1966 г. Март *Том 88, вып. 3*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

621 375.9

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ УСИЛИТЕЛИ И ГЕНЕРАТОРЫ СВЕТА

С. А. Ахманов, Р. В. Хохлов

§ 1. ВВЕДЕНИЕ. ПРОБЛЕМА СОЗДАНИЯ ПЕРЕСТРАИВАЕМЫХ ГЕНЕРАТОРОВ КОГЕРЕНТНОГО ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Одной из важнейших задач лазерной физики является расширение набора частот, перекрываемого генераторами когерентных оптических колебаний. Многие возможности, открывающиеся в связи с созданием лазеров, остаются не реализованными, поскольку генераторы когерентного оптического излучения, использующие однофотонные переходы в инвертированных квантовых системах, принципиально могут работать лишь на вполне определенных фиксированных частотах, число которых сравнительно невелико. Сказанное в особенности относится к мощным генераторам, позволяющим вести исследования, пожалуй, в одной из интереснейших областей научного приложения лазеров, в области нелинейной оптики. Действительно, мощности порядка 10—100 *Мвт*, при которых возникают сильные нелинейные эффекты в твердых телах, жидкостях и газах, в настоящее время удается получить лишь с помощью лазеров на рубине ($\lambda \cong 0,7$ μ) и на стекле, активированном неодимом ($\lambda \cong 1,06$ μ). Хотя с этими лазерами выполнен целый ряд важных исследований, касающихся особенностей взаимодействия мощного излучения с веществом, их следует рассматривать, очевидно, лишь как первый этап развития этой области физики. До настоящего времени очень мало изучены резонансные нелинейные взаимодействия в видимом, ультрафиолетовом и особенно в инфракрасном диапазоне частот. Последние представляют специальный интерес, поскольку именно в инфракрасном диапазоне лежат резонансные колебательные частоты молекул. Поэтому можно надеяться на получение весьма сильных воздействий на вещество при использовании мощных генераторов когерентного инфракрасного излучения. Определенные успехи в деле расширения диапазона мощных когерентных оптических колебаний были достигнуты средствами самой же нелинейной оптики. Здесь прежде всего должны быть упомянуты работы по генерации гармоник [1-4] и вынужденному комбинационному рассеянию (см., например, [5, 6], а также обзор [47]), позволившие (путем различного комбинирования этих эффектов) перекрыть набором дискретных линий диапазон от 0,26 до 1,1 μ при мощностях в отдельных линиях не ниже 100 *квт* — 5 *Мвт*. Возможность использования этих линий для проведения физических исследований была продемонстрирована, например, в [4, 6-9]. Вместе с тем следует подчеркнуть, что такие преобразователи частоты лазерного излучения отнюдь не решают проблемы. Действительно, задача перекрытия оптического диапазона генераторами когерентных колебаний может считаться решенной только в том случае, если частоты когерентных колебаний можно будет плавно перестраивать подобно тому, как это делается, например, в микроволновом диапазоне электромагнитного спектра. Очевидно, что только имея перестраиваемые генераторы мощного когерентного излучения, можно в полной мере изучить и реализовать возможности сильного воздействия электромагнитного излучения на вещество. Важно подчеркнуть также, что создание плавно перестраиваемых генераторов когерентного оптического излучения (в особенности плавно перестраиваемых генераторов непрерывного действия) может революционизировать и экспериментальную технику, применяемую в линейной оптике: существенно повысить точность абсорбционного спектрального анализа, измерений длины и т. п.

Эффективным методом создания плавно перестраиваемых генераторов когерентного оптического излучения оказывается использование так называемых параметрических взаимодействий световых волн в оптически прозрачной среде. Предложения о возможности создания плавно перестраиваемых в широком диапазоне параметрических генераторов света и о схемах перестройки были высказаны авторами [10] и Кроллем [11] в работах, появившихся в 1962 г.; вопросы параметрического усиления и генерации в оптическом диапазоне обсуждались также Кингстоном [12]. Несколько позже появилась работа Сигмана [13], в которой предлагалось использовать параметрический генератор в качестве активного ограничителя амплитуды световых колебаний. Более подробно теория параметрических усилителей и генераторов света развивалась в работах [14–16, 48 *]). Первые результаты опытов, в которых удалось наблюдать параметрическое усиление и генерацию световых волн, были доложены на Всесоюзном симпозиуме по нелинейной оптике в Минске (4—11 июня 1965 г., см. [17]) и конференции по квантовой электронике в Сан-Хуане (Пуэрто-Рико, 28—30 июня 1965 г.; см. [8, 19–21]). Принцип действия параметрических усилителей и генераторов света, созданных к настоящему времени, заключается в следующем. В оптически прозрачной нелинейной среде, поляризация **P** которой имеет вид

$$\mathbf{P} = \varkappa \mathbf{E} + \hat{\chi} \mathbf{E}\mathbf{E} \tag{1}$$

(здесь $\varkappa$ — линейная восприимчивость и $\hat{\chi}$ — нелинейная восприимчивость низшего порядка), энергия мощной световой волны (так называемой накачки, частоты $\omega_н$) может передаваться слабым колебаниям на частотах ω_1 и ω_2, удовлетворяющих соотношению

$$\omega_н = \omega_1 + \omega_2. \tag{2}$$

В этом нетрудно убедиться, представляя в соответствии с (1) воздействие волны накачки на нелинейную среду как модуляцию ее диэлектрической проницаемости по закону бегущей волны:

$$\varepsilon(\omega, \mathbf{r}) = \varepsilon_0 \{1 + m(\omega_н)[\exp(i(\omega_н t - \mathbf{k}_н\mathbf{r})) + \exp(-i(\omega_н t - \mathbf{k}_н\mathbf{r}))]\}, \tag{3}$$

В нестационарной среде, свойства которой описываются формулой (3), волны на частотах ω_1, ω_2, удовлетворяющих (2),

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{A}_1 \exp[i(\omega_1 t - \mathbf{k}_1\mathbf{r})] + \text{к. с.}, \tag{4а}$$

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{A}_2 \exp[i(\omega_2 t - \mathbf{k}_2\mathbf{r})] + \text{к. с.} \tag{4б}$$

распространяются уже не независимо, как это имело бы место в линейной среде с постоянными параметрами, а взаимодействуют между собой.

*) Отметим, что теория волновых взаимодействий параметрического типа применительно к микроволновым устройствам развивалась в работах [33–36].

Действительно, индукция на частоте ω_1, $D(\omega_1)$, равна

$$\mathbf{D}(\omega_1) = \varepsilon_0 \mathbf{E}_1 + \varepsilon_0 m \mathbf{A}_2^* \exp\{i[\omega_1 t - (\mathbf{k}_н - \mathbf{k}_2)\mathbf{r}]\}, \tag{5а}$$

$$\mathbf{D}(\omega_2) = \varepsilon_0 \mathbf{E}_2 + \varepsilon_0 m \mathbf{A}_1^* \exp\{i[\omega_2 t - (\mathbf{k}_н - \mathbf{k}_1)\mathbf{r}]\}. \tag{5б}$$

Вторые члены в (5) характеризуют взаимодействие волн в среде с переменными параметрами; очевидно, взаимодействие будет максимальным (накапливаться с расстоянием), если эти члены имеют ту же пространственную периодичность, что и первые члены в формулах (5), т. е. если

$$\mathbf{k}_н = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2. \tag{6}$$

Смысл последнего условия нетрудно понять: оно эквивалентно требованию, чтобы фазовые соотношения (а следовательно, и характер энергетического взаимодействия) между волнами сохранялись на всем протяжении нелинейной среды. Часто условие (6) называют также условием синхронизма.

При выполнении условий (2), (6) нестационарная среда совершает положительную работу над волнами на частотах ω_1, ω_2, амплитуды которых при этом нарастают. Чтобы определить закон нарастания этих волн, рассмотрим для простоты скалярную задачу. (Более точное и последовательное рассмотрение мы отложим до § 2.) Рассмотрим полуограниченную среду с переменными параметрами (3), направим ось z вдоль волнового вектора волны накачки $\mathbf{k}_н$ и по нормали к границе раздела; тогда, очевидно, амплитуды A_1, A_2 могут зависеть лишь от координаты z. Подставляя в уравнения Максвелла

$$\Delta E - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = 0, \tag{7}$$

$$D = \varepsilon E \tag{8}$$

поле E в виде

$$E = A_1(z)\exp[i(\omega_1 t - \mathbf{k}_1\mathbf{r})] + A_2(z)\exp[i(\omega_2 t - \mathbf{k}_2\mathbf{r})] + \text{к. с.} \tag{9}$$

и пользуясь (2), (3), (6), получим систему двух связанных волновых уравнений для полей E_1 и E_2. Последние можно существенно упростить, пользуясь тем обстоятельством, что для практически интересных случаев коэффициент модуляции диэлектрической проницаемости невелик ($m = 4\pi\chi A_н/\varepsilon_0 \cong 10^{-5} \div 10^{-6}$) и, следовательно, изменения комплексных амплитуд A_1, A_2 на длине волны малы. Это позволяет записать

$$\frac{d^2 A_i}{dz^2} \ll k_i \frac{dA_i}{dz}, \tag{10}$$

и, следовательно, систему уравнений второго порядка можно заменить упрощенной системой уравнений первого порядка

$$\frac{dA_1}{dz} = -\frac{imk_1}{2\cos(\widehat{\mathbf{k}_1\mathbf{k}_н})} A_2^*, \qquad \frac{dA_2^*}{dz} = \frac{imk_2}{2\cos(\widehat{\mathbf{k}_2\mathbf{k}_н})} A_1, \tag{11}$$

сводящейся к одному уравнению второго порядка

$$\frac{d^2 A_1}{dz^2} = \frac{m^2 k_1 k_2}{4\cos(\widehat{\mathbf{k}_1\mathbf{k}_н})\cos(\widehat{\mathbf{k}_2\mathbf{k}_н})} A_1. \tag{12}$$

Уравнение (12) имеет, очевидно, экспоненциально нарастающие с координатой z решения

$$A_1(z) = A_1(0)e^{\Gamma z}, \qquad A_2(z) = A_2(0)e^{\Gamma z}, \tag{13}$$

где коэффициент нарастания

$$\Gamma = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{m_1 m_2 k_1 k_2}{\cos(\widehat{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_н}) \cos(\widehat{\mathbf{k}_2 \mathbf{k}_н})}}.$$

Сказанное означает, что нестационарная среда, свойства которой описываются (3), является усилителем волн на частотах ω_1, ω_2. Если же на пути этих волн поставить зеркала (коэффициенты отражения по амплитуде R_1, R_2) таким образом, чтобы соответствующие оптические резонаторы резонировали на частотах $\Omega_1 \cong \omega_1$ и $\Omega_2 \cong \omega_2$, то в среде в силу (13) возможно самовозбуждение колебаний на частотах ω_1, ω_2, если (случай точного резонанса $\Omega_1 = \omega_1$, $\Omega_2 = \omega_2$)

$$R_1(\omega_1) R_2(\omega_1) e^{\Gamma d} > 1, \qquad R_1(\omega_2) R_2(\omega_2) e^{\Gamma d} > 1.$$

Для $\Gamma d \ll 1$ последние условия могут быть записаны в виде одного неравенства, имеющего весьма наглядный вид

$$\frac{m}{2} > \frac{1}{\sqrt{Q_1 Q_2}}, \tag{14}$$

где

$$Q_i = \frac{k_i l_i}{1 - R_1(\omega_i) R_2(\omega_i)}$$

— добротности резонаторов на частотах ω_i и

$$l_i = \frac{d}{\cos(\widehat{\mathbf{k}_i \mathbf{k}_н})}$$

— длины соответствующих резонаторов.

