

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

621.38

**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ПОТОКОВ  
С УПРУГИМИ ВОЛНАМИ РЕШЕТКИ***В. И. Пустовойт*

## ВВЕДЕНИЕ

Особый интерес в последнее время приобрели вопросы, связанные с взаимодействием электронных потоков с различными волнами, существующими в той или иной системе. Одна из причин такого повышенного внимания к этим явлениям состоит в том, что в определенных условиях в системе с электронными потоками возможно усиление или генерация различных типов волн, как электромагнитных, так и звуковых. Физическая причина усиления и генерации волн в таких системах одна и та же, а именно черенковское излучение той или иной волны зарядом, движущимся со «сверхволновой» скоростью<sup>1, 2</sup>.

Впервые исследование таких явлений было начато сравнительно давно (главным образом применительно к газоразрядной плазме). В электронно-ионной плазме возможно распространение многих типов волн (особенно при наличии внешнего магнитного поля; см. <sup>3</sup>), и присутствие электронных потоков или пучков, как правило, приводит к нарастанию, т. е. к усилению или генерации тех или иных волн в системе<sup>4, 5</sup>. В конечном счете для газоразрядной плазмы это приводит к развитию неустойчивости.

Лишь сравнительно недавно аналогичные явления стали изучать в твердых телах, в полупроводниках и полуметаллах, где электронные или «дырочные» потоки можно создавать с помощью внешних полей или с помощью градиентов концентрации или температуры. К настоящему времени в литературе уже имеется сравнительно большое число работ, посвященных изучению различных явлений неустойчивости, которые вызываются электронными потоками в твердом теле. Весьма условно эти работы можно разделить на две группы: первая — это работы, в которых исследуются возбуждения плазменного типа<sup>6</sup>, вторая — это работы, в которых исследуется раскачка тех или иных «решетчатых» волн электронными потоками. Характерной особенностью работ первого направления является то, что при возбуждениях плазменного типа решетки кристалла играют второстепенную роль: потоки носителей возбуждают ту или иную волну, существующую в самой электронно-дырочной плазме; второе направление, наоборот, характеризуется тем, что решетка здесь играет активную роль: электронные потоки возбуждают или усиливают ту или иную решетчатую волну \*).

\*) Необходимо лишь раз подчеркнуть, что такое деление возбуждений на «плазменную» и «решетчатую» ветви весьма условно и иногда теряет смысл. Последнее происходит вблизи появления так называемых связанных акусто-электромагнитных волн.

Чтобы как-то сузить круг рассматриваемых вопросов, из этих двух больших и самостоятельных проблем в обзоре остановимся только на второй, а именно, исследуем вопросы, связанные с усилением упругих волн в решетке.

Экспериментально усиление упругих волн впервые было обнаружено Хатсоном, Мак-Фи и Уайтом<sup>7</sup>, которые наблюдали усиление проходящей ультразвуковой волны в пьезополупроводящих кристаллах сернистого кадмия, когда дрейфовая скорость электронов превысила скорость звука.

Физический процесс, происходящий при усилении или генерации акустических волн дрейфующим потоком электронов в твердом теле, состоит в следующем. Проходящая упругая волна приводит к перераспределению электронов в пространстве так, что образуются области повышенной концентрации электронов, т. е. пространственный объемный заряд. Если теперь заставить дрейфовать объемный заряд (например, с помощью внешнего поля) в направлении волны со сверхзвуковой скоростью, то, подобно свободным электронам, объемный заряд будет излучать фононы.

Такова физическая природа эффекта усиления в области малых частот, когда усиление или генерация упругих волн обусловлена черенковским излучением объемного заряда, созданного самой волной. На больших частотах, когда за время, равное периоду волны, объемный заряд не успевает образоваться, усиление акустических волн обязано черенковскому излучению отдельных электронов, аналогично пучковой неустойчивости в газоразрядной плазме.

В первой части обзора рассматривается качественная картина усиления звуковых волн в твердом теле в двух предельных случаях, когда длина свободного пробега носителей мала или велика по сравнению с длиной волны ультразвука.

Показано, что в обоих случаях возможность усиления звуковых волн в системе полностью определяется черенковским условием для излучения фононов дрейфующими электронами.

Вторая часть посвящена выводу дисперсионных уравнений, описывающих распространение звуковых волн в проводящих телах с различным характером взаимодействия с электронами проводимости. При этом само состояние электронно-дырочной плазмы не конкретизируется, и поэтому, естественно, в ту часть дисперсионного уравнения, которая определяет взаимодействие с электронами, входит тензор диэлектрической проницаемости среды.

По существу, центр тяжести всех рассматриваемых вопросов лежит в вычислении тензора диэлектрической проницаемости кристалла при наличии направленных потоков заряженных частиц. По этой причине третья часть целиком посвящена вычислению диэлектрической проницаемости среды при наличии дрейфа в различных случаях: малые и большие частоты, влияние магнитного поля, циклотронный и геометрический резонансы, квантовые осцилляции и т. д. Следует также заметить, что тензор диэлектрической проницаемости среды определяет не только плазменную часть затухания или усиления упругих волн, но и целый ряд других явлений, в том числе и чисто плазменных, поэтому вычисление его значений в различных случаях представляет также и самостоятельный интерес. Далее с помощью найденных выражений для диэлектрической проницаемости среды исследуются эффекты усиления (а также связанные с этим явления) в различных условиях для различных типов взаимодействия звуковых волн с электронно-дырочной плазмой носителей.

1. КАЧЕСТВЕННОЕ РАССМОТРЕНИЕ ЭФФЕКТА УСИЛЕНИЯ.  
ВВОДНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Как уже говорилось, на опыте было обнаружено усиление акустических волн в условиях, когда скорость дрейфа носителей превышает скорость волны <sup>7</sup>. Чтобы проиллюстрировать физическую природу этого эффекта, рассмотрим распространение в среде плоской продольной электрической волны

$$E_{\sim}(z, t) = E_{\sim} e^{i\omega t - iqz}, \quad E_{\sim} \parallel \mathbf{q}. \quad (1,1)$$

Электрическое поле волны  $E_{\sim}$  производит над средой в единицу времени работу, равную  $V \operatorname{Re} \sigma_{\sim} E_{\sim}^2$ , где  $\operatorname{Re} \sigma_{\sim}$  — проводимость среды по переменному полю волны,  $V$  — объем системы. Знак работы определяется знаком проводимости  $\operatorname{Re} \sigma$ : если  $\operatorname{Re} \sigma_{\sim} > 0$ , то производимая над средой работа положительна и проходящая волна затухает, отдавая энергию среде; если же  $\operatorname{Re} \sigma_{\sim} < 0$ , то среда отдает энергию волне и амплитуда проходящей волны нарастает. Таким образом, чтобы выяснить хотя бы качественно характер взаимодействия волны (1,1) со средой, нужно определить знак проводимости среды по переменному полю волны.

Покажем, что плазменная среда, в которой имеется направленное движение заряженных частиц со скоростью, превышающей фазовую скорость волны  $v_{\phi} = \omega/q$ , имеет отрицательную проводимость. Для нахождения проводимости среды нужно найти отклик системы на продольную волну (1,1), т. е. найти индуцируемый волной в системе ток. Примем для определенности, что направленное движение частиц в среде создается внешним постоянным электрическим полем  $E_d$ . Тогда для переменной составляющей тока в линейном приближении по полю волны имеем

$$\mathbf{j}_{\sim} = en_0 \mathbf{v}_{\sim} + en_{\sim} \mathbf{v}_d; \quad (1,2)$$

здесь  $n_0$  — равновесное значение концентрации электронов <sup>\*</sup>),  $n_{\sim}(z, t)$  — малое отклонение концентрации от равновесного значения, вызванное волной,  $\mathbf{v}_d$  — направленная скорость электронов, обусловленная действием внешнего поля  $E_d$ ,  $\mathbf{v}_{\sim}(z, t)$  — переменная, т. е. колебательная, скорость электронов в электрическом поле волны. Как видно из выражения (1,2), индуцируемый волной ток в системе состоит из двух частей: первый член в (1,2)  $en_0 \mathbf{v}_{\sim}$  — это ток колебательного движения электронов, который обычно учитывается в теории проводимости; второе слагаемое в (1,2)  $en_{\sim} \mathbf{v}_d$  — это ток упорядоченного движения объемного заряда. Для определения  $n_{\sim}(z, t)$  воспользуемся уравнением непрерывности

$$e \frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} = 0. \quad (1,3)$$

Предполагая, ради простоты, что дрейф электронов  $\mathbf{v}_d$  направлен по волне, т. е.  $\mathbf{v}_d \parallel \mathbf{q}$ , найдем из (1,3)

$$n_{\sim}(\omega, \mathbf{q}) = n_0 \frac{q \mathbf{v}_{\sim}}{\omega - q \mathbf{v}_d}. \quad (1,4)$$

Колебательная скорость электронов  $\mathbf{v}_{\sim}$  в простейшем случае равна  $\mu E_{\sim}$ , где  $\mu$  — подвижность электронов.

В общем случае (особенно на больших частотах) подвижность  $\mu$  является комплексной величиной, однако сейчас нас интересует лишь качественная картина явления и к тому же на малых частотах, поэтому подвижность  $\mu$  можно считать чисто вещественной. Подставляя (1,4)

<sup>\*</sup>) Ниже чаще будем говорить об электронах, однако все в равной мере относится и к дыркам.

в выражение для тока (1,2), получим <sup>8</sup>

$$\mathbf{j}(\omega, \mathbf{q}) = \sigma_{\sim}(\omega, \mathbf{q}) \mathbf{E}_{\sim}, \quad \sigma_{\sim}(\omega, \mathbf{q}) = \frac{\sigma_0}{1 - (v_d/v_{\phi})}; \quad (1,5)$$

здесь  $\sigma_0 = en_0\mu$  — проводимость по постоянному току.

Найденная формула для проводимости (1,5) показывает, что  $\text{Re } \sigma_{\sim}(\omega, \mathbf{q})$  меняет знак при

$$v_d > \frac{\omega}{q}, \quad (1,6)$$

т. е. когда дрейф электронов превысит фазовую скорость волны.

Условие, при котором проводимость плазменной среды меняет знак, есть не что иное, как условие черенковского излучения <sup>3</sup>: скорость дрейфа электронов должна превышать фазовую скорость раскачиваемой волны. Роль черенковского излучателя здесь играет не одна частица, как это обычно бывает, а коллектив частиц — локальный ступок заряженных частиц одного знака, образованного самой волной. Если при обычном черенковском излучении электромагнитную волну излучает каждый электрон в отдельности (лишь бы скорость его превышала фазовую скорость волны в среде), то в этом случае волну излучает объемный заряд, движущийся как одно целое под действием внешнего постоянного поля. Таков механизм усиления низкочастотных волн, когда за время, равное периоду волны, объемный заряд успеваает сформироваться. Если же волна высокочастотная и объемный заряд в волне не образуется, то усиление обусловлено черенковским излучением отдельных электронов, движущихся со «сверхволновой» скоростью.

Сделаем несколько замечаний о применимости выражения для проводимости (1,5). При  $v_d = v_{\phi}$ , как видно из выражения (1,5), имеет место бесконечный резонанс. На самом деле при  $v_d = v_{\phi}$  формула (1,5) неприменима. Это сразу следует из условия  $n_0 \gg n_{\sim}$ , которое приводит к требованию  $|1 - (v_d/v_{\phi})| \gg v_{\sim}/v_{\phi}$  и тем самым исключает особенность (бесконечный резонанс) при  $v_d = v_{\phi}$ . Как увидим ниже, при резонансе ток конечен вследствие диффузии объемного заряда, соударений электронов с фононами, примесями и т. п., а также вследствие других причин, которые могут быть учтены лишь при более строгом рассмотрении задачи. Простая формула для проводимости среды (1,5) оказывается справедливой лишь на малых частотах, когда возможно пренебречь тепловым движением частиц.

Создаваемая на опыте направленная скорость движения электронов в твердых телах обычно не превышает  $10^6 - 6 \cdot 10^7$  см/сек, и поэтому усиливать можно сравнительно медленные волны. Вопрос о том, какая именно волна может распространяться и усиливаться в системе, зависит от свойств самой среды и в каждом отдельном случае требует специального рассмотрения. Однако сразу ясно, что наиболее подходящими для усиления являются акустические волны, скорость которых в твердых телах обычно составляет  $10^5 - 10^6$  см/сек. Взаимодействие акустической волны с дрейфующим потоком носителей может осуществляться различными способами, но наиболее эффективно это взаимодействие в пьезополупроводящих кристаллах, где проходящая по кристаллу волна сопровождается электрическим полем. Именно в пьезополупроводящих кристаллах сернистого кадмия и был обнаружен впервые эффект усиления ультразвука при сверхзвуковом движении электронов <sup>7</sup>.

Найденное выше выражение для проводимости электронного газа справедливо только в области малых частот, значительно меньших эффективной частоты столкновений электронов. Можно, однако, привести простые соображения, показывающие, что и свободные электроны, дви-

жущиеся со сверхзвуковой скоростью, могут излучать фононы. Эти рассуждения мало чем отличаются от случая обычного (фотонного) черенковского излучения<sup>1, 2</sup>.

Будем рассматривать случаи вырожденных полупроводников или полуметаллов при абсолютном нуле температуры, когда фермиевская функция распределения электронов есть чистая «ступенька». При равновесном распределении электронов, несмотря на то, что характерные скорости «возбужденных» электронов порядка скорости Ферми и, следовательно, много больше скорости звука, генерация фононов в системе не происходит, поскольку все состояния электронов с энергией, меньше энергии Ферми, заняты. Другая ситуация будет для неравновесной системы. Пусть с помощью какого-либо механизма в объеме полупроводника создан дрейф электронов со скоростью  $v_d$ . Наличие дрейфа электронов приведет к тому, что функция Ферми сместится на вектор  $v_d$  в пространстве скоростей, и поэтому все состояния с  $|v - v_d| < v_F$  окажутся занятыми, а состояния с  $|v - v_d| > v_F$ , т. е. вне сферы Ферми, свободными. В такой системе возможна генерация фононов, если только скорость дрейфа электронов  $v_d$  будет удовлетворять определенному требованию. Найдем его.

Начальная скорость электрона  $v_n$  — до испускания фонона — и конечная  $v_k$  — после испускания фонона — должны удовлетворять неравенствам

$$|v_n - v_d| < v_F, \quad |v_k - v_d| > v_F,$$

откуда следует, что

$$|v_n - v_d| \ll |v_k - v_d|. \tag{1,7}$$

Начальная и конечная скорости электронов, кроме того, связаны законами сохранения энергии и импульса

$$\frac{1}{2} m v_n^2 = \frac{1}{2} m v_k^2 + \hbar \omega, \quad m v_n = m v_k + \hbar q, \tag{1,8}$$

где  $\hbar$  — постоянная Планка. Подставляя в (1,7) значения  $v_n$  и  $v_k$ , найденные из (1,8), получим условие, которому должна удовлетворять скорость дрейфа электронов:

$$q v_d > \omega, \tag{1,6'}$$

т. е. процесс испускания фононов электронами становится возможным, если условие черенковского излучения выполнено.

Аналогичные рассуждения могут быть сделаны и в случае конечных температур<sup>9, 10</sup>. Для этого рассмотрим простейший вид кинетического уравнения для числа фононов  $N_q$ <sup>11</sup> в стационарном случае

$$v_{gr} \frac{dN_q}{dx} = \frac{2\pi}{\hbar} \Lambda^2(q) \sum_p [f_{p+q}(1-f_p)(N_q+1) - N_q f_p(1-f_{p+q})] \delta(\epsilon_{p+q} - \epsilon_p - \hbar\omega); \tag{1,9}$$

здесь  $f_p$  — функция распределения электронов,  $p$  — квазиимпульс,  $\epsilon_p$  — энергия электрона,  $\Lambda(q)$  — характерная константа взаимодействия электронов с фононами,  $v_{gr}$  — групповая скорость звуковых волн в направлении  $x$ . Здесь ради простоты предполагается, что скорость дрейфа направлена вдоль  $x$  и поэтому нарастание фононов происходит в том же направлении.

Если распределение электронов описывается фермиевской функцией с некоторой температурой  $T$ , то число фононов  $N_q^{(0)}$ , находящихся в равновесии с электронами, определяется распределением Планка с той же

температурой  $T$ . Именно в этих условиях «интеграл столкновений» в (1,9) обращается в нуль и полная производная  $dN_q/dt = 0$ .

Пусть теперь функцией распределения электронов будет смещенная фермиевская функция

$$f_p = \left( e^{\frac{\varepsilon_p - p v_d - e^0 F}{kT}} + 1 \right)^{-1}. \quad (1,10)$$

Тогда число фононов в системе, находящихся в равновесии со смещенной функцией (1,10), казалось бы, должно определяться «смещенным» распределением Планка:

$$N_q(v_d) = \left[ e^{\frac{\hbar(\omega(q) - q v_d)}{kT}} - 1 \right]^{-1}. \quad (1,11)$$

Действительно, при  $\omega > q v_d$ , как увидим ниже, число фононов описывается распределением (1,11). Однако при выполнении черенковского условия (1,6) фононы уже не могут иметь стационарное распределение (1,11)\*. Строго это утверждение может быть получено непосредственно из решения уравнения (1,9):

$$N_q(x) = N_q(x=0) e^{-\frac{\gamma_q x}{v_{gp}} + \frac{\sum_p f_{p+q} (1-f_p) \delta(\varepsilon_{p+q} - \varepsilon_p - \hbar\omega) (1 - e^{-\frac{\gamma_q x}{v_{gp}}})}{\sum_p (f_{p+q} - f_p) \delta(\varepsilon_{p+q} - \varepsilon_q - \hbar\omega)}}, \quad (1,12)$$

где инкремент нарастания (затухания)  $\gamma_q$  имеет вид

$$\gamma_q = \frac{2\pi}{\hbar} \Lambda^2(q) \sum_p (f_{p+q} - f_p) \delta(\varepsilon_{p+q} - \varepsilon_p - \hbar\omega), \quad (1,13)$$

$N_q(x=0)$  — число фононов, заданное на границе  $x=0$ . Из выражения (1,13) следует, что знак коэффициента  $\gamma_q$  определяется знаком разности  $q v_d - \omega$ : если  $(\omega - q v_d) > 0$ , то  $\gamma > 0$  и при  $x \rightarrow \infty$  распределение фононов переходит в стационарное значение (1,11); если же  $(\omega - q v_d) < 0$ , т. е. условие для черенковского излучения выполнено, то  $\gamma_q < 0$  и при  $x \rightarrow \infty$  число фононов в системе будет неограниченно нарастать. При этом видно, что происходит не только усиление «граничных» фононов, но и объемная генерация спонтанных фононов, нарастающих вдоль направления дрейфа. Выше нигде не было наложено никаких условий на температуру электронов, поэтому последнее утверждение справедливо также для невырожденных полупроводников и полуметаллов.

Качественное исследование эффекта усиления акустических волн в полупроводниках и полуметаллах, приведенное выше, охватывает два предельных случая: с одной стороны, случай малых частот, когда длина свободного пробега электронов в твердом теле мала по сравнению с длиной волны, и, с другой стороны, случай бесконечно большой длины свободного пробега. Приведенное рассмотрение, разумеется, носит лишь иллюстративный характер, описывая только качественный характер явления.

\*) Если перейти в систему отсчета, в которой электроны в среднем покоятся, то функция распределения (1,10) перейдет в обычное фермиевское распределение, в равновесии с которым фононы имеют планковское распределение при той же температуре. Переходя обратно к лабораторной системе отсчета, мы получаем распределение (1,11)<sup>12</sup>. Легко показать, что эти рассуждения справедливы только при скоростях дрейфа электронов, меньших скорости звука. Действительно, скорость звука для фононов играет роль предельной скорости, и поэтому из таких рассуждений можно получить распределение (1,11) только при  $v_d < v_{gp}$ .

Чтобы изучить эти эффекты более строго и во всей области частот, нужно построить дисперсионное уравнение, описывающее распространение упругих волн в твердых телах с учетом их взаимодействия с электронно-дырочной плазмой носителей.

## 2. РАСПРОСТРАНЕНИЕ УПРУГИХ ВОЛН В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

### а) Общие замечания

Наличие электронов и дырок в твердом теле существенно влияет на процессы, которые происходят в решетке кристалла, и, в частности, на характер распространения акустических волн. Характер этого влияния определяется, во-первых, величиной взаимодействия электронов проводимости с колебаниями решетки и, во-вторых, состоянием самой электронно-дырочной плазмы носителей. Если электронно-дырочная плазма находится в равновесном состоянии, т. е. реальная часть проводимости положительна, то взаимодействие ее с колебаниями решетки приводит к затуханию упругих волн в твердых телах \*); если же плазма не равновесна, то вместо затухания иногда возможно усиление волн.

Распределение упругих волн в кристаллах описывается уравнениями теории упругости <sup>20, 21</sup>

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - \lambda_{iklm} \frac{\partial u_{lm}}{\partial x_k} = f_i, \quad (2,1)$$

где  $\rho$  — плотность решетки,  $u$  — вектор смещения,  $\lambda_{iklm}$  — тензор модулей упругости,

$$u_{ik} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right)$$

— тензор деформации,  $f_i$  — объемная сила, определяющая взаимодействие фононов с электронно-дырочной плазмой.

Таким образом, задача о взаимодействии упругих волн с электронами проводимости сводится к определению явного вида силы  $f$ . Нахождение силы  $f$  для различных механизмов взаимодействия представляет известные трудности, и поэтому в данном разделе рассмотрим этот вопрос подробнее.

Взаимодействие носителей с колебаниями решетки может осуществляться несколькими способами. В полупроводниках и полуметаллах с «ионным» остовом (т. е. таких, у которых решетка состоит из заряженных ионов одного знака) взаимодействие осуществляется через электрическое поле, которым сопровождается продольная волна в решетке. Сила  $f$  в этом случае имеет наиболее простой вид

$$f = \rho_{(p)} E, \quad (2,2)$$

где  $\rho_{(p)}$  — плотность заряда решетки,  $E$  — самосогласованное электрическое поле, которое возникает в звуковой волне.

Если кристалл полупроводника обладает пьезосвойствами, то распространяющаяся упругая волна будет также сопровождаться электрическим полем, возникающим из-за пьезосвойств среды. Выражение для силы в этом случае будет <sup>20</sup>

$$f_i = \beta_{i, kh} \frac{\partial E_l}{\partial x_k}. \quad (2,3)$$

\*) Первое указание на то, что в поглощении звуковых волн в металлах существенную роль играют электроны проводимости, было получено из опыта Беммелем <sup>13</sup> (см. также <sup>14</sup>); качественное объяснение этого явления впервые дал Пиппард <sup>15</sup>. Впоследствии теория поглощения ультразвука в металлах развивалась многими авторами (см., например, работы <sup>16-18</sup>).

Наконец, возможно также и непосредственное взаимодействие электронов с колебаниями решетки через деформационный потенциал: проходящая волна деформирует решетку, что приводит к изменению энергии электрона в зоне проводимости (или дырки в валентной зоне). В системе отсчета, связанной с движущейся решеткой, энергия электрона может быть записана в виде

$$\varepsilon(\mathbf{p}, \mathbf{r}) = \varepsilon_0(\mathbf{p}) + \Lambda_{ik} u_{ik}; \quad (2,4)$$

здесь  $\varepsilon_0(\mathbf{p})$  — энергия электрона в отсутствие волны,  $\Lambda_{ik}$  — тензор констант электрон-фононного взаимодействия\*). Формула (2,4) означает, что со стороны электронов на решетку действует сила

$$f_i = \sum_{\alpha=e, h} \frac{\partial}{\partial x_k} \Lambda_{ik}^{(\alpha)} \int f^{(\alpha)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) d^3\mathbf{p}, \quad (2,5)$$

где  $f^\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  — функция распределения носителей ( $\alpha = e$  — соответствует электронам,  $\alpha = h$  — дыркам)\*\*).

Отметим одну особенность взаимодействия звуковых волн с электронами и дырками при наличии внешних полей, магнитного или электрического.

