1965 г. Сентябрь *Том 87, вып. 1*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

523.165

КОСМИЧЕСКОЕ МАГНИТОТОРМОЗНОЕ (СИНХРОТРОННОЕ) ИЗЛУЧЕНИЕ *)

В. Л. Гинзбург и С. И. Сыроватский

СОДЕРЖАНИЕ

I. ВВЕДЕНИЕ

Электромагнитные волны, распространяющиеся в космическом пространстве, излучаются в результате действия различных механизмов. Так, в оптической части спектра основную роль играет излучение, возникающее при переходах электронов между дискретными атомарными или молекулярными уровнями (связанно-связанные переходы), при рекомбинации (свободно-связанные переходы) и, наконец, при переходах в непрерывном спектре (свободно-свободные переходы). В последнем случае, при соблюдении условия $\hbar\omega \ll kT$ ($\omega = 2\pi\nu$ — циклическая частота излучения, T — абсолютная температура), процесс излучения можно рассматривать классически — речь идет, очевидно, о тормозном излучении, возникающем при ускорении электрона, пролетающего вблизи атома или иона. Некоторые компоненты космического радиоизлучения генерируются аналогичным образом. Именно, наблюдаемые радиолинии атомарного водорода ($\lambda = 21$ *см*) и OH обусловлены связанно-связанными переходами, а тепловое радиоизлучение межзвездного и коронального газа представляет собой тормозное излучение.

Вместе с тем в радиодиапазоне очень существенное значение имеют и другие механизмы излучения. К их числу относятся, в частности, те некогерентные и когерентные механизмы спорадического солнечного радиоизлучения, действие которых связано с существованием достаточно плотной плазмы. Другими словами, речь идет об излучении, которое не могло бы возникнуть при движении отдельных электронов в вакууме. Можно, несколько огрубляя картину, сказать, что эти механизмы существенны в радиодиапазоне потому, что для солнечной атмосферы именно в радиодиапазоне лежит плазменная частота $\omega_0 = \sqrt{\frac{4\pi e^2 N_e}{m}} = 5{,}64 \cdot 10^4 \sqrt{N_e}$ (здесь N_e — электронная концентрация).

*) Настоящая статья публикуется одновременно на английском языке в Annual Review of Astronomy and Astrophysics, vol. 3, 1965.

Существует, однако, еще один механизм излучения, действующий уже при движении электронов в вакууме и играющий в радиоастрономии колоссальную роль. Мы имеем в виду магнитотормозное или, как его часто называют, синхротронное излучение.

При движении заряженной частицы в магнитном поле, если только ее скорость не направлена строго вдоль поля, частица испытывает ускорение и, следовательно, должна излучать электромагнитные волны. Таким образом, факт появления магнитотормозного излучения сразу же следует уже из основ классической электродинамики. Давно известны и те специфические черты, которые характерны для магнитотормозного излучения ультрарелятивистских частиц — достаточно сказать, что этот вопрос был довольно подробно освещен еще в книге Шотта [1], изданной в 1912 г. Однако, как это обычно бывает в подобных случаях, магнитотормозное излучение привлекло к себе пристальное внимание лишь тогда, когда его изучение оказалось связанным с конкретными и достаточно актуальными физическими и астрофизическими вопросами. Речь идет о магнитотормозном излучении в электронных ускорителях [2, 3], в земном магнитном поле [4, 5] и в космических условиях (см. [6-18] и ниже) *).

Теорию магнитотормозного излучения после Шотта [1] развивал целый ряд авторов (см. [2-5, 14-17] и ниже). В нашу задачу, однако, не входит ни анализ, ни изложение всех этих работ. Физическая сторона дела, а при вычислении с точностью до множителей порядка единицы также и большинство результатов теории ясны уже из элементарных соображений (см. гл. 2 и 3). Что же касается некоторых формул, которые получаются в результате длинных вычислений, то мы приведем их без доказательства, указав на работы, в которых можно найти детали расчетов. Вместе с тем, как мы надеемся, ниже указано все необходимое для того, чтобы использовать теорию магнитотормозного излучения в применении к типичным астрофизическим задачам. При этом, в частности, рассмотрен вопрос о магнитотормозном излучении при движении электронов не в вакууме, а в плазме (см. гл. 4), так как это существенно в ряде случаев (дискретные источники космического радиоизлучения, солнечная корона и т. д.).

Интерес к магнитотормозному излучению в астрофизике связан в первую очередь с тем обстоятельством, что нетепловое (неравновесное) космическое радиоизлучение в большинстве случаев имеет как раз магнитотормозную природу [6-9, 18-20]. Это относится к общему галактическому радиоизлучению (излучение диска и гало), радиоизлучению оболочек сверхновых звезд (Кассиопея А, Телец А и др.), радиоизлучению нормальных и радиогалактик (речь идет об излучении с непрерывным спектром). Магнитотормозным частично является также спорадическое радиоизлучение Солнца [10, 21-23], а также Юпитера [23, 24]. Кроме того, в отдельных случаях (Крабовидная туманность — Телец А, радиогалактика M87 ≡ ≡ NGC4486 ≡ Дева А, галактика M82, и, возможно, сверхзвезды — источники 3C273B и др.) наблюдается оптическое магнитотормозное излучение [13, 25, 26]; видимо, это относится и к оптическому излучению с непрерывным спектром, возникающему иногда во время солнечных вспышек [12]. В некоторых случаях, особенно в Крабовидной туманности, можно ожидать также

*) Вопросам, затронутым в настоящей статье, посвящена весьма обширная литература. В этой связи сделать список цитированной литературы сколько-нибудь полным было бы и вряд ли возможно и нецелесообразно. Мы ссылаемся преимущественно на работы, представляющие интерес для правильного понимания истории вопроса, на обзоры и, наконец, на отдельные статьи, непосредственно используемые в тексте. Заметим также, что в настоящей статье мы в некоторых местах использовали материал, содержащийся в нашей книге [34].

появления космического магнитотормозного излучения в рентгеновской области [27-32].

В тех случаях, когда космическое радио- или оптическое излучение имеет магнитотормозную природу, определение интенсивности и спектра этого излучения позволяет получить сведения о концентрации и энергетическом спектре релятивистских электронов в соответствующем источнике. Именно поэтому вопрос о магнитотормозном космическом излучении оказывается тесно связанным с астрофизикой космических лучей или, пользуясь более распространенной терминологией, с проблемой происхождения космических лучей [11, 18, 19, 33, 34], а также с гамма-и рентгеновской астрономией [27-32].

Итак, магнитотормозное излучение играет в современной астрофизике большую роль и с ним приходится сталкиваться при анализе целого ряда важных проблем. Само собой разумеется, однако, что в рамках настоящей статьи нет возможности подробно останавливаться на самих этих проблемах, а также результатах радиоастрономических исследований. Поэтому ниже мы ограничимся изложением теории магнитотормозного излучения и некоторых путей ее применения в астрофизике (гл. 5).

Сделаем здесь еще несколько замечаний исторического характера. Это представляется нам уместным потому, что в литературе история вопроса часто освещается неточно.

Нетепловое космическое радиоизлучение вначале считали образующимся в атмосферах звезд («радиозвездная гипотеза» [35, 36]). На первый взгляд такая точка зрения представляется естественной в связи с существованием довольно интенсивного спорадического радиоизлучения Солнца. Легко видеть, однако, что для объяснения наблюдательных данных гипотетические радиозвезды нужно наделить весьма необычными свойствами. Особенно фантастическими требования, предъявляемые к радиозвездной гипотезе, стали после того, как была выявлена [37] квазисферическая составляющая общего галактического радиоизлучения. Тем самым стало ясно, что источники нетеплового галактического радиоизлучения расположены в основном в галактическом гало, предположение о существовании которого было высказано незадолго до этого [38]. Тем не менее и в статье [37] и в ряде последующих [39, 40] радиозвездная гипотеза еще не была оставлена. Между тем если связать общее галактическое радиоизлучение с магнитотормозным излучением релятивистских электронов [7, 8], то мы сразу же приходим к вполне приемлемым и вероятным оценкам напряженности межзвездных полей и концентрации релятивистских электронов. В случае дискретных источников [6, 8] оценки также благоприятны. Поэтому в СССР уже к началу 1953 г. радиозвездная гипотеза была оставлена и магнитотормозная природа основной части нетеплового космического радиоизлучения признана несомненной.

Для физиков магнитотормозной механизм представляется столь простым и прозрачным, что использовать этот механизм в космических условиях казалось вполне естественным. Однако значительной части астрономов магнитотормозной механизм вначале казался, видимо, слишком необычным и относящимся, быть может, только к космическому радиоизлучению. В этой связи популярность магнитотормозной гипотезы сильно возросла после того, как было обнаружено оптическое магнитотормозное излучение. Насколько нам известно, вопрос о космическом оптическом магнитотормозном излучении впервые обсуждался в 1952 г. Гордоном в применении к солнечным вспышкам [12]. В дальнейшем Шкловский применил те же представления для объяснения части оптического излучения Крабовидной туманности [13]. Магнитотормозное излучение, как это очевидно из самых элементарных соображений (см. гл. 2 и 3), является, вообще

говоря, поляризованным. Поэтому уже в 1953 г. были высказаны предложения [41, 42, 11, 12], касающиеся поляризационных измерений в оптической и радиообласти *). Вскоре была обнаружена поляризация оптического излучения Крабовидной туманности [25, 26] и выброса в галактике NGC4486 (радиогалактика Дева А) [44]. В радиодиапазоне поляризация наблюдаемого магнитотормозного излучения, вообще говоря, сильно ослаблена по целому ряду причин и в первую очередь в силу фарадеевского вращения плоскости поляризации в источниках и межзвездной среде. Однако и в этом случае поляризация обнаружена (см., например, [45–47]).

Поляризационные измерения казались многим астрофизикам особенно убедительными, видимо, потому, что с точки зрения всех известных немагнитотормозных механизмов излучения объяснить поляризацию представлялось чрезвычайно трудно, а по сути дела просто невозможно. Мы, однако, считаем, что в магнитотормозной природе нетеплового космического радиоизлучения, а также оптического излучения с непрерывным спектром в Крабе и в Деве, не было никаких оснований сомневаться и независимо от измерений поляризации.

Так или иначе. на Парижском симпозиуме по радиоастрономии в 1958 г. (см. [48]), в отличие от Манчестерского симпозиума 1955 г. (см. [40]), магнитотормозная теория нетеплового космического радиоизлучения оказалась уже общепризнанной.

2. МАГНИТОТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ОТДЕЛЬНОГО ЭЛЕКТРОНА

2.1. Характер электромагнитного излучения, возникающего при ускорении нерелятивистских и ультрарелятивистских частиц

Если заряженная частица движется в вакууме, то она излучает электромагнитные волны только при наличии ускорения (при движении в среде картина может существенно измениться; влияние среды будет рассмотрено в гл. 4). При этом в нерелятивистском случае, когда скорость частицы $v \ll c = 3 \cdot 10^{10}$ *см/сек*, излучение обычно имеет дипольный характер. Точнее, интенсивность квадрупольного и более высокого мультипольного излучения пропорциональна дополнительным множителям порядка $(v/c)^{2n} \sim (a/\lambda)^{2n}$, где a — размеры излучающей системы (например, осциллятора), $\lambda = cT$ — длина волны излучения, $T \sim a/v$ — характерный период движения частицы и $n = 1$ для квадруполя, $n = 2$ для октуполя и т. д. Поэтому, например, квадрупольное излучение обычно существенно лишь, если дипольный момент системы равен нулю или аномально мал. Для диполя (осциллятора) с моментом $\mathbf{p}$, изменяющимся лишь по величине, электрическое поле в волновой зоне изменяется по закону $\mathscr{E} \sim \sin\chi$, а интенсивность

$$dJ = \frac{(\ddot{\mathbf{p}})^2}{4\pi c^3} \sin^2\chi \, d\Omega,$$

где χ — угол волнового вектора излучения $\mathbf{k}$ с осью диполя и $d\Omega$ — элемент телесного угла (рис. 1, *а*).

В магнитном поле нерелятивистская частица с зарядом e и массой m движется по винтовой линии, причем циклическая частота ее вращения

---

*) Довольно любопытно, что на этом первом этапе возможность наблюдения поляризации оптического излучения Крабовидной туманности вызвала возражения (см. [43]; вообще, мы хотели бы обратить внимание на сборник [43], как источник информации о состоянии проблемы к средине 1953 г.).

вокруг оси винтовой линии равна

$$\omega_H^{(0)} = \frac{eH}{mc} = 1{,}76 \cdot 10^7 H. \qquad (2{,}1)$$

Здесь H — напряженность магнитного поля и численное значение приведено для электрона (в формуле (2,1) и ниже, если специально не оговорено, фигурирует абсолютная величина заряда частицы).