Чрезвычайно важным здесь является то обстоятельство, что при фиксированной частоте накачки, как следует из приведенного рассмотрения, частоты ω_1, ω_2 могут быть, вообще говоря, любыми. Таким образом, использование параметрических взаимодействий позволяет в принципе преобразовать когерентные колебания на фиксированной частоте (например, когерентные колебания лазера на рубине, лазера на стекле, активированном неодимом, или их гармоник) в когерентные же колебания с перестраиваемой частотой.

Пользуясь (14), нетрудно оценить величину мощности накачки, необходимую для возбуждения параметрических колебаний. Полагая $\chi \cong 3 \cdot 10^{-9}$ CGSE (такое значение характерно для широко используемого в нелинейной оптике кристалла KH_2PO_4) и $Q_{1,2} \cong 10^6$ и учитывая, что $m = 4\pi\chi A_н/\varepsilon_0$, получаем для порогового поля накачки, соответствующего выполнению условия самовозбуждения, $A_н = 10^2$ CGSE, т. е. соответствующий порогу параметрического возбуждения поток мощности накачки $P_н = \frac{c}{8\pi} A_н^2$ должен составлять несколько *Мвт/см*^{2}. Такие мощности легко достижимы в современной лазерной технике.

Явление усиления волн на частотах ω_1, ω_2 в среде с переменными параметрами имеет много общего с хорошо изученным в теории колебаний параметрическим резонансом в системе двух резонаторов, настроенных на частоты $\Omega_{1,2}$ и связанных между собой переменной емкостью, изменяющейся по закону $C = C_0[1 + m \cos \omega_н t]$, где $\omega_н \cong \Omega_1 + \Omega_2$. Изменение во времени амплитуд колебаний в таких резонаторах описывается уравнениями вида (11) (см., например, [22]), поэтому процесс усиления волн (4), развивающийся в пространстве, имеет довольно наглядный временно́й аналог. Такая аналогия может облегчить понимание нелинейных оптических процессов радиофизику и радиоинженеру, работающим со схемами с сосредоточенными постоянными; более подробное обсуждение ее см. в [23]. Поэтому если пользоваться радиофизическим языком, нелинейность вида (1) может быть названа реактивной; она аналогична нелинейной емкости или индуктивности, чем и оправдывается использование термина «параметрические» для рассматриваемых здесь оптических явлений. Заметим, наконец, что условие (14) имеет ту же форму, что и условие параметрического возбуждения двухконтурной схемы с сосредоточенными постоянными. Вместе с тем следует обратить внимание на важное обстоятельство, существенно отличающее оптические параметрические явления от соответствующих явлений в схемах с сосредоточенными постоянными. В оптике параметрическое взаимодействие носит волновой характер, поэтому его протекание существенно определяется не только временны́ми (частотными), но и пространственными соотношениями: для самовозбуждения параметрических колебаний в оптическом диапазоне необходима не только «частотная» настройка оптических резонаторов, но и выполнение соотношения (6) («волновая настройка») между волновыми векторами, накладывающего весьма жесткие требования на дисперсионные свойства среды. Выполнение условия синхронизма (6) при перестройке частот оптического параметрического генератора является вообще одной из главных технических проблем, возникающих при работе с такими генераторами. Разумеется, и при частотной настройке резонаторов оптического параметрического генератора возникают некоторые специфические для этого диапазона проблемы, связанные с многомодовым характером накачки (в действительности обычно вместо (3) возбуждается целый спектр волн диэлектрической проницаемости) и многомодовостью колебаний в оптических резонаторах.

Требования, налагаемые (6) на дисперсионные свойства среды, нетрудно выявить, рассматривая для простоты так называемый вырожденный режим параметрического генератора, для которого $\omega_1 = \omega_2 = \omega = \omega_н/2$. Тогда из (6) можно заключить, что для эффективного взаимодействия волн среда должна обладать аномальной дисперсией; для показателей преломления, если удовлетворяется (6), можно записать

$$n_1(\omega) > n_2(2\omega). \tag{15}$$

Это же условие является, как известно, условием эффективной генерации оптических гармоник (см. [1-4]). В области оптической прозрачности аномальную дисперсию можно имитировать, заставляя взаимодействовать волны различной поляризации в анизотропной среде. Это обстоятельство было установлено Джордмейном [24] и Терхьюном с сотрудниками [25]; его использование является, по существу, основой многих успехов, достигнутых экспериментальной нелинейной оптикой. На рис. 1 и 2 показаны возможные варианты накапливающихся параметрических взаимодействий в одноосных отрицательных кристаллах (z', x' — оси симметрии кристалла) и схемы соответствующих параметрических генераторов света.

Взаимодействие, изображенное на рис. 1, *а*, можно назвать накапливающимся одномерным параметрическим взаимодействием ($\mathbf{k}_1 \parallel \mathbf{k}_2 \parallel \mathbf{k}_н$). Если двулучепреломление в кристалле достаточно велико, а дисперсия относительно слаба, аномальная дисперсия может имитироваться, например, при взаимодействии необыкновенных волн на более высоких частотах с обыкновенными на низких. На рис. 1, *а* показан способ графического определения направления, в котором обыкновенные волны на частотах ω_1, ω_2 могут экспоненциально нарастать в поле необыкновенной волны накачки; вдоль этого направления $\mathbf{k}_1^0 + \mathbf{k}_2^0 = \mathbf{k}_н^e$ (индексы 0 и *e* здесь и в дальнейшем относятся соответственно к обыкновенным и необыкновенным волнам). На рис. 1, *б* показана схема перестраиваемого

3*

параметрического генератора и усилителя света, использующего такое одномерное взаимодействие. Здесь частота и направление волнового вектора волны накачки фиксированы. Зеркала R_1, R_2 одновременно обладают достаточно высоким коэффициентом отражения на частотах ω_1 и ω_2; резонанс на частоте накачки необязателен (при достаточно больших значениях $m \sim Q^{-1/2}$ можно отказаться и от использования резонатора на одной из генерируемых частот).

Перестройка генерируемых частот может осуществляться при вращении кристалла так, как это показано на рис. 1, *б* (разумеется, при этом не должен разъюстироваться резонатор; соответствующие технические

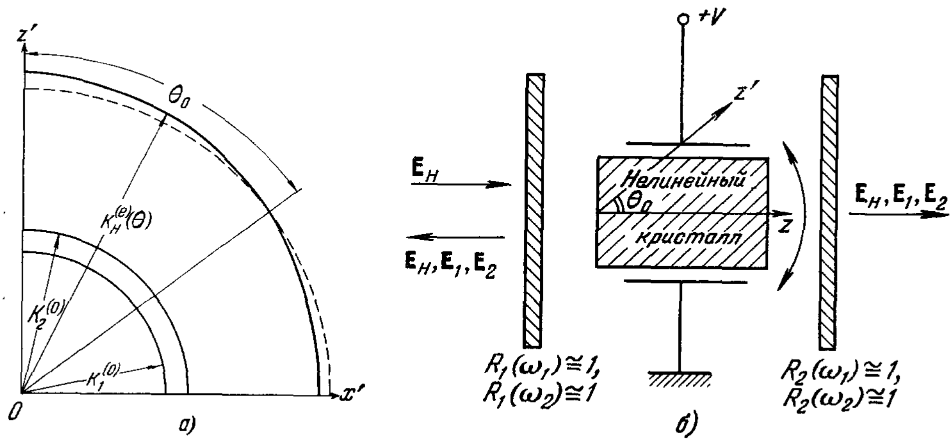

Рис. 1. Одномерное параметрическое взаимодействие в одноосном кристалле и схема перестраиваемого параметрического генератора света, использующего такое взаимодействие.

На рисунке *а*) в первом варианте плоскости z', x' (z' — оптическая ось) построены сечения поверхностей волновых чисел $\mathbf{k}_1^{(0)}$, $\mathbf{k}_2^{(0)}$ (сплошные окружности) и $\mathbf{k}_н^{(e)}$. Точка пересечения окружности радиуса $\mathbf{k}_1^{(0)} + \mathbf{k}_2^{(0)}$ (пунктир) с кривой $\mathbf{k}_н^{(e)}(\theta)$ определяет направление, вдоль которого $\mathbf{k}_1^{(0)} + \mathbf{k}_2^{(0)} = \mathbf{k}_н^{(e)}$. На рисунке *б*) изображена схема перестраиваемого генератора и схематически показаны два способа перестройки частоты (вращением кристалла и статическим электрическим полем)

подробности на рис. 1, *б* не приведены) при наложении статического электрического поля, изменяющего за счет линейного электрооптического эффекта оптические свойства кристалла (этот метод был предложен в [10]; для модуляции генератора оптических гармоник он использовался в [26, 27]), и, наконец, при изменении температуры кристалла (см. [20]). На рис. 2, *а* приведена схема накапливающегося параметрического взаимодействия, которое можно назвать двумерным, а на рис. 2, *б* — схема соответствующего параметрического генератора. Как и прежде, волны на частотах ω_1, ω_2 обыкновенные, а волна накачки — необыкновенная, но векторы $\mathbf{k}_1^0$, $\mathbf{k}_2^0$ и $\mathbf{k}_н^e$ не параллельны. Заметим, что такой выбор типов волн необязателен. В ряде кристаллов условие синхронизма (6) может быть выполнено и в том случае, когда волна на частоте ω_1 — обыкновенная, а на частотах ω_2 и $\omega_н$ возбуждаются необыкновенные волны, т. е. возможно выполнение условия $\mathbf{k}_1^0 + \mathbf{k}_2^e = \mathbf{k}_н^e$. Резонаторы для частот $\omega_{1,2}$ при двумерном взаимодействии пространственно разнесены, а перестройка осуществляется изменением положения резонаторов относительно кристалла (частота и положение волнового вектора накачки, как и для рис. 1, считаются фиксированными). В цитированных выше работах экспериментально осуществлены оба указанных типа параметрических взаимодействий.