Поскольку звуковая волна в проводящей среде индуцирует ток, в магнитном поле это приводит к добавочному взаимодействию электронов с колебаниями решетки. Это взаимодействие обусловлено индукционными полями, возникающими, когда деформируемая звуковой волной проводник пересекает силовые линии магнитного поля. Получить выражение для силы, действующей на решетку в этом случае, можно из общего выражения для тензора напряжений в магнитном поле (см. <sup>20</sup>, § 34)

$$\sigma_{ik} = \sigma_{ik}^{(0)} + \frac{\mu}{4\pi} \left( H_i H_k - \frac{1}{2} \delta_{ik} H^2 \right),$$

где  $\sigma_{ik}^{(0)}$  — тензор напряжений в отсутствие магнитного поля,  $\mu$  — магнитная проницаемость среды, которая здесь, ради простоты, считается скаляром, не зависящим от деформации решетки. Объемная сила, обусловленная магнитным полем, найдется отсюда:

$$\mathbf{f} = \frac{\mu}{4\pi} [(\text{rot } \mathbf{H}) \mathbf{H}] = \frac{\mu}{4\pi} \left[ \left( \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} \right) \mathbf{H} \right], \quad (2,6)$$

где  $\mathbf{D}$  — вектор электрической индукции,  $\mathbf{j}$  — ток проводимости, индуцируемой в среде звуковой волной,  $\mathbf{H}$  — внешнее магнитное поле (при выводе (2,6) мы воспользовались уравнениями Максвелла для исключения  $\text{rot } \mathbf{H}$ ). Формулу (2,6) без тока смещения можно весьма просто получить и непосредственно путем усреднения значений лоренцевых сил, действующих на электроны проводимости со стороны микроскопического поля  $\mathbf{h}$ . «Индукционная» сила (2,6) в итоге приводит к перенормировке взаимодействия, а также к некоторому дополнительному взаимодействию <sup>24</sup>, <sup>25</sup>, которое в большинстве случаев мало.

При наличии внешнего электрического поля также возникает дополнительное взаимодействие электронов с колебаниями решетки, обусловленное эффектом электрострикции <sup>25</sup>, или, что то же, зависимостью диэлектрической проницаемости среды от деформации <sup>26</sup>. Покажем, что этот случай формально может быть сведен к пьезоэлектрическому взаимодействию, у которого пьезомодуль определяется электрострикцией и внешним электрическим полем <sup>27</sup>. Показать это проще всего из выражения

\*) Строго говоря, в выражении (2,3) необходимо еще дописать член  $\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \frac{\partial \varepsilon(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}}$ , который соответствует учету эффекта Стюарта — Толмена <sup>22</sup>. Легко показать <sup>16</sup>, однако, что этот член по сравнению с учтенным всегда мал: их отношение всегда порядка отношения скорости звука к характерной скорости электронов и, следовательно, меньше  $10^{-2}$ .

\*\*) Значения  $\Lambda_{ik}$  в формулах (2,4) и (2,5), вообще говоря, могут и не совпадать (см. подробнее <sup>23</sup>, <sup>24</sup>).



для свободной энергии единицы объема <sup>20</sup>

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}^{(0)} + \frac{1}{2} \lambda_{iklm} u_{ik} u_{lm} + \beta_{i,kl} E_i u_{kl} + \frac{1}{2} a_{iklm} u_{lm} E_i E_k - \frac{1}{8\pi} \epsilon_{ij}^{(0)} E_i E_j; \quad (2,7)$$

здесь  $a_{iklm}$  — тензор констант электрострикции,  $\epsilon_{ij}^{(0)}$  — тензор диэлектрической проницаемости решетки (явный вид этих тензоров и число независимых констант полностью определяется симметрией кристалла). Считая, что электрическое поле  $E$  состоит из  $E_d$  — внешнего поля и  $E_{\sim}$  — поля, индуцированного звуковой волной, найдем из (2,7) объемную силу, действующую на решетку:

$$f_k = (\beta_{i,kl} + a_{imkl} E_d)_m \frac{\partial E_{\sim i}}{\partial x_l}, \quad (2,3')$$

т. е. дополнительное взаимодействие, пропорциональное внешнему полю, сводится к пьезоэлектрическому с эффективным пьезомодулем

$$\tilde{\beta}_{i,kl} = \beta_{i,kl} + a_{imkl} E_d m.$$

При распространении звуковых волн в твердых телах происходит диссипация энергии волны, обусловленная, во-первых, процессами теплопроводности (различные деформации приводят к появлению разности температур) и, во-вторых, процессами внутреннего трения или вязкости. Для монокристаллов (но не для поликристаллов) поглощение из-за теплопроводности по сравнению с поглощением из-за вязкости мало (для поперечной волны вообще равно нулю). При низких температурах, однако, ситуация оказывается значительно сложнее <sup>28,29</sup>.

Вязкое поглощение звуковых волн можно учесть, если к действующей на систему объемной силе (в уравнении (2,1)) прибавить справа «диссипативную силу» или «силу трения»  $f_i^{\text{дисс}}$ , которая, как известно <sup>21</sup>, имеет вид

$$f_i^{\text{дисс}} = \eta_{iklm} \frac{\partial^2 u_{lm}}{\partial t \partial x_k},$$

где  $\eta_{iklm}$  — тензор вязкости. Ниже мы не будем выписывать эту силу каждый раз, помня, однако, что когда речь идет о полном усилении (или затухании) звуковых волн в твердом теле, помимо плазменной части нужно учесть еще и  $f_i^{\text{дисс}}$ . Обусловленный вязкостью инкремент затухания, например, для продольных волн, будет

$$\text{Im } q = -\eta \frac{\omega^2}{\rho v_s^3} < 0 \quad (\eta = \eta_{xxxx}, \mathbf{u} \parallel \mathbf{x} \parallel \mathbf{q}). \quad (2,8)$$

В многодолинных полупроводниках и полуметаллах, когда энергия электрона как функция его квазимпульса имеет несколько минимумов, характер взаимодействия ультразвуковых волн с электронами может существенно измениться. Под действием упругой деформации решетки электроны могут совершать переходы из одного минимума в другой, что и приводит к дополнительному поглощению звуковых волн, к уменьшению пространственного объемного заряда в волне, что в свою очередь обеспечивает более сильное взаимодействие фононов с электронами даже при высокой концентрации последних <sup>30,31</sup>. В частности, как показали Вайнрейх и др. <sup>32</sup> на примере германия и кремния, переходы между отдельными минимумами (так называемые междолинные переходы) обеспечивают возможность наблюдения на опыте акустоэлектрического эффекта и, как обнаружено недавно Померанцем <sup>33</sup>, самого эффекта усиления ультразвуковых волн в германии. Следует все же отметить, что последовательная теория взаимодействия фононов с электронами в многодолинных полупроводниках наталкивается на значительные трудности (см. <sup>31,34,35,36</sup>).

б) Дисперсионные уравнения распространения звуковых волн в пьезополупроводниках

Для пьезополупроводников сила  $\mathbf{f}$  определяется формулой (2,3), а электрическое поле — уравнениями Максвелла

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{E} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{j},$$

в которых вектор индукции

$$D_i = -4\pi \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial E_i} = \varepsilon_{ij}^{(0)} E_j - 4\pi \beta_{i,kl} u_{kl}.$$

Считая, что величины  $\mathbf{u}$  и  $\mathbf{E}$  от координат и времени зависят по закону плоской волны  $\exp(i\omega t - i\mathbf{q}\mathbf{x})$ , из (2,6) получим дисперсионное уравнение распространения упругих волн в пьезополупроводниках в отсутствие магнитного поля

$$\operatorname{Det} \left| \rho \omega^2 \delta_{ij} - \lambda_{ijkl} q_i q_j - \frac{4\pi \omega^2}{c^2 q^2} \beta_{l,im} \Gamma_{lp}^{-1} \beta_{p,js} q_s q_m \right| = 0, \quad (2,10)$$

где

$$\Gamma_{ij} = \delta_{ij} - \frac{q_i q_j}{q^2} - \frac{\omega^2}{c^2 q^2} \varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{q}),$$

$$\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{q}) = \varepsilon_{ij}^{(0)} + \frac{4\pi}{i\omega} \sigma_{ij}(\omega, \mathbf{q}).$$

Если пренебречь вихревыми компонентами поля (что возможно при  $\left| \frac{\omega^2}{c^2 q^2} \varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{q}) \right| \ll 1$ ), то

$$\Gamma_{ij}^{-1} = \frac{c^2 q^2}{\omega^2} q_i q_j / \varepsilon_{ps}(\omega, \mathbf{q}) q_p q_s$$

и из (2,10) следует дисперсионное уравнение, полученное впервые Шапошниковым<sup>35</sup> (см. также<sup>36-41</sup>):

$$\operatorname{Det} \left| \rho \omega^2 \delta_{ij} - \lambda_{iqqj} q^2 - \frac{4\pi \beta_{q, iq} \beta_{q, jq}}{\varepsilon_{qq}(\omega, \mathbf{q})} q^2 \right| = 0, \quad (2,11)$$

где запись

$$a_{\mathbf{q}lm} \equiv q_i a_{ilm} / q$$

означает свертку соответствующего тензора с вектором  $\mathbf{q}$ .

Дисперсионные уравнения (2,9), (2,10) были получены для звуковых волн, взаимодействующих только с электронами проводимости; если же в кристалле имеются и дырки, то учет их может быть произведен с помощью формальной замены

$$\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{q}) \rightarrow \varepsilon_{ij}^{(l)} + \frac{4\pi}{i\omega} [\sigma_{ij}^{(e)}(\omega, \mathbf{q}) + \sigma_{ij}^{(h)}(\omega, \mathbf{q})],$$

где  $\sigma_{ij}^{(h)}(\omega, \mathbf{q})$  — комплексный тензор проводимости дырок.

В присутствии внешнего магнитного поля  $\mathbf{H}$ , помимо того что диэлектрическая проницаемость среды является функцией  $\mathbf{H}$ , т. е.  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}(\mathbf{H})$ , в уравнениях движения (2,1) необходимо еще учесть магнитную силу (2,6). Легко видеть, что индукционный механизм взаимодействия отличен от нуля лишь в том случае, когда присутствуют «вихревые» компоненты электрического поля.

Дополнительное «магнитное» взаимодействие, как правило, всегда меньше чистого пьезоэлектрического при всех разумных значениях магнитного поля. Если же симметрия кристалла и выбранные направления распространения и поляризация звуковой волны являются такими, что звуковая волна не сопровождается продолжительным электрическим полем, то пьезоэлектрическое взаимодействие резко уменьшается (примерно в  $(v_s/c)^2$  раз) и тогда относительная роль индукцион-

ного механизма становится более существенной. Хотя этот случай и является малоинтересным в силу чрезвычайно малой константы связи (порядка  $(v_s/c)^2 \zeta^2$ , где  $\zeta^2$  — квадрат константы электромеханической связи), все же возможна ситуация, когда это взаимодействие может играть существенную роль. Происходит это в тех случаях, когда какая-либо из звуковых ветвей пересекает электромагнитную. Дисперсионное уравнение электромагнитных волн в плазменной среде, как известно<sup>1,4</sup>, имеет вид

$$\text{Det} \left[ q^2 \delta_{ij} - q_i q_j - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{q}) \right] = 0, \quad (2,12)$$

а в наших обозначениях оно будет  $\text{Det} | \Gamma_{ij} | = 0$ . Последнее как раз и определяет те значения частоты  $\omega$  и волнового вектора  $\mathbf{q}$ , при которых  $\Gamma_{ij}$  формально расходятся.

Наличие взаимодействия между волнами (даже сколь угодно слабого) приводит в таких условиях к изменению спектра всей системы. Наглядно этот процесс можно

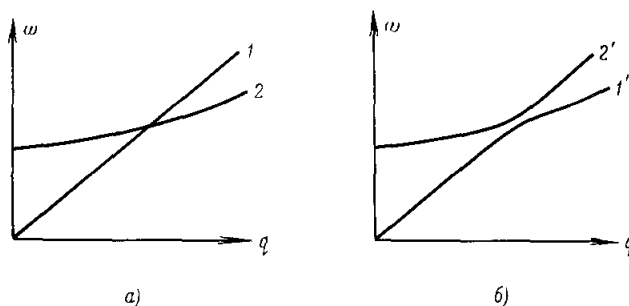


Рис. 1. Перестройка спектра системы при «включении» взаимодействия.

1, 2 — акустическая и электромагнитные ветви соответственно; 1', 2' — после перестройки спектра.

представить следующим образом. Пусть вначале имеются две ветви:  $\omega = v_s q$  — акустическая и  $\omega = \omega(\mathbf{q})$  — электромагнитная, которая определяется из решения уравнения (2,12). В отсутствие взаимодействия они представлены на рис. 1, а. При «включении» взаимодействия между акустической и электромагнитной волнами спектр системы перестраивается и новый спектр будет иметь вид рис. 1, б. Ясно, что такая перестройка спектра системы возможна лишь в том случае, если звуковая и электромагнитная ветви пересекаются\*). (Напомним, что звуковые волны имеют смысл рассматривать только в области  $\omega \ll 2\pi v_s/a$ , где  $a$  — постоянная решетки.) Решением уравнения (2,12) чаще всего оказываются «быстрые» волны, которые не имеют точек пересечения со звуковой ветвью. Однако при наличии магнитного поля в спектре (2,12) могут появиться anomalously «медленные» волны (см. <sup>3, 4, 43-47</sup>), и тогда описанная выше ситуация становится вполне реальной. Ниже не будем рассматривать подробно такую возможность, и поэтому все рассуждения справедливы только вдали от корней уравнения (2,12).

Если среда, в которой распространяется звуковая волна, не обладает пьезоэффектом, то уравнение (2,10) переходит в известные уравнения теории упругости<sup>21</sup>, описывающие распространение упругих волн в кристаллах (подробнее см. <sup>48</sup>). Это уравнение имеет три в общем случае различных корня. Последнее означает, что для каждого направления в кристалле имеется три различные скорости распространения упругих волн, причем разделить эти волны на чисто продольные и чисто поперечные оказывается возможным лишь для кристаллов с определенной симметрией и только вдоль некоторых направлений. Анизотропия тензора модулей упругости и наличие пьезоэффекта в среде, обладающей как временной, так и пространственной дисперсией, приводят к тому, что деление волн на чисто продольные и чисто поперечные оказывается невозможным: каждому

\*) При наличии затухания (усиления) у какой-либо из мод колебаний вопрос о перестройке спектра системы является более сложным<sup>43</sup>.

направлению волнового вектора  $\mathbf{q}$  соответствует волна, вектор смещения в которой обладает составляющими, как параллельными, так и перпендикулярными направлению распространения волны. Если предположить, что направление распространения волны в кристалле выбрано таким, что «связанность» колебаний вследствие анизотропии модулей упругости отсутствует, то разделение волны на чисто продольную и чисто поперечную все равно будет невозможным из-за наличия дисперсии продольной проницаемости среды  $\epsilon_{\mathbf{q}\mathbf{q}}(\omega, \mathbf{q})$ , в которой имеется пьезоэффект. Если ввести электромеханическую константу, которая характеризует отношение плотности электрической энергии к плотности упругой энергии в звуковой волне:

$$\zeta_{\parallel} = \left( \frac{4\pi\beta_{\mathbf{q}, \mathbf{q}\mathbf{q}}^2}{\rho v_s^2 \epsilon_0} \right)^{1/2}, \quad \zeta_{\perp} = \left( \frac{4\pi\beta_{\mathbf{q}, \mathbf{q}\mathbf{x}}^2}{\rho v_s^2 \epsilon_0} \right)^{1/2} \quad (\mathbf{x} = \frac{\mathbf{u}}{u})$$

для продольной и поперечных волн соответственно, то величина, определяющая связанность колебаний, из-за дисперсии  $\epsilon_{\mathbf{q}\mathbf{q}}(\omega, \mathbf{q})$  оказывается пропорциональной четвертой степени константы электромеханической связи. Поскольку  $\zeta^2$  порядка  $3 \cdot 10^{-2}$  даже для такого относительно сильного пьезоэлектрика, как CdS<sup>38-40,49</sup>, ясно, что в большинстве случаев связанностью колебаний можно пренебречь. Если предположить еще, что направление распространения волны в кристалле выбрано таким, что связанность колебаний вследствие анизотропии модулей упругости также отсутствует, то дисперсионное уравнение (2,11) распадается на дисперсионные уравнения для продольных и поперечных волн, которые главным образом и используют при изучении плазменного усиления звуковых волн в пьезополупроводниках<sup>7, 9, 20, 25, 26, 37-41</sup>. Приведем его для случая продольной волны:

$$\omega^2 - q^2 v_{\parallel}^2 \left( 1 - \zeta_{\parallel}^2 \frac{\epsilon_0}{\epsilon_{\mathbf{q}\mathbf{q}}(\omega, \mathbf{q})} \right) = 0. \quad (2,13)$$

Как видно из последнего выражения, для определения затухания или усиления, а также изменения фазовой скорости звуковых волн вследствие взаимодействия с электронами проводимости необходимо найти продольную компоненту тензора диэлектрической проницаемости среды. Как увидим ниже,  $\epsilon_{\mathbf{q}\mathbf{q}}(\omega, \mathbf{q})$  полностью характеризует плазменную часть затухания (усиления) волн для всех типов взаимодействия колебаний решетки с плазмой носителей.

в) Д и с п е р с и о н н о е у р а в н е н и е  
р а с п р о с т р а н е н и я у л ь т р а з в у к а  
в с о б с т в е н н ы х п о л у п р о в о д н и к а х  
и п о л у м е т а л л а х

Рассмотрим распространение упругих волн в собственных полупроводниках и полуметаллах с равной концентрацией электронов и дырок. Примем, что пьезоэффект отсутствует, так что взаимодействие звуковых волн с электронно-дырочной плазмой может осуществляться лишь через деформационный потенциал. (Непосредственное взаимодействие через кулоновское поле в кристаллах с равной концентрацией электронов и дырок, очевидно, отсутствует, поскольку решетка не имеет заряда.)

Преобразуем выражение для фурье-компоненты силы (2,5):

$$f_i(\omega, \mathbf{q}) = -4\pi i q_k \sum_{\alpha=e, h} \Lambda_{ik}^{(\alpha)} n_{\alpha}^{(\alpha)}(\omega, \mathbf{q}), \quad (2,14)$$

где  $n_{\alpha}(\omega, \mathbf{q})$  — фурье-компонента неравновесной концентрации носителей, индуцированной в кристалле звуковой волной. При выводе (2, 14)

считалось, что тензор констант электрон-фононного взаимодействия не зависит от квазимпульсов носителей. Чтобы определить неравновесную плотность носителей  $n_{\sim}^{(\alpha)}(\omega, \mathbf{q})$ , необходимо построить общее выражение для тока, индуцированного звуковой волной в системе. В случае пьезополупроводников аналогичная задача решалась сравнительно просто: поскольку взаимодействие в основном осуществляется только через электрическое поле, то  $j_i = \sigma_{ij} E_j$ . Для полупроводников и полуметаллов, помимо электрического поля, которое возникает из-за нарушения локальной квазинейтральности электронно-дырочной плазмы, на носители действует еще дополнительная сила, обусловленная деформационным потенциалом и магнитным полем. Полагая магнитное поле отсутствующим (ниже еще вернемся к этому вопросу), полный ток запишем в виде

$$j_i^{(\alpha)} = \sigma_{ij}^{(\alpha)} \left( E_j \mp \frac{1}{e} \Lambda_{ih}^{(\alpha)} \frac{\partial u_{ih}}{\partial x_i} \right), \quad (2,15)$$

где нижний знак (плюс) соответствует дыркам, а верхний (минус) — электронам. Уравнения Максвелла в этих обозначениях будут такими:

$$\Gamma_{ij} E_j = -\frac{4\pi i \omega}{e c^2} (\Lambda_{qp}^{(e)} \sigma_{iq}^{(e)} - \Lambda_{qp}^{(h)} \sigma_{iq}^{(h)}) u_p, \quad (2,16)$$

причем под  $\epsilon_{ij}$  в  $\Gamma_{ij}$  следует понимать полный тензор

$$\epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{q}) = \epsilon_0 \delta_{ij} + \frac{4\pi}{i\omega} (\sigma_{ij}^{(e)} + \sigma_{ij}^{(h)}).$$

Используя уравнения непрерывности для электронной и дырочной компонент токов и выражение (2,15), можно получить неравновесное значение электронной и дырочной концентраций, которые и определяют силу (2,14):

$$n_{\sim}^{(e)}(\omega, \mathbf{q}) = \frac{q^3}{e^2 \omega} \sigma_{\mathbf{q}\mathbf{q}}^{(e)} \Lambda_{\mathbf{q}m}^{(e)} u_m - \frac{4\pi i q}{e^2 c^2} \sigma_{\mathbf{q}j}^{(e)} \Gamma_{js}^{-1} (\sigma_{\mathbf{s}\mathbf{q}}^{(h)} \Lambda_{\mathbf{q}m}^{(h)} - \sigma_{\mathbf{s}\mathbf{q}}^{(e)} \Lambda_{\mathbf{q}m}^{(e)}) u_m. \quad (2,17)$$

С помощью уравнений (2,1), (2,14), (2,17) легко построить дисперсионное уравнение ультразвуковых волн в собственных полупроводниках и полуметаллах. Мы не станем приводить его полный вид из-за громоздкости, а ограничимся лишь частными, но наиболее важными случаями.

Если  $\left| \frac{\omega^2}{c^2 q^2} \epsilon_{ij} \right| \ll 1$ , то вихревыми компонентами электрического поля в (2,16) можно пренебречь, и тогда дополнительный плазменный член в дисперсионном уравнении будет зависеть только от продольной компоненты диэлектрической проницаемости среды:

$$\omega^2 - q^2 v_s^2 = \frac{4\pi i q^4 \epsilon_0}{e^2 \omega \rho} \frac{1}{\epsilon(\omega, \mathbf{q})} \left\{ \sigma^{(e)} \Lambda^{(e)2} + \sigma^{(h)} \Lambda^{(h)2} + \frac{4\pi}{i \epsilon_0 \omega} \sigma^{(e)} \sigma^{(h)} (\Lambda^{(e)} + \Lambda^{(h)})^2 \right\}. \quad (2,18)$$

Дисперсионное уравнение (2,18) приведено для случая продольных волн, и поэтому под  $\epsilon, \sigma, \Lambda$  следует понимать величины типа  $\epsilon_{\mathbf{q}\mathbf{q}}, \sigma_{\mathbf{q}\mathbf{q}}, \Lambda_{\mathbf{q}\mathbf{q}}$ . Из уравнения (2,16), в частности, следует, что если даже прямое взаимодействие с одним из типов носителей, скажем, дырками, отсутствует, т. е.  $\Lambda^{(h)} = 0$ , то влияние дырок на характер распространения звуковых волн все равно остается. Физически объясняется это тем, что в звуковой волне происходит нарушение локальной плотности электронов, что в свою очередь приводит к появлению кулоновского поля, с которым уже взаимодействуют дырки. Если найти мнимую часть волнового вектора  $\mathbf{q}$ , которая определяет поглощение звуковой волны в среде, то при  $\Lambda^{(h)} = 0$  имеем

$$\text{Im } q = -\frac{2\pi \omega^2 \Lambda^{(e)2}}{e^2 v_s^5 \rho} \frac{1}{|\epsilon(\omega, \mathbf{q})|^2} \left\{ \sigma^{(e)'} \left| \epsilon_0 + \frac{4\pi \sigma^{(h)}}{i\omega} \right|^2 + \frac{16\pi^2 \sigma^{(h)'}}{\omega^2} [(\sigma^{(e)'})^2 + (\sigma^{(e)'')^2] \right\}. \quad (2,19)$$

Здесь использовано общепринятое обозначение  $\sigma' = \text{Re } \sigma$ ,  $\sigma'' = \text{Im } \sigma$ . Выражение (2,19) означает, что в равновесной среде (для которой  $\sigma^{(e)'} , \sigma^{(h)'} > 0$ )  $\text{Im } q < 0$  — звуковая волна может только затухать. Если же выражение, стоящее в скобках в (2,17), отрицательно, то волна нарастает. Последнее происходит лишь в том случае, когда по меньшей мере хотя бы одна из реальных частей проводимости отрицательна, т. е. одна из компонент среды неравновесна. Таким образом, когда с помощью черенковского механизма создана отрицательная проводимость электронов, влияние дырок становится еще более существенным, так как теперь они определяют даже самую возможность усиления волны в среде.

Пусть  $|\text{Im } \sigma^{(e, h)}(\omega, \mathbf{q})| \gg \omega$ , тогда из дисперсионного уравнения (2,18) следует

$$\text{Im } q = - \frac{2\pi\omega^3 [\Lambda^{(e)} + \Lambda^{(h)}]^2}{e^2 \rho v_s^5} \text{Re} \left( \frac{\sigma^{(e)} \sigma^{(h)}}{\sigma^{(e)} + \sigma^{(h)}} \right), \quad (2,20a)$$

$$\frac{\Delta v_s}{v_s} = - \frac{2\pi\omega^3 [\Lambda^{(e)} + \Lambda^{(h)}]^2}{e^2 \rho v_s^5} \text{Im} \left( \frac{\sigma^{(e)} \sigma^{(h)}}{\sigma^{(h)} + \sigma^{(e)}} \right). \quad (2,20b)$$

Эти выражения, после того как будет найдена продольная проводимость среды  $\sigma(\omega, \mathbf{q})$ , будут исследованы ниже.