Излучение нерелятивистского электрона при его движении в магнитном поле часто называют циклотронным. Частота циклотронного излучения равна $\omega_H^{(0)}$ и оно является дипольным. При этом в простейшем случае кругового движения (радиус орбиты $r_H = v/\omega_H^{(0)} = mcv/eH$) частица излучает

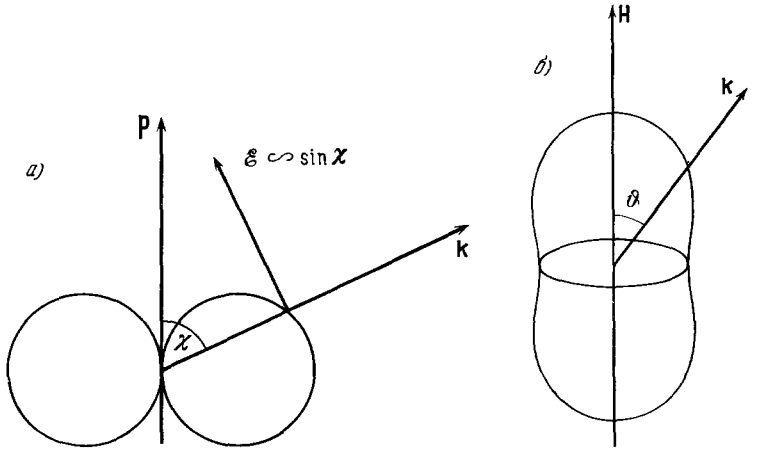

Рис. 1. *а*) Напряженность электрического поля неподвижного диполя, как функция угла χ между осью диполя **p** и волновым вектором **k**. *б*) Интенсивность циклотронного излучения в зависимости от угла ϑ между вектором магнитного поля **H** и волновым вектором **k**.

как два взаимно перпендикулярных линейных осциллятора, сдвинутых по фазе на $\pi/2$, или, что то же, как перпендикулярный магнитному полю постоянный диполь, вращающийся с частотой $\omega_H^{(0)}$. Средняя за период интенсивность циклотронного излучения равна

$$dJ = \frac{e^2 r_H^2 (\omega_H^0)^4}{8\pi c^3} (1 + \cos^2\vartheta)\, d\Omega,$$

где ϑ — угол между **k** и полем **H** (рис. 1, *б*). Для винтового движения, пока параллельная полю компонента скорости $v_{\parallel} = \mathbf{vH}/H \ll c$, распределение интенсивности в качественном отношении мало изменяется.

Совсем иначе излучают ультрарелятивистские частицы, для которых

$$\frac{mc^2}{E} = \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \ll 1. \qquad (2{,}2)$$

При $v \simeq c$ дипольное излучение уже отнюдь не преобладает по своей интенсивности и характер излучения в качественном отношении проще всего выяснить следующим образом. Перейдем в систему координат, в которой мгновенная скорость частицы равна нулю или является нерелятивистской. Пусть в этой системе излучение имеет дипольный характер и происходит на частоте ω_i. Преобразуем теперь поле излучения, совершая

переход к системе, в которой скорость частицы равна v. Тогда частота определяется хорошо известной формулой для эффекта Допплера (ψ — угол между $\mathbf{v}$ и волновым вектором $\mathbf{k}$)

$$\omega = \frac{\omega_i \sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}{1-\frac{v}{c}\cos\psi}. \tag{2,3}$$

Мы видим, что в ультрарелятивистском случае (2,2) частота $\omega \sim \sim \omega_i/\sqrt{1-(v/c)^2} = \omega_i E/mc^2$ велика по сравнению с ω_i, пока угол ψ достаточно мал, а именно пока

$$\psi \lesssim \xi = \frac{mc^2}{E}. \tag{2,4}$$

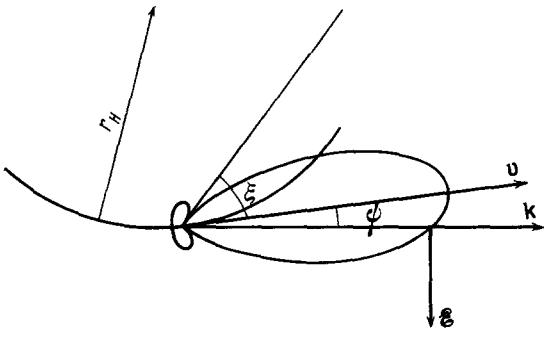

Рис. 2. Проекция электрического поля в плоскости, проходящей через ось диполя как функция угла ψ между поступательной скоростью диполя $\mathbf{v}$ и волновым вектором $\mathbf{k}$.

Диполь движется перпендикулярно своей оси. Распределение поля показано для случая $v = \frac{2}{3}c$.

Если же $\psi \gg mc^2/E$, то частота излучения резко уменьшается. Выражения для напряженности поля и интенсивности излучения (см., например, [17]) также содержат в знаменателе некоторую степень множителя $\left(1-\frac{v}{c}\cos\psi\right)$. Поэтому излучение в основном сосредоточено в конусе с углом раствора $\sim mc^2/E$ около направления мгновенной скорости частицы (рис. 2). Ниже мы всегда будем считать, что условие (2,2) выполнено, т. е. мы имеем дело с ультрарелятивистскими частицами.

2.2. Магнитотормозное излучение ультрарелятивистского электрона (оценки)

При движении электрона с произвольной полной энергией E в магнитном поле период обращения $T = 2\pi/\omega_H$, где

$$\omega_H = \frac{eH}{mc}\frac{mc^2}{E} = \frac{eH}{mc}\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}. \tag{2,5}$$

При этом вектор скорости электрона $\mathbf{v}$ составляет постоянный угол θ с вектором поля $\mathbf{H}$ и описывает конус вокруг направления поля (рис. 3). При $\theta \gg \xi = mc^2/E$ наблюдатель, находящийся на поверхности этого конуса на большом расстоянии от излучающей частицы, зафиксирует следующие друг за другом через промежутки времени $\tau = 2\pi/\omega_H$ импульсы излучения. Характер этих импульсов (рис. 4) легко выяснить, если рассмотреть электрическое поле быстродвижущегося диполя (рис. 2), которое поворачивается относительно наблюдателя в результате вращения частицы в магнитном поле (вектор ускорения, который отвечает оси диполя, все время перпендикулярен полю $\mathbf{H}$ и вращается вокруг него с частотой ω_H). Продолжительность каждого импульса

$$\Delta t \sim \frac{r_H^*\xi}{c}\left(\frac{mc^2}{E}\right)^2 = \frac{mc}{eH_\perp}\left(\frac{mc^2}{E}\right)^2, \tag{2,6}$$

где $r_H^* = \frac{E}{eH_\perp}$ — радиус кривизны пространственной траектории частицы *), $H_\perp = H \sin\theta$ — компонента магнитного поля, перпендикулярная к направлению движения (скорости) электрона, и множитель $(mc^2/E)^2$ появляется вследствие эффекта Допплера. В самом деле, в пределах угла $\xi = mc^2/E$ электрон движется в направлении наблюдателя в течение времени $\Delta t' = r_H^*\xi/c = mc/eH_\perp$. За это время электрон проходит путь $v\Delta t'$ и излучаемый

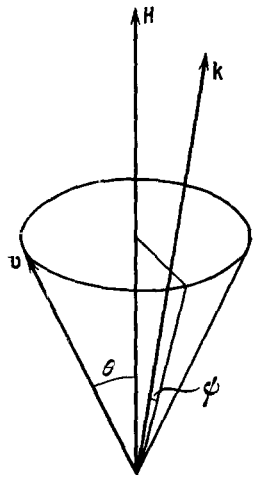

Рис. 3 Конус скоростей электрона, движущегося по винтовой линии вокруг магнитного поля H.

v — мгновенная скорость частицы, θ — угол между v и H, ψ — угол между k и ближайшей образующей конуса скоростей.

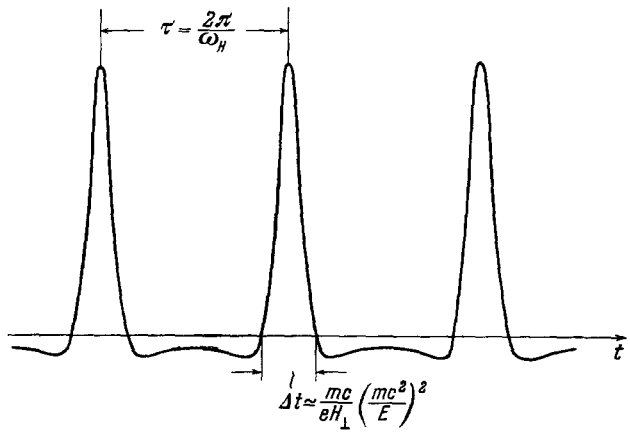

Рис. 4. Электрическое поле в волновой зоне как функция времени для частицы, вращающейся в магнитном поле.

Эта картина получается, если вращать с угловой скоростью ω_H поле быстро движущегося диполя, изображенное на рис. 2.

им импульс поэтому сжимается также на величину $v\Delta t'$ (в этом и состоит эффект Допплера). В результате наблюдаемая длина импульса порядка $(c - v)\,\Delta t'$, а его продолжительность $\Delta t = \Delta t'\,(1 - v/c) \simeq 2\Delta t'\,(mc^2/E)^2$, что эквивалентно (2,6).

Спектр излучения, состоящего из импульсов, повторяющихся через интервалы времени $\tau = 2\pi/\omega_H$, будет, очевидно, состоять из обертонов частоты ω_H. Фактически же, поскольку $\tau \gg \Delta t$, в области высоких гармоник спектр можно считать непрерывным, причем максимум в спектре отвечает частоте

$$\omega_m \sim \frac{1}{\Delta t} \sim \frac{eH_\perp}{mc}\left(\frac{E}{mc^2}\right)^2. \qquad (2,7)$$

Существенно при этом, что поле излучения меняет знак (см. рис. 4). Именно поэтому в спектре имеется максимум. Эффективная ширина спектра

---

*) Подчеркнем различие между радиусом кривизны пространственной траектории $r_H^* = \frac{v}{\omega_H \sin\theta} \simeq \frac{E}{eH_\perp}$ и радиусом кривизны $r_H = \frac{v\sin\theta}{\omega_H} \simeq \frac{c\sin\theta}{\omega_H} = \frac{E\sin^2\theta}{eH_\perp}$ для окружности, которую описывает проекция скорости электрона на плоскость, перпендикулярную к полю H (радиус r_H^* ниже встречаться не будет, и поэтому радиусом кривизны, как обычно, мы будем называть величину r_H).

излучения также порядка ω_m и поэтому средняя спектральная плотность мощности магнитотормозного излучения может быть оценена, если разделить полную мощность этого излучения (см. формулу (2,10) ниже) на ω_m. В результате

$$\bar{p} \sim \frac{P(E)}{\omega_m} \sim \frac{e^3 H_\perp}{mc^2}. \tag{2.8}$$

Одной из характерных особенностей магнитотормозного излучения является его поляризация. В связанной с электроном системе координат преимущественное направление электрического вектора в излучаемых волнах лежит в той же плоскости, что и направление ускорения (см. рис. 1, *а*). Поскольку при движении частицы в магнитном поле направление ускорения все время изменяется, волны будут, вообще говоря, эллиптически поляризованными. Если осциллятор движется на наблюдателя, то поляризация излучения, идущего вдоль скорости поступательного движения, не изменится. Отсюда ясно, что магнитотормозное излучение отдельного электрона в общем случае поляризовано по эллипсу, причем электрическое поле $\mathscr{E}$ в волне максимально в плоскости, проходящей через направление ускорения. Это значит, что преимущественное направление поля $\mathscr{E}$ в волне перпендикулярно проекции магнитного поля на картинную плоскость (как обычно, под картинной плоскостью понимается плоскость, перпендикулярная к лучу зрения).

Прежде чем перейти к результатам количественной теории, подчеркнем, что рассматриваемое в настоящей статье магнитотормозное электромагнитное излучение отнюдь не является единственным возможным типом магнитотормозного излучения. В самом деле, движущаяся в магнитном поле заряженная частица будет излучать все те поля, с которыми она взаимодействует. Так, частицы всех типов будут излучать гравитационные волны, а, например, протоны должны излучать также $\pi^{+,0}$-мезоны (процессы $p \to n + \pi^+$, $p \to p + \pi^0$), позитроны и нейтрино (β^+-распад протона в магнитном поле, т. е. процесс $p \to n + e^+ + \nu$). Однако интенсивность магнитотормозного неэлектромагнитного излучения ничтожно мала и в астрофизике оно не играет никакой роли [49].

2.3. Магнитотормозное излучение электрона (формулы)

При движении в однородном магнитном поле **H** частота обращения электрона определяется формулой (2,5), а радиус проекции орбиты на плоскость, перпендикулярную **H**, равен

$$r_H = \frac{v \sin\theta}{\omega_H} = \frac{mcv \sin\theta}{eH\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}.$$

Полная мощность магнитотормозного излучения легко вычисляется по общим формулам (см. [17], § 73, 74) без привлечения спектрального разложения. Эта мощность равна

$$P(E) = \frac{2e^4 H_\perp^2 v^2}{3m^2c^5\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)} = \frac{2e^4 H_\perp^2}{3m^2c^3}\left[\left(\frac{E}{mc^2}\right)^2 - 1\right]. \tag{2,9}$$

Для ультрарелятивистского случая

$$P(E) = \frac{2e^4 H_\perp^2}{3m^2c^3}\left(\frac{E}{mc^2}\right)^2 = 1{,}57\cdot 10^{-15} H_\perp^2 \left(\frac{E}{mc^2}\right)^2 \frac{\text{эрг}}{\text{сек}} =$$
$$= 0{,}98\cdot 10^{-3} H_\perp^2 \left(\frac{E}{mc^2}\right)^2 \frac{\text{эв}}{\text{сек}}, \tag{2,10}$$

где численные значения относятся к электронам (и позитронам; $mc^2 = 0{,}51\cdot 10^6$ *эв*); для атомного ядра с зарядом eZ и массой M

$$P(E) = 0{,}98\cdot 10^{-3} H_\perp^2 \left(\frac{Z^2 m}{M}\right)^2 \left(\frac{E}{Mc^2}\right)^2 \frac{\text{эв}}{\text{сек}}. \qquad (2{,}11)$$

Выражение (2.10) определяет, очевидно, скорость потери энергии ультрарелятивистским электроном, движущимся в постоянном магнитном поле. Заметим, что в поле электромагнитного излучения с характерной частотой $\omega \ll \frac{(mc^2)^2}{\hbar E}$ так называемые комптоновские потери энергии отличаются от выражения (2,10) заменой $H_\perp^2$ на $\frac{16\pi}{3} w_\Phi$, где w_Φ — плотность энергии излучения (подробнее см. [34] § 8).

