

019 941:530.145.1

**СОДЕРЖАНИЕ ПОНЯТИЯ «ФИЗИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ»  
И АКСИОМАТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ СТРУКТУРЫ  
ГИЛЬБЕРТОВА ПРОСТРАНСТВА КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ  
ЧЕРЕЗ ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ИЗМЕРЕНИЙ**

**G. Ludwig.** Deutung des Begriffs «Physikalische Theorie» und axiomatische Grundlegung der Hilbertraumstruktur der Quantenmechanik durch Hauptsätze des Messens (Lecture Notes in Physics, vol. 4) (J. Ehlers, K. Hepp, H. A. Weidenmüller, Managing Ed. W. Beiglböck, Eds.). Springer Verlag, Berlin — Heidelberg — New York, 1970, 469 S.

Рецензируемая книга выпущена как очередной, 4-й том в серии «Lecture Notes in Physics», общий характер которой уже подвергался обсуждению на страницах УФН<sup>1</sup>. Однако, в отличие от других томов серии, где рассматривались активно обсуждаемые и широко разрабатываемые области современной квантовой и статистической физики (кристаллофизика, теория перенормировок и аналитическая теория  $S$ -матрицы), книга Людвиг посвящена сравнительно менее известной и не столь популярной проблематике. В ней изучается проблема обоснования квантовой механики, понимаемая как задача строгой дедукции основных понятий и математических структур квантовомеханического описания. Хотя исследования в этой области никогда не занимали центрального места в квантовой физике, они являются необходимым моментом в построении полного и непротиворечивого описания квантовых явлений и имеют свою традицию, в основании которой лежат идеи и труды Джона фон Неймана<sup>2, 3</sup>. За последнее десятилетие эта область исследований — часто именуемая квантовой логикой или же аксиоматической квантовой механикой — переживает заметный прогресс: был выполнен ряд значительных работ (К. Пирона, И. Яуха, Дж. Макки, С. Гаддера и др.) и появилось несколько отличных монографий — Дж. Макки<sup>4</sup>, И. Яуха<sup>5</sup> и В. С. Варадараджана<sup>6</sup>, рядом с которыми заслуживает быть поставленным и рецензируемое сочинение.

Объемистая книга Людвиг содержит расширенное и дополненное изложение (все же еще не являющееся отделанной и окончательной версией, но представляющее скорее первую попытку синтеза) результатов автора и его сотрудников по развиваемому ими в течение ряда лет оригинальному подходу к обоснованию физических теорий, и прежде всего квантовой механики. Книга состоит из введения, поясняющего общий характер сочинения, его задачи и его особенности, и четырех глав.

В гл. I дается классическая схема аксиоматизации квантовой механики по фон Нейману. При этом, в отличие от большинства изложений, автор ставит своей задачей не подчеркнуть строгий, аксиоматический, формально-согласованный характер схемы фон Неймана, но, напротив, выявить в ней еще оставшиеся моменты недоста-

точности, необоснованности. При ближайшем анализе подобных пунктов усматривается немало. Так, в схеме фон Неймана в значительной мере остались открытыми проблема построения теории измерения и проблема приготовления состояния (иначе, проблема описания состояния до измерения); определения основных понятий — состояние, наблюдаемая, ожидание — были даны лишь применительно к заданному математическому формализму, а не независимо от него, как того требует аксиоматическая методология, и т. д. После сжатого критического анализа схемы фон Неймана автор не спешит приняться за восполнение обнаруженных в ней пробелов. Напротив, он полностью покидает почву данной схемы и вновь «начинает с нуля», в качестве которого принимает к тому же гораздо более общие установки, нежели принятые в теории фон Неймана.

Положительные построения Людвига начинаются с абстрактного структурного анализа произвольной физической теории (гл. II). Этот анализ осуществляется весьма тщательно и развернуто и складывается, по существу, в очерк некоторой новой и особой науки о структуре физической теории и о принципах математической формализации физической действительности. Эта наука — формальная теория физического описания как такового — соотносится с физикой в точности так же, как метаматематика — с математикой, и соответственно могла бы по праву носить название *метафизики*, если бы этот термин не был бы уже закреплен совсем за иным содержанием.

