantum Electrodynamics, Annual Review of Nuclear Science, ed. by E. Segrè, v. 20, Palo Alto, California, 1970, p. 147. Перевод В. К. Игнатовича.

Авторы статьи С. Бродский и С. Дрелл работают в Центре Стэнфордского линейного ускорителя в Стэнфордском университете, Калифорния, США.

к амплитудам электромагнитного поля $E(x, t)$ и $B(x, t)$, пространственно-временно́е описание которых определяется уравнениями Максвелла. И подобно тому, как это произошло с координатой и импульсом частицы, амплитуды поля также превратились в операторы, а наблюдаемыми стали называться матричные элементы этих операторов.

Квантовое перевоплощение происходило следующим образом. Как известно, одночастичные канонические переменные координата и импульс x и p при квантовомеханическом описании заменяются в качестве наблюдаемых матричными элементами перехода $\langle f \mid x \mid i \rangle$ и $\langle f \mid p \mid i \rangle$, где $\mid i \rangle$ и $\langle f \mid$ обозначают собственные состояния оператора энергии. При взаимодействии с излучением между этими состояниями происходят переходы с поглощением или испусканием света, частота которого определяется разностью энергий $h\nu = E_i - E_f$. В многочастичной физической системе с N степенями свободы каноническими координатами являются (x_k, p_k) $(k = 1, \ldots, N)$ и квантовое описание применяется к каждой из координат.

Когда число N становится очень большим, часто оказывается удобнее перейти к непрерывной функции, чем пользоваться совокупностью дискретных величин. Например, колеблющуюся струну удобнее описывать не смещением каждого атома $x_k(t)$, зависящим от времени, а непрерывным «полем» $x(y, t)$, которое описывает зависимость смещения от времени в каждой точке координаты $0 \leqslant y \leqslant L$ вдоль струны. При этом дискретный индекс k заменяется непрерывной переменной y, а полная система зацепляющихся обыкновенных дифференциальных уравнений для $x_k(t)$ заменяется в случае, когда $N \to \infty$, единственным дифференциальным уравнением в частных производных для $x(y, t)$, которое описывает движение в каждой точке пространства и времени. Аналогичным же образом можно перейти к непрерывному описанию и в правилах квантования и применить их затем к «полю» $x(y, t)$.

С электромагнитными полями $E(y, t)$ и $B(y, t)$ производится подобная же процедура. В каждой точке пространства и времени (y, t) им приписывается тот же квантовомеханический смысл, что и полю $x(y, t)$, которое при переходе к непрерывному описанию заменяет систему дискретных величин $x_k(t)$. Эта процедура называется квантованием. Впервые она была применена Гейзенбергом и Паули в 1929 г., в результате чего фотоны оказались превращенными в кванты максвелловских полей [1] *).

Такая же схема используется и для электрон-позитронного поля. При переходе от классического описания к квантовому вводятся новые понятия: собственные состояния энергии, волновые функции и вероятность. Движение отдельной частицы в рамках нерелятивистской теории описывается в терминах волновой функции $\psi(y, t)$, удовлетворяющей уравнению Шрёдингера. При переходе к специальной теории относительности, которая является наиболее адекватной теорией для уравнений Максвелла, описывающих свет и фотоны, рассматривать электрон изолированно нельзя. Необходимо наряду с ним рассматривать также и позитрон.

После появления антивещества, которое с необходимостью следует из того факта, что квадратичное соотношение Эйнштейна $E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$ обладает решением с отрицательной энергией, и после обнаружения процессов перехода электромагнитных волн в электрон-позитронные пары, и наоборот, выяснилось, что одночастичная квантовая механика с простой вероятностной интерпретацией Гейзенберга и Шрёдингера

*) Историю развития КЭД можно проследить по приведенной в этом сборнике литературе.

недостаточна. Был создан формализм рождения и уничтожения пар, очень близкий к схеме квантования уравнений Максвелла. Волновая функция электрона шрёдингеровской теории оказалась в этой схеме оператором, который поодиночке рождает и уничтожает электроны и позитроны, так же как $E(y, t)$ и $B(y, t)$ — фотоны. Это вторичное применение квантового принципа к электронной амплитуде, или «вторичное квантование», привело теорию Дирака взаимодействующих электронного и электромагнитного полей к согласию с квантовой теорией и со специальной теорией относительности, причем без привлечения радикально новых физических идей.

б) Следствия локальности. Прежде чем идти дальше и изучать экспериментальные следствия применения указанного выше квантования к классическим полям, удовлетворяющим волновым уравнениям, рассмотрим сначала некоторые черты, привнесенные в теорию в результате такого подхода. Отметим, что в окончательном варианте *нашей теории волны распространяются согласно дифференциальным* законам. Оба понятия локальности поля и точечности взаимодействия перенесены из классической физики. Амплитуды полей считаются непрерывными функциями параметров y и t, и изменение полей в точке y определяется свойствами полей в точках, бесконечно близких к y.

Естественно интересоваться вопросом, не являются ли указанные черты лишь следствием идеализации, которую можно допустить только в смысле принципа соответствия? Получающиеся результаты могут достаточно правильно отражать суть вещей, когда проверка теории производится с плохим разрешением, так как тогда соответствующие пробники «видят» свойства системы усредненными по объему с размерами порядка комптоновской длины волны электрона $\hbar/m_e c \approx 3{,}9 \cdot 10^{-11}$ *см*. Однако если пользоваться хорошим разрешением, позволяющим различать расстояния порядка нуклоной комптоновской длины волны $\hbar/Mc = 2 \cdot 10^{-14}$ *см*, то может оказаться, что пространство-время в этих масштабах является гранулированным, или, иначе говоря, имеет структуру. С большинством физических систем именно так и случается. Например, звуковые волны или колеблющиеся мембраны описываются с помощью волновых полей. Однако волновое описание является идеализацией, справедливой только для расстояний, превышающих некоторую определенную длину, характеризующую структуру среды (межатомное расстояние ~ 1 Å, или 10^{-8} *см*). При меньших расстояниях теория становится совершенно иной. Дебаевская теория теплоемкости является ярким примером того, какие существенные поправки вносит структура при описании возмущений на уровне атомных масштабов.

В электромагнитном поле на расстояниях порядка атомных размеров никакой заметной структуры не наблюдается. Именно отсутствие каких-либо указаний на существование «эфира» или каких-либо иных признаков, которые указывали бы на необходимость механического описания поля излучения, и привело к эйнштейновской специальной теории относительности. В связи с этим мы сейчас и принимаем, как само собой разумеющееся, что фотонные и электронные поля удовлетворяют дифференциальным уравнениям и взаимодействуют между собой локальным образом. Однако нельзя забывать, что, будучи справедливым при разрешении порядка атомных расстояний 10^{-8} *см*, это положение отнюдь не обязательно должно быть справедливым при разрешении порядка размеров электрона (10^{-11} *см*) и даже нуклона (10^{-14} *см*), поэтому мы все время должны быть готовы к тому, что наше волновое описание может где-нибудь ухудшиться.

Есть ли у нас сейчас хоть какие-нибудь основания для беспокойства относительно размеров порядка ядерных, 10^{-14} *см*? Как известно из классической теории электромагнетизма, собственная энергия заряда e, распределенного по сфере радиуса a_0, составляет e^2/a_0 и равняется работе, которую требуется затратить, чтобы собрать заряд на сферу. Эта работа возрастает с уменьшением a_0 и становится бесконечной для точечного заряда. Так как в КЭД частицы являются точками и взаимодействуют локально, естественно ожидать, что собственные энергии в ней также будут бесконечно большими. Это было бы очень досадно, хотя и не удивительно. На самом деле так оно и есть. В теории возмущений по малой константе связи нам приходится иметь дело с расходимостями собственной энергии, хотя они и оказываются более слабыми, чем в классической теории: не линейными, а логарифмическими, т. е. $1/a_0 \to \ln a_0$. Однако созданная Фейнманом, Швингером и Томонагой (см. [1]) теория перенормировок позволила из расходящихся величин извлекать конечные и однозначные результаты, проверяемые в эксперименте. Это явилось большим достижением. Тем не менее, константы перенормировок, по крайней мере в теории возмущений, оказываются бесконечными. Являются ли эти бесконечности следствием несовершенства математических методов разложения в ряд теории возмущений или же симптомом, свидетельствующим о несправедливости непрерывного описания, мы не знаем. Возможно, что на малых расстояниях имеется некоторая «фундаментальная длина», которая и регуляризует все бесконечности.

Ответить на поставленные вопросы можно только с помощью экспериментов, чувствительных ко все меньшим и меньшим расстояниям. Теория никогда не сможет дать решение в подобных ситуациях. Без новых данных нельзя обойтись в принципе (не только практически), ибо теория пока не имеет хорошего формализма, свободного от ограничений, присущих локальному взаимодействию. Поэтому нам необходимы свидетельства, указывающие на несостоятельность наших понятий, связанных с локальностью поля и взаимодействия, и мы должны стремиться получить данные, доказывающие наличие структуры у пространства или фундаментальной длины.

Чудо состоит в том, что и по сей день КЭД с успехом отражает любые натиски. Включая классическую область применимости максвелловских уравнений, которые количественно воспроизводят картину магнитного земного поля, как оно наблюдается и с поверхности Земли, и со спутников в космосе, КЭД имеет колоссальный успех во всем диапазоне, охватывающем 24 порядка от субъядерных размеров 10^{-14} *см* до предельной комптоновской длины волны фотона [2] $\sim 5{,}5 \cdot 10^{10}$ *см* (примерно 80 земных радиусов) *).

2. ПРОВЕРКА КЭД В ЭКСПЕРИМЕНТАХ ПО РАССЕЯНИЮ ЧАСТИЦ ВЫСОКОЙ ЭНЕРГИИ

а) Методы достижения больших передач импульса. Как узнать, что происходит на малых расстояниях? Один путь — проводить эксперименты с частицами высоких энергий при больших передачах импульса q. Это позволяет зондировать расстояния порядка $R \sim \hbar/q \sim 10^{-14}$ *см* при $q \sim 2$ *Гэв/с*. Точности, достижимые в подобных экспериментах, составляют несколько процентов. Большие передачи импульса лучше всего осуществлять в экспериментах на встречных пуч-

*) Согласно астрофизическим оценкам [162] верхняя граница для массы фотона составляет $\sim 3 \cdot 10^{-56}$ *г* или нижняя граница для комптоновской длины волны $\sim 5 \cdot 10^{17}$ *см*. (*Прим. перев.*)

ках, например в электрон-электронном или в электрон-позитронном рассеянии. Встречные пучки необходимы потому, что в противном случае очень быстрый электрон представляется для легкого электрона мишени чрезвычайно тяжелым в релятивистском смысле «снарядом», а поскольку высокоэнергичный электрон, падающий на электрон, фактически покоящийся на атомной орбите, теряет свою энергию, не меняя полного импульса системы, то при достижимых в настоящее время энергиях переданные импульсы могут быть не выше 150 *Мэв/с*.

Если обозначить энергию падающего электрона в лабораторной системе координат через E_0, а его энергию покоя через m_0c^2, то инвариантная величина переданного четырехмерного импульса выразится через лабораторный угол рассеяния θ следующим образом:

$$\Delta q = (-q_\mu q^\mu)^{1/2} = [2E_0/c \sin(\theta/2)]\{1 + [2E_0/m_0c^2 \sin^2(\theta/2)]\}^{-1/2} < (2m_0E_0)^{1/2},$$

откуда видно, что с ростом энергии она возрастает только как $E_0^{1/2}$. Это означает, что при энергии падающих электронов вплоть до $E_0 \sim 40$ *Гэв* (максимальной энергии, которую можно надеяться получить в ближайшем будущем) $\Delta q \sim 200$ *Мэв/с* и соответствующее ему расстояние $l_{\Delta q} \sim \hbar/\Delta q > 10^{-13}$ *см*.

Обойти эту трудность можно с помощью таких экспериментов, как фоторождение электронных (или мюонных) пар, разлетающихся на большие углы. В этом случае благодаря протону мишени центр масс оказывается неподвижным. Правда, здесь необходимо знать структурный формфактор протона, но его можно извлечь из сравнения процессов фоторождения и упругого рассеяния.

Другой путь — низкоэнергетические атомные и резонансные эксперименты, в которых достигается высокая точность (например, с очень высокой точностью производится измерение лэмбовского сдвига и сверхтонкого расщепления), а также эксперименты по определению гиромагнитного отношения свободного электрона или мюона. Их мы обсудим в следующей главе. В случае высоких энергий статистические ошибки и неопределенности в нормировке составляют обычно 5—7%, поэтому проверка затрагивает только низшие порядки или борновские амплитуды, так как радиационные и высшие борновские поправки большей частью составляют меньшую величину. Тем не менее, радиационные поправки все же были рассчитаны, и при анализе их учитывают.

б) Встречные пучки. Две борновские диаграммы для электрон-электронного рассеяния представлены на рис. 1. Переданные импульсы в обоих случаях пространственноподобны, и их квадраты

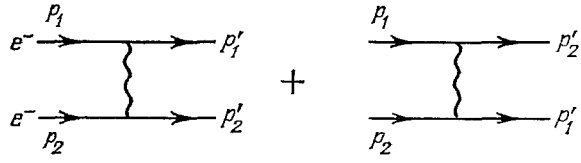

Рис. 1. Борновские диаграммы упругого рассеяния электрона на электроне.

(в пренебрежении массой электрона) равны $q^2 = -E_{\text{ЦМ}} \sin^2(\theta/2) = t$, или $q^2 = -E_{\text{ЦМ}}^2 \cos^2(\theta/2) = u$, где $E_{\text{ЦМ}} \sim s^{1/2}$ — полная энергия обоих сталкивающихся электронов, а θ — угол рассеяния в системе встречных пучков. В зависимости от того, какой из двух неразличимых электронов

регистрируется (т. е. происходит или нет обмен электронов в конечном состоянии, как показано на рисунке), величина q^2 равна t или u.

Первые измерения [3] упругого e^-e^--рассеяния относятся к 1965 г. Они были выполнены на Принстон — Стэнфордском накопительном кольце при $s^{1/2} \sim 1100$ *Мэв*. В этом эксперименте была измерена угловая зависимость сечения, но не его абсолютная величина. При сравнении с теорией анализ производился с учетом радиационных поправок, отвечающих разрешению в реальном эксперименте (следуя работам Y. S. Tsaï). Сравнение производилось, исходя из модификации фотонного пропагатора

$$-q^{-2} \to -[q^{-2} \pm (q^2 - K^2)^{-1}], \tag{1}$$

которая с точки зрения пространства-времени соответствует модификации кулоновского потенциала на малых расстояниях $r^{-1} \to r^{-1}(1 \pm e^{-Kr/\hbar c})$. Знак плюс соответствует прибавлению линии «тяжелого фотона» к амплитуде, описывающей распространение фотона между вершинами на рис. 1, и не приводит к нарушению обычных условий канонической КЭД: унитарности, причинности и спектральности, заключенных в представлении

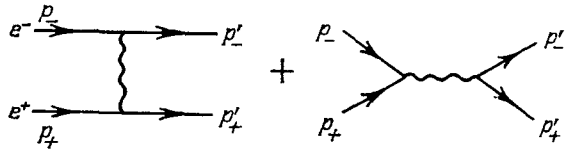

Рис. 2. Борновские диаграммы упругого рассеяния электрона на позитроне.

Челлена — Лемана. Однако в выражении (1) можно выбрать и знак минус, ибо, занимаясь поисками нарушений КЭД или пытаясь внести в нее существенные изменения, вовсе не следует обязательно придерживаться канонических требований. КЭД с фотонным пропагатором (1) со знаком минус имеет лучшую сходимость при больших q^2, и рабочие правила для нее были недавно сформулированы Ли и Виком [4]. Новейшие экспериментальные результаты, если их представить в терминах модифицированного фотонного пропагатора (1) со знаком минус, позволяющим улучшить сходимость, дают следующую [3] оценку на величину K^{-2}:

$$K^{-2} = -0{,}06 \pm 0{,}06\ (Гэв)^{-2} \text{ (ошибка только статистическая)}. \tag{2}$$

Это значит, что с достоверностью 95% $K > 4$ *Гэв*, или $\hbar/K < 0{,}5 \cdot 10^{-14}$ *см*. Соответствующие пределы при модификации пропагатора со знаком плюс равны *): $K > 2{,}4$ *Гэв*, или $\hbar c/K < 10^{-14}$ *см*.

Упругое электрон-позитронное рассеяние (формула Баба́) связано с меллеровским e^-e^--рассеянием «кроссинговым» соотношением между каналами переданного импульса (t и u) и каналом полной энергии s. Кроссинговое преобразование переводит фейнмановские диаграммы рис. 1 в диаграммы рис. 2. Импульс, переносимый фотонной линией на диаграммах рис. 2, равен соответственно

$$q^2 = -E^2_{\text{ЦМ}} \sin^2(\theta/2) = t, \tag{3}$$

или $q^2 = E^2_{\text{ЦМ}} = s$. Таким образом, в противоположность случаю e^-e^--рассеяния, в которое дает вклад только область $q^2 < 0$, здесь амплитуды в низшем порядке содержат как пространственноподобные, так и времениподобные фотоны. Наибольший интерес в экспериментах по упругому

*) Новые эксперименты [163] несколько отодвинули границы. Теперь с достоверностью 9,5% нижняя граница для K^2 равна 4,4 *Гэв* при отрицательной модификации фотонного пропагатора и 2,5 *Гэв* — при положительной. (*Прим. перев.*)

e^+e^--рассеянию на большие углы представляют результаты, полученные в 1969 г. Эксперименты были выполнены в Орсэ [5] при $E_{\text{цм}} = s^{1/2} = 1020$ *Мэв*. Они позволили произвести измерения абсолютной величины сечения с помощью нормировки на вероятность испускания двух γ-квантов, разлетающихся вдоль линии пучка в результате реакции двойного тормозного излучения $e^+e^- \to e^+e^- + 2\gamma$. Указанная вероятность удобна тем, что она поддается и теоретическому расчету, и измерению в эксперименте. Энергетический спектр γ-лучей, измеренный для нормирующей реакции, блестяще совпал с теоретическим, а ошибки в определении светимости пучков составили лишь 0,7% статистические и 2,2% систематические. Сечение рассеяния Баба́, проинтегрированное по большим телесным углам детекторов, составленных из сцинтилляционных счетчиков и искровых камер, оказалось в очень хорошем согласии с теоретическими предсказаниями, как об этом свидетельствуют следующие результаты:

$$\sigma_{\text{эксп}} = [1{,}56 \pm 0{,}08 \text{ (статистическая)} \pm 0{,}04 \text{ (систематическая)}] \cdot 10^{-31} \text{ см}^2,$$

$$\sigma_{\text{теор}} = 1{,}594 \cdot 10^{-31} \text{ см}^2.$$

При сравнении с экспериментом были учтены радиационные поправки, которые на 8,3% уменьшили $\sigma_{\text{теор}}$. Из приведенных цифр можно извлечь верхний предел для параметра модифицированного фотонного пропагатора (1). С достоверностью 95% $K > 2{,}5$ *Гэв*, или $\hbar c/K < 10^{-14}$ *см* при модификации с любым знаком. Так как в этом эксперименте детекторы не различали положительно заряженных лептонов от отрицательных, наибольший вклад в сечение давали те электроны и позитроны, которые после рассеяния летели в полусферы, расположенные в направлении вперед, так что величина t в формуле (3) оказывалась меньше s. Поэтому этот эксперимент наиболее чувствителен к модификации пространственноподобной передачи импульса, т. е. к модификации пропагатора в большей амплитуде слева на рис. 2.

