

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

537.311.33

КВАНТОВЫЕ РАЗМЕРНЫЕ ЭФФЕКТЫ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ И ПОЛУМЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПЛЕНКАХ*Б. А. Тавгер, В. Я. Демиховский***1. ВВЕДЕНИЕ. УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ КВАНТОВЫХ РАЗМЕРНЫХ ЭФФЕКТОВ В ПЛЕНКАХ**

В последние годы возрос интерес к исследованию физических свойств пленок. Это связано в первую очередь с потребностями бурно развивающейся микроэлектроники. Исследование пленок представляет интерес как с чисто научной, так и с практической точки зрения, так как в пленочном состоянии возможно появление новых специфических эффектов, не наблюдаемых в массивных образцах. Кроме того, исследование кристаллических пленок дает определенную информацию о физических свойствах кристалла.

Использование твердых тел в различных практических устройствах часто предъявляет определенные требования к энергетическому спектру носителей тока. Подвергая образец действию сильных магнитных или электрических полей, высокому давлению, изменяя характер легирования и т. д., можно получать кристаллы с требуемыми характеристиками, в частности с определенным энергетическим спектром. Форма и размеры образца также влияют на физические свойства кристалла. Это влияние будет существенным, когда размеры образца имеют порядок какой-либо характерной длины. В частности, когда размеры кристаллического образца сравнимы с длиной свободного пробега электрона, появляется зависимость кинетических свойств, например электропроводности, от размеров и формы кристалла.

Изменения в физических свойствах кристаллов следует ожидать и в том случае, когда конечность размеров образца приводит к квантованию движения квазичастиц. На это было обращено внимание еще в работах тридцатых годов¹.

Идея размерного квантования нашла отражение в теории осцилляций термодинамических характеристик тонких слоев металла, развитой в работах И. М. Лифшица и его сотрудников^{2, 3} (полный обзор и библиография этого цикла работ даны в⁴). Размерное квантование оказывается существенным также в мелкодисперсных средах^{5, 6}.

В последнее время интерес к изучению квантования движения квазичастиц в пленках усилился в связи с широким использованием тонких полупроводниковых пленок в микроэлектронике.

В металлах длина волны порядка периода решетки a . Поэтому в реальных металлических пленках, содержащих много атомных слоев, квантовые размерные эффекты проявляются слабо и носят характер поправок к свойствам массивных образцов. Другая ситуация имеет место в полупроводниковых и полуметаллических пленках, так как длина дебройлевской

волны носителей тока в полупроводниках и полуметаллах может на несколько порядков превышать межатомные расстояния. Длина волны де Бройля в этом случае зависит от эффективной массы носителей m^* , их концентрации n и температуры T . Поэтому в определенных условиях, которые обсуждаются ниже, размерное квантование в полупроводниковых и полуметаллических пленках становится существенным уже для толщин $L \sim 10^{-5}$ см (см. ниже) и приводит к качественно новым эффектам, не наблюдаемым в массивных образцах.

Пленка представляет пример ограниченной среды. Это обстоятельство накладывает существенный отпечаток на свойства квазичастиц в пленках. Из-за ограниченности пленки в одном направлении проекция квазиимпульса k_z , перпендикулярная плоскости пленки, не определена. Поэтому энергия электрона в пленке, так же как и любой другой квазичастицы, определяется продольными проекциями квазиимпульса k_x , k_y и, вообще говоря, дискретным квантовым числом s , заменяющим k_z : $\mathcal{E} = \mathcal{E}(k_x, k_y, s)$. При фиксированном s энергия непрерывно пробегает интервал значений, называемый ниже *подзоной*. Продольные проекции квазиимпульса определены в двумерной зоне Бриллюэна, которая в пленке, вообще говоря, не является плоским сечением трехмерной зоны (см. гл. II). Поверхностные состояния также задаются квазиимпульсом из двумерной зоны Бриллюэна, а соответствующие этим состояниям значения энергии тоже образуют одну подзону. Подзоны обычно перекрываются, так как энергетический интервал $\mathcal{E}_{s+1} - \mathcal{E}_s$ при фиксированных k_x , k_y , как правило, меньше ширины подзоны. Таким образом, энергетический спектр электрона в пленке является квазидискретным и состоит из перекрывающихся подзон.

Квантованность поперечного движения в пленках может проявляться, однако, лишь при выполнении ряда условий^{7, 8}. Из-за рассеяния электронов квазидискретный спектр частично размывается. Для того чтобы квазидискретный характер спектра сохранился, необходимо, чтобы размытие \hbar/τ (τ — время релаксации) было меньше, чем расстояние между соседними подзонами:

$$\frac{\hbar}{\tau} \ll \mathcal{E}_{s+1} - \mathcal{E}_s. \quad (1,1)$$

Для точного нахождения τ потребовалось бы вычислить затухание квазичастиц в пленке при различных возможных механизмах рассеяния, например, как это сделано Рытовой для электрон-электронного и электрон-примесного рассеяния⁹. Так как достаточно точную теоретическую оценку провести невозможно, следует определять время релаксации из эксперимента. Удобно, например, для оценок выражать его через экспериментально измеряемую подвижность. Это означает, что в (1,1) подставляется транспортное время релаксации, учитывающее все механизмы рассеяния носителей в пленке.

Кроме условия, накладываемого на величину времени релаксации (или подвижности), должно также существовать ограничение на температуру и концентрацию носителей, чтобы число заселенных подзон было невелико. В этом случае отличие свойств пленки от свойств массивного образца проявляется более ярко. Условие для концентрации следует уже из соображений размерности. Чтобы заселялась только одна подзона, необходимо выполнение неравенства

$$n < \frac{A}{L^3}; \quad (1,2)$$

A — безразмерный коэффициент, зависящий от закона квантования.

При квантовании

$$\mathcal{E}_s = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 s^2$$

(пленка аппроксимируется бесконечно глубокой ямой, m^* — эффективная масса в направлении, перпендикулярном пленке), $A = 3\pi/2$.

Условие для температуры определяется из требования, чтобы тепловой разброс был мал по сравнению с расстоянием между подзонами:

$$k_B T < \mathcal{E}_{s+1} - \mathcal{E}_s. \quad (1,3)$$

Следует еще отметить, что для наблюдения эффектов квантования пленка должна быть достаточно однородна по толщине¹⁰. Можно показать, что квазидискретный характер спектра, начиная с s -й подзоны, не будет нарушен, если относительный разброс толщин меньше $\Delta L/L$. В реальных полупроводниковых и полуметаллических пленках условия, накладываемые на концентрацию, температуру и однородность по толщине, сравнительно легко выполняемы для толщин $L \lesssim 10^{-5}$ см. Условие (1,3) при эффективной массе $0,01 m_0$ выполняется уже при комнатных температурах. Как видно из (1,2), при той же толщине для заселения одной подзоны концентрация должна быть порядка 10^{16} см⁻³. Таким образом, при концентрациях 10^{17} см⁻³, реализуемых в полуметаллических и полупроводниковых пленках, заселяется всего несколько подзон; что же касается металлов, то в силу большой концентрации носителей вплоть до толщин $L \sim 10^{-7}$ см заселено большое количество подзон, что приводит к уменьшению влияния квантования. Наиболее жестким условием существования квазидискретного спектра в пленке является условие (1,1), которое выполняется только в достаточно совершенных и чистых пленках. Для выполнения условия (1,1) требуются сравнительно высокие подвижности. При толщине $L \sim 5 \cdot 10^{-6}$ см, например, подвижность μ должна быть больше 10^3 см²/в·сек. Это требование также ограничивает температуру сверху, так как с ростом температуры μ , как правило, убывает. Исключение может составить случай, когда существенно рассеяние на ионизированной примеси.

Квантовые размерные эффекты в полупроводниковых и полуметаллических пленках не вполне одинаковы. В полуметаллических пленках, как правило, имеет место вырождение носителей тока. Поэтому в полуметаллах хорошо проявляются осцилляционные эффекты (см. ниже). В полупроводниковых же материалах для наблюдения осцилляционных эффектов необходим высокий уровень легирования, что приводит к уменьшению подвижности носителей. С другой стороны, однако, большое разнообразие полупроводниковых материалов позволяет выбрать пленку с более хорошими параметрами, чем в случае полуметалла.

До недавнего времени не было убедительных экспериментальных доказательств существования квантования поперечного движения электронов в пленках. Правда, Криттэнденом и Гофманом¹¹ наблюдались некоторые отклонения величины сопротивления в тонких пленках никеля от значений, предсказываемых классической теорией. Авторы указанной работы были склонны приписать эти отклонения влиянию квантования энергии электронов. При этом они считали, что наличие квантования приведет к уменьшению числа возможных переходов, так как в пленке разрешены лишь дискретные значения поперечного импульса. Это, по мнению авторов¹¹, приводит к уменьшению сопротивления (по сравнению с классической теорией) с уменьшением толщины пленки. Однако это объяснение особенностей эксперимента является неверным, поскольку квантование (см. § 3) не может привести к монотонному уменьшению

сопротивления с уменьшением толщины. Первое убедительное экспериментальное подтверждение наличия квазидискретного спектра электронов было получено в тонких полуметаллических пленках. В работе Огрина, Луцкого и Елинсона¹² на пленках Bi наблюдались осцилляции подвижности, постоянной Холла и магнетосопротивления при изменении толщины пленки (см. ниже рис. 5). Исследуемые в работе¹² пленки, получаемые напылением в вакууме на слюду, имели достаточно совершенную кристаллическую структуру, и подвижность в них была выше $10^3 \text{ см}^2/\text{в} \cdot \text{сек}$. Результаты работы¹² подтверждаются более детальными исследованиями, проведенными в более широком интервале толщин¹³ $L \sim 200-5000 \text{ \AA}$ и в диапазоне температур $T \sim 4-200^\circ \text{ K}$ ¹⁴. Подобные же результаты получены Комником¹⁵, где исследовались пленки Bi , напыленные на стеклянную подложку.

Непосредственное наблюдение квантования движения электронов было произведено Луцким, Корнеевым и Елинсоном¹⁶ в опытах по тунелированию электронов между тонкими пленками через зазор.

Такой способ экспериментального изучения энергетического спектра был предложен *) авторами¹⁰ (см. § 2, п. 4).

Квантование поперечного движения электронов было обнаружено Комником и Бухштабом и в другом полуметалле — сурьме¹⁷. В этой работе наблюдались осцилляции сопротивления при изменении толщины в пределах $L \sim 100-400 \text{ \AA}$. Вместо набора пленок различной толщины в¹⁷ использовался образец в виде клина, что увеличивало точность определения толщины.

Здесь же, видимо, следует отметить, что эффекты, аналогичные квантовому размерным эффектам в пленках, могут возникнуть в тонком приповерхностном слое массивного образца в случае достаточно сильного изгиба энергетических зон. Как и в пленке, из-за изгиба зон движение носителей, перпендикулярное поверхности образца, может быть ограниченным. В результате при выполнении ряда условий спектр носителей станет квазидискретным $\mathcal{E} = \mathcal{E}(k_x, k_y, s)$. В случае многодолинного монокристалла, так же как и в пленке¹⁸, возможно расщепление уровней, приводящее к уменьшению числа эквивалентных долин.