Исходными элементами структуры произвольной физической теории  $PT$  являются, по Людвигу, некоторая сфера  $W$  физической действительности, некоторая математическая теория  $MT$  и система  $(\leftrightarrow)$  «отображающих принципов», устанавливающих соответствие между этими элементами; т. е.  $PT = MT (\leftrightarrow) W$ . При анализе строения и взаимосвязей этих трех элементов важнейшую роль играет вводимое Людвигом понятие «реального текста»  $g$  физической теории.  $g$  включает в себя исходные вещественные данные теории, т. е. ту часть  $W$ , которая предполагается заданной а priori и не является предметом анализа. (Так, электрический ток в рамках электродинамики есть элемент из  $W$ , но не из  $g$ ; силы входят в  $W$  и в электродинамике, и в механике, но в первом случае они входят и в  $g$ , тогда как во втором — нет.) Далее, внутри  $g$  выделяется область  $g_n$  «нормируемого реального текста», элементы которой могут быть наделены обозначениями, после чего посредством «отображающих принципов» совершается «типизация» реального текста, т. е. его перевод на математический язык: знаки, отвечающие физическим объектам и их отношениям, погружаются в математические структуры. При этом в числе отображающих принципов присутствуют также особые «размытые отображения», позволяющие учесть неточности, погрешности измерений и т. п., имманентные всякой физической теории. Наконец, возникающая математическая теория  $MT$  перестраивается с учетом того, какие из ее структур непосредственно участвуют в отображающих принципах, и принимает форму «аксиоматического базиса»  $MT_\Sigma$  физической теории. На основе описанной схемы (далеко не тривиальной и логически, и математически) далее дается формальное определение замкнутости физической теории, проводится интересная дискуссия об источниках и характере бесконечностей в ней, а также рассматриваются другие небезыңтересные вопросы, на которых мы не имеем возможности останавливаться.

В гл. III (занимающей 2/3 объема книги) аппарат гл. II применяется для решения следующих двух (тесно связанных) проблем: 1) Из общей теории структуры  $\{MT(\leftrightarrow)W\}$ , с введенным туда реальным текстом нерелятивистской теории микрообъектов, построить аксиоматический базис  $MT_\Sigma$  квантовой механики. 2) В рамках аксиоматического базиса  $MT_\Sigma$  дедуцировать для квантовой механики структуру гильбертова пространства, для чего (как минимум) определить понятия наблюдаемой и состояния и «типизировать» их как эрмитовы операторы  $F$  в гильбертовом пространстве, удовлетворяющие условиям  $0 \leq F \leq 1$  или  $F \geq 0$ ,  $\text{Sp } F = 1$ , соответственно.

Фундаментом для решения этих задач служат анализ реального текста квантовой механики и процедура типизации последнего. Эти стадии в свою очередь представляют собой не что иное, как построение формальной теории микроэксперимента (квантовой теории измерений), ибо автор обосновывает, что полное задание элемента реального текста включает не только указание физического объекта, но и точное указание того какую аппаратурой и какие измерения над ним выполнимы. Соответственно, реальный текст квантовой механики — определенная совокупность экспериментов — разбивается на совокупность  $\tilde{K}$  «частей приготовления» (куда входят ансамбли микрообъектов и аппаратура их приготовления) и совокупность  $\tilde{L}$  «частей эффекта» (включающую физические эффекты (процессы) и аппаратуру их детектирования). Именно эти совокупности, после их «означивания», погружения в математические структуры и длинной серии последующих трансформаций, в конечном итоге предстают как множество наблюдаемых и множество состояний. Нет никакой возможности в рамках нашей рецензии дать сколько-нибудь точное представление даже об основных этапах этих построений Людвига, однако следует попытаться отметить хотя бы важнейшие особенности его схемы.