Вычисление электромагнитного поля для каждой из гармоник магнитотормозного излучения довольно громоздко (детальные расчеты приведены в [15]; для кругового движения электрона, т. е. при $\sin^2\theta = 1$, соответствующие выражения нетрудно получить, воспользовавшись приведенными в [17] потенциалами поля). Если электрическое поле излучения ультрарелятивистской частицы представить в виде ряда Фурье

$$\mathscr{E} = \mathrm{Re}\left(\sum_{n=1}^{\infty} \mathscr{E}_n e^{-in\omega_H t}\right),$$

где Re — вещественная часть выражения, то на расстоянии r от частицы амплитуда n-й гармоники излучения в направлении $\mathbf{k}$ равна

$$\mathscr{E}_n = \frac{2e^*\omega_H}{\sqrt{3}\,\pi c r} \exp\left(in\omega_H \frac{r}{c}\right) \frac{n}{\sin\theta} \{(\xi^2+\psi^2) K_{2/3}(g_n)\, \mathbf{l}_1 + i\psi(\xi^2+\psi^2)^{1/2} K_{1/3}(g_n)\, \mathbf{l}_2\}. \qquad (2{,}12)$$

Здесь e^* — заряд излучающей частицы (для электрона $e^* = -e$), ψ — угол между волновым вектором $\mathbf{k}$ и ближайшей образующей конуса скоростей, $\mathbf{l}_1$ и $\mathbf{l}_2$ — два взаимно перпендикулярных единичных вектора в картинной плоскости, причем $\mathbf{l}_2$ параллелен проекции $\mathbf{H}$ на эту плоскость, а $\mathbf{l}_1 = [\mathbf{k}\mathbf{l}_2]/k$. Функции $K_{1/3}(g_n)$ и $K_{2/3}(g_n)$ — бесселевы функции мнимого аргумента второго рода, а

$$g_n = \frac{n}{3\sin\theta}(\xi^2+\psi^2)^{3/2}. \qquad (2{,}13)$$

В выражении (2,12), как и всюду ниже в буквенных формулах, используется только абсолютная (гауссова) система единиц.

Как видно из выражения (2,12), электрический вектор $\mathrm{Re}\,\{\mathscr{E}_n e^{-in\omega_H t}\}$ данной гармоники с течением времени описывает эллипс. Одна из осей этого эллипса (меньшая) направлена вдоль проекции $\mathbf{H}$ на картинную плоскость, вторая (большая) перпендикулярна этой проекции, а их отношение, которое мы обозначим через $\mathrm{tg}\,\beta$, в силу (2,12) равно

$$\mathrm{tg}\,\beta = \frac{\psi K_{1/3}(g_n)}{(\xi^2+\psi^2)^{1/2} K_{2/3}(g_n)}. \qquad (2{,}14)$$

При $\psi > 0$ направление вращения правое (по часовой стрелке относительно наблюдателя), при $\psi < 0$ — левое. Угол ψ считается положительным, если направление излучения и вектор напряженности магнитного поля лежат по одну сторону от конуса скоростей (рис. 5).

Поляризация вырождается в линейную только при $\psi = 0$, т. е. в случае, если волновой вектор лежит строго на поверхности конуса скоростей. При больших ψ (т. е. при $\psi \gg \xi$) поляризация стремится к круговой, поскольку для больших значений аргумента $K_{2/3}(x) \simeq$

$\simeq K_{1/3}(x) \simeq \left(\frac{\pi}{2x}\right)^{1/2} e^{-x}$; однако интенсивность излучения при этом становится пренебрежимо малой (см. ниже, рис. 6).

Средняя за период плотность потока энергии излучения, заключенной в n-й гармонике, равна

$$p_n = \frac{c}{8\pi} |\mathscr{E}_n|^2. \tag{2,15}$$

Так как при $\xi = mc^2/E \ll 1$ излучаемая энергия почти целиком

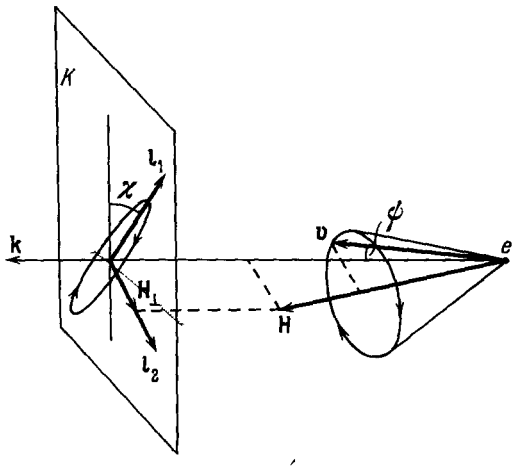

Рис. 5. Эллипс колебаний электрического вектора в волне, излучаемой частицей, движущейся в магнитном поле.

Заряд считается положительным; для отрицательно заряженной частицы (электрона) направление вращения противоположно указанному. K — картинная плоскость (плоскость, перпендикулярная к направлению излучения или, что то же, к направлению наблюдения); $\mathbf{l}_1$ и $\mathbf{l}_2$ — два взаимно ортогональных единичных вектора в картинной плоскости, из которых $\mathbf{l}_2$ направлен вдоль проекции магнитного поля $\mathbf{H}$ на картинную плоскость.

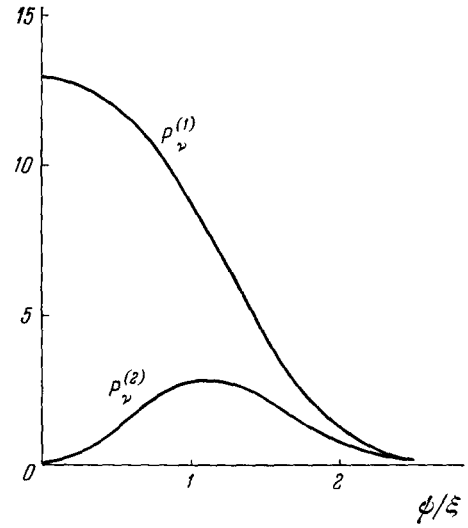

Рис. 6. Магнитотормозное излучение отдельного электрона.

Угловая зависимость потоков излучения с двумя главными направлениями поляризации: поперек проекции магнитного поля на картинную плоскость ($p_\nu^{(1)}$) и вдоль этой проекции ($p_\nu^{(2)}$) при $\nu/\nu_c = 0{,}29$. За единицу масштаба по вертикальной оси взят коэффициент $3e^3H/4\pi^2\zeta \cdot r^2mc^2(\nu_c/\nu)^2$ в выражениях (2,17) и (2,18). Угол $\psi=0$ отвечает направлению мгновенной скорости электрона.

сосредоточена в области очень высоких гармоник, где спектр практически непрерывен, то удобно перейти от номера гармоники n к частоте

$$\nu = n\frac{\omega_H}{2\pi} = \frac{2}{3}\frac{n\xi^3}{\sin\theta}\nu_c,$$

где обозначено

$$\nu_c = \frac{3eH\sin\theta}{4\pi mc\xi^2} = \frac{3eH_\perp}{4\pi mc}\left(\frac{E}{mc^2}\right)^2. \tag{2,16}$$

Тогда, в силу (2,15), (2,12) и (2,16), плотности потоков излучения с двумя главными направлениями поляризации, отнесенные к единичному интервалу частот ν, равны

$$p_\nu^{(1)} = \frac{3}{4\pi^2r^2}\frac{e^3H}{mc^2\xi}\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)^2\left(1+\frac{\psi^2}{\xi^2}\right)^2 K_{2/3}^2(g_\nu), \tag{2,17}$$

$$p_\nu^{(2)} = \frac{3}{4\pi^2r^2}\frac{e^3H}{mc^2\xi}\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)^2\frac{\psi^2}{\xi^2}\left(1+\frac{\psi^2}{\xi^2}\right)K_{1/3}^2(g_\nu), \tag{2,18}$$

где

$$g_\nu = \frac{\nu}{2\nu_c}\left(1+\frac{\psi^2}{\xi^2}\right)^{3/2}, \tag{2,19}$$

и учтено, что $p_\nu = p_n\, dn/d\nu = 2\pi p_n/\omega_H$.

Угловое распределение потоков излучения $p_\nu^{(1)}$ и $p_\nu^{(2)}$ изображено на рис. 6. За единицу масштаба по вертикальной оси выбран коэффициент $(3e^3H/4\pi^2r^2mc^2\xi)\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)^2$ в выражениях (2,17) и (2,18). Кривые построены для $\frac{\nu}{\nu_c}=0{,}29$, что соответствует, как мы увидим ниже, максимуму в частотном спектре полного (по всем направлениям) излучения электрона. Рисунок 6 показывает, что в области малых углов ψ основной вклад в излучение вносит $p_\nu^{(1)}$, т. е. колебания с направлением электрического поля поперек проекции **H** на картинную плоскость.

Найдем теперь спектральное распределение полного (по всем направлениям) излучения отдельного ультрарелятивистского электрона. Для этой цели нужно проинтегрировать выражения (2.17) и (2.18) по всему телесному углу. При этом можно воспользоваться тем обстоятельством, что величины $p_\nu^{(1)}$ и $p_\nu^{(2)}$ как функции угла ψ быстро стремятся к нулю вне интервала $\Delta\psi \sim mc^2/E$ и поэтому при интегрировании по телесному углу существен лишь вклад узкого кольцевого сектора $\Delta\Omega = 2\pi \sin\vartheta\Delta\psi$ вблизи конуса скоростей, где $\vartheta = \theta - \psi \simeq \theta$ — угол между направлением наблюдения **k** и полем **H**. Таким образом, нужно найти величины

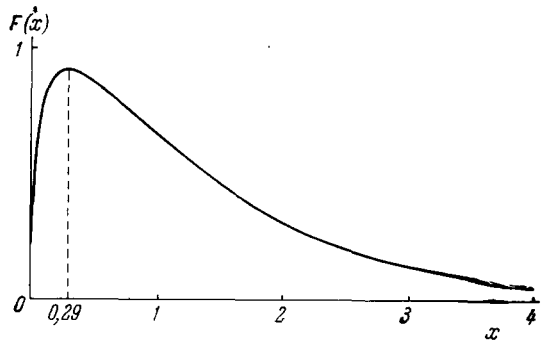

Рис. 7. Спектральное распределение мощности полного (по всем направлениям) излучения заряженной частицы, движущейся в магнитном поле.

$$r^2\int p_\nu^{(1,2)}\,d\Omega = 2\pi r^2\sin\theta\int_{-\infty}^{+\infty} p_\nu^{(1,2)}\,d\psi,$$

где в последнем выражении пределы интегрирования в силу сказанного выше заменены на бесконечные. Как показывает расчет (см., например, [15]),

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{+\infty} p_\nu^{(1)}\,d\psi &= \frac{\sqrt{3}e^3H}{2\pi mc^2r^2}\,\frac{\nu}{2\nu_c}\left[\int_{\nu/\nu_c}^{\infty} K_{5/3}(\eta)\,d\eta + K_{2/3}\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)\right],\\ \int_{-\infty}^{+\infty} p_\nu^{(2)}\,d\psi &= \frac{\sqrt{3}e^3H}{2\pi mc^2r^2}\,\frac{\nu}{2\nu_c}\left[\int_{\nu/\nu_c}^{\infty} K_{5/3}(\eta)\,d\eta - K_{2/3}\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)\right].\end{aligned} \tag{2,20}$$

Спектральное распределение мощности полного излучения отдельного электрона

$$p(\nu) = 2\pi r^2\sin\theta\int(p_\nu^{(1)}+p_\nu^{(2)})\,d\psi = \frac{\sqrt{3}e^3H_\perp}{mc^2}\,\frac{\nu}{\nu_c}\int_{\nu/\nu_c}^{\infty} K_{5/3}(\eta)\,d\eta. \tag{2,21}$$

График функции $F(x) = x \int\limits_x^\infty K_{5/3}(\eta)\, d\eta$, отражающей спектральное распределение мощности полного излучения (2,21), приведен на рис. 7. Поляризация полного излучения (подробнее см. раздел 3.3) равна

$$\Pi = \frac{\int (p_\nu^{(1)} - p_\nu^{(2)})\, d\Omega}{\int (p_\nu^{(1)} + p_\nu^{(2)})\, d\Omega} = \frac{K_{2/3}(\nu/\nu_c)}{\int\limits_{\nu/\nu_c}^\infty K_{5/3}(\eta)\, d\eta} = \frac{F_\Pi(\nu/\nu_c)}{F(\nu/\nu_c)}. \qquad (2,22)$$

Значения функций $F(x)$ и $F_n(x) = xK_{2/3}(x)$ и их приближенные выражения приведены в табл. I.