Чтобы улучшить чувствительность во времениподобном направлении, следует обратиться к процессу аннигиляции e^+e^- в мюонную пару $\mu^+\mu^-$. Амплитуда этого процесса содержит только аннигиляционную диаграмму справа на рис. 2. Эксперимент был выполнен в Орсэ [5] в 1969 г. Регистрация мюонов производилась по величине пробега в камерах с толстыми пластинами, что позволяло отделять мюоны от пионов. Результат эксперимента дает наилучшую оценку верхнего предела для модификации фотонного пропагатора во времениподобной области.

С достоверностью 95% параметр в модификации (1) должен удовлетворять условиям $K > 1{,}3$ *Гэв*, или $\hbar c/K < 2 \cdot 10^{-14}$ *см*.

В обоих экспериментах на встречных пучках экспериментаторы близко подошли к той области, в которой начинают проявляться адронные эффекты, и можно ожидать отклонений от предсказаний чистой КЭД «изолированной» электродинамической системы. Влияние адронных состояний проявляется в том, что они дают вклад в поляризацию вакуума внутри фотонного пропагатора, как показано на рис. 3.

Этот вклад можно учесть, если записать фотонный пропагатор в виде массового интеграла со спектральной плотностью $\sigma_a(m^2)$, которая представляет собой в низшем порядке по α сечение аннигиляции пары e^-e^+ с полной энергией m в адронные состояния:

$$q^{-2} \to q^{-2} + (4\pi^2\alpha)^{-1} \int_0^\infty \sigma_a(m^2)\,(q^2 - m^2 + i\varepsilon)^{-1}\,dm^2.$$

Так как сечение аннигиляции имеет, вообще говоря, величину порядка α^2, возникающая поправка к фотонному пропагатору оказывается обычно

в сто раз меньше поправки, отвечающей модификации (1). Во времениподобной области положительных q^2, которая проверяется в рассмотренном выше процессе аннигиляции пары e^+e^- в $\mu^+\mu^-$, σ_a сильно возрастает для резонансных q^2. Так, например, при $q^2 = m_\rho^2$ в пропагаторе возникает абсорптивная добавка $1 - (i/4\pi\alpha)\, m_\rho^2 \sigma_a\,(m_\rho^2)$. Поскольку она представляет собой мнимую величину, то в сечение входит только квадратично $[m_\rho^2 \sigma_a\,(m_\rho^2)/4\pi\alpha]^2 \approx 10^{-3}$, т. е. вносит пренебрежимо малую поправку. Поэтому чрезвычайно интересный вопрос о вкладе адронов — их абсорптивных, а также дисперсивных частей — требует для своего решения гораздо более точных экспериментов. К этому вопросу мы еще вернемся, когда будем рассматривать поправки $g - 2$ к дираковскому значению магнитного момента мюона.

Еще одна проверка КЭД на встречных пучках была проведена в Новосибирске [6], где измерялась аннигиляция e^+e^- в 2γ. В этом процессе виртуальной частицей, которая находится далеко вне своей массовой

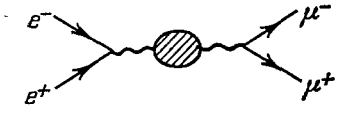

Рис. 3. Аннигиляция электрон-позитронной пары в мюонную с учетом поляризации вакуума.

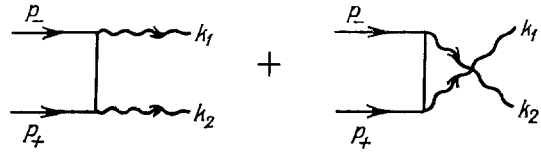

Рис. 4. Борновские диаграммы аннигиляции электрон-позитронной пары в два фотона.

оболочки, т. е. переносит большой 4-импульс, является не фотон, а электрон, как показано на рис. 4. Предварительные результаты эксперимента можно выразить через обрезание в электронном пропагаторе так же, как это было сделано с фотоном в (1). Тогда с достоверностью 95% нижний предел обрезания равен $K = 1{,}5$ *Гэв*. Однако когда обрезание вводится в пропагаторы заряженных частиц, как это имеет место в данном процессе, возникают дополнительные трудности по сравнению с тем случаем, когда обрезание вводится через нейтральные фотоны. Дело в том, что, если требуется, чтобы дифференциальный закон сохранения тока выполнялся во всех точках пространства и времени, как внутри области взаимодействия, так и вне ее, модифицировать только пропагатор мы не имеем права. При изменении пропагатора заряженных частиц мы обязаны производить соответствующие изменения и в вершинах взаимодействия, в которых фотон поглощается или испускается, так как иначе нельзя удовлетворить уравнению непрерывности для заряженных токов во всех точках [7]. Между вершинными операторами и электронными пропагаторами имеются обязательные соотношения, которые называются обобщенными тождествами Уорда — Таканиши. Если мы хотим сохранить полный смысл дифференциального закона сохранения тока в любой модификации КЭД, мы обязаны уважать эти тождества. Накладываемые ими общие ограничения были исследованы Кролем [8].

в) Процессы Бете — Гайтлера. В последнее десятилетие КЭД на малых расстояниях проверялась в таких процессах, как рождение пар и тормозное излучение мюонов и электронов высоких энергий и при больших переданных импульсах [9] *). Как показано на рис. 5, эти

*) В этом превосходном и сжатом обзоре развития КЭД вплоть до 1968 г. читатели найдут более подробное изложение вопроса и полную библиографию.

процессы опять же происходят с участием виртуальной фермионной линии, которая в случае рождения пар переносит пространственноподобный 4-импульс (рис. 5, *а*), а в случае тормозного излучения может переносить как пространственно-, так и времениподобный 4-импульс в соответствии с двумя типами диаграмм (*в*), дающими вклад в данный процесс (в процессах *а*) и *в*) нужно учесть еще по одной диаграмме с промежуточным фотоном, испускаемым из других светлых кружков). Большим достоинством этих процессов является то, что в них участвует протон мишени, или ядро с малым Z (должно быть справедливо борновское приближение), которые закрепляют положение системы центра масс, в результате

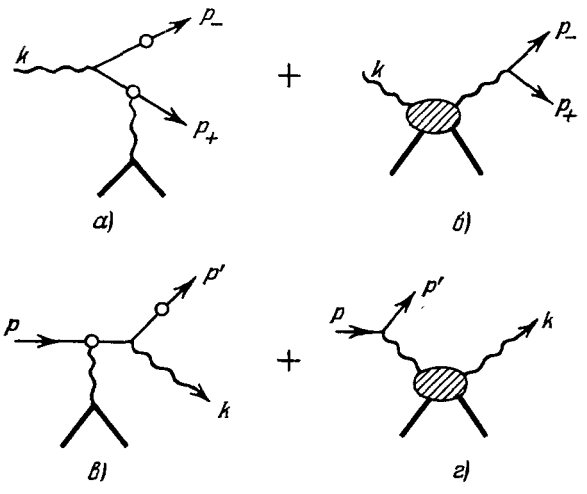

Рис. 5. Бете-гайтлеровские диаграммы фоторождения пары на ядре (*а*) и тормозного излучения на ядре (*в*), а также виртуальные комптоновские амплитуды фоторождения пары (*б*) и тормозного излучения (*г*).

чего может быть достигнута большая передача импульса и энергии. Адронная структура, которая должна быть здесь учтена, может быть полностью сведена к двум инвариантным электромагнитным формфакторам, параметры которых находятся из экспериментов по рассеянию электронов.

Чтобы с бете-гайтлеровской амплитудой рождения пары не интерферировала амплитуда виртуального комптон-эффекта (рис. 5, *б* и *г*), необходимо выбирать симметричную кинематику. При таком выборе сечение не меняется при перестановке электрона и позитрона. Поэтому интерференция зарядовонечетного состояния пары e^+e^-, образованной одним фотоном в виртуальном комптон-эффекте, с зарядовочетным состоянием, возникающим в процессе Бете—Гайтлера (пара взаимодействует сразу с двумя фотонами), обращается в нуль. Небольшая поправка к сечению, возникающая из-за виртуального комптоновского процесса, может быть сведена, таким образом, к поправке второго порядка, т. е. при соответствующим образом подобранной кинематике ею можно пренебречь. Наоборот,при выборе сильно асимметричных кинематических условий вклад виртуальной комптоновской амплитуды может быть сделан большим и измерен.

За прошедшие годы было проведено несколько новых измерений рождения пар и тормозного излучения мюонов и электронов. Все они в пределах экспериментальных ошибок хорошо согласуются с теорией.

Сюда относится симметричное [10] и несимметричное [11] рождение широкоугольной электронной пары на углероде, выполненное на Кембриджском электронном ускорителе (CEA), и рождение широкоугольной электронной пары на водороде, выполненное в Дэазбери [12]. Полное сечение Бете — Гайтлера теперь проверено [13] с точностью до 1% вплоть до энергии $K \sim$ $\sim$ 3,6 *Гэв*.

Таблица I

Эксперимент	Литература	Параметризация	95%-ный уровень достоверности
$e^- + e^- \to e^- + e^-$, $s^{1/2} = m_{e-e-} \sim 1110$ *Мэв*/c^2	[3](Стэнфорд — Принстон, 1968)	$F(q^2) = [1 - (q^2/K^2)]^{-1}$ $F(q^2) = [1 + (q^2/K^2)]^{-1}$	$K > 2{,}4$ *Гэв*/c^2 $K > 4{,}0$
$e^+ + e^- \to e^+ + e^-$, $s^{1/2} = m_{e+e-} \sim 1020$ *Мэв*/c^2	[14] (Орсэ, 1969)	$F(q^2) = [1 + (q^2/K^2)]^{-1}$	$K > 2{,}6$
$\gamma + C \to C + e^+ + e^-$, $m_{e+e-} \leqslant 900$ *Мэв*/c^2	[15](DESY — MIT, 1968)	$\sigma_{эксп}/\sigma_{теор} = 1 + (m^4/\Lambda^4)$	$\Lambda > 1{,}4$
$\gamma + C \to C + e^+ + e^-$, $m_{e+e-} \leqslant 444$ *Мэв*/c^2	[10](Гарвард, 1969)	$\sigma_{эксп}/\sigma_{теор} = 1 + (m^4/\Lambda^4)$	$\Lambda > 0{,}8$
$\gamma + p \to p + e^+ + e^-$, $m_{e+e-} \leqslant 490$ *Мэв*/c^2	[12](Дэазбери, 1969) (см. также [16] (MIT) и [17] (Корнелл))	$\sigma_{эксп}/\sigma_{теор} = 1 + (m^4/\Lambda^4)$	$\Lambda > 0{,}7$
$\gamma + C \to C + \mu^+ + \mu^-$, $m_{\mu+\mu-} \leqslant 1225$ *Мэв*/c^2	[18](Корнелл, 1969) (см. также [19](Норсистерн) и [20](Стэнфорд))	$\sigma_{эксп}/\sigma_{теор} = 1 - (m^4/\Lambda^4)$	$\Lambda > 1{,}5$
$e^- + C \to e^- + C + \gamma$, $m_{e\gamma} \leqslant 1030$ *Мэв*/c^2	[21](Корнелл, 1969)	$\sigma_{эксп}/\sigma_{теор} = 1 + (m^4/\Lambda^4)$	$\Lambda > 1{,}5$
$\mu + C \to \mu + C + \gamma$, $m_{\mu\gamma} \leqslant 650$ *Мэв*/c^2	[22](Гарвард — Кэйз — Мак-Гилл) (см. также [23] (Фраскати))	$\sigma_{эксп}/\sigma_{теор} = 1 + (m^4/\Lambda^4)$	$\Lambda > 0{,}7$

Результаты всех последних экспериментов в области высоких энергий по проверке КЭД представлены в табл. I. Хотя метод параметризации искомого нарушения в теории является довольно произвольным, тем не менее, как показал Кроль [8], любая разумная модификация амплитуды рождения пар и тормозного излучения должна зависеть от второй или более высокой четной степени квадрата импульса фермиона вне массовой оболочки. Поэтому все приведенные результаты можно параметризовать следующим образом:

$$\sigma_{эксп}/\sigma_{теор} = 1 \pm (m^4/\Lambda^4), \tag{4}$$

где m равно m_{e+e-}, $m_{e\gamma}$ и т. д., т. е. соответствующей инвариантной массе конечного состояния. В случае симметричного рождения пары m^2_{e+e-} равно двум массам внемассового фермиона, возведенным в квадрат. Предел обрезания в табл. I [24] приводится на уровне достоверности 95% без учета систематических ошибок. Знак поправки берется такой, который дает минимум величины Λ.

Следует добавить еще результат Корнелльской группы [18], которая произвела измерение неупругого фоторождения на углероде мюонной пары с инвариантной массой пары между 1,3 и 2,1 *Гэв*. Их результат соответствует $\Lambda > 2{,}3$ *Гэв* с достоверностью 95% при модификации вида (2).

г) «Трезубцы» — электророждение пар лептонами. Проверять КЭД на малых расстояниях можно также с помощью процесса рождения электронных и мюонных пар лептонами, как показано на рис. 6 (четыре фейнмановские диаграммы получаются путем перенесения ядерного фотона на каждый из светлых кружков, в случае тождественных частиц необходимо также включить четыре дополнительные обменные диаграммы). Рождение пар при этом происходит на виртуальном фотоне, а не на реальном, как это имеет место в процессах Бете — Гайтлера. Пока что эти измерения послужили главным образом для уточнения картины взаимодействия между фотоном и протоном, а не для

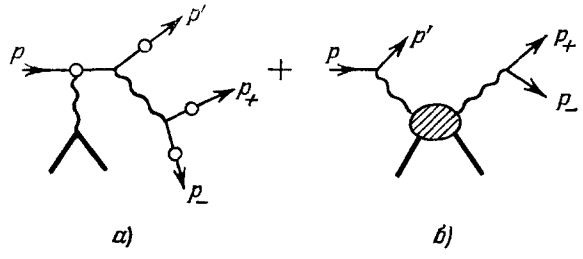

Рис. 6. Борновские диаграммы триплетного электророждения на ядре (*а*) и виртуальная комптоновская амплитуда триплетного электророждения (*б*).

проверки КЭД. Примером тому является сообщение группы СЕА [25] об измерении триплетного сечения рождения электроном мюонной пары на углероде. В сообщении указывалось, что согласия с теорией можно достичь только в том случае, если допустить возможность интерференции виртуальной комптоновской (рис. 6, *б*) и бете-гайтлеровской амплитуд. Результаты хорошо согласовывались с общепринятой феноменологической моделью для комптоновской амплитуды, по которой происходит сначала дифракционное рождение ρ-мезона, который затем распадается в мюонную пару. Прибавление к фотонной линии тяжелого фотона со знаком плюс или минус приводит к ограничениям $\Lambda > 1{,}26$ *Гэв* и $\Lambda > 0{,}75$ *Гэв* соответственно. Однако результаты зависят от выбора модели для комптоновской амплитуды.

В мюонных трезубцах, т. е. в случае рождения мюоном мюонной пары, имеется возможность непосредственно проверить статистику мюонов. Эксперимент с мюонным триплетом был поставлен в Брукхейвене. Мюоны в падающем пучке имели энергию 11 *Гэв*, а в качестве мишени служил свинец. Анализ эксперимента [26] показывает, что наблюдавшееся число событий ($89 \pm 9{,}5$) хорошо согласуется с теоретическим предсказанием (82 ± 2) для той геометрии, которая имела место в опыте. Этот эксперимент был достаточно чувствительным, чтобы заметить интерференцию прямой и обменной диаграмм: если бы интерференция была, то число событий согласно теории было бы равно 113.

Было показано, что сечение рождения имеет провал в области, где инвариантная масса пары одинаково заряженных мюонов мала. Уменьшение сечения при малой инвариантной массе пары ферми-дираковских частиц должно происходить потому, что два тождественных мюона имеют в этом случае одинаковые направления движения и энергию, а значит, и одинаковые волновые функции. Таким образом, было подтверждено, что мюоны действительно являются фермионами.

В этом эксперименте обработка результатов производилась с помощью первых борновских диаграмм КЭД, и никаких нарушений при переданных импульсах порядка нуклонной массы обнаружено не было. На рис. 7 приведены данные для всех видов модификации пропагаторов типа (1) и (4). Были проверены все комбинации виртуальных электронных, мюонных и фотонных пропагаторов и вершин, а возможные пределы обрезания были отодвинуты к 1 *Гэв* и выше. Мы закончим этот раздел обзором результатов по исследованию универсальности электрона и мюона.

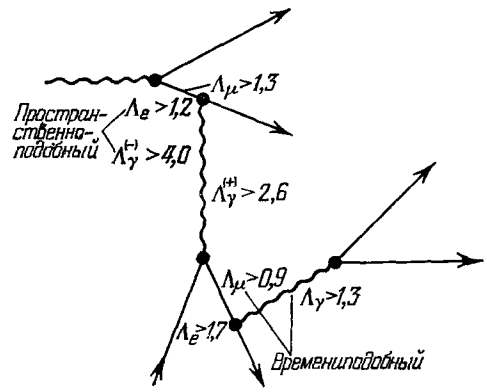

Рис. 7. Сводка результатов измерений (уровень достоверности 95%) всевозможных модификаций фотонного и лептонного пространственноподобного и времениподобного пропагаторов (числа даны в *Гэв*) (см. табл. I и текст).

д) Универсальность электрона и мюона. Чем электрон по существу отличается от мюона, не известно до сих пор. Известно только, что они сильно разнятся массами и взаимодействуют со своими индивидуальными нейтрино. Как следует из вышесказанного, эксперименты по рождению пар, разлетающихся на большие углы, тормозному излучению и эксперименты с трезубцами подтвердили справедливость КЭД и для мюонов, и для электронов. Это означает, что их поведение при больших пространственноподобных и времениподобных импульсах одинаково. Что же в таком случае означает сильное различие их по массе? Может быть, различие масс означает различие структур, или, что у мюона есть некоторое особое взаимодействие, которого нет у электрона, или наоборот? Эксперименты с большими переданными q^2, рассмотренные выше, не дают никакого ответа на поставленные вопросы. Можем ли мы проверить универсальность взаимодействия электронов и мюонов в каких-либо иных экспериментах?

Обнаружить различие структур мюона и электрона наиболее непосредственно можно путем измерения отношения их сечений рассеяния. Это справедливо по отношению как к упругому, так и к неупругому рассеянию на протонах и легких ядрах при высоких энергиях, когда выполняется первое борновское приближение и поправки на конечность мюонной массы малы.

Наиболее тщательная проверка отношений упругих сечений рассеяния $\mu - p$ и $e - p$ была недавно проведена в Брукхейвене [27]. Отношение оказалось не зависящим от q^2 во всем диапазоне $0{,}15 < |q^2| < 0{,}9$ $(Гэв/с)^2$. Измерения проводились как с отрицательными мюонами с импульсами вплоть до 17 *Гэв/с*, так и с положительными мюонами с импульсами вплоть до 11 *Гэв/с*. Хотя отношение сечений и не зависит от q^2, тем не менее сечения $\mu - p$-рассеяния оказываются на 8% меньше сечений $e - p$-рассеяния.

Авторам не удалось объяснить причину этого различия. Основные экспериментальные погрешности носят систематический характер: 4% из-за неопределенности величины сечения, связанной с неточностью определения q^2, и 2% из-за неопределенности в нормировке. Отвлекаясь от возможных нормировочных ошибок и представляя отношение сечений

в терминах отношения вершинных формфакторов электрона и мюона

$$G_\mu(q^2)/G_e(q^2) = 1/[1 + q^2(\Lambda_\mu^{-2} - \Lambda_e^{-2})],$$

с достоверностью 95% получаем

$$\Lambda^{-2} \equiv |\Lambda_\mu^{-2} - \Lambda_e^{-2}| = (2{,}26\ \textit{Гэв/с})^{-2};$$

соответственно разность средних квадратов радиусов можно оценить величиной *) $\Delta\langle r^2\rangle = 6\hbar/\Lambda^2 \sim (2{,}1\cdot 10^{-14}\ \textit{см})^2$.