Как известно, во всех вариантах аксиоматического построения квантовой механики исходными структурными элементами являются эксперименты, допускающие лишь два исхода \*). Множество их допускает введение операций типа логических, в результате чего получает структуру решетки  $G$ , или же «квантовой логики», и далее в терминах  $G$  уже легко определяются все нужные понятия и свойства квантовомеханической теории. Многократно отмечалось, что выбор альтернативных экспериментов в качестве исходных объектов неудовлетворителен с физической точки зрения, поскольку в смысле реальных измерений они являются идеализациями и корректное их введение требует предварительного исследования того, при каких условиях и для каких систем они реально осуществимы. Схема Людвига свободна от этого недостатка: ее исходное множество эффектов  $\tilde{L}$  вполне произвольно и может, вообще говоря, не включать ни одного элемента из  $G$ . Тем не менее все результаты «обычных» схем воспроизводимы и в схеме Людвига за счет доказываемого включения  $G \subseteq L$ , где  $\tilde{L}$  — некоторое банахово пространство, однозначно реконструируемое по  $\tilde{L}$ . При этом элементы  $G$  выступают как экстремальные точки определенных подмножеств из  $\tilde{L}$ , вообще говоря, не лежащие в  $\tilde{L}$ , что представляет собой строгое доказательство часто делавшегося полуинтуитивного утверждения о том, что альтернативное измерение можно осуществить как предел некоторой последовательности реальных измерений. Различием  $G$  и  $\tilde{L}$  порождается и ряд других особенностей схемы Людвига, однако, как и в других схемах, главным условием, при котором  $G$  отвечает квантовомеханической системе, является атомарность  $G$ .

Наконец, Людвиг принимает, что в качестве логик высказываний могут рассматриваться только решетки с классической логикой; иначе говоря, решетки квантовой теории интерпретируются им лишь как «символические логики», но не как логики высказываний. Поэтому для построения логики высказываний Людвиг выделяет в  $L$  подмножества, допускающие структуру булевских решеток. Такими подмножествами оказываются максимальные вполне упорядоченные подмножества из  $G$ , физически соответствующие множествам соизмеримых альтернативных эффектов. В терминах этих же подмножеств, еще до перехода к структуре гильбертова пространства, оказывается возможным сформулировать строгое определение наблюдаемой, представляющее известную аналогию с определением эрмитова оператора посредством его спектрального разложения. Это определение (гл. III, § 15) — один из центральных результатов схемы.

В заключительной, гл. IV на основе построенной структуры квантовой механики в гильбертовом пространстве анализируется (достаточно кратко) ряд общих вопросов: проблема скрытых параметров, формальные причины неприменимости развитой схемы к описанию макрообъектов и т. п.

В порядке общей оценки монографии уместно отметить безусловную самостоятельность и оригинальность авторского подхода; следует также признать, что в книге заключено немало содержания, полезного и для гораздо более широкого круга вопросов, нежели одна проблема обоснования квантовой механики. Одновременно нельзя и не отметить, с сожалением, что, по всей вероятности, это полезное содержание будет вполне извлечено лишь довольно узким кругом читателей, поскольку книга Людвига обладает редкостью — даже для немецкой литературы — трудночитаемостью.

С. С. Хоружий

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. УФН 103 (1), 182; 105 (1), 165; (3) (1971).
2. J. von Neumann, *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*, Springer-Verlag, Berlin, 1932 (см. перевод: Дж. фон Нейман, *Математические основы квантовой механики*, М., «Наука», 1964).
3. G. Birkhoff, J. von Neumann, *Ann. of Math.* 37, 823 (1936).
4. J. Mackay, *The Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, W. A. Benjamin, New York, 1963 (см. перевод: Дж. Макки, *Лекции по математическим основам квантовой механики*, М., «Мир», 1965).
5. J. M. Jauch, *Foundations of Quantum Mechanics*, Addison — Wesley, Reading (Mass.), 1968.
6. V. S. Varadarajan, *Geometry of Quantum Theory*, vol. 1, Van Nostrand, Princeton, N.Y., 1968.

\*) Entscheidungsexperimenten, по терминологии фон Неймана. В русской литературе до сих пор нет удовлетворительного перевода для этого важного термина. Употребляются варианты: «эксперименты типа да — нет», «вопросы» (что неудовлетворительно по существу ввиду отличия квантовой логики от логики суждений) или — совсем уж вычурно и невнятно — «рассудимые эксперименты» (в русском переводе книги фон Неймана). Мы переводим данный термин как «альтернативные эксперименты».