Величину поверхностного изгиба зон можно изменять внешним электрическим полем, приложенным перпендикулярно поверхности образца. В некотором смысле изменение величины поля аналогично изменению толщины пленки и может привести к подобным эффектам. Обсуждение влияния квантования на эффект поля впервые, по-видимому, было проведено Шриффером в работе¹⁹. К настоящему времени появилось значительное количество работ^{20, 21}, посвященных квантованию в приповерхностном слое. Наиболее детальным экспериментальным исследованием является работа²¹, в которой наблюдались осцилляции магнетосопротивления в приповерхностном слое в квантующем магнитном поле. В этой работе наблюдался случай заселения одной подзоны. До сих пор, однако, в условиях эксперимента не реализовался случай заполнения нескольких подзон. Детальное обсуждение эффектов квантования в приповерхностном слое выходит за рамки настоящего обзора.

Эффект поля в принципе может быть использован также для изучения свойств пленок с квантованным спектром. Этот метод, предложенный Сандомирским²², состоит в следующем. Исследуемая пленка служит одной из обкладок конденсатора. Изменяя разность потенциалов, можно

*) Работа впервые докладывалась в 1962 г. на семинарах ФИАН СССР и МФТИ.

менять концентрацию электронов в пленке таким образом, что будет меняться число заполненных подзон. Это должно привести к осцилляционной зависимости подвижности и проводимости от напряжения, приложенного к конденсатору. Отметим, что концентрацию носителей в пленке можно менять также, подвергая ее давлению.

Экспериментальное изучение этого эффекта на пленках Bi^{23} показало, что осцилляции действительно имеют место в интервале толщины $L \sim 2000\text{--}3000 \text{ \AA}$. Однако дать точную интерпретацию полученной картины, предполагая, что поперечное поле приводит лишь к изменению концентрации, не удается. При малых толщинах, видимо, становится существенным проникновение поля в пленку, что должно привести к изменению энергетического спектра в пленке. Это обстоятельство сильно затрудняет анализ эксперимента по эффекту поля в пленке.

Круг квантовых размерных эффектов не ограничивается специфической зависимостью кинетических и термодинамических характеристик от толщины пленки. Квантование движения должно приводить также к изменению температурной зависимости характеристик пленки, к новой зависимости этих характеристик от величины и направления магнитного и электрического полей; квазидискретный характер спектра приведет к различным резонансным явлениям при прохождении через пленку электромагнитного излучения^{24, 25}, звука, потока электронов и т. д.

Эффекты, связанные с квантованием движения в пленке других квазичастиц (магноны, экситоны и т. д.), изучались в ряде экспериментальных и теоретических работ. Настоящий обзор посвящен рассмотрению эффектов, обусловленных лишь квантованием движения электронов (и дырок).

II. СПЕЦИФИКА СОСТОЯНИЙ ЭЛЕКТРОНОВ В ТОНКИХ ПЛЕНКАХ

Количественный расчет энергетического спектра и волновых функций в пленках крайне труден. Основные трудности связаны как со сложным характером граничных условий, так и с неопределенностью самоогласованного потенциала в пленке, который имеет более низкую симметрию, чем в массивном образце. Некоторые специальные модели и аппроксимации, использованные различными авторами (см.²⁶) для расчета спектра, не могут служить для количественного расчета физических параметров пленок. Вместе с тем ограниченность движения электронов в пленке в одном измерении приводит к ряду специфических особенностей, независимо от конкретных условий на границе и вида потенциала внутри пленки.

1. Энергетический спектр в пленках

Электроны в пленке движутся в кристаллическом поле, имеющем не трехмерную, а лишь двумерную трансляционную симметрию. Уже из этого обстоятельства можно сделать некоторые выводы о характере электронных состояний в пленке. Волновая функция будет иметь блоховский вид

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}),$$

где $u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ обладает плоской трансляционной симметрией, \mathbf{k} — квазиимпульс из двумерной зоны Бриллюэна. При изменении \mathbf{k} в пределах двумерной зоны Бриллюэна энергия пробегает непрерывный ряд значений,

образующих подзону. Как отмечалось в гл. I, эти плоские подзоны, вообще говоря, сильно перекрываются.

Плоская зона Бриллюэна определяется двумерной трансляционной симметрией структуры пленки. В случае кристаллов германия и кремния, когда пленка выращена в направлении [111], структура пленки имеет трансляционную симметрию плоской гексагональной решетки. Поэтому в этом случае зоной Бриллюэна будет правильный шестиугольник. Такая же зона Бриллюэна будет в пленках Bi , выращенных вдоль тригональной оси (именно на таких пленках наблюдались квантовые размерные эффекты в работах ^{12-16, 23}).

Уменьшение симметрии при переходе от массивного кристалла к пленке должно привести к частичному или полному снятию вырождения,

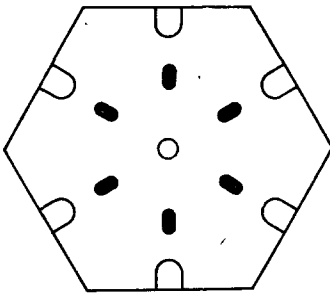


Рис. 1.

которое может быть связано со слипанием зон в особых точках трехмерного k -пространства или же с многодолинностью, когда одному экстремуму отвечает несколько точек в зоне Бриллюэна. В последнем случае понижение симметрии может привести к уменьшению числа эквивалентных долин. На основе теоретико-группового рассмотрения можно выяснить характер расщепления уровней энергии вблизи экстремальных точек ¹⁸. Например, в пленках Ge и Si вырождение края валентной зоны, отвечающего квазиимпульсу $\mathbf{k} = 0$, полностью снимется. В зоне проводимости германия четырехдолинный минимум энергии расщепляется на трехдолинный и однодолинный минимумы. Однодолинный минимум лежит в центре двумерной зоны Бриллюэна, а точки, отвечающие положению трехдолинного минимума, лежат на серединах сторон шестиугольника, образующего двумерную зону Бриллюэна (рис. 1). Минимум энергии в пленке, вообще говоря, смещается вверх по сравнению с минимумом в массивном кристалле на величину порядка $h^2\pi^2/2m^*L^2$. Это следует из принципа неопределенности.

Для однодолинного минимума в пленке Ge это смещение будет меньше, так как оно определяется продольной эффективной массой, которая является наибольшей. В отличие от пленок Ge , в пленках кремния, выращенных в направлении [111], расщепления шестидолинного минимума зоны проводимости не происходит.

Большой интерес представляет изучение спектра в тонких пленках Bi в связи с тем, что именно на этих пленках наблюдалось квантование. Как известно, полуметаллические свойства Bi обуславливаются пересечением двух энергетических зон. В результате появляются носители тока обоих знаков с концентрацией порядка 10^{17} см^{-3} . Ферми-поверхность электронов образована тремя эллипсоидами, которые переходят друг в друга при повороте на 120° относительно тригональной оси. Обычным направлением роста кристаллической пленки висмута является направление тригональной оси. Эффективная масса в этом направлении равна $0,01 m_0$, а значение эффективной массы дырок в этом направлении $0,7m_0$ ⁵⁵.

При переходе к пленке понижение симметрии не приведет к расщеплению трехдолинного минимума. В двумерной зоне Бриллюэна, которая, как отмечалось, представляет правильный шестиугольник, точки, отвечающие трехдолинному электронному минимуму, лежат на серединах сторон шестиугольника.

2. Плотность состояний

Для нахождения термодинамических и кинетических коэффициентов в тонких пленках следует определить плотность электронных состояний $G(\mathcal{E}) = \frac{d\mathcal{L}}{d\mathcal{E}}$, которая существенным образом должна зависеть от толщины пленки.

Плотность состояний определяется законом дисперсии. Поскольку квазиимпульс электрона вдоль пленки определен, закон дисперсии в приближении эффективной массы имеет вид

$$\mathcal{E}_{k_x, k_y, s} = \frac{\hbar^2}{2m_1} (k_x - k_x^0)^2 + \frac{\hbar^2}{2m_2} (k_y - k_y^0)^2 + \mathcal{E}_s \quad (2,1)$$

(k_x^0 и k_y^0 направлены в данном случае параллельно осям эллипсоида). Как было показано в ¹⁸, в пленках вырождение вблизи экстремальных точек, как правило, отсутствует. Поэтому формула (2,1) является достаточно общей для полупроводниковых и полуметаллических пленок. Используя (2,1), легко получить для одной подзоны

$$G_{\text{подз}}(\mathcal{E}) = \frac{r \sqrt{m_1 m_2}}{\pi \hbar^2} S, \quad (2,2)$$

где r — число двумерных долин, S — площадь пленки. Для сравнения с плотностью состояний в массивном кристалле следует ввести плотность состояний на единицу объема пленки:

$$N_{\text{подз}} = \frac{G_{\text{подз}}}{V} = r \frac{\sqrt{m_1 m_2}}{\pi \hbar^2} \frac{1}{L}. \quad (2,3)$$

Таким образом, плотность состояний в подзоне не зависит от энергии и номера подзоны и обратно пропорциональна толщине.

Для поверхностных уровней плотность состояний также пропорциональна $1/L$, так как они образуют двумерную подзону. Зависимость от энергии, вообще говоря, должна определяться конкретным законом дисперсии. Вблизи же краев поверхностной подзоны, где закон дисперсии можно считать квадратичным, плотность состояний от энергии не зависит.

Полная плотность состояний $N_{\text{пл}}$ в пленке при данной энергии равна сумме $N_{\text{подз}}$ по всем подзонам, для которых $\mathcal{E}_s < \mathcal{E}$:

$$N_{\text{пл}} = m(\mathcal{E}, L) N_{\text{подз}}, \quad (2,4)$$

где m — максимальное значение s .

Для определения $m(\mathcal{E}, L)$ необходимо сделать выбор той или иной модели потенциала в пленке. Наиболее простая модель, часто используемая различными авторами, состоит в аппроксимации пленки прямоугольной потенциальной ямой с бесконечно высокими стенками. Такая модель не может дать количественного согласия с экспериментом для малых значений s , однако она учитывает наиболее характерную особенность электронных состояний в пленке, состоящую в ограниченности поперечного движения электронов. В модели прямоугольной ямы с бесконечными стенками одночастичный спектр имеет, как хорошо известно, вид

$$\mathcal{E}_s = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m^* L^2} s^2. \quad (2,5)$$

Модель бесконечно глубокой ямы, однако, не учитывает конкретной зонной структуры пленки и также приводит к несамосогласованному решению. С одной стороны, в модели предполагается, что на электрон

внутри пленки не действуют никакие силы, а, с другой стороны, решение приводит к неоднородному распределению электрического заряда, т. е. к сильному кулоновскому отталкиванию, не учитываемому вначале. Несмотря на это, указанная модель может быть использована для грубых оценок. Для нижнего уровня эта оценка на основе модели ямы дает тот же результат, что и принцип неопределенности.