В работах [17, 19, 20] были осуществлены одномерные параметрические взаимодействия в кристаллах KH_2PO_4 (KDP) и $LiNbO_3$ (ниобат лития), а в работе [18] — двумерное параметрическое взаимодействие в кристалле KDP. При этом в [17, 20] были реализованы усиления, достаточные для

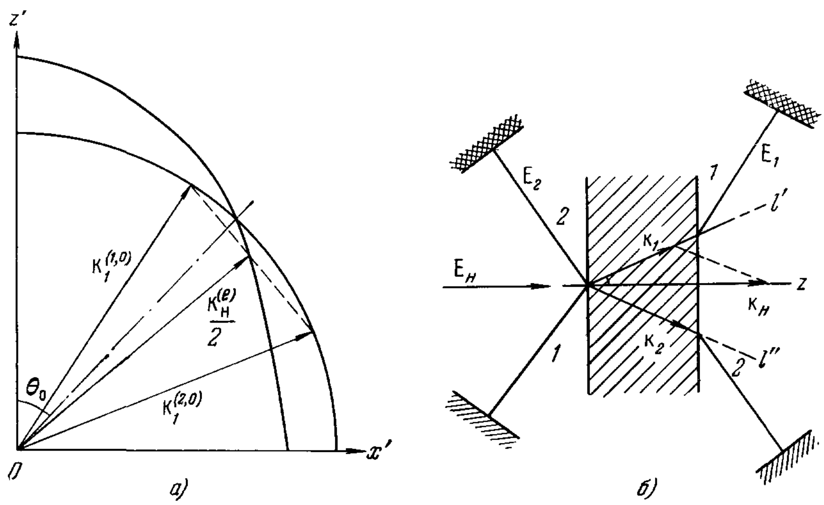

Рис. 2. Двумерное параметрическое взаимодействие в одноосном кристалле и схема перестраиваемого параметрического генератора света, использующего такое взаимодействие.

На рисунке а) (построенном для случая вырожденного параметрического взаимодействия $\omega_1 = \omega_2 = \frac{\omega_н}{2}$) изображены сечения поверхностей волновых чисел $k_1^{(0)}$ и $k_н^{(e)}/2$ в первом квадранте плоскости x', z'. На рисунке б) изображена схема параметрического генератора, использующего двумерное взаимодействие; перестройка частот здесь осуществляется изменением положения оптических резонаторов относительно кристалла.

выполнения условия самовозбуждения параметрических колебаний (14) и, следовательно, для запуска перестраиваемого генератора света. В параметрическом генераторе, использующем высокоэффективный нелинейный кристалл $LiNbO_3$ и описанном Джордмейном и Миллером [20], длина волны параметрических колебаний изменялась от 0,97 до 1,15 μ; длина волны накачки составляла $\lambda_н = 0{,}529\ \mu$ (в качестве накачки использовалась вторая гармоника лазера на вольфрамате кальция, активированном неодимом). Экспериментально определенная пороговая мощность накачки, соответствующая самовозбуждению колебаний, составляла $P_н = 4 \cdot 10^5$ *вт/см*², а к. п. д. генератора $\eta = P_{1,2}/P_н \cong 0{,}1\%$.

В параметрическом генераторе, запущенном в нашей лаборатории на основе схемы, описанной в [17], применялся кристалл KDP; в силу меньшей величины χ в этом кристалле пороговая мощность накачки (в [17] использовался генератор накачки с $\lambda_н = 0{,}529\ \mu$) составляла около $12 \cdot 10^6$ *вт/см*²; перестройка частоты осуществлялась вращением кристалла и составляла ~ 600 Å; мощности $P_{1,2}$ достигали $200 \div 300$ *вт*; диапазон частот ограничивался свойствами зеркал. В работах [18, 19] параметрические взаимодействия наблюдались в поле генератора накачки с $\lambda_н = 0{,}35\ \mu$ (вторая гармоника излучения рубинового лазера) и, наконец, в [21] — с помощью газовых лазеров (правда, мощности накачки в этих экспериментах остаются пока еще существенно ниже пороговых). Результаты перечисленных работ свидетельствуют, таким образом, о том современный уровень лазерной техники позволяет поставить проблему создания перестраиваемых генераторов когерентного оптического излучения на экспериментальную основу. Вместе с тем эти результаты должны рассматриваться как предварительные, лишь демонстрирующие возможности экспериментальной реализации принципа параметрического усиления и генерации в оптическом диапазоне, но ни в коей мере не исчерпывающие открывающиеся здесь возможности. Обсуждение этих возможностей, базирующееся на более полной и последовательной теории, мы проведем в § 2, где будет проведено также более подробное обсуждение экспериментальных результатов.

Следует отметить, что в сильном поле накачки параметрически взаимодействовать могут не только световые волны, но и световые волны с акустическими волнами, световые волны со спиновыми волнами и т. п. Процессы этого типа получили название вынужденного рассеяния. Волновая картина процессов вынужденного рассеяния совершенно аналогична волновой картине обсуждавшегося выше параметрического усиления. Поэтому многие выводы, получаемые в теории волновых параметрических взаимодействий, непосредственно приложимы к вынужденному рассеянию. Рассмотрение же явлений вынужденного рассеяния под углом зрения «параметрических» представлений позволяет проанализировать возможности создания перестраиваемых генераторов гиперзвука со световой накачкой (при использовании вынужденного рассеяния Мандельштама — Бриллюэна в кристаллах, охлажденных до температуры жидкого гелия), параметрических генераторов миллиметровых и субмиллиметровых волн со световой накачкой и т. п. Интересно, что в некоторых случаях интенсивные когерентные колебания в рассеивающей среде, возбуждаемые в процессе вынужденного рассеяния интенсивного оптического излучения, сами могут служить накачкой для более низкочастотных электромагнитных волн, акустических волн и т. п. (см., например, [28]).

Краткому обсуждению этих вопросов посвящен § 3 настоящей статьи.

§ 2. УСИЛЕНИЕ И ГЕНЕРИРОВАНИЕ СУБГАРМОНИК В ОПТИЧЕСКОМ ДИАПАЗОНЕ

В этом параграфе мы прежде всего остановимся более подробно на теории параметрических взаимодействий в оптическом диапазоне. В общем случае здесь следует учитывать квантовые эффекты; отметим, кстати, что после умножения на постоянную Планка соотношения (2) и (6) приобретают наглядный квантовый смысл — первое из этих соотношений становится законом сохранения энергии, а второе — законом сохранения импульса. Поэтому на квантовом языке процесс параметрического усиления можно трактовать как процесс когерентного распада фотонов накачки при взаимодействии с фотонами частот ω_1, ω_2. Однако большинство задач, связанных с исследованием оптических параметрических процессов, может быть решено в квазиклассическом приближении, в котором поле не квантуется, а квантовая теория используется лишь при исследовании нелинейной поляризации среды. Исключением являются вопросы шумовых свойств параметрических усилителей и предосцилляционных шумов параметрических генераторов; однако за недостатком места здесь мы не будем обсуждать эти вопросы. Рассмотрение квантовых флуктуаций в параметрических процессах проведено в работах [29-32].

2.1. Основы теории параметрических генераторов света

Прежде всего запишем уравнения, описывающие параметрическое взаимодействие бегущих световых волн в форме более общей, нежели это было сделано в § 1. Необходимость в таком обобщении связана со следующими обстоятельствами. Представления о среде с переменными параметрами, использованные в § 1, имеют, очевидно, ограниченную область применения. Ими можно пользоваться лишь до тех пор, пока амплитуда волны накачки существенно превышает амплитуды волн на частотах ω_1, ω_2 ($A_н \gg A_1, A_2$). Вместе с тем экспоненциальный рост амплитуд A_1, A_2 в среде с поляризацией вида (1) может быть ограничен только за счет обратной реакции волн A_1, A_2 на волну накачки. Поэтому при построении теории параметрического генератора света, одной из важнейших задач которой является определение к. п. д. генератора, волны на частотах ω_1, ω_2 и $\omega_н$ должны рассматриваться как равноправные. Наличие обратной связи, определяемой зеркалами, делает, вообще говоря, необходимым учет изменения комплексных амплитуд как в пространстве, так и во времени. Наконец, при построении более точной теории следует принимать во внимание распределенные потери в нелинейной среде (связанные с мнимой частью линейной восприимчивости $\varkappa$) и возможные отклонения от точного условия синхронизма (6). Учитывая сказанное выше, решение нелинейных уравнений Максвелла в анизотропной среде (именно этот случай, как было установлено в § 1, представляет наибольший интерес)

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathbf{E}+\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2}+\frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{P}^{(л)}}{\partial t^2}+\frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{P}^{(нл)}}{\partial t^2}=0, \tag{16}$$

где

$$\mathbf{P}^{(л)}=\int\limits_0^\infty \hat{\varkappa}(t')\,\mathbf{E}(t-t')\,dt', \qquad \hat{\varkappa}(\omega)=\hat{\varkappa}^0(\omega)-i\,\frac{\hat{\sigma}(\omega)}{\omega},$$

$$\mathbf{P}^{(нл)}=\hat{\chi}\mathbf{E}\mathbf{E},$$

мы будем искать в виде

$$\begin{aligned}\mathbf{E}=\mathbf{E}_1+\mathbf{E}_2+\mathbf{E}_н&=\mathbf{e}_1A_1(t,\mathbf{r})\exp[i(\omega_1t-\mathbf{k}_1\mathbf{r})]+\\&+\mathbf{e}_2A_2(t,\mathbf{r})\exp[i(\omega_2t-\mathbf{k}_2\mathbf{r})]+\\&+\mathbf{e}_нA_н(t,\mathbf{r})\exp[i(\omega_нt-\mathbf{k}_н\mathbf{r})]+\text{к. с.};\end{aligned} \tag{17}$$

здесь $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}_3$ — единичные векторы, описывающие поляризации волн; в первом приближении нелинейное взаимодействие не меняет поляризаций собственных волн анизотропной среды.