Остановимся теперь на влиянии магнитного поля на характер распространения упругих волн в проводящих телах. Прежде всего ясно, что в магнитном поле продольная проницаемость среды становится функцией магнитного поля, но, как уже отмечалось выше, только этим не ограничивается влияние магнитного поля. В магнитном поле на решетку, помимо электронного давления (2,5), будет действовать еще и сила (2,6). На электроны и дырки со стороны деформированной решетки теперь будет действовать сила

$$\mathbf{F} = -e \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\dot{\mathbf{u}}\mathbf{H}] + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \Lambda_{ik} u_{ik} \right), \quad (2,21)$$

что в свою очередь приводит к изменению выражения для тока (2,15). Первый и последний члены в (2,21) очевидны; что касается члена  $\frac{1}{c} [\dot{\mathbf{u}}\mathbf{H}]$ , то он является следствием преобразования системы координат<sup>23, 24, 28, 50</sup> (напомним, что спектр электронов (2,4) задан в покоящейся относительно решетки системе отсчета<sup>23, 28</sup>, в то время как все рассмотрение ведется в лабораторной системе координат). В зависимости от того, какой из последних двух членов в (2,21) преобладает, взаимодействие электронов с фононами может осуществляться либо через деформационный потенциал, либо посредством «индукционного» механизма.

Далее могут быть построены дисперсионные уравнения, описывающие распространение звуковых волн при наличии магнитного поля; из-за громоздкости здесь их не приводим.

### 3. ПРОНИЦАЕМОСТЬ ЭЛЕКТРОННО-ДЫРОЧНОЙ ПЛАЗМЫ ПРИ НАЛИЧИИ ДРЕЙФА

#### г) Общие замечания. Проводимость среды на малых частотах

Выше были получены дисперсионные уравнения распространения звуковых волн в проводящих телах, из которых видно, что характер взаимодействия упругих волн с носителями полностью определяется комплексным тензором диэлектрической проницаемости среды, т. е.

$$\epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{q}) = \epsilon_{ij}^{(0)} + \frac{4\pi}{i\omega} \sigma_{ij}(\omega, \mathbf{q}); \quad (3,1)$$

здесь  $\epsilon_{ij}^{(0)}$  — диэлектрическая проницаемость решетки, которая в дальнейшем будет считаться изотропной величиной ( $\epsilon_{ij}^{(0)} = \delta_{ij} \epsilon_0$ ),  $\sigma_{ij}(\omega, \mathbf{q})$  —

комплексная проводимость плазмы носителей. Поскольку выше рассмотрение было ограничено случаями, в которых связанные акусто-электромагнитные <sup>43</sup> волны не возникали, для рассмотрения явлений усиления (затухания) звуковых волн из всех компонент тензора  $\sigma_{ij}(\omega, \mathbf{q})$  достаточно знать лишь продольную компоненту  $\sigma_{||}(\omega, \mathbf{q}) = (q_i q_j / \sigma_{ij}(\omega, \mathbf{q})) / q^2$ . Поэтому ниже будем интересоваться вычислением только продольной компоненты  $\sigma_{||}(\omega, \mathbf{q})$  при условии, что в системе имеется направленное движение частиц.

Вычисления электронной проницаемости среды применительно к газоразрядной плазме были предприняты сравнительно давно (см. <sup>3, 4</sup>), причем основное внимание здесь уделяется рассмотрению различных типов неустойчивостей, возникающих в газоразрядной плазме, имеющей электронные пучки <sup>4, 5, 51-54</sup>. По существу подобную же задачу приходится решать и для твердотельной плазмы с тем отличием, что здесь соударения электронов и дырок с «решеткой» играют более существенную роль, чем в газоразрядной плазме. При низких температурах, например когда распределение электронов или дырок становится вырожденным, появляются новые эффекты (геометрический резонанс, квантовые осцилляции проводимости), которые в обычной газоразрядной плазме отсутствуют.

Ниже будет показано, что действительная часть проводимости электронной или дырочной компонент твердотельной плазмы становится отрицательной, когда скорость дрейфа превышает фазовую скорость волны. Это условие является довольно общим свойством среды, независимо от того, каким способом создан дрейф носителей, и, как увидим на целом ряде примеров, имеет место и при наличии различных резонансов в магнитном поле.

Поскольку в дисперсионные уравнения (2,11), (2,18), (2,28), независимо от типа взаимодействия фононов с электронами, всегда входит продольная проницаемость среды, для вычисления  $\epsilon_{||}(\omega, \mathbf{q})$  удобно рассмотреть следующую модельную задачу: пусть на систему действует плоская продольная электрическая волна (1,1) и нужно найти отклик системы на это воздействие, т. е. ток, индуцируемый волной в среде.

Начнем с наиболее простого случая, когда электронную или дырочную плазму можно описывать уравнениями гидродинамики заряженной жидкости

$$m n \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} \right) = e \mathbf{E} + \nabla P - m n \mathbf{v} \mathbf{v}, \quad (3,2a)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div } n \mathbf{v} = 0; \quad (3,2b)$$

здесь  $n(x, t)$  — концентрация электронов,  $P$  — давление электронного газа,  $v(x, t)$  — гидродинамическая скорость электронов,  $\mathbf{v} = 1/\tau$  — эффективная частота соударений,  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_d + \mathbf{E}_\perp(x, t)$  — электрическое поле в среде. Используя далее обычную процедуру линеаризации уравнений (3,2) по малому отклонению от равновесных значений, вызванному волной, нетрудно получить выражение для гидродинамического тока  $\mathbf{j}_\perp(\omega, \mathbf{q}) = e(n\mathbf{v})_\perp$ , из которого сразу следует выражение для продольной проводимости среды <sup>8, 55, 56</sup>

$$\sigma_{||}(\omega, \mathbf{q}) = \frac{\sigma_0}{1 - (\mathbf{q}\mathbf{v}_d/\omega) - i(q^2 v_T^2/\omega\nu)}, \quad (3,3)$$

где  $\mathbf{v}_d = e\mathbf{E}_d\tau/m$  — скорость дрейфа электронов,  $v_T = \sqrt{T/m}$  — тепловая скорость. При выводе (3,3) считалось, что давление  $P = nT$  — как для идеального газа, причем, по предположению, температура электронов

$T$  не зависит от координат и времени \*). В том случае, когда электронный газ находится в вырожденном состоянии, т. е.  $T \ll \varepsilon_F^0$ , где  $\varepsilon_F^0$  — энергия Ферми, градиент давления будет <sup>57</sup> таким:

$$\nabla P = \frac{m}{3} v_F^2 \nabla n_{\sim}, \quad (3,4)$$

где  $v_F$  — фермиевская скорость, и окончательное выражение для  $\sigma_{||}(\omega, \mathbf{q})$  будет отличаться от (3,3) только тем, что вместо тепловой скорости электронов  $v_T$  войдет  $v_F/\sqrt{3}$ .

Как и следовало ожидать, формула (3,3) отличается от элементарного выражения (1,5) только конечной шириной резонанса при  $v_d = v_F$ . Выражение (3,3) можно получить и из кинетического рассмотрения задачи <sup>53</sup>, если при этом воспользоваться разложением функции распределения в ряд по полиномам Лежандра <sup>3</sup>, <sup>55</sup>, <sup>58</sup>, <sup>59</sup>. Отсюда, в частности, можно получить критерий, при котором справедлива формула (3,3):

$$\left| \frac{1 - (\mathbf{q}\mathbf{v}_d)}{\omega} \right| \gg \frac{q^2 v_T^2}{\omega v}. \quad (3,5)$$

Отметим, что учет зависимости частоты столкновений от скорости электронов (если не учитывать особый случай разогрева электронного газа электрическим полем (см. <sup>60</sup>)) не приводит к качественному изменению формулы (3,3) <sup>56</sup>. Можно показать <sup>55</sup>, что и при учете зависимости частоты столкновений от скорости, наличие направленного движения электронов в среде приводит к изменению знака реальной части проводимости; скорость дрейфа при этом определяется через некоторую эффективную частоту столкновений, зависящую, разумеется, от преобладающего типа рассеяния. Вид зависимости  $\nu(v)$  существенно влияет на температурную зависимость проводимости.

#### д) Проницаемость среды на больших частотах. Кинетическое рассмотрение

Чтобы исследовать также затухание и усиление звуковых волн в полупроводниках и полуметаллах в области больших частот, займемся вычислением  $\sigma_{||}(\omega, \mathbf{q})$  с помощью кинетического уравнения. Вместо реального полупроводника рассмотрим газ электронов (дырок) плотности  $n_0$ , помещенный в однородный положительный «фон» той же плотности. Функция распределения такого электронного газа определится из решения кинетического уравнения

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}}{m} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} + \text{St} f = 0, \quad (3,6)$$

где  $\mathbf{F}$  — сила, действующая на электрон,  $\mathbf{F} = -e(\mathbf{E}_d + \mathbf{E}_{\sim}(\mathbf{x}, t))$ . Изменение функции распределения из-за соударений будем учитывать с помощью времени релаксации

$$\text{St} f = -\frac{f - f_{0s}}{\tau}, \quad (3,7)$$

где  $f_{0s}$  — сферически-симметричная часть функции распределения, а  $\tau$  — константа, не зависящая от энергии. При таком подходе соударения, которые приводят к появлению пар электрона и дырки, а также к процессам рекомбинации и захвата, не учитываются, и поэтому формально все выводы справедливы для бесконечно большого времени жизни носителей.

\*) Это справедливо только в области малых частот, когда  $\omega \ll \tau_e^{-1}$ , где  $\tau_e$  — время релаксации энергии (температуры) системы. Если же частота  $\omega$  порядка  $\tau_e^{-1}$ , то, помимо уравнения (3,2), необходимо еще рассматривать уравнение для баланса энергии, из которого уже определится неравновесная добавка к температуре. Нетрудно видеть, что в этом случае реальная часть проводимости уже не будет менять знак при выполнении условия (1,6), поскольку появляется дополнительная диссипация электрической энергии из-за колебаний температуры.



Наличие упругой волны в кристалле приводит к нарушению локального равновесного значения электронной плотности, и поэтому сферически-симметричная в пространстве скоростей функция распределения  $f_{0s}$  должна определяться локальным значением энергии Ферми, т. е. \*)

$$f_{0s}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = f_0(\varepsilon_F(\mathbf{r}, t)). \quad (3,8)$$

Выражение (3,8) удобно разложить в ряд по малому возмущению, вызванному волной:

$$f_{0s}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = f_0 + \Delta\varepsilon_F \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon},$$

где  $f_0$  — фермиевское распределение,  $\Delta\varepsilon_F$  — изменение энергии Ферми вследствие образования объемного заряда в волне

$$\Delta\varepsilon_F = \varepsilon_F(\mathbf{r}, t) - \varepsilon_F^0 \approx \frac{2}{3n_0} \varepsilon_F^0 n_{\perp}(\mathbf{r}, t). \quad (3,9)$$

Полную функцию распределения  $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$  представим в виде

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = f_0 + f_{01} + \varphi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t), \quad (3,10)$$

где  $f_{01}$  — токовая добавка, обусловленная внешним электрическим полем,  $\varphi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$  — часть функции распределения, которая полностью вызвана волной и поэтому пропорциональна  $\exp(i\omega t - iqz)$ . Для вычисления отклика системы на волну (1,1), т. е. определения тока

$$j_{\perp}(\mathbf{r}, t) = e \int \mathbf{v} \varphi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d^3v, \quad (3,11)$$

как раз и нужно найти явный вид функции  $\varphi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ . Эту задачу обычно решают последовательными приближениями по электрическому полю. Вначале определяют  $f_{01}$  — линейную по «слабому» постоянному полю  $E_d$ , а затем уже находят  $\varphi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ . Поле  $E_d$  является «слабым» в том смысле, что дрейф электронов в нем много меньше характерной скорости электронов (тепловой или фермиевской) \*\*). Подставляя в (3,11) найденную таким образом функцию  $\varphi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$  для продольной, т. е. z-составляющей тока, получим <sup>9, 63</sup>

$$j_{\perp}(\omega, \mathbf{q}) = a(\omega, \mathbf{q}) E_{\perp} - en_{\perp}(\omega, \mathbf{q}) V; \quad (3,12)$$

\*) Здесь не учитывается эффект фононного увлечения электронов, рассмотренный Холстейном <sup>61</sup>. Выражение (3,8), вообще говоря, следует писать в виде  $f_{0s}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = f_0(\mathbf{v} - \mathbf{u}(\mathbf{r}, t))\varepsilon_F(\mathbf{r}, t)$  в соответствии с тем, что функция распределения электронов симметрична в той системе отсчета, в которой решетка покоится <sup>62</sup>. Легко видеть, однако, что для полупроводников учет этих членов от эффекта увлечения в разложении  $f_{0s}$  дает малый вклад во взаимодействие по сравнению с другими механизмами и поэтому ниже нигде не учитывается.

\*\*) В постоянном электрическом поле, вообще говоря, происходит нагрев электронного газа и поэтому рассмотрение кинетического уравнения (3,6) с интегралом столкновений в виде  $\tau$ -приближения (3,7) требует известной осторожности. Тем не менее можно показать, что и при учете разогрева основные результаты остаются в силе, если только под температурой электронов понимать эффективную температуру  $T = T_p [1 + \frac{1}{3}(v_d^2/v_s^2)]$ , где  $T_p$  — температура решетки <sup>3, 58, 57</sup>. Для используемого здесь метода важно лишь, чтобы кинетическое уравнение в постоянном поле имело стационарное решение и  $f_0 \gg f_{01}$ . Поскольку кинетическое уравнение (3,6) с  $\tau$ -членом (3,7) уравнения для стационарной функции  $f_0$  не содержит, в качестве  $f_0$  мы вправе выбрать равновесную функцию (больцмановскую или фермиевскую) с эффективной температурой, зависящей от электрического поля.

здесь

$$a(\omega, \mathbf{q}) = -e^2 \tau \int \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} \left[ \frac{v_z^2}{Q} \left( 1 + (1+Q) \frac{i\tau q v_d}{Q^2} \right) + \frac{v_z v_d}{Q^2} (1+Q) \right] d^3 \mathbf{v}, \quad (3,13)$$

$$V(\omega, \mathbf{q}) = -\frac{2}{3} \frac{e_F^0}{n_0} \int \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} \left[ v_z \left( 1 + \frac{i\tau q v_d}{Q} \right) + \frac{v_d}{Q} \right] d^3 \mathbf{v}, \quad (3,14)$$

где  $Q = 1 + i\omega\tau - i\tau q v_z$  и, ради простоты, ограничились случаем продольной волны  $\mathbf{u} \parallel \mathbf{q}$ .

Выражение для тока (3,12) по своей структуре аналогично формуле (1,2) и имеет простой физический смысл. Первый член в (3,12) — это ток, индуцируемый электрическим полем волны при условии, что в волне не происходит образования объемного заряда ( $en_{\perp}(\mathbf{r}, t) = 0$ ). Второй член — это ток объемного заряда или ток диффузии.

Исключая из уравнения (3,12) неравновесную плотность электронов с помощью уравнения непрерывности, получим окончательное выражение для тока

$$j_{\perp}(\omega, \mathbf{q}) = \sigma_{\parallel}(\omega, \mathbf{q}) E_{\perp}$$

и для электронной проводимости

$$\sigma_{\parallel}(\omega, \mathbf{q}) = a(\omega, \mathbf{q}) \frac{\omega}{\omega - qV}. \quad (3,15)$$

Рассмотрим вначале выражение для  $\sigma_{\parallel}(\omega, \mathbf{q})$ . Считая электронный газ сильно вырожденным и вычисляя интегралы (3,13) (используя при этом, что  $\frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} \sim \delta(\epsilon - \epsilon_F^0)$ ), найдем явный вид выражения для  $\sigma_{\parallel}(\omega, \mathbf{q})$  <sup>63</sup>.

В общем случае оно весьма громоздко, поэтому ограничимся лишь двумя предельными случаями:  $ql \ll 1$  и  $ql \gg 1$ , где  $l = v_F \tau$  — длина свободного пробега электронов. В первом случае, когда  $ql \ll 1$ , результат, естественно, принимает форму (3,3), в котором вместо  $v_T^2$  входит  $\frac{1}{3} v_F^2$ . В области больших частот, когда  $ql \gg 1$ , имеем <sup>63</sup>

$$\sigma_{\parallel}(\omega, \mathbf{q}) = \frac{3\sigma_0}{(ql)^2} \left[ \frac{\pi}{2} \frac{(\omega\tau)^2}{ql} \left( 1 - \frac{qv_d}{\omega} \right) + i\omega\tau \right] \quad (3,16)$$

и, следовательно, реальная часть (3,16) меняет знак при выполнении черенковского условия.

В том случае, когда электронный газ не вырожден, интегрирование выражений (3,13) значительно усложняется. Продольная проводимость при этом может быть найдена по методу Энскога, путем разложения функции распределения в ряд по полиномам Эрмита <sup>64, 65</sup>. Как и в вырожденном случае, реальная часть проводимости меняет знак при выполнении условия черенковского излучения.

#### е) Проницаемость плазменной среды в магнитном поле.

##### Геометрический и циклотронный резонансы

Найдем проницаемость среды при наличии магнитного поля. Систему координат выберем так, чтобы ось  $z$  была направлена вдоль магнитного поля  $\mathbf{H}$ , ось  $y$  — вдоль постоянного электрического поля  $\mathbf{E}_d$ , ось  $x$  — вдоль направления распространения волн. Скорость дрейфа при этом будет также направлена вдоль  $x$  и равна  $\mathbf{v}_d = c\mathbf{E}_d/H$  ( $\Omega\tau \gg 1$ ). Сила, действующая на электрон, теперь будет  $\mathbf{F} = -e \left( \mathbf{E}_d + \mathbf{E}_{\perp} + \left[ \frac{\mathbf{v}}{c} \mathbf{H} \right] \right)$ .

Решение кинетического уравнения (3,6) удобно искать в виде интеграла вдоль фазовых траекторий <sup>66, 67</sup>:

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = \int_{-\infty}^t f_0(\mathbf{r}', \mathbf{v}', t') e^{\frac{t-t'}{\tau}} \frac{dt'}{\tau}, \quad (3,17)$$

что соответствует адиабатическому включению взаимодействия в бесконечном прошлом <sup>4</sup>. Функцию  $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$  разложим в ряд по малому отклонению, обусловленному наличием внешних электрических и магнитных полей <sup>9</sup>:

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = f_0(\varepsilon) + \varphi_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) + \varphi_2(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t), \quad (3,18)$$

где \*)

$$\varphi_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \int_{-\infty}^t [\Delta \varepsilon - \varepsilon'_F + \varepsilon_F^0] e^{\frac{t-t'}{\tau}} \frac{dt'}{\tau}, \quad (3,19)$$

$$\varphi_2(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_0}{\partial \varepsilon^2} \int_{-\infty}^t [\Delta \varepsilon - \varepsilon'_F + \varepsilon_F^0]^2 e^{\frac{t-t'}{\tau}} \frac{dt'}{\tau}. \quad (3,20)$$

Штрих в выражениях (3,20) означает, что соответствующая величина должна быть взята в момент времени  $t'$ ,  $\Delta \varepsilon = \varepsilon(\mathbf{v}') - \varepsilon(\mathbf{v})$  — изменение энергии электрона, обусловленное как постоянным электрическим полем, так и электрическим полем волны. Используя уравнения движения заряженных частиц в скрещенных электрическом и магнитном полях (см., например, <sup>68</sup>, § 22) и переходя к фурье-преобразованным величинам, найдем выражение для тока, индуцированного в такой системе продольной электрической волной. Это выражение будет иметь вид (3,12), но коэффициенты  $a(\omega, \mathbf{q})$  и  $V(\omega, \mathbf{q})$  будут равны <sup>9, 67</sup>

$$a(\omega, \mathbf{q}) =$$

$$= -\frac{3\sigma_0}{iq_l} \left\{ -\frac{v_d}{v_F} + \frac{1}{qr_l} \sum_{n,m} \frac{J_m \left( qr_l \frac{v_d}{v_F} \right)}{\lambda + i(n-m)} \Omega \tau \left[ \frac{\lambda n g_n}{qr_l} - \frac{v_d}{v_F} (1 + i\omega\tau) J'_{2n}(2qr_l) \right] \right\}, \quad (3,21a)$$

$$V(\omega, \mathbf{q}) = \frac{\Omega}{q} \sum_{n,m} \frac{J_m \left( qr_l \frac{v_d}{v_F} \right)}{\lambda + i(n+m)} \Omega \tau \left\{ n g_n \left( qr_l - \frac{v_d}{v_F} J'_{2n}(2qr_l) \right) \right\}, \quad (3,21b)$$

где  $\lambda = 1 + i\omega\tau(1 - qv_d/\omega)$ ,  $r_l$  — ларморовский радиус,  $r_l = v_F/\Omega$  ( $\Omega\tau \gg 1$ ),  $J_n(x)$  — функция Бесселя,  $g_n(x)$  — слабоосциллирующая функция, введенная Коеном и др. <sup>69</sup>:

$$g_n(x) = \int_0^{\pi/2} J_n^2(x \sin \theta) \sin \theta d\theta. \quad (3,22)$$

При выводе (3,21) считалось, что  $(v_d/v_F) \ll 1$ ,  $(\omega/qv_F) \ll 1$ , так что квадратами этих величин по сравнению с единицей пренебрегали. (В полуметаллах и полупроводниках отношение скорости звука к фермиевской скоро-

\*) Необходимость учета квадратичной по полю добавки  $\varphi_2$  обусловлена перекрестным членом  $E_{\perp} E_d$ .

сти электронов порядка  $10^{-2}$ — $10^{-3}$ .) Формулы (3,21) справедливы для сильно вырожденного случая, когда производная от равновесной функции распределения по энергии электронов близка к  $\delta$ -функции от аргумента ( $\varepsilon - \varepsilon_F^0$ .)

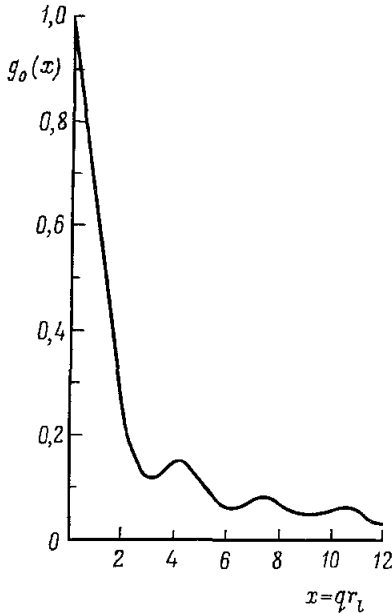


Рис. 2. Поведение функции  $g_0(x)$  (согласно <sup>69</sup>).

Легко видеть, что из выражений (3,21) можно получить продольную проводимость в области малых частот  $ql \ll 1$ , но в сильном магнитном поле  $\Omega\tau \gg 1$ . В результате опять приходим к формуле (3,3), но вместо частоты столкновений  $\nu$  будет входить эффективная частота столкновений, зависящая от магнитного поля,  $\nu_{эфф} = (\Omega^2 + \nu^2)/\nu \approx \Omega^2/\nu$ , и дрейф  $v_d = cE_d/H$ .

1) Геометрический резонанс. Если длина волны действующего на систему возмущения (1,1) оказывается того же порядка, что и ларморовский радиус классической орбиты электрона, вращающегося в магнитном поле, то возникают условия для геометрического резонанса в поглощении волн. Геометрический резонанс возможен только в вырожденных полупроводниках и полуметаллах, когда радиусы вращения всех электронов в магнитном поле практически одинаковы; если же электрон находится в невырожденном состоянии, то

из-за теплового разброса электронов по скоростям радиусы их вращения в магнитном поле будут разные, и поэтому в результате усреднения по скоростям этот резонанс исчезает. Итак, в области геометрического резонанса

$$T \ll \varepsilon_F^0, \quad qr_l \approx 1. \quad (3,23)$$

Исследуя значения коэффициентов  $a(\omega, \mathbf{q})$  и  $V(\omega, \mathbf{q})$  при  $qr_l$  порядка единицы, для продольной проводимости найдем <sup>67</sup>

$$\sigma_{||}(\omega, \mathbf{q}) = \frac{3\sigma_0}{(ql)^2} \left\{ \frac{\lambda [1 - g_0(qr_l)]}{1 - \frac{qv_d}{\omega} - \frac{i}{\omega\tau} [1 - g_0(qr_l)]} \right\}. \quad (3,24)$$

Прежде всего отметим, что действительная часть выражения (3,24) меняет знак при выполнении черенковского условия  $v_d > \omega/q$ . Как функция магнитного поля, (3,24) испытывает резонансные всплески, определяемые осцилляциями функции  $g_0(x = qr_l)$  (рис. 2). Эти осцилляции в проводимости и обеспечивают резонансное изменение в усилении или поглощении продольных волн вырожденной электронной плазмой.