Модель прямоугольной ямы предполагает, что внутри пленки на электрон не действуют силы. Однако, когда рассматривается движение электрона, следует учесть действие на него других зарядов, суммарный заряд которых равен $+e$. Действие этого заряда на рассматриваемый электрон будет существенным тогда, когда $\lambda \gtrsim L$. Понижение потенциальной энергии за счет притяжения электрона к положительному заряду должно привести к тому, что поднятие наинизшего дискретного уровня с уменьшением толщины будет меньше, чем это следует из модели прямоугольной ямы.

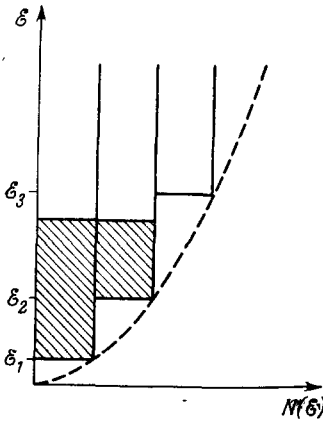


Рис. 2.

Формула (2,4) определяет полную плотность состояний как функцию толщины и энергии. Эта зависимость обусловлена тем, что число заселенных подзон скачкообразно увеличивается при увеличении толщины, а также при росте энергии. При фиксированной толщине зависимость $N_{пл}(\mathcal{E})$ изображена на рис. 2.

Характерной особенностью плотности состояний является то, что она отлична от нуля лишь для энергий, больших \mathcal{E}_1 ^{31, 7} (энергия отсчитывается от дна электронной зоны в массивном образце). Существование минимальной энергии связано с принципом неопределенности.

Расстояние между соседними ступеньками $\mathcal{E}_{s+1} - \mathcal{E}_s$ зависит, естественно, от закона квантования. Если предположить, что

$$\mathcal{E}_s = \frac{\hbar^2 \pi^2 s^2}{2m^* L^2},$$

то плотность состояний в пленке при $\mathcal{E} = \mathcal{E}_s$ равна плотности состояний в массивном образце при той же энергии.

Интересно рассмотреть поведение плотности состояний при изменении толщины пленки. Именно эта зависимость в конечном итоге определяет экспериментально наблюдавшийся осцилляционный характер зависимости кинетических коэффициентов тонких пленок от толщины. При увеличении толщины плотность состояний $N_{пл}$ на уровне Ферми убывает как $1/L$ (см. (2,3) и (2,4)), пока число заполненных подзон не меняется. Однако при некоторых значениях толщин L_s , когда начинает заполняться новая подзона, плотность состояний увеличивается скачком на величину $N_{подз}(L_s)$. В результате возникает осцилляционная зависимость плотности состояний от толщины пленки (рис. 3).

Убывание плотности состояний, пропорциональное $1/L$, не связано с моделью пленочного потенциала. Конкретный вид этого потенциала скажется лишь на положении скачков на кривой $N_{пл}(L)$.

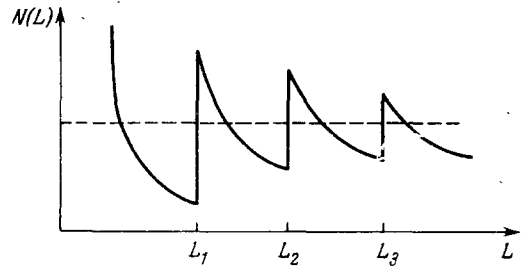


Рис. 3.

3. Концентрация носителей и уровень Ферми

Вначале рассмотрим полупроводниковую пленку с одним типом носителей⁷. Усредненная по толщине пленки концентрация электронов в зоне проводимости определяется формулой

$$n(T) = \frac{1}{V} \sum_s \int_{\mathcal{E}_s}^{\infty} \frac{G_{\text{подз}}(\mathcal{E}) d\mathcal{E}}{\exp\left\{\frac{\mathcal{E} - \mu_F}{kT}\right\} + 1}, \quad (2,6)$$

где $G_{\text{подз}}$ — плотность состояний в подзоне (2,2). Интегрирование ведется по s -му слою, а суммирование производится по всем слоям.

Для нахождения энергии Ферми воспользуемся уравнением нейтральности полупроводника. Если выполнены условия заполнения одной подзоны, то, предполагая, что примесные уровни слабо ионизированы, получим выражение для химического потенциала

$$\mu_F(T) = -\frac{E_d}{2} + \frac{kT}{2} \ln NL \cdot \frac{\pi h^2}{m^*} \frac{1}{kT}. \quad (2,7)$$

Здесь N — число атомов примеси в 1 см^3 , E_d — энергия активации доноров, отсчитанная от дна зоны в пленке. Это выражение отличается от соответствующей формулы для массивных полупроводников более сильной зависимостью μ_F от T . В эту формулу²⁷ следует подставлять энергию активации, определенную для данной толщины пленки. Зависимость $E_d(L)$ обуславливается как поднятием дна зоны проводимости при уменьшении L ³¹, так и изменением положения примесного уровня, которое существенно, если $L \lesssim a_B$ (a_B — радиус боровской орбиты электрона примеси).

В рассмотренном приближении для концентрации электронов в зоне проводимости получена формула

$$n(T) = \frac{1}{L} \left(\frac{m}{\pi h^2}\right)^{1/2} (kT)^{1/2} \exp\left\{-\frac{E_d}{2kT}\right\}. \quad (2,8)$$

Статистика носителей в полуметаллических пленках была рассмотрена Луцким²⁴ и Сандомирским²². В этом случае понижение края валентной зоны и подъем дна электронной зоны с уменьшением толщины может привести к образованию энергетической щели, т. е. к переходу полуметалл — диэлектрик при некоторой толщине L_1 . В приближении бесконечно глубокой ямы этот переход должен был бы произойти при толщине

$$L_1 = \frac{\pi h}{\sqrt{2\Delta}} \left(\frac{m_e + m_h}{m_e m_h}\right)^{1/2},$$

где Δ — величина перекрытия энергетических зон в макроскопическом образце, m_e и m_h — массы электрона и дырки в поперечном направлении. Для пленки Ві это дало бы $L_1 \sim 300 \text{ \AA}$. Однако, как отмечалось, поднятие низшего уровня в зоне проводимости (опускание в валентной зоне) при уменьшении толщины пленки в реальной пленке должно быть значительно меньше. Поэтому переход в диэлектрическое состояние мог бы наблюдаться только при толщинах значительно меньших, чем толщины, получаемые в модели бесконечно глубокой ямы. Действительно из эксперимента (см. ниже) следует, что в пленках Ві вплоть до толщины $L \sim 300 \text{ \AA}$ переход в диэлектрическое состояние не наблюдается. Не наблюдался этот переход и для более тонких пленок ($L \sim 200 \text{ \AA}$). Однако структура пленок такой толщины несовершенна и выводы становятся ненадежными.

Положение уровня в полуметалле определяется из условия равенства чисел электронов и дырок. При изотропном квадратичном (в массивном образце) законе дисперсии для электронов и дырок при наличии сильного вырождения положение уровня Ферми в пленке не зависит от толщины²². Это связано с тем, что расстояние между уровнями энергии обратно пропорционально, а плотность состояний прямо пропорциональна массе и, следовательно, число заполненных электронных и дырочных подзон всегда одинаково.

В реальном же случае, когда закон дисперсии анизотропен, числа заполненных электронных и дырочных подзон различны и, как следует из условия нейтральности, пропорциональны множителю $\left(r \frac{m_{\parallel}}{m_{\perp}}\right)^{1/3}$, где r — число эквивалентных долин в массивном образце. В частности, для пленок V_i число заселенных дырочных подзон примерно в 6 раз больше, чем электронных. Уровень Ферми при учете анизотропии будет слабо осциллировать с изменением толщины пленки.

Концентрация носителей в полуметалле также должна зависеть от толщины пленки. Как показано Сандомирским²², с уменьшением толщины концентрация носителей слабо осциллирует даже в изотропном случае (величина относительной осцилляции порядка одного процента).

4. О возможности экспериментального определения дискретных уровней энергии \mathcal{E}_s в опытах по туннелированию

Одним из возможных способов прямого экспериментального обнаружения квантования энергии поперечного движения в пленке является использование туннелирования электронов в сэндвиче из изучаемых пленок¹⁰.

Энергетическая схема устройства для изучения квантования с использованием туннелирования изображена на рис. 4. Пленки с квазидискретным энергетическим спектром разделены потенциальным барьером, который может быть реализован диэлектриком, в частности слоем окисла.

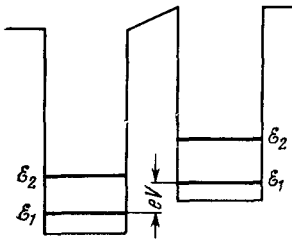


Рис. 4.

При включении внешнего поля энергетические уровни одной пленки смещаются относительно уровней другой пленки. Если считать, что при туннельных переходах продольный импульс строго сохраняется, ток через барьер будет возникать каждый раз, когда заселенные уровни одной пленки располагаются против свободных уровней другой пленки. В результате получается вольт-амперная характеристика

в виде ряда пиков. Переходы с изменением квазиимпульса (фононные переходы) приведут к существованию тока и при напряжениях, не удовлетворяющих условию $eV = \mathcal{E}_{s+1} - \mathcal{E}_s$. Однако, как известно, вероятность фононных переходов много меньше вероятности прямых переходов, т. е. переходов без изменения квазиимпульса. Поэтому вид вольт-амперной характеристики в принципе останется прежним, но пики будут размытыми.

В работе¹⁶ наблюдались особенности на вольт-амперной характеристике при напряжениях, равных разности энергий между дискретными уровнями. Маловероятно, что эти особенности связаны с дискретными уровнями молекул газа, который находился в зазоре, так как расположение особенностей на вольт-амперной характеристике хорошо согласуется со зна-

чениями дискретных уровней, определенными в предыдущих экспериментах^{12,13}. Однако в¹⁶ пики на вольт-амперной характеристике не наблюдались, осциллировала лишь производная dI/dV при значениях V , удовлетворяющих условию $eV = \mathcal{E}_{s+1} - \mathcal{E}_s$. Отсутствие пиков на наблюдавшейся вольт-амперной характеристике, видимо, связано с тем, что в условиях опыта квантование имело место только в одной пленке сэндвича.

III. ВЛИЯНИЕ КВАНТОВАНИЯ ПОПЕРЕЧНОГО ДВИЖЕНИЯ НОСИТЕЛЕЙ НА ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ТОНКИХ ПЛЕНОК

Изменение плотности состояний, а также вида электронных волновых функций при переходе к тонкой пленке должно сказаться на кинетических характеристиках. Существенным является еще и то, что в пленке появляются специфические механизмы рассеяния, связанные с поверхностными дефектами, особым характером колебаний кристаллической решетки и т. д. Поэтому в пленке изменится характер рассеяния, приводящего к переходам между стационарными пленочными состояниями как внутри подзон, так и между подзонами.