Максимум в спектре излучения отдельного электрона приходится на частоту

$$\nu_m \simeq 0{,}29\nu_c = 0{,}07 \frac{eH_\perp}{mc} \left(\frac{E}{mc^2}\right)^2 = 1{,}2 \cdot 10^6 H_\perp \left(\frac{E}{mc^2}\right)^2 =$$
$$= 1{,}8 \cdot 10^{18} H_\perp (E_{эрг})^2 = 4{,}6 \cdot 10^{-6} H_\perp (E_{эв})^2. \qquad (2.23)$$

Здесь частота ν_m выражена в герцах (циклах в секунду) и перпендикулярная лучу зрения слагающая поля $H_\perp$ измеряется в эрстедах.

Для максимальной частоты (2,23) спектральная плотность мощности полного излучения (2,21) равна

$$p(\nu_m = 0{,}29\nu_c) \equiv p_m = 1{,}6 \frac{e^3 H_\perp}{mc^2} = 2{,}16 \cdot 10^{-22} H_\perp \frac{эрг}{сек \cdot гц} \qquad (2,24)$$

и, разумеется, находится в согласии с оценкой (2,8).

Выражения для интенсивности магнитотормозного излучения в случае совокупности электронов, с чем и приходится сталкиваться в астрофизических условиях, будут получены и обсуждены в следующей гл. 3. Однако уже здесь целесообразно остановиться на простейшем случае, когда имеются моноэнергетические электроны с изотропным по направлениям распределением скоростей. Обозначим концентрацию таких электронов с энергией E в точке $\mathbf{r}$ через $N(\mathbf{r})$ и предположим, что вся мощность $p(\nu)$ излучается строго в направлении движения. Тогда спектральная плотность потока излучения от электронов, находящихся в объеме $dV = r^2 dr\, d\Omega$ на расстоянии r от наблюдателя и движущихся в телесном угле $d\Omega'$, равна

$$d\Phi_\nu = \frac{1}{4\pi} p(\nu) N(\mathbf{r})\, d\Omega'\, dV.$$

Интенсивность J_ν есть отнесенный к единице телесного угла $d\Omega$ поток через единичную площадь, т. е. в этом случае $d\Omega' = dS/r^2 = 1/r^2$. Таким образом,

$$J_\nu = \frac{d\Phi_\nu}{d\Omega} = \frac{p(\nu)}{4\pi} \int N(\mathbf{r})\, dr, \qquad (2,25)$$

где интегрирование проводится вдоль луча зрения и магнитное поле, от которого зависит $p(\nu)$, считается однородным вдоль всего пути.

Фактически нам нет нужды считать электроны распределенными изотропно—важно лишь, чтобы в пределах угла $\psi \sim \xi = mc^2/E$ около луча зрения их распределение мало изменялось, а концентрация, отнесенная к единице телесного угла, была равна $N(\mathbf{r})/4\pi$. Поэтому по углу ψ можно проводить усреднение и несущественно сделанное выше упрощающее предположение об излучении строго вперед. Более последовательный вывод формулы (2,25) приведен в разделе 3.3.

Таблица I

Значение функций $F(x)=x\int\limits_x^\infty K_{5/3}(\eta)\,d\eta$ и $F_{\text{п}}(x)=xK_{2/3}(x)$

x	$F(x)$	$F_{\text{п}}(x)$	x	$F(x)$	$F_{\text{п}}(x)$	x	$F(x)$	$F_{\text{п}}(x)$
0	0	0	0,30	0,918	0,596	2,0	0,301	0,250
0,001	0,213	0,107	0,40	0,901	0,607	2,5	0,200	0,168
0,005	0,358	0,184	0,50	0,872	0,603	3,0	0,130	0,111
0,01	0,445	0,231	0,60	0,832	0,590	3,5	0,0845	0,0726
0,025	0,583	0,312	0,70	0,788	0,570	4,0	0,0541	0,0470
0,050	0,702	0,388	0,80	0,742	0,547	4,5	0,0339	0,0298
0,075	0,772	0,438	0,90	0,694	0,521	5,0	0,0214	0,0192
0,10	0,818	0,475	1,0	0,655	0,494	6,0	0,0085	0,0077
0,15	0,874	0,527	1,2	0,566	0,439	7,0	0,0033	0,0031
0,20	0,904	0,560	1,4	0,486	0,386	8,0	0,0013	0,0012
0,25	0,917	0,582	1,6	0,414	0,336	9,0	0,00050	0,00047
0,29	0,918	0,592	1,8	0,354	0,290	10,0	0,00019	0,00018

Приближенные выражения:

при $x \ll 1$

$$F(x) = \frac{4\pi}{\sqrt{3}\,\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)}\left(\frac{x}{2}\right)^{1/3} \times$$

$$\times\left\{1-\frac{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)}{2}\left(\frac{x}{2}\right)^{2/3}+\frac{3}{4}\left(\frac{x}{2}\right)^{2}-\frac{9}{40}\frac{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{3}\right)}\left(\frac{x}{2}\right)^{10/3}+\ldots\right\},$$

$$F_{\text{п}}(x) = \frac{2\pi}{\sqrt{3}\,\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)}\left(\frac{x}{2}\right)^{1/3} \times$$

$$\times\left\{1-\frac{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{3}\right)}\left(\frac{x}{2}\right)^{4/3}+3\left(\frac{x}{2}\right)^{2}-\frac{3}{5}\frac{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{3}\right)}\left(\frac{x}{2}\right)^{10/3}+\ldots\right\};$$

при $x \gg 1$

$$F(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\,e^{-x}x^{1/2}\left\{1+\frac{55}{72}x^{-1}-\frac{10151}{10368}x^{-2}+\ldots\right\},$$

$$F_{\text{п}}(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\,e^{-x}x^{1/2}\left\{1+\frac{7}{72}x^{-1}-\frac{455}{10368}x^{-2}+\ldots\right\}.$$

Для максимальной частоты, связанной с энергией электронов E формулой (2,23), согласно (2,24) и (2,25) получаем

$$J_{\nu,m} = 0{,}13\frac{e^3H_\perp}{mc^2}\int N(\mathbf{r})\,dr = 1{,}7\cdot10^{-23}H_\perp\int N(\mathbf{r})\,dr\ \frac{\text{эрг}}{\text{см}^2\cdot\text{сек}\cdot\text{гц}\cdot\text{стер}} =$$

$$= 1{,}7\cdot10^{-26}H_\perp\int N(\mathbf{r})\,dr\ \frac{\text{вт}}{\text{м}^2\cdot\text{гц}\cdot\text{стер}}. \qquad (2{,}26)$$

Моноэнергетическому спектру электронов отвечает, очевидно, распреде-

ление $N(\mathbf{r}, E) = N(\mathbf{r})\,\delta(E - E')$, где $\delta(E)$ — дельта-функция. Близкий результат получается и в том случае, когда спектр электронов имеет произвольный вид, но энергия подавляющего большинства частиц лежит в интервале $\Delta E \ll E$.

3. МАГНИТОТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ СОВОКУПНОСТИ ЭЛЕКТРОНОВ

3.1. Параметры Стокса

Прежде чем привести основные формулы, характеризующие магнитотормозное излучение совокупности электронов, напомним определение параметров Стокса [50].

Произвольный поток излучения, помимо частотной зависимости, характеризуется, вообще говоря, четырьмя независимыми параметрами, например, положением главной оси эллипса поляризации, интенсивностями по двум главным осям и направлением вращения электрического вектора. Выбор таких параметров, разумеется, неоднозначен. Во многих случаях удобно использовать параметры Стокса, которые определяются следующим образом.

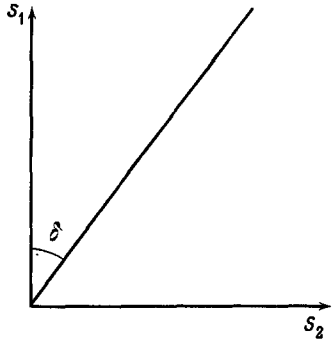

Рис. 8. К определению параметров Стокса.

В направлении s_2 вводится дополнительное запаздывание фазы ε относительно колебаний в перпендикулярном направлении s_1. Угол δ определяет положение плоскости анализатора. Измеряемый поток излучения направлен на читателя.

Выберем в точке наблюдения в плоскости, перпендикулярной направлению прихода электромагнитной волны (т. е. в так называемой картинной плоскости), два взаимно перпендикулярных направления s_1 и s_2 (рис. 8, волновой вектор излучения направлен на читателя). Тогда напряженность какой-либо гармоники электрического поля, создаваемого в точке наблюдения отдельной излучающей частицей (с номером i), имеет проекции:

$$\begin{aligned} \xi_1^i(t) &= \xi_1^i \cos(\omega t + \varphi_i), \\ \xi_2^i(t) &= \xi_2^i \cos(\omega t + \varphi_i - \psi_i), \end{aligned} \tag{3,1}$$

где ξ_1^i и φ_i — амплитуда и фаза колебания по оси s_1, а ξ_2^i и $(\varphi_i - \psi_i)$ — аналогичные величины для направления s_2. Поле излучения совокупности частиц равно сумме соответствующих компонент по всем частицам:

$$\xi_1(t) = \sum_i \xi_1^i(t), \quad \xi_2(t) = \sum_i \xi_2^i(t). \tag{3,2}$$

Измеримой на опыте величиной является средний во времени поток энергии излучения (или интенсивность излучения, когда речь идет о потоке, приходящем в единичном телесном угле) $J = \frac{c}{4\pi}\overline{E^2}$. Полную информацию о потоке излучения можно получить, вводя некоторую дополнительную разность фаз для одной из проекций электрического вектора и измеряя, в зависимости от положения анализатора, интенсивность излучения с заданным, выделяемым анализатором, направлением колебаний.

Пусть для проекции электрического вектора колебаний в направлении s_2 введена дополнительная разность фаз ε по сравнению с колебаниями в направлении s_1 (см. рис. 8).

Тогда волна (3,2) превращается в волну

$$\xi_1(t) = \sum_i \xi_1^i \cos(\omega t + \varphi_i), \qquad \xi_2(t) = \sum_i \xi_2^i \cos(\omega t + \varphi_i - \psi_i - \varepsilon). \tag{3,3}$$

Если выделяемая анализатором плоскость колебаний электрического вектора составляет угол δ с направлением s_1 (см. рис. 8), то на выходе анализатора электрическое поле равно

$$\xi(t) = \xi_1(t)\cos\delta + \xi_2(t)\sin\delta, \tag{3,4}$$

а средний по времени поток энергии излучения (интенсивность)

$$J(\delta, \varepsilon) = \frac{c}{4\pi}\overline{[\xi(t)]^2} = \frac{c}{4\pi}\{\overline{[\xi_1(t)]^2}\cos^2\delta + \overline{[\xi_2(t)]^2}\sin^2\delta + \overline{\xi_1(t)\,\xi_2(t)}\sin 2\delta\}. \tag{3,5}$$

Если излучение отдельных частиц некогерентно (фазы для различных частиц независимы и распределены по случайному закону), то из выражений (3,3) после усреднения по времени и по фазам легко получить

$$\begin{gathered}\overline{[\xi_1(t)]^2} = \frac{1}{2}\sum_i (\xi_1^i)^2, \quad \overline{[\xi_2(t)]^2} = \frac{1}{2}\sum_i (\xi_2^i)^2, \\ \overline{\xi_1(t)\,\xi_2(t)} = \frac{1}{2}\sum_i \xi_1^i\xi_2^i\cos\psi_i\cos\varepsilon - \frac{1}{2}\sum_i \xi_1^i\xi_2^i\sin\psi_i\sin\varepsilon.\end{gathered} \tag{3,6}$$

Поэтому, если ввести обозначения

$$\left.\begin{aligned} J &= \sum_i (J_1^i + J_2^i) = \frac{c}{8\pi}\sum_i [(\xi_1^i)^2 + (\xi_2^i)^2], \\ Q &= \sum_i (J_1^i - J_2^i) = \frac{c}{8\pi}\sum_i [(\xi_1^i)^2 - (\xi_2^i)^2], \\ U &= \frac{c}{4\pi}\sum_i \xi_1^i\xi_2^i\cos\psi_i, \\ V &= \frac{c}{4\pi}\sum_i \xi_1^i\xi_2^i\sin\psi_i, \end{aligned}\right\} \tag{3,7}$$

то интенсивность (3,5) как функция положения анализатора (угол δ) и дополнительной разности фаз ε принимает вид

$$J(\delta, \varepsilon) = \frac{1}{2}[J + Q\cos 2\delta + (U\cos\varepsilon - V\sin\varepsilon)\sin 2\delta]. \tag{3,8}$$

Величины J, Q, U и V называются параметрами Стокса и полностью характеризуют поток излучения. Изменяя разность фаз ε и положение анализатора δ, можно, как это ясно из (3,8), экспериментально определить все эти параметры. Для независимых (некогерентных) потоков излучения параметры Стокса аддитивны, что непосредственно видно из их определения (3,7).