2) Циклотронный резонанс. Когда частота вращения электронов в магнитном поле  $\Omega = eH/mc$  совпадает с частотой изменения поля волны  $\omega$ , возникает циклотронный резонанс в поглощении волн. Для обычной газоразрядной плазмы эти явления известны давно (см., например, <sup>3</sup>, § 12, и ссылки там), что же касается твердотельной плазмы, то исследование и изучение циклотронного резонанса в ней были проведены значительно позднее <sup>70 \*</sup>.

\* Циклотронный резонанс в поглощении звуковых волн впервые был предсказан Микошибой <sup>71</sup>.

Если в среде помимо постоянного магнитного поля имеется еще и электрическое, приводящее к дрейфу электронов, то вместо резонансного поглощения волн следует ожидать их резонансного усиления. Очевидно, что условие резонансного циклотронного поглощения  $\Omega = \omega$  из-за наличия дрейфа электронов должно быть заменено условием  $\Omega = \omega'$ , где  $\omega' = \omega [1 - (v_d/v_\phi)]$  — частота волны, смещенная вследствие эффекта Дошлера.

В отличие от геометрического резонанса, который возможен лишь в вырожденных полупроводниках и полуметаллах, циклотронный резонанс возможен и в невырожденных. Связано это с тем простым обстоятельством, что частота вращения электронов в магнитном поле (в нерелятивистском приближении!) не зависит от скорости электронов.

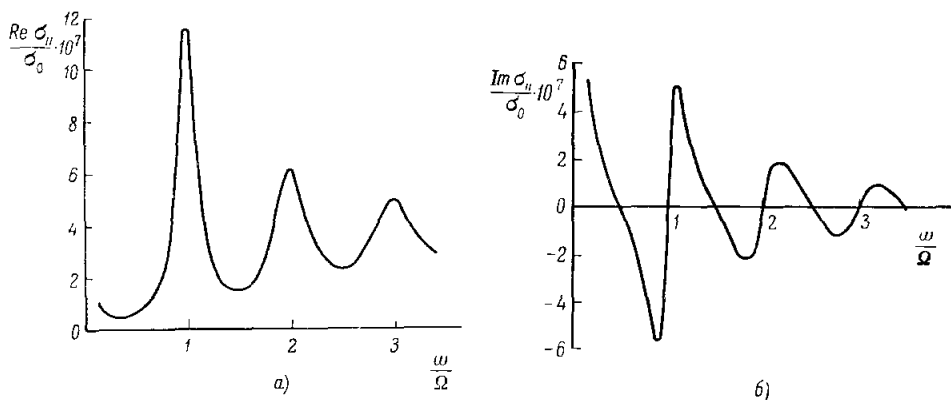


Рис. 3. Зависимость проводимости от отношения  $\omega/\Omega$  в условиях циклотронного резонанса.

$\tau = 10^8$  сек,  $\omega = 10^{10}$  сек<sup>-1</sup>,  $v_d = 0$ , при  $v_d = 2v_\phi$  значения  $\text{Re}\sigma_{||}(\omega, \mathbf{q})$  будут отличаться лишь знаком от значений при  $v_d = 0$ .

Вблизи циклотронного резонанса  $qr_l = v_F\omega/v_\phi\Omega$ , и поскольку  $v_\phi$  порядка скорости звука, то  $qr_l \gg 1$ . Это позволяет воспользоваться асимптотическим значением выражения (3,21а) при больших  $qr_l$ . В итоге для проводимости найдем <sup>67</sup>

$$\sigma_{||}(\omega, \mathbf{q}) = \frac{3\pi}{2} \sigma_0 \frac{(\omega\tau)^2}{(ql)^3} \left(1 - \frac{qv_d}{\omega}\right) \text{cth} \frac{\pi l}{\Omega\tau}. \quad (3,25)$$

Для невырожденного случая, как нетрудно показать, выражение (3,25) остается в силе; нужно лишь провести замену коэффициента  $3\pi/2$  на  $2\sqrt{\pi}$  и под длиной свободного пробега  $l = v_F\tau$  следует понимать величину  $l = v_T\tau$ , где  $v_T$  — тепловая скорость электронов.

В зависимости от магнитного поля реальная часть проводимости (3,25) испытывает ряд резонансов, положение которых определяется условием

$$n\omega' = n \left(1 - \frac{v_d}{v_\phi}\right) \omega = \Omega \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (3,26)$$

Таким образом, в скрещенных электрическом и магнитном полях условие резонанса зависит и от электрического поля, что приводит к резонансному изменению проводимости в зависимости от величины дрейфового поля (рис. 3, а и б).

В сильном магнитном поле, когда условие  $\Omega\tau \gg 1$  выполнено, энергетический спектр электронов перестает быть непрерывным и появляются уровни Ландау<sup>72, 73</sup>, связанные с квантованием кругового движения электронов. Если, кроме того, тепловая энергия вырожденного электронного газа  $T$  меньше энергии  $\hbar\Omega$  ( $T \ll \hbar\Omega$ ), то оказывается возможным наблюдение ряда эффектов, связанных с квантованием энергии электронов. Без учета спина спектр свободных электронов будет таким:

$$\varepsilon_{n, k_z} = \hbar\Omega \left( n + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}, \quad (3,27)$$

где  $n$  — целое положительное число, определяющее квантовый уровень Ландау,  $k_z$  — проекция квазиимпульса электронов на направление магнитного поля. Рассмотрим закон сохранения при поглощении электроном кванта волны с энергией  $\hbar\omega$

$$\left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar\Omega + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} + \hbar\Omega = \left( n' + \frac{1}{2} \right) \hbar\Omega + \frac{\hbar^2}{2m} (k_z + q_z)^2. \quad (3,28)$$

При достаточно сильном магнитном поле ( $\Omega \gg \hbar k_z q_z / m$ ) для малых волновых векторов  $q_z \ll k_z$  из (3,28) следует, что процесс поглощения возможен лишь при  $n' = n$ . Тогда  $\hbar k_z / m = \omega / q_z = v_{\Phi} / \cos \theta$ , где  $\theta$  — угол между направлением распространения волны и магнитным полем. Последнее условие означает, что волна будет преимущественно поглощаться только теми электронами, которые движутся в фазе с волной. Все электроны, участвующие в кинетических процессах, должны иметь энергию порядка энергии Ферми, «размазанную» на величину  $T$ , и, с другой стороны, их энергия должна удовлетворять условию (3,27). Наличие этих двух правил запрета приводит к тому, что волновой вектор  $k_z$  может принимать только те значения, которые соответствуют условию  $\varepsilon_{n, k_z} \approx \varepsilon_F^0$ , с точностью до величины теплового размытия уровня Ферми. С изменением магнитного поля положение разрешенных интервалов  $k_z$  меняется и эффективное число электронов, движущихся в фазе с волной, тоже меняется. Это приводит к соответствующим осцилляциям в проводимости среды. Когда в системе имеется направленное движение электронов, вместо осцилляций в поглощении<sup>74</sup> будут аналогичные осцилляции в усилении волн. Как и выше, задача сводится к нахождению комплексного тензора проводимости среды в условиях квантования Ландау при наличии направленного движения электронов (см. подробнее<sup>75-81</sup>).

#### ж) Проницаемость среды при наличии примесных центров

Исследования на опыте усиления и генерации акустических волн в пьезополупроводниках показали, что согласие теории с опытом может быть значительно улучшено, если в рассмотрении учесть процессы прилипания и захвата носителей из зоны проводимости на различные примесные центры<sup>82, 83</sup>. Поэтому ниже рассмотрим задачу о вычислении продольной проницаемости среды при наличии примесных центров. В зависимости от числа и характера примесных центров здесь возможно много различных случаев, и рассмотрение их всех потребовало бы много места. Поэтому рассмотрим ниже лишь модельную задачу для нейтрального примесного центра, уровни которого расположены в запрещенной зоне на глубине  $\varepsilon_i$ ; концентрация их  $N_i$ . Кинетические уравнения в гидродинамической модели, определяющие процессы выброса и захвата

электронов, очевидно, будут <sup>84</sup>

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{e} \operatorname{div} \mathbf{j}_e = g_c - r_c + G, \quad (3,29a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} - \frac{1}{e} \operatorname{div} \mathbf{j}_p = g_v - r_v + G, \quad (3,29б)$$

$$\frac{\partial n_t}{\partial t} = r_c - r_v + g_v - g_c, \quad \operatorname{div} \varepsilon_0 \mathbf{E} = 4\pi e (p - n - n_t), \quad (3,29в)$$

где  $n$  — концентрация электронов в зоне проводимости,  $p$  — концентрация дырок,  $n_t$  — концентрация несовершенств, захвативших электрон. Первые члены справа в уравнениях (3,29а), (3,29б) описывают тепловое возбуждение захваченных носителей, причем

$$g_v = (N_t - n_t) N_v v S_p e^{-\frac{\varepsilon_g - \varepsilon_t}{T}}, \quad g_c = n_t N_c v S_n e^{-\frac{\varepsilon_t}{T}}, \quad (3,30)$$

где  $S_p$  — сечение захвата свободной дырки центром, занятым электроном,  $S_n$  — сечение захвата свободного электрона пустым центром примеси,  $N_c$  и  $N_v$  — эффективные плотности состояний соответственно в зоне проводимости и в валентной зоне. Члены

$$r_c = n (N_t - n_t) v S_n, \quad r_v = p n_t v S_p \quad (3,31)$$

учитывают уменьшение числа свободных носителей вследствие их захвата несовершенствами,  $G$  — концентрация носителей, генерируемых светом в единицу времени,  $\mathbf{j}_e = -e\mu_n n \mathbf{E} - eD_n \nabla n$ ,  $\mathbf{j}_p = e\mu_p p \mathbf{E} + eD_p \nabla p$  — соответственно ток электронов и дырок ( $\mu_n$ ,  $\mu_p$  — подвижности,  $D_n$ ,  $D_p$  — константы диффузии),  $\varepsilon_g$  — ширина запрещенной зоны.

Для вычисления  $\varepsilon_{||}(\omega, \mathbf{q})$ , как и выше, необходимо найти отклик системы, т. е. ток, возникающий в результате действия на систему переменного поля волны (1,1). Линеаризуя систему (3,29) по малому возмущению, обусловленному волной (1,1), и исключая переменную плотность электронов, находящихся на примесных центрах, найдем

$$\omega (1 + \xi) n_t - \frac{q}{e} j_e = 0, \quad (3,32)$$

где параметр  $\xi$ , характеризующий влияние примесных центров, равен

$$\xi = f_0 v S_n N_t \frac{i\omega + v_p + N_t (1 - f_0) v S_p}{(i\omega + v_n) [N_t (1 - f_0) v S_p + i\omega] + i\omega v_p}; \quad (3,33)$$

здесь

$$v_n = v S_n (n_0 + N_c e^{-\frac{\varepsilon_t}{T}}), \quad v_p = v S_p (p_0 + N_v e^{-\frac{\varepsilon_g - \varepsilon_t}{T}}), \quad f_0 = \frac{N_t - n_t^0}{N_t}$$

и подвижность дырок, ради простоты, была положена равной нулю. Физический смысл величин  $v_n$ ,  $v_p$  и  $N_t v S_n f_0$ ,  $n_t^0 v S_p$  легко может быть установлен. Нетрудно увидеть, что в результате линеаризации системы (3,29) в общем случае появляются четыре характерных динамических времени системы:  $\tau_1 = v_n^{-1}$  — время выброса электрона с примесного центра,  $\tau_2 = N_t f_0 v S_n$  — время захвата электрона на центр,  $\tau_3 = n_t^0 v S_p$  — время захвата дырки на центр,  $\tau_4 = v_p^{-1}$  — время теплового выброса дырки из центра в валентную зону. Существенно, что эти времена зависят как от концентрации электронов в зоне проводимости, так и от температуры системы.

Равновесные значения концентраций  $n_0$ ,  $p_0$  и  $n_i^0$  определяются системой (3,29), если левые части уравнений приравнять нулю. Из этих уравнений может быть определен явный вид зависимости концентраций  $n_0$ ,  $p_0$  и  $n_i^0$  от величины  $G$ , пропорциональной освещенности образца.

Из выражения (3,32) и определения тока легко получить общее выражение для проводимости среды

$$\sigma_{||}(\omega, \mathbf{q}) = \frac{\sigma_0(1+\xi)}{\omega(1+\xi) - q\mu_n E_d + iq^2 v_d^2 \tau}. \quad (3,34)$$

Из выражений (3,33) и (3,34) следует, что влияние примесных центров существенно меняет отклик системы на переменное поле волны. Видно, что условие, при котором реальная часть проводимости становится отрицательной и, следовательно, в системе возможно усиление, сводится к черенковскому, в котором, однако, скорость дрейфа носителей  $v_d = \mu_{эфф}(\omega, \dots) E_d$  определяется через некоторую эффективную подвижность, зависящую весьма сложным образом от наличия примесных центров. Как правило,  $\mu_{эфф} \ll \mu_n$ , и поэтому пороговое значение электрического поля, при котором в системе становится возможным усиление, значительно повышается. Существенно также, что это пороговое значение электрического поля теперь оказывается зависящим от концентрации электронов как в зоне проводимости, так и на примесных центрах. Физически этот процесс связан с тем, что если электрон за время порядка периода волны успеет взаимодействовать с примесным центром (например, захватиться и выброститься или рекомбинировать), то он теряет направленную часть импульса, полученную от поля, и, стало быть, средняя направленная скорость электронов уменьшается.

Наличие примесных центров приводит также и к изменению эффективной проводимости среды, обусловленному перераспределением связанных зарядов между захватившими их примесными центрами; это в свою очередь приводит к уменьшению величины усиления в системе.

Выше было приведено рассмотрение модели нейтрального примесного центра с одним уровнем, характеризующейся четырьмя динамическими временами; модель заряженного центра с двумя характерными временами рассмотрена в работах <sup>85</sup>, <sup>86</sup> (см. также <sup>87</sup>, <sup>88</sup>, <sup>89</sup>).

#### 4. УСИЛЕНИЕ ЗВУКОВЫХ ВОЛН

##### з) Общие замечания. Усиление звуковых волн в пьезополупроводниках

Выше были получены дисперсионные уравнения, описывающие распространение звуковых волн в проводящих телах с различным характером взаимодействия колебаний решетки с электронами или дырками. Дополнительные члены, которые появились в дисперсионном уравнении от учета взаимодействия с носителями, содержат продольную проницаемость плазменной среды. Выражения для комплексной проводимости среды при наличии дрейфа в различных предельных случаях: малые и большие частоты вблизи геометрического и циклотронного резонанса в квантующем магнитном поле при наличии примесных центров — были затем получены в гл. 3. Теперь ясно, что для исследования характера распространения звуковых волн, их затухания и усиления, изменения фазовой скорости и т. д. достаточно подставить найденные выражения для  $\sigma_{||}(\omega, \mathbf{q})$  в дисперсионные уравнения. Получающееся при этом число возможностей, а значит, и формул, будет довольно большим, и исследование всех их потребовало бы много места. Учитывая это обстоятель-



ство, а также то, что проведение такого анализа не содержит никаких трудностей и читатель с успехом может сделать это самостоятельно, ниже ограничимся рассмотрением лишь некоторых весьма общих случаев, которые, по-видимому, проще всего осуществить на опыте.

Впервые эффект усиления ультразвуковых волн, обусловленный сверхзвуковым движением электронов, был обнаружен в пьезополупроводящих кристаллах CdS Хатсоном, Мак-Фи и Уайтом <sup>7</sup> \*). Кристаллы CdS являются, пожалуй, наиболее подходящим материалом для исследования эффекта усиления, так как, помимо большой величины пьезоэффекта (примерно в десять раз больше, чем у кварца), они еще и фоточувствительны, так что путем изменения освещенности кристалла можно менять концентрацию носителей в довольно широких пределах (для CdS примерно в  $10^5$ — $10^6$  раз). На опыте усиление в CdS исследовалось на частотах вплоть до  $1000$  Мгц, что соответствует области  $ql \ll 1$ . Поэтому выражение для инкремента усиления получится из дисперсионного уравнения (2,11), если в него подставить продольную проводимость среды, определяемую формулой (3,3) <sup>7, 25, 26</sup>:

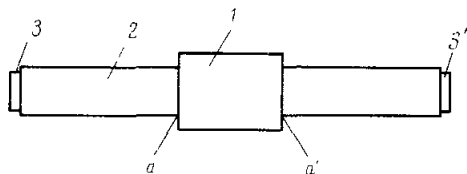


Рис. 4. Схема устройства, используемого в экспериментах по усилению ультразвука <sup>7, 93, 98</sup>.

1 — кристалл пьезополупроводника, a, a' — электроды для подачи дрейфового поля, 2 — звукопровод из плавленного кварца, 3, 3' — кварцевые преобразователи, служащие для излучения и приема звуковых волн.

$$\text{Im } q = -\frac{1}{2} \zeta_{\perp}^2 \frac{\omega_0^2 \tau}{v_{s\perp} \epsilon_0} \frac{1 - \frac{v_d}{v_{s\perp}}}{\left(1 - \frac{v_d}{v_{s\perp}}\right)^2 + \frac{\omega_0^4 \tau^2}{\omega^2 \epsilon_0^2} (1 + q^2 r_D^2)^2}; \quad (4,1)$$

здесь  $\zeta_{\perp}$  — константа электромеханической связи для поперечных волн,  $v_{s\perp}$  — скорость поперечных волн,  $r_D$  — дебаевский радиус. Следовательно, когда скорость дрейфа электронов превышает скорость звука, электронное поглощение сменяется усилением; если это усиление превысит решеточное поглощение (см. формулу (2,9)), то проходящая упругая волна будет нарастать.

Аналогично найдется и изменение фазовой скорости звуковых волн

$$\frac{\Delta v_{s\perp}}{v_{s\perp}} = -\frac{1}{2} \zeta_{\perp}^2 \epsilon_0 \frac{\omega_0^2 \tau^2 (1 + q^2 r_D^2) \frac{v_r^2}{v_{s\perp}^2} + \left(1 - \frac{v_d}{v_s}\right)^2}{\epsilon_0^2 \left(1 - \frac{v_d}{v_{s\perp}}\right)^2 + \frac{\omega_0^4 \tau^2}{\omega^2} (1 + q^2 r_D^2)^2}. \quad (4,2)$$

Для кристаллов типа CdS относительные изменения в скорости могут достигать 1% <sup>92</sup>.

Схема опыта Хатсона и др. <sup>7</sup> по наблюдению электронного усиления в CdS показана на рис. 4. С помощью кварцевого преобразователя звуковая волна через звукопровод из плавленного кварца попадала на кристалл CdS, к которому прикладывалось постоянное электрическое поле. Результирующий сигнал регистрировался с помощью второго кварцевого преобразователя. Ориентация кристалла была выбрана так, чтобы поперечная упругая волна сопровождалась продольным электрическим полем.

\*) На возможность усиления ультразвуковых волн в полупроводниках указывалось и ранее (см., например, <sup>90, 91</sup>, а также <sup>8</sup>).

Полученная на опыте зависимость амплитуды пришедшего звукового импульса от приложенного внешнего поля показана на рис. 5. Изменение знака электронного поглощения происходило в поле  $700 \text{ в/см}$ , что для поперечной звуковой волны соответствует подвижности  $285 \text{ см}^2/\text{в}\cdot\text{сек}$  (холловская подвижность в CdS порядка  $300 \text{ см}^2/\text{в}\cdot\text{сек}$ <sup>93</sup>), т. е. в прекрасном согласии с теорией.

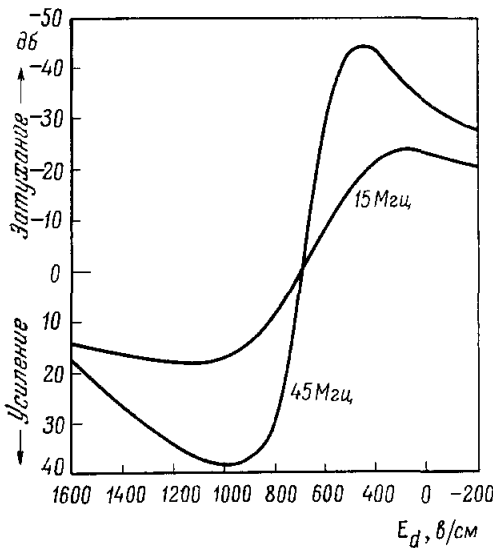


Рис. 5. Обнаруженная на опыте в <sup>7</sup> зависимость усиления от дрейфового поля (длина кристалла CdS 7 мм).

мама при  $\omega = \omega_0 v_s / \sqrt{\epsilon_0 v_T}$ , т. е. при дебаевском радиусе экранирования порядка длины волны<sup>25</sup>. Наибольшее значение инкремента усиления (при всех прочих оптимальных условиях) равно  $1/2 \xi_{\perp}^2 \omega_0 / \sqrt{\epsilon_0 v_T} = 1/2 \xi_{\perp}^2 \omega / v_{s\perp}$ . Для кристаллов CdS, например,  $\xi_{\perp}^2 = 0,018$ ,  $v_{s\perp} \approx 1,8 \cdot 10^5 \text{ см/сек}$  ( $\xi_{\parallel}^2 = 0,02$ ,  $v_{s\parallel} \approx 4,3 \cdot 10^5 \text{ см/сек}$ ; см. <sup>38, 39, 112, 113</sup>), и поэтому максимальное возможное усиление на частоте 45 МГц составит около  $130 \text{ дБ/см}$ . Исследования, однако, показали, что серьезным препятствием широкому использованию этого эффекта являются значительные потери на преобразование электромагнитных колебаний в звуковые и, кроме того, значительный уровень акустического шума, возникающего из-за спонтанной генерации фононов<sup>7, 93</sup>. Тем не менее Чубачи, Вода и Кикучи<sup>109</sup>, используя преобразователи на запорном слое<sup>114-117</sup>

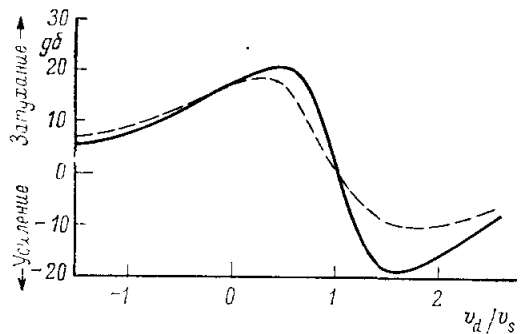


Рис. 6. Зависимость усиления (затухания) поперечных ультразвуковых волн от отношения скорости дрейфа к скорости звука<sup>93</sup>. Сплошная кривая — теоретическая, пунктирная — экспериментальная (кристалл CdS, длина — 8 мм,  $\omega = 2\pi \cdot 16,5 \text{ МГц}$ ).

\*) При сравнении теории с экспериментом следует иметь в виду тот факт, что в кристаллах CdS имеется значительное число центров «прилипания и захвата» носителей, которые существенно сказываются на кинетике электронов и, следовательно, влияют на усиление. Если учесть влияние этих центров, то согласие теории с экспериментом значительно улучшается<sup>82, 83, 102</sup>.

(как для преобразования электрических колебаний в звуковые, так и в качестве электродов для подачи постоянного дрейфового поля), получили в целом усиление в кристалле CdS \*).