1. Время релаксации и подвижность носителей в пленке

Наиболее интересная особенность электрических свойств тонких пленок состоит в осцилляционной зависимости подвижности от толщины^{8, 12, 13}. Эта зависимость связана с тем, что подвижность μ в случае вырождения определяется плотностью состояний на поверхности Ферми, которая, как уже отмечалось, осциллирует с изменением толщины пленки. Изменение матричных элементов переходов при уменьшении толщины пленки, вообще говоря, также влияет на вид функции $\mu(L)$, однако осцилляционный характер этой зависимости не нарушается. Действительно, время релаксации электрона с плоским импульсом \mathbf{k} , находящегося в s -й подзоне, можно представить в виде суммы

$$\frac{1}{\tau_s} = \sum_{s'} \frac{1}{\tau_{ss'}}, \quad (3,1)$$

где $\tau_{ss'}$ — время релаксации, связанное с переходами в s' -ю подзону, причем максимальное значение s' равно числу заселенных подзон. Исходя из двумерного кинетического уравнения, можно показать, что при упругом рассеянии время релаксации имеет такой же вид, как и в трехмерном случае^{27, 28}.

В случае вырождения при уменьшении толщины число слагаемых в (3,1) увеличивается на единицу каждый раз, когда начинает заселяться новая подзона. Это приводит к скачку времени релаксации и подвижности, поскольку $|M_{ss'}|^2$ — плавная функция L . В том случае, когда матричный элемент не зависит от \mathbf{k} и номера подзоны (см. ниже), зависимость $1/\tau_{ss'}$ от толщины определяется множителем $1/L$, который возникает в (3,1) при переходе от суммирования к интегрированию. Последующее суммирование в (3,1) приводит к осцилляционной зависимости $1/\tau_s$ от толщины пленки.

Перейдем к рассмотрению конкретных механизмов рассеяния. Рассмотрение электрон-фононного взаимодействия в полупроводниковой пленке для случая, когда заселена одна подзона (см. условия (1,2), (1,3)), проведено в работах^{27, 29}. Характер этого взаимодействия зависит не только от специфики электронных состояний, но также и от вида фононов

в пленке. Вообще говоря, фононный спектр в пленке квантован так же, как и электронный. Расстояние между отдельными фононными ветвями $\omega_s(\mathbf{q})$ (\mathbf{q} — двумерный вектор) порядка

$$\frac{\pi c}{L} \sim \frac{\Theta}{nh}, \quad (3,2)$$

где c — скорость звука, Θ — температура Дебая, n — число атомных слоев в пленке. Однако если пленка лежит на подложке, характер колебаний зависит от соотношения упругих констант пленки и подложки.

Если упругие константы пленки и подложки имеют близкие значения, то фононы в пленке можно считать такими же, как в массивном образце. Может представиться также случай, когда пленка совершенно свободна или же слабо связана с подложкой. В этом случае фононы определяются из решения уравнения колебаний пластины со свободными границами.

Если фононы считать такими же, как в массивном образце, то для матричного элемента получается следующее выражение:

$$|M_{kk'}|^2 = \frac{E^2 k_B T}{2\rho V c_l^2} \chi(q_z), \quad (3,3)$$

где $\chi(q_z) = \frac{\pi^4 \sin^2 q_z l}{q_z^2(q_z)}$, c_l — скорость продольных волн, ρ — плотность материала пленки, E — константа деформационного потенциала. Наличие в (3,3) множителя $\chi(q_z)$ связано с несохранением поперечного квазиимпульса из-за ограниченности пленки. Поскольку заселена одна подзона, время релаксации определяется формулой (3,1), в которой $s = s' = 1$. При замене суммирования по q_x и q_y на интегрирование возникнет множитель $1/L$, поэтому $1/\tau \sim 1/L$. Для оценки коэффициента при $1/\tau$ суммирование по q_z также заменим интегрированием (если рассматривается приповерхностный слой, то квантования q_z нет, и такой подход строго верен). Окончательно получим

$$\frac{1}{\tau} = \frac{3}{L} \frac{m^* E^2 k_B T}{\hbar^3 \rho c_l^2}. \quad (3,4)$$

Как видно из (3,4), характер зависимости числа столкновений от толщины пленки такой же, как для плотности состояний. Существенно также, что τ не зависит в пленке от квазиимпульса, в отличие от массивного образца, где при рассеянии на фононах $1/\tau \sim |\mathbf{k}|$. Это вполне естественно, так как отношение $\tau/\tau_{\text{пасс}}$ должно быть функцией безразмерной величины Lk . Отметим, во избежание недоразумений, что формула (3,4) верна при $L \gg a$ (a — параметр решетки), а, с другой стороны, L ограничено сверху условиями заполнения одного слоя.

Поскольку τ для всех электронов одно и то же, подвижность μ пропорциональна τ , т. е. $\mu \sim L$. Таким образом, даже в «идеальной» пленке, т. е. без учета рассеяния на поверхностных дефектах, подвижность уменьшается с уменьшением толщины.

Время релаксации электронов в пленке при заселении двух подзон было найдено Иогансеном в работе ⁵⁹.

В случае тонкой пленки со свободными границами необходимо учитывать специфику фононных состояний. Наиболее ярко эти особенности проявляются при низкой температуре

$$T < \frac{\Theta}{n} \quad (3,5)$$

(Θ — температура Дебая, n — число атомных слоев в пленке), когда возбуждены лишь низшие ветви $\omega_s(q)$: волны изгиба, продольные и поперечные волны. Наибольший вклад в сопротивление дают продольные волны.

Как показано в работе ²⁹, и в данном случае время релаксации τ пропорционально толщине пленки.

При более высоких температурах, когда не выполняется условие (3,5), требуется, вообще говоря, учитывать и более высокие фоновые ветви. Дисперсионные соотношения и плотности состояний для всех возможных типов волн в пленках были получены в работе ³⁰.

Когда в случае вырождения заселено несколько подзон, подвижность осциллирует с изменением толщины примерно так же, как и плотность состояний.

Рассеяние электронов в пленках с квазидискретным спектром на точечных дефектах изучалось в работах Сандомирского ⁸, ²². В работе ⁸ показано, что время релаксации, обусловленное упругим рассеянием на хаотически распределенных центрах с δ -образным потенциалом

$$V(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^N u\delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}_j)$$

(\mathbf{R}_j — координата центра рассеяния, N — число центров рассеяния в объеме пленки), в случае заселения одной подзоны пропорционально толщине пленки L .

Сандомирским была также найдена зависимость времени релаксации и электропроводности от толщины полуметаллической пленки при произвольном числе заполненных электронных и дырочных подзон, причем также предполагалось, что рассеяние происходит на δ -образном потенциале. В такой модели время релаксации имеет вид ²²

$$\frac{1}{\tau_{sh}} = \frac{Nu^2}{2} m(L),$$

где $m(L)$ — число заполненных подзон.

Таким образом, с изменением толщины, когда начинает заполняться новая подзона, число возможных переходов увеличивается скачком, что и приводит к осцилляционной зависимости τ от L . Так как в данном случае τ одно и то же для всех электронов на поверхности Ферми, то τ пропорционально μ и зависимость такая же, как $\tau(L)$.

Электропроводность тонких полупроводниковых пленок была рассмотрена также в работе Безэка ³². В этой работе учтена только зависимость энергии Ферми от толщины. Однако зависимость подвижности от толщины, которая вносит основной вклад в осцилляции проводимости, в ³² не учтена.

Удельное сопротивление пленки осциллирует не только с изменением толщины, но может также осциллировать с изменением продольного электрического поля. Осцилляции сопротивления могут появиться при таких значениях поля, когда энергия, приобретаемая электроном на длине свободного пробега, равна расстоянию между квантовыми уровнями. Этот эффект рассмотрен Куликом ³³ в предположении, что квантовые размерные эффекты вносят небольшую поправку в сопротивление. Естественно, что рассмотрение, проведенное в ³³, применимо, когда заселено много подзон (металлические и сравнительно толстые полупроводниковые пленки).

2. Сравнение с экспериментом

Как уже отмечалось, в опытах, проведенных на пленках висмута ¹²⁻¹⁵, была обнаружена осцилляционная зависимость сопротивления и холловской подвижности от толщины (рис. 5).

Поскольку эффективная масса дырок в поперечном направлении в пленке почти на два порядка больше, чем для электронов, расстояния

между дырочными подзонами значительно меньше, чем между электронными. Следовательно, условия квантования (1,2), (1,3) для дырок более жесткие. Кроме того, число заселенных дырочных подзон, если они даже и не размыты, как отмечалось, всегда в 6—7 раз больше числа заполненных электронных подзон. Поэтому существенное влияние на кинетические характеристики оказывает лишь квантование электронного движения.

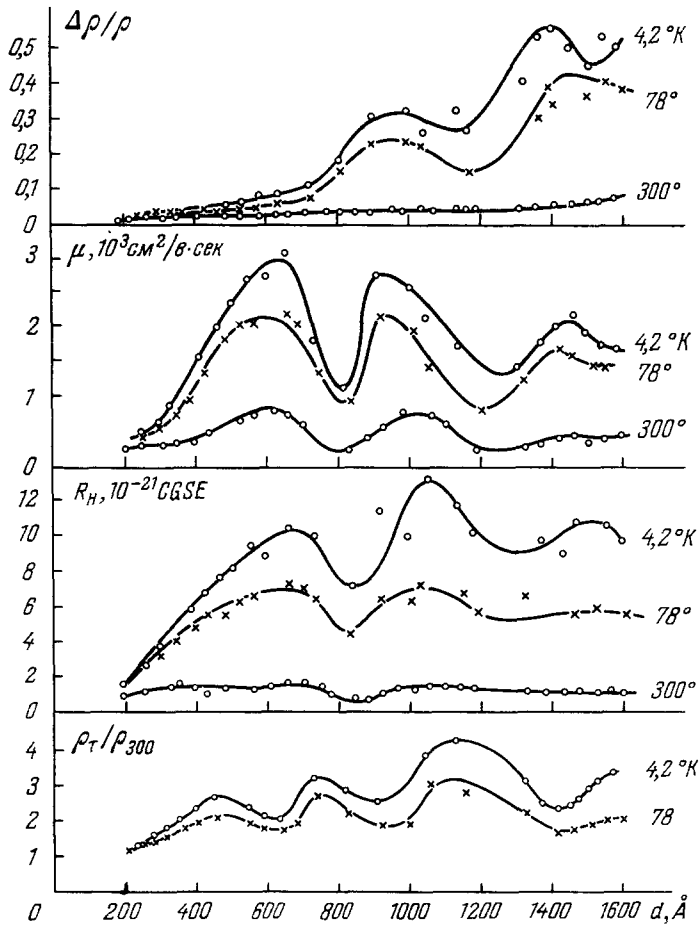


Рис. 5.