Универсальность электрона и мюона можно проверить и по отношению к их взаимодействию с времениподобными фотонами, если измерить отношение вероятностей распада векторных мезонов на пары e^+e^- и $\mu^+\mu^-$. Сопоставление данных, получаемых на встречных пучках и в экспериментах по фоторождению, следует производить с осторожностью, так как имеются сложности, связанные с интерференцией $\rho\omega$ и $\rho\omega\varphi$ и с различием определения резонансных спектров [28]. Ниже приведены все известные результаты, относящиеся к указанным парциальным ширинам.

Доля распада ρ-мезона на пару $\mu^+\mu^-$ составляет [26, 28]

$$\Gamma(\rho \to \mu^+\mu^-)/\Gamma(\rho \to \text{все}) = (7{,}9 \pm 2{,}0)\cdot 10^{-5},$$

а на пару [29] e^+e^- **)

$$\Gamma(\rho \to e^+e^-)/\Gamma(\rho \to \text{все}) = (6{,}5 \pm 1{,}4)\cdot 10^{-5}.$$

Эти результаты следуют из экспериментов по фоторождению. Эксперименты со встречными пучками дают в среднем [30, 31]

$$\Gamma(\rho \to e^+e^-)/\Gamma(\rho \to \text{все}) = (5{,}9 \pm 0{,}7)\cdot 10^{-5}.$$

Предварительные результаты относительно распадов фоторожденных φ-мезонов на мюонные пары приводились в сообщениях групп из Норсистерна [28] и Корнелла [18]:

$$\frac{\Gamma(\varphi \to \mu^+\mu^-)}{\Gamma(\varphi \to \text{все})} = \begin{cases} (2{,}34 \pm 1{,}01)\cdot 10^{-4} & \text{(Норсистерн),} \\ (2{,}1 \pm 0{,}3)\cdot 10^{-4} & \text{(Корнелл; указана только} \\ & \text{предварительная статистическая ошибка).} \end{cases}$$

Эти результаты можно сравнить с парциальной шириной распада на e^+e^-, полученной группой DESY—MIT [32] в экспериментах по фоторождению φ-мезонов:

$$\Gamma(\varphi \to e^+e^-)/\Gamma(\varphi \to \text{все}) = (2{,}9 \pm 0{,}8)\cdot 10^{-4},$$

и с измерениями на встречных пучках, проведенными в Орсэ [5, 14]:

$$\Gamma(\varphi - e^+e^-)/\Gamma(\varphi - \text{все}) = (3{,}73 \pm 0{,}25)\cdot 10^{-4}.$$

Совершенно очевидно, что эксперименты в этом направлении следует продолжать, причем желательно одновременно измерять парциальные моды распада и на e^+e^- и на $\mu^+\mu^-$.

Подводя итог, мы можем сказать, что все попытки обнаружить необычные взаимодействия мюона или электрона пока оказались безрезультатными. Следуя Лоу [33, 34], можно предположить, что электроны посредством сохраняющегося тока, связанного с магнитным моментом, взаимодействуют с тяжелыми лептонами. Однако поиски тяжелых лептонов в

*) Проверка универсальности мюона и электрона производилась еще и по глубоко неупругому процессу взаимодействия с протоном [164]. Если отношение формфактора мюона к формфактору электрона представить в виде $F = [1 + (|q^2|/\Lambda^2)]^{-1}$, то с достоверностью 97,7% Λ оказывается больше 4,1 *Гэв/с*. (*Прим. перев.*)

**) Наилучшая величина найдена из π- и K-рождения [29]:

$$\Gamma(\rho \to \mu^+\mu^-)/\Gamma(\rho \to \text{все}) = (5{,}6 \pm 1{,}1)\cdot 10^{-5}.$$

в реакции $e + p \to e + p \to e + \gamma + p$ в диапазоне масс m^* от 100 до 1300 *Мэв* ни к чему не привели [35]. Это, разумеется, согласуется с результатами экспериментов по рождению широкоугольных пар и по тормозному излучению, в которых не было обнаружено отклонения от предсказания существующей теории. Для мюона получены новые довольно жесткие пределы относительно сохранения мюонов, аналогичного сохранению электронов. Так, например, установлен предел относительно радиационного перехода мюона в электрон [36]:

$$\Gamma(\mu \to e\gamma)/\Gamma(\mu \to e\nu\bar{\nu}) < 0{,}6 \cdot 10^{-8}.$$

Если бы закон сохранения был мультипликативным, то была бы возможна реакция $e^-e^- \to \mu^-\mu^-$. Верхний предел для сечения этой реакции был установлен на Стэнфордском накопительном кольце [37]: $\sigma < 0{,}67 \cdot 10^{-32}$ *см*^{2} (95%-ная достоверность).

3. ПРОВЕРКА КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ С ПОМОЩЬЮ ЭКСПЕРИМЕНТОВ В ОБЛАСТИ НИЗКИХ ЭНЕРГИЙ

а) Постоянная тонкой структуры. Хотя эксперименты с большой передачей импульса и важны для выявления новых типов взаимодействия или структуры на малых расстояниях, тем не менее они не могут исчерпать всей проверки КЭД, ибо, как мы видели, они оказываются чувствительными только к борновским диаграммам. Исследование радиационных поправок требует чрезвычайно прецизионных измерений тонкой и сверхтонкой структуры атома, а также аномальных моментов электрона и мюона. Измерение лэмбовского сдвига позволяет уловить динамические эффекты КЭД четвертого порядка по теории возмущений и релятивистские поправки на эффект отдачи ядра, возникающие при ковариантном описании связанного состояния атома водорода. Измерения магнитного момента электрона находятся на грани того, чтобы ухватить шестой порядок теории возмущений. Более того, на уровне точности, достигнутом в измерении мюонного g — 2-фактора, уже можно пытаться обнаружить в чистой электродинамической системе чрезвычайно интересный вклад сильного и слабого взаимодействий в поляризацию вакуума. Например, из измерения мюонного момента можно извлечь пределы на сечение аннигиляции пары e^+e^- в полный спектр адронов. Помимо этого, пользуясь фантастически высокой точностью при измерении сверхтонкого расщепления основного состояния атома водорода, можно извлечь информацию и о поляризуемости самого протона.

Кроме всего прочего, проверки в атомной физике преследуют и чисто эстетическую цель; атом водорода представляет собой наиболее фундаментальную систему из двух частиц и, возможно, наиболее важный инструмент для физических исследований. Поэтому даже спустя почти 60 лет со времени создания боровской теории чрезвычайно заманчиво рассчитать свойства атома водорода с максимально возможной точностью.

В настоящее время можно подвести итоги успехам, достигнутым в прецизионных измерениях, так как никаких явных разногласий между теорией и экспериментом теперь не осталось. Получено много новых экспериментальных данных, относящихся к уровням атома водорода.

Тэйлором, Паркером и Лангенбергом [38] был произведен общий анализ фундаментальных постоянных, что позволило установить к 1970 г. новую прецизионную систему величин. Значение постоянной тонкой структуры $\alpha = e^2/4\pi\hbar c$, от которой зависят многие прецизионные эксперименты по проверке КЭД, впервые удалось определить с высокой степенью точности в эксперименте, не зависящем от предпосылок, заложенных самой

КЭД. Наиболее точное значение получается из выражения

$$\alpha^{-2} = (1/4\mathrm{Ry}_\infty)\gamma_p'^{-1}\,(\mu_{p'}/\mu_\mathrm{Б})\,(2e/h)\,c\Omega_{\text{абс}}/\Omega_{\text{НБС}}, \qquad (5)$$

куда входят величины, взятые из самых разнообразных областей: Ry_∞ — постоянная Ридберга, γ_p' — гиромагнитное отношение протона в воде, $\mu_p'/\mu_\mathrm{Б}$ — магнитный момент протона (в воде) в единицах электронного магнетона Бора и $c\Omega_{\text{абс}}/\Omega_{\text{НБС}}$ *)— отношение абсолютного ома к стандартному (для измерения стандартного напряжения требуется именно стандартный ом). Все величины, входящие в (5), известны с относительной точностью (1 — 2) : 10^6. Исключение составляет $2e/h$, которое было определено с помощью эффекта Джозефсона в сверхпроводниках с точностью лучше 1 : 10^6 Паркером, Тэйлором и Лангенбергом [39] и позднее в работе Финнегана, Денеистейна и Лангенберга [40] **).

После обработки методом наименьших квадратов Тэйлор и др.[38] получили результат ***)

$$\alpha^{-1} = 137{,}03608 \pm 0{,}00026 \text{ (точность } 1{,}9 : 10^6). \qquad (6)$$

Как ясно из (6), эта величина никак не опирается на какие бы то ни было измерения, зависящие от КЭД ****). Получив в свое распоряжение новое и наиболее точное значение α, мы оказались обладателями всех констант, определенных с достаточно хорошей точностью, чтобы производить критичную и недвусмысленную проверку теории *****).

Работа Тэйлора и др. [38], кроме результата (6), содержит еще полный тщательный пересмотр точностей, достигнутых в экспериментах в атомной физике, проведенных с целью проверки КЭД. Авторы предложили критерии для вычисления одной стандартной ошибки при различных измерениях энергетических уровней, которые исходят из статистических и систематических погрешностей. С помощью этих критериев сравнение теории с экспериментом можно производить, не прибегая к расплывчатому

---

*) НБС — Национальное бюро стандартов США. (*Прим. перев.*)

**) Наиболее убедительное свидетельство в пользу того, что соотношение Джозефсона между частотой и напряжением $2eV = h\nu$ является точным, было получено Кларком [41], который с помощью чувствительного дифференциального метода сравнил напряжения индуцированных ступенек на джозефсоновских переходах, изготовленных из различных материалов (Sn, Pb, In), но находящихся в одном и том же радиочастотном поле. Было найдено, что напряжение ступенек одно и то же с точностью до $1{:}10^8$ для всех материалов. Так как соотношение Джозефсона выводится из самых общих квантовомеханических соображений (ясный физический вывод можно найти в лекциях Фейнмана [42]) и так как результат не зависит от макроскопических параметров, не доверять новому значению e/h с улучшенной на порядок точностью по сравнению с предыдущими измерениями довольно трудно. Недавно, однако, было показано [43], что при точности $1{:}10^{10}$ необходимо принимать в расчет поляризацию вакуума, которая пропорциональна плотности электронов в сверхпроводнике.

***) Авторы работы [40] непрерывно совершенствуют методику своего эксперимента. В последней опубликованной работе [165] они приводят результат измерения $2e/h$ с относительной точностью $12{:}10^8$. При пересчете к постоянной тонкой структуры получается значение $\alpha^{-1} = 137{,}03611 \pm 0{,}00021$ $(1{,}5{:}10^6)$. Величина α оказывается не очень чувствительной к точности, достигнутой в измерении $2e/h$, потому что точность других величин, входящих в выражение (5), оказывается значительно ниже (*Прим. перев.*)

****) Имеется интересная попытка Уайлера [166] вывести точную формулу для вычисления постоянной α чисто дедуктивным путем, исходя из групповых соображений и релятивистского волнового уравнения. Согласно его расчетам $\alpha = (9/8\pi^4)\,(\pi^5/2^4 5!)^{1/4} = 1/137{,}03608$. Однако этот результат подвергся критике [167]. (*Прим. перев.*)

*****) Исключение, можно надеяться временное, составляет магнитный момент мюона или его масса, которая входит в сверхтонкое расщепление мюония. Этот вопрос будет рассмотрен ниже в этой главе.

и непоследовательному понятию «пределы погрешности». В этом обзоре мы будем придерживаться определения одного стандартного отклонения, данного Тэйлором и др. В большинстве случаев это отклонение составляет две трети «предела погрешности», принимаемого экспериментаторами.

б) Аномальный магнитный момент электрона. Наиболее непосредственно КЭД проверяется при измерении аномального магнитного момента $a_e = (g - 2)/2$ электрона. Эта величина по сей день является величайшим триумфом теоретической физики. Благодаря тому замечательному факту, что при движении в статическом и однородном магнитном поле угол между направлениями спина и импульса частицы со спином 1/2 и единичным магнитным моментом (т. е. при g, равном точно двум) сохраняется, g-фактор удалось измерить с точностью до нескольких единиц 10^{-9}. Величина $g - 2$ находится из прецессии спина относительно импульса, которая измеряется по моттовскому рассеянию электрона на фольге.

В эксперименте Уилкинсона и Крэйна [44] пучок поляризованных электронов захватывался соленоидальным магнитным полем между магнитными зеркалами. Окончательный результат, полученный из мичиганских данных, составляет

$$a_{e^-}^{\text{эксп}} = 0{,}001159549\ (30). \tag{7}$$

Здесь уже учтены поправки Рича [45] при расчете среднего поля B и релятивистские поправки Генри и Сильвера [46] на неперпендикулярность плоскости орбиты электрона к полю B.

Измерение магнитного момента позитрона Гиллелэндом и Ричем [47], произведенное аналогичным методом, дало результат

$$a_{e^+}^{\text{эксп}} = 0{,}001160200\ (1100).$$

Этим результатом подтверждается справедливость с точностью до $1 : 10^6$ утверждения CPT-теоремы о равенстве g-факторов электрона и позитрона.

Недавно Уэсли и Рич [48] произвели новое измерение a_{e^-} и получили результат, существенно отличающийся от (7):

$$a_{e^-}^{\text{эксп}} = 0{,}001159646\ (7) \tag{8}$$

Как мы видим, новый результат хорошо согласуется с теоретическими расчетами, выполненными на сегодняшний день.

В Бонне [49] и в Вашингтонском университете [50] разработан новый чрезвычайно перспективный радиочастотный резонансный метод для измерения a_e. На электроны, движущиеся по окружности (с поляризацией, параллельной B), действуют возмущающим полем с частотой $\omega_{\text{спин}} = g\,(e/2mc)\,B$. В результате происходит опрокидывание спина и деполяризация. Опрокидывание спина происходит также и тогда, когда частота приложенного поля равна $\omega_a = a_e\,(e/mc)\,B$, поскольку в этом случае эффективная частота, действующая на электрон в его системе покоя, складывается из частоты ω_a и циклотронной частоты $\omega_c = (e/mc)\,B$, сумма же этих частот опять дает деполяризующую частоту $\omega_{\text{спин}}$. Зная резонансные частоты ω_a и ω_c, можно определить a_e. Результат, сообщенный боннской группой [49], равен

$$a_{e^-}^{\text{эксп}} = 0{,}001159660\ (300).$$

Стандартную ошибку предполагается в дальнейшем значительно уменьшить.

в) Аномальный магнитный момент (теория). Как и в случае любой частицы со спином 1/2, взаимодействие электрона с электромагнитным полем полностью описывается формфакторами Дирака и Паули, определяемыми как матричные элементы тока:

$$\bar{e}u\,(p+q)\,[\gamma_\mu\,F_1\,(q^2)+(i\sigma_{\mu\nu}\,q^\nu/2m)\,F_2\,(q^2)]\,u\,(p). \qquad (9)$$

Это взаимодействие имеет самый общий вид, который удовлетворяет условиям сохранения тока и четности [51]. Если внешнее поле является магнитостатическим, то выражение (9) сводится к обычным электронным ларморовскому и спиновому взаимодействиям $(e/2m)$ **LM** и $(e/2m)\,g$**SH**, где $eF_1\,(0)=e$ равен заряду электрона, а $2\,(1+a)=2\,[1+F_2\,(0)]$ — полный g-фактор. Пространственное распределение заряда и магнитного момента определяется поведением F_1 и F_2 при $q^2\neq 0$. Наличие пространственного распределения приводит к изменению кулоновского и сверхтонкого взаимодействий в атоме водорода. Именно это и проверяется в экспериментах по измерению смещений уровней, которые будут обсуждаться в следующих главах *). Формфакторы определяются КЭД полностью. Их вычисление производится на основе точечного, чисто дираковского взаимодействия и путем применения теории возмущений и перенормировок, развитых Фейнманом, Швингером и другими (см. [1]).

Согласно современным теоретическим расчетам магнитный момент электрона равен **)

$$F_2\,(0)_e=a_e^{\text{теор}}=0{,}5\,(\alpha/\pi)-0{,}32848\,(\alpha^2/\pi^2)+0{,}55\,(\alpha^3/\pi^3).$$

Первый член представляет собой знаменитый результат, полученный Швингером в 1949 г. [53]. Радиационные поправки четвертого порядка были вычислены Карплусом и Кролем [54] (ими впервые было показано, что перенормировка в четвертом порядке теории возмущений является последовательной процедурой). Позднее их вычисления были поправлены Соммерфилдом [55] и Питерманом [56]. В компактном методе Соммерфилда, по-видимому, наиболее удобном для вычислений в более высоких порядках, сначала в представлении Фарри производится расчет поправки четвертого порядка к собственной энергии электрона в связанном состоянии, а затем находится поправка первого порядка, возникающая при включении магнитного поля. Не так давно поправка четвертого порядка была также рассчитана на основе дисперсионной теории Терентьевым [57].

Коэффициент перед членом шестого порядка состоит из: а) вклада (0,13), оцененного Дреллом, Пэйджелсом [58] и Парсонсом [59] с помощью дисперсионной теории и обусловленного трехфотонными радиационными поправками, б)вклада (0,055), вычисленного Миньяко и Ремидди [60] и обусловленного поправками четвертого порядка к поляризации вакуума, и в) вклада (0,36 $\pm$ 0,04), найденного численно Олдинсом и др. [61] и обусловленного диаграммами фотонного рассеяния. (Поправки порядка α^3/π^3, возникающие за счет диаграмм поляризации вакуума второго порядка в вершинах четвертого порядка, пока еще никем не были вычислены ***).)

Точный расчет радиационных поправок шестого порядка к лептонной вершине представляет собой чрезвычайно громоздкую задачу. Здесь имеются две основные проблемы: 1) как произвести фейнмановскую параметризацию диаграммы, состоящей из трех замкнутых петель, и 2) как

*) Определению асимптотического поведения формфакторов при $q^2\to\infty$ посвящено много теоретических работ. Обзор этих работ можно найти у Эпплквиста и Примака [52].

**) В настоящее время] теоретический результат для $a_e^{\text{теор}}$ представляется в виде [168] $a_e^{\text{теор}}=0{,}5\,(\alpha/\pi)-0{,}328479\,(\alpha/\pi)^2+(1{,}46\pm 0{,}25)\,(\alpha/\pi)^3$. (*Прим. перев.*)

***) В настоящее время расчет поправок порядка $(\alpha\pi)^3$ завершен [169]. (*Прим. перев.*)

произвести интегрирование в получающемся многомерном интеграле. При вычислении вклада фотон-фотонного рассеяния Олдинс и др. [61] всю шпуровую алгебру и все подстановки, связанные с выполнением первого шага, производили автоматически с помощью алгебраической вычислительной программы, написанной Хирном [62]. Получающийся семимерный интеграл находился далее численно с помощью программы, которая при последовательных итерациях улучшала римановскую сетку интегрирования методами выборки случайных чисел. Подобные же вычисления для трехфотонной поправки к электронной вершине значительно сложнее, но в принципе выполнимы.

Оценки Дрелла и др. [58, 59], хотя и не устраняют необходимость полного вычисления поправок шестого порядка к магнитному моменту, тем не менее довольно убедительно показывают, что трехфотонные поправки вносят в конечный результат численно малую и положительную величину.

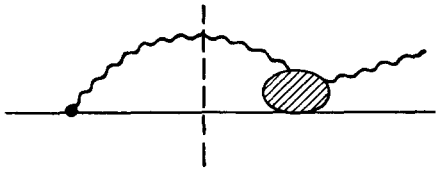

Рис. 8. Вклад двухчастичного промежуточного состояния в лептонную вершину с точки зрения дисперсионных соотношений по лептонной массе.