Для большинства пьезополупроводников, в том числе и для сульфида кадмия, характерна очень большая частота столкновений носителей (во всяком случае при комнатной температуре <sup>118, 119</sup>), и поэтому выполнить на опыте условия  $\Omega\tau > 1$ ,  $\Omega \sim \omega$ , при которых только возможен циклотронный резонанс, весьма трудно \*\*). Тем не менее при гелиевых температурах, как показывают опыты по циклотронному резонансу на электромагнитных волнах <sup>118, 119</sup>, время релаксации  $\tau$  в CdS оказывается порядка  $10^{-11}$  сек, и поэтому условие  $ql \gg 1$  (длина свободного пробега в CdS при этих условиях порядка  $2 \cdot 10^{-5}$  см) выполняется на частотах  $\omega \gg 10^{10}$  сек<sup>-1</sup>, что в эксперименте со звуковыми волнами вполне достижимо. Поэтому приведем также электронную часть инкремента усиления в области  $ql \gg 1$ , когда проводимость определяется формулой (3,16):

$$\text{Im } q = -\frac{1}{3} \xi_{||}^2 \frac{\varepsilon_0 \frac{\omega_0}{v_{s||}} \left(1 - \frac{v_d}{v_{s||}}\right) (qr_D)^3}{\left(1 - \frac{v_d}{v_{s||}}\right)^2 + \frac{4}{\pi^2} \left(\frac{v_F}{v_{s||}}\right)^2 \left(1 + \frac{\varepsilon_0}{3} q^2 r_D^2\right)^2}, \quad (4,3)$$

где  $r_D = v_F/\omega_0$ . Выражение (4,3) приведено для продольной волны, поэтому  $v_{s||}$  — скорость продольной волны. Если электронный газ не вырожден, то инкремент усиления получится из (4,3) с помощью замены  $v_F \rightarrow \sqrt{3}v_T$ . Характерной особенностью выражения (4,3) является то, что оно не зависит от времени релаксации  $\tau$ . Последний член в знаменателе (4,3) всегда больше первого, и поэтому зависимость инкремента от скорости дрейфа представляет собой почти прямую: усиление линейно растет с увеличением скорости потока электронов.

Сравним теперь величины инкрементов усиления в пьезополупроводниках в областях  $ql \ll 1$  и  $ql \gg 1$ . Поскольку выражения (4,1) и (4,3) имеют разную зависимость как от частоты, так и от скорости дрейфа, такое сравнение целесообразно произвести уже для максимальных значений инкрементов, которые они могут достигать на фиксированной частоте при всех прочих оптимальных значениях параметров: концентрации носителей, скорости дрейфа. Полагая в (4,1)  $v_d = v_s \left[1 + \left(\frac{2\omega_0^2\tau}{\omega\varepsilon_0}\right)\right]$ , что соответствует оптимальным значениям, и аналогично в (4,3), получим для отношения инкрементов в невырожденном случае

$$\gamma \equiv \frac{\max \text{Im } q_{ql \ll 1}}{\max \text{Im } q_{ql \gg 1}} \approx \frac{6\pi}{\sqrt{\varepsilon_0}} \frac{v_T}{v_s} \frac{1}{\omega_0\tau}, \quad (4,4)$$

причем для (4,3) было положено, что  $\left|1 - \left(\frac{r_d}{v_s}\right)\right| \sim 1$ . Для кристаллов типа CdS и CdSe при комнатных температурах  $v_T/v_s \sim 10^2$ ,  $\tau \approx 10^{-13} - 10^{-14}$  сек<sup>-1</sup>, а  $\omega_0 \approx 3 \cdot 10^5 \sqrt{n_0}$  сек<sup>-1</sup>, так что при всех разумных значениях

\*) Температурные зависимости усиления и сопротивления образца, измеренные также в <sup>109</sup>, от комнатной вплоть до 380° С подтвердили правильность предсказанного в <sup>39</sup> увеличения затухания звуковых волн с ростом температуры (см. также <sup>9c</sup>). Найдённое значение энергии щели для CdS из этих измерений (2,30 эв) хорошо совпадает с оптическими данными (2,36 эв).

\*\*\*) При гелиевых температурах циклотронный резонанс при поглощении электромагнитных волн в CdS осуществлен на опыте <sup>120, 121</sup>. Частота электромагнитной волны при этом была около  $10^1 - 10^{11}$  гц. Поскольку генерация и прием звуковых волн таких частот тоже осуществлены на опыте <sup>122, 123</sup>, то, по-видимому, циклотронный резонанс на гиперзвуковых волнах в CdS в принципе возможен.

концентрации носителей  $\gamma \gg 1$  и, следовательно, кристаллы с  $ql \ll 1$  для усиления оказываются более эффективными. Как уже говорилось выше, разные величины усиления в области  $ql \ll 1$  и  $ql \gg 1$  связаны с различием в механизмах усиления: в области  $ql \ll 1$  волну усиливает объемный заряд, дрейфующий со сверхзвуковой скоростью, в области  $ql \gg 1$  — отдельные «почти свободные» электроны, и в этом смысле этот случай ближе соответствует механизму пучковой неустойчивости в газоразрядной плазме<sup>4, 51-54</sup>.

Из выражения (4,4) следует, что с ростом частоты столкновений  $\nu = \tau^{-1}$  усиление в области  $ql \ll 1$  по сравнению с усилением в области  $ql \gg 1$  может значительно возрасти. В этой связи следует отметить одну особенность усиления звуковых волн в магнитном поле<sup>111, 124</sup>, когда условия для каких-либо резонансов еще не выполнены. Если в отсутствие магнитного поля усиление, определяемое выражением (4,3), мало, то с ростом магнитного поля, когда  $\Omega\tau \gg 1$ , эффективная частота столкновений носителей растет и постепенно можно перейти в область  $ql_{эфф} \approx \approx ql \frac{1}{(\Omega\tau)^2} \ll 1$ , где инкремент усиления велик. Как было показано в п. ж), продольная проводимость среды в области  $\Omega\tau \gg 1$ , а  $ql \ll 1$  сводится к формуле (3,3), но с формальной заменой  $\nu \rightarrow \Omega^2/\nu$ . Это означает, что инкремент усиления будет определяться формулой (4,1), и поэтому вместо (4,4) получим

$$\gamma_n \approx \gamma (\Omega\tau)^2 \gg \gamma. \quad (4,5)$$

При этом, разумеется, возрастает и пороговое значение электрического поля, в котором возникает усиление (см. также<sup>125, 126</sup>).

Исследования на опыте усиления акустических волн в пьезополупроводящих кристаллах InSb\*), показали, что в сильном магнитном поле усиление хорошо описывается формулой (4,1) с заменой  $\nu_d \rightarrow c \frac{E}{H}$  и  $\nu \rightarrow \Omega^2$ ,<sup>111</sup>.

Наблюдение геометрического и циклотронного резонансов, квантовых осцилляций при усилении в пьезополупроводниках пока еще не удалось осуществить на опыте. Однако использование таких пьезополупроводниковых кристаллов, как InSb, GaAs, Te, и высокоэффективных пленочных преобразователей гиперзвука<sup>127-130</sup>, работающих также и при низких, вплоть до гелиевых<sup>127</sup>, температурах, позволяет надеяться, что эти опыты будут осуществлены. Здесь не приводим соответствующих формул для усиления и изменения фазовой скорости, помня, что они легко могут быть получены из выражений (2,11), (3,24), (3,25).

Присутствие примесных центров, особенно в таких пьезополупроводниках, как CdS и CdSe, существенно влияет на характер усиления ультразвуковых волн в этих кристаллах. Для учета их необходимо подставить в дисперсионное уравнение (2,11) значение тензора диэлектрической проницаемости типа (3,34). Разумеется, для более сложной модели с двумя или тремя типами примесных центров диэлектрическая проницаемость среды является более сложной функцией. Существенно, что примесные центры приводят, как правило, к уменьшению эффективной подвижности носителей тока, и поэтому резко увеличивается критическое электрическое поле, в котором возможно усиление, а в некоторых случаях, особенно на низких частотах, когда  $\omega < \nu_n, \nu_p$  (см. выражения (3,33), (3,34)),

\*) Пьезоэлектрическая константа для InSb впервые была измерена в работе<sup>127</sup> и оказалась равной  $|e_{14}| = 0,06 \pm 0,005 \text{ к/м}^2$ . В соответствии с этим электромеханическая константа связи для продольных волн вдоль направления (111) равна  $\eta_{11}^2 = 3,6 \cdot 10^{-4}$ .

усиление практически оказывается невозможным. Физически это связано с тем, что за время порядка периода волны носитель успевает захватиться примесным центром или рекомбинировать с дыркой.

Сравнение результатов опытов по усилению в CdS и CdSe с простейшими моделями примесных центров проведено в работах<sup>99, 102-104, 109, 116, 131</sup>, из которых видно, что учет процессов прилипания или захвата даже в рамках простейших моделей с одним типом примесных центров приводит к лучшему согласию теории и опыта \*).

Заметим, что при сравнении теории усиления с результатами опытов всюду выше использовалась модель изотропного твердого тела, хотя, с другой стороны, такие кристаллы, как CdS и CdSe, ZnO, упруго анизотропны. Как показали недавно Ю. Кикучи и др.<sup>134</sup>, учет анизотропии упругих и пьезоэлектрических свойств приводит к выводу о том, что наиболее благоприятным для усиления звуковых волн в CdS является направление, перпендикулярное не к оси  $C_6$ , а примерно под углом  $\pi/6$ .

#### и) Акустоэлектрический эффект в пьезополупроводниках

Акустоэлектрический эффект состоит в том, что проходящая по кристаллу полупроводника волна увлекает электроны, часть импульса волны передается электронам, так что на концах разомкнутого полупроводника возникает разность потенциалов; если же концы полупроводника соединены обычным проводником, то в цепи возникает акустоэлектрический ток \*\*). Рассмотрим этот эффект только в пьезополупроводниках, где он может достигать значительных величин.

Выражение для акустоэлектрического тока в пьезополупроводнике можно получить, вычисляя среднюю силу, действующую на электроны со стороны звуковой волны. При этом совсем не обязательно конкретизировать само состояние электронно-дырочной плазмы носителей, а достаточно предположить, что среда (решетка + носители тока) описывается известным тензором диэлектрической проницаемости среды<sup>136</sup>. Такой подход обладает тем преимуществом, что позволяет сразу описывать явление во многих случаях, для которых известен вид тензора  $\epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{q})$  (см. гл. 3).

Если по кристаллу распространяется звуковая волна, то вследствие пьезоэффекта возникает электрическое поле  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  и сила, действующая на электрон, будет такой:

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}, t) = -e\mathbf{E}(\mathbf{r}, t). \quad (4,6)$$

Под действием переменной силы  $\mathbf{f}(\mathbf{r}, t)$  концентрация электронов в зоне проводимости будет меняться от точки к точке и средняя сила, действующая на электроны в единичном объеме, будет равна

$$\langle \mathbf{F}(\mathbf{x}, t) \rangle = \langle \mathbf{f}(\mathbf{r}, t) n(\mathbf{r}, t) \rangle; \quad (4,7)$$

\*) В этой связи следует отметить одно обстоятельство. Наличие примесных центров для фоточувствительных образцов CdS и CdSe иногда приводит к явлению температурного гашения фотопроводимости<sup>34</sup>, а в сильном электрическом поле, когда джоулев нагрев существен, — к возникновению неоднородности в распределении электрического поля и концентрации носителей в образце<sup>132</sup>. В этих условиях картина усиления уже существенно изменится, поскольку исходный однородный образец из-за наличия примесных центров становится неоднородным. Более того, можно показать<sup>133</sup>, что в определенных условиях это приводит к возможности усиления акустических волн в непрерывном режиме<sup>103</sup>.

\*\*\*) Идея такого эффекта впервые, по-видимому, была высказана Парменстером<sup>135</sup>.

здесь  $n(\mathbf{r}, t)$  — концентрация электронов, а скобки  $\langle \dots \rangle$  означают усреднение по времени и пространству в масштабах, значительно превышающих период и длину волны соответственно. Используя тот факт, что электрическое поле, возникающее в звуковой волне, потенциально и  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\nabla\varphi(\mathbf{r}, t)$ , где  $\varphi(\mathbf{r}, t)$  — скалярный потенциал, а также соотношения

$$\varphi(\omega, \mathbf{q}) = \frac{4\pi\beta_{i,kl}q_k}{q^2\varepsilon_{||}(\omega, \mathbf{q})} u_l(\omega, \mathbf{q}) \quad (4,8)$$

и

$$n_{\sim}(\omega, \mathbf{q}) = \frac{1}{4\pi e} q^2 \varphi(\omega, \mathbf{q}) + 4\pi\beta_{i,kl}q_l q_k u_l(\omega, \mathbf{q}), \quad (4,9)$$

для силы  $\mathbf{F}(x, t)$  после несложных преобразований<sup>136</sup> найдем

$$\langle \mathbf{F} \rangle = \zeta^2 S \left( \frac{q}{2v_s} \right) \text{Im} \left( \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{||}(\omega, \mathbf{q})} \right), \quad (4,10)$$

где  $S = \rho v_s \omega^2 u_0^2 / 2$  — плотность потока звуковой энергии,  $u_0$  — амплитуда звуковой волны (в общем случае медленная функция координат и времени). Очевидно, что постоянный электрический ток через единичную площадку короткозамкнутого полупроводника будет

$$J^{\text{ак}} = \frac{e}{m} \tau \langle \mathbf{F} \rangle = -\mu S \zeta^2 \frac{q}{2v_s} \text{Im} \left( \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{||}(\omega, \mathbf{q})} \right), \quad (4,11)$$

где  $\mu$  — подвижность. Сравнивая (4,11) с выражением для электронного затухания или усиления звуковых волн в пьезополупроводниках (4,1), видим, что соотношение Вайнрейха<sup>32</sup> удовлетворяется независимо от вида тензора диэлектрической проницаемости среды \*).

Если кристалл полупроводника разомкнут, то акусто-э. д. с., очевидно, будет равна

$$e^{\text{ак}} = -\frac{1}{en_0} \int_0^l \langle F \rangle dx = -\frac{S_0}{en_0 v_s} \frac{\gamma_{\text{эл}}}{\gamma_{\text{эл}} + \alpha} (1 - e^{-(\gamma_{\text{эл}} + \alpha)l}), \quad (4,12)$$

где  $\gamma_{\text{эл}} = \zeta^2 q \text{Im}(\varepsilon_0/\varepsilon_{||}(\omega, \mathbf{q}))$  — плазменная, а  $\alpha$  — решеточная части затухания звуковой волны,  $l$  — длина кристалла. При выводе (4,12) было использовано, что  $S(x) = S_0 \exp(-(\gamma_{\text{эл}} + \alpha)x)$ , где  $S_0$  — величина потока звуковой энергии в точке  $x = 0$ .

Когда в полупроводнике имеется направленный поток носителей, при скорости дрейфа, превышающей фазовую скорость звуковой волны,  $\gamma_{\text{эл}}$  становится отрицательным и, следовательно, знак акусто-э. д. с. меняется на обратный. Существенно, что такое изменение знака акусто-э. д. с. не зависит от величины вязкого поглощения звуковых волн в кристаллах, и с этой точки зрения исследование на опыте акустоэлектрического эффекта представляется даже более предпочтительным, чем исследование усиления, поскольку независимо от величины вязкого поглощения звука позволяет определить достаточно точно порог усиления звуковых волн.

Исследование зависимости акусто-э. д. с. от дрейфового поля в кристаллах CdSe показало, что теория в основном хорошо описывает эксперимент<sup>136</sup>. Акустоэлектрический эффект на опыте в настоящее время интенсивно исследуется многими авторами<sup>32, 33, 136, 138, 139</sup>, причем в кристаллах ZnS он оказывается четным<sup>141, 142</sup>.

\*) Тем не менее это еще не означает, что соотношение Вайнрейха носит универсальный характер (см., например, <sup>137</sup>).

к) Усиление в пьезоэлектрических полупроводниках

Рассмотрим теперь усиление упругих волн в полупроводниках и полуметаллах, у которых пьезоэффект отсутствует\*). Взаимодействие звуковых волн с электронами при этом может осуществляться либо через деформационный потенциал, или, если решетка обладает зарядом, через кулоновское поле, которым сопровождается продольная волна в такой решетке.

Рассмотрение начнем с наиболее простого случая, когда имеется один тип носителей и взаимодействие со звуковой волной осуществляется через деформационный потенциал. Инкремент усиления определяется при этом из выражения (2,19), где  $\sigma_{||}^{(h)}(\omega, \mathbf{q})$  нужно положить равным нулю. Если  $ql \ll 1$  и магнитное поле отсутствует, то электронная проводимость определяется формулой (3,3) и, следовательно,<sup>25</sup>

$$\text{Im } q = - \frac{2\pi\omega^2\Lambda^2\epsilon_0}{\rho v_s^2 e^2} \frac{\sigma_0 \left(1 - \frac{v_d}{v_s}\right)}{\epsilon_0^2 \left(1 - \frac{v_d}{v_s}\right)^2 + \frac{\omega_0^4 \tau^2}{\omega^2} (1 + q^2 r_D^2)^2}. \quad (4,13)$$

Как и в случае пьезополупроводников, наибольшее усиление достигается при дрейфе

$$v_d = v_s \left(1 \pm \frac{\omega_0^2 \tau}{\omega \epsilon_0} (1 + q^2 r_D^2)\right), \quad (4,14)$$

где верхний знак соответствует наибольшему усилению, нижний — наибольшему затуханию. При таком значении дрейфа выражение (4,13) будет таким:

$$\text{Im } q = \pm \frac{\Lambda^2 \omega^3 \epsilon_0}{4e^2 \rho v_s^5} \frac{1}{1 + q^2 r_D^2}. \quad (4,15)$$

В полупроводниках и полуметаллах константа электрон-фононного взаимодействия обычно порядка нескольких электрон-вольт,  $\rho \approx 5 \text{ г/см}^3$ ,  $v_s \approx 2 \cdot 10^5 \text{ см/сек}$ ,  $\epsilon_0 \approx 10$ . При этих значениях параметров, принимая  $qr_D \approx 1$ , найдем из (4,15), что  $\text{Im } q \approx 1 \text{ см}^{-1}$  на частоте  $\omega/2\pi \approx 5 \cdot 10^9 \text{ гц}$ . Если сравнить усиление, обусловленное деформационным потенциалом, и усиление вследствие пьезоэффекта, то отношение инкрементов при дрейфе, удовлетворяющее условию (4,14), будет

$$\frac{[\text{эл.-фон.}]}{[\text{пьезо}]} = \frac{\omega^2 \Lambda^2 \epsilon_0}{\zeta_{||}^2 \rho v_s^4 e^2}.$$

Таким образом, усиление за счет электрон-фононного взаимодействия эффективно только на высоких частотах. Например, при  $\Lambda = 3 \cdot 10^{-11} \text{ эрг}$ ,  $v_s = 5 \cdot 10^5 \text{ см/сек}$ ,  $\zeta_{||}^2 \approx 0,02$ ,  $\rho \approx 5 \text{ г/см}^3$  и  $\epsilon_0 \approx 10$  усиления в пьезо-

\*) Возможность усиления ультразвука в полупроводниках и полуметаллах через непосредственное взаимодействие электронов с фононами сразу стала очевидной после экспериментальной работы Есаки<sup>143, 144</sup>, в которой был обнаружен загиб вольт-амперной характеристики в вिसмуте в скрещенных электрическом и магнитном полях. Хотя в эксперименте Есаки<sup>143</sup> непосредственно генерация звуковых волн не наблюдалась, тем не менее по осцилляциям тока с частотой, примерно совпадающей с собственной частотой колебаний образца и возникающей лишь при выполнении черенковского условия  $v_d > v_s$ , можно было судить о том, что в системе действительно генерировались звуковые колебания<sup>144</sup>. Появившиеся вслед за работой<sup>143</sup> теоретические работы<sup>9, 25, 66, 74, 75, 145-148</sup> действительно показали возможность усиления звуковых волн сверхзвуковым потоком носителей.

полупроводниках и примесных полупроводниках или полуметаллах сравниваются на частоте  $\omega \approx 3 \cdot 10^{11} \text{ сек}^{-1}$ . На этой же частоте наибольшее значение инкремента (4,15) составит около  $10^3 \text{ см}^{-1}$ , что соответствует усилению  $8,3 \cdot 10^3 \text{ дб/см}$ .

В области больших частот, когда  $ql \gg 1$ , проводимость определяется выражением (3,16), и для инкремента усиления имеем <sup>64</sup>

$$\text{Im } q = - \frac{\omega^2 \Lambda^2 \epsilon_0}{12e^2 \rho v_s^5} \frac{(qr_D)^2 \left(1 - \frac{v_d}{v_s}\right)}{\left(1 - \frac{v_d}{v_s}\right)^2 + \frac{4}{\pi^2} \left(\frac{v_F}{v_s}\right)^2 \left(1 + \frac{\epsilon_0}{3} q^2 r_D^2\right)^2}. \quad (4,16)$$

Как в пьезополупроводниках (см. (4,3)), выражение (4,16) не зависит от времени релаксации электронов  $\tau$ .

Непосредственное усиление гиперзвуковых волн в полупроводниках было осуществлено Померанцем <sup>33</sup> на монокристаллах *n*-германия, легированного мышьяком. Если теперь попытаться сравнить результаты опыта с предсказаниями теории, то при этом нужно иметь в виду следующее весьма важное обстоятельство. Выражения (4,13), (4,16) описывают усиление в простых полупроводниках, где энергия электронов как функция квазиимпульса имеет лишь один простой минимум, расположенный в центре первой зоны Бриллюэна. Поэтому распространяющаяся по такому кристаллу звуковая волна будет сопровождаться появлением объемного заряда. Отражением этого факта является то, что при больших концентрациях носителей инкременты (4,13), (4,16), достигнув максимума, начинают резко падать как  $1/n_0$ .

Совершенно другая ситуация имеет место в так называемых многодолинных полупроводниках и полуметаллах, где энергия электрона как функция его квазиимпульса имеет несколько минимумов, расположенных в различных точках зоны Бриллюэна. Направление распространения волны и вектор поляризации можно выбрать такими, что звуковая волна не будет сопровождаться появлением объемного заряда. Полная компенсация объемного заряда произойдет тогда, когда смещение энергии электронов в одной группе минимумов равно и противоположно по знаку изменению энергии электронов в другой. Такой случай как раз и реализуется в *n*-германии, когда поперечная звуковая волна распространяется в направлении  $\langle 100 \rangle$  с поляризацией вдоль направления  $\langle 010 \rangle$ . Затухание (а значит, и усиление) такой звуковой волны будет монотонно расти с ростом концентрации <sup>32, 33</sup>, и, следовательно, несмотря на слабое взаимодействие через деформационный потенциал, усиление может достигать значительной величины. Инкремент усиления для поперечной волны, когда происходит полная компенсация объемного заряда, будет равен <sup>33</sup>

$$\text{Im } q = - \frac{\omega_0^2 \Lambda^2 \omega}{36 \rho v_s^3 v_T^2} \frac{\omega \tau_R}{1 + [1 - (v_d/v_s)]^2 \omega^2 \tau_R} \left(1 - \frac{v_d}{v_s}\right); \quad (4,17)$$

здесь  $\Lambda$  — деформационный потенциал для поперечной волны,  $\tau_R$  — эффективное время релаксации с учетом междолинного рассеяния ( $\tau_R^{-1} = \tau_{мд}^{-1} + q^2 D^2$ , где  $\tau_{мд}$  — время междолинного рассеяния),  $D$  — константа диффузии. Значения для  $\tau_R$  как функции концентрации носителей  $n_0$  и температуры  $T$  для германия известны из акустоэлектрического эффекта <sup>32, 33</sup>.

Используя выражения (4,10), легко подсчитать, что для германия ( $n_0 = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ,  $\omega = 10^{11} \text{ сек}^{-1}$ ,  $\tau_R = 10^{-11} \text{ сек}$ ,  $T = 10^\circ \text{ К}$ ,  $v_d = 3v_s$ ) усиление составит около  $800 \text{ дб/см}$ . Тем не менее на опыте <sup>33</sup> было получено



усиление 20 дб/см \*). Такое расхождение между теорией и опытом, по-видимому, связано с тем, что при таких плотностях тока через образец идут процессы ударной ионизации, электронная плазма сильно разогрета, и поэтому истинное значение параметров, входящих в формулу (4,17), неизвестно. Возможно также, что полной компенсации объемного заряда в волне не происходит, а это резко снижает инкремент усиления.