Холловская подвижность μ при $n_p = n_e$ равна $\mu_h - \mu_e$. С ростом L при толщинах, соответствующих началу заполнения новой подзоны, когда происходит скачок плотности состояний электронов (см. рис. 4), μ_e скачкообразно уменьшается, что приводит к росту холловской подвижности (положительный знак постоянной Холла означает, что дырочная проводимость в пленке преобладает). Если бы не было размытия уровней в подзонах, то на кривой $\mu(L)$ при толщине, соответствующей началу заполнения новой подзоны, должен был бы происходить резкий скачок на конечную величину так же, как это имеет место на кривой плотности состояний. Однако на экспериментальных кривых резких скачков не наблюдается, что связано с размытием уровней на величину порядка \hbar/τ . При относительно больших толщинах, когда заселено несколько электронных подзон, модель прямоугольной ямы сравнительно хорошо работает и химический

потенциал слабо зависит от толщины. Это приводит к тому, что заселение новых подзон происходит через равные интервалы L . Как видно из рис. 5, именно такое расположение максимумов наблюдается экспериментально. Исключение составляет первый интервал, что, видимо, связано с отступлением от выбранной модели при малой толщине пленки.

При малых толщинах на графике наблюдается спад μ с уменьшением толщины, что находится в согласии с теорией, которая предсказывает линейную зависимость $\tau \sim L$ при различных механизмах рассеяния, если заполняется одна подзона. Как и следовало ожидать, максимумам μ отвечают минимумы сопротивления на кривых рис. 5. Ход кривой $\rho(L)$ определяется не только подвижностью, но и зависимостью концентрации от толщины, которую мы рассмотрим более подробно в гл. IV в связи с эффектом Холла. Все осцилляции проявляются резче при более низких температурах, что связано с лучшим выполнением условий квантования.

В работе ¹⁴ была исследована температурная зависимость удельного сопротивления и постоянная Холла для пленок Bi , имеющих различную толщину. Для всего интервала температур ($T \sim 4,2 - 200^\circ \text{K}$) удельное сопротивление оказалось осциллирующей функцией толщины, причем, что важно отметить, период осцилляций от температуры не зависит. Этот период совпадает с периодом, найденным в ¹², ¹³. В ¹⁴ подтверждено, что большая величина осцилляций определяется зависимостью подвижности электронов от толщины.

В работах ⁶¹ наблюдалась необычная зависимость электропроводности и магнетосопротивления в пленках Bi от толщины, которую авторы объясняют размерным квантованием. Однако это объяснение не является однозначным, поскольку осцилляции в опыте не наблюдались. По-видимому, это связано с тем, что опыты проводились при комнатной температуре. Качество пленок в ⁶¹ не исследовалось.

Как уже отмечалось в гл. I, квантование сопротивления было обнаружено в пленках сурьмы ¹⁷. Ввиду того что в Sb эффективные массы сравнительно велики, период осцилляций должен быть много меньше, чем в висмуте. Из опыта следует, что период осцилляций примерно постоянен во всем исследованном интервале толщин и равен $\sim 30 \text{ \AA}$. В ¹⁷ измерения постоянной Холла не проводились, и поэтому критерий (1,1) проверить невозможно. Критерий (1,3) в опытах выполнялся из-за малых исследуемых толщин для температур, меньших 600°K , и осцилляции имели место даже при комнатных температурах.

Авторы ¹⁷ делают попытку, исходя из найденного периода осцилляций, определить соотношение электронной и дырочной масс, ответственных за квантование. При этом, однако, они используют зависимость между периодом осцилляций и массами, верную в изотропном случае ²², т. е. когда при любой толщине заселено одинаковое число дырочных и электронных подзон. На самом же деле дисперсионные соотношения $\mathcal{E}(\mathbf{k})$ довольно сложные, и анизотропией пренебрегать нельзя. Правильный учет анизотропии эффективных масс и различного числа электронных и дырочных долин в сурьме приводит к тому, что число заселенных электронных и дырочных подзон будет различным. Для значений масс, приведенных в ⁵⁶, оценка по формуле $\left(r \frac{m_{||}}{m_{\perp}}\right)^{1/3}$ (см. гл. II и III) показывает, что число заполненных электронных подзон примерно в два раза больше, чем дырочных. Тот факт, что в экспериментах явно проявляется лишь один период осцилляций, показывает, что эти осцилляции связаны с квантованием лишь одного типа носителей, по-видимому электронов. Это может быть связано с тем, что для дырок не выполняется условие квантования (1,1) или же дырки дают малый вклад в проводимость.

IV. ТОНКИЕ ПОЛУМЕТАЛЛИЧЕСКИЕ И ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ ПЛЕНКИ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Если тонкая пленка помещена в магнитное поле, то квантование движения электрона будет обусловлено как ограниченностью образца, так и наличием уровней Ландау. В поперечном поле независимо квантуются поперечное движение из-за ограниченности пленки и продольное движение из-за наличия магнитного поля. Поэтому спектр становится чисто дискретным, а уровни энергии образуются в результате наложения пленочных уровней и уровней Ландау. В случае же продольного поля нельзя разделить влияния ограниченности поперечных размеров пленки и магнитного поля. В результате совместного действия этих факторов поперечное движение электрона становится квантованным, а продольное движение по-прежнему остается квазиклассическим, но при этом возникает анизотропия эффективных масс.

Таким образом, при наложении магнитного поля на пленку спектр становится дискретным или квазидискретным. Это обстоятельство также должно привести к осцилляции кинетических и термодинамических величин. Однако в данном случае осцилляции возможны как при изменении толщины пленки, так и при изменении поля. Если пленка достаточно толстая, то осцилляции с изменением поля переходят в известные осцилляции типа де Гааза—ван Альфена для диамагнитной восприимчивости, Шубникова—де Гааза для проводимости в магнитном поле и т. д.

1. Осцилляции магнитной восприимчивости в тонкой пленке

Диамагнитные свойства в продольном поле впервые были рассмотрены Косевичем и Лифшицем², причем квантование изучалось как квазиклассически, так и путем точного решения уравнения Шрёдингера при специальном выборе пленочного потенциала. Для полуметаллов и полупроводников, когда заполняются нижние дискретные уровни и квазиклассическое приближение не выполняется, наибольший интерес представляет второй случай. Если потенциал в пленке аппроксимировать параболической потенциальной ямой

$$V(r) = \frac{m\omega_0^2}{2} z^2$$

(параметр ω_0 растет при уменьшении толщины; оценку можно получить из соотношения неопределенности $\hbar\omega_0/2 = (\pi/L)^2 \hbar^2/2m$, то получается следующий спектр:

$$\mathcal{E} = \left(M + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_c + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m} + \frac{\omega_0^2}{\omega_c^2} \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m}, \quad (4,1)$$

где $\bar{\omega} = \sqrt{\omega_c^2 + \omega_0^2}$, поле направлено вдоль x , ω_c — циклотронная частота.

Из выражения (4,1) получается формула для периода осцилляций при изменении магнитного поля:

$$\Delta\left(\frac{1}{H}\right) = \frac{2\mu_B}{\hbar} \left(\frac{\bar{\omega}}{\omega_c}\right)^2 \quad (4,2)$$

(μ_B — магнетон Бора). В предельном случае макроскопического кристалла ($\omega_0 = 0$) получается обычная формула.

При фиксированной толщине пленки с ростом магнитного поля период осцилляций $\Delta(1/H)$ уменьшается. Это связано с тем, что расстояние между «магнитопленочными» уровнями слабее зависит от магнитного поля, чем интервалы между уровнями Ландау в массивном образце.

Важно отметить, что в пленке критерий существования эффекта де Гааза — ван Альфена становится менее жестким. В массивном образце магнитное поле должно быть достаточно велико, чтобы выполнялись условия

$$\omega_c \tau \gg 1, \quad \hbar\omega_c \gg k_B T. \quad (4,3)$$

В пленке роль циклотронной частоты играет «магнитопленочная» частота $\tilde{\omega}$ и критерий имеет вид

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 + \omega_c^2} \gg \frac{1}{\tau}, \quad \hbar\tilde{\omega} \gg k_B T. \quad (4,4)$$

При сравнительно малых толщинах $\tilde{\omega}$ определяется в основном величиной ω_0 . Поэтому уже при малых магнитных полях критерий де Гааза — ван Альфена будет выполнен.

Период осцилляций, однако, при больших ω_0 будет велик, так как изменение магнитного поля будет сравнительно слабо сказываться на величине $\tilde{\omega}$. Действительно, чтобы имели место осцилляции, требуется, чтобы верхний заполненный магнитопленочный уровень поднялся на $\hbar\tilde{\omega}$. Это поднятие равно произведению изменения расстояния между соседними уровнями

$$\hbar\omega_c \frac{\Delta\omega_c}{\omega_0}$$

на число заполненных уровней. Следовательно,

$$\Delta\omega_c \sim \frac{\hbar\omega_0^3}{\omega_c \mu_F}.$$

Для приемлемых значений периода осцилляций Δ (H^{-1}) необходимо, чтобы число заполненных уровней $\frac{\mu_F}{\hbar\omega_0}$ было не очень малым. Приведем оценки для пленок Bi , для которых наблюдались пленочные уровни. При толщине $L \sim 2000 \text{ \AA}$ и $H \sim 10^3 \text{ гс}$ ($\omega_c \sim 0,3\omega_0$) получим значение периода осцилляций $\Delta\omega_c$ порядка самой циклотронной частоты ω_c .

Осцилляции магнитной восприимчивости возникнут также при изменении толщины пленки L . Эти осцилляции, однако, возникают лишь в определенном интервале толщин. При больших L не выполняется критерий эффекта де Гааза — ван Альфена, если магнитное поле недостаточно велико ($\omega_c \ll 1/\tau$). Если же магнитное поле большое ($\omega_c > 1/\tau$), то осцилляции не возникают по другой причине. Сдвиг уровней будет недостаточным, так как изменение толщины мало сказывается на $\tilde{\omega}$. С уменьшением толщины эффект пропадает, когда заселенной остается лишь одна подзона. Это минимальное значение толщины будет тем больше, чем больше магнитное поле.

Для промежуточной области толщин период осцилляций легко получается из качественных соображений, описанных выше.

Если дополнительно предположить $\omega_c \ll \omega_0$, то получается

$$\frac{\Delta L}{L} \sim \frac{\hbar\omega_0}{\mu_F}. \quad (4,5)$$

Для приведенных параметров в пленке Bi $\Delta L \sim 200 \text{ \AA}$.

Перейдем к рассмотрению диамагнетизма для случая, когда поле перпендикулярно пленке. Для данной ориентации поля энергетический спектр электрона представляет наложение пленочных и магнитных уровней энергии $\mathcal{E} = \mathcal{E}_s + \left(M + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_c$. При постоянной толщине изменение магнитного поля приводит к одновременному пересечению поверхности Ферми уровнями с различными значениями s . Поэтому в пленке,

при произвольном виде пленочного потенциала, произойдет уменьшение амплитуды осцилляций и нарушится периодичность в их расположении. Если же заселяется только один пленочный уровень, то нарушения периодичности не произойдет. Период осцилляций в этом случае $\frac{\Delta\omega_c}{\omega_c} \sim \frac{h\omega_c}{\mu_F - \mathcal{E}_1}$ при уменьшении L будет возрастать.