В их методе a_e рассчитывается исходя из «побочных» дисперсионных соотношений по массе одной из лептонных линий, входящих в электромагнитную вершину, и в приближении, что абсорптивная часть доминируется порогом промежуточного состояния, содержащего, как показано на рис. 8, электрон и один фотон. Требуемая комптоновская амплитуда в пороговой области строго определяется с помощью низкоэнергетической теоремы, которая в свою очередь снова привлекает аномальный момент. Самосогласованное решение для a_e приводит к хорошему результату во втором и в четвертом порядках для электронного и мюонного моментов и дает вклад, приблизительно равный $0{,}13\alpha^3/\pi^3$, в член шестого порядка. Основная неопределенность в оценке члена шестого порядка происходит из-за пренебрежения вкладом многочастичного разреза в абсорптивные амплитуды, хотя, как показал Парсонс [59], они не дают вклада в предельное пороговое поведение.

Для сравнения теории с экспериментом результат Уилкинсона — Крэйна — Рича (7) удобнее всего представить в виде ($\alpha^{-1} = 137{,}03608\ (26)$)

$$a_{e^-}^{\text{эксп}} = 0{,}5\ (\alpha/\pi) - 0{,}3285\ (\alpha/\pi)^2 - (7{,}0 \pm 2{,}4)\ (\alpha/\pi)^3.$$

С другой стороны, новый результат (8) Уэсли и Рича таков [48]:

$$a_{e^-}^{\text{эксп}} = 0{,}5\ (\alpha/\pi) - 0{,}3285\ (\alpha/\pi)^2 + (0{,}54 \pm 0{,}55)\ (\alpha/\pi)^3.$$

Знак и величина коэффициента при члене шестого порядка хорошо согласуются с современными теоретическими предсказаниями *). Однако, чтобы утверждать справедливость КЭД вплоть до шестого порядка теории возмущений, необходимо улучшить как эксперимент, так и теоретические вычисления. Тем не менее, согласие теории и эксперимента относительно величины полного момента $g = 2\ (1 + a)$ вплоть до восьмой (а возможно, и девятой) значащей цифры само по себе представляет замечательный факт.

*) Имеется несколько более уточненный результат Уэсли и Рича [168], который для сопоставления с теорией (см. второе примечание к стр. 73) удобно представить в виде $a_e^{\text{эксп}} = 0{,}0011596577\ (35) = {}^1/_2\ (\alpha/\pi) - 0{,}328479\ (\alpha/\pi)^2 + (1{,}68 \pm 0{,}33)\ (\alpha/\pi)^3$. (*Прим. перев.*)

г) Аномальный магнитный момент мюона (эксперимент). В течение последних нескольких лет измерение магнитного момента мюона производилось со все большей и большей точностью в ЦЕРН [63]. Идея эксперимента — та же самая, что и в электронных измерениях Уилкинсона — Крэйна, но мюоны рождаются полностью поляризованными (в распаде $\pi \to \mu + \nu$), и конечная поляризация определяется через асимметрию распада $\mu \to e + 2\nu$ (максимум приходится

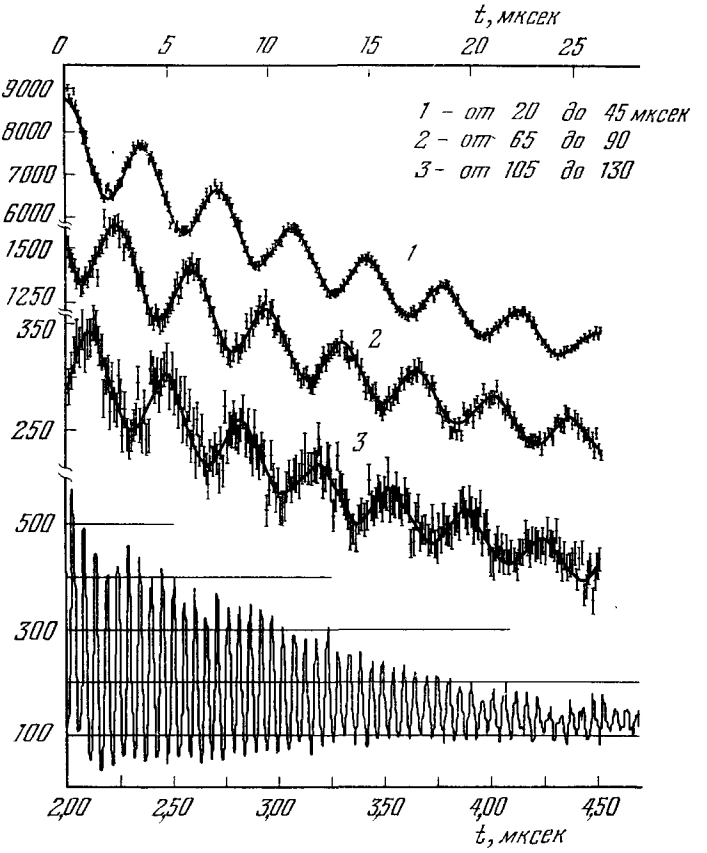

Рис. 9. Скорость счета электронов распада в зависимости от времени.

на направление, параллельное спину мюона). Эксперимент производился на мюонах с энергией около 1,2 *Гэв*. Благодаря релятивистскому удлинению времени их время жизни равнялось не 2,2 *мксек*, а 27 *мксек*; одновременно увеличивалось и число доступных для изучения циклов аномальной прецессии. В эксперименте поляризованные мюоны впрыскивались и хранились в пятиметровом накопительном кольце. Скорость счета электронов распада вперед обнаруживала модуляцию с частотой прецессии $\omega_a = a_\mu (e/m) B$, обусловленной разностью $g - 2$ (рис. 9, где внизу кривая изменяется с частотой вращения мюона, а вверху видно дополнительное изменение, связанное с процессией, обусловленной аномальным g — 2-фактором [63]). Самый последний результат [63, 64], справедливый как для μ^+, так и для μ^-, таков:

$$a_\mu^{\text{эксп}} = 0{,}00116616\ (31)\ (1\sigma). \qquad (10)$$

Хотя экспериментальная ошибка (статистическая плюс погрешность, связанная с неопределенностью величины эффективного магнитного поля) превышает ошибку электронного эксперимента в 40 раз, тем не менее она составляет всего лишь 7% теоретического значения, вычисляемого с точностью до $(\alpha/\pi)^2$, и сравнима по величине со вкладом в мюонный магнитный момент от фотон-фотонного рассеяния.

д) Теоретическое предсказание величины a_μ. Если предположить, что электродинамические взаимодействия электрона и мюона одинаковы, то в магнитный момент мюона дают вклад те же фейнмановские диаграммы, что и для электрона. Однако добавление электронной петли в мюонную вершину дает дополнительный вклад КЭД в a_μ, усиленный множителями типа $\ln(m_\mu/m_e)$ *):

$$\Delta a_\mu \text{ (поляризация вакуума электронами)} =$$

$$= \frac{1}{3}\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2\left[\ln\frac{m_\mu}{m_e} - \frac{25}{12} + \frac{3\pi^2}{4}\frac{m_e}{m_\mu} + 3\left(3 - 4\ln\frac{m_\mu}{m_e}\right)\frac{m_e^2}{m_\mu^2} + O\left(\frac{m_e^3}{m_\mu^3}\right)\right] + (\text{см.}^{65})$$

$$+ \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3\left(\frac{2}{9}\ln^2\frac{m_\mu}{m_e} - 1{,}114\ln\frac{m_\mu}{m_e} + 2{,}44 \pm 0{,}5\right) = \quad (\text{см.}^{66\text{-}68}).$$

$$= (1{,}0943)\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + (2{,}82 \pm 0{,}5)\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 \qquad (11)$$

Соответствующий вклад мюонной петли в электронный момент $\alpha^2/(45\pi^2)$ (m_e^2/m_μ^2) пренебрежимо мал [68]. Для нескольких членов, дающих нелогарифмический вклад в поправку α^3/π^3, удалось найти только оценочные значения [67]. Указанные в (11) пределы погрешности соответствуют максимальной ошибке в оценке. Вклад электронной петли в диаграмму мюонного момента шестого порядка, содержащую поддиаграмму фотон-фотонного рассеяния, оказывается удивительно большим [61] (см. рис. 10, где пять других фейнмановских диаграмм получаются перекрещиванием линий промежуточных фотонов; аналогичная совокупность диаграмм дает вклад и в электронный магнитный момент) **):

$$\Delta a_\mu \text{ (фотон — фотон)} = (18{,}4 \pm 1{,}1)\,\alpha^3/\pi^3.$$

Это связано с наличием логарифма отношения масс

$$[(6{,}4 \pm 0{,}1)\ln(m_\mu/m_e) + \text{const}]\,\alpha^3/\pi^3, \text{ поскольку } m_\mu/m_e \gg 1.$$

Пределы погрешности отвечают неопределенностям, возникающим при численном интегрировании многомерных интегралов (пяти- и семимерного соответственно). Со включением вклада фотон-фотонного рассеяния все фейнмановские диаграммы КЭД, с помощью которых определяется разность a_μ и a_e с точностью вплоть до шестого порядка, оказываются либо вычисленными, либо достаточно точно оцененными ***).

Поправки к магнитному моменту мюона неэлектродинамического происхождения представляют сами по себе чрезвычайный интерес в теоретическом отношении. Их вклад в мюонный g-фактор значительно больше, чем в электронный, поскольку большая масса мюона означает, что про-

*) К настоящему времени расчеты вклада поляризации вакуума электронами приведены к виду [168] $\Delta a_\mu^{\text{пол}} = 1{,}09426\,(\alpha/\pi)^2 + (1{,}89 \pm 0{,}24)\,(\alpha/\pi)^3$. (*Прим. перев.*)

**) Оценки аналогичных диаграмм восьмого порядка [170] показывают, что коэффициент перед $(\alpha/\pi)^4$ может быть большим, ~ 100—200. (*Прим. перев.*)

***) К настоящему времени вычисления аномального магнитного момента мюона завершены [168]: $a_\mu - a_e = 1{,}09426\,(\alpha/\pi)^2 + (20{,}3 \pm 1{,}3)\,(\alpha/\pi)^3 = 616\,(1)\cdot 10^{-8}$. Неопределенности обусловлены главным образом вкладом адронов. (*Прим. перев.*)

верка производится с гораздо более высокими импульсами, а значит, на меньших расстояниях в замкнутых петлях фейнмановских диаграмм. В случае мюона эти импульсы оказываются сравнимыми с массами ближайших адронных состояний. Вклад адронов в a_μ (через поляризацию вакуума, включенную в вершину второго порядка) можно связать с сечением

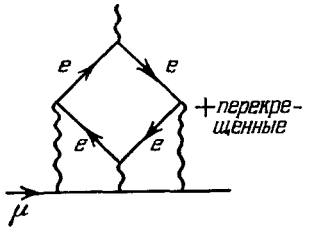

Рис. 10. Вклад фотон-фотонного рассеяния в поправку шестого порядка к магнитному моменту мюона, рассчитанный в работе [61].

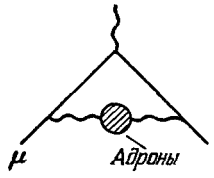

Рис. 11. Поправка к магнитному моменту мюона за счет поляризации вакуума адронами.

аннигиляции, измеряемым в эксперименте на встречных пучках (рис. 11):

$$\Delta a_\mu \text{ (адронное)} = (1/4\pi^2) \int\limits_{4m\pi^2}^{\infty} \sigma_{e^+e^-\to\text{адроны}}(s)\, G(s)\, ds, \qquad (12)$$

где

$$G(s) = \int\limits_0^1 \frac{z^2(1-z)}{z^2 + [(1-z)\, s/m_\mu^2]}\, dz.$$

Измерения в Орсэ *) сечения e^+e^- аннигиляции в области $s \sim m_\rho^2,\ m_\omega^2,\ m_\varphi^2$ приводят к величине [69] Δa_μ (адронное) $= (5{,}4 \pm 0{,}3 - 0{,}61 \pm 0{,}12 + 0{,}50 \pm 0{,}08) \cdot 10^{-8} = (6{,}5 \pm 0{,}5) \cdot 10^{-8}$.

Пока не будут произведены новые более точные измерения $\sigma_{e^+e^-}$ о вкладе адронных состояний в Δa_μ с массами больше массы φ-мезона, ничего определенного нельзя будет сказать [70]. Анализ, проведенный недавно Беллом и де Рафаэлем [71], показывает, что даже при описании электромагнитных взаимодействий в приближении тождества между полем и током нельзя установить каких-либо полезных ограничений на Δa_μ (адронное), если только не предполагать строгой векторной доминантности. Уравнение (12) показывает, что вклад адронов в мюонный g-фактор должен быть, грубо говоря, в m_μ^2/m_e^2 раз больше, чем в электронный.

Еще более спекулятивным является вклад слабых взаимодействий в a_μ. Если предположить существование W-бозона, то он должен изменять вершину мюона и, значит, приводить к величине [72]

$$\Delta a_\mu \text{ (слабое)} = (G_F M_N{}^2/8\pi^2 2^{1/2})\, [2\,(1 - k_W) \ln \xi + (10/3)],$$

где $G_F \approx 10^{-5}/M_N^2$ — постоянная Ферми (не зависящая от массы W), k_W — аномальный момент бозона с единичным спином, а $\xi = M^2/\Lambda^2 \to 0$ — градиентно-инвариантное обрезание, устраняющее ультрафиолетовую расходимость. Ли [73] предложил, что, если к полученному результату добавить радиационные поправки, расходимость при $\xi \to 0$ будет устранена. При этом предположении $\ln \xi$ можно заменить на $\ln \alpha$. Принимая, кроме того, что $k_W = 0$, получаем Δa_μ (слабое) $\sim -1{,}0 \cdot 10^{-8} \sim -0{,}8\,(\alpha/\pi)^3$,

*) О результатах экспериментов в Орсэ см. в работе [30].

что составляет 1/30 от имеющейся на сегодняшний день экспериментальной ошибки. Другие предположения, например подстановка граничного значения Λ^2, получаемого из условия унитарности, приводят к близкому результату. С другой стороны, поскольку эти поправки за счет слабого взаимодействия являются «диагонального» типа [74], они могут не соответствовать обычному слабому взаимодействию, и вышеприведенные оценки могут не иметь отношения к действительности.

Таким образом, в качестве теоретического значения следует принять [61]

$$a_\mu^{\text{теор}} = 0{,}5\,(\alpha/\pi) + 0{,}7658\,(\alpha/\pi)^2 + (27 \pm 3)\,(\alpha/\pi)^3 = 0{,}00116587 \quad (3).$$

Сюда не включены неопределенности, связанные с поправкой шестого порядка к a_e и с поправкой от вакуумной поляризации адронами с энергией выше $s = m_\varphi^2$, и зависящий от обрезания вклад слабого взаимодействия. Сравнение с (10) показывает, что в пределах одного стандартного отклонения теория согласуется с экспериментом:

$$a_\mu^{\text{эксп}} - a_\mu^{\text{теор}} = (29 \pm 34)\cdot 10^{-8}.$$

Это является замечательным успехом КЭД мюона. Полученное согласие позволяет при желании с 90%-ной достоверностью исключить наличие: а) фотонов с отрицательной метрикой или фотонных пропагаторов с обрезанием < 5 *Гэв*, б) векторных полей, у которых отношение константы взаимодействия с мюонами к массе f^2/m^2 превосходит $6\cdot 10^{-4}/m_\mu^2$ [75], в) тяжелых лептонов с массой меньше $30m_e$. Кроме того, современное согласие теории с экспериментом ограничивает сечение электрон-позитронной аннигиляции, проинтегрированное по всему адронному спектру, величиной [61] $\int_{s>m_\varphi^2}^{\infty} \sigma_{e^+e^-}(s)\, s^{-1}\, ds < 8{,}2$ *мбарн*, т. е. вклад всех адронов в a_μ не более чем в три или четыре раза превышает вклад ρ-мезона. Согласие теории с экспериментом по отношению к мюонному моменту имеет многочисленные следствия для различных теорий. Обзор этих следствий дан Бэйли и Пикассо [76]. Совершенно очевидно, что уменьшение экспериментальной ошибки не только позволит продолжить проверку поправок КЭД, но и ответить на ряд важнейших вопросов теории сильных и слабых взаимодействий.

е) Проверка КЭД в атомной физике. Лэмбовский сдвиг. Исторически первой проверкой КЭД было исследование уровней атома водорода — фундаментальной системы из двух тел (рис. 12). Позднее стали рассматриваться и другие водородоподобные атомы, включая позитроний и мюоний, для которых затруднения, связанные с адронной динамикой, не имеют столь большого значения, как для атома водорода *). Динамика этих атомов определяется гамильтонианом взаимодействия КЭД $\mathscr{H}_i = \bar{\psi}\gamma_\mu\psi A^\mu$ и уравнениями Максвелла и Дирака, с помощью которых формулируются правила Фейнмана в теории возмущений. Теоретической основой для расчета связанных состояний водородоподобного атома является уравнение Бете — Солпитера [76–78]. В идеальном эксперименте, в котором атомные уровни измеряются по фотопоглощению, центры линий спектра поглощения, как было показано Лоу [79], должны целиком определяться собственными значениями полного уравнения Бете — Солпитера, по крайней мере с точностью до α^3.

*) Адронные поправки к s-уровню позитрония и мюония входят через поляризацию вакуума и имеют порядок $\alpha\,(Z\alpha)^4 m_e^2/m_\pi^2$. Вклад слабого взаимодействия, аналогичный Δa_μ (слабое), имеет величину порядка радиационных поправок α^3/π^3.

На рис. 13 показаны типичные (неприводимые) диаграммы, определяющие ядро интегрального уравнения для атома водорода. Однофотонный обмен после итераций приводит к сумме всех «лестничных» диаграмм

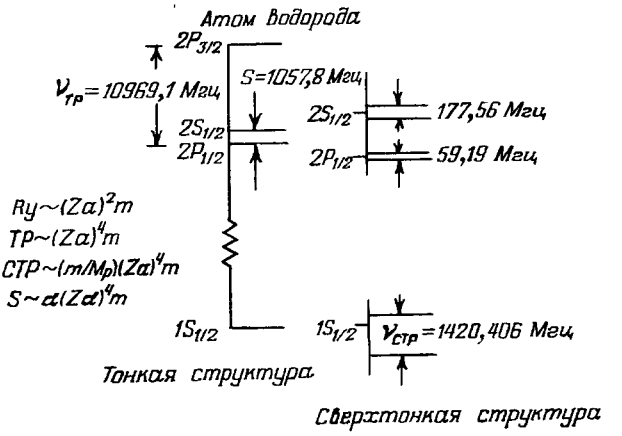

Рис. 12. Уровни атома водорода $n = 1$, $n = 2$.

электрон-протонного рассеяния. Можно показать [80], что уравнение Бете — Солпитера сводится к точному уравнению Дирака при $m_e/m_p \to 0$ в том и только в том случае, когда в число ядер включены все кросс-диаграммы.

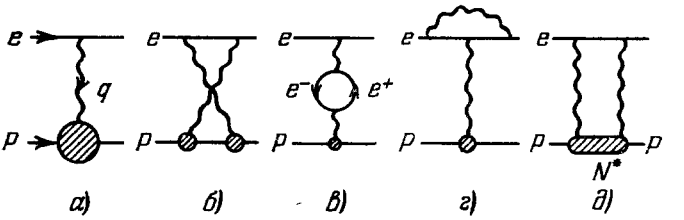

Рис. 13. Типичные неприводимые диаграммы, дающие вклад в интегральное ядро уравнения Бете — Солпитера, с помощью которого производится анализ спектра атома водорода.