Для излучения отдельной частицы параметры Стокса J_e, Q_e, U_e и V_e выражаются через плотности потоков излучения с двумя главными направлениями колебаний $p_\nu^{(1)}$ и $p_\nu^{(2)}$, через отношение малой и большой осей эллипса колебаний электрического вектора, которое мы обозначаем как $\operatorname{tg}\beta$, а также через угол χ между фиксированным направлением (направлением s_1) и большой осью эллипса колебаний (угол χ отсчитывается по часовой стрелке и, очевидно, определен в интервале $0 \leqslant \chi < \pi$). Найдем эти выражения.

Вектор электрических колебаний излучения отдельной частицы можно представить в виде (ср. (2,12))

$$\mathscr{E} = A(\cos\beta\cos\omega t\,\mathbf{l}_1 + \sin\beta\sin\omega t\,\mathbf{l}_2). \tag{3,9}$$

Если главные оси эллипса колебаний $\mathbf{l}_1$ и $\mathbf{l}_2$ повернуты на угол χ по отношению к осям $\mathbf{s}_1$ и $\mathbf{s}_2$ соответственно, то колебания по осям $\mathbf{s}_1$ и $\mathbf{s}_2$ выражаются так:

$$\left.\begin{aligned}\xi_1(t) &= A(\cos\chi\cos\beta\cos\omega t - \sin\chi\sin\beta\sin\omega t) \equiv \xi_1\cos(\omega t+\psi_1),\\ \xi_2(t) &= A(\sin\chi\cos\beta\cos\omega t + \cos\chi\sin\beta\sin\omega t) \equiv \xi_2\cos(\omega t-\psi_2).\end{aligned}\right\} \quad (3,10)$$

Разность фаз этих колебаний $\psi = \psi_1 + \psi_2$ и их амплитуды ξ_1 и ξ_2 (сравни (3,1)), как легко убедиться из (3,10), определяются из соотношений

$$\left.\begin{aligned}&\xi_1^2+\xi_2^2 = A^2,\ \ \xi_1^2-\xi_2^2 = A^2\cos 2\beta\cos 2\chi,\\ &2\xi_1\xi_2\cos\psi = A^2\cos 2\beta\sin 2\chi,\\ &2\xi_1\xi_2\sin\psi = A^2\sin 2\beta.\end{aligned}\right\} \quad (3,11)$$

Для одной частицы плотности потоков излучения с двумя главными направлениями поляризации в силу (3,9) равны

$$p^{(1)} = \frac{c}{8\pi}A^2\cos^2\beta,\ \ p^{(2)} = \frac{c}{8\pi}A^2\sin^2\beta. \quad (3,12)$$

Поэтому согласно (3,7), (3,11) и (3,12) отнесенные к осям $\mathbf{s}_1$ и $\mathbf{s}_2$ параметры Стокса излучения отдельной частицы равны

$$\left.\begin{aligned}J_e &= p^{(1)}+p^{(2)},\\ Q_e &= (p^{(1)}-p^{(2)})\cos 2\chi,\\ U_e &= (p^{(1)}-p^{(2)})\sin 2\chi,\\ V_e &= (p^{(1)}-p^{(2)})\operatorname{tg} 2\beta.\end{aligned}\right\} \quad (3,13)$$

Первый параметр Стокса J определяет, очевидно, полную плотность потока энергии (или интенсивность) излучения. Степень поляризации излучения определяется как

$$\Pi = \frac{\sqrt{Q^2+U^2+V^2}}{J}, \quad (3,14)$$

а угол χ, характеризующий положение главной оси эллипса поляризации, согласно (3,13), равен

$$\operatorname{tg} 2\chi = \frac{U}{Q}. \quad (3,15)$$

Из двух значений угла χ $(0 \leqslant \chi < \pi)$, определяемых (3,15), выбирается то, которое лежит в первой четверти, если $U > 0$, и во второй, если $U < 0$.

Степень эллиптичности (отношение главных осей эллипса колебаний) характеризуется углом β, определяемым из соотношения

$$\sin 2\beta = \frac{V}{J}. \quad (3,16)$$

Угол β определен в интервале $-\frac{\pi}{2} \leqslant \beta \leqslant \frac{\pi}{2}$; при $\beta > 0$ направлении вращения электрического вектора правое (по часовой стрелке относительно наблюдателя), при $\beta < 0$ — левое (см. (3,9)).

При отсутствии эллиптической (и круговой) поляризации $V = 0$ и степень поляризации равна

$$\Pi = \frac{J_{\max}-J_{\min}}{J_{\max}+J_{\min}}, \quad (3,17)$$

где $J_{\max}$ и $J_{\min}$ — максимальное и минимальное значение наблюдаемой интенсивности (3,8), как функции угла анализатора δ (без введения запаздывания, т. е. при $\varepsilon = 0$).

3.2. Излучение совокупности частиц

Рассмотрим теперь излучение системы частиц. Пусть $N(E, \mathbf{r}, \boldsymbol{\tau}) \times \times dE\, dV\, d\Omega_\tau$ — число частиц в элементе объема $dV = r^2 dr\, d\Omega$, энергии которых заключены в интервале $E, E + dE$, а скорости — внутри телесного угла $d\Omega_\tau$ вблизи направления $\boldsymbol{\tau}$. Поскольку излучение отдельных электронов некогерентно, а параметры Стокса в этом случае аддитивны, интенсивность излучения такой системы в направлении $\mathbf{k}$ равна

$$J_\nu \equiv J(\nu, \mathbf{k}) = \int J_e(\nu, E, \mathbf{r}, \theta, \psi)\, N(E, \mathbf{r}, \boldsymbol{\tau})\, dE\, d\Omega_\tau r^2\, dr. \qquad (3,18)$$

Здесь $J_e(\nu, E, \mathbf{r}, \theta, \psi)$ определяется первым из выражений (3,13) и следовательно для магнитотормозного излучения отдельного электрона равна $J_e(\nu, E, \mathbf{r}, \theta, \psi) = p_\nu^{(1)} + p_\nu^{(2)}$ (см. (2,17) и (2.18)); интегрирование по dr производится по лучу зрения в направлении — $\mathbf{k}$. Аналогичным образом выражаются остальные параметры Стокса.

Подчеркнем, что, в отличие от параметров Стокса для излучения отдельного электрона (3,13), имеющих размерность спектральной плотности потока энергии излучения, выражение (3.18) определяет интенсивность излучения, т. е. поток энергии через единичную площадку, перпендикулярную направлению наблюдения, отнесенный к единичному телесному углу и единичному интервалу частот. Обычной единицей измерения интенсивности излучения в радиоастрономии служит 1 *вт/м²гц·стер* = = 10^3 *эрг/см² сек·гц·стер*.

Если источник (излучающая система электрона) обладает малыми угловыми размерами, то измеряемой на опыте величиной является (как в случае отдельной частицы) спектральная плотность потока излучения

$$\Phi_e = \int J_\nu d\Omega = \int J_e(\nu, E, \mathbf{r}, \theta, \psi)\, N(E, \mathbf{r}, \boldsymbol{\tau})\, dE\, d\Omega_\tau\, dV, \qquad (3,19)$$

где $dV = r^2\, dr\, d\Omega$ и интегрирование производится по всему объему источника.

В выражениях (3.18) и (3.19) и аналогичных выражениях для остальных параметров Стокса интегрирование по $d\Omega_\tau$ можно провести в общем виде для произвольного распределения частиц $N(E, \mathbf{r}, \boldsymbol{\tau})$. В самом деле, как мы видели при выводе выражений (2,20) и (2,21), функции $p_\nu^{(1)}$ и $p_\nu^{(2)}$ отличны от нуля лишь в пределах малого телесного угла $\Delta\Omega_\tau = = 2\pi \sin\theta\, \Delta\psi$, где $\Delta\psi \lesssim mc^2/E$. Поэтому вклад в излучение дадут лишь частицы, движущиеся в пределах этого угла. Если распределение частиц по углу θ между скоростью и полем достаточно плавное, то, учитывая что $\vartheta = \theta - \psi \approx \theta$, можно положить $N(E, \mathbf{r}, \boldsymbol{\tau}) = N(E, \mathbf{r}, \mathbf{k})$ и в дальнейшем не делать различия между углами ϑ и θ. При этом интегрирование по $d\Omega_\tau$ сводится к интегрированию по $d\psi$. В результате с помощью выражений (2,20) и (2,21) получаем

$$J_\nu = J(\nu, \mathbf{k}) = \int N(E, \mathbf{r}, \mathbf{k})\, p(\nu)\, dE\, dr =$$
$$= \frac{\sqrt{3}\, e^3}{mc^2} \int \left\{ N(E, \mathbf{r}, \mathbf{k})\, H \sin\theta\, \frac{\nu}{\nu_c} \int\limits_{\nu/\nu_c}^{\infty} K_{5/3}(\eta)\, d\eta \right\} dE\, dr. \qquad (3,20)$$

Здесь в общем случае напряженность поля $\mathbf{H}$, угол θ между $\mathbf{k}$ и $\mathbf{H}$ и плотность частиц $N(E, \mathbf{r}, \mathbf{k})$ зависят от расстояния $\mathbf{r}$.

Аналогичным образом можно выразить остальные параметры Стокса, например

$$Q(\nu, \mathbf{k}) = \frac{\sqrt{3}\, e^3}{mc^2} \int \left\{ N(E, \mathbf{r}, \mathbf{k})\, H \sin\theta \cos 2\chi\, \frac{\nu}{\nu_c} K_{2/3}\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right) \right\} dE\, dr. \qquad (3,21)$$

Параметр $U(\nu, \mathbf{k})$ отличается от $Q(\nu, \mathbf{k})$ только заменой $\cos 2\chi$ в подынтегральном выражении (3,21) на $\sin 2\chi$. Что касается параметра $V(\nu, k)$, который характеризует присутствие эллиптически поляризованного излучения, то он в рассматриваемом ультрарелятивистском приближении оказывается равным нулю [16]. Этот результат справедлив с точностью до членов порядка mc^2/E и его легко понять, если вспомнить, что знак ψ определяет направление вращения электрического вектора в волне, излучаемой отдельным электроном. Поскольку мощность излучения (см. (2,17) и (2,18) не зависит от знака ψ, а распределение частиц по направлениям движения в пределах очень малых углов $\psi \lesssim mc^2/E$ по предположению практически постоянно, то вклад в излучение в данном направлении от частиц с положительными и отрицательными ψ одинаков и поляризация будет линейной. Заметная эллиптическая поляризация в ультрарелятивистском случае могла бы иметь место лишь при резко анизотропном распределении скоростей электронов. Для этого необходимо, чтобы распределение существенно изменялось в пределах очень малого угла $\psi \sim mc^2/E$, т. е. по существу нужен обрыв углового распределения электронов и притом как раз в направлении наблюдателя. Если, кроме того, учесть возможные флуктуации направления магнитного поля, то реализация такой возможности крайне мало вероятна.

3.3. Интенсивность и поляризация излучения в случае моноэнергетического и степенного спектра электронов

Приведем теперь выражения для интенсивности и поляризации излучения в некоторых конкретных случаях.

Если все электроны обладают одной и той же энергией (моноэнергетический спектр), а магнитное поле однородно, то интенсивность излучения согласно (3,20) равна

$$J(\nu, \mathbf{k}) = \frac{\sqrt{3}\, e^3}{mc^2} \widetilde{N}(\mathbf{k})\, H \sin\theta \frac{\nu}{\nu_c} \int\limits_{\nu/\nu_c}^{\infty} K_{5/3}(\eta)\, d\eta = \widetilde{N}(\mathbf{k})\, p(\nu), \qquad (3,22)$$

где $\widetilde{N}(\mathbf{k}) = \int N(\mathbf{r}, \mathbf{k})\, dr$ — отнесенное к единичному телесному углу число электронов вдоль луча зрения, скорости которых направлены на наблюдателя. Формула (3,22), очевидно, совпадает с формулой (2,25), полученной менее строгим способом. Степень поляризации в этом случае согласно (3.14), (3.20), (3.21) равна

$$\Pi = \frac{F_{\text{п}}\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)}{F\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)} = \begin{cases} \frac{1}{2}\left\{1 + \frac{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)}{2}\left(\frac{\nu}{2\nu_c}\right)^{2/3}\right\} & \text{при } \nu \ll \nu_c, \\ 1 - \frac{2}{3}\frac{\nu_c}{\nu} & \text{при } \nu \gg \nu_c \end{cases} \qquad (3,23)$$

и совпадает со степенью поляризации полного (по всем направлениям) излучения отдельного электрона (2,22). Значения функций $F_{\text{п}}$ и F приведены в табл. I.

Энергетический спектр электронов по лучу зрения может быть аппроксимирован в ограниченном интервале энергий $E_1 \leqslant E \leqslant E_2$ степенной функцией вида

$$\widetilde{N}(E, \mathbf{k})\, dE = \widetilde{K}(\mathbf{k})\, E^{-\gamma}\, dE. \qquad (3,24)$$

Здесь $\widetilde{N}(E, \mathbf{k})$ — число электронов на луче зрения, движущихся в направлении наблюдателя и отнесенное к единичному телесному углу и единичному интервалу энергий.