Осцилляции диамагнитной восприимчивости будут происходить также при изменении L , так как при некоторых значениях толщин число заселенных магнитных уровней меняется скачком.

Особенности в плотности состояний в пленке приведут также к осцилляциям спиновой парамагнитной восприимчивости⁷. Происхождение этого эффекта легко понять из следующих рассуждений. Пусть уровень Ферми в отсутствие магнитного поля лежит между уровнями \mathcal{E}_s и \mathcal{E}_{s+1} . При условии полного вырождения $k_B T < \mathcal{E}_{s+1} - \mathcal{E}_s$ магнитный момент равен

$$M = \int_{\eta - \mu_B H}^{\eta + \mu_B H} N_{\text{пл}}(\mathcal{E}) d\mathcal{E}. \quad (4,6)$$

Пока магнитное поле мало, так что $\eta \pm \mu_B H$ лежит на одной ступеньке интервала $\mathcal{E}_s, \mathcal{E}_{s+1}$, магнитный момент будет пропорционален полю, так как плотность состояний в этом интервале энергий постоянна. Если при увеличении поля произойдет пересечение уровня \mathcal{E}_s , то магнитная восприимчивость уменьшится скачком, а при пересечении уровня \mathcal{E}_{s+1} — увеличится скачком. При дальнейшем увеличении поля магнитная восприимчивость будет пульсировать.

2. Г а л ь в а н о м а г н и т н ы е я в л е н и я в т о н к и х п л е н к а х

Перейдем к рассмотрению гальваномагнитных явлений в тонких пленках. Изучение этих явлений представляет практический интерес в связи с тем, что они используются для определения концентрации носителей и особенностей энергетического спектра полупроводников. Соотношения, полученные при рассмотрении гальваномагнитных явлений в массивном полупроводнике, нельзя переносить автоматически на тонкую пленку без учета специфики пленочных состояний. Мы остановимся отдельно на случае квантующего магнитного поля и на случае, когда квантование Ландау не является существенным.

а) К в а н т у ю щ е е м а г н и т н о е п о л е. В случае квантующего магнитного поля происходит перестройка спектра, обусловленная ограниченностью образца и появлением уровней Ландау.

Для массивного образца поперечные гальваномагнитные явления были впервые рассмотрены Титейкой³⁴, и позднее строгая квантовая теория на основе решения уравнения для матрицы плотности была предложена Адамсом и Холстейном³⁵. Ерухимовым и одним из авторов указанная задача решалась в применении к пленке³⁶.

Для электрона в поперечном магнитном и продольном электрическом полях волновая функция пропорциональна $\exp\{-(x - x_k^0)^2/l^2\}$, а спектр имеет вид

$$\mathcal{E}_{Mk} = \left(M + \frac{1}{2}\right) h\omega_c + \mathcal{E}_s - e\mathcal{E}x_k^0, \quad (4,7)$$

где k — в данном случае проекция квазиимпульса на ось y , центр осцилляций

$$x_k^0 = -l_k^2 + \frac{e\mathcal{E}}{m^*\omega_c},$$

магнитная длина $l = (\hbar/m^*\omega_c)^{1/2}$, \mathcal{E}_s — пленочные уровни. Хаотический характер рассеяния, так же как и в массивном кристалле, приведет к тому, что возмущенное состояние не будет чистым и возникнут переходы между стационарными уровнями. Электронная система в этом случае должна описываться матрицей плотности. Холловский ток j_y имеет определенное значение уже в стационарном состоянии. Постоянная Холла будет также равна $R = 1/ecn$, однако концентрация и в этом случае является функцией L и H . Так как зависимость ψ от x описывается действительной функцией, ток j_x вдоль электрического поля может появиться только в результате рассеяния. При рассеянии происходят переходы с изменением дискретных квантовых чисел s и M и центра осцилляции x_k^0 , пробегающего непрерывный ряд значений. Поскольку волновая функция локализована в интервале l , матричные элементы потенциала рассеяния существенно отличны от нуля только для переходов, для которых $x_k^0 - x_{k'}^0 \sim l$. Для таких переходов электрическая энергия должна измениться на величину $e\mathcal{E}l$. Если электрическое поле мало, а интервалы между магнитными уровнями и пленочными уровнями достаточно велики, так что $\hbar\omega_c \gg e\mathcal{E}l$ и $\Delta\mathcal{E}_s \gg e\mathcal{E}l$, то закон сохранения энергии запрещает какие-либо переходы между стационарными состояниями. Эта ситуация является специфичной для пленки. В массивном образце, где энергия движения электронов вдоль магнитного поля непрерывна, переходы между стационарными состояниями возможны при сколь угодно малом электрическом поле E . Это обстоятельство позволяет искать добавку к матрице плотности в массивном кристалле в виде ряда по степеням E , что приводит для малых полей к закону Ома. В случае же пленки ток практически отсутствует вплоть до полей $E \leq E_0 = \hbar\omega_c/el$, т. е. таких полей, в которых электрон на магнитной длине приобретает энергию $\hbar\omega_c$.

При условии, что заполнен один магнитный и один пленочный уровень, вычисления³⁶ приводят к зависимости диссипативного тока j_x от напряженности E вида

$$j_x \sim \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{E_0}{E} \right)^2 \right\}. \quad (4,8)$$

При заселении нескольких магнитных уровней вид $j_x(E)$ качественно не меняется, однако параметр E_0 становится немонотонной функцией H , что приводит к осцилляторной зависимости диссипативного тока от магнитного поля.

Для очень больших значений магнитного поля, когда заселен только один магнитный уровень, эта зависимость становится монотонной. Для того чтобы магнитное поле было квантующим, необходимо выполнение условий

$$\frac{\hbar}{\tau} \ll \hbar\omega_c, \quad k_B T \ll \hbar\omega_c. \quad (4,9)$$

Второе из этих условий не накладывает жесткого ограничения на температуру, особенно когда циклотронная масса $m_c = \sqrt{m_1^* m_2^*}$ мала, как это имеет место, например, в пленках Bi , на которых наблюдалось квантование поперечного движения, или в InSb . Условие (4,9) является более жестким по отношению ко времени релаксации или связанной с ним подвижности, которая в пленках ниже, чем в массивном образце. Сравнительно перспективными в смысле выполнения условий (4,9) являются пленки InSb , в которых вследствие изотропии закона дисперсии циклотронная масса при любой ориентации пленки мала: $m_c^* \sim 0,01m_0$. Для изотропного закона дисперсии условия (4,9) эквивалентны условию

$$\mu > \frac{10^8}{H} \frac{\text{см}^2}{\text{в} \cdot \text{сек}}.$$

При продольном квантующем магнитном поле⁶⁰ ситуация резко меняется, так как движение вдоль пленки можно считать квазиклассическим. При рассмотрении эффекта де Гааза — ван Альфена отмечалось, что наличие продольного магнитного поля приводит (см. (4,1)) к увеличению расстояния между дискретными пленочными уровнями, что эффективно эквивалентно уменьшению толщины. Влияние магнитного поля на движение вдоль пленки сводится как бы к увеличению эффективной массы в направлении, перпендикулярном полю. При изменении магнитного поля плотность состояний на поверхности Ферми будет осциллировать. В эффекте де Гааза — ван Альфена это приводило к пульсациям магнитной восприимчивости, а в данном случае будут иметь место пульсации тока (эффект Шубникова — де Гааза). Осцилляции будут возникать также при изменении толщины. Критерий существования эффекта, очевидно, будет таким же, как и в случае эффекта де Гааза — ван Альфена (4,3).

б) Н е к в а н т у ю щ е е п о п е р е ч н о е м а г н и т н о е п о л е. Рассмотрим случай, когда квантованием Ландау можно пренебречь (условия (4,9) не выполняются). В поперечном магнитном поле, если можно ввести время релаксации, зависимость постоянной Холла R_H и магнетосопротивления $\Delta\rho/\rho$ от τ в пленке будет такой же, как в массивном образце, так как при выводе этих соотношений размерность пространства несущественна. Постоянная Холла и магнетосопротивление в массивном кристалле находятся методом кинетического уравнения. При переходе к пленке естественно считать, что кинетическое уравнение верно только при рассмотрении продольного движения носителей, которое можно считать квазиклассическим. Неквантующее магнитное поле, направленное перпендикулярно пленке, не нарушает квазиклассического характера продольного движения. Поэтому метод кинетического уравнения может быть применен для расчета эффекта Холла и магнетосопротивления вдоль пленки в поперечном магнитном поле.

Если магнитное поле слабое ($\omega_c \ll 1/\tau$), то R_H и $\Delta\rho/\rho$ определяются, как известно, соотношениями

$$R_H = -\frac{\bar{\tau}^2}{\tau^2} \frac{1}{enc}, \quad \frac{\Delta\rho}{\rho} = \left(\frac{eH}{m^*c}\right)^2 \frac{\bar{\tau}^3\bar{\tau} - \bar{\tau}^2}{\bar{\tau}^2} \quad (4,10)$$

(усреднение по электронным состояниям обозначается чертой).

Так как для различных механизмов рассеяния при заполнении одной подзоны приближенно можно считать, что τ пропорционально L , то, как следует из (4,10), постоянная Холла связана с концентрацией так же, как и в массивном образце. Магнетосопротивление при этом убывает с уменьшением толщины как L^2 ^{22, 28}.

Если заселено много подзон, то в связи с осцилляциями $\tau(L)$ $\Delta\rho/\rho$ также должно осциллировать, а зависимость $R_H(L)$ будет определяться зависимостью концентрации от толщины²².

В случае сильного неквантующего поля ($\omega_c \gg 1/\tau$, $h\omega_c \ll k_B T$) постоянная Холла и магнетосопротивление определяются формулами

$$R_H = \frac{1}{enc}, \quad \frac{\Delta\rho}{\rho} = \bar{\tau} \left(\frac{1}{\tau}\right) - 1. \quad (4,11)$$

В этом случае постоянная Холла опять зависит от толщины только через концентрацию, а магнетосопротивление существенно от L не зависит²⁸.

3. Сравнение с экспериментом

На опыте^{12, 13} наблюдалась зависимость R_H и $\Delta\rho/\rho$ от толщины при магнитных полях $H \sim 10^4$ гс. При значениях подвижности, наблюдававшихся на опыте ($\mu \sim 10^3$ см²/в·сек), указанные поля являются слабыми. Для магнетосопротивления зависимость от L связана с изменением времени релаксации так же, как это имеет место для подвижности. При малых толщинах, как и следует из приведенных рассуждений, $\Delta\rho/\rho$ стремится к нулю. Для толщин, бóльших L_1 , можно считать, что имеет место вырождение, и R_H при условии $n_h = n_e$ определяется формулой

$$R_H = \frac{1}{enc} \frac{\mu_h - \mu_e}{\mu_h + \mu_e}. \quad (4,12)$$

Как показано в²², концентрация есть почти монотонная функция толщины для $L > L_1$.