Отделить доминирующую часть взаимодействия внутри атома, кулоновский потенциал — $Z\alpha/r$, от остальных электродинамических взаимодействий наиболее просто можно при калибровке излучения в системе центра масс атома. Кулоновское взаимодействие должно быть учтено во всех порядках теории возмущений и затем вычтено из фейнмановского пропагатора промежуточных фотонов. Остаток отвечает поперечному (брейтовскому) взаимодействию

$$iD_F^{\mathrm{tr}}(q)_{\mu\nu} = -i\,[g_{\mu\nu}/(q^2 + i\varepsilon)] - i\,(\delta_{\mu 0}\delta_{\nu 0}/|\,\mathbf{q}\,|^2).$$

Знаменитое вырождение $2P_{1/2}$- и $2S_{1/2}$-уровней в теории Дирака — очень тонкое явление, поскольку любая модификация кулоновского взаимодействия, включая экранирование другими (орбитальными) электронами, снимает его. Снимают вырождение и поправки к потенциалу, обусловленные отдачей ядра (неприведенная масса), конечным радиусом ядра R_N, поляризацией вакуума, а также добавками к собственной энергии связанного электрона. Последнее вносит наиболее важный вклад

в сдвиг уровней. Всевозможные члены, дающие поправки к смещению уровней, удобно классифицировать с помощью набора малых параметров α, m_e/M_N, $Z\alpha$ и $Z\alpha m_e R_N = R_N/a_0$, где $Z\alpha$ характеризует силу кулоновского взаимодействия, а R_N/a_0 есть радиус ядра в единицах радиуса Бора. Теоретическая формула для сдвига уровней $2S_{1/2} - 2P_{1/2}$ (лэмбовский сдвиг) должна иметь следующий вид (m — приведенная масса, $\hbar = c = 1$):

$$\Delta E_n\ (2S_{1/2} - 2P_{1/2}) =$$
$$= \alpha\,(Z\alpha)^4 m\,[a_1 \ln (Z\alpha) + a_0] + \alpha\,(Z\alpha)^5 m\,[b_0] +$$
$$+ \alpha\,(Z\alpha)^6\, m\,[c_2 \ln^2 (Z\alpha) + c_1 \ln (Z\alpha) + c_0] + \alpha^2\,(Z\alpha)^4\, m\,[d_0] +$$
$$+ (m/M_N)\,(Z\alpha)^5 m\,[e_1 \ln (Z\alpha) + e_0] + (Z\alpha)^4\,(mR_p)^2\,[f_0] \quad (13)$$

плюс члены седьмого и более высокого порядка по малым параметрам *). Члены a_0 имеют порядок $\alpha\,(Z\alpha)^2$ по сравнению с единицей энергии связи — постоянной Ридберга $\mathrm{Ry}_\infty = (Z\alpha)^2 m/2$.

ж) Радиационные поправки. Численно доминирующий вклад в лэмбовский сдвиг дают радиационные поправки, возникающие из-за испускания и последующего поглощения фотона связанным электроном (рис. 13, *г*). Член a_1 в выражении (13) можно вычислить нерелятивистски с помощью второго порядка теории возмущений по поперечному взаимодействию **).

$$\Delta E_n = \frac{e^2}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3k}{2k} \sum_m \sum_{\lambda=1,\ 2} \frac{\langle n \mid \mathbf{j}_e \boldsymbol{\varepsilon}_\lambda e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}_e} \mid m\rangle \langle m \mid \mathbf{j}_e \boldsymbol{\varepsilon}_\lambda e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}_e} \mid n\rangle}{E_n - E_m - k + i\varepsilon}; \quad (14)$$

именно этот результат и был получен в знаменитой работе Бете [81] в 1948 г. При включении связывающего потенциала не вся энергия ΔE_n обращается в нуль. Остающаяся часть (она получается пренебрежением $E_n - E_m$ в знаменателе) оказывается одинаковой для всех уровней, и ее можно отнести к массе свободного электрона. Остальная часть поправки ΔE_n меняется от уровня к уровню и проявляется в эксперименте как изменение расстояний между уровнями. Возможность экспериментального наблюдения этих эффектов стимулировала развитие перенормированной и ковариантной теории КЭД [1].

С физической точки зрения сдвиг (14) уровня энергии обусловливается нулевыми флуктуациями, т. е. не равными нулю среднеквадратичными значениями напряженностей электрического и магнитного полей (E и B взаимно не коммутируют и потому не являются одновременно измеримыми наблюдаемыми). Под действием этих флуктуаций электрический заряд оказывается эффективно как бы размазанным по области со среднеквадратичным радиусом [82] ***) $\langle r^2 \rangle \sim m^{-2}(Z\alpha/\pi) \ln (Z\alpha)^{-1} \sim (5 \cdot 10^{-12}\ см)^2$ при $Z = 1$. Это уменьшает действие потенциала $-Z\alpha/r$ и повышает уровень энергии s-состояний на величину $\Delta E_n \sim \alpha\,(Z\alpha)^2 \ln (Z\alpha)^{-1}$ Ry. Мнимая часть ΔE_n определяет скорость распада состояния n путем излучения одного фотона.

Собственно кулоновское взаимодействие связанного электрона в релятивистской схеме с точностью только до членов самого низшего

*) Эриксон [171] разработал метод, с помощью которого можно, не разлагая в ряд, получать результат, приближенно справедливый при всех значениях $Z\alpha$. (*Прим. перев.*)

**) В теории Дирака состояния $|m\rangle$ содержат вклад «Z-диаграмм» (два электрона плюс позитрон в связывающем потенциале), который вычитается (благодаря принципу Паули) из одноэлектронных вкладов и сводит линейную расходимость в выражении (14) к логарифмической (см. статью Вайскопфа в сборнике [1]).

***) См. по этому поводу в книге [51].

порядка (a_0 и a_1) дает [83]

$$\Delta E_n = -\frac{2\alpha}{3\pi m^2}\left\langle n\left|p\left[\ln\frac{m/2}{H_{NR}-\varepsilon_n}+\frac{11}{24}\right][\mathbf{p}e\mathbf{A}]\right|n\right\rangle + \\ +\frac{\alpha}{2\pi}\left(-\frac{e}{2m}\right)\left\langle n\left|\frac{1}{2}\sigma_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\right|n\right\rangle + \Delta E_{\text{ПВ}}, \qquad (15)$$

$$\operatorname{Re}\Delta E_n = \\ = \frac{4}{3\pi}\frac{\alpha(Z\alpha)^4 m}{n^3}\begin{cases}\ln\dfrac{1}{(Z\alpha)^2}+\ln\dfrac{(Z\alpha)^2 m}{2|\varepsilon_n-\varepsilon_{n'}|_{\text{ср}}}+\dfrac{11}{24}+\dfrac{3}{8}-\dfrac{1}{5} & (s\text{-состояния}),\\ \ln\dfrac{(Z\alpha)^2 m}{2|\varepsilon_n-\varepsilon_{n'}|_{\text{ср}}}+\dfrac{3}{8}\dfrac{C_{lj}}{2l-1} & (\text{другие состояния}),\end{cases} \qquad (16)$$

где C_{lj} равно $(l+1)^{-1}$ при $j = l + (1/2)$ и $-l^{-1}$ при $j = l - (1/2)$, а m — приведенная масса. Как видно из (15), ток связанного электрона имеет сходство с током свободного (см. (9)). Член с $\ln(H_{NR} - \varepsilon_l)$ показывает, как поправки к связанному состоянию компенсируют инфракрасную расходимость, имеющую место в свободном случае, и приводят к членам типа $\ln(Z\alpha)$ в конечном результате. Физически это очевидно, поскольку фотоны собственной энергии с длиной волны, превышающей размеры атома, влияют одинаково как на свободный, так и на связанный электрон, и потому не вносят вклада в ΔE_n. Эту поправку, а также значения величин $|\varepsilon_n - \varepsilon_{n'}|_{\text{ср}}$ [$\sim 16{,}64$ Ry для уровня $2S_{1/2}$] можно рассчитать с помощью правила суммирования Бете или численно — алгебраическими методами [84]. Члены с коэффициентом 3/8 происходят от взаимодействия $\boldsymbol{\alpha}\mathbf{E}$, обусловленного наличием аномального магнитного момента $\alpha/2\pi$, и вершины $\sigma_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$. Член с коэффициентом $-1/5$ происходит от учета в низшем порядке поправки Сербера [85] — Юлинга [86] к кулоновскому потенциалу, обусловленной поляризацией вакуума виртуальными парами:

$$-\frac{Z\alpha}{r}\to-\left(\frac{Z\alpha}{r}\right)-\left(\frac{Z\alpha}{r}\right)\int\limits_{4m_e^2}^{\infty}\pi(s)\,s^{-1}e^{-\sqrt{s}r}\,ds.$$

Весовая функция $\pi(s)/s = \sigma_{e^+e^-}(s)/4\pi^2\alpha$, где $\sigma_{e^+e^-}$ — сечение e^+e^--аннигиляции во всевозможные заряженные пары, из которых наибольший вклад практически вносят электрон с позитроном. Отметим, что в классическом пределе ($r \to \infty$), с помощью которого определяется величина заряда, кулоновский потенциал оказывается неизмененным. При $r \leqslant m_e^{-1} \approx 10^{-11}$ *см* электрон проникает сквозь экранирующее облако виртуальных пар и начинает испытывать притяжение, более сильное, чем в чисто кулоновском случае. Это приводит к понижению уровней s-состояний в противоположность собственно-энергетическим радиационным поправкам, которые ослабляют связь.

Вклад (16) в разность уровней $2S_{1/2} - 2P_{1/2}$ в H составляет 1051 *Мгц*, куда входит и поправка -27 *Мгц*, обусловленная поляризацией вакуума. Измерения можно производить с точностью до 0,1 *Мгц*, поэтому требуется вычислить радиационные поправки второго порядка по α (т. е. члены d_0) и поправки вплоть до $\alpha(Z\alpha)^6 m$, которые возникают от волновой функции в более высоком порядке теории возмущений и определяются связанностью электрона и релятивистскими эффектами. Как бывает в большинстве случаев, когда нам приходится иметь дело с кулоновским потенциалом, при разложении по степеням связывающего потенциала требуется соблюдать величайшую осторожность. Наличие члена $\ln(Z\alpha)$ в (16) является хорошим предостережением, указывающим на то, что разложение нельзя производить слишком прямолинейно.

Благодаря усилиям многих авторов (см. в работе Эриксона и Йенни [87]), из года в год направляемых на разрешение многих методических трудностей, сейчас в этом направлении достигнут прогресс. Наиболее систематический метод расчета был разработан Эриксоном и Йенни [87], которые не только тщательно проверили предыдущие вычисления членов порядка $\alpha\,(Z\alpha)^5 m$, $\alpha\,(Z\alpha)^6\,m\,\ln^2(Z\alpha)$ и $\alpha\,(Z\alpha)^6 m\,\ln(Z\alpha)$, но и получили величину, дающую наибольший вклад в поправку порядка $\alpha\,(Z\alpha)^6\,m$. Их метод исходит из ковариантного выражения для собственно-энергетического (СЭ) сдвига уровней связанного электрона *) [$(\pi - m)\mid n\rangle = 0$,

$\pi^\mu = (E_n + \left(\frac{Z\alpha}{r}\right),\ p),\ m_e/m_p \to 0$],

$$\Delta E_n^{\text{СЭ}} = \frac{e^2}{(2\pi)^4}\int \frac{d^4k/\imath}{k^2 + i\varepsilon}\left\langle n\left|\gamma_\mu \frac{1}{\partial_\mu\pi^\mu - \partial_\mu k^\mu - m + \imath\varepsilon}\gamma_\mu\right| n\right\rangle - \langle n\mid \delta m\mid n\rangle. \qquad (17)$$

Вычисления далее производятся аналогично фейнмановскому расчету собственной энергии свободного электрона. Результаты для свободного и связанного электрона были бы тождественны, т. е. $\Delta E_n^{\text{СЭ}} = 0$, если бы компоненты π_μ коммутировали друг с другом. Поскольку, однако, они не коммутируют, то должны появляться дополнительные члены, по крайней мере линейные относительно коммутатора $[\pi_\mu,\ \pi_\nu] = -ieF_{\mu\nu} = -ie\,[\partial\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu]$. Это означает, что разложение происходит не по степеням потенциала A_μ, а скорее по степеням такой величины, как градиентно-инвариантный тензор $F_{\mu\nu}$. При этом фиктивные члены, зависящие от калибровки, отсутствуют [89]. Далее вычисления систематизируются с помощью «правила порядка», которое позволяет быстро определять порядок величины (степень $Z\alpha$) данного члена. Оказывается, достаточно удержать только члены, линейные и квадратичные по $F_{\mu\nu}$ (поправки на связность, однако, необходимо в знаменателях сохранять, чтобы избежать искусственных инфракрасных расходимостей, так же как в (13) и (16)).

Для сравнения с экспериментом необходимо, кроме того, рассчитать радиационные поправки четвертого порядка (два виртуальных фотона) вида $\alpha^2\,(Z\alpha)^4 m$ к уровням энергии. Вклад поляризации вакуума известен до e^4 из работы Баранжера и др. [90]. Поправку четвертого порядка к собственной энергии связанного электрона нужно вычислять только с точностью до первой степени по $F_{\mu\nu}$; это можно сделать, зная поправки четвертого порядка к формфакторам вершины *свободного* электрона [91]. В частности, члены порядка $(\alpha/\pi)^2(Z\alpha)^4 m$ в лэмбовском сдвиге получаются из аномального момента четвертого порядка и производной дираковского формфактора $F_1\,(q^2)$ в точке $q^2 = 0$ (см. уравнения (9) и (18).)

В течение многих лет в определении лэмбовского сдвига существовало расхождение. Недавно оно было устранено, после того как был выполнен новый расчет F_1' в четвертом порядке. Новый результат, полученный Эпплквистом и Бродским [92], таков:

$$m^2\, dF_1'/\, dq^2 \mid_{q^2=0} = (0{,}48 \pm 0{,}07)\ (\alpha/\pi)^2;$$

он получен с помощью численно-алгебраических методов, аналогичных тем, которые были использованы Олдинсом и др. [61] при вычислении $a_\mu^{\gamma\gamma}$. Предел погрешности соответствует уровню достоверности для 3σ при численном расчете пятимерных интегралов по параметрам. Новый результат отличается от предыдущего $m^2F_2' = 0{,}108\ (\alpha/\pi)^2$, найденного аналитически Сото мл. [93] (см. также работу [94]), общим знаком и численными

*) Соотношение между (17) и нековариантным выражением (14) выведено в диссертации Эриксона [88].

значениями неинфракрасных остатков двух из пяти диаграмм Фейнмана четвертого порядка (те же самые диаграммы, что и в четвертом порядке аномального момента). В результате пересмотра лэмбовского сдвига теоретическое значение увеличилось на $0{,}35 \pm 0{,}07$ *Мгц* $[Z^4(2/n)^3]$, что привело теорию, как показано ниже, к хорошему согласию с экспериментом. Основные результаты Эпплквиста и Бродского в настоящее время подтверждены работами де Рафаэля и др. [95] и Барбиери и др. [96] *).

з) Релятивистские поправки на эффект отдачи ядра. Даже если не учитывать поправок типа собственной энергии электрона, спектр атома водорода, вытекающий из уравнения Бете — Солпитера, значительно сложнее того, который дает исправленная на приведенную массу формула Дирака — Зоммерфельда для электрона в кулоновском поле плюс взаимодействие (сверхтонкое) с ядерным спином. Начало строгому исследованию поправок к тонкой структуре (порядка $(Z\alpha)^5 m_e^2/M_N$ $(e_1 \ln (Z\alpha) + e_0)$, обусловленных «отдачей» ядра с конечной массой, положил Солпитер (см. [77]). Эти поправки возникают: а) от той части обмена двумя кулоновскими фотонами, которая не содержится в итерации кулоновского потенциала уравнения Брейта, б) от обмена поперечными фотонами (не зависящее от спина томсоновское рассеяние на ядре), в) от запаздывающей части поперечного взаимодействия, обусловленного однофотонным обменом *). Поправка последнего типа аналогична нерелятивистской поправке к собственной энергии, обусловленной поперечными фотонами (б) (умножена на $2Zm_e/M_N$), и в ней в энергетическом знаменателе требуется удерживать поправки к энергии связи, чтобы не возникали инфракрасные расходимости. Получающиеся члены оказываются вида $(Z\alpha)^5 m_e^2/M_N \ln (Z\alpha)$.

Недавно Гротч и Йенни [97] предложили альтернативный, в некоторых отношениях более простой метод для определения поправок к уровням Дирака, обусловленных конечностью массы протона. Выводится эффективный потенциал уравнения Дирака, который воспроизводит электрон-протонное рассеяние в приближении однофотонного обмена. Собственные функции получающегося уравнения оказываются такими же, как и у обычного уравнения Дирака, но с измененными параметрами m' и α'. В новом спектре уровни тонкой структуры имеют правильную модификацию m_e/M_N. Члены $(Z\alpha)^5\, m_e^2/M_N$ находятся затем из эффективных потенциалов, индуцированных вкладами, аналогичными тем, которые указаны выше в а) — в). Эриксон [98] распространил эти результаты на случай $n \neq 2$.

Остается вычислить еще одну, последнюю ядерную поправку, обусловленную конечностью ядерных размеров, или, иными словами, возмущением потенциала вследствие видоизменения формфактора протона. Непосредственное применение теории возмущений в первом порядке легко приводит к результату [87]

$$\Delta E_{\text{TP}} = \delta_{l0}\,[(Z\alpha)^4\, m/n^3] \cdot 4m^2\, dG_E\ (q^2)/dq^2\ (q^2 = 0), \qquad (18)$$

---

*) Питерман [172] нашел аналитическое выражение для кросс-диаграммы, дающей вклад в поправку четвертого порядка к производной в нуле дираковского формфактора $F_1'(0)$. Его результат хорошо согласуется с численными расчетами [92 95,96] и в сочетании с результатами, полученными для других диаграмм, дает полное значение поправки четвертого порядка к $F_1'(0)$, равное [173] $F_1'(0)_{\text{tot}} = (\alpha/\pi)^2 \cdot 0{,}4699$, или, в пересчете на лэмбовский сдвиг, 0,444 *Мгц*. (*Прим. перев.*)

**) Уравнение Брейта содержит от этого члена только часть с $q_0 = 0$, которая, будучи нековариантной, тем не менее приводит к правильным поправкам на приведенную массу в сверхтонком спектре.

который численно прибавляет 0,127 *Мгц* к расщеплению $2S_{1/2} - 2P_{1/2}$ в H, если формфактор взять из данных Хэнда, Миллера, Уилсона. Заметим, что G_E автоматически включает в себя не зависящий от спина вклад формфактора F_2. Легко проверить, что поправки, обусловленные ядерной поляризацией, имеют второй порядок малости по m_e/M_p, поэтому их вкладом в лэмбовский сдвиг *можно полностью пренебречь* [99].