Для ответственных за космическое радиоизлучение электронов такая аппроксимация, как мы увидим ниже, бывает пригодна в достаточно широком интервале энергий. При этом границы E_1 и E_2 спектра (3,24) часто можно считать такими, чтобы в интересующем нас интервале частот излучение электронов с энергиями $E < E_1$ и $E > E_2$ было несущественным. В этом предположении в интегралах (3,20) и (3,21) спектр (3.24) можно распространить на весь интервал энергий и воспользоваться соотношениями

$$\int_0^\infty dE\, E^{-\gamma} \frac{\nu}{\nu_c} K_{2/3}\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right) = \frac{1}{4}\Gamma\left(\frac{3\gamma-1}{12}\right)\Gamma\left(\frac{3\gamma+7}{12}\right)\left[\frac{3eH\sin\theta}{2\pi m^3c^5\nu}\right]^{\frac{\gamma-1}{2}},$$

$$\int_0^\infty dE\, E^{-\gamma} \frac{\nu}{\nu_c} \int_{\nu/\nu_c}^\infty K_{5/3}(\eta)\, d\eta = \frac{1}{4}\frac{\gamma+\frac{7}{3}}{\gamma+1}\Gamma\left(\frac{3\gamma-1}{12}\right)\Gamma\left(\frac{3\gamma+7}{12}\right)\left[\frac{3eH\sin\theta}{2\pi m^3c^5\nu}\right]^{\frac{\gamma-1}{2}}, \tag{3,25}$$

где $\Gamma(x)$ — гамма-функция Эйлера и считается выполненным условие $\gamma > 1/3$. При этом (3,20) сводится к следующему выражению для интенсивности излучения системы электронов с энергетическим спектром (3,24) в однородном магнитном поле $\mathbf{H}$:

$$J(\nu, \mathbf{k}) = \frac{\sqrt{3}}{\gamma+1}\Gamma\left(\frac{3\gamma-1}{12}\right)\Gamma\left(\frac{3\gamma+19}{12}\right)\frac{e^3}{mc^2}\left(\frac{3e}{2\pi m^3c^5}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}} \times$$
$$\times \widetilde{K}(\mathbf{k})\,[H\sin\theta]^{\frac{\gamma+1}{2}}\nu^{-\frac{\gamma-1}{2}}. \tag{3,26}$$

Здесь $\widetilde{K}(\mathbf{k})$ — коэффициент в спектре (3.24).

Допустим, что распределение электронов можно считать однородным и изотропным, т. е. $N(E, \mathbf{r}, \mathbf{k}) = \frac{1}{4\pi}N(E)$,

где

$$N(E)\,dE = KE^{-\gamma}\,dE \tag{3,27}$$

есть число электронов в единице объема с произвольными направлениями движения и с энергиями в интервале E, $E + dE$.

Тогда

$$\widetilde{K}(\mathbf{k}) = \frac{L}{4\pi}K,$$

где K — коэффициент в энергетическом спектре (3,27), а L — протяженность излучающей области по лучу зрения. Конечно, в общем случае $\widetilde{K}(\mathbf{k})$ может зависеть от угла θ между направлением магнитного поля и лучом зрения.

В случае однородного поля степень поляризации излучения зависит только от показателя γ энергетического спектра (3.24) и, как можно убедиться с помощью (3.14), (3,25), равна

$$\Pi = \frac{\gamma+1}{\gamma+\frac{7}{3}}, \tag{3,28}$$

что составляет 75% при $\gamma = 3$ и 69% при $\gamma = 2$.

В применении к магнитотормозному излучению космических электронов формулы (3,26) и (3,28), вообще говоря, непригодны, так как

наблюдаемое излучение собирается из большой области пространства, в различных участках которого магнитное поле по-разному ориентировано. Скорее можно считать, что на луче зрения направления магнитных полей в среднем хаотичны. В этом случае поляризация излучения отсутствует, а интенсивность легко найти, усредняя (3,26) по всем направлениям магнитного поля. С помощью соотношения

$$\frac{1}{2}\int_0^{\pi}(\sin\theta)^{\frac{\gamma+1}{2}}\sin\theta\,d\theta=\frac{\sqrt{\pi}}{2}\Gamma\left(\frac{\gamma+5}{4}\right)\Big/\Gamma\left(\frac{\gamma+7}{4}\right) \qquad (3,29)$$

это приводит к следующему выражению для интенсивности излучения однородного и изотропного распределения электронов с энергетическим спектром (3,27) в хаотическом магнитном поле:

$$J_\nu=a(\gamma)\frac{e^3}{mc^2}\left(\frac{3e}{4\pi m^3c^5}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}}H^{\frac{\gamma+1}{2}}KL\nu^{-\frac{\gamma-1}{2}}=$$

$$=1,35\cdot10^{-22}a(\gamma)LKH^{\frac{\gamma+1}{2}}\left(\frac{6,26\cdot10^{18}}{\nu}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}}\frac{\text{эрг}}{\text{см}^2\cdot\text{сек}\cdot\text{стер}\cdot\text{гц}}. \qquad (3,30)$$

Здесь K — коэффициент в спектре (3,27), отнесенном к единице объема, под $H^{\frac{\gamma+1}{2}}$ следует понимать некоторое среднее значение этой величины в излучающей области, а $a(\gamma)$ — коэффициент, зависящий от показателя энергетического спектра γ:

$$a(\gamma)=2^{\frac{\gamma-1}{2}}\sqrt{3}\,\Gamma\left(\frac{3\gamma-1}{12}\right)\Gamma\left(\frac{3\gamma+19}{12}\right)\Gamma\left(\frac{\gamma+5}{4}\right)\Big/8\sqrt{\pi}(\gamma+1)\Gamma\left(\frac{\gamma+7}{4}\right). \qquad (3.31)$$

Значения коэффициента $a(\gamma)$ приведены в табл. II.

Таблица II

γ	1	1,5	2	2,5	3	4	5
$a(\gamma)$	0,283	0,147	0,103	0,0852	0,0742	0,0725	0,0922
$\tilde{a}(\gamma)$	0,34	0,22	0,15	0,11	0,074	0,036	0,018
$y_1(\gamma)$	0,80	1,3	1,8	2,2	2,7	3,4	4,0
$y_2(\gamma)$	0,00045	0,011	0,032	0,10	0,18	0,38	0,65

Как видно из выражений (3,26), (3.30), степенному энергетическому спектру излучающих частиц с показателем степени γ соответствует степенной частотный спектр излучения:

$$J_\nu\sim\nu^{-\alpha},\qquad \alpha=\frac{\gamma-1}{2}. \qquad (3,32)$$

Выше предполагалось, что энергетический спектр электронов является степенным (см. (3,24) и (3,27)) в некотором достаточно широком интервале энергий. Приведем теперь количественную оценку этого интервала. Ошибка, обусловленная заменой в (3,20) и (3.21) конечных пределов интегрирования соответственно на 0 и ∞ при заданной частоте ν не превышает 10% для каждого из пределов, если выполнены условия

$$E_1(\nu)\leqslant mc^2[4\pi mc\nu/3eHy_1(\gamma)]^{1/2}\approx2,5\cdot10^2[\nu/y_1(\gamma)H]^{1/2}\ \text{эв},$$

$$E_2(\nu)\geqslant mc^2[4\pi mc\nu/3eHy_2(\gamma)]^{1/2}\approx2,5\cdot10^2[\nu/y_2(\gamma)H]^{1/2}\ \text{эв}. \qquad (3,33)$$

Значения численных множителей $y_1(\gamma)$ и $y_2(\gamma)$ для различных значений γ приведены в табл. II. Как видно, в случае степенного спектра интервал энергий, дающих основной вклад в излучение на данной частоте, сильно зависит от показателя степени γ. При $\gamma \geqslant 1{,}5$ ($\alpha \geqslant 0{,}25$) более 80% излучения на данной частоте дают электроны с энергиями, различающимися не более чем в десять раз. При $\gamma < 1{,}5$ этот интервал энергий быстро возрастает и при $\gamma \to {}^1/_3$ ($\alpha \to -{}^1/_3$) становится бесконечным. Дело в том, что в области частот ν, меньших частоты ν_m, интенсивность излучения отдельной частицы $p_\nu \equiv p(\nu, E) \propto (\nu/\nu_c)^{1/3} \propto \nu^{1/3}E^{-2/3}$ и для спектра (3.17) суммарная интенсивность

$$J_\nu \propto \int p(\nu, E)\, N(E)\, dE \propto \int \frac{dE}{E^{\gamma+\frac{2}{3}}}$$

не ограничена, если энергетический спектр частиц простирается с показателем $\gamma \leqslant {}^1/_3$ до сколь угодно больших энергий.

Значение $\alpha = -{}^1/_3$ является минимальным для магнитотормозного излучения в вакууме, поскольку уже спектр излучения отдельной частицы не содержит участков с более быстрым ростом интенсивности с частотой.

При применении теории часто возникает задача оценить интервал энергий электронов (E_1, E_2), дающих излучение со степенным спектром (3,32) в интервале частот ν_1, ν_2. Если интервал частот достаточно велик ($\nu_2/\nu_1 \gg y_1(\gamma)/y_2(\gamma)$), то из приведенных результатов можно сделать вывод, что электроны должны иметь степенной энергетический спектр в интервале энергий $E_1 < E < E_2$, где

$$\begin{aligned} E_1 &= mc^2\,[4\pi mc\nu_1/3eHy_1(\gamma)]^{1/2} \simeq 2{,}5\cdot 10^2\,[\nu_1/y_1(\gamma)\,H]^{1/2} \text{ эв}, \\ E_2 &= mc^2\,[4\pi mc\nu_2/3eHy_2(\gamma)]^{1/2} \simeq 2{,}5\cdot 10^2\,[\nu_2/y_2(\gamma)\,H]^{1/2} \text{ эв}. \end{aligned} \tag{3,34}$$

Если же интервал частот мал или мало α (практически $\alpha < 0{,}25$, т. е. $\gamma < 1{,}5$), то можно сделать лишь грубую оценку интервала энергий электронов, считая, что все излучение электрона с энергией E происходит на частоте $\nu_m = 0{,}29\,\nu_c$. При этом в выражениях (3,24) нужно положить $y_1(\gamma) = y_2(\gamma) = 0{,}24$.

Если сделать такое упрощающее предположение, т. е. положить (см. (2,10) и (2.23) $p_\nu \equiv p(\nu, E) = P(E)\,\delta(\nu - \nu_m)$, то для изотропно движущихся электронов со спектром (3.27) в хаотическом магнитном поле ($H_\perp^2 = \frac{2}{3}H^2$) легко получить

$$J_\nu = \frac{L}{4\pi}\int P(E)\,\delta(\nu-\nu_m)\,KE^{-\gamma}\,dE =$$

$$= \tilde{a}(\gamma)\frac{e^3}{mc^2}\left(\frac{3e}{4\pi m^3c^5}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}} H^{\frac{\gamma+1}{2}}\,KL\nu^{-\frac{\gamma-1}{2}}, \tag{3,35}$$

где $\tilde{a}(\gamma) = 0{,}31\,(0{,}24)^{\frac{\gamma-1}{2}}$. Значения коэффициента $\tilde{a}(\gamma)$ приведены в табл. II. Как видно, в рассматриваемом интервале значений γ точная формула (3,30) и элементарно получаемая приближенная формула (3,35) отличаются лишь незначительным численным коэффициентом.

3.4. Излучение в неоднородном поле

Если магнитное поле на протяжении луча зрения L неоднородно или не может считаться полностью хаотичным, то упрощения, сделанные при выводе уравнений (3,26) и (3,30), не оправданы и нужно пользоваться выражением (3,20). При этом, в общем случае, должна быть учтена

зависимость вектора напряженности магнитного поля **H** и функции распределения излучающих частиц $N(E, \mathbf{r}, \boldsymbol{\tau})$ от координат. В таком общем виде задача была решена, например, для дипольного магнитного поля в работах[51,52] с целью определить характеристики магнитотормозного излучения радиационных поясов Земли и Юпитера.

Иногда представляет интерес и несколько иная постановка задачи, когда, не конкретизируя детальной зависимости магнитного поля от координат, можно ограничиться лишь некоторыми его средними характеристиками. Например, в вопросе о поляризации магнитотормозного излучения существенную роль играет некоторая эффективная анизотропия поля, если поле нельзя считать ни однородным, ни полностью хаотическим.

Расчет степени поляризации в таком «промежуточном» случае выполнен в [16] для двух моделей магнитного поля.

Первая из них предполагает, что на однородное поле наложено некоторое хаотическое (изотропное в среднем по излучающей области) поле $\mathbf{H}_c$, абсолютная величина напряженности которого постоянна. Можно думать, что такая ситуация приближенно осуществляется вблизи галактической плоскости и, в частности, в спиральных рукавах Галактики. Если $H_\perp$ — проекция напряженности однородного магнитного поля на картинную плоскость и $\beta = H_\perp/H_c$, то в двух предельных случаях слабого и сильного однородного поля степень поляризации оказывается равной

$$\Pi = \frac{(\gamma+3)(\gamma+5)(\gamma+1)}{32\left(\gamma+\frac{7}{3}\right)}\beta^2 \qquad (\beta \ll 1), \tag{3,36}$$

$$\Pi = \left(1-\frac{2}{3\beta^2}\right)\frac{\gamma+1}{\gamma+\frac{7}{3}} \qquad (\beta \gg 1). \tag{3,37}$$

Вторая модель отвечает ситуации, когда однородное поле отсутствует, но из-за более или менее регулярного характера поля (например, примеси дипольного или тороидального полей) некоторые направления встречаются чаще, чем другие. Этот случай может реализоваться в дискретных источниках космического радиоизлучения. Если распределение магнитных полей по направлениям мало отличается от изотропного, а напряженность поля **H** можно считать приблизительно постоянной по абсолютной величине, то степень поляризации равна

$$\Pi = \frac{15(\gamma+1)(\gamma+5)}{8\left(\gamma+\frac{7}{3}\right)(\gamma+7)}\frac{\overline{\Delta H^2}}{\overline{H^2}}, \tag{3,38}$$

где $\overline{\Delta H^2} = \overline{H_1^2} - \overline{H_2^2}$ — разность средних по объему источника квадратов компонент магнитного поля по двум взаимно перпендикулярным направлениям в картинной плоскости; эти направления выбираются так, чтобы указанная разность была максимальной. Таким образом, для обеих моделей степень поляризации служит мерой анизотропии магнитного поля в источнике излучения.