Как было показано выше (гл. III и II), анизотропия эффективных масс в Vi приводит к тому, что осцилляциями μ_h можно пренебречь по сравнению с осцилляциями μ_e . Поэтому с изменением L множитель $(\mu_h - \mu_e)/(\mu_h + \mu_e)$ в (4,12) будет осциллировать, что, по-видимому, объясняет наблюдавшиеся на опыте осцилляции R . В реальных пленках может оказаться, что концентрации электронов и дырок не равны. При этом формула (4,12) несколько изменится. Однако, если не учитывать анизотропию эффективных масс, нельзя объяснить наблюдавшиеся в^{12, 13} сильные осцилляции константы Холла.

Когда пленка настолько тонкая, что заселяется одна подзона, постоянная Холла убывает с уменьшением L , как это видно из экспериментальной кривой (см. рис. 5). Если пользоваться моделью прямоугольной ямы для аппроксимации закона квантования, то при малых толщинах порядка 300—400 Å²⁴ должно исчезнуть перекрытие энергетических зон в пленках Vi , что должно привести к экспоненциальному уменьшению концентрации с уменьшением толщины. Спад концентрации должен был бы вызвать резкий рост R , которого на опыте не наблюдается. Это показывает, что в исследуемых образцах перехода в диэлектрическое состояние не происходит, т. е., видимо, при малых толщинах модель прямоугольной ямы дает плохое приближение.

V. ТЕМПЕРАТУРА ПЕРЕХОДА В СВЕРХПРОВОДЯЩЕЕ СОСТОЯНИЕ В ТОНКИХ ПЛЕНКАХ С КВАЗИДИСКРЕТНЫМ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИМ СПЕКТРОМ

Условия появления сверхпроводимости в пленках с квантованным спектром отличаются от соответствующих условий в массивном образце. Это связано с зависимостью электронной плотности состояний от толщины пленки и с особым характером куперовского спаривания. Электроны, образующие куперовские пары в пленке, должны иметь противоположные плоские импульсы \mathbf{k} , как и в массивном образце. Что же касается дискретного квантового числа s , то оно должно быть одним и тем же для обеих электронов пары, поскольку электроны из разных подзон с данной энергией имеют разные \mathbf{k} . Таким образом, спариванием электронов, находящихся в различных подзонах, можно пренебречь, по крайней мере до тех пор, пока $\Delta\mathcal{E}_s \gg k_B T_c$ (это соответствует толщинам $L \ll 10^{-5}$ см).

Описанная картина куперовского спаривания электронов в пленке аналогична двухзонной модели массивного сверхпроводника³⁷, в которой пренебрегают спариванием электронов, принадлежащих разным подзонам.

1. Случай заселения одной подзоны

Наибольший интерес представляет случай заселения лишь одной подзоны (полуметаллы, полупроводники), когда специфический характер пленочного состояния проявляется наиболее сильно. Отметим, что сверхпроводимость недавно была обнаружена в вырожденных полупроводниках (GeTe, SrTiO₃, PbTe)²⁷.

При заселении электронами одной подзоны задача в k -пространстве становится двумерной, хотя пленка является существенно трехмерным образованием ($L \gg a$). Обычный способ нахождения энергетической щели приводит к уравнению, аналогичному уравнению Купера для массивного сверхпроводника:

$$1 = \frac{g}{2V} \sum_{k'} \frac{\text{th} \frac{\sqrt{\Delta^2 + \xi_{k'}^2}}{2k_B T}}{\sqrt{\Delta^2 + \xi_{k'}^2}}, \quad (5,1)$$

где V — объем пленки. Суммирование в (5,1) проводится по двумерной зоне Бриллюэна. Константа взаимодействия g , вообще говоря, несколько отличается от g в массивном образце. Однако это отличие не принципиально, по крайней мере не содержит множителей $1/L$, что видно из выражения для константы взаимодействия, полученной на основе рассмотрения гамильтониана Фрëлиха $g = M |_{kk'}|^2 / \hbar \omega$, где матричный элемент

$$M_{kk'} = \frac{E}{V} \int \psi_{k'}^* \text{div} \bar{u} \psi_k dV,$$

ψ и u нормированы на объем пленки.

Двумерное уравнение Купера приводит³⁸ к обычной связи критической температуры и энергетической щели при абсолютном нуле: $2\Delta = 3,52 k_B T$, причем

$$\Delta = 2\hbar\omega_c \exp\left(-\frac{2\pi}{g} \frac{L\hbar^2}{m^*}\right). \quad (5,2)$$

отличительной особенностью данного случая является факт экспоненциальной зависимости энергетической щели и T_c от толщины пленки. Это обстоятельство обусловлено зависимостью плотности состояний от L в одной подзоне: как видно из (5,2), показатель экспоненты может быть представлен в виде $-1/gN(L)$. Из (5,2) следует, что если массивный полупроводник или полуметалл является сверхпроводником, то в пленочном состоянии при достаточно малой толщине можно добиться более высокого значения критической температуры. Другой особенностью T_c в пленке при заполнении лишь одной подзоны является слабая зависимость от концентрации носителей. Эта особенность связана с тем, что плотность состояний на уровне Ферми не зависит от концентрации, а характерная фононная частота ω_c и константа связи g не могут дать сильную зависимость, так как в сверхпроводящих полупроводниках существенны лишь междолинные переходы (см. ниже). Разумеется, эти выводы не справедливы для очень малых концентраций, когда электронная система далека от вырождения. Характерная фононная частота ω_c определяется средним значением импульса виртуального фонона. Притяжению между электронами отвечают импульсы виртуальных фононов порядка разности импульсов взаимодействующих электронов.

В связи с этим в полупроводниках и полуметаллах куперовскому спариванию электронов из одной долины будет отвечать малая фононная частота, значительно меньшая дебаевской. Следовательно, в полупроводниках с одной долиной нельзя ожидать высоких T_c ³². Коэн обратил вни-

вание на то, что в многодолинном полупроводнике возможны высокие значения критической температуры за счет междолинных переходов ⁴⁰. В случае пленки имеет место та же ситуация, т. е. можно ожидать появления сверхпроводимости только при наличии нескольких долин. Следовательно, в формуле (5,2) характерная фононная частота имеет порядок дебаевской частоты, так как междолинным переходам отвечает передаваемый импульс порядка постоянной обратной решетки.

Выше мы отметили, что плотность состояний в пленке на уровне Ферми при заполнении одной подзоны не зависит от концентрации носителей. В связи с этим можно ожидать появления сверхпроводимости в полупроводниковых пленках с низкой концентрацией носителей. Такой полупроводник в непосредственной близости нуля температур является невырожденным (примесная зона узка и не перекрывается с зоной проводимости). С повышением температуры может наступить вырождение. Возможность возникновения сверхпроводимости полупроводников при наличии такой ситуации исследовалась Коганом и одним из авторов ⁴¹. Как показано в этих работах, сверхпроводимость может появиться в интервале температур, ограниченном как сверху, так и снизу.

Существование нижней температурной границы сверхпроводимости $T_{св}$ связано с тем, что при $T < T_{св}$ полупроводник далек от вырождения и куперовское спаривание не возникает.

2. Случай пленки металла

Особенности сверхпроводимости при большой концентрации носителей, когда заполняется несколько энергетических подзон в пленке, впервые были рассмотрены Блаттом и Томпсоном ⁴². Ими было численно решено трехмерное уравнение Купера с учетом квантования энергии электрона для фиксированных параметров, характерных для металлов. В работе ⁴² не был учтен особый характер куперовского спаривания электронов в пленке, поэтому полученные осцилляции критической температуры при изменении толщины полностью обусловлены эффектом пульсации плотности состояний. Влияние зависимости плотности состояний от толщины на T_c исследовалось также в работах ^{43, 44}.

Как отмечалось, куперовское спаривание в пленке должно происходить только между электронами, принадлежащими одной и той же подзоне. Поэтому система двумерных уравнений должна иметь вид ⁴⁵

$$\Delta_s = \frac{g_{sl}}{2V} \sum_l \sum_{kl} \frac{\Delta_l \operatorname{th} \frac{\xi_l}{2k_B T}}{\xi_l}, \quad (5,3)$$

где Δ_s — щель в s -й подзоне, g_{sl} — константа взаимодействия, отвечающая виртуальным переходам между s -й и l -й подзонами, $\xi_e = \sqrt{\Delta^2 + \xi_e^2}$ — энергия электрона в нормальном металле, отсчитанная от уровня Ферми, как и в модели многозонного массивного металла.

Критическая температура будет одинакова для всех подзон, хотя энергетические щели Δ_s , вообще говоря, различны. Из системы (5,3) получается выражение для критической температуры:

$$T_c = 1,14 \hbar \omega_c \exp \left\{ - \frac{2\pi L \hbar^2}{m^* \sum_l g_{li} \lambda_l} \right\}, \quad (5,4)$$

где $\lambda_e = \Delta_e / \Delta$ при $T \rightarrow T_c$.

Константы связи g_{sl} , вообще говоря, неодинаковы. Однако, если пренебречь их различием, щели Δ_s оказываются равными и формула (5,4)

переходит в

$$T_c = 1,14h\omega_c \exp \left\{ -\frac{1}{gN_{пл}} \right\}, \quad (5,5)$$

т. е. отличие от массивного образца будет лишь в плотности состояний. Ввиду осцилляционного характера $N_{пл}(L)$ критическая температура будет также осциллировать при изменении толщины пленки. Экспериментально такие осцилляции, по-видимому, могут наблюдаться только в полупроводниковых пленках.

При большом количестве заселенных подзон (металлическая пленка) осцилляции имеют малый период (порядка параметра решетки), поэтому имеет смысл говорить только об усредненной зависимости $N_{пл}(L)$. Усредненное значение $N_{пл}$, вообще говоря, растет с уменьшением L . Однако этот эффект мал. По оценкам ⁴⁴, даже при наиболее благоприятном выборе граничных условий, приводящих к максимальной плотности состояний, этот эффект не может объяснить рост критической температуры в пленках некоторых металлов, наблюдаемый экспериментально ^{46, 47, 48, 57} (обзор некоторых экспериментальных работ по изменению T_c в тонких металлических пленках содержится в заметке Максимова ⁴⁹).

Объяснение повышения критической температуры в рамках модели с квазидискретным спектром за счет различия в константах было проведено в ^{50, 51}. В работе ⁵⁰ показано, что среднее значение константы взаимодействия при уменьшении толщины пленки вдвое увеличивается в $\left(1 + \frac{a}{L}\right)$ раз, что приводит к росту критической температуры по формуле $T_L/T_{2L} \approx (h\omega_c/k_B T_{2L})^{a/L}$, где a — порядка постоянной решетки. Оценки, проведенные для пленок Al, дают хорошее согласие с опытом.

Другое возможное объяснение повышения T_c в пленках Al было дано Стронгином и Паскином ⁴⁷ на основе нефононного механизма сверхпроводимости, связанного с взаимодействием электронов с нейтральными молекулами на поверхности, впервые предложенного Гинзбургом ⁵². С точки зрения указанного механизма повышение T_c в пленке можно объяснить взаимодействием электронов с окислом на поверхности. Представляют интерес в связи с этим опыты Алексеевского и Михеевой ⁴⁸, в которых критическая температура в пленках Al не зависела от толщины окисного слоя.