и) Сравнение с экспериментом. Полная и компактная формула для расщепления $nS_{1/2} - nP_{1/2}$ приведена в работе Тэйлора и др. [38] (уравнение (138а)). (Как уже говорилось, поправку четвертого порядка к производной формфактора F_1 электрона следует взять равной не 0,108, а $0{,}48 \pm 0{,}07$; это приводит к численному значению поправки $+ (0{,}35 \pm 0{,}07)\, Z^4 (2/n)^3$ *Мгц*.) Сводка теоретических значений всех членов, дающих различные вклады в расщепление $2S_{1/2} - 2P_{1/2}$ (лэмбовский сдвиг в H ($n = 2$)), дана в табл. II [92], а величины нескольких лэмбовских сдвигов, представляющих интерес для экспериментаторов,

Таблица II

Описание	Порядок	Величина, *Мгц*
Второй порядок — собственная энергия	$\alpha (Z\alpha)^4 m \{\ln Z\alpha,\ 1\}$	$1079{,}32 \pm 0{,}02$
Второй порядок — поляризация вакуума	$\alpha (Z\alpha)^4 m$	$-27{,}13$
Второй порядок — остальное	$\alpha (Z\alpha)^5 m$	$7{,}14$
	$\alpha (Z\alpha)^6 m \{\ln^2 Z\alpha, \ln Z\alpha,\ 1\}$	$-0{,}38 \pm 0{,}04$
Четвертый порядок — собственная энергия	$\alpha^2 (Z\alpha)^4 m \begin{cases} F_1'(0) \\ F_2(0) \end{cases}$	$0{,}45 \pm 0{,}07$ $-0{,}10$
	$\alpha^2 (Z\alpha)^5 m$	$\pm 0{,}02$
Четвертый порядок — поляризация вакуума	$\alpha^2 (Z\alpha)^4 m$	$-0{,}24$
Поправки на приведенную массу	$\alpha (Z\alpha)^4 m/Mm \{\ln Z\alpha,\ 1\}$	$-1{,}64$
Отдача	$(Z\alpha)^5 m/Mm \{\ln Z\alpha,\ 1\}$	$0{,}36 \pm 0{,}01$
Размер протона	$(Z\alpha)^4 (mR_N)^2 m$	$0{,}13$
$\alpha^{-1} = 137{,}03608\ (26)$	$\mathscr{L} = \Delta E (2S_{1/2} - 2P_{1/2}) = 1057{,}91 \pm 0{,}16$ (ПП)	
	$\Delta E (2P_{3/2} - 2S_{1/2}) = 9911{,}12 \pm 0{,}22$ (ПП)	
	$\Delta E (2P_{3/2} - 2P_{1/2}) = 10969{,}03 \pm 0{,}12$ (ПП)	

приведены в табл. III *). В суммарную ошибку включены не только неопределенность в четвертом порядке к производной и небольшие неопределенности в значениях фундаментальных постоянных, но и пределы погрешностей (ПП), оцененные Эриксоном и Йенни для невычисленных членов порядка $\alpha (Z\alpha)^6 m$, $\alpha^2 (Z\alpha)^5 m$ и $(Z\alpha)^5 m^2/M_N$. Расчет этих поправок сопряжен с чрезвычайно громоздкими вычислениями. Например, поправка $\alpha^2 (Z\alpha)^5 m$ требует знания формфакторов с точностью до четвер-

*) В работе Эриксона [171] приведены новые данные относительно экспериментальных и теоретических значений лэмбовского и тонкого расщеплений водородоподобных атомов. Теоретические оценки см. также в работе Питермана [173]. Прецизионные величины (в *Мгц*) представлены в табл. IV. (*Прим. перев.*)

Таблица III

Литература	$\mathscr{L}_{\text{эксп}}$ ($\pm 1\sigma$)	Старая теория ($\pm$ предел погрешности)	Старый эксперимент ($\pm 1\sigma$)	Пересмотренная теория ($\pm$ предел погрешности)	Пересмотренный эксперимент ($\pm 1\sigma$)
Лэмбовский сдвиг в атоме водорода, *Мгц*					
H ($n=2$)		1057,56±0,09		1057,91±0,16	
[100]	1057,77±0,06		0,21±0,07		−0,14±0,08
[101] (пересмотренный)	1057,90±0,06		0,34±0,07		−0,01±0,08
[102]	1057,65±0,05		0,09±0,06		−0,26±0,07
$[(\Delta E-\mathscr{L})_{\text{эксп}}=9911{,}38\pm 0{,}03]$					
[103]	1057,78±0,07		0,22±0,08		−0,13±0,09
$[(\Delta E-\mathscr{L})_{\text{эксп}}=9911{,}25\pm 0{,}06]$					
[104]	1057,86±0,06		0,30±0,07		−0,05±0,08
$[(\Delta E-\mathscr{L})_{\text{эксп}}=9911{,}17\pm 0{,}04]$					
D ($n=2$)		1058,82±0,15		1059,17±0,22	
[100]	1059,00±0,06		0,18±0,08		−0,17±0,09
[104, 105]	1059,28±0,06		0,46±0,08		+0,11±0,09
Лэмбовский сдвиг в других водородоподобных атомах, *Мгц*					
He^+ ($n=2$)		14038,9±4,1		14044,5±5,2	
[106]	14040,2±1,8		1,3±2,2		−4,3±2,5
[107]	14045,4±1,2		1,5±1,8		1,0±2,1
He^+ ($n=3$)		4182,7±1,2		4184,4±1,5	
[38, 108]	4182,4±1,0		−1,3±1,1		−2,0±1,1
[38, 108]	(4184,0±0,6)		1,3±0,7		−0,4±0.8
$[\Delta E-\mathscr{L}=47843{,}8\pm 05]$					
He^+ ($n=4$)		1768,3±0,5		1769,0±0,6	
[109]	1776,0±7,5		−2,3±7,5		−3,0±7,5
[38, 110]	1768,0±5,0		−0,3±5,0		−1,0±5,0
[110]	1769,4±1,2		+1,1±1,3		0,4±1,3
$[\Delta E-\mathscr{L}=20179{,}7\pm 1{,}2]$					
Li^{++} ($n=2$)		62743,0±45,0		62771,0±50,0	
[111]	63031,0±327,0		288,0±333,0		260,0±333,0

того порядка при всех q^2 плюс еще вычисления несобственных диаграмм четвертого порядка, т. е. кросс-членов между поляризациями вакуума и поправками к собственной энергии.

Сравнение теории с экспериментом (см. табл. III) теперь, благодаря уточнению теоретического значения для dF_1/dq^2 в четвертом порядке, показывает, что между ними имеется хорошее согласие. Это имеет большое значение, так как свидетельствует о преодолении основной трудности в КЭД к настоящему времени. Остающиеся неувязки указывают скорее на несогласие между различными экспериментами, чем на разногласие с теорией. В следующем разделе мы кратко рассмотрим некоторые теоретические вопросы, связанные с анализом экспериментальных данных.

к) Тонкое расщепление. Обратимся теперь к определению тонкого расщепления между уровнями $2P_{3/2}$ и $2P_{1/2}$ в водороде, схематически показанного на рис. 12. Поскольку в p-состояниях $l \neq 0$,

Таблица IV (*к прим. перев.*)

Расщепление	Теория (±1σ)	Эксперимент (±1σ)	(Теория—эксперимент)/σ
H: $2S_{1/2}-2P_{1/2}$	1057,912±0,011	1057,90±0,06 [101] 1057,77±0,06 [100]	0,2 2,3
$2P_{3/2}-2S_{1/2}$	9911,123±0,031	9911,17±0,04 [174] 9911,25±0,06 [175] 9911,38±0,03 [176]	−0,9 −1,9 −6,0
D: $2S_{1/2}-2P_{1/2}$	1059,272±0,025	1059,28±0,06 [104] 1059,00±0,06 [110]	−0,1 4,2
He^+: $2S_{1/2}-2P_{1/2}$	14044,78±0,61	14045,4±1,2 [107] 14040,2±1,8 [106]	−0,5 2,4
$3S_{1/2}-3P_{1/2}$	4184,42±0,18	4183,17±0,54 [177]	2,2
$3P_{3/2}-3S_{1/2}$	47843,39±0,23	47844,05±0,48 [177]	−1,2
$4S_{1/2}-4P_{1/2}$	1769,097±0,076 [173]		
Li^{++}: $2S_{1/2}-2P_{1/2}$	62763,4±9,1 [173]		

волновая функция обращается в начале координат в нуль, из всех обсуждавшихся выше поправок, обусловленных КЭД или релятивистскими эффектами отдачи, требуется учесть только немногие, причем их вклад в тонкое расщепление оказывается малым. Так, например, экзотические эффекты, проявляющиеся в лэмбовском сдвиге, здесь, вообще говоря, отсутствуют, поскольку электрон и протон не проникают в заряженные «шубы» друг к другу. Теория приводит к очень простой формуле

$$\Delta E\,(2P_{3/2}-2P_{1/2}) = \frac{Z^2\,\mathrm{Ry}_\infty\,(Z\alpha)^2\,c}{16}\left\{\left[1+\frac{5}{8}(Z\alpha)^2\right]\left(1-\frac{m_e}{M_p}\right)+\right.$$
$$\left.+2a_e\left(1-\frac{2m_e}{M_p}\right)-\frac{\alpha}{\pi}(Z\alpha)^2\ln(Z\alpha)^{-2}\right\}. \qquad (19)$$

Это — точная формула Дирака — Зоммерфельда, исправленная на приведенную массу [97] и на аномальный магнитный момент электрона a_e. Последний член представляет собой радиационную собственно-энергетическую поправку [87, 112] и составляет всего лишь 1,2 : 10^6. Отброшенные члены, связанные с радиационными поправками относительного порядка $\alpha\,(Z\alpha)^2$, а также поправки высшего порядка на отдачу, составляют всего лишь $\sim$ 0,3 : 10^6. Используя в качестве величины постоянной тонкой структуры значение, полученное из эффекта Джозефсона: $\alpha^{-1} =$ = 137,03608(26), можно из формулы (19) найти численное значение и сравнить его с экспериментом [38]:

$$\Delta E^{\text{теор}}\,(2P_{3/2}-2P_{1/2}) = 10969{,}026 \pm 0{,}042\ \textit{Мгц}\ (1\sigma).$$

С другой стороны, благодаря нечувствительности к экзотическим эффектам КЭД и уравнения Бете — Солпитера, прецизионное измерение тонкого расщепления может служить для определения постоянной α. Вместе с эффектом Джозефсона мы, таким образом, имеем два независимых метода для взаимной проверки.

Тонкое расщепление было измерено непосредственно по пересечению уровней в эксперименте Меткалфа, Бранденбергера и Бэрда [113]. Они получили результат [38] $\Delta E^{\text{эксп}} = 10969{,}127 \pm 0{,}095$ *Мгц* (1σ), откуда для величины α следует: $\alpha^{-1} = 137{,}0354 \pm 0{,}0006$, что находится в довольно хорошем согласии с результатом, полученным независимо от КЭД. Для

определения тонкого расщепления можно также использовать различные экспериментальные данные относительно разности $2P_{3/2} - 2S_{1/2}$ уровней в H и D и лэмбовского сдвига [38]. Мы использовали измерения большого интервала для определения сдвига $2S_{1/2}$-уровня, который более чувствителен к различным аспектам теории (см. табл. III).

л) Эксперименты по лэмбовскому сдвигу и тонкой структуре. Трудно переоценить значение измерений Лэмба и его сотрудников [114] для развития КЭД. Замечательно то, что даже теперь, несмотря на развитие новой техники, существенного улучшения точности достигнуто не было. Нам хотелось бы здесь кратко описать основные идеи экспериментов и указать на те теоретические вопросы, которые возникают в связи с ними. Подробное описание и анализ ошибок можно найти в обзорах Тэйлора и др. [38] и Ли [115], а также, кроме оригинальных статей, в опубликованных лекциях Робискоу [116] и Клеппнера [117].

В эксперименте Лэмба и сотрудников [114] пучок атомов (H и D) в метастабильном $2S$-состоянии ($\tau_{1/2} \sim 1/8$ *сек*) пропускался через магнитное поле на детектор, в котором метастабильные атомы выбивали из поверхности металла электроны. По пути пролета атомы подвергались действию радиочастотного поля. Когда частота достигала величины, соответствующей разности уровней $2S - 2P$, происходил переход атомов на быстрораспадающийся уровень $2P$, в результате чего уменьшалась («гасилась») интенсивность метастабильных атомов на детекторе. Зная величину магнитного поля, при которой происходит переход при заданной частоте, и экстраполируя зеемановские уровни от полей 1000 *э* до нуля, можно получить интересующую разность энергий $2S_{1/2} - 2P_{1/2}$ (или $2S_{1/2} - 2P_{3/2}$). Поскольку разделения по сверхтонким уровням не производилось, резонансный сигнал в функции магнитного поля имел вид двугорбой кривой с шириной около 100 *Мгц*, которая определялась главным образом естественной шириной распада $2P$-уровня.

Более поздние измерения лэмбовского сдвига в H и D были выполнены Робискоу (см. [101]) и Коузинсом [105] методом пересечения уровней, разработанным Робискоу и Лихтеном. В данном случае не требуется никакого микроволнового поля, поскольку гашение $2S$-пучка производится с помощью электростатического поля в точке пересечения $2S$- и $2P$-магнитных уровней. Важное преимущество этой работы состоит в том, что пучок метастабильных атомов мог приготавливаться на любом из двух сверхтонких уровней. Поэтому резонансная кривая имела один-единственный горб и поправки на антисимметричность были малы (1/3 *Мгц*) *).

Переход $2S_{1/2} - 2P_{3/2}$ был измерен недавно «бутылочным методом», разработанным Кауфманом и др. [102]. Микроволновым сигналом $2S_{1/2} - 2P_{3/2}$-перехода является излучение радиационного распада верхнего уровня.

Прямое измерение тонкого расщепления $2P_{1/2} - 2P_{3/2}$ было выполнено Меткалфом и др. [113] с помощью методов резонансной флуоресценции. Фотоны, возбуждающие $1S - 2P$-переходы, имеют аномальное рассеяние на угол 90°, когда, вследствие эффекта Зеемана, происходит пересечение уровней $2P_{1/2}$ и $2P_{3/2}$. Необходимость экстраполяции к нулевому полю накладывает на теорию Зеемана требование, чтобы ее точность была не хуже $1 : 10^6$.

---

*) Замечательным прецизионным экспериментом явилось измерение Лэмбовского сдвига $3S_{1/2} - 3P_{1/2}$ в водороде [178]. Экспериментальный результат равен $\Delta E_{\text{H}}^{\text{эксп}}(3S_{1/2} - 3P_{1/2}) = 314{,}810 \pm 0{,}052$ *Мгц*. Теория же дает [179] $\Delta E_{\text{H}}^{\text{теор}}(3S_{1/2} - 3P_{1/2}) = 314{,}894 \pm 0{,}009$ *Мгц*. (*Прим. перев.*)

Таким образом, в этих измерениях тонкой структуры существенны два пункта: во-первых, резонансное рассеяние фотонов, и, во-вторых, теория зеемановского расщепления. Для описания резонансного сигнала и определения центра резонансной линии с точностью 0,1 *Мгц* (в лэмбовском эксперименте эта точность соответствует одной тысячной от ширины линии!) используется теория Бете — Лэмба. При этом необходимо учитывать различные поправки (до 1 *Мгц*) на асимметрию и сдвиг в вариации матричного элемента, зеемановской кривизне, асимметрии гашения и штарк-эффекте. Был произведен теоретический анализ справедливости этих поправок. Лоу [33] исследовал резонансное рассеяние на атоме и показал, что радиационные поправки и антирезонансные сигналы приводят к асимметрии теоретической кривой относительного порядка α^3. Теоретический анализ [118] электромагнитного тока релятивистского атома позволил установить, что обычный брейтовский (одновременно́й) гамильтониан взаимодействия с внешним полем, который используется при расчете зееман-эффекта, правилен с точностью до величины порядка $(Z\alpha)^2 m_e/M_N$. Спектр результирующего гамильтониана зеемановского взаимодействия может быть, таким образом, найден с точностью лучше $1 : 10^6$ [119].

Результаты различных экспериментов собраны в табл. III. Приведенные ошибки определены в соответствии с работой [38] и отвечают уровню достоверности одного стандартного отклонения, включающего как статистические, так и систематические погрешности. Результаты измерения лэмбовского сдвига в H и D Робискоу и Коузинса пересчитаны с учетом поправок на асимметрию, зависящую от скорости. Коррекция произведена на основе распределения пучка по скоростям, найденного Робискоу и Шайном [101].

м) Сверхтонкое расщепление в H и μ^+e^-. Сверхтонкое расщепление (СТР) в атоме водорода, т. е. сдвиг уровней энергии, возникающий из-за взаимодействия электрона с магнитным моментом протона, играет исторически важную роль связующего звена между обычно несвязанными областями физики высоких энергий и прецизионной атомной физикой. Это обусловлено тем, что основное взаимодействие для S-состояний (фермиевское) является короткодействующим $\mu_e\mu_p\delta^3(\mathbf{r})$ и чувствительно к деталям протонной структуры, которая обычно наблюдается только в области высоких энергий при упругом и неупругом рассеянии электронов на протонах. В настоящее время, когда успехи КЭД признаны во всех ее прецизионных приложениях, сверхтонкие измерения стали служить средством изучения структуры протона, хотя исторически с их помощью проверяли КЭД до пределов, налагаемых неизвестными свойствами протона.

Теоретическое выражение для расщепления между синглетом и триплетом в основном состоянии H имеет вид [120]

$$\nu_{\text{стр}} = 16/3\,\mathrm{Ry}_\infty \alpha^2 c\,(\mu_N/\mu_\text{Б})\,[1+(m_e/M_N)]^{-3}\times$$
$$\times\{1+a_e+3/2\,(Z\alpha)^2+\alpha\,(Z\alpha)\,(-5/2+\ln 2)+(\alpha/\pi)\,(Z\alpha)^2\times$$
$$\times[-2/3\ln^2(Z\alpha)^{-2}+(37/72+4/15-8/3\ln 2)\ln(Z\alpha)^{-2}+18{,}36\pm 5]+$$
$$+\delta_N+\delta_N^{\text{пол}}\}; \qquad (20)$$

здесь расщепление выражено через фермиевскую частоту, величина которой определяется взаимодействием точечного (с нулевым радиусом) магнитного момента протона с моментом электрона, находящегося в сферически-симметричном s-состоянии, причем учтены и поправки, обуслов-

ленные: а) аномальным моментом электрона, б) поправками порядка v^2/c^2 к энергии связи в уравнении Дирака, в) радиационными поправками порядка α (поправка к собственной энергии — уравнение (17),— разложенная с точностью до первого порядка по потенциалу сверхтонкого взаимодействия, плюс поправки к поляризации вакуума), г) размером ядра и д) поляризуемостью. Член порядка $\alpha\,(Z\alpha)$ был впервые вычислен Кролем и Поллаком [121] и Карплусом и др. [122], а члены порядка $(Z\alpha)^2 \ln (Z\alpha)^{-2}$ — Лэйзером [123] и Цванцигером [124]. Бродский и Эриксон [120] произвели полный пересчет всех этих поправок и дополнительно к этому вычислили главный вклад в нелогарифмический член порядка $\alpha\,(Z\alpha)^2 \ln (Z\alpha)^{-2}$ и оценили величину отброшенных радиационных членов. Основная поправка, связанная со статическим магнитным моментом и распределением заряда и обусловленная размерами ядра, была впервые получена Цемахом [125] для случая $M_N \to \infty$. Им получен результат δ_N (размер) $= -2Z\alpha m R_p = -38{,}2 : 10^6$, где R_p — соответствующий радиус нуклона, определяемый с помощью формфакторов G_E и G_M, из упругого e — p-рассеяния. Полный ковариантный учет всех поправок, обусловленных конечностью размеров (протон рассматривается как протяженный, но жесткий) и конечностью массы (отдача) ядра, приводит к необходимости включения членов относительного порядка $Z\alpha m_e/M_p$. Численный результат Иддингза и Платцмана [126], подтвержденный Гротчем и Йенни [97] (см. также работы [127-130]), добавляет к прежнему результату $3{,}6 : 10^6$, в результате чего полный вклад жесткого неполяризуемого протона оказывается равным $\delta_N = (-34{,}6 \pm 0{,}9) : 10^6$ (учитывается возможная неопределенность в формфакторах). Полный обзор этих поправок дан Гротчем и Йенни [97].