Рассмотрим теперь усиление в собственных полупроводниках и полуметаллах, где дисперсионное уравнение распределения звуковых волн имеет вид (2,18). Для низкочастотной волны плазменная часть затухания (усиления), обусловленная как электронами, так и дырками, определяется выражением (2,20а). Если магнитное поле отсутствует, а имеется только электрическое, приводящее к сверхзвуковому движению одного из типов носителей, скажем, электронов, то усиление звуковой волны может иметь место лишь в исключительных случаях, когда электронная часть усиления превысит затухание, вносимое дырками. Чтобы в системе все же имело место усиление как за счет электронной, так и за счет дырочной компонент плазмы носителей, нужно приложить скрещенные электрическое и магнитное поля так, чтобы электроны и дырки дрейфовали в направлении распространения звуковой волны. В этом случае магнитное поле должно быть сильным и  $\Omega\tau \gg 1$  как для электронов, так и для дырок. Будем считать, далее, что условия для квантования электронных орбит магнитным полем не выполнены, т. е.  $T \gg \hbar\Omega^{(e)}$ ,  $\hbar\Omega^{(h)}$  (здесь, как и всюду, индексы  $e$  и  $h$  означают, что соответствующая величина относится к электронам или дыркам соответственно). Если теперь  $ql^{(e)}$  и  $ql^{(h)} \ll 1$ , то электронная и дырочная проводимости определяются выражением (3,3), где  $v_d = -c [E_d H] / H^2$ , а под частотой столкновений  $\nu$  следует понимать эффективную частоту столкновений, зависящую от магнитного поля:

$$\begin{aligned} \nu_{\text{эфф}}^{(e)} &= \Omega_{(e)}^2 \tau_{(e)}, \\ \nu_{\text{эфф}}^{(h)} &= \Omega_{(h)}^2 \tau_{(h)}. \end{aligned}$$

Подставляя электронную и дырочную проводимости в (2,20а), найдем плазменную часть затухания (усиления) ультразвуковой волны, распространяющуюся в собственном полупроводнике или полуметалле:

$$\text{Im } q = - \frac{\omega^2 (\Lambda_{(e)} + \Lambda_{(h)})^2}{2e^2 \rho v_s^5} \frac{\sigma_0^{(e)} \sigma_0^{(h)}}{\sigma_0^{(e)} + \sigma_0^{(h)}} \frac{1 - \frac{v_d}{v_s}}{\left(1 - \frac{v_d}{v_s}\right)^2 + \left[ \frac{2q^2 P_F^2 m_{(e)} m_{(h)} c^2}{3\omega e^2 H^2 (m_{(e)} \tau_{(h)} + m_{(h)} \tau_{(e)})} \right]^2}, \tag{4,18}$$

где  $P_F$  — импульс Ферми, который при равных концентрациях одинаков как для электронов, так и для дырок. Выражение (4,18) описывает усиление в области малых частот, когда, помимо условия  $ql \ll 1$ , имеются еще и требования:  $|4\pi\sigma_{\parallel}^{(e)}(\omega, \mathbf{q})| \gg \omega\epsilon_0$ ,  $|4\pi\sigma_{\parallel}^{(h)}(\omega, \mathbf{q})| \gg \omega\epsilon_0$ . Формула (4,18) применима для полупроводников и полуметаллов с поверхностью Ферми, не слишком отличающейся от сферической, и поэтому, естественно, описывает усиление и затухание только продольных волн.

\*) Опыт ставился так: к образцу германия, ориентированному в направлении  $\langle 100 \rangle$  (иногда вдоль направления  $\langle 110 \rangle$ ), с размерами по длине 1 см и площадью около 0,01 см<sup>2</sup> прикладывался импульс тока порядка 20 а. В качестве преобразователей использовались ферромагнитные пленки, нанесенные на полированные грани образца, которые в постоянном магнитном поле вследствие эффекта магнитострикции осуществляли прием и излучение фононов с частотой  $\omega/2\pi = 9 \cdot 10^9$  гц. Опыт проводился при температуре жидкого гелия. Кроме усиления, прошедшего по образцу импульса, в опыте также наблюдалась генерация фононов (звуковой шум).

Усиление звуковых волн в скрещенных электрическом и магнитном полях экспериментально исследовалось Токсеном и Тансалом<sup>149</sup> (см. также<sup>145, 150, 151</sup>) на монокристаллах висмута. Поперечная звуковая волна с частотой  $\omega/2\pi = 15$  Мгц распространялась вдоль бисекторной оси, электрическое поле прикладывалось в бинарном направлении, а магнитное поле изменялось в бисекторной плоскости от тригональной оси до бинарной. Обнаруженное на опыте усиление (около 14 дБ/см) возникло при скорости дрейфа  $v_d = c \frac{E_d}{H} \approx 1.4 \cdot 10^5$  см/сек, что как раз и соответствует скорости поперечных волн в висмуте. Кроме усиления проходящей звуковой волны, наблюдалась также генерация «акустического шума», подтверждающая тем самым утверждение Есаки<sup>143</sup> о том, что загиб вольт-амперной характеристики связан с генерацией акустических фононов в системе<sup>145, 149</sup>. К сожалению, провести более полное сопоставление теории и эксперимента трудно по следующим причинам. Во-первых, легко показать, что поперечная волна, распространяющаяся вдоль бисекторной оси в висмуте, не должна сопровождаться появлением объемного заряда, и поэтому формула (4,18) непосредственно к этому случаю не применима. Ситуация здесь почти аналогичная германию<sup>33</sup>, но усложненная еще наличием сильного магнитного поля и присутствием двух типов носителей. Во-вторых, сам эксперимент (по мнению его авторов) требует еще дополнительной проверки и более всесторонних и глубоких исследований.

Остановимся теперь на резонансных явлениях при усилении звуковых волн в полупроводниках и полуметаллах, которые возможны в магнитном поле<sup>67, 74, 77, 79</sup>.

При выполнении условий (3,23) возможен геометрический резонанс в усилении волн. Соответствующие выражения для инкрементов усиления могут быть получены из (2,19) и (2,29), если в них подставить значения продольной проводимости среды (3,34) в условиях геометрического резонанса.

Циклотронный резонанс<sup>67, 69</sup> возникает при выполнении условий (3,26), и проводимость в этом случае выражается формулой (3,25). Например, для полупроводников или полуметаллов, когда взаимодействие осуществляется через деформационный потенциал и имеются два типа носителей с одинаковыми параметрами, из (2,20) и (3,26) получим

$$\text{Im } q = - \frac{\pi \omega \omega_0^2 \Lambda^2}{12 \rho e^2 v_s^2 v_F^3} \frac{(qr_D)^2}{\left(1 + \frac{\epsilon_0}{3} q^2 r_D^2\right)^2} \text{Re } \text{cth} \left( \frac{\pi \lambda}{\Omega \tau} \right). \quad (4,19)$$

Легко видеть, что это выражение меняет знак при выполнении условия черенковского излучения, т. е. при  $v_d > v_s$ . Как уже отмечалось выше, резонанс имеет место при  $n\omega' = \Omega$ , где  $\omega' = \omega [1 - (v_d/v_s)]$  — измененная частота волны вследствие эффекта Доплера. Это, в частности, означает, что усиление как функция дрейфового поля также изменяется резонансным образом.

Трудности, с которыми приходится сталкиваться при экспериментальном исследовании этих резонансов в режиме усиления, весьма значительны, и пока их еще не удалось преодолеть. Что же касается таких резонансов в затухании звуковых волн, то они неоднократно исследовались экспериментально в различных веществах (см.<sup>152, 153</sup>). Если выполнены неравенства  $T \ll \hbar \Omega < \epsilon_F^0$ , то возникают условия для наблюдения квантовых осцилляций в усилении звуковых волн<sup>72-79, 154</sup>. Инкремент усиления в этом случае может быть получен из формул (2,12) и (2,29), если в них подставить выражение продольной проводимости среды в усло-

виях квантования Ландау, т. е. (3,40). Мы не будем приводить эти громоздкие формулы, а ограничимся лишь общими замечаниями. Если дрейф электронов превысит скорость звуковой волны, то вместо осцилляций в затухании появятся аналогичные осцилляции в усилении звуковых волн. Несмотря на то, что амплитуда осцилляций самой проводимости, т. е.  $\text{Re } \sigma_{\parallel}(\omega, \mathbf{q})$ , может достигать значительной величины, тем не менее амплитуда осцилляций в усилении (или затухании) чаще всего оказывается значительно сниженной. Связано это с тем, что затухание (или усиление ультразвука в полупроводниках и полуметаллах) не прямо пропорционально реальной части проводимости, а определяется более сложными выражениями (см. (2,11), (2,19), (2,20), (2,29)). Это в свою очередь объясняется тем, что в полупроводниках и полуметаллах с почти сферической поверхностью Ферми (именно такие здесь только и рассматриваются) звуковая волна всегда сопровождается появлением объемного заряда\*). Если же изоэнергетическая поверхность характеризуется несколькими минимумами, то межминимумные переходы для поперечных волн с определенной поляризацией и вдоль определенных направлений приводят к компенсации объемного заряда. В этом случае инкремент нарастания (как было выяснено на частном примере; см. (4,47)) может оказаться монотонной функцией концентрации носителей. Строгое рассмотрение этой задачи для усиления звуковых волн при наличии магнитного поля и вблизи резонансов пока еще не было сделано. Однако если волна продольная, то независимо от вида изоэнергетической поверхности она будет сопровождаться объемным зарядом, и, значит, приведенные выше формулы качественно описывают усиление и затухание продольных волн. Этим, в частности, объясняются осцилляции в изменении фазовой скорости продольных звуковых волн в квантующем магнитном поле<sup>79, 131</sup>, обусловленные осцилляциями реальной части проводимости.

Как и классические резонансы, квантовые осцилляции в усилении звуковых волн экспериментально пока еще не исследовались, что же касается осцилляций в затухании, то они интенсивно изучаются в настоящее время (см. <sup>155-160</sup>).

Если в кристалле полупроводника или полуметалла происходит значительное усиление звуковой волны, то возросшее поле деформации может существенно изменить характеристики электронов и, в частности, их спектр<sup>12</sup>. В пространственно-периодическом квазистационарном поле звуковых волн сплошной спектр электронных энергий распадается на ряд чередующихся разрешенных и запрещенных зон (речь идет об энергии движения электронов в направлении распространения волны). При достаточно большой амплитуде звуковой волны возникающие запрещенные зоны могут стать непроницаемыми для электрона, что существенно скажется на характере поведения электрона в электрическом и магнитном (особенно в квантующем<sup>161</sup>) полях. Если зона достаточно узкая, такая, что электрон, приобретая энергию в электрическом поле, достигает верха зоны, ни разу не столкнувшись, то, доходя до первой запрещенной зоны, он испытывает брэгговское отражение и начинает осциллировать в разрешенной зоне с частотой  $\omega \approx eE_d \lambda / \hbar$ , где  $\lambda$  — длина волны звука, определяющая главным образом ширину разрешенной зоны<sup>12</sup>. В таких усло-

\*) Исключение составляет полуметалл с равной концентрацией электронов и дырок, которые характеризуются одинаковыми параметрами:  $\tau_{(e)} = \tau_{(h)}$ ,  $m_{(e)} = m_{(h)}$ . В этом случае звуковая волна, даже в полуметаллах со сферической поверхностью Ферми, не будет сопровождаться появлением объемного заряда, и, следовательно,  $\text{Im } q \sim \text{Re } \sigma_{\parallel}(\omega, \mathbf{q})$ . Последнее сразу следует из формулы (2,20а), если в ней положить  $\sigma_{\parallel}^{(e)} = \sigma_{\parallel}^{(h)}$ .

виях система, вероятно, должна интенсивно излучать электромагнитные волны.

Основная трудность, с которой сталкиваются при экспериментальном исследовании эффектов усиления, — это выделение больших тепловых мощностей в режиме усиления (в эксперименте Хатсона, Мак-Фи и Уайта <sup>7</sup>, например, выделяемая мощность составляла около  $100 \text{ вт/см}^2$ ). Расчет, однако, показывает, что значительно уменьшить выделяемую в объеме полупроводника мощность оказывается возможным при усилении изгибных волн в тонкой пьезополупроводниковой пластинке <sup>162</sup> (см. также <sup>163</sup>) и при усилении своеобразных поверхностных волн в слоистой системе, состоящей из тонкого пьезоэлектрического слоя и слоя полупроводника с высокой подвижностью <sup>164</sup> (см. также <sup>165</sup>).

Усиление акустических волн в слоистых структурах пока еще не было осуществлено на опыте, по-видимому, из-за технологических трудностей создания слоистой системы \*). В то же время непосредственное усиление рэлеевских поверхностных волн в кристаллах CdS уже осуществлено <sup>167</sup> (см. также <sup>168</sup>).

### 5. ГЕНЕРАЦИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В ПЬЕЗОПОЛУПРОВОДНИКАХ

#### л) Кинетическое уравнение для фононов

Помимо усиления вводимого в кристалл полупроводника извне акустического сигнала, возможна также и генерация спонтанных колебаний — акустического шума в условиях, когда скорость дрейфа носителей превышает фазовую скорость соответствующей волны. При исследовании качественной картины усиления мы уже столкнулись с явлением генерации: второй член в формуле (1,12) описывает нарастающий в пространстве поток шума. Сейчас рассмотрим это явление более подробно применительно к пьезополупроводникам, где эффекты генерации акустических волн проявляются наиболее сильно.

Для описания эффектов генерации акустических волн в пьезополупроводниках, очевидно, необходимо получить уравнение типа (1,9), описывающее эволюцию среднего квадрата флуктуирующей амплитуды звукового шума для неравновесной среды с дрейфом носителей. Метод получения такого «кинетического уравнения» применительно к чисто плазменным задачам хорошо известен <sup>169-170</sup> и соответствует по существу выводу закона сохранения энергии в диспергирующей среде (см. книгу Аграновича и Гинзбурга <sup>172</sup>).

Рассмотрим вновь уравнения движения решетки (2,1) и уравнения Максвелла (2,9) с учетом также и спонтанных (случайных) источников: спонтанных колебаний упругих напряжений  $\sigma_{ik}^{(s)}(\mathbf{r}, t)$  и спонтанных колебаний электрического тока  $j_i^{(s)}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} D_i^{(s)}(\mathbf{r}, t)$ :

$$\rho \frac{\partial^2 u_l}{\partial t^2} - \lambda_{iklm} \frac{\partial u_{lm}}{\partial r_k} - \mu_{iklm} \frac{\partial^2 u_{lm}}{\partial t \partial r_k} - \beta_{l, ik} \frac{\partial E_l}{\partial r_k} = \frac{\partial \sigma_{ik}^{(s)}}{\partial r_k}, \quad (5,1)$$

$$\epsilon_0 \frac{\partial E_i}{\partial t} - 4\pi \int_{-\infty}^t dt' \int d^3\mathbf{r}' \sigma_{ij}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') E_j(\mathbf{r}', t') - 4\pi \beta_{i, kl} \frac{\partial u_{kl}}{\partial t} = \frac{\partial D_i^{(s)}}{\partial t}. \quad (5,2)$$

\*) Тем не менее на опыте уже доказана возможность взаимодействия электронного потока с этой поверхностной волной <sup>166</sup>.

Переходя к представлению волновых пакетов, т. е. выделяя два характерных масштаба изменения свойств системы: малый—мелкомасштабный, и большой—крупномасштабный, можно показать (см. подробнее в <sup>173</sup>), что из системы (5,1), (5,2) для спектральной плотности энергии излучения фононов

$$\mathcal{E}^\alpha(\omega, \mathbf{q}; \mathbf{r}, t) = -\omega \frac{\partial}{\partial \omega} \operatorname{Re} \{L_{ij}(\omega, \mathbf{q}) e_i^\alpha e_j^\alpha\} |u^\alpha(\mathbf{r}, t; \omega, \mathbf{q})|^2, \quad (5,3)$$

где

$$L_{ij}(\omega, \mathbf{q}) = -\rho \omega^2 \delta_{ij} + [\lambda_{ihlj} - i\omega \mu_{ihlj}] q_k q_l - \frac{4\pi \beta_{p, ip} \beta_{l, jm} q_l q_m q_p q_k}{q^2 \varepsilon_{||}(\omega, \mathbf{q})} \quad (5,4)$$

и  $u_i(\omega, \mathbf{q}; \mathbf{r}, t) = \sum_{\alpha} u^\alpha e_i^\alpha$  ( $e_i^\alpha$ —единичный вектор поляризации), следует «кинетическое уравнение»

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E}^\alpha + \mathbf{v}_g \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \mathcal{E}^\alpha + 2\gamma^\alpha(\omega, \mathbf{q}) \mathcal{E}^\alpha = Q^\alpha(\omega, \mathbf{q}); \quad (5,5)$$

здесь  $\mathbf{v}_g$ —групповая скорость волн,

$$\gamma^\alpha(\omega, \mathbf{q}) = -\frac{\operatorname{Im} \{L_{ij}(\omega, \mathbf{q}) e_i^\alpha e_j^\alpha\}}{\frac{\partial}{\partial \omega} \operatorname{Re} \{L_{ij}(\omega, \mathbf{q}) e_i^\alpha e_j^\alpha\}} \quad (5,6)$$

—инкремент нарастания волн с поляризацией  $\alpha$ . Правая часть уравнения (5,5) определяет спонтанную генерацию фононов системой, находящейся при конечной температуре. Для нахождения явного вида  $Q^\alpha(\omega, \mathbf{q})$  необходимо определить корреляционные функции случайных индукций и случайных упругих напряжений, фигурирующих в правых частях системы (5,1), (5,2). Как показано в работе <sup>174</sup> (см. также <sup>175</sup>), для неравновесной среды с дрейфом

$$Q^\alpha(\omega, \mathbf{q}) \approx \omega \delta(\omega - qv^\alpha) \left\{ e_i^\alpha e_j^\alpha \xi_{ij} + \frac{2\omega}{\pi} \frac{T_e \gamma_{эл}^\alpha(\omega, \mathbf{q})}{\omega - \mu(\mathbf{q} \mathbf{E}_d)} \right\} \quad (q_l \ll 1), \quad (5,7)$$

где  $\xi_{ij} = \frac{T_p}{\pi \rho} (\mu_{\perp} q^2 \delta_{ij} + (\mu_{||} - \mu_{\perp}) q_i q_j)$ ,  $\gamma_{эл}^\alpha(\omega, \mathbf{q})$ —электронная часть инкремента усиления,  $T_e$  и  $T_p$ —температура электронов и решетки соответственно,  $\mu_{||}$ ,  $\mu_{\perp}$ —компоненты тензора вязкости в упруго-изотропной среде, описывающие соответственно затухание продольных и поперечных волн.

Рассмотрим теперь простейшие решения уравнения (5,5). В отсутствие дрейфа электронов ( $\mathbf{E}_d = 0$ ) среда равновесная и зависимость от координат и времени исчезает. Тогда спектральная плотность энергии излучения будет

$$\mathcal{E}(\omega) = \sum_{\alpha} \int \mathcal{E}^\alpha(\omega, \mathbf{q}) d^3 \mathbf{q} = \frac{\omega^2}{2\pi} \left( \frac{1}{v_{||}^3} + \frac{2}{v_{\perp}^3} \right) \left( \frac{\hbar \omega}{2} + \frac{\hbar \omega}{e^{\frac{\hbar \omega}{T}} - 1} \right), \quad (5,8)$$

т. е. независимо от вида тензора  $\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{q})$  определяется термодинамически равновесным излучением Планка. В стационарном случае, когда скорость дрейфа электронов направлена, скажем, вдоль  $x$ , возрастающее в пространстве, решение для спектральной плотности энергии излучения,

проинтегрированное по волновым векторам  $\mathbf{q}$ , будет таково:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_\omega = & \frac{\omega^2}{4\pi v_{||}^3} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta \sin \theta}{2\pi} \left( 1 - e^{-\frac{2\gamma^{(||)}(\theta)}{\cos \theta} x} \right) \times \\ & \times \left( \frac{\omega}{v_{||} \gamma^{(||)}(\theta)} \right) \left( \frac{\omega \mu_{||}}{2\rho v_{||}^2} T_p + T_e \frac{\gamma_{\text{эл}}^{(||)}(\theta)}{\omega - \mu q E_d \cos \theta} \right) + \frac{\omega^2}{4\pi v_{\perp}^3} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta \sin \theta}{2\pi} \left( 1 - e^{-\frac{2\gamma^{(\perp)}(\theta)}{\cos \theta} x} \right) \times \\ & \times \left( \frac{\omega}{v_{\perp} \gamma^{(\perp)}(\theta)} \right) \left( \frac{\omega \mu_{\perp}}{2\rho v_{\perp}^2} T_p + T_e \frac{\gamma_{\text{эл}}^{(\perp)}(\theta)}{\omega - \mu q E_d \cos \theta} \right) - \\ & - \int \mathcal{E}(x=0) \exp\left(-\frac{2\gamma^{(||)}(\theta)}{\cos \theta} x\right) dq, \quad (5,9) \end{aligned}$$

где  $v_{||}$  и  $v_{\perp}$  — скорости продольных и поперечных звуковых волн соответственно,  $\theta$  — угол между векторами  $\mathbf{q}$  и  $\mathbf{E}_d$ ,  $\gamma^{(||)}$  и  $\gamma^{(\perp)}$  — декременты затухания на единицу длины для продольных и поперечных волн. При выводе (5,9) ради простоты считалось, что только  $\beta_{x,xx} \neq 0$ , остальные  $\beta_{i,kl} = 0$ . Интегрирование по волновому вектору  $\mathbf{q}$  было произведено с помощью теории вычетов, полюса  $\epsilon_{||}^{-1}(\omega, \mathbf{q})$  при этом не учитывались, поскольку они обычно соответствуют сильно затухающим решениям\*). Последний член в (5,9) соответствует излучению волн «от границы». Для свободной границы, поверхностные силы на которой равны нулю, а вектор смещения задан, этот член будет равен

$$2\rho\omega^2 |u_x(x=0)|^2 e^{-\gamma^{(||)}(\theta=0)x}, \quad (5,10)$$

что соответствует усилению продольных волн «от границы».

Кинетические уравнения для фононов позволяют также определить время установления шума в пьезополупроводнике при «включении» дрейфа. Если при  $t = 0$  начальная спектральная плотность шумов определяется распределением Планка (5,8), то решение уравнения (5,5) будет иметь вид

$$\mathcal{E}^\alpha(\mathbf{r}, t; \omega, \mathbf{q}) = \begin{cases} \frac{Q^\alpha(\omega, \mathbf{q})}{\gamma^\alpha(\omega, \mathbf{q})} (1 - e^{-\gamma^\alpha(\omega, \mathbf{q})t}) + \mathcal{E}_0 e^{-\gamma^\alpha(\omega, \mathbf{q})t}, & t < t_0 = \frac{x}{v_q \cos \theta}, \\ e^{-\gamma^\alpha t_0} f(t - t_0) + \frac{Q^\alpha(\omega, \mathbf{q})}{\gamma^\alpha(\omega, \mathbf{q})} (1 - e^{-\gamma^\alpha(\omega, \mathbf{q})t_0}), & t > t_0, \end{cases} \quad (5,11)$$

где  $f$  — граничное значение плотности энергии при  $x = 0$  (см. формулу (5,10)). Видно, что характерное время установления стационарного решения (5,11) определяется временем пробега фононов от границы  $x = 0$  до рассматриваемой точки.

#### м) Спектральное и угловое распределение генерируемых шумов

Выражение (5,9) описывает спектральную плотность генерируемых шумов в кристалле длиной  $x$ . Видно, что в (5,9) первый член описывает излучение продольных волн, второй — поперечных. Подставляя в (5,9) значение тензора диэлектрической проницаемости (3,3) для случая  $ql \ll 1$ ,

\*) В скрещенных электрических и магнитных полях возможно появление связанных акустоплазменных волн<sup>43</sup>, и в этом случае учет полюсов  $\epsilon_{||}^{-1}(\omega, \mathbf{q})$  необходим.

получим явный вид выражения для спектральной плотности шумов, который и будет исследован ниже. Случай же  $ql \gg 1$ , а также эффекты в магнитном поле могут быть рассмотрены аналогично.

Из формулы (5,9) видно, что диаграмма направленности излучения фононов представляет собой довольно сложную картину, которую даже для простейшего случая, когда только  $\beta_{x, xx} \neq 0$ , получить в общем виде довольно затруднительно (если, разумеется, не прибегать к численным методам). Поэтому ниже рассмотрим лишь случай, когда  $|\gamma(\theta) x/\cos \theta| \gg 1$ , и тогда определяющим в угловой зависимости генерации будет поведение экспоненты в формуле (5,9). Обратный же случай, когда экспоненту можно разложить в ряд, достаточно прост для анализа, но менее интересен, поскольку соответствует слабым потокам энергии излучения акустических шумов.