Эффекты квантования могут быть существенными в тех металлах, в которых существуют группы электронов и дырок с малыми эффективными массами и малыми концентрациями. В частности, такой особенностью обладает ферми-поверхность в Al ⁵³. Недавние опыты, проведенные Алексеевским и Веденевым, по фотопоглощению ⁵⁸, по-видимому, подтверждают наличие квазидискретного спектра в пленках алюминия.

Задача об определении критической температуры и спектра одночастичных возбуждений для случая, когда взаимодействие электронов неоднородно по толщине пленки, была рассмотрена в работах ⁵⁴. Было показано, что результаты совпадают со случаем, когда взаимодействие однородно по толщине с точностью до замены константы взаимодействия ее средним значением. Соотношения для T_c и Δ , полученные в ⁵⁴, следуют из результатов работ ^{45, 50}, если константы связи для различных подзон считать одинаковыми. В частности, в этом случае энергетические щели, относящиеся к различным подзонам, как уже отмечалось, будут одинаковыми.

* * *

Накопленный к настоящему времени экспериментальный материал убедительным образом доказывает существование квантовых размерных эффектов в тонких пленках. Однако круг исследованных материалов еще

весьма узок. Это связано, с одной стороны, с трудностями получения совершенных пленок, а также и с тем, что до последнего времени число экспериментальных исследований, направленных на обнаружение квантовых размерных эффектов в полупроводниковых и полуметаллических пленках, было сравнительно мало.

Теперь перед экспериментаторами открываются гораздо более широкие возможности, что связано не только с прогрессом в технологии приготовления пленок, но также и с недавними теоретическими исследованиями, предсказавшими ряд эффектов, доступных для наблюдения. Кроме уже наблюдавшихся пульсаций кинетических коэффициентов при изменении толщины пленки, к настоящему времени показано, что размерное квантование в пленках сильно влияет на такие явления, как эффект де Гааза — ван Альфена, Шубникова — де Гааза, сверхпроводимость полупроводниковых пленок. Размерное квантование может также приводить к заметному увеличению ширины запрещенной зоны в полупроводниках и к переходу полуметалла в диэлектрик, к появлению резонансного поглощения света в пленках, к осцилляционной зависимости сопротивления пленки от продольного электрического поля и т. д.

Для получения более детальной информации о характеристиках реальных пленок должны быть разработаны эффективные методы получения закона дисперсии при наличии квантования из данных эксперимента.

В связи с наметившимся в последнее время прогрессом в методике получения совершенных полупроводниковых и полуметаллических пленок можно ожидать, что число исследуемых материалов будет увеличено. Перспективными являются поиски квантовых эффектов в пленках полупроводниковых соединений типа $A_{III}B_V$, в которых эффективная масса мала, а подвижность велика (например, $InSb$). Для обнаружения перехода полуметалл — диэлектрик при уменьшении толщины удобен сплав Bi и Sb , в котором перекрытие энергетических зон меньше, чем в чистом Bi , и может меняться при изменении концентрации Sb . Желательно также проведение экспериментов с пленками сверхпроводящих полупроводников (например, $GeTe$).

Можно надеяться, что квантовые размерные эффекты окажутся существенными и при изучении приповерхностных областей в полупроводниках.

Квантовые размерные эффекты имеют не только самостоятельный интерес, они в принципе могут быть полезными для определения параметров массивных кристаллов. Однако соответствующая методика еще не разработана. Очень перспективным является создание пленочных приборов, принцип действия которых основан на использовании различных квантовых эффектов^{10, 62-65}.

Горьковский государственный
университет им. Н. И. Лобачевского,
Исследовательский физико-технический институт

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Fröhlich, *Physica* 6, 406 (1937).
2. И. М. Лифшиц, А. М. Косевич, *ДАН СССР* 91, 795 (1953); А. М. Косевич, И. М. Лифшиц, *ЖЭТФ* 29, 743 (1955).
3. И. М. Лифшиц, А. М. Косевич, *Изв. АН СССР, сер. физ.* 19, 395 (1955); Ф. И. Ицкович, *Изв. вузов (Физика)*, № 2, 13 (1961); С. С. Недорезов, *ЖЭТФ* 51, 868 (1966).
4. И. М. Лифшиц, М. И. Каганов, *УФН* 78 (3), 411 (1962).
5. R. Kubo, *J. Phys. Soc. Japan* 17, 976 (1962). Л. П. Горьков, Г. М. Элиашберг, *ЖЭТФ* 48, 1406 (1965).
6. И. М. Дыкман, *Тр. Ин-та физики АН УССР*, № 6, 94 (1954).
7. Б. А. Тавгер, В. Я. Демиховский, *ФТТ* 5, 644 (1963).
8. В. Б. Сандомирский, *Радиотехника и электроника* 7, 1971 (1962).

9. Н. С. Рытова, ДАН СССР 163, 1118 (1965); ФТТ 8, 1725 (1966).
10. Заявка на авторское свидетельство за № 827216/26-9 от 22/III 1963; В. Я. Демиховский, Б. А. Тавгер, Радиотехника и электроника 11, 1147 (1966).
11. E. C. Grinstead, R. W. Hoffman, J. Phys. Rad. 17, 220 (1956).
12. Ю. Ф. Огрин и др.; Письма ЖЭТФ 3, 114 (1966).
13. Ю. Ф. Огрин, В. Н. Луцкий, Р. М. Шефталъ, М. У. Арифова, М. И. Елинсон, Радиотехника и электроника 12, 4 (1967).
14. Ю. Ф. Огрин и др., ЖЭТФ 53, 1218 (1967).
15. Ю. Ф. Комник, Е. Б. Бухштаб, ЖЭТФ 54, 63 (1968).
16. В. Н. Луцкий, Д. Н. Корнеев, М. И. Елинсон, Письма ЖЭТФ 4, 267 (1966).
17. Ф. Ф. Комник, Е. И. Бухштаб, Письма ЖЭТФ 6, 536 (1967).
18. Б. А. Тавгер, ЖЭТФ 48, 185 (1965); Изв. вузов (Физика) 8, 118 (1967).
19. J. R. Schrieffer, Semicond. Surface Phys., Ed. R. N. Kingston, Pennsylvania Univ Press, 1956.
20. F. F. Fang, Phys. Rev. Lett. 16, 797 (1966); S. Kawaji et al., Surface Sci., 6, 362 (1967); 3, 234 (1965).
21. A. V. Fowler et al., J. Phys. Soc. Japan 21, Suppl. 331 (1966).
22. В. Б. Сандомирский, ЖЭТФ 52, 258 (1967).
23. Ю. Ф. Огрин, В. Н. Луцкий, М. И. Елинсон, ФТТ 9, 3234 (1967).
24. В. Н. Луцкий, Письма ЖЭТФ 2, 391 (1965).
25. Н. С. Рытова, ФТТ 8, 2672 (1966).
26. С. Рыжанов, ЖЭТФ 4, 991 (1934); W. Shockley, Phys. Rev. 56, 317 (1939); E. T. Goodwin, Proc. Camb. Phil. Soc. 35, 205 (1939); H. Statz, Zs. Naturforsch. 5a, 534 (1950).
27. В. Я. Демиховский, Б. А. Тавгер, ФТТ 6, 960 (1964).
28. В. Тавгер, Phys. Status Solidi 22, 31 (1967).
29. Б. А. Тавгер, В. Я. Демиховский, Радиотехника и электроника 12, 1631 (1967).
30. Б. А. Тавгер, В. Я. Демиховский, Изв. вузов (Физика) 4, 130 (1966).
31. В. Б. Сандомирский, ЖЭТФ 43, 2309 (1962).
32. V. T. Bezák, Phys. Chem. Sol. 27, 815, 821 (1966).
33. И. О. Кулик, Письма ЖЭТФ 5, 11, 423 (1957).
34. S. Titeica, Ann. d. Phys. 22, 128 (1935).
35. E. N. Adams, T. Holstein, J. Phys. Chem. Sol. 10, 254, (1959) (см. перевод в сб. «Вопросы квантовой теории необратимых процессов», М., ИЛ, 1961).
36. Б. А. Тавгер, М. Ш. Ерухимов, ЖЭТФ 51, 528 (1965).
37. В. А. Москаленко, ФММ 8, 503 (1959).
38. Б. А. Тавгер, В. Я. Демиховский, ЖЭТФ 48, 748 (1965).
39. В. Л. Гуревич, А. И. Ларкин, Ю. А. Фирсов, ФТТ 46, 185 (1962).
40. M. L. Cohen, Phys. Rev. A134, 511 (1964).
41. В. Тавгер, W. Kogan, Phys. Lett. 19, 353 (1965); В. Г. Коган, Б. А. Тавгер, ФТТ 8, 1008 (1966).
42. J. M. Blatt, C. Thompson, Phys. Rev. Lett. 10, 332 (1963).
43. A. D. Singh, Phys. Lett. 16, 98 (1965).
44. A. Paskin, A. V. Singh, Phys. Rev. A140, 1965 (1965).
45. В. Я. Демиховский, ФТТ 7, 360 (1965).
46. И. С. Хухарева, ЖЭТФ 43, 1173 (1962).
47. M. Strongin, A. Pascin, Phys. Lett. 17, 224 (1965).
48. Н. Е. Алексеевский, М. Н. Михеева, ЖЭТФ 52, 40 (1967).
49. Е. Г. Максимов, УФН 88, 587 (1966).
50. В. Тавгер, W. Kresin, Phys. Lett. 20, 595 (1966).
51. В. З. Кресин, Б. А. Тавгер, ЖЭТФ 50, 1689 (1966).
52. В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ 47, 2318 (1964).
53. V. Heine, Proc. Roy. Soc. A240, 340 (1957).
54. Д. А. Киржниц, Е. Г. Максимов, Письма ЖЭТФ 2, 442 (1965); Д. А. Киржниц, Е. Г. Максимов, ФММ 22, 518 (1966).
55. J. Galt et al., Phys. Rev. 114, 1396 (1959).
56. Н. Б. Брандт и др., ЖЭТФ 51, 108 (1966).
57. R. Blumberg, D. Seraphim, J. Appl. Phys. 33, 163 (1962).
58. Н. Е. Алексеевский, С. А. Веденеев, Письма ЖЭТФ 6, 865 (1967).
59. Л. В. Иогансен, ЖЭТФ 50, 709 (1966).
60. М. Ш. Ерухимов, Б. А. Тавгер, ЖЭТФ 53, 926 (1967).
61. V. R. Duggal et al., Appl. Phys. Lett. 9, 293 (1966); Phys. Lett. A24, 160 (1967).
62. R. Davis, H. Nosack, J. Appl. Phys. 33, 864 (1963).
63. Л. В. Иогансен, ЖЭТФ 45, 207 (1963); ЖЭТФ 47, 270 (1964).
64. Г. Л. Гогадзе, И. О. Кулик, ФТТ 7, 432 (1965).
65. Л. В. Иогансен, УФН 86 (1), 175 (1965).