4. ВЛИЯНИЕ КОСМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЫ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ И ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

В большинстве встречающихся случаев можно считать, что магнитотормозное излучение возникает и распространяется в вакууме, как это и предполагалось выше. Это ни в какой мере не означает, однако, что влиянием среды и, конкретно, космической плазмы всегда можно пренебречь

бречь. Напротив, среда иногда самым радикальным образом влияет на характер электромагнитного излучения. Рассмотрим, например, осциллятор (диполь), колеблющийся в изотропной непоглощающей плазме, для которой квадрат показателя преломления имеет вид

$$n^2(\omega) = 1 - \frac{4\pi e^2 N_e}{m\omega^2} = 1 - 3{,}18\cdot 10^9 \frac{N_e}{\omega^2} = 1 - 8{,}06\cdot 10^7 \frac{N_e}{\nu^2}, \qquad (4{,}1)$$

где N_e — концентрация электронов в плазме. Если частота колебаний осциллятора ω_i существенно выше плазменной частоты

$$\omega_0 = 2\pi\nu_0 = \sqrt{\frac{4\pi e^2 N_e}{m}} = 5{,}64\cdot 10^4 \sqrt{N_e}, \qquad (4{,}2)$$

то осциллятор в плазме излучает примерно так же, как в вакууме. Но при $\omega_i \lesssim \omega_0$ влияние плазмы на излучение осциллятора уже становится определяющим, поскольку при $\omega_i < \omega_0$ излучение вообще отсутствует; последнее сразу же ясно из того факта, что при $\omega_i < \omega_0$ показатель $n(\omega_i)$ становится мнимым и поле вдали от осциллятора затухает, так что *)

$$\mathscr{E} \sim \exp\left\{-\frac{\omega_i}{c}\sqrt{|n(\omega_i)|}\, r\right\}.$$

Другим характерным примером является излучение равномерно движущегося электрона: в вакууме такое излучение отсутствует, а в среде оно может существовать — речь идет о черенковском излучении, которое появляется, когда скорость движения v превосходит фазовую скорость волны в среде $c_ф = c/n(\omega)$. Формально можно сказать, что именно замена скорости c на $c_ф = c/n(\omega)$ отличает теорию излучения в среде от случая вакуума. Чтобы понять ситуацию более конкретно, укажем, что формула (2,3) для эффекта Допплера при движении излучателя в среде приобретает вид (см. [53])

$$\omega = \frac{\omega_i \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{\left|1 - \frac{v}{c} n(\omega)\cos\psi\right|}. \qquad (4{,}3)$$

В знаменателях выражений для интенсивности излучения также, естественно, происходит замена фактора $1 - \frac{v}{c}\cos\psi$ на $\left|1 - \frac{v}{c} n\cos\psi\right|$. Такая замена очень существенна потому, что при условии $(v/c)\, n(\omega)\cos\psi_0/c = 1$ частота (4,3) и интенсивность стремятся к бесконечности. Конечно, для наблюдаемых величин никакой расходимости при этом, если учесть дисперсию и некоторые другие факторы (например, поглощение), в реальных условиях не получается. Но возможность выполнения указанного условия, которое перепишем в виде

$$\cos\psi_0 = \frac{c}{n(\omega)\, v}, \qquad (4{,}4)$$

сразу же указывает на ряд обстоятельств. Именно, если в вакууме частота $\omega \to \infty$ лишь при $v/c \to 1$ и только в направлении скорости излучателя (т. е. для угла $\psi = 0$; см. (2,3)), то в среде $\omega \to \infty$ на конусе $\psi = \psi_0$ (см. (4,3), (4,4)). Условие (4,4) определяет направление черенковского излучения, т. е. конус $\psi = \psi_0$ есть черенковский конус. Этот конус делит все пространство направлений волнового вектора излучения на две области. Вне конуса (область углов $\psi > \psi_0$) эффект Допплера является нормальным. Здесь формула (4,3) отличается от (2,3) только заменой c на c/n,

*) Здесь, очевидно, поле считается достаточно слабым, чтобы можно было не учитывать нелинейных эффектов.

а физические процессы при излучении в качественном отношении происходят так же, как в вакууме (например, излучающий атом переходит с верхнего энергетического уровня на нижний). Внутри конуса (при $\psi < \psi_0$) эффект Допплера называют аномальным или «сверхсветовым». Разумеется, аномальный эффект Допплера существует лишь при движении со «сверхсветовой» скоростью, т. е. когда $v > c/n(\omega)$. Для аномального эффекта в (4,3) нужно брать знаменатель по модулю, как это и записано в (4,3) и автоматически получается при классическом или квантовом расчете. Физическое своеобразие излучения в области аномального эффекта Допплера состоит в том, что излучение происходит с переходом, например, атома из нижнего энергетического состояния в верхнее; для классического осциллятора это отвечает раскачке колебаний при излучении, в то время как при нормальном эффекте Допплера колебания осциллятора в результате излучения затухают (возрастание амплитуды колебаний при излучении или, на квантовом языке, переход системы в верхнее энергетическое состояние сопровождается уменьшением кинетической энергии поступательного движения излучателя, что и обеспечивает соблюдение законов сохранения энергии и импульса; см. [53]).

Влияние среды на излучение существенно различно в зависимости от того $n(\omega) > 1$ или $n(\omega) < 1$. Если $n(\omega) < 1$, как это имеет место в изотропной плазме (см. (4,1)), то всегда $vn/c < 1$ и аномальный эффект Допплера не может иметь места. В этом случае даже при самых высоких энергиях, когда $v \to c$, знаменатель в (4,3) не стремится к нулю и излучение не имеет черт, типичных для излучения ультрарелятивистских частиц в вакууме (см. раздел 2.1). Так, даже при $E/mc^2 \to \infty$ излучение сосредоточено не в конусе с раствором $\sim mc^2/E$ (см. (2,4)), а в пределах углов $\psi \lesssim \sqrt{1 - n(\omega)}$ (считаем здесь для простоты, что $1 - n \ll 1$; см. (4.3)). Из подобных соображений легко видеть, что влияние среды несущественно, если

$$1 - n^2(\omega) \ll \left(\frac{mc^2}{E}\right)^2.$$

Это условие получается, конечно, и в результате непосредственного расчета интенсивности излучения в среде (см. (4,24)). Если же $n > 1$, то излучение по своим свойствам в известном отношении близко к излучению ультрарелятивистских частиц в вакууме уже при $v < c$, а именно вблизи черенковского конуса. Конкретно это означает, что самые высокие частоты и основная доля энергии будет излучаться не в направлении мгновенной скорости движущегося излучателя, а вблизи черенковского конуса. Здесь, правда, нужно сказать, что при учете дисперсии (зависимости n от ω) картина заметно усложняется, ибо черенковский угол ψ_0 сам зависит от ω. Мы, однако, хотели выше лишь подчеркнуть своеобразие, которое может проявиться для излучателей, движущихся в среде. Это относится, в частности, к магнитотормозному излучению в среде, которое будет рассмотрено в разделе 4.3.

Вместе с тем формулы для магнитотормозного излучения в вакууме в большом числе случаев полностью сохраняют свое значение. Объясняется это малой концентрацией космической плазмы. Так, в межгалактическом пространстве влияние среды несущественно во всем радиодиапазоне (см. критерий (4,26)). В межзвездной среде ($N_e \lesssim 1$) формулами, полученными для вакуума, также можно пользоваться в большей части радиодиапазона и положение изменяется лишь для волн с длиной $\lambda \gtrsim$ $\gtrsim$ 30—100 *м*. Учет влияния среды более существен для длинноволновой части спектра ряда дискретных источников космического радиоизлучения, а также в солнечной короне и вообще в звездных атмосферах.

На процесс излучения электромагнитных волн непосредственно влияет среда, находящаяся вблизи излучателя в области с размерами порядка длины волны в среде $\lambda = 2\pi c/n(\omega)\omega$. На расстояниях же $r \gg \lambda$ от излучателя волновое поле уже сформировано и «отрывается» от источника. Поэтому влияние среды на излучение при $r \gg \lambda$ можно рассматривать вне всякой связи с характером и природой излучения. Соответствующий круг вопросов называют обычно проблемой распространения электромагнитных волн. Выяснить при этом нужно в первую очередь, как изменяется амплитуда (интенсивность) и состояние поляризации плоской волны типа

$$\mathscr{E} = \mathscr{E}_0 \exp\left\{-\frac{\omega}{c}\varkappa z + i\left(\frac{\omega}{c} nz - \omega t\right)\right\}$$

при прохождении в среде некоторого пути L.

Показатель преломления n и показатель поглощения $\varkappa$ (коэффициент поглощения $\mu = 2\omega\varkappa/c$) зависят от свойств среды и частоты излучения ω. Здесь приходится сталкиваться с самыми различными условиями и никаких универсальных формул для всех сред и всех частот привести, конечно, нельзя. Так, γ-лучи с энергией $E \gtrsim 10^{11}$ *эв* могут поглощаться в космосе за счет процесса $\gamma + \gamma' \to e^+ + e^-$, т. е. рождение пар на тепловых фотонах (γ'), имеющихся в пространстве в результате излучения их звездами. При $10^8 < E < 10^{11}$ *эв* γ-лучи поглощаются в основном за счет рождения пар $e^+ + e^-$ на ядрах и электронах, а при $E < 10^8$ *эв* нужно учитывать также комптоновское рассеяние. Рентгеновские и мягкие γ-лучи поглощаются в первую очередь в результате фотоэффекта на атомах. В оптическом диапазоне существенно поглощение при атомных переходах, а также в межзвездной пыли. Наконец, в радиодиапазоне поглощение в космосе происходит в линии нейтрального водорода ($\lambda = 21$ *см*) и, в принципе, для некоторых других линий, но в остальной части спектра связано с соударениями электронов с протонами в космической плазме. Ниже мы ограничимся рассмотрением распространения радиоволн в плазме без учета влияния нейтральных атомов (см. раздел 4.1), так как именно этот случай наиболее интересен в радиоастрономии. Кроме того, особо нужно будет остановиться на реабсорбции магнитотормозного излучения на самих излучающих релятивистских электронах (раздел 4.2).

4.1. Распространение радиоволн в космической плазме

Присутствие в межзвездном пространстве и вообще в космических условиях магнитных полей делает плазму магнитоактивной. Распространение волн в такой плазме, вообще говоря, сильно зависит от напряженности постоянного магнитного поля, угла между этим полем и волновым вектором и т. д. (см., например, [54]). Однако, если не говорить о звездных атмосферах и, конкретно, солнечной короне, в космических условиях влияние магнитных полей сказывается лишь на вращении плоскости поляризации радиоволн. Дело в том, что гирочастота $\omega_H^{(0)} = 1{,}76 \cdot 10^7 H$ (см. (2.1)) даже в поле $H \sim 10^{-2}$ *э* составляет $\omega_H^{(0)} \sim 10^5$, откуда $\lambda_H^{(0)} = 2\pi c/\omega_H^{(0)} = 1{,}07 \cdot 10^4/H \sim 10^6$ *см*. Обычно же поля H в космосе слабее и, следовательно, частота $\omega_H^{(0)}$ еще ниже (при $H \sim 10^{-5}$ уже $\lambda_H^{(0)} \sim 10^9$ *см*). Поэтому даже в радиодиапазоне (особенно в диапазоне метровых радиоволн, наиболее широко используемых в радиоастрономии) частота излучения

$$\omega \gg \omega_H^{(0)}. \tag{4,5}$$

При соблюдении этого неравенства плазму можно практически считать изотропной (с показателем преломления (4,1)), за исключением того случая, когда вычисляется разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами. Эта разность $\frac{\omega}{c}(n_2 - n_1)L$ пропорциональна не только разности показателей преломления $n_2 - n_1$ волн двух типов, но и длине пути L. Поэтому, очевидно, даже при ничтожном значении $|n_2 - n_1|$ разность фаз может стать достаточно большой. Из общих формул для магнитоактивной плазмы легко показать, что практически при всех углах θ между постоянным магнитным полем $\mathbf{H}$ и волновым вектором $\mathbf{k}$ распространение волн в космической плазме можно считать «квазипродольным» *). В результате для угла Ψ, на который поворачивается при прохождении пути L плоскость поляризации излучения, можно пользоваться формулой

$$\Psi = \frac{1}{2}\frac{\omega}{c}(n_2 - n_1)L = \frac{2\pi e^3 N_e H\cos\theta}{m^2c^2\omega^2}L = \\ = 0{,}93\cdot 10^6\frac{N_e LH\cos\theta}{\omega^2} = 2{,}36\cdot 10^4\frac{N_e LH\cos\theta}{\nu^2}. \quad (4{,}6)$$

В случае, когда величины H, N_e и θ меняются на луче зрения, но это изменение мало на длине волны, в (4,6) нужно заменить произведение $N_e LH\cos\theta$ на интеграл $\int\limits_0^L N_e H\cos\theta\, dr$, который берется вдоль луча зрения. Представляет интерес также вопрос о вращении поляризации и деполяризации излучения при наличии на пути луча различных неоднородностей (облака газа, локальная неоднородность магнитного поля и т. п.), но здесь мы на этом останавливаться не будем (см. [55]).