Рассмотрим вначале только продольные волны, когда  $\beta_{x, xx} \neq 0$ , а остальные компоненты пьезотензора равны нулю. Для кристаллов типа CdS и CdSe, симметрия которых  $C_{6v}$ , это соответствует случаю, когда скорость дрейфа электронов направлена вдоль оси  $C_6$ . Тогда из выражения для  $\gamma^{(l)}(\theta)$

$$\gamma^{(l)}(\theta) = \frac{\omega}{2v_{||}} \left( \frac{\omega \mu_{||}}{\rho v_{||}^2} + \xi_{||}^2 \cos^6 \theta \operatorname{Im} \left( \epsilon_0 \epsilon_{||}^{-1} \left( \omega, \frac{\omega}{v_{||}}, \cos \theta \right) \right) \right), \quad (5,12)$$

если подставить формулу (3,3) для  $\epsilon_{||}(\omega, q)$ , видно, что генерация возможна лишь внутри конуса  $\theta < \theta_0$ , где  $\theta_0$  — предельный угол. Исследование показывает<sup>173</sup>, что предельный угол с ростом скорости дрейфа носителей вначале растет, достигает максимума, а затем начинает падать, приближаясь к нулю, и, следовательно, при некотором значении скорости дрейфа генерация прекращается. Подчеркнем, что здесь речь идет об излучении на некоторой фиксированной частоте, и поэтому превращение генерации на рассматриваемой частоте еще не означает, что на других частотах генерация отсутствует.

Рассмотрим теперь диаграмму направленности излучения поперечных волн (по-прежнему только  $\beta_{x, xx} \neq 0$ ), инкремент для которых имеет вид

$$\gamma^{(L)}(\theta) = \frac{\omega}{2v_{\perp}} \left( \frac{\omega \mu_{\perp}}{\rho v_{\perp}^2} + \xi_{||}^2 \frac{v_{||}^2}{v_{\perp}^2} \sin^2 \theta \cos^4 \theta \operatorname{Im} \left( \frac{\epsilon_0}{\epsilon_{||} \left( \omega, \frac{\omega}{v_{\perp}}, \cos \theta \right)} \right) \right). \quad (5,13)$$

Из выражения (5,13) видно, что генерация начинается ( $\gamma^{(L)}(\theta) \leq 0$ ) при скорости дрейфа носителей, несколько превосходящей скорость поперечных волн, а диаграммы направленности излучения представляют собой два лепестка. Вначале с ростом дрейфа происходит расширение лепестков, а затем — сужение до некоторого предельного угла, не равного начальному, после чего генерация исчезает. Как и для продольных волн, такое поведение конуса генерации для поперечных волн связано с уменьшением электронного инкремента нарастания с ростом скорости дрейфа.

Рассмотрим теперь случай, когда  $\beta_{x, xz}$  (или  $\beta_{x, xy}$ ) отлчно от нуля, а все остальные компоненты  $\beta_{i, kl} = 0$ . Для кристаллов типа CdS, CdSe, ZnO это соответствует направлению скорости дрейфа носителей перпендикулярно оси  $C_6$ . Сразу очевидно, что симметричность излучения в этом случае исчезает и появляется дополнительная азимутальная зависимость, что значительно усложняет диаграмму направленности излучения. Что касается продольных волн, то диаграмма направленности излучения при фиксированном азимутальном угле  $\varphi$  соответствует случаю излучения поперечных волн при  $\beta_{x, xx} \neq 0$ .

Остановимся теперь на поведении спектральной плотности энергии излучения в зависимости от скорости дрейфа носителей. Ясно, что характер этой зависимости определяется двумя причинами: во-первых, изменением диаграммы направленности излучения и, во-вторых, зависимостью самого инкремента от скорости дрейфа. При этом, поскольку диаграммы направленности излучения продольных и поперечных волн различны, различным окажется и характер зависимости  $\mathcal{E}_\omega(E_d)$  для продольных и поперечных волн. Если длина кристалла не очень велика, так что  $|\gamma(\theta)x/\cos(\theta)| < 1$ , то экспоненту в (5,9) можно разложить в ряд, и тогда, пренебрегая ради простоты вязким поглощением, получим для поперечных волн

$$\mathcal{E}_\omega = \frac{T_e \omega^2 x \sigma_0 \zeta_{||}^2 v_{||}^2}{4\pi \epsilon_0 v_{\perp}^3} \int_0^{\theta_0} \frac{\sin^3 \theta \cos^3 \theta d\theta}{\left(1 - \frac{v_d}{v_{\perp}} \cos \theta\right)^2 + \frac{\omega_0^4}{\omega^2 v_{\perp}^2} (1 + q_{\perp}^2 r_D^2)^2}, \quad (5,14)$$

где  $\theta_0$  — граничный угол, определяющий конус генерации,  $\cos \theta_0 = v_{||}/v_d$ . Из выражения (5,14) видно, что  $\mathcal{E}_\omega$  как функция дрейфа вначале растет главным образом из-за расширения пределов интегрирования, а затем падает, когда первый член в знаменателе в (5,14) превысит последний. Спектр генерируемых частот при этом вначале (при  $\omega \rightarrow 0$ ) растет пропорционально  $\omega^4$ , в области  $qr_D \ll 1$ ,  $\omega_0^4/\omega^2 v_{\perp}^2 \ll |1 - \frac{v_d}{v_{\perp}} \cos \theta|$  — пропорционально квадрату частоты, а уже при  $qr_D \gg 1$  практически перестает зависеть от частоты. Но на некоторой частоте, определяемой вязким поглощением, генерация прекращается. Здесь, в отличие от теории усиления монохроматических сигналов, максимальная интенсивность излучения не определяется уже условием  $qr_D \sim 1$ .

Рассмотрим теперь случай кристаллов с большими длинами  $x$ , когда  $|\gamma(\theta)x/\cos \theta| \gg 1$  и в выражении (5,9) экспоненту разлагать в ряд нельзя. В общем случае поведение  $\mathcal{E}_\omega(n_0, T_e, \omega, E_d)$  достаточно сложно, поэтому рассмотрим только случай  $\theta = 0$ , который соответствует опыту, когда шумы регистрируются каким-либо преобразователем, принимающим только нормально падающие волны. По-видимому, именно такой случай имел место в опыте<sup>178</sup>. В отсутствие вязкого поглощения для поперечных волн имеем

$$\mathcal{E}_\omega^{(\perp)} \approx \frac{T_e \omega^2}{4\pi v_{\perp}^3} \frac{\exp(-\gamma^{(\perp)}(\theta=0)x)}{\left(\frac{v_d}{v_{\perp}} - 1\right)} \quad (v_d > v_{\perp}) \quad (5,15)$$

и аналогично для продольных при  $\beta_x, x_x \neq 0$ . Из формулы (5,15) следует, что, как функция, частоты  $\mathcal{E}_\omega$  растет вначале как  $\omega^2 e^{\alpha\omega^2}$ , а затем, когда  $\gamma^{(\perp)}(\omega)$  начинает падать, а вязкое затухание расти, происходит переход от зависимости (5,16) к формуле (5,14).

Непосредственное излучение на опыте спектрального и углового распределений шумов было осуществлено в кристаллах CdS и ZnO Земонном с сотрудниками<sup>177-180</sup> (см. также<sup>181-183</sup>) с помощью методов бриллюэновского рассеяния света<sup>184</sup>.

При сопоставлении теории с результатами опытов необходимо иметь в виду одно весьма важное обстоятельство. Как правило, результаты измерений спектрального и углового распределений генерируемых акустических шумов относятся к области акустоэлектрического домена, где неоднородность в распределении электрического поля велика. Поскольку, как было показано выше, спектральный состав излучения весьма чувствителен к изменению электрического поля, при сопоставлении



результатов опытов с теорией необходимо знать истинное значение распределения электрического поля в домене. Это распределение следует подставить в формулы (5,9), (5,14), (5,15) и уже с учетом этого обстоятельства произвести сопоставление. К сожалению, такой тщательный анализ пока никем не проделан. Тем не менее все же следует отметить тот факт, наблюдаемый на опыте и следуемый из общих черт теории, что максимальная интенсивность излучения акустических фононов не происходит на частоте  $\omega \approx v_s/r_D$ , как в случае усиления волны со стационарной фазой.

н) Э ф ф е к т ы , с в я з а н н ы е с г е н е р а ц и е й  
а к у с т и ч е с к и х ш у м о в

1) Н а с ы щ е н и е т о к а. Исследование процессов усиления звуковых волн в пьезополупроводниках и полуметаллах показало, что существенную роль при этом играют различные эффекты, связанные с генерацией акустических шумов<sup>94, 95, 105-107, 185</sup>, главный из которых — это резкое изменение тока в условиях звуковой неустойчивости<sup>185, 186 \*</sup>.

На рис. 7, а показана типичная вольт-амперная характеристика пьезоэлектрических полупроводников, полученная из опытов в CdS, ZnO<sup>185 186</sup>. Резкий излом характеристики происходит при значении электрического поля, превышающем пороговое значение, соответствующее генерации фононов в образце. Аналогичный излом был обнаружен в полуметалле висмуте<sup>143, 144</sup> при наличии сильного ( $\Omega\tau > 1$ ) магнитного поля (рис. 7, б). Пороговое значение поля в висмуте также соответствует условию появления звуковой неустойчивости<sup>143</sup>. Качественное объяснение этим явлениям дал Хатсон<sup>186</sup> (см. также<sup>187-189</sup>), показав, что излом вольт-амперной характеристики обусловлен акустоэлектрическим током, возникающим от звуковых волн, которые генерируют дрейфующие носители. В пьезополупроводниках, где магнитное поле отсутствовало, возникающий акустоэлектрический ток противоположен по направлению омическому и поэтому загиб вольт-амперной характеристики происходит вниз (рис. 7, а). В висмуте<sup>143, 144</sup>, где в скрещенных электрическом и магнитном полях электроны и дырки дрейфуют в третьем направлении, акустоэлектрические токи как от электронов, так и от дырок направлены вдоль омического тока и, складываясь с ним, дают излом вольт-амперной характеристики вверх (рис. 7, б).

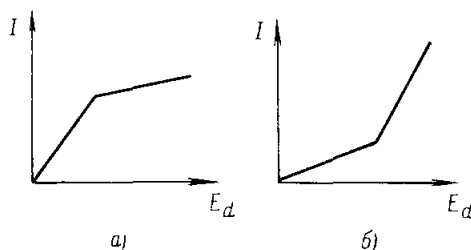


Рис. 7.

Найти выражение для тока в пьезополупроводниках в условиях звуковой неустойчивости можно с помощью усреднения точного выражения

$$\langle j(\mathbf{r}, t) \rangle = e \langle n(\mathbf{r}, t) \mathbf{v}(\mathbf{r}, t) \rangle = e n_0(x) \mathbf{v}_d(x) + e \langle n_-(\mathbf{r}, t) \mathbf{v}_-(\mathbf{r}, t) \rangle, \quad (5,16)$$

где  $n_-(\mathbf{r}, t)$  и  $\mathbf{v}_-(\mathbf{r}, t)$  — быстро осциллирующие величины, связанные с акустическим шумом. Определяя далее из выражений гидродинамики для электронов связь между дрейфовым полем  $E_d(x)$  и гидродинамической скоростью  $\mathbf{v}_d(x)$  и, кроме того, выражая среднее  $\langle n_-(\mathbf{r}, t) \mathbf{v}_-(\mathbf{r}, t) \rangle$

\*) В пьезополупроводниках впервые это явление было обнаружено Смитом<sup>187</sup>; этот же эффект в сильном магнитном поле в висмуте впервые наблюдал Есэки<sup>113</sup>

через интенсивность нарастающих флуктуаций, нетрудно показать, что

$$\mathbf{j}(V) = \frac{\sigma_0 V}{L} + \frac{\mu}{L} \int_0^L F(x) dx; \quad (5,17)$$

здесь  $V$  — разность потенциалов на образце длиной  $L$ ,

$$\mathbf{F}(x, t) = \sum_{\alpha} \int \frac{d\omega d^3q}{(2\pi)^4} \frac{q}{\omega} \gamma_{\text{эл}}^{\alpha}(\omega, \mathbf{q}) \varepsilon^{\alpha}(\omega, \mathbf{q}; \mathbf{r}, t) \quad (5,18)$$

— плотность акустоэлектрической силы, действующей на электроны со стороны нарастающих шумов. В условиях генерации  $\gamma_{\text{эл}} < 0$ , и поэтому  $F < 0$ . Это означает, что в условиях звуковой неустойчивости из омического тока  $\sigma_0 V/L$  будет вычитаться акустоэлектрический ток, который описывается последним членом в формуле (5,17). Поскольку порог генерации акустических фононов в кристалле совпадает со скоростью поперечных волн, отклонения от омического значения тока должны всегда начинаться в поле, соответствующем генерации поперечных звуковых волн. Этот факт действительно имеет место в целом ряде опытов<sup>93, 106, 185, 190-193</sup>. При малых инкрементах нарастания, когда  $|\gamma L| < 1$ , из (5,14) следует, что акустоэлектрический ток, вычитаемый из омического, растет пропорционально длине кристалла  $L$ ; это обстоятельство было обнаружено в CdS японскими исследователями<sup>193</sup>.

Опыты по наблюдению эффекта насыщения тока обычно проводят в импульсном режиме, прикладывая к образцу поле на время порядка нескольких десятков микросекунд. Предполагая, что время пробега фонона по кристаллу значительно меньше, чем время установления поля и, следовательно, дрейфовой скорости, нетрудно определить формулу импульса тока во времени через образец при подаче на него П-образного импульса напряжения. Подставляя в (5,17), (5,18) нестационарное решение (5,11), для моментов «включения» и «выключения» найдем соответственно

$$\begin{aligned} \mathbf{j}(t) = \sigma_0 \frac{V}{L} + \\ + \mu \int \frac{d\omega d^3q}{(2\pi)^4} \mathcal{F}(\omega, \mathbf{q}) \left\{ \frac{tv_{gx}^{(\perp)}}{L} + (1 - e^{\gamma(\omega, \mathbf{q})t}) \left( 1 - \frac{tv_{gx}^{(\perp)}}{L} - \frac{v_{gx}^{(\perp)}}{L\gamma(\omega, \mathbf{q})} \right) \right\}, \\ 0 \leq t \leq \frac{L}{v_g^*}, \end{aligned} \quad (5,19)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{j}(t) = \mu \int \frac{d\omega d^3q}{(2\pi)^4} \frac{\mathcal{F}_0(\omega, \mathbf{q})}{\gamma(\omega, \mathbf{q})} e^{-\gamma_0(\omega, \mathbf{q})t} \left\{ 1 - \frac{tv_{gx}^{(\perp)}}{L} + \right. \\ \left. + \frac{v_{gx}^{(\perp)}}{L\gamma(\omega, \mathbf{q})} \left( e^{\frac{\gamma(\omega, \mathbf{q})}{v_{gx}^{(\perp)}}(t - tv_{gx}^{(\perp)})} - 1 \right) \right\}, \quad t > t_1 > \frac{L}{v_{gx}^{(\perp)}}, \end{aligned}$$

где

$$\mathcal{F}(\omega, \mathbf{q}) = Q^{(\perp)}(\omega, \mathbf{q}) \gamma_{\text{эл}}^{(\perp)}(\omega, \mathbf{q}),$$

$\mathcal{F}_0$  и  $\gamma_0$  — это значения  $\mathcal{F}(\omega, \mathbf{q})$  и  $\gamma(\omega, \mathbf{q})$  при скорости дрейфа электронов, равной нулю,  $t = t_1$  — момент выключения поля. Таким образом, ток в цепи в интервале  $t_1 < t < t_1 + L/v_{gx}^{(\perp)}$  отличен от нуля — это и есть ток «послезвучания» акустических фононов в кристалле. Экспериментально эффект послезвучания впервые обнаружили Мейнс и Пэйдж<sup>194</sup> в монокристаллах CdS.

2) Возникновение неоднородности. Нарастающие в кристалле акустические шумы приводят к тому, что распределение электрического поля и концентрации в кристалле не может оставаться однородным, а должно зависеть от координат (а в нестационарном случае — и от времени). Тем не менее при рассмотрении всех эффектов молчаливо предполагалось, что система остается однородной. Это означает, что полученные выше формулы относятся лишь к малым областям, значительно меньшим, чем масштабы неоднородности. С другой стороны, поскольку масштаб неоднородности, как правило, значительно превышает характерную длину усиляемого или генерируемого акустического сигнала, можно считать, что эти формулы относятся и к неоднородной среде, свойства которой медленно меняются. Для определения, например, такой величины, как инкремент усиления, следует уже пользоваться формулами типа геометрической оптики:

$$A(L) = A_0 \exp \int_0^L \text{Im } q(x) dx, \quad (5,20)$$

где  $A_0$  — амплитуда звукового сигнала на границе  $x = 0$ . В частности, из-за перераспределения в кристалле электрического поля черенковское условие может оказаться уже выполненным не во всем кристалле. Действительно, из уравнения для электрического поля

$$E_a(x) = \frac{V}{L} + \frac{1}{en_0} \frac{1}{L} \int_0^L F(x) dx = \frac{1}{en_0} F(x) \quad (5,24)$$

следует, что в начале кристалла при малых  $x$  значение электрического поля (и вместе с ним и дрейфовой скорости электронов) меньше своего среднего по образцу значения; наоборот, в оконечной части кристалла при  $x \approx L$  оно больше. Поскольку с ростом электрического поля увеличивается и сама плотность акустических фононов, вызывающая увеличение поля, система в целом, как показывает опыт<sup>195-197</sup>, стремится к неоднородному распределению электрического поля и фононной плотности с максимумом, как правило, вблизи анодной части кристалла  $n$ -типа\*). Появление в кристалле такой неоднородности изменяет характер усиления акустических волн<sup>198-200</sup>, но наиболее сильно это сказывается на усилении продольных звуковых волн, имеющих большую по сравнению с поперечными скорость, и поэтому для их усиления необходимо большее значение электрического поля. С другой стороны, порог возникновения шумов и, следовательно, неоднородности, независимо от ориентации кристалла, всегда соответствует скорости поперечных звуковых волн; поэтому неоднородность возникает прежде, чем становится возможным усиление продольных волн. Таким образом, характер поведения усиления продольных и поперечных волн на опыте должен быть различным.

3) Колебания тока. Акустические домены. Опыты с кристаллами в режиме генерации акустических волн показали, что в некоторых случаях насыщение тока не происходит сразу, а достигается в результате нескольких колебаний во времени. Иногда система вообще переходит в режим непрерывных осцилляций. Впервые о таких колебаниях в кристаллах CdS сообщил Смит<sup>185</sup>, а затем эти колебания были обнаружены в различных соединениях<sup>106, 191, 195, 201-207</sup>. Грубая оценка периода колебаний в одних опытах<sup>106</sup> показала, что он равен

\*) В исходно неоднородных кристаллах ситуация значительно сложнее (см. 196).

примерно удвоенному времени прохождения по кристаллу усиливаемой звуковой волны, и в других<sup>185, 206, 207</sup> — просто времени прохождения звуковых волн по кристаллу, а в некоторых<sup>201</sup> — вообще, по-видимому, не связан простой связью с временем прохождения звуковых волн по кристаллу, а определяется главным образом объемами свойствами образца, в частности распределением концентрации носителей и поля. Предлагаемое объяснение колебаний первого типа, согласно Мак-Фи, состоит в том, что при резком включении дрейфового поля на торцах кристалла возбуждаются пьезоэлектрические звуковые волны. Волны, распространяющиеся в направлении дрейфа, будут усиливаться, и к моменту прихода к анодному торцу кристалла их амплитуда достигает наибольшего значения. Связанное с этими волнами акустоэлектрическое поле также максимально в момент прихода пакета волн к аноду кристалла, а ток через кристалл минимален. После этого часть акустических волн отразится, и процесс может продолжаться до тех пор, пока ультразвуковой поток будет перемещаться туда и обратно по кристаллу. Чтобы колебания стали непрерывными, полное усиление при прохождении звуковой волны в прямом направлении должно быть достаточно велико, чтобы скомпенсировать все потери в кристалле. В том случае, когда это условие не выполнено, колебания носят затухающий характер, а их амплитуда должна зависеть от интенсивности звукового потока, генерируемого при начальном скачке напряжения. Очевидно, что с уменьшением времени нарастания напряжения на кристалле амплитуда колебаний должна расти. Мак-Фи подтвердил это на опыте. Кроме того, он наблюдал шумовые импульсы звука, обусловленные неотразившейся частью акустического потока. Как и следовало ожидать, эти импульсы совпадают по времени с минимумами тока. Если теперь поместить кристалл пьезополупроводника в колебательный контур (подобно тому, как помещают пьезоэлектрический кварц для стабилизации частоты) и подать на него дрейфовое поле, то в контуре должны возникнуть электрические колебания. Опыты в CdS обнаружили такую генерацию<sup>208, 209</sup>.

Объяснение второго типа колебаний с периодом, примерно совпадающим с временем пробега звука по образцу, основано на идее возникновения акустических доменов — области сильного поля и относительно большой плотности акустических волн, движущихся в кристалле. Флуктуации плотности энергии акустического шума приводят к локальному изменению акустоэлектрической силы и связанного с ней объемного заряда. Если полное напряжение на кристалле поддерживается неизменным, то на областях с малой интенсивностью шумов напряжение будет меньше, а это приведет к соответствующему уменьшению дрейфовой скорости электронов. Уменьшение дрейфовой скорости электронов приведет к уменьшению интенсивности генерации фононов в неподеменных областях и к противоположному эффекту в самом домене. В конечном счете это приведет к еще большему нарастанию флуктуации фононов в области домена<sup>210</sup>, и, таким образом, система может оказаться неустойчивой. Непосредственные зондовые измерения в условиях генерации<sup>211-214</sup> подтвердили эту модель. К сожалению, пока не существует более полной и строгой теории этих явлений (см. <sup>215, 216</sup>).

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Среди вопросов, на которых еще следовало бы остановиться в обзоре, — различные нелинейные эффекты, которые возникают как при усилении монохроматических звуковых сигналов, так и при генерации спонтанных колебаний шума. Это — очень интересная и по существу

только начинающая развиваться область акустоэлектроники (применительно главным образом к пьезополупроводникам, где нелинейные эффекты велики); ограничимся лишь ссылками на оригинальные работы, в которых эти вопросы рассматриваются<sup>217-224</sup>. Нелинейность может быть двух типов: электронная и упругая, связанная с нелинейным характером уравнений теории упругости. Легко видеть<sup>217, 218</sup>, что для пьезополупроводников электронная нелинейность играет определяющую роль. в то время как ангармонизм становится существенным при значительно больших деформациях решетки. Вследствие электронной нелинейности при усилении звуковой волны с частотой  $\omega$  должны появляться высшие гармоники  $2\omega$ ,  $3\omega$  и т. д.; эти явления уже обнаружены на опыте<sup>219, 220</sup>.

Усиление звуковых волн потоками заряженных частиц, рассмотренное выше, представляет собой часть более общей проблемы взаимодействия электронных потоков с волнами в твердых телах. В последнее время появилось сравнительно большое число работ, посвященных также и этим вопросам, но поскольку их анализ не входит в нашу задачу, в заключение укажем лишь оригинальные работы, где эти вопросы рассматриваются. Отметим, что усиление и генерация звуковых волн возможны еще и с помощью потоков заряженных частиц, пролетающих над поверхностью или в щели пьезоэлектрического диэлектрика; теоретическому рассмотрению этих вопросов посвящены работы<sup>224, 227</sup>. На опыте это явление обнаружено впервые Яманачи и Шибоямой<sup>228</sup>.

Помимо акустических волн в твердых телах возможны: спиновые волны<sup>229</sup>, волны, соответствующие оптическим колебаниям решетки<sup>57</sup>, а также волны, соответствующие различным типам «плазменных» возбуждений электронно-дырочной плазмы<sup>6</sup>. Возможность усиления спиновых волн электронными пучками рассмотрена в работе<sup>230</sup>, усилению оптических колебаний в твердом теле посвящены работы<sup>231, 232</sup>. Спиновые и оптические колебания характеризуются относительно большей скоростью распространения возбуждений, чем звуковые волны, и пока еще не ясно, как на опыте создать необходимые для усиления скорости потоков заряженных частиц в твердых телах условия. Что же касается раскачки плазменных возбуждений в твердых телах электронными потоками, то здесь, помимо теоретических работ (см. обзор<sup>6</sup>), имеется уже и большое число экспериментальных.