В соответствии с сказанным выше вместо (6) мы будем писать теперь более общее соотношение вида

$$\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2=\mathbf{k}_н+\boldsymbol{\Delta}, \tag{18}$$

где $\boldsymbol{\Delta}$ — так называемый вектор расстройки («волновой» расстройки). Тогда, подставляя (17) в (16) и отбрасывая, как и прежде, вторые производные (изменения комплексных амплитуд в пространстве и времени можно считать медленными), приходим к системе упрощенных уравнений первого порядка

$$\mathbf{s}_1 [\mathbf{e}_1 [\mathbf{k}_1\mathbf{e}_1]] \frac{\partial A_1}{\partial t} + [\mathbf{e}_1 [\mathbf{k}_1\mathbf{e}_1]] \nabla A_1 + (\mathbf{e}_1\hat{\alpha}_1\mathbf{e}_1) A_1 + i\beta\omega_1^2 e^{i\Delta r} A_{\text{н}} A_2^* = 0, \quad (19\text{а})$$

$$\mathbf{s}_2 [\mathbf{e}_2 [\mathbf{k}_2\mathbf{e}_2]] \frac{\partial A_2}{\partial t} + [\mathbf{e}_2 [\mathbf{k}_2\mathbf{e}_2]] \nabla A_2 + (\mathbf{e}_2\hat{\alpha}_2\mathbf{e}_2) A_2 + i\beta\omega_2^2 e^{i\Delta r} A_{\text{н}} A_1^* = 0, \quad (19\text{б})$$

$$\mathbf{s}_{\text{н}} [\mathbf{e}_{\text{н}} [\mathbf{k}_{\text{н}}\mathbf{e}_{\text{н}}]] \frac{\partial A_{\text{н}}}{\partial t} + [\mathbf{e}_{\text{н}} [\mathbf{k}_{\text{н}}\mathbf{e}_{\text{н}}]] \nabla A_{\text{н}} + (\mathbf{e}_{\text{н}}\hat{\alpha}_{\text{н}}\mathbf{e}_{\text{н}}) A_{\text{н}} + i\beta\omega_{\text{н}}^2 e^{-i\Delta r} A_1 A_2 = 0; \quad (19\text{в})$$

здесь $\mathbf{s} = \frac{\partial\omega/\partial\mathbf{k}}{(\partial\omega/\partial\mathbf{k})^2}$ — лучевые векторы волн, модули которых равны обратным групповым скоростям на соответствующих частотах, $\hat{\alpha}_i = \frac{2\pi\omega_i\hat{\sigma}(\omega_i)}{c^2}$ — затухания и

$$\beta = \frac{2\pi}{c^2} \mathbf{e}_1\hat{\chi}(\omega_{\text{н}} - \omega_2)\mathbf{e}_{\text{н}}\mathbf{e}_2 = \frac{2\pi}{c^2} \mathbf{e}_2\hat{\chi}(\omega_{\text{н}} - \omega_1)\mathbf{e}_{\text{н}}\mathbf{e}_1 =$$
$$= \frac{2\pi}{c^2} \mathbf{e}_{\text{н}}\hat{\chi}(\omega_1 + \omega_2)\mathbf{e}_1\mathbf{e}_2 \quad (20)$$

— коэффициенты связи, а $\hat{\chi}(\omega_i \pm \omega_k)$ — спектральные компоненты тензора нелинейной восприимчивости третьего ранга; соотношение (20) имеет место в силу специальных свойств симметрии тензора χ (см., например, [14, 37]). Случай параметрического усиления слабых немодулированных волн на частотах ω_1, ω_2 в поле сильной немодулированной волны накачки описывается уравнениями (19а) и (19б), в которых $\frac{\partial A_1}{\partial t} = \frac{\partial A_2}{\partial t} = 0$. Если рассматривать такую же граничную задачу, как в § 1, то

$$\left.\begin{aligned} &[\mathbf{e}_1[\mathbf{k}_1\mathbf{e}_1]]\nabla = \\ &\quad = k_1 \cos(\widehat{\mathbf{k}_1\mathbf{s}_1}) \cos(\widehat{\mathbf{s}_1\mathbf{z}_0}) \frac{d}{dz}, \\ &[\mathbf{e}_2[\mathbf{k}_2\mathbf{e}_2]]\nabla = \\ &\quad = k_2 \cos(\widehat{\mathbf{k}_2\mathbf{s}_2}) \cos(\widehat{\mathbf{s}_2\mathbf{z}_0}) \frac{d}{dz}, \end{aligned}\right\} \quad (21)$$

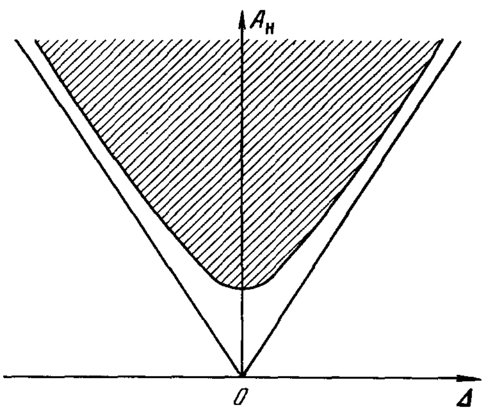

Рис. 3. Области параметрического усиления бегущих световых волн.

По оси абсцисс отложена волновая расстройка Δ, по оси ординат — амплитуда накачки $A_{\text{н}}$. В среде без потерь область усиления заключена между двумя прямыми, выходящими из нуля; в среде с потерями при тех же расстройках необходимы большие $A_{\text{н}}$; соответствующая область усиления заштрихована.

и, пользуясь стандартными методами анализа системы уравнений на устойчивость (экспоненциальное нарастание амплитуд A_1, A_2 с координатой можно рассматривать как «неустойчивость в пространстве»), можно определить в координатах $A_{\text{н}}$, Δ область, в которой возможно параметрическое усиление бегущих световых волн. Области усиления изображены на рис. 3 для случая нулевых потерь и потерь, отличных от нуля *). Из графиков рис. 3 видно, что мощность накачки, необходимая для получения режима экспоненциального нарастания, тем больше, чем больше модуль волновой расстройки и декремент затухания.

*) Легко видеть, что области усиления, приведенные на рис. 3, имеют ту же форму, что и области неустойчивости линейного колебательного контура с переменными емкостью или индуктивностью; в последнем случае по оси абсцисс откладывается частотная расстройка.

Уравнения (19), но теперь уже в полном виде, должны быть использованы и для построения теории процессов в параметрическом генераторе; для этого они должны быть решены с граничными условиями, поставленными на зеркалах, расположенных при $z = 0$ и $z = d$. Характерными параметрами задачи при этом являются:

1) нелинейность среды, определяемая параметром β,
2) амплитуда накачки $A_н$,
3) декременты затухания $\mathbf{e}_i\hat{\alpha}_i\mathbf{e}_i$,
4) волновая расстройка Δ, определяемая формулой (18),
5) относительная частотная расстройка

$$\xi = \frac{\omega_н - \Omega_1 - \Omega_2}{h_1 + h_2}, \tag{22}$$

где Ω_1, Ω_2 — резонансные частоты мод оптического резонатора, на которых возбуждаются параметрические колебания, а h_1 и h_2 — ширины спектра этих мод: $h_i = \Omega_i/Q_i$.

Следует отметить, что решение системы (19) с граничными условиями, поставленными при $z = 0$ и $z = d$, в общем случае представляет весьма сложную задачу, поскольку даже упрощенные уравнения (19) остаются уравнениями в частных производных. Задача существенно осложняется также и потому, что практический интерес в первую очередь представляет исследование переходных процессов в параметрическом генераторе. Напомним, что длительности импульсов мощных лазеров, используемых обычно в качестве генераторов накачки в оптических параметрических устройствах, не превышают $\tau_н = 2\cdot 10^{-8}$ *сек*, в связи с чем в тех случаях, когда порог параметрического самовозбуждения превзойден с небольшим запасом за время $\tau_н$, стационарные параметрические колебания могут не успеть установиться. Ниже мы кратко изложим два возможных варианта решения уравнений параметрического генератора.

2.2. Переходные и стационарные процессы в параметрическом генераторе — метод последовательных шагов

Одним из простейших методов, удобных, в частности, для расчета с помощью цифровых вычислительных машин, является метод последовательных шагов, при котором процесс установления параметрических колебаний может быть разбит на ряд последовательных этапов, описываемых уравнениями для полуограниченной среды. При этом производные по времени в (19) можно не учитывать. Действительно, учет временны́х производных при таком подходе необходим лишь в том случае, когда время группового запаздывания импульсов накачки и параметрических колебаний

$$T = Nd\left(\frac{1}{u_н} - \frac{1}{u_{1,2}}\right) \tag{23}$$

(здесь N — число отражений, $u_н$, $u_{1,2}$ — групповые скорости на соответствующих частотах) становится сравнимым с длительностью импульса накачки $\tau_н$. В практически интересных случаях $\tau_н \approx T$ лишь при $N \cong 200 \div 300$, так что указанным эффектом заведомо можно пренебречь.

Поясним методику расчета и некоторые результаты на простейшем примере вырожденного параметрического генератора ($\omega_1 = \omega_2 = \omega = \omega_н/2$), использующего одномерное взаимодействие (см. рис. 1). Переходя в (19) к действительным амплитудам и фазам, приходим для рассматриваемого случая к системе уравнений для амплитуды субгармоники A, амплитуды накачки $A_н$ и фазы Φ:

$$\frac{dA}{dz}+\sigma A_н A\sin\Phi+\delta A=0, \qquad (24а)$$

$$\frac{dA_н}{dz}-\sigma A^2\sin\Phi+\delta_н A_н=0, \qquad (24б)$$

$$\frac{d\Phi}{dz}+\Delta+\sigma\left(2A_н-\frac{A^2}{A_н}\right)\cos\Phi=0. \qquad (24в)$$

Здесь $\Phi=2\varphi-\varphi_н-\Delta z$, где в свою очередь φ — фаза субгармоники, $\varphi_н$ — фаза накачки, Δ — z-компонента вектора волновой расстройки $\mathbf{\Delta}$, δ, $\delta_н$ — декременты затухания соответствующих волн и σ — коэффициент связи. Для рассматриваемого здесь случая $\sigma=\frac{2\omega^2}{k_1}\beta$ *). Методика расчета заключается в том, что процесс установления параметрических колебаний разбивается на последовательность шагов, описываемых с помощью уравнений (24). Краевые условия для каждого последующего шага определяются результатами предыдущего шага и свойствами зеркал. Вводя действительные коэффициенты отражения зеркал по амплитуде R_1 и R_2 и сдвиги фаз волны при отражении от зеркал $\psi_{1,2}$, можно установить связь между значениями амплитуд и фаз для последовательных шагов. Следует отметить, что даже для простейшего рассматриваемого здесь варианта параметрического генератора возможны несколько постановок задачи. В частности, отличаются, вообще говоря, процессы в системе, в которой оптический резонатор резонирует одновременно на частоте накачки и частоте субгармоники, и в системе, в которой оптический резонатор практически прозрачен для волны накачки. Сравнение различных схем генераторов можно найти в [16]. Здесь же мы приведем результаты расчета для схемы генератора, осуществленной экспериментально (см. [17] и [20]), для которого коэффициенты отражения зеркал R_1, R_2 на частоте накачки малы: $R_1(\omega_н)\approx R_2(\omega_н)\approx 0$. Граничные условия на зеркалах для амплитуды субгармоники и фазы Φ имеют вид

$$A_N^{(-)}(d)=R_2(\omega)A_N^{(+)}(d),\quad A_N^{(+)}(0)=R_1(\omega)A_{N-1}^{(-)}(0), \qquad (25а)$$

$$\Phi_N^{(-)}(d)=\Phi_N^{(+)}(d)+\Psi_2,\quad \Phi_N^{(+)}(0)=\Phi_{N-1}^{(-)}(0)+\Psi_1; \qquad (25б)$$

здесь N — номер шага, знаком $(+)$ обозначены величины, относящиеся к волнам, движущимся слева направо (прямым), а $(-)$ — величины, относящиеся к обратным волнам.