Неравенство (4,5) может нарушаться в звездных атмосферах и им, например, часто нельзя пользоваться при анализе распространения радиоволн в солнечной короне. В подобных случаях нужно использовать хорошо известные общие формулы для магнитоактивной плазмы [53, 23]. В космических условиях поглощение радиоволн обычно сравнительно невелико. Поэтому при условии (4,5) в первом приближении можно для среднего значения n пользоваться формулой (4,1), а для Ψ (или $n_2 - n_1$) формулой (4,6), в которых поглощение не учтено. Вместе с тем полное поглощение на луче зрения вполне может оказаться существенным и поэтому необходимо знать коэффициент поглощения радиоволн μ при их распространении в космической плазме.

Выражение для μ зависит от отношения ω/ω_0, т. е. отношения частоты излучения к плазменной частоте (4.2). Если не говорить о звездных атмосферах, то электронная концентрация в космической плазме $N_e < 10^4$ *см*$^{-3}$ и, следовательно, $\omega_0 < 5\cdot 10^6$ ($\lambda_0 = \frac{2\pi c}{\omega_0} > 3\cdot 10^4$ *см* $= 300$ *м*). Обычно же $N_e \leqslant 10$ *см*$^{-3}$, $\omega_0 \leqslant 10^5$ и $\lambda_0 \geqslant 10$ *км*. Между тем в радиоастрономии обычно используются волны короче 30 *м* и лишь на спутниках можно систематически проводить измерения на более длинных волнах [56, 57]. Поэтому ограничимся случаем, когда

$$\frac{\omega}{\omega_0} = 1{,}77\cdot 10^{-5}\frac{\omega}{\sqrt{N_e}} \ll 1. \quad (4{,}7)$$

---

*) Условия «квазипродольности» в данном случае имеют вид (см. [54], § 37) $u\sin^4\theta/4\cos^2\theta \ll 1$, $u\sin^2\theta \ll 1$, $\sqrt{u} = \omega_H/\omega$. При $\lambda = 2\pi c/\omega = 10^4$ *см* и $H \sim 10^{-5}$ параметр $u \sim 10^{-12}$.

При условии (4,7) коэффициент поглощения определяется выражением (вывод этой формулы можно найти в [54] § 37)

$$\mu = \frac{2\omega}{c}\varkappa = \frac{32\pi^2 e^6 N_e^2}{3\sqrt{2\pi}\,(kT_e m)^{3/2} c\omega^2} \ln \frac{(2kT_e)^{3/2}}{2{,}115 e^2 m^{1/2}\omega} \approx$$

$$\approx \frac{10^{-2} N_e^2}{T_e^{3/2}\nu^2}\left(17{,}7 + \ln\frac{T_e^{3/2}}{\nu}\right), \quad (4{,}8)$$

где температура электронов T_e измеряется в градусах Кельвина и ν — в герцах (формула (4,8) тождественна формуле (35), приведенной в статье [22]; ниже мы индекс у T_e будем опускать.)

Поглощение радиоволн, о котором идет речь, происходит в процессе соударений электронов с ионами, т. е. представляет собой процесс, обратный тормозному излучению. Формула (4,8) является чисто классической (квантовая постоянная $\hbar$ в нее не входит), поскольку она относится к области частот, удовлетворяющих условию

$$\hbar\omega \ll kT. \quad (4{,}9)$$

Кроме того, при использовании классической теории для описания соударений электрона с ионом, предполагается, что $e^2/\hbar v \ll 1$, т. е. $T \ll 3\cdot 10^5$ градусов. Если $T \gg me^4/k\hbar^2 = 3\cdot 10^5$ °K, то в (4,8) логарифмический член приближенно имеет вид $\ln(\sqrt{3\cdot 10^5}\,T/\nu)$. При $T \gg 3\cdot 10^5$ множитель $\ln[(2kT)^{3/2}/2{,}115\, e^2 m^{1/2}\omega]$ в (4,8) заменяется на

$$\ln\left(\frac{4kT}{1{,}781\hbar\omega}\right) \approx 24{,}6 + \ln\left(\frac{T}{\nu}\right) \approx \left[17{,}7 + \ln\left(\frac{10^3 T}{\nu}\right)\right].$$

Сказанное, конечно, не означает, что формулу (4,8) не следует получать квантовым методом или с привлечением тех или иных квантовых представлений, например соотношений Эйнштейна между вероятностями спонтанного испускания и поглощения (см., например, [54]). Однако для большей части задач радиоастрономии можно ограничиться классической формулой (4,8), если выполнены условия ее применимости.

Зная коэффициент поглощения μ, можно вычислить оптическую толщу газа в рассматриваемом направлении

$$\tau = \int \mu\, dr. \quad (4{,}10)$$

Если $\tau \gg 1$, то ионизированный газ с температурой T (или, точнее, с электронной температурой T_e) излучает как черное тело, т. е. интенсивность излучения при условии (4,9) равна

$$J_\nu = \frac{2k\nu^2}{c^2} T. \quad (4{,}11)$$

В этом случае спектральный индекс α, т. е. показатель в соотношении $J_\nu = \mathrm{const}\cdot\nu^{-\alpha}$, равен $\alpha = -2$. При произвольной оптической толще

$$J_\nu = \frac{2k\nu^2}{c^2} T_{\text{эфф}} = 3{,}07\cdot 10^{-37}\nu^2 T_{\text{эфф}} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^2\text{сек}\cdot\text{гц}\cdot\text{стер}} =$$

$$= \frac{2{,}76\cdot 10^{-17}}{\lambda^2\ (\text{в метрах})} T_{\text{эфф}} \frac{\text{вт}}{\text{м}^2\text{мгц}\cdot\text{стер}}, \quad (4{,}12)$$

где

$$T_{\text{эфф}} = T(1 - e^{-\tau}). \quad (4{,}13)$$

При $\tau \ll 1$ (оптически тонкий слой), согласно (4,8) и (4,10),

$$T_{\text{эфф}} \approx T\tau \sim \nu^{-2}, \quad J_\nu = \frac{2k\nu^2}{c^2} T\tau = \mathrm{const}, \quad \alpha = 0 \quad (4{,}14)$$

(слабой логарифмической зависимостью выражения (4,8) от частоты ν обычно можно пренебречь). Таким образом, спектральный индекс теплового излучения изменяется в пределах $-2 \leqslant \alpha \leqslant 0$, а эффективная температура $T_{\text{эфф}} \leqslant T$. Эти два обстоятельства позволяют, в принципе, отделить тепловое излучение среды от неравновесного излучения, в частности, излучения магнитотормозной природы.

4.2. Реабсорбция магнитотормозного излучения на релятивистских электронах

Если размер области, заполненной релятивистскими электронами, достаточно велик, то начинает сказываться поглощение магнитотормозного излучения самими релятивистскими электронами. Этот процесс реабсорбции приводит к перераспределению энергии в спектре магнитотормозного излучения системы.

Определим коэффициент поглощения (реабсорбции) в ультрарелятивистском электронном газе, находящемся в магнитном поле. Пусть $N(\mathbf{p})$ — функция распределения электронов в пространстве импульсов, а J_ν — интенсивность излучения в данном направлении. Уменьшение числа квантов в потоке излучения с интенсивностью J_ν, связанное с истинным поглощением, обусловленным переходами электронов из состояния 1 с энергией $E - h\nu$ в состояние 2 с энергией E, равно $B_{12}N(\mathbf{p} - \hbar\mathbf{k})\, J_\nu$, где $\hbar\mathbf{k}$ — импульс фотона с частотой $\nu = kc/2\pi$, а B_{12} — коэффициент Эйнштейна для поглощения. С другой стороны, число квантов в потоке возрастает в результате вынужденного излучения (переходы из состояния 2 в состояние 1) на величину $B_{21}N(\mathbf{p})\, J_\nu$. Поэтому полное изменение числа квантов в единице объема за единицу времени равно

$$B_{21}N(\mathbf{p})\, J_\nu - B_{12}N(\mathbf{p} - \hbar\mathbf{k})\, J_\nu,$$

а коэффициент реабсорбции с учетом всех возможных переходов

$$\mu_r = -\frac{1}{J_\nu}\frac{dJ_\nu}{dx} = \int \left\{B_{12}N(\mathbf{p} - \hbar\mathbf{k}) - B_{21}N(\mathbf{p})\right\} \hbar\nu p^2\, dp\, d\Omega. \qquad (4,15)$$

Воспользуемся теперь соотношением Эйнштейна

$$B_{21} = B_{12} = A_{21}\frac{c^2}{2h\nu^3},$$

где вероятность спонтанного излучения A_{21} равна числу квантов, излучаемых электроном в единице телесного угла за единицу времени в отсутствие постороннего излучения. Излучение считаем происходящим в вакууме, т. е. коэффициент преломления положен равным единице.

Поскольку для ультрарелятивистских электронов излучение сосредоточено в направлении движения и его мощность $p(\nu) = p(\nu, E)$ определяется выражением (2,21), то при подстановке в (4,15) следует положить $A_{21}\, d\Omega = p(\nu, E)/h\nu$. При этом, учитывая параллельность $\mathbf{p}$ и $\mathbf{k}$,

$$N(\mathbf{p} - \hbar\mathbf{k}) = N(p - \hbar k) = N\left(p - \frac{h\nu}{c}\right).$$

Здесь мы, для простоты, считаем распределение электронов изотропным; однако под $N\left(p - \frac{h\nu}{c}\right)$ можно также понимать функцию распределения, отнесенную к единице телесного угла, для направления $\mathbf{k}$. Если учесть, что с заметной интенсивностью идут лишь переходы с $h\nu \ll pc$, то можно положить

$$N(p) - N\left(p - \frac{h\nu}{c}\right) = \frac{h\nu}{c}\frac{\partial N}{\partial p}.$$

В результате выражение (4.15) принимает вид

$$\mu_r = \frac{c}{2\nu^2} \int \frac{dN(p)}{dp} p(\nu, E) p^2 dp. \qquad (4,16)$$

Перейдем теперь от спектра по импульсам к энергетическому спектру электронов, воспользовавшись равенствами $E = cp$ и $N(p) 4\pi p^2 dp = N(E) dE$, где электроны предполагаются распределенными изотропно. Выражение (4,16) принимает теперь вид

$$\mu_r = \frac{c^2}{8\pi\nu^2} \int E^2 \frac{d}{dE} \left(\frac{N(E)}{E^2} \right) p(\nu, E) dE. \qquad (4,17)$$

Отсюда для степенного спектра $N(E) = KE^{-\gamma}$ получаем (см (2,21) и (3,25))

$$\mu_r = g(\gamma) \frac{e^3}{2\pi m} \left(\frac{3e}{2\pi m^3 c^5} \right)^{\frac{\gamma}{2}} K H_\perp^{\frac{\gamma+2}{2}} \nu^{-\frac{\gamma+4}{2}}, \qquad (4,18)$$

где зависящий от показателя энергетического спектра коэффициент $g(\gamma)$ равен

$$g(\gamma) = \frac{\sqrt{3}}{4} \Gamma\left(\frac{3\gamma+2}{12}\right) \Gamma\left(\frac{3\gamma+22}{12}\right). \qquad (4,19)$$

Значения коэффициента $g(\gamma)$ приведены в табл. III

Таблица III

γ	1	2	3	4	5
$g(\gamma)$	0,96	0,70	0,65	0,69	0,83

Подставляя в (4,18) численные значения, имеем

$$\mu_r = g(\gamma) 0{,}019 (3{,}5 \cdot 10^9)^\gamma K H_\perp^{\frac{\gamma+2}{2}} \nu^{-\frac{\gamma+4}{2}}. \qquad (4,20)$$

При учете реабсорбции, например, для однородного излучающего слоя с толщиной L,

$$J_\nu \sim \int_0^L p(\nu) e^{-\mu_r r} dr = \frac{p(\nu)}{\mu_r} (1 - e^{-\mu_r L}).$$

Если глубина излучающей области $L \gg 1/\mu_r$, то спектральная зависимость выходящего наружу излучения будет иметь вид

$$J_\nu \sim p_\nu/\mu_r \sim \nu^{-\frac{\gamma-1}{2}} \nu^{\frac{\gamma+4}{2}} = \nu^{5/2}. \qquad (4,21$$

Как видим, эта зависимость отличается от частотной зависимости равновесного теплового излучения оптически толстого слоя, которая пропорциональна квадрату частоты. Это различие связано с тем, что принятый степенной спектр электронов не является равновесным.

4.3. Магнитотормозное излучение в среде (плазме)

В разделе 4.1 уже обсуждалось в качественном отношении влияние показателя преломления среды на процесс излучения электромагнитных волн. Сейчас же