Вклад ядерной поляризуемости в сверхтонкое расщепление H (см. рис. 13) имеет чрезвычайно важное значение, поскольку при его расчете требуется, в принципе, принимать во внимание наиболее неопределенные характеристики протонной динамики. Для сверхтонкого расщепления требуется знание динамических величин, зависящих от спина (для расчета разности масс протона и нейтрона требуется знание характеристик, не зависящих от спина, но зависящих от изотопического спина,— существенных успехов в этой области до сих пор добиться не удалось). Эти величины (матричные элементы тока) входят также в неупругое e — p-рассеяние, которое является предметом интенсивного изучения. Ключевым моментом во всей этой работе является факт, обнаруженный Коттингэмом [131], что контур интегрирования в замкнутой петле можно повернуть таким образом, чтобы интегрирование производилось только по пространственноподобным фотонам. Эта область поддается дисперсионному анализу в терминах амплитуды неупругого рассеяния. Однако вклад в сверхтонкое расщепление от неупругих состояний сходится быстрее (благодаря дополнительному электронному пропагатору), и канал возбуждения изобары N^* вносит величину [127, 128, 132] меньше $1 : 10^6$ при условии, что амплитуда фоторождения имеет плавное поведение даже для очень виртуальных протонов. Полный вклад от всех протонных возбуждений, в принципе, можно вычислить путем интегрирования по всем неупругим формфакторам, которые определяют зависящее от спина неупругое e — p-рассеяние [130]. Такая процедура может привести к большому вкладу от поляризации порядка $(5—10) : 10^6$, что находится в согласии с нерелятивистскими составными моделями протона [133]. Бьёркен [134] показал, что алгебра токов (модель, которая дает точечноподобную структуру адронных взаимодействий для очень виртуальных фотонов) приводит к малым поправкам ($\leqslant 3 : 10^6$). Имеются и дополнительные поправки, связанные с поперечным взаимодействием электрона с протоном посредством двух фотонов

и аксиального векторного мезона (A_1), но этим вкладом, по-видимому, можно пренебречь ввиду экспериментального равенства сечений рассеяния e^+p и e^-p при больших переданных импульсах [135].

Физическая идея относительно вклада поляризуемости состоит в следующем. Электрон, вращающийся в атоме, видоизменяет свою орбиту в той мере, в какой этого требует поляризуемость протона, следуя скорее мгновенному распределению заряда, чем среднему, сферически-симметричному, описываемому в случае жесткой структуры упругими формфакторами. Такое видоизменение орбиты приводит к компенсации значительной доли рассмотренной выше поправки ($-35 : 10^6$), обусловленной конечными размерами ядра. Именно это наблюдается в случае дейтерия, который, как показал впервые О. Бор [136], благодаря рыхлости структуры, имеет большую поляризуемость. Протон поляризуем значительно меньше, чем дейтрон, поскольку его возбужденные состояния лежат на 140 *Мэв* выше основного состояния. Однако измерения с точностью $10 : 10^6$ являются все же проверкой не КЭД, а ядерной динамики.

Никаких сомнений в надежности экспериментальных результатов нет. Последнее измерение Весс6 и др. [137] с помощью водородного мазера методом Крэмптона, Клеппнера и Рэмзи [138] позволило получить немыслимо точную цифру

$$\nu_H^{\text{эксп}} = 1420{,}4057517864\ (17)\ \textit{Мгц}\ (\pm 1{,}2 : 10^{12}).$$

Используя в качестве α^{-1} величину 137,03608(26) и оставляя протонную поляризуемость в качестве параметра, находим

$$(\nu_H^{\text{эксп}} - \nu_H^{\text{теор}})/\nu_H^{\text{эксп}} = [(2{,}5 \pm 4{,}0) : 10^6] - \delta_N^{\text{пол}},$$

откуда следует, что поправки, связанные с поляризуемостью, малы *). Отметим, что эксперимент на семь порядков величины превзошел теоретические возможности **).

Проблему адронной динамики можно обойти, если рассматривать сверхтонкое расщепление не атома H, а мюония (μ^+e^-), которое впервые было измерено Юзом с сотрудниками [141]. Динамика этого атома полностью определяется КЭД и уравнением Бете — Солпитера. Сверхтонкое расщепление основного состояния по-прежнему дается формулой (20), в которой, однако, ядерные поправки нужно заменить на известные электродинамические поправки к дираковскому мюону [142]:

$$\delta_\mu = -(3\alpha/\pi)\,(m_e/m_\mu)\ln(m_\mu/m_e) = -179{,}7 : 10^6.$$

Мюонное сверхтонкое расщепление можно использовать либо как независимое измерение постоянной α для сравнения с результатом, полученным из эффекта Джозефсона, либо как средство для дальнейшей проверки универсальности электрона и мюона.

Недавние измерения, проведенные группой из Йеля [143], дали результат ***)

$$\nu_{(\mu e)}^{\text{эксп}} = 4463{,}249 \pm 0{,}031\ \textit{Мгц}.$$

Этот результат получен с помощью наблюдения сверхтонких переходов в очень слабом магнитном поле, причем точность была достигнута лучшая,

---

*) Разность частот сверхтонких переходов ν_1 ($n = 1$) и $8\nu_2$ ($n = 2$) не зависит от δ_N и хорошо согласуется с экспериментом [124,139,140].

**) Имеется сообщение о новом измерении сверхтонкого расщепления в водороде [180] $\nu_H = 1420405751{,}7667 \pm 0{,}001$ *гц*. (*Прим. перев.*)

***) Новый результат этой группы [181] $\Delta\nu_{(\mu e)}^{\text{эксп}} = 4463{,}311\ (12)$. (*Прим. перев.*)

чем в предыдущих экспериментах со слабыми и сильными полями. Кроме того, измерения проводились в широком диапазоне давлений газа, что позволило произвести экстраполяцию (линейную, как раньше и предполагалось) поправки к смещению, обусловленной давлением, от значения, определяемого условиями эксперимента, до нуля.

Другой результат по сверхтонкому расщеплению был получен Телеги с сотрудниками (см. [144]) в Чикагском университете. Их эксперимент является вариантом эксперимента в Йеле, но был выполнен при более низком давлении с целью избежать больших ошибок при экстраполяции. Измерения чикагской группы проводились при таком внешнем зеемановском поле B, при котором радиочастота оказывается в первом порядке не зависящей от поля. Тот факт, что такое поле, согласно их наблюдению, существует, позволил им производить эксперимент с образцом большого объема, не усиливая требования к однородности поля B. Полученный ими результат

$$\nu_{(\mu e)}^{\text{эксп}} = 4463{,}317 \pm 0{,}021 \ \textit{Мгц} \tag{21}$$

в пределах 2σ согласуется с результатом из Йеля.

Главная трудность при сравнении теории с экспериментом состоит в том, что неизвестен с достаточной точностью мюонный момент в магнетонах Бора, или отношение масс электрона и мюона. Чтобы восполнить этот недостаток, можно использовать отношение магнитных моментов мюона и протона, измеренное в воде, если уточнить экспериментальный результат на величину диамагнитного экранирования мюонного момента. (Соответствующая оценка произведена Рудерманом [145].) Эта поправка обусловлена тем фактом, что благодаря своей малой массе, а значит, и более высокой нулевой энергии, μ^+ стремится занять межмолекулярное пространство с меньшим экранированием внешнего поля, чем протоны (в молекуле H_2O). Рудерман оценил диамагнитное экранирование мюонного момента $\mu_\mu = \mu_{\mu'}\,(1 + \sigma_\mu)$ величиной $\sigma_\mu \approx 10 : 10^6$, которая оказывается малой по сравнению с обычной поправкой $26 : 10^6$ для протона. Принимая для α^{-1} каноническое значение 137,03608 (26), находим

$$\nu_{(\mu e)}^{\text{теор}} = 4463{,}272 \pm 0{,}061 \ \textit{Мгц},$$

что превосходным образом согласуется с обоими экспериментами. Дальнейшее теоретическое изучение эффекта Рудермана и прямое измерение мюонного момента методом двойного резонанса *), рассмотренным Телеги [146], сделает эксперимент по измерению сверхтонкого расщепления мюония ключевым для проверки КЭД и для утверждения статуса мюона как просто «тяжелого электрона».

Дополнение при корректуре. Группа Чикагского университета [146] недавно сообщила о прямом измерении мюонного момента методом двойного резонанса. Их новый результат

$$\mu_\mu/\mu_p = 3{,}183373\ (13)$$

для отношения магнитных моментов мюона и протона совместно с их результатом (21) относительно $\nu_{\mu e}$ приводит к значению

$$\alpha^{-1} = 137{,}03654\ (30)\ (2{,}0 : 10^6),$$

которое находится в хорошем согласии с величиной, полученной Тэйлором, Паркером и Лангенбергом [38].

*) В методе двойного резонанса измеряются два перехода между уровнями Рабй в одном и том же магнитном поле. Это позволяет одновременно найти частоту сверхтонкого перехода и мюонный момент, свободные от влияния химических связей [145].

Это согласие, однако, не означает, что поправка Рудермана к μ'_μ/μ'_p в воде правильна. Недавнее прецизионное измерение μ'_μ/μ'_p в различных химических веществах группой авторов из Вашингтонского университета [147] показывает, что фактические поправки за счет магнитного экранирования на самом деле очень малы ($\sim 2:10^6$). Их окончательный результат $\mu_\mu/\mu_p = 3{,}183347$ (9) $(2{,}8:10^6)$ замечательно согласуется с результатом измерения методом двойного резонанса. Новые результаты примерно в пять раз точнее предыдущих измерений μ'_μ/μ'_p и совместно с каноническим значением α дают

$$\nu_{\mu e}^{\text{теор}} = 4463{,}289 \pm 0{,}019 \ \textit{Мгц}.$$

Более точное измерение времени жизни мюония позволит определить КЭД величину α с точностью, сравнимой с той, которая достигнута в джозефсоновском эффекте. Новые результаты замечательным образом свидетельствуют о справедливости КЭД и нашего представления об атоме водорода *).

н) Другие водородоподобные системы. Критическая проверка КЭД возможна также и в других связанных системах:

1. В будущем, вероятно, окажется возможным измерять лэмбовское смещение в многозарядных ионах, когда удастся так усовершенствовать метод пропускания пучка через фольгу, что после «обдирания» у атома окажется не более одного электрона [148]. Измерение лэмбовского сдвига в атомарной ртути с помощью определения края ионизации, как было показано Эриксоном [98], находится в противоречии с теорией Брауна и Майерса, но в согласии с вычислениями (с точностью до 5%) Дезидерио и Джонсона.

2. Сверхтонкую структуру атомарного гелия можно, по-видимому, измерить с точностью лучше $1:10^6$. Перспективы теории в этом направлении обсуждались недавно Шварцем [149] и Хэмбро [150].

3. Фундаментальной системой для проверки КЭД и формализма Бете — Солпитера является атом позитрония (e^+e^-). Самые последние измерения [151] сверхтонкого расщепления его основного состояния дали величину $\nu_{e^+e^-}^{\text{эксп}} = 203{,}403$ (12) *Ггц* $(\pm 50:10^6)$. Состояние $^3S_1$ лежит выше уровня $^1S_0$, частично из-за диполь-дипольного взаимодействия, как в сверхтонком расщеплении атома водорода, а частично вследствие виртуальной аннигиляции пары e^+e^- из триплетного состояния в один γ-квант.

Согласно теории [152, 153]

$$\nu_{e^+e^-}^{\text{теор}} = \alpha^2 \, \text{Ry}_\infty \, [7/6 - (16/9 + \ln 2)(\alpha/\pi) + 3/4\alpha^2 \ln \alpha^{-1} + O(\alpha^2)] = 203{,}415 \ (7).$$

Сюда мы включили новые результаты порядка $\alpha^6 (\ln \alpha) m$, найденные недавно в замечательных расчетах Фултона и др. [153]. Предел ошибки, указанный здесь, получен путем простой оценки [153] величины, ожидаемой для члена $\alpha^6 m$. В дальнейшем, по всей вероятности, нужно ожидать как расчетов этого члена, так и новых экспериментов. Это позволит сделать измерения сверхтонкой структуры позитрония решающим экспериментом для проверки фундаментальной теории.

*) Недавно чикагской группой [182] получен новый чрезвычайно точный результат $\Delta\nu_{(\mu e)}^{\text{эксп}} = 4463{,}3013$ (40) *Мгц* (относительная точность $0{,}5{:}10^6$). Теоретическое значение [168] $\Delta\nu_{(\mu e)}^{\text{теор}} = 4463{,}323$ (19) *Мгц* $(4{,}1{:}10^6)$ при $\alpha^{-1} = 137{,}03602$ (21) и $\mu_\mu/\mu_p = 3{,}183347$ (9). Следует отметить также теоретическую работу [183], в которой производится последовательный учет влияния давления на измерения. Согласно расчетам, проведенным в этой работе, из экспериментов Чикагской группы [146,182] следует $\mu_\mu/\mu_p = 3{,}183349$ (15), $m_\mu/m_e = 206{,}76796$ (95), $\alpha^{-1} = 137{,}03646$ (36). (*Прим. перев.*)

4. Мюонные рентгеновские лучи, получаемые от μ^-Bi и μ^-Pb и других тяжелых мезоатомов, в настоящее время измерены с точностью лучше $100 : 10^6$. По сравнению с чувствительностью, достигнутой в измерениях зарядового распределения внутри ядра методами рассеяния электронов, определение уровней мезоатомов позволило подтвердить наличие поправок, связанных с поляризацией вакуума (вследствие существования электронных петель) с точностью до нескольких процентов [154]. Эффекты лэмбовского сдвига, обусловленные собственной энергией мюона, находятся на пороге того, чтобы быть обнаруженными [155].

5. Чрезвычайный интерес представляло бы измерение лэмбовского сдвига и сверхтонкого расщепления мюонного водорода ($\mu - p$) (правда, экспериментальные трудности здесь кажутся почти непреодолимыми), вследствие того, что по сравнению с обычным водородом здесь характерные переданные импульсы в 200 раз больше. Эта система обладает одним любопытным свойством, обсуждавшимся подробно Ди-Джакомо [156], а именно, уровни $2S$ и $2P$ имеют у нее необычное расположение. Вследствие сильной поляризации вакуума электрон-позитронной парой, уровень $2S_{1/2}$ лежит значительно ниже уровня $2P_{1/2}$ и расстояние $2P_{1/2} - 2S_{1/2}$ в 25 раз превосходит интервал тонкой структуры. Собственно энергетические поправки дают не самый большой вклад в лэмбовскую разность; поправки, связанные с конечностью размеров протона, дают вклад, в пять раз больший.

Сверхтонкое расщепление в мюонном водороде возрастает пропорционально квадрату массы лептона. Соответствующая формула с поправками на приведенную массу и другие эффекты аналогична (20). Сюда необходимо еще добавить поправки на поляризацию вакуума электронной парой, найденные в работах Штернхейма [140] и Ди-Джакомо [156]. По сравнению с обычным водородом сверхтонкое расщепление $\mu - p$, благодаря отношению m_μ/m_e, имеет гораздо бóльшую чувствительность к линейным размерам и поляризуемости ядра. Изучение тонкой и сверхтонкой структуры этой замечательной и фундаментальной системы позволяет проверить КЭД и исследовать протонную структуру на очень малых расстояниях.

6. Очень точно можно измерить отношение g_l-факторов водорода и дейтерия в основном состоянии (см. работы [157, 158]). Эта величина чувствительна к членам порядка $(Z\alpha)^2 m_e/m_p$. Результаты теории и эксперимента собраны в работе Гротча [159] *). Измерения отношений g_l-факторов H и He^+ позволило бы проверить поправки относительного порядка $\alpha\,(Z\alpha)^2$. Измерение этих членов могло бы служить дополнительным средством для проверки КЭД в водородоподобных атомах.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Границы теории. Никогда еще КЭД не согласовалась столь успешно с экспериментом, как сейчас. Не осталось фактически ни одного разногласия, несмотря на то, что теория продвинулась и в отношении точности (стали доступны более высокие порядки), и в отношении расстояний (еще несколько лет назад не было возможности исследовать столь малые расстояния, как теперь). Этим прогрессом мы обязаны экспериментам при высоких энергиях и больших переданных импульсах и особенно экспериментам на встречных e^+e^--пучках; новым прецизионным измерениям уровней в водородоподобных атомах и аномальных моментов электрона и мюона; независимому определению α из джозефсо-

*) См. также работу Фаустова [184]. (*Прим. перев.*)

новского эффекта и новым алгебраическим и вычислительным методам, которые в значительной мере расширили наши вычислительные возможности, особенно в отношении четвертого порядка в лэмбовском сдвиге и шестого порядка в аномальном моменте.

Конечно, теория еще может оказаться не справедливой на меньших расстояниях или при достижении более высокой точности, если имеют место: а) нелокальные токи, обусловленные структурой лептона, или внутренний аномальный момент; б) возбужденные лептоны [33]; в) неэлектромагнитные взаимодействия лептонов [75, 160]; г) тяжелые фотоны с положительной или отрицательной метрикой [4]; д) магнитный заряд; е) несправедливость теории возмущений или наличие таких вычетательных констант, которые не следуют из обычной процедуры перенормировок. Все перечисленные модификации в какой-то мере отвергнуты после многочисленных, рассмотренных выше проверок. Помимо этого с различной степенью точности проверены [161] основные свойства симметрии КЭД, законы сохранения и постоянство во времени α, c и т. д.

Все предполагаемые модификации испортили бы пленительную простоту уравнений Максвелла и дираковский вид лептонного тока. Однако, несмотря на простоту и феноменальные успехи, основные проблемы КЭД еще ждут своего решения. Этими проблемами являются вопросы перенормировки в локальной теории поля и выяснение природы точных решений *).

В заключение нам хотелось бы поблагодарить профессоров Йенни и Эриксона, а также наших коллег за высказанные ими полезные замечания.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Quantum Electrodynamics, ed. by J. Schwinger, N.Y., Dover, 1958.
2. A. S. Goldhaber, M. M. Nieto, Phys. Rev. Lett. **21**, 567 (1968).
3. W. C. Barber et al., Phys. Rev. **166**, 1127 (1966); Proc. 14th Intern. Conference on High-Energy Physics (Vienna, 28 August — 5 September 1968), ed by J. Prentki and J. Steinberger, European Organisation for Nuclear Research, Geneva, 1968, p. 454.
4. T. D. Lee, G. C. Wick, Nucl. Phys. **39**, 209 (1969); T. D. Lee. Proc. Topical Conference on Weak Interactions (Geneva, January 14—17, 1969), Geneva, CERN, 1969, p. 427.
5. T. D. Augustin et al., Proc. 4th Intern. Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energies (Liverpool, September 14—20, 1969), ed by D. W. Braben, Daresbury Nuclear Physics Laboratory, 1969, p. 290.
6. V. Sidorov, ibid., p. 227.
7. J. A. McClure, S. D. Drell, Nuovo Cimento **37**, 1638 (1965).
8. N. M. Kroll, ibid. **A45**, 65 (1966).

*) Недавно появился новый обзор Бродского [168], в котором содержатся результаты, отмеченные в примечаниях к переводу данного обзора. Автор дополнительно рассматривает результаты фотон-фотонного рассеяния $\gamma\gamma \to$ адроны. Кроме того, укажем на обзор Соловьева [185] и статью Фаустова [186] о свойствах водородоподобных систем.