Условия самовозбуждения генератора и время установления можно определить, пользуясь лишь уравнениями (24а) и (24в), в которых амплитуда накачки может рассматриваться как параметр; $A_н=A_{н\,0}$, где $A_{н\,0}$ — амплитуда прямой волны накачки на входе в резонатор. Следует иметь в виду, что при $\Delta\neq 0$, $\delta\neq 0$ закон изменения амплитуды субгармоники с расстоянием имеет более сложный вид, нежели для простейшего случая, рассмотренного в § 1. При $\Delta/\sigma A_{н\,0}\ll 1$ и $\delta<\sigma A_{н\,0}$

$$A(z)=A_0\exp\left[\sigma A_{н\,0}\sqrt{1-\frac{\Delta}{2\sigma A_{н\,0}}}-\delta\right]z. \qquad (26)$$

Таким образом, при $\Delta>2\sigma A_{н\,0}$ (см. также рис. 3) на смену экспоненциальному усилению приходят затухающие осцилляции. Пользуясь (26),

*) Здесь σ — скаляр и не имеет, разумеется, отношения к тензору проводимости $\hat{\sigma}$, использованному в работе [16].

можно получить уточненное условие самовозбуждения (ср. с § 1); для времени установления $\tau_{\text{у}}$ имеем приближенно

$$\tau_{\text{у}} \cong \frac{2dn}{c}\left[\sigma A_{\text{н}\,0}\, d\sqrt{1-\frac{\Delta}{2\sigma A_{\text{н}\,0}}}-\delta d\right]^{-1}\ln\frac{A_{\text{у}}}{A_0}, \tag{27}$$

где $A_{\text{у}}$ — установившаяся амплитуда; формула (27) тем точнее, чем больше отношение $A_{\text{у}}/A_0$. (Если генератор самовозбуждается от флуктуаций, $A_{\text{у}}/A_0 \approx 10^4 - 10^5$.)

Для определения величины стационарной амплитуды нужно решать полную систему (24). Результаты такого решения, выполненного численными методами, приведены на рис. 4. Здесь построены графики зависимости амплитуды прямой волны субгармоники на выходном зеркале резонатора $A_N^{(+)}(d)$, амплитуды прямой волны накачки на выходном зеркале $A_{\text{н}(N)}^{(+)}(d)$ и амплитуды обратной волны накачки на входном зеркале $A_{\text{н}(N)}^{(-)}(0)$ (эта волна возникает даже при $R_1(\omega_{\text{н}}) = R_2(\omega_{\text{н}}) = 0$ как результат эффекта удвоения частоты обратной волны субгармоники), нормированных на величину $A_{\text{н}\,0}$. Из рис. 4 видно, что к. п. д. параметрического генератора может быть достаточно высоким; при этом рассматриваемый генератор является одновременно активным ограничителем амплитуды волны накачки, прошедшей через резонатор. Интересным оказывается то обстоятельство, что параметрический генератор является своеобразным нелинейным зеркалом для волны накачки; как видно из графиков, приведенных на рис. 4, нелинейный коэффициент отражения $R^{(\text{нл})} = A_{\text{н}}^{(-)}(0)/A_{\text{н}\,0}$ может быть достаточно высок. Более подробное изложение результатов теории параметрического генератора, основанной на методе последовательных шагов, можно найти в работе [16].

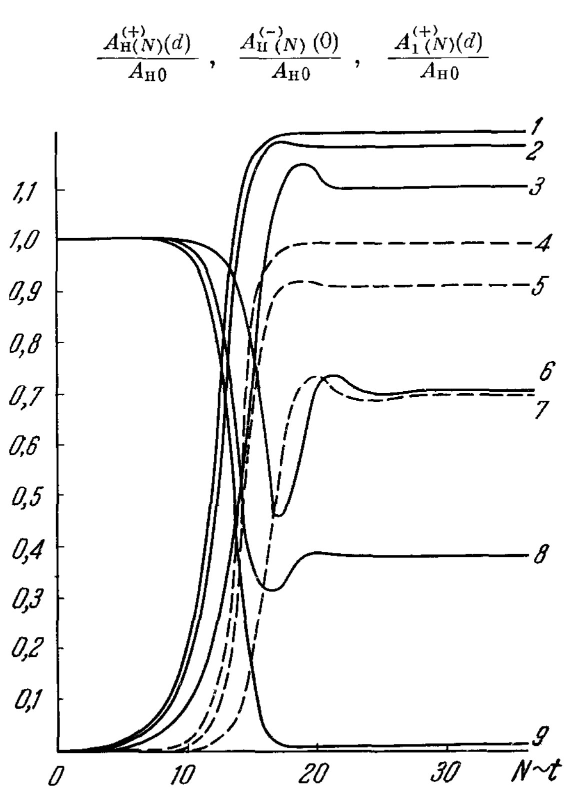

Рис. 4. Теоретические кривые установления вырожденных параметрических колебаний в резонаторе, прозрачном для накачки.

Кривые построены для следующих значений параметров: $\sigma = 1$ *см*$^{-1}$, $\delta = \delta_{\text{н}} = 0$, $R_1(\omega) = R_2(\omega) = 0{,}99$, $d = 1$ *см*, $A_0 = 10^{-3}$, $A_{\text{н}\,0} = 1$.

Кривые *1*, *4*, *9* изображают ход величин $A_N^{(+)}(d)$, $A_{\text{н}(N)}^{(-)}(0)$, $A_{\text{н}(N)}^{(+)}(d)$ для $\Delta/2\sigma = 5\cdot 10^{-3}$; кривые *2*, *5*, *8* — для $\Delta/2\sigma = 0{,}5$; *3*, *6*, *7* — для $\Delta/2\sigma = 1$.

Аналогичное рассмотрение можно провести и для невырожденного генератора. Качественная картина процессов, рассмотренная выше, при этом сохраняется, а распределение мощностей по частотам описывается наглядным соотношением

$$\frac{A_1^2}{\omega_1} = \frac{A_2^2}{\omega_2}. \tag{28}$$

2.3. О теории стационарного режима параметрического генератора света. Параметрическое усиление и генерация в реальных пучках

Другим возможным подходом к теории параметрического генератора света, оказывающимся особенно плодотворным при анализе стационарного режима генератора, является представление колебаний субгармоники в виде стоячей волны с комплексной амплитудой, зависящей только от времени. Основанием этому может служить то обстоятельство, что усиление субгармоники за один проход невелико и амплитуды прямой и отраженной волн субгармоники для последовательных шагов можно считать равными. В этом случае, рассматривая вырожденный режим, поле субгармоники можно искать в виде (используем действительную запись)

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}A(t)\sin\left(\frac{n\pi}{d}z\right)\sin(\omega t+\varphi), \tag{29а}$$

где n — номер возбуждающейся в оптическом резонаторе продольной моды, а поле накачки, как это следует из полученных выше результатов, следует искать в виде суперпозиции прямой и отраженной волн, с амплитудами, зависящими, вообще говоря, как от координаты, так и от времени:

$$\mathbf{E}_{\text{н}} = \mathbf{e}_{\text{н}}A_{\text{н}}^{(+)}(t,\ z)\cos[\omega_{\text{н}}t-k_{\text{н}}z+\varphi_{\text{н}}^{(+)}]+\mathbf{e}_{\text{н}}A_{\text{н}}^{(-)}(t,\ z)\cos[\omega_{\text{н}}t+k_{\text{н}}z+\varphi_{\text{н}}^{(-)}]. \tag{29б}$$

Подставляя (29а) и (29б) в (16), приходим к системе уравнений типа (19). Ввиду громоздкости этих уравнений мы здесь их выписывать не будем; укажем только, что для стационарного случая $\left(\frac{\partial}{\partial t}=0\right)$ удается провести их анализ на фазовой плоскости и для некоторых частных случаев получить аналитические результаты. Заметим, что механизм нелинейных потерь, связанный с удвоением частоты обратной волны субгармоники, не имеет аналога в схемах с сосредоточенными постоянными; поэтому если $A_{\text{н}0}\,\sigma > \delta$, учет линейных потерь в параметрическом генераторе света несуществен и с принципиальной точки зрения. Пользуясь таким подходом, можно проанализировать зависимость амплитуды параметрических колебаний от амплитуды накачки, волновой и частотной расстроек и т. п.

В невырожденном параметрическом генераторе пороговая интенсивность накачки зависит от Δ как $\Delta^2d^2/(1-\cos\Delta d)$ и от ξ как $1+[2\xi(\Omega_1+\Omega_2)/h_1+h_2]^2$. Аналогичное рассмотрение может быть проведено и для невырожденного параметрического генератора. Одним из интересных вопросов здесь является вопрос о стабильности частоты параметрических колебаний. Действительно, в невырожденном режиме $\left(\text{в отличие от вырожденного, в котором всегда точно выполняется соотношение } \omega=\frac{\omega_{\text{н}}}{2}\right)$ частоты ω_1, ω_2 могут изменяться при изменении параметров резонаторов и т. п. Если величины стационарных амплитуд параметрических колебаний определяются конечной мощностью накачки, частоты $\omega_{1,2}$ равны

$$\omega_1=\Omega_1+\xi h_1,\quad \omega_2=\omega_{\text{н}}-\omega_1=\Omega_2+\xi h_2,$$

где ξ определяется формулой (22).