Институт физико-технических  
и радиотехнических измерений,  
Москва

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Гинзбург, УФИ 69, 537 (1959).
2. Б. М. Болотовский, УФИ 75, 295 (1961).
3. В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, М., Физматгиз, 1960.
4. В. П. Силин, А. А. Рухадзе, Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред, М., Атомиздат, 1961.
5. Сборник статей под редакцией К. Д. Спелельникова «Физика плазмы и проблемы управляемого термоядерного синтеза», Киев, 1963.
6. А. А. Веденов, УФИ 84, 533 (1964).
7. A. R. Hutson, J. H. M c F e e, D. L. White, Phys. Rev. Lett. 7, 237 (1961).
8. М. Е. Герценштейн, В. И. Пустовойт, Радиотехн. и электр. 7, 1009 (1962).
9. S. G. Eckstein, Phys. Rev. 131, 1087 (1963).
10. К. Накамура, Progr. Theor. Phys. 30, 919 (1963).
11. Р. Пауэрлес, Квантовая теория твердых тел, М., ИЛ, 1956.
12. Л. В. Келдыш, ФТТ, 4, 2265 (1962).
13. Н. Е. Вömmell, Phys. Rev. 96, 200 (1954).
14. L. Mackinnon, Phys. Rev. 98, 1181 (1955).

15. A. V. Pirrard, *Phys. Mag.* **2**, 1147 (1957).
16. А. И. Ахиезер, М. И. Каганов, Г. Я. Любарский, *ЖЭТФ* **32**, 837 (1957).
17. В. П. Силин, *ЖЭТФ* **38**, 977 (1960); **23**, 649 (1959).
18. S. Nakajama, M. Watabe, *Progr. Theor. Phys.* **29**, 341 (1963); **30**, 772 (1963).
19. И. М. Лифшиц, М. И. Каганов, *УФН* **69**, 419 (1954); **87**, 389 (1965).
20. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц *Электродинамика сплошных сред*, М., Гостехиздат 1957.
21. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Механика сплошных сред*, М., Гостехиздат, 1953.
22. И. Е. Тамм, *Основы теории электричества*, М., Гостехиздат, 1957.
23. В. М. Конторович, *ЖЭТФ* **45**, 1638 (1963).
24. J. Mertsching, H. Stolz, *Phys. Stat. Sol.* **8**, 847 (1965).
25. В. И. Пустовойт, *ФТТ* **5**, 2490 (1963).
26. С. И. Пекар, *ЖЭТФ* **49**, 621 (1965).
27. Ю. В. Гуляев, *ФТТ* **9**, 1816 (1967).
28. А. И. Ахиезер, *ЖЭТФ* **8**, 1318 (1938).
29. Е. М. Ганопольский, А. Н. Чернец, *ЖЭТФ* **51**, 383 (1966).
30. F. J. Blatt, *Phys. Rev.* **105**, 1118 (1957).
31. E. I. Blount, *Phys. Rev.* **114**, 418 (1959).
32. G. Weinreich, T. M. Sanders, H. G. White, *Phys. Rev.* **114**, 33, 1959.
33. M. Romerantz, *Phys. Rev.* **13**, 308 (1964).
34. N. Mikoshiba, *J. Phys. Soc. Japan* **15**, 1189 (1962).
35. E. Aher, *IBM J. Res. and Develop.* **8**, 430 (1964).
36. S. V. Gantsevich, V. L. Gurevich, *Proc. Intern. Conf. Phys. Semicond.*, Kyoto, 1966, стр. 452.
37. И. Г. Шапошников, *ЖЭТФ* **11**, 332 (1941).
38. A. W. Zawson, *Phys. Rev.* **62**, 71 (1942).
39. J. J. Kyame, *J. Acoust. Soc. Amer.* **21**, 159 (1949); **26**, 990 (1954).
40. A. R. Hutson, D. L. White, *J. Appl. Phys.* **33**, 40 (1962).
41. В. Л. Гуревич, *ФТТ* **4**, 909 (1962); В. Л. Гуревич, В. Д. Каган, *ФТТ* **4**, 2441 (1962).
42. E. S. Rajagopal, *Phys. Lett.* **1**, 70 (1962).
43. В. П. Орлов, В. И. Пустовойт, *ФТТ* **2**, 1305 (1968).
44. Г. А. Акрамов, *ФТТ* **5**, 1310 (1963).
45. D. N. Langenberg, J. Bok, *Phys. Rev. Lett.* **11**, 549 (1963).
46. C. C. Crimes, S. J. Buchsbaum, *Phys. Rev. Lett.* **12**, 357 (1964).
47. Ф. Г. Басс, В. М. Яковенко, *ФТТ* **8**, 2793 (1966).
48. И. Ф. Федоров, *Теория упругих волн в кристаллах*, М., Изд-во «Наука», 1965.
49. A. R. Hutson, *Phys. Rev. Lett.* **4**, 505 (1960).
50. В. Г. Скобов, Э. А. Кавер, *ЖЭТФ* **46**, 273 (1964).
51. J. Pierce, *Proc. IRE* **35**, 111 (1947).
52. D. Bohm, E. P. Gross, *Phys. Rev.* **75**, 1851 (1949).
53. А. И. Ахиезер, Б. Я. Файнберг, *УФН* **44**, 321 (1951); *ЖЭТФ* **21**, 1265 (1955).
54. Л. М. Коврижных, А. А. Рухадзе, *ЖЭТФ* **38**, 850 (1960).
55. В. И. Пустовойт, *ЖЭТФ* **43**, 2281 (1962).
56. С. И. Баканов, А. А. Рухадзе, *ЖЭТФ* **48**, 1656 (1965).
57. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, М., «Наука», 1964.
58. Б. И. Давыдов, *ЖЭТФ* **7**, 1069 (1937).
59. В. Л. Гинзбург, А. В. Гуревич, *УФН* **70**, 2 (1960).
60. Ф. Г. Басс, *ЖЭТФ* **48**, 275 (1965).
61. T. Holstein, *Phys. Rev.* **113**, 479 (1959).
62. Ч. Киттель, *Квантовая теория твердого тела*, М., ИЛ, 1967.
63. H. N. Spector, *Phys. Rev.* **127**, 1084 (1962).
64. М. Е. Герценштейн, В. И. Пустовойт, *ЖЭТФ* **43**, 536 (1962).
65. М. Е. Герценштейн, В. И. Пустовойт, С. С. Филиппов, *Радиотехн. и электр.* **8**, 1507 (1963).
66. R. J. Chambers, *Proc. Phys. Soc. (London)* **A65**, 458 (1952).
67. H. N. Spector, *Phys. Rev.* **131**, 2512 (1962).
68. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, М., Физматгиз, 1960.
69. M. H. Cohen, M. J. Harrison, W. A. Harrison, *Phys. Rev.* **117**, 937 (1960).
70. B. Lax, J. G. Mavroides, *Cyclotron Resonance. Solid State Phys.* **11**, 261, N.Y. (1960).
71. N. Mikoshiba, *J. Phys. Soc. Japan.* **14**, 22, 1691 (1959).

72. Л. Д. Ландау, *Zs. Phys.* **64**, 629 (1930).
73. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, М., Физматгиз, 1963.
74. В. Л. Гуревич, В. Г. Скобов, Ю. А. Фирсов, *ЖЭТФ* **40**, 786 (1961).
75. J. J. Quinn, S. Rodriguez, *Phys. Rev.* **128**, 2487 (1962).
76. H. N. Spector, *Phys. Rev.* **132**, 522 (1963).
77. Р. Ф. Казаринов, В. Г. Скобов, *ЖЭТФ* **43**, 1496 (1962).
78. S. Tushima, J. J. Quinn, M. A. Lampert, *Phys. Rev.* **137**, A883 (1965).
79. J. J. Quinn, *Phys. Rev.* **137**, A889 (1965).
80. В. И. Пустовойт, И. А. Полуэктов, *ЖЭТФ* **50**, 1265 (1966); *IEEE Trans. Son. Ultr.*, SU-14, 4 (1967).
81. П. С. Зырянов, *ФММ* **13**, 641 (1962).
82. I. Uchida, T. Ishiguro, Y. Sasaki, T. Suzuki, *J. Phys. Soc. Japan* **19**, 674 (1964).
83. T. Ishiguro, I. Uchida, T. Suzuki, *IEEE Intern. Conf. record.* **12**, part 2, 93 (1964).
84. Р. Бьюб, *Фотопроводимость твердых тел*, М., ПЛ, 1962, гл. XI.
85. C. A. A. J. Greebe, *Phys. Lett.* **4**, 45 (1963).
86. C. A. A. J. Greebe, *Phil. Res. Report.* **21**, 1 (1966).
87. Ю. В. Гуляев, В. В. Проклов, *ФТП* **1**, 1496 (1967).
88. P. D. Southgate, H. N. Spector, *J. Appl. Phys.* **36**, 3728 (1965).
89. A. В. Moore, R. W. Smith, *Phys. Rev.* **138**, A1250 (1965).
90. К. Б. Толдыго, З. И. Урцккий, *ЖЭТФ* **30**, 929 (1956).
91. G. Weinreich, *Phys. Rev.* **104**, 321 (1956).
92. T. Ogawa, *J. Phys. Soc. Japan* **17**, 400 (1962); *J. Appl. Phys.* **32**, 583 (1961).
93. D. L. White, *Fourth Intern. Congr. Acoust. Rep.* K-16, 1961.
94. W. C. Wang, *Phys. Rev. Lett.* **9**, 443 (1962).
95. F. S. Hickernell, N. G. Sakiot's, *Proc. IEEE*, **52**, 144 (1964).
96. K. Blöteckjaer, C. F. Quate, *Proc. IEEE*, **52**, 360 (1964).
97. В. И. Васькова, И. А. Викторов, Л. Д. Розенберг, *Акуст. ж.* **10**, 403 (1964).
98. Д. И. Астров, В. И. Байбаков, Г. С. Падю, Л. А. Сысоев, *ФТТ* **7**, 655 (1965).
99. С. Г. Калашников, А. И. Морозов, В. П. Кириллов, *ФТТ* **6**, 3161 (1964).
100. Y. Kikuchi, N. Chubachi, K. Iinuma, *Japan J. Appl. Phys.* **5**, 835 (1965).
101. Л. М. Беляев, В. А. Красильников, В. Е. Лямов, В. И. Панова, И. М. Сильвестрова, С. П. Смирнов, А. Б. Гильварт, *Кристаллография* **10**, 252 (1965).
102. С. Г. Калашников, А. И. Морозов, Б. А. Станковский, Л. А. Сысоев, *ФТТ* **7**, 2215 (1965).
103. Y. Kikuchi, N. Chubachi, K. Iinuma, *Japan J. Appl. Phys.* **6**, 1251 (1967).
104. С. Г. Калашников, А. И. Морозов, Б. А. Станковский, *ФТТ* **9**, 859 (1967).
105. H. R. Carleton, H. Kroger, E. W. Prohofsky, *Proc. IEEE* **53**, 1452 (1965).
106. J. H. McFee, *J. Appl. Phys.* **34**, 1543 (1963).
107. Г. С. Падю, В. И. Байбаков, *ФТТ* **9**, 3010 (1967).
108. В. И. Байбаков, Г. С. Падю, А. А. Картушина, *ФТТ* **8**, 3716 (1966).
109. N. Chubachi, M. Wada, Y. Kikuchi, *Japan. J. Appl. Phys.* **3**, 777 (1964).
110. T. Ishiguro, T. Tanaka, *J. Phys. Soc. Japan* **21**, Suppl., 489 (1966).
111. K. Weller, C. W. Turner, T. Van Dugar, *Electron. Lett.* **3**, 418 (1967).
112. H. D. Ninc, *Phys. Rev. Lett.* **4**, 359 (1960).
113. H. J. Messcimin, T. Bateman, A. R. Hutson, *J. Acoust. Soc. Amer.* **A33**, 856 (1961).
114. D. L. White, *IRE Trans Ultr. Eng.* **9**, 21 (1962); *Phys. Acoust.* V 1-B, стр. 321, N. Y. (1964).
115. N. F. Foster, *J. Appl. Phys.* **34**, 990 (1963).
116. В. В. Проклов, О. Л. Крейнин, А. И. Морозов, В. С. Бондаренко, *Радиотехн. и электр.* **11**, 954 (1966).
117. F. S. Hickernell, 1968 Sendai Symp. Acoustoelectronics, Sendai, Japan, August 1968, стр. 1.
118. H. Miyazawa, H. Maeda, H. Tomishima, *J. Phys. Soc. Japan* **24**, 41 (1959).
119. M. Itakura, H. Toyoda, *J. Phys. Soc. Japan* **18**, 450 (1963).

120. W. S. Baer, K. N. Dexter, Phys. Rev. **135**, A1388 (1964).
121. D. Sawamoto, J. Phys. Soc. Japan **19**, 388 (1964).
122. Е. М. Ганапольский, Л. Н. Чернец, ДАН СССР **149**, 72 (1963).
123. P. M. Rowell, Brith. J. Appl. Phys. **14**, 60 (1963).
124. K. Walther, Zs. Naturforsch. **21a**, 1443 (1966).
125. M. Kikuchi, H. Hayakawa, Y. Abe, Japan J. Appl. Phys. **5**, 1259 (1966).
126. N. Mikoshiba, Y. Abe, 1968 Sendai Symp. Acoustoelectronics, Sendai, Japan, August 1968, стр. 143.
127. K. W. Nill, A. L. McWorter, Proc. Intern. Conf. Phys. Sem., Kyoto, стр. 755 (1966).
128. J. de Klerk, E. F. Kelly, Appl. Phys. Lett. **5**, 2 (1964).
129. N. F. Foster, Proc. IEEE **53**, 1400 (1965); 1968 Sendai Symp. Acoustoelectronics, Sendai, August 1968, стр. 1.
130. R. M. Maeborn, D. J. Walsh, D. K. Winslow, Appl. Phys. Lett. **10**, 1 (1967).
131. Y. Kikuchi, N. Chubachi, 1968 Sendai Symp. Acoustoelectronics, Sendai, Japan, August 1968, стр. 83.
132. Г. С. Падю, В. И. Пустовойт, Е. Ф. Токарев, ФТТ **10**, 1743 (1968).
133. В. И. Пустовойт, Г. С. Падю, Радиотехн. и электр. (1969).
134. Y. Kikuchi, N. Chubachi, H. Sasaki, 1968 Sendai Symp. Acoustoelectronics Sendai, Japan, August 1968, стр. 107.
135. R. H. Parmenter, Phys. Rev. **89**, 990 (1953).
136. В. И. Пустовойт, В. И. Байбаков, Г. С. Падю, ДАН СССР **174**, 791 (1967).
137. N. Mikoshiba, J. Appl. Phys. **34**, 510 (1963).
138. G. Arlt, 1968 Sendai Symp. Acoustoelectronics, Sendai, Japan, August 1968, стр. 93.
139. C. A. A. J. Greebe, 1968 Sendai Symp. Acoustoelectronics, Sendai, Japan, August 1968, стр. 63.
140. Ш. М. Коган, В. Б. Сандомирский, ФТТ, **6**, 3457 (1964).
141. А. И. Морозов, Письма в ЖЭТФ **2**, 362 (1965).
142. В. Л. Гуревич, А. Л. Эфрос, ЖЭТФ **44**, 2131 (1963).
143. L. Esaki, Phys. Rev. Lett. **8**, 4 (1962).
144. L. Esaki, Proc. IEEE **50**, 322 (1962).
145. K. Walther, Phys. Rev. Lett. **15**, 706 (1965).
146. J. J. Hopfield, Phys. Rev. Lett. **8**, 311 (1962).
147. W. P. Dumke, R. R. Haerring, Phys. Rev. **126**, 1974 (1962).
148. A. B. Rapard, Phil. Mag. **8**, 14 (1963).
149. A. M. Toxen, S. Tansal, Phys. Rev. Lett. **10**, 481 (1963).
150. H. Hayakawa, M. Kikuchi, Appl. Phys. Lett. **12**, 251 (1968).
151. S. Lowe, M. Tsuji, J. Phys. Soc. Japan **24** (1968).
152. M. R. Daniel, L. Mackinnon, Phil. Mag. **8**, 537 (1963).
153. Y. Eckstein, J. B. Ketterson, S. G. Ekstein, Phys. Rev. **135**, A740 (1964).
154. H. N. Spector, Phys. Lett. **5**, 233 (1963).
155. J. G. Mavroides, B. Lax, K. J. Button, Y. Shapira, Phys. Rev. Lett. **9**, 451 (1962).
156. А. П. Королюк, Т. А. Прущак, ЖЭТФ **41**, 1689 (1961).
157. Y. Shapira, B. Lax, Phys. Lett. **7**, 133 (1963); **12**, 166 (1964).
158. A. M. Toxen, S. Tansal, Phys. Rev. **137**, A211 (1965).
159. S. Mase, Y. Fujimori, H. Mori, Proc. Intern. Conf. Phys. Sem., Kyoto, стр. 1746 (1966).
160. Y. Sawada, E. Burstein, L. Testardi, Proc. Intern. Conf. Phys. Semicond., Kyoto, 1966, стр. 760.
161. И. А. Полуэктов, В. И. Пустовойт, О некоторых возможностях создания инверсной заселенности в полупроводниках, Препринт ФИАН № 3, 1967.
162. В. И. Пустовойт, М. Е. Герценштейн, ФТТ **6**, 879 (1964).
163. И. Я. Кучеров, И. В. Островский, ФТТ **10**, 2814 (1968).
164. Ю. В. Гуляев, В. И. Пустовойт, ЖЭТФ **47**, 2251 (1964).
165. Ю. В. Гуляев, А. Ю. Карabanов, ФТТ **1**, 753 (1967).
166. K. Yoshida, M. Yamanishi, Japan J. Appl. Phys. **7**, 1143 (1968).
167. В. Н. Васькова, И. А. Викторov, Акуст. ж. **13**, 292 (1967).
168. И. А. Викторov, ДАН СССР **174**, 556 (1967).
169. Ю. Л. Климентович, Статистическая теория неравновесных процессов в плазме. М. Изд-во МГУ, 1963.
170. В. Н. Цытович, УФН **93**, 435 (1966).
171. В. Н. Цытович, Нелинейные эффекты в плазме, М., «Наука», 1967.
172. В. М. Агранович, В. Л. Гинзбург, Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов, М., «Наука», 1965.



173. В. И. Пустовойт, Л. А. Чернозатонский, ЖЭТФ 55, 2213 (1968); 1968 Sendai Symp. Acoustoelectronics, Sendai, Japan, August 1968, стр. 101.
174. В. И. Пустовойт, ЖЭТФ 55, 1884 (1968).
175. В. В. Ангелейко, И. А. Ахизер, ЖЭТФ 53, 689 (1967).
176. А. И. Морозов, В. В. Проклов, Б. А. Станковский, ФТП 1, 895 (1967).
177. J. Zucker, S. Zemon, Appl. Phys. Lett. 9, 398 (1966); 10, 212 (1967).
178. S. Zemon, J. Zucker, J. H. Wasko, Symposium on Sonic and Ultrasonics, Vancouver, Canada, 1967, Rep. L-8.
179. S. Zemon, J. H. Wasko, L. I. Hore. J. Zucker, Appl. Phys. Lett. 11, 40 (1967).
180. S. A. Zemon, J. Zucker, 1968 Sendai Symp. Acoustoelectronics, Sendai, Japan, August 1968, стр. 117.
181. S. Fukunada, A. Ishida, Y. Inulshi, J. Phys. Soc. Japan 25, 917 (1968).
182. Y. Inulshi, A. Ishida, 1968 Sendai Symp. Acoustoelectronics, Sendai, Japan, August 1968, стр. 127.
183. W. C. Wang, P. Das, Appl. Phys. Lett. 12, 204 (1968).
184. И. Л. Фабелинский, Молекулярное рассеяние света, М., «Наука», 1965.
185. R. W. Smith, Phys. Rev. Lett. 9, 87 (1962).
186. A. R. Hutson, Phys. Rev. Lett. 9, 296 (1962).
187. R. Abe, Progr. Theor. Phys. 31, 957 (1964).
188. А. А. Гринберг, ДАН СССР 155, 1293 (1964).
189. В. Л. Гуревич, В. Д. Каган, ФТТ 6, 2212 (1964).
190. T. Ishiguro, S. Nitta, A. Hotta, T. Tanaka, Japan J. Appl. Phys. 4, 702 (1965).
191. T. Ishiguro, I. Oshida, Japan. J. Appl. Phys. 22, 934 (1967).
192. A. Ishida, C. Hamaguchi, Y. Inuishi, Proc. Int. Conf. Phys. Semicond., Kyoto 1966, стр. 469.
193. A. Ishida, C. Hamaguchi, Y. Inuishi, J. Phys. Soc. Japan 20, 1946 (1965).
194. G. D. Maines, G. S. Paige, Phys. Lett. 17, 14 (1965).
195. J. H. McFee, P. K. Tien, J. Appl. Phys. 37, 2754 (1966).
196. J. U. McFee, P. K. Tien, U. L. Hodges, J. Appl. Phys. 38, 1721 (1967).
197. A. Many, J. Ballerd, Proc. Int. Conf. Phys. Semicond., Kyoto, 1966, стр. 474; Phys. Lett. 21, 486 (1966).
198. G. T. Hanlon, Proc. IEEE 55, 1128 (1967).
199. W. C. Wang, Jua. Proc. IEEE 51, 1228 (1963).
200. W. C. Wang, Appl. Phys. Lett. 6, 81 (1965).
201. J. Okada, H. Matino, Jap. J. Appl. Phys. 3, 698 (1964).
202. E. L. Ader, G. W. Farnell, Proc. IEEE 53 (5), 483 (1965).
203. M. Kikuchi, Journ. Appl. Phys. (Japan). 2, 807 (1963).
204. P. O. Sliva, R. Bray, Phys. Rev. Lett. 14, 372 (1965).
205. W. E. Spear, P. G. Comber, Phys. Rev. Lett. 13, 434 (1964).
206. M. Kikuchi, H. Hayakawa, Y. Abe, Japan J. Appl. Phys. 5, 735 (1966).
207. H. Hayakawa, M. Kikuchi, Y. Abe, Japan J. Appl. Phys. (1966).
208. D. L. White, W. C. Wang, 1965 Ultrasonic Symposium, Boston Dec. 1965, Rep. D-8.
209. A. R. Hutson, 1965 Ultrasonic Symposium, Boston, 1965, Rep. D-7.
210. H. R. Carleton, H. Kroger, E. W. Prohofskey, Proc. IEEE 53, 1452 (1965).
211. S. G. Kalasnikov, A. I. Morosov, V. V. Proklov, Phys. Stat. Sol. 23, K 9 (1967).
212. W. Haydle, C. F. Quate, Phys. Lett. 20, 463 (1966).
213. G. S. Hobson, E. G. S. Paige, Proc. Intern. Conf. Phys. Semicond. Kyoto, 1966, стр. 464.
214. G. Quentin, T. M. Thuillier, Phys. Lett. 19, 631 (1966). Proc. Int. Conf. Phys. Semicond., Kyoto, 1966, стр. 493.
215. R. W. Damon, E. W. Prohofskey, H. Kroger, Proc. IEEE 52, 975 (1964).
216. E. W. Prohofskey, J. Appl. Phys. 37, 4729 (1966).
217. В. Л. Гуревич, ФТТ 5, 1222 (1963).
218. В. Л. Гуревич, Б. Д. Лайхтман, ЖЭТФ 46, 598 (1964).
219. J. R. A. Beale, Phys. Rev. 135, A 1761 (1964).
220. В. Tell, Phys. Rev. 136, A772 (1964).
221. П. Е. Зильберман, ФТТ 9, 309 (1967).
222. В. Л. Гуревич, Б. Д. Лайхтман, В. Д. Каган, ЖЭТФ 54, 188 (1968).

223. R. K. Ti en, Phys. Rev. **171**, 970 (1968).
  224. Ш. М. Коган, В. Б. Сандомирский, ФТТ **6**, 3457 (1964).
  225. R. Tsu, J. Appl. Phys. **35**, 125 (1964).
  226. Ф. Г. Басс, С. А. Градескул, М. И. Каганов, ФТТ **6**, 3577 (1964); **7**, 3090 (1965).
  227. Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман, ФТТ **7**, 665 (1965).
  228. K. J a m a n o u c h i, K. S h i b a u a m a, Report 6<sup>th</sup> Intern. Conf. Acoust., Tokyo, 1968.
  229. А. И. Ахнезер, В. Г. Барьяхтар, М. И. Каганов, УФН **71**, 533 (1960).
  230. А. И. Ахнезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Полятминский, ЖЭТФ **45**, 337 (1963).
  231. И. А. Чабан, А. А. Чабан, ФТТ **6**, 2411 (1964).
  232. H. N. S p e c t o r, Phys. Rev. **137** A311 (1965).
-