Дополнение при корректуре. По вопросу рождения мюонных пар в электрон-позитронных столкновениях появилась заметка из Фраскати [187]. Сообщается, что КЭД справедлива вплоть до $K = 10 m_p c^2$, где K — параметр в фотонном пропагаторе (1) со знаком минус, а m_p — масса протона. По вопросу (μe)-универсальности опубликована теоретическая работа [188], в которой рассматривается возможность существования тяжелых лептонов с точки зрения их влияния на аномальные магнитные моменты электрона и мюона, и экспериментальная работа [189], выполненная во Фраскати, в которой справедливость КЭД проверялась и по отношению к полным сечениям и угловым распределениям. Гиллеленд и Рич [190] провели измерение g-фактора свободного позитрона. Их результат $a_e = (1{,}1603 \pm 12) \cdot 10^{-3}$ подтверждает справедливость CPT-теоремы с точностью до $1{:}10^6$. Появилась работа [191], посвященная дедуктивному выводу постоянной тонкой структуры, и теоретический обзор КЭД с точки зрения квантовой теории поля [192]. (*Прим. перев.*)

9. R. Gatto, High-Energy Physics, ed. by E. H. S. Burhop, v. 2, N.Y., Academic Press, 1967, p. 2 (см. перевод: Р. Гатто, сборник «Электромагнитные взаимодействия и структура элементарных частиц», М., «Мир» 1969, стр. 43).
10. M. J. Tannenbaum et al.,— [5], p. 309.
11. J. K. Randolf et al., ibid., p. 308.
12. P. J. Biggs et al., ibid., p. 292.
13. T. M. Knasel, Lectures in Theoretical Physics, v. 10B. High. Energy Physics and Elementary Particles, ed. by A. O. Barut and W. E. Brittin, N.Y. —L.—P., 1968, p. 549.
14. J. E. Augustin et al., Phys. Lett. **B28**, 517 (1969).
15. T. G. Asbury et al., Phys. Rev. Lett. **19**, 869 (1967); H. A. Alvensleben et al., ibid. **21**, 1501 (1968).
16. K. J. Cohen et al., Phys. Rev. **173**, 1339 (1968).
17. E. Eisenhandler et al., Phys. Rev. **18**, 425 (1967).
18. S. Hayes et al., ibid. **22**, 1134 (1969); Cornell Univ. Preprint.
19. J. K. de Pagler, Phys. Rev. Lett. **17**, 767 (1967); P. L. Rothwell et al., ibid. **23**, 1521 (1969).
20. D. J. Quinn, Ph.D. Thesis (Stanford University, California, 1968) (не опубликовано).
21. R. H. Siemann et al., Phys. Rev. Lett. **22**, 421 (1969).
22. A. D. Liberman et al., — [5], p. 298.
23. G. Bernardini et al., Lab. Naz. Frascati Rept. No. NLF-68/46, 1968 (не опубликовано).
24. S. J. Brodsky,—[5], p. 3; Northeastern Univ. at Boston Preprint, 1970.
25. D. Earles et al.,— [5], p. 287.
26. T. T. Russell et al., ibid., p. 287.
27. R. W. Ellsworth et al., Phys. Rev. **165**, 1449 (1968); L. M. Lederman, цит. у W. K. Panofsky,— [3], p. 23.
28. K. M. Moy et al., —[5], p. 286.
29. A. Wehmann et al., Phys. Rev. **178**, 2095 (1969).
30. T. E. Augustin et al., Phys. Lett. **B28**, 503, 508, 513 (1969); J. Perez y Torba, —[5], p. 213.
31. В. Л. Ауслендер и др., ЯФ **9**, 114 (1969).
32. U. Becker et al., Phys. Rev. Lett. **21**, 1504 (1968).
33. F. Now, ibid. **14**, 238 (1968).
34. F. Gutbrod et al., Zs. Phys. **192**, 271 (1966).
35. R. Budnitz et al., Phys. Rev. **141**, 1313 (1966), C. D. Boley et al., ibid. **167**, 1275 (1968); H. J. Behrend et al., Phys. Rev. Lett. **15**, 900 (1965); C. Betourne Phys. Lett. **17**, 70 (1965).
36. S. Parker et al., Phys. Rev. **B133**, 768 (1969); S. Frankel et al., Nuovo Cimento **27**, 894 (1963).
37. W. C. Barber et al., Phys. Rev. Lett. **22**, 902 (1969).
38. B. N. Taylor, W. H. Parker, D. N. Langenberg, Rev. Mod. Phys. **41**, 375 (1969).
39. W. H. Parker, B. N. Tayler, D. N. Langenberg, Phys. Rev. Lett. **18** 287 (1967).
40. T. F. Finnegan, A. Denenstein, D. N. Langenberg, ibid. **24**, 738 (1970).
41. J. Clarke, ibid. **21**, 1566 (1968).
42. Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс, Фейнмановские лекции по физике, т. 9, М., «Мир», 1967, стр. 247.
43. K. Nordtvedt, Jr., Phys. Rev. **B1**, 81 (1970).
44. D. T. Wilkinson, H. R. Crane, ibid. **130**, 852 (1963).
45. A. Rich, Phys. Rev. Lett. **20**, 967, 1221 (1968).
46. G. R. Henry, J. F. Silver, Phys. Rev. **180**, 1262 (1969).
47. J. Gilleland, A. Rich, Phys. Rev. Lett. **23**, 1130 (1969).
48. J. C. Wesley, A. Rich, ibid. **24**, 1320 (1970).
49. G. Graff et al., ibid. **21**, 340 (1968).
50. A. Dehmelt (не опубликовано).
51. См., например: J. D. Bjorken, S. D. Drell, Relativistic Quantum Fields, N.Y., McGraw-Hill, 1964.
52. T. Appelquist, J. Primack, Phys. Rev. **D1**, 1144 (1970).
53. J. Schwinger, ibid. **73**, 416 (1968); **76**, 790 (1949).
54. R. Karplus, N. M. Kroll, ibid. **77**, 536 (1950).
55. C. M. Sommerfield, ibid. **107**, 328 (1957); Ann. Phys. (N.Y.) **5**, 26 (1958).
56. A. Petermann, Helv. Phys. Acta **30**, 407 (1957).
57. М. В. Терентьев, ЖЭТФ **43**, 619 (1963).
58. S. D. Drell, H. R. Pagels, Phys. Rev. **B140**, 397 (1965).
59. G. G. Parsons, ibid. **168**, 1562 (1968).

60. J. A. Mignaco, E. Remiddi, Nuovo Cimento **A60**, 519 (1969).
61. J. Aldins et al., Phys. Rev. Lett. **23**, 441 (1969); Phys. Rev. **D1**, 2378 (1970).
62. A. C. Hearn, Stanford Univ. Rept. ITP-247, 1969.
63. J. Bailey et al., Phys. Lett. **B28**, 287 (1968).
64. F. J. M. Farley, Riv. Nuovo Cimento **1** (spec. n°), 59 (1969).
65. H. H. Elend, Phys. Lett. **20**, 1966; **21**, 720 (1966); G. W. Erickson, H. Liu (не опубликовано); H. Suura, E. H. Wichmann, Phys. Rev. **105**, 1930 (1957); A. Petermann, ibid., p. 1931; Fortschr. Phys. **6**, 505 (1958).
66. S. D. Drell, J. Trefil (не опубликовано); S. D. Drell, Proc. 13th Intern. Conference on High-Energy Physics (Berkeley, 1966), Berkeley, Univ. California Press, 1967, p. 93; Particle Interactions at High Energies (Scottish Univ. Summer School), ed. by T. W. Priest and L. J. Vick, Edinburgh, Oliver and Boyd, 1966, p. 199.
67. T. Kinoshita, Nuovo Cimento **B51**, 140 (1967); Cargese Lectures in Physics, v. 2, N.Y., Gordon and Breach, 1968, p. 209.
68. B. Lautrup, E. de Rafael, Phys. Rev. **174**, 1935 (1868).
69. M. Gourdin, E. de Rafael, Nucl. Phys. **B10**, 667 (1969).
70. H. Terazawa, Progr. Theor. Phys. (Kyoto) **39**, 1326 (1968); E. Etim, P. Picchi, Frascati Preprint LNF-69133, 1969.
71. J. Bell, E. de Rafael, CERN Preprint TN-1019, 1969.
72. S. J. Brodsky, J. D. Sullivan, Phys. Rev. **156**, 1644 (1967); R. A. Shaffer, ibid. **135**, B187 (1967); T. Burnett, M. Levine, Phys. Lett. **B24**, 467 (1967).
73. T. D. Lee, Phys. Rev. **128**, 899 (1962).
74. M. Gell-Mann et al., ibid. **179**, 1518 (1969).
75. S. J. Brodsky, E. de Rafael, ibid. **168**, 1620 (1965).
76. J. Bailey, E. Picasso, Progr. Nucl. Phys. **12**, 43 (1970).
77. E. E. Salpeter, H. A. Bethe, Phys. Rev. **84**, 1232 (1951); E. E. Salpeter, ibid. **87**, 328 (1952).
78. M. Gell-Mann, F. Low, ibid **84**, 350 (1951); S. Mandelstam, Proc. Roy. Soc. (L.) **A238**, 248 (1955).
79. F. Low, Phys. Rev. 88, 53 (1952).
80. D. R. Yennie, частное сообщение; L. S. Brown, частное сообщение; S. J. Brodsky, Brandeis Lecture in Theoretical Physics (1969), N.Y., Gordon and Breach (в печати).
81. H. A. Bethe, Phys. Rev. **72**, 339 (1947).
82. T. A. Welton, **74**, 1157 (1948).
83. H. A. Bethe et al., ibid. **77**, 340 (1950).
84. C. Schwartz, J. J. Tiemann, Ann. Phys. (N.Y.) **6**, 178 (1959); J. M. Harriman, Phys. Rev. **101**, 594 (1956); R. W. Huff, ibid. **186**, 1367 (1969).
85. R. Serber, ibid. **48**, 49 (1935).
86. E. A. Uehling, ibid., p. 55.
87. G. W. Erickson, D. R. Yennie, Ann. Phys. (N.Y.) **35**, 271, 447 (1965).
88. G. W. Erickson, University of Minnesota, 1962 (не опубликовано).
89. H. M. Fried, D. R. Yennie, Phys. Rev. Lett. **4**, 583 (1960).
90. M. Baranger et al., Phys. Rev. **88**, 680 (1952).
91. R. L. Mills, N. M. Kroll, ibid. **98**, 1489 (1955).
92. T. Appelquist, S. J. Brodsky, ibid. **A2**, 2293 (1970).
93. M. F. Soto, Jr., Phys. Rev. Lett. **17**, 1153 (1966).
94. J. Wesener et al., Phys. Rev. **91**, 1257 (1953).
95. E. de Rafael et al., Phys. Lett. **B31**, 577 (1970).
96. R. Barbieri et al., Preprint S. N. S. 71/3, May 1971.
97. H. Grotch, D. R. Yennie, Rev. Mod. Phys. **41**, 350 (1969).
98. G. W. Erickson,— Physics of One- and Two-Electron Atoms, ed. by F. Bopp and H. Kleinpoppen, Amsterdam, North-Holland, 1969, p. 193.
99. В. А. Петрунькин, С. Ф. Семенко, ЯФ **3**, 489 (1966).
100. S. Triebwasser et al., Phys. Rev. **89**, 98 (1953).
101. R. T. Robiscoe, T. W. Shyn, Phys. Rev. Lett. **24**, 539 (1970); R. Robiscoe, Phys. Rev. **168**, 4 (1968).
102. S. L. Kaufman et al., Phys. Rev. Lett. **22**, 507 (1969).
103. T. W. Shyn et al., ibid. **22**, 1273 (1969).
104. T. V. Vorburger, B. L. Cosens, ibid. **23**, 1273 (1969).
105. B. L. Cosens, Phys. Rev. **173**, 49 (1968).
106. E. Lipworth, R. Nowick, ibid. **108**, 1434 (1957).
107. M. A. Narasimhan, Ph. D. Thesis (University of Colorado, 1969) (не опубликовано).
108. D. Mader, M. Leventhal, Bull. A. Phys. Soc. **13**, 575 (1968).

109. L. L. Hatfield, R. N. Hughes, Phys. Rev. **156**, 102 (1967).
110. R. R. Jacobs et al., Bull. Am. Phys. Soc. **14**, 525 (1969).
111. C. Y. Fan et al., Phys. Rev. **161**, 6 (1967).
112. A. J. Layzer, Phys. Rev. Lett. **4**, 580 (1960).
113. H. Metcalf, J. K. Brandenberger, J. C. Baird, ibid. **21**, 165 (1968).
114. W. E. Lamb, Jr., Phys. Rev. **85**, 259 (1952); W. E. Lamb Jr., R. C. Retherford, ibid. **79**, 549 (1950); **81**; 222 (1951); **86**, 1014 (1952); S. Triebwasser et al., ibid. **89**, 98 (1953).
115. K. R. Lea, Invited Talk at Am. Phys. Soc. Meeting 1968.
116. R. Robiscoe,—[80] (1970).
117. D. Kleppner, ibid. (1969).
118. S. J. Brodsky J. R. Primack, Ann. Phys. (N.Y.) **52**, 315 (1969); Phys. Rev. **174**, 2071 (1968).
119. S. J. Brodsky, R. G. Parsons, ibid. **163**, 134; **176**, 423 (1967); S. L. Kaufman, частное сообщение.
120. S. J. Brodsky, G. W. Erickson, Phys. Rev. **146**, 26 (1966) и цитируемая там литература.
121. N. M. Kroll, F. Pollack, ibid. **84**, 594; **86**, 876 (1951).
122. R. Karplus et al., ibid. **84**, 597 (1951).
123. A. J. Layzer, Phys. Rev. Lett. **4**, 580 (1960); J. Math. Phys. **2**, 292, 308 (1961); Nuovo Cimento **33**, 1538 (1968).
124. D. Zwanziger, ibid. **34**, 77 (1964).
125. C. Zemach, Phys. Rev. **104**, 1771 (1956).
126. C. K. Iddings, P. M. Platzman, ibid. **113**, 192; **115**; 919 (1959).
127. F. Guerin, Nuovo Cimento **A50**, 1, 211 (1967).
128. C. K. Iddings, Phys. Rev. **B138**, 446 (1969).
129. R. N. Faustov, Nucl. Phys. **75**, 669 (1966).
130. Г. М. Зиновьев, Б. В. Струминский, Р. Н. Фаустов, В. Л. Черняк, ЯФ **11**, 1284 (1970).
131. W. N. Cottingham, Ann. Phys. (N.Y.) **25**, 424 (1963).
132. A. Verganalakis, D. Zwanziger, Nuovo Cimento **39**, 613 (1965).
133. S. D. Drell, J. D. Sullivan, Phys. Rev. **154**, 1477 (1967).
134. J. D. Bjorken, ibid. **148**, 1467 (1966).
135. S. D. Drell, J. D. Sullivan, Phys. Lett. **19**, 516 (1966).
136. A. Bohr, Phys. Rev. **73**, 1109 (1948); F. Low, ibid. **77**, 361 (1950).
137. R. Vessot et al., IEEE Trans. Instr. Meas. **IM-15**, 165 (1966).
138. S. B. Crampton, D. Kleppner, N. F. Ramsey, Phys. Rev. Lett. **11**, 338 (1963).
139. E. N. Fortson et al., ibid. **16**, 221 (1966).
140. M. Sternheim, Phys. Rev. **130**, 211 (1963).
141. V. W. Hughes, а) Phys. Today **20**, 29 (1969); б) Proc. 1st Intern. Conference on Atomic Physics (New York, June 3—7, 1968), ed. by B. Bederson, V. W. Cohen and F. M. T. Pichenick, N.Y., Plenum Press, 1969, p. 15.
142. W. A. Newcomb, E. E. Salpeter, Phys. Rev. **97**, 1146 (1955); R. Arnowitt, ibid. 92, 1002 (1953).
143. P. Crane et al.,— [5], p. 309.
144. R. D. Ehrlich et al., Chicacago Univ. Preprint EFINS-69-71, 1969.
145. M. A. Ruderman, Phys. Rev. Lett. **17**, 794 (1966).
146. V. Telegdi, частное сообщение; R. de Voe et al., Phys. Rev. Lett. **25**, 1779 (1970).
147. J. F. Hague et al., ibid. **25**, 628 (1970).
148. S. Bashkin, Phys. Rev. **162**, 12 (1967).
149. C. Schwartz, —[141б], p. 71.
150. L. Hambro, Ph. D. Thesis (University of California, 1970) (не опубликовано).
151. E. D. Theriot, Jr., et al., Phys. Rev. Lett. **18**, 767 (1967).
152. R. Kalrplus, A. Klein, Phys. Rev. **87**, 848 (1952); G. W. Erickson (не опубликовано), цит. по [38].
153. T. Fulton et al., Phys. Rev. **A4**, 1802 (1971).
154. V. Telegdi,— [141б], p. 551; H. L. Anderson et al., Phys. Rev. Lett. **22**, 221 (1969).
155. R. C. Barrett et al., Phys. Rev. **166**, 1589 (1968).
156. A. Di Giacomo, Nucl. Phys. **B11**, 411 (1969) и будет опубликовано.
157. W. M. Hughes, H. G. Robinson, Phys. Rev. Lett. **23**, 1209 (1969)
158. D. J. Larson et al., Phys. Rev. **184**, 14 (1969).
159. H. Grotch, Phys. Rev. Lett. **24**, 39 (1970); Phys. Rev. **A2**, 1605 (1970).
160. T. D. Lee, B. Zumino, ibid. **163**, 1667 (1967).
161. G. Feinberg, —[141б], p. 1.

ЛИТЕРАТУРА К ПРИМЕЧАНИЯМ ПЕРЕВОДЧИКА

162. E. W. Williams, D. Park, Phys. Rev. Lett. **26**, 1651 (1971).
163. W. C. Barber et al., Phys. Rev. **D3**, 2796 (1971).
164. W. T. Toner et al., Phys. Lett. **B36**, 251 (1971).
165. T. F. Finnegan et al., Phys. Rev. **B4**, 1487 (1971).
166. A. Wyler, C. R. Acad. Sci. **A269**, 743 (1969); **A271**, 186 (1971); Phys. Today **24** (3), 17 (1971).
167. B. Robertson, Phys. Rev. Lett. **27**, 1545 (1971).
168. S. I. Brodsky, Radiative Problems and Quantum Electrodynamics. Invited Talk at Intern. Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energies (Cornell Univ., New York, August 23—27, 1971), SLAC-PUB-989, December 1971.
169. S. I. Brodsky, T. Kinoshita, Phys. Rev. **D3**, 356 (1971); J. Calmet, M. Perrotet, ibid., p. 3101; M. I. Levine, I. Wright, Phys. Rev. Lett. **26**, 1351 (1971).
170. B. Lautrup, CERN Preprint TH-1444, 1971.
171. G. W. Erickson, Phys. Rev. Lett. **27**, 780 (1971).
172. A. Peterman, Phys. Lett. **B35**, 325 (1971).
173. A. Peterman, ibid. **B38**, 330 (1972).
174. B. L. Cosens, T. K. Vorburger, Phys. Rev. **A2**, 16 (1970).
175. T. W. Shyn et al., ibid. **A3**, 116 (1971).
176. W. E. Lamb, Jr., et al., Phys. Rev. Lett. **22**, 507, 806 (1969).
177. D. L. Mader et al., Phys. Rev. **A3**, 1832 (1971).
178. C. W. Fabjar, P. M. Pipkin, Phys. Lett. **A36**, 69 (1971).
179. T. Applequist, S. I. Brodsky, Phys. Rev. Lett. **24**, 562 (1970).
180. L. Essen et al., Nature **229** (No. 2528), 110 (1971).
181. T. Crane et al., Phys. Rev. Lett. **27**, 474 (1971).
182. D. Favart et al., ibid., p. 1336, 1340.
183. J. Jarecki, R. M., Herman, ibid. **28**, 199 (1972).
184. R. Faustov, Phys. Lett. **B33**, 422 (1970).
185. Л. Д. Соловьев, Доклад на XV Международной конференции по физике высоких энергий (Киев, 26 августа — 4 сентября 1970 г.). Препринт ИТФ-71-5Е, 1970.
186. Р. Фаустов, Пробл. физ. элем. частиц и ат. ядра **3** (1), 238 (1972).
187. B. Borgia et al., Lett. Nuovo Cimento **3**, 115 (1972).
188. A. De Rújula, B. Lautrup, ibid., p. 49.
189. V. Alles-Borelli et al., Nuovo Cimento **A7**, 330 (1972).
190. J. R. Gilleland, A. Rich, Phys. Rev **A5**, 38 (1972).
191. R. Gilmore, Phys. Rev. Lett. 28, 462 (1972).
192. K. Johnson, Proc. of the Symposium on Basic Questions in Elementary Particle Physics (Munich, 1971), Munich, 1971, p. 11.