Пользуясь приведенными формулами, можно проанализировать зависимость частот перестраиваемого параметрического генератора от параметров резонаторов, т. е. определить техническую ширину спектральной линии генератора. Интересно, что при определенных условиях односторонние уходы параметров оптических резонаторов не влияют на генерируемые частоты; стабильность частоты параметрического генератора света может превышать стабильность парциальных частот оптических резонаторов *). В этом смысле параметрический генератор света может быть похож на двухконтурные параметрические генераторы радио-[38–39] и СВЧ диапазона[40], используемые для целей диапазонной стабилизации частоты. В связи с этим уместно обратить внимание на то обстоятельство, что одна из существенных трудностей, возникающих при создании перестраиваемых параметрических генераторов радиодиапазона и связанная с взаимной синхронизацией колебаний на частотах ω_1, ω_2 (см., например, [40]) в оптическом диапазоне отсутствует. Процессы генерации гармоник $n\omega_1$ и $m\omega_2$, ответственные за взаимную синхронизацию, не эффективны вследствие больших волновых расстроек. Исключением являются режимы, близкие к вырожденному, для которых возможны трудности при перестройке частот вблизи $\omega \cong \omega_н/2$; это обстоятельство, по-видимому, проявилось в экспериментах, описанных в работе [20].

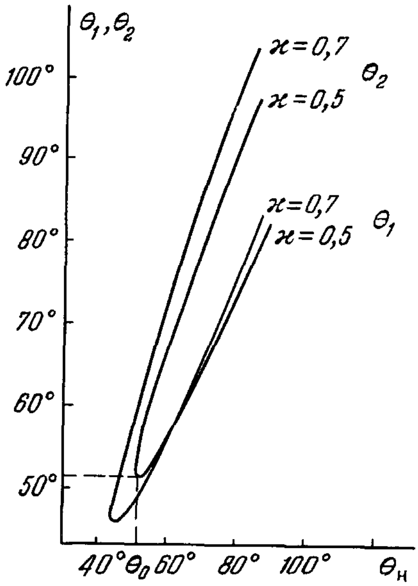

Рис. 5. Перестроечные кривые оптического параметрического генератора, использующего взаимодействие $\mathbf{k}_1^0 + \mathbf{k}_2^0 = \mathbf{k}_н^e$ в кристалле KDP.

По оси абсцисс отложен угол $\theta_н = (\widehat{\mathbf{k}_н \mathbf{z}_0})$, по оси ординат углы $\theta_1 = (\widehat{\mathbf{k}_1 \mathbf{z}_0'})$ и $\theta_2 = (\widehat{\mathbf{k}_2 \mathbf{z}_0'})$. Параметром кривых служит величина $\varkappa = \omega_1/\omega_н$. Кривые построены для $\lambda_н = 0,35\ \mu$.

Для определения диапазона перестройки параметрического генератора света и соответствующих ориентаций кристалла (при одномерном взаимодействии) или оптических резонаторов (при двумерном взаимодействии) нет нужды использовать уравнения генератора. Эти величины определяются линейными дисперсионными свойствами рабочего кристалла. Задаваясь видом нелинейного взаимодействия (как уже указывалось, условия синхронизма в типовых нелинейных кристаллах можно выполнить для взаимодействия $\mathbf{k}_1^0 + \mathbf{k}_2^0 = \mathbf{k}_н^e$ и иногда для взаимодействия $\mathbf{k}_1^0 + \mathbf{k}_2^e = \mathbf{k}_н^e$), значениями частот ω_1, ω_2, $\omega_н$ (практически удобно задавать частоту $\omega_н$ и отношение $\varkappa = \omega_1/\omega_н$) и используя дисперсионные свойства кристаллов, можно по заданному значению угла $\theta_н = (\widehat{\mathbf{k}_н \mathbf{z}_0'})$ ($\mathbf{z}_0'$ — единичный вектор, направленный вдоль оптической оси) найти значение углов $\theta_1 = (\widehat{\mathbf{k}_1 \mathbf{z}_0'})$, $\theta_2 = (\widehat{\mathbf{k}_0 \mathbf{z}_0'})$. На рис. 5 такое построение выполнено для взаимодействия вида $\mathbf{k}_1^0 + \mathbf{k}_2^0 = \mathbf{k}_н^e$ в кристалле KDP при $\lambda_н = 0,35\ \mu$ (вторая гармоника лазера на рубине). Вершинам кривых соответствуют направления одномерного взаимодействия для данного $\varkappa = \omega_1/\omega_н$. Из приведенных кривых следует, что при заданных $\theta_н$ и $\varkappa$

*) Более того, возможен также режим, когда стабильность частот параметрического генератора превышает стабильность частоты накачки.

существует только одна пара углов θ_1, θ_2, удовлетворяющих условию синхронизма.

Разумеется, для эффективного использования нелинейного кристалла в качестве рабочего тела в параметрическом генераторе света он должен не только обладать подходящими дисперсионными характеристиками в интересующем диапазоне частот, но и обеспечивать выполнение условий параметрического возбуждения при не слишком высоких мощностях накачки. Последнее накладывает ограничения на величину тензора нелинейной восприимчивости и декремент затухания.

В настоящее время имеются четыре источника мощных когерентных оптических колебаний, пригодных для использования в качестве генераторов накачки в оптических параметрических генераторах. Это рубиновый лазер, лазер на стекле с неодимом и генераторы их вторых гармоник. Типовые данные генераторов накачки и перечень нелинейных материалов, пригодных для создания соответствующих параметрических генераторов, базирующиеся на результатах работ, опубликованных к 1.XI 1965 г., приведены в таблице (здесь же приведены значения нелинейных восприимчивостей для кристаллов KDP, ADP и $LiNbO_3$).

Генератор накачки	Нелинейный материал	Средняя длина волны параметрического генератора	Параметры нелинейных материалов
Рубиновый лазер: $\lambda_н \approx 0,7$ μ, $P_н = 100$ *Мвт*	$LiNbO_3$ $NH_4D_2PO_4$ (DADP)	$\lambda \cong 1,4$ μ	1) KDP: $d_{36} = 3 \cdot 10^{-9}$ CGSE на $\lambda = 1,06$ μ
Лазер на стекле с Nd^{3+}: $\lambda_н = 1,06$ μ, $R_н = 100$ *Мвт*	$LiNbO_3$	$\lambda \cong 2$ μ	2) $LiNBO_3$[20]: $d_{31} = 3 \cdot 10^{-8}$ CGSE 3) ADP: $d_{36} = 2 \cdot 10^{-9}$ CGSE
Вторая гармоника рубинового лазера: $\lambda_н \approx 0,35$ μ, $P_н = 7$—8 *Мвт*[18]	KH_2PO_4(KDP) $NH_4H_2PO_4$(ADP)	$\lambda = 0,7$ μ	Декременты затухания для ADP:
Вторая гармоника лазера на стекле: $\lambda_н \approx 0,53$ μ, $P_н \approx 25$ *Мвт*[17]	KH_2PO_4(KDP) $NH_4H_2PO_4$(ADP) $LiNbO_3$	$\lambda = 1,06$ μ	на $\lambda = 1,06$ μ $2\delta = 0,151$ *см*$^{-1}$, на $\lambda = 0,53$ μ $2\delta = 0,024$ *см*$^{-1}$ [42]

В заключение этого раздела следует подчеркнуть, что изложенная выше теория параметрического генератора была развита для случая плоских квазимонохроматических волн. Представляется целесообразным обсудить, хотя бы качественно, вопрос о коррективах, которые должны быть внесены в нее при интерпретации данных, получаемых с реальными пучками оптических квантовых генераторов. Если речь идет о нефокусированных пучках (такие пучки используют обычно в опытах с твердотельными генераторами накачки), можно использовать приближение геометрической оптики *). В этом случае важнейшими отличиями реального пучка, генерируемого лазером, от рассмотренной выше модели являются

*) Вместе с тем учет дифракционных эффектов интересен в связи с опытами, в которых в качестве генераторов накачки используются газовые лазеры [21]; здесь для выполнения условия самовозбуждения фокусировка накачки необходима. О методике расчета нелинейных оптических эффектов в фокусированных пучках см., например, [41].

его конечная апертура, расходимость и модовая структура. В рамках приближения геометрической оптики влияние конечной апертуры пучка накачки связано с различием направлений волнового и лучевого векторов в анизотропной среде. Если обозначить через γ угол анизотропии, $\gamma = (\widehat{\mathbf{ks}})$, эффекты конечной апертуры скажутся на длинах $l_a = ML\gamma^{-1}$, где L — диаметр пучка и M — безразмерный коэффициент, величина которого определяется свойствами пространственной когерентности накачки. Если генератор накачки работает на низшей поперечной моде, $M \simeq 1$

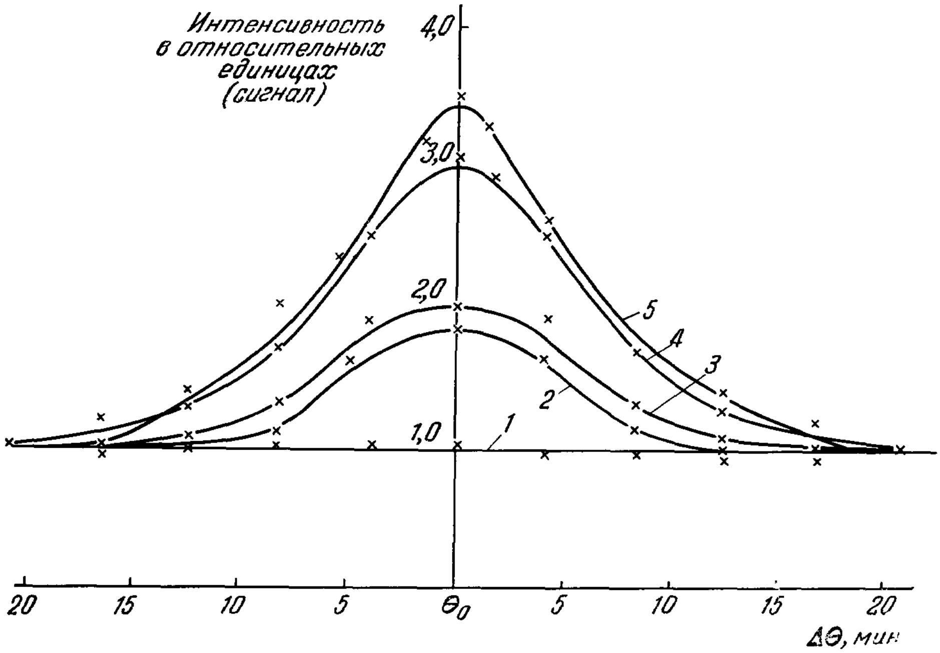

Рис. 6. Экспериментальные графики (из статьи [17]) зависимости интенсивности сигнала (в относительных единицах), усиленного в оптическом параметрическом усилителе, от направления.

Угол θ_0 соответствует направлению синхронизма. Разные кривые соответствуют различным опытам, горизонтальная прямая, проходящая через единицу, соответствует выключенной накачке.

и для обычных условий, реализуемых в эксперименте, $l_a \simeq 10$—15 *см*. Пользуясь вычисленной таким образом величиной l_a, можно оценить число отражений в резонаторе параметрического генератора N, для которых влияние апертурных эффектов еще не существенно: $l_a \approx Nd$.

Чтобы проанализировать вопрос о влиянии расходимости пучка накачки, следует учесть, что величина волновой расстройки Δ зависит от угла между рассматриваемым лучом и оптической осью (см., например, рис. 1, *а*); для малых отклонений от условий синхронизма (6)

$$\Delta = K(\theta - \theta_0). \tag{30}$$

Пользуясь (26), можно определить критический угол расходимости (иногда его называют также углом захвата), для которого еще возможно экспоненциальное нарастание субгармоник:

$$\alpha_{\text{кр}} = \frac{2\sigma A_{\text{н}0}}{K}. \tag{31}$$

Таким образом, если речь идет об усилении бегущих волн, влиянием расходимости пучка α_0 можно пренебречь, если $\alpha_0 < \alpha_{\text{кр}}$.

В оптическом резонаторе волны можно рассматривать как плоские, если $\alpha_0 < \alpha_р$ — угловой апертуры центрального максимума резонатора. Таким образом, расходимость пучка не влияет на процессы в параметрических генераторах света, если

$$\alpha_0 < \alpha_{кр} < \alpha_р.$$

Существенное влияние на процессы в параметрических генераторах света оказывает модовая структура временнóго спектра накачки. Для генератора с одномерным взаимодействием (см. рис. 1) условие существования резонанса одновременно на частотах ω_1, ω_2 эквивалентно, очевидно, условию синхронизации мод генератора накачки и мод оптического резонатора параметрического генератора. Поэтому накачка, получаемая от твердотельного лазера, используется в параметрическом генераторе, как правило, неэффективно.

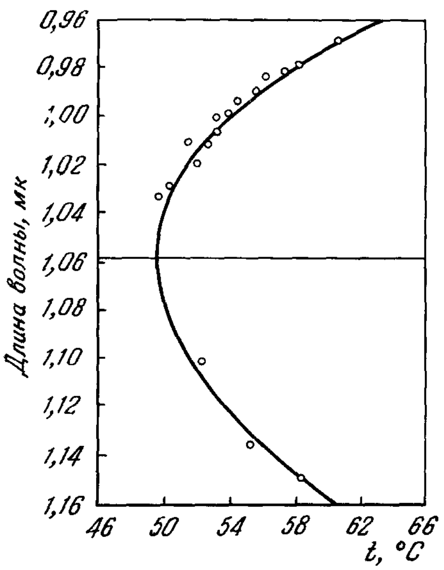

Рис. 7. Экспериментальная зависимость частот, генерируемых перестраиваемым параметрическим генератором с $\lambda_н = 0{,}529$ μ, от температуры рабочего кристалла $LiNbO_3$ (график заимствован из работы [20]).

Угловая структура сигнала с $\lambda = 1{,}06$ μ, усиленного в вырожденном параметрическом усилителе бегущей волны ($\lambda_н \approx 0{,}53$ μ), изображена на рис. 6. В этих опытах [17] использовался кристалл KDP длиной 3 *см*; поток мощности накачки составляет $P_н \cong 100$ *Мвт/см*^{2}. Угловая ширина кривых усиления определяется величиной $\alpha_{кр}$. Разные кривые соответствуют различным опытам (их различное положение связано с фазовой селективностью вырожденного параметрического усилителя); усиление по мощности в среднем составляло 2—3, что превышало порог параметрического возбуждения. Введение зеркал приводило к регенеративному усилению и самовозбуждению колебаний (характеристики генератора см. в § 1).

Порог параметрического возбуждения всегда четко выражен. Изучение спектра и угловой структуры параметрически возбужденных колебаний свидетельствуют о высокой степени их пространственной и временнóй когерентности. В опытах, описанных в [20], расходимость накачки $\alpha_н \approx (2—3) \cdot 10^{-3}$ *рад*, а расходимость излучения параметрического генератора $\alpha_{1,2} \approx 3 \cdot 10^{-3}$ *рад*. Ширина спектра накачки $\delta\lambda_н \approx 1{,}54$ Å, а параметрических колебаний в некоторых случаях не хуже $\delta\lambda_{1,2} = 0{,}3$ Å.

Перестройка частот параметрического генератора в [20] осуществлялась изменением температуры кристалла $LiNbO_3$, использовавшегося в качестве нелинейной среды. При этом длина кристалла составляла $d = 0{,}53$ *см*, а отражающие покрытия наносились непосредственно на кристалл. Экспериментальные перестроечные кривые, полученные в [20], приведены на рис. 7.

Следует отметить, что в проведенных к настоящему времени опытах не делалось попыток оптимизировать к. п. д. параметрических генераторов, поэтому к. п. д. ~ 0,1—0,05%, полученные в настоящее время, нельзя считать предельными.

В опытах с $\lambda_{\text{н}} = 0{,}35\ \mu$, описанных в работах [18,19], порог параметрического возбуждения не был превзойден; заметим, что регистрация разностной частоты, проведенная в [19], еще не обязательно свидетельствует о наличии экспоненциально нарастающих волн (более подробно об этом см. [17]). Отличительной чертой работы [18] является то обстоятельство, что в ней изучалось двумерное параметрическое взаимодействие. Интересно отметить, что при двумерном взаимодействии фазовая селективность вырожденного параметрического усиления пропадает; этот эффект не имеет аналогов в радиодиапазоне.

§ 3. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И ВЫНУЖДЕННОЕ РАССЕЯНИЕ

Рассмотренные в § 1—2 параметрические взаимодействия световых волн являются лишь одним из примеров широкого класса волновых взаимодействий аналогичного вида. В поле интенсивного светового излучения накачки эффективно взаимодействовать могут также акустические и световые волны, спиновые и световые волны, плазменные и световые волны и т. п. При этом, точно так же как это имело место при взаимодействиях световых волн и взаимодействиях волн различной природы, возможно возникновение экспоненциально нарастающих волн (неустойчивость в пространстве; см. рис. 3), а следовательно, при введении соответствующих обратных связей— параметрическое возбуждение акустических, плазменных и др. волн при световой накачке. Чтобы пояснить сказанное, запишем, например, уравнения, описывающие параметрическое взаимодействие акустических и световых волн в изотропной среде в поле мощной оптической накачки (так называемое вынужденное рассеяние Мандельштама — Бриллюэна). Связь между акустическими и световыми волнами определяется, с одной стороны, наличием электрострикционной силы

$$f = \frac{1}{8\pi}\left[\mathbf{E}^2\varrho\frac{\partial\varepsilon}{\partial\varrho}\right], \tag{32}$$

где ϱ — плотность (воздействие электромагнитных волн на звуковые), и членом в поляризации вида

$$\mathbf{P} = \frac{1}{4\pi}\frac{\partial\varepsilon}{\partial\varrho}\frac{\partial\varrho}{\partial p}\mathbf{E}p, \tag{33}$$

где p — звуковое давление (этот член описывает воздействие звуковых волн на световые). Тогда в поле мощной волны накачки

$$\mathbf{E}_{\text{н}} = \mathbf{A}_{\text{н}}(t,\ \mathbf{r})\exp\left[i\left(\omega_{\text{н}}t - \mathbf{k}_{\text{н}}\mathbf{r}\right)\right] \tag{34}$$

взаимодействие акустической волны

$$p = p(t,\ \mathbf{r})\exp\left[i\left(\Omega t - \mathbf{k}_{\Omega}\mathbf{r}\right)\right] \tag{35}$$

и световой волны

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{A}_1(t,\ \mathbf{r})\exp\left[i\left(\omega_1 t - \mathbf{k}_1\mathbf{r}\right)\right], \tag{36}$$

частоты и волновые числа которых удовлетворяют соотношениям

$$\omega_1 + \Omega = \omega_{\text{н}}, \quad \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_{\Omega} = \mathbf{k}_{\text{н}} + \Delta, \tag{37}$$

описываются уравнениями

$$(\mathbf{k}_1\nabla)\mathbf{A}_1 + \frac{k_1}{u_1}\frac{\partial\mathbf{A}_1}{\partial t} + \delta_1'\mathbf{A}_1 - i\frac{\partial\varepsilon}{\partial\varrho}\frac{\partial\varrho}{\partial p}\omega_1^2\frac{[\mathbf{k}_1[\mathbf{k}_1\mathbf{A}_{\text{н}}]]}{2k_1^2c^2}p^*e^{i\Delta\mathbf{r}} = 0, \tag{38а}$$

$$(\mathbf{k}_{\text{н}}\nabla)\mathbf{A}_{\text{н}} + \frac{k_{\text{н}}}{u_{\text{н}}}\frac{\partial\mathbf{A}_{\text{н}}}{\partial t} + \delta_{\text{н}}'\mathbf{A}_{\text{н}} - i\frac{\partial\varepsilon}{\partial\varrho}\frac{\partial\varrho}{\partial p}\omega_{\text{н}}^2\frac{[\mathbf{k}_{\text{н}}[\mathbf{k}_{\text{н}}\mathbf{A}_1]]p}{2k_{\text{н}}^2c^2}e^{-i\Delta\mathbf{r}} = 0, \tag{38б}$$

$$\mathbf{k}_{\Omega}\nabla p + \frac{k_{\Omega}}{u_{\Omega}}\frac{\partial p}{\partial t} + \delta_{\Omega}'p + i\frac{1}{8\pi}\varrho\frac{\partial\varepsilon}{\partial\varrho}(\mathbf{k}_{\Omega} - \Delta)^2\mathbf{A}_{\text{н}}\mathbf{A}_1^*e^{-i\Delta\mathbf{r}} = 0. \tag{38в}$$

Нетрудно видеть, что уравнения (38) имеют тот же вид, что и уравнения (19); правда, в отличие от (19), они являются векторными, поскольку в изотропной среде поляризации собственных волн не определены.

Точно так же как и система (19), система уравнений (38) при мощности накачки, превышающей пороговую, обладает экспоненциально нарастающими решениями. Поэтому нелинейная среда, в которой взаимодействуют акустические и световые колебания, может служить параметрическим генератором гиперзвука со световой накачкой. Следует отметить, что хотя явление вынужденного рассеяния Мандельштама — Бриллюэна уже неоднократно наблюдалось экспериментально (см., например, [43]), интенсивные гиперзвуковые колебания непосредственно не регистрировались. Можно ожидать, что при облучении мощными лазерными импульсами оптически прозрачных кристаллов (например, кварца), находящихся при гелиевых температурах, удастся возбудить интенсивные звуковые колебания с мощностью $P_\Omega \cong \frac{\Omega}{\omega_н} P_н$. (Заметим, что такие же мощности передаются гиперзвуковым колебаниям и в жидкостях, однако там, вследствие большого затухания гиперзвука, они рассеиваются в тепло.)

Интересной возможностью регистрации интенсивных гиперзвуковых колебаний, возникающих в процессе вынужденного рассеяния, является использование пьезоэффекта в рассеивающей среде. В этом случае рассеивающая среда становится генератором СВЧ колебаний со световой накачкой; при этом возможна генерация колебаний в миллиметровом диапазоне. Параметрические генераторы субмиллиметрового диапазона со световой накачкой могут быть созданы, по-видимому, при использовании вынужденного рассеяния на спиновых волнах. Заметим, наконец, что интенсивные колебания рассеивающей среды, возникающие в процессе вынужденного рассеяния, могут сами служить накачкой для более низкочастотных колебаний (например, акустических). Интересные возможности открываются при использовании когерентных молекулярных колебаний, возникающих в процессе вынужденного комбинационного рассеяния (вынужденное комбинационное рассеяние описывается уравнениями типа (38), если декремент затухания для звука считать достаточно большим). В. Т. Платоненко и одним из авторов этой статьи было показано (см. [28]), что когерентные молекулярные колебания частоты Ω могут возбудить инфракрасные волны на частотах ω_1, ω_2, удовлетворяющих соотношению $\Omega = \omega_1 + \omega_2$, при мощности лазера накачки не сильно превышающей пороговую для вынужденного комбинационного рассеяния. Недавно В. Аканаевым в нашей лаборатории такое взаимодействие наблюдалось экспериментально в сильно сжатом водороде.

§ 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенный в обзоре материал свидетельствует о возможности экспериментальной реализации принципа параметрического усиления и генерации в оптическом диапазоне. Можно ожидать, что дальнейший прогресс в деле разработки нелинейных материалов, резонаторных систем и источников накачки приведет к созданию параметрических генераторов в различных областях видимого и инфракрасного диапазонов. При этом особенно перспективными представляются работы по созданию перестраиваемых оптических параметрических генераторов непрерывного действия, использующих в качестве генераторов накачки газовые лазеры*.

---

* Особенно перспективны с этой точки зрения аргоновый лазер и лазер на CO_2.

Следует отметить, что параметрическое взаимодействие в среде с поляризацией квадратичного вида и накачкой, имеющей частоту, превышающую частоты параметрических колебаний («высокочастотной» накачкой), не являются единственным параметрическим взаимодействием, возможным в оптическом диапазоне. В принципе, имеются определенные перспективы наблюдения параметрических эффектов при «низкочастотной» накачке (см., например, [44]); интересными являются и параметрические взаимодействия в среде с нелинейной поляризацией кубичного типа $\mathbf{P} = \hat{\chi}\mathbf{EEE}$. В такой среде (например, кристалле $CaCO_3$) энергия мощных колебаний накачки частоты $\omega_н$ может передаваться параметрическим колебанием на частотах ω_1 и ω_2, удовлетворяющих соотношению $2\omega_н = \omega_1 + \omega_2$ (см. [14]). При таком взаимодействии особенно просто удовлетворить условиям синхронизма.

Сейчас рано, разумеется, говорить о всех приложениях параметрических генераторов света; уместно заметить, однако, что они могут, по-видимому, эффективно использоваться в схемах оптической переработки информации подобно их радиочастотным аналогам. В заключение следует отметить, что в последнее время выявились определенные перспективы построения перестраиваемых генераторов света, использующих многофотонные процессы *) в инвертированных квантовых системах. А. М. Прохоров и А. С. Селиваненко предложили использовать такие переходы для создания мощных лазеров с перестраиваемой частотой (см. [46]); на уже упоминавшейся конференции по квантовой электронике в Пуэрто-Рико сообщалось об экспериментальном наблюдении такого перехода с участием фотона и фонона.

Московский государственный
университет им. М. В. Ломоносова

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. P. Franken. A. Hill, G. Peters, G. Weihreich, Phys. Rev. Letts. **7**, 118 (1961); см. также: P. Franken, J. Ward, Rev. Mod. Phys. **35**, 23 (1963).
2. R. Terhune, P. Maker, C. Savage, Appl. Phys. Letts. **2** (3), 54 (1963).
3. F. Johnson, Nature **204**, 985 (1964).
4. С. А. Ахманов, А. И. Ковригин, А. С. Пискарскас, Р. В. Хохлов, ЖЭТФ, Письма **2** (5), 223 (1965).
5. G. Eckhardt, R. Hellwarth, F. McClung, D. Weiner, E. Woodbury, S. Schwarz, Phys. Rev. Letts. **9** (11), 455 (1962).
6. С. А. Ахманов, А. И. Ковригин, Н. К. Кулакова, А. К. Романюк, М. М. Струков, Р. В. Хохлов, ЖЭТФ **48** (4), 1202 (1965).
7. С. А. Ахманов, А. И. Ковригин, М. М. Струков, Р. В. Хохлов, ЖЭТФ, Письма **1** (1) (1965).
8. S. Akhmanov, A. Kovrygin, V. Dmitriev, R. Khokhlov, Nonlinear Effects at Multiples of Laser Frequencies, в сб. Physics of Quantum Electronics Conf., McGrow-Hill, N. Y., 1965.
9. N. Bloembergen, R. Chang, J. Ducuing, Dispersion of the Nonlinear Susceptibility in Crystals with Zinc Blende Symmetry, в сб. Physics of Quantum Electronics Conf., McGrow-Hill, N. Y., 1965.
10. С. А. Ахманов, Р. В. Хохлов, ЖЭТФ **43** (7), 351 (1962).
11. N. Kroll, Phys. Rev. **127**, 1207 (1962).
12. R. Kingston, Proc. IRE **50**, 472 (1962).
13. A. Siegman, Appl. Optics **1** (6), 739 (1962).
14. С. А. Ахманов, Р. В. Хохлов, Проблемы нелинейной оптики, М., Изд. ВИНИТИ, 1964.
15. R. Kingston, A. McWhorter, Proc. IEEE **53** (1), 4 (1965).
16. С. А. Ахманов, В. Г. Дмитриев, В. П. Моденов, В. В. Фадеев, Радиотехника и электроника **10** (12) (1965).

*) Обстоятельный обзор литературы по многофотонным процессам дан А. М. Бонч-Бруевичем и В. А. Ходовым [45].

17. Симпозиум по нелинейной оптике, Труды. (Минск, 4—11 июля 1965 г.), Изв. АН БССР, № 6, декабрь 1965; см. также: С. А. Ахманов, А. И. Ковригин, А. С. Пискарскас, Р. В. Хохлов, В. В. Фадеев, ЖЭТФ, Письма 2 (7), 302 (1965).
18. С. А. Ахманов, А. Г. Ершов, В. В. Фадеев, Р. В. Хохлов, О. Н. Чунаев, Е. М. Швом, ЖЭТФ, Письма 2 (10) (1965).
19. C. Wang, G. Racette, *Second Harmonic Generation and Parametric Amplification Using Intense Unfocused Laser Beams*, в сб. Physics of Quantum Electronics Conf., McGrow-Hill, N. Y., 1965; см. также Appl. Phys. Letts. 8 (8) (1965).
20. J. Giordmaine, R. Miller, Tunable Coherent Parametric Oscillation in $LiNbO_3$ at Optical Frequencies, Physics of Quantum Electronics Conf., McGrow-Hill, N. Y., 1965; см. также Phys. Rev. Letts. **14**, 973 (1965).
21. A. Ashkin, G. Boyd, Optical Nonlinear Parametric & Harmonic Interactions in $LiNbO_3$, в сб. Physics of Quantum Electronics Conf., McGrow-Hill, N. Y., 1965.
22. С. А. Ахманов, Ю. А. Кравцов, Изв. вузов (Радиофизика) 5 (1), 144 (1962).
23. С. А. Ахманов, Р. В. Хохлов, Радиотехника и электроника 7 (8), 1453 (1962).
24. J. Giordmaine, Phys. Rev. Letts. **19**, N.1 (1962).
25. P. Maker, R. Terhune, M. Nisenoff, C. Savage, Phys. Rev. Letts. 8 (1), 22 (1962).
26. J. Van der Ziel, Appl. Phys. Letts. **6**, 131 (1964).
27. С. А. Ахманов, А. И. Ковригин, Н. К. Кулакова, ЖЭТФ **48** (6), 1545 (1965).
28. В. Т. Платоненко, Р. В. Хохлов ЖЭТФ, Письма **2** (9), 435 (1965).
29. W. Loisell, A. Yariv, A. Siegman, Phys. Rev. **124** (6), 1646 (1961).
30. J. Gordon, W. Loisell, L. Walker, Phys. Rev. **129**, 481 (1963).
31. W. Wagner, R. Hellwarth, Phys. Rev. **A133**, 915 (1964).
32. Г. Абакумов, Р. В. Хохлов, Изв. вузов (Радиофизика) **9** (4), (1966).
33. A. Cullen, Nature **181**, 332 (1958).
34. P. K. Tien, J. Appl. Phys. **29**, 1347 (1958).
35. А. С. Тагер, в сб. статей «100 лет со дня изобретения радио А. С. Поповым», М., 1961.
36. Р. В. Хохлов, Радиотехника и электроника **6** (6), 1116 (1961).
37. N. Bloembergen, Nonlinear Optics, N. Y., 1965 (см. перевод: Н. Бломберген, Нелинейная оптика, М., Изд-во «Мир», 1966).
38. С. А. Ахманов, Ю. Е. Дьяков, А. К. Романюк, М. М. Струков, Приборы и техника эксперимента, № 5, 92 (1961).
39. С. А. Ахманов, А. К. Романюк, М. М. Струков, Изв. вузов (Радиофизика) 4, 179 (1961).
40. А. Г. Акманов, С. А. Ахманов, В. Н. Ештокин, Радиотехника и электроника **9** (1), 174 (1964).
41. С. А. Ахманов, А. П. Сухоруков, Р. В. Хохлов, ЖЭТФ **50** (2) (1966).
42. G. Boyd, A. Ashkin, J. Dziedzic, D. Kleinman, Phys. Rev. **A137** (4), 1305 (1965).
43. R. Chao, C. Townes, B. Stoicheff, Phys. Rev. Letts. **12**, 21, 592 (1964).
44. С. А. Ахманов, В. Г. Дмитриев, Вест. МГУ, сер. физ., № 4, 32 (1963).
45. А. М. Бонч-Бруевич, В. А. Ходовой, УФН **85** (1), 3 (1965).
46. А. М. Прохоров, УФН **85** (4), 599 (1965).
47. В. А. Зубов, М. М. Сущинский, И. К. Шувалов, УФН **83** (1) (1964).
48. В. Н. Луговой, Радиотехника и электроника **9**, 596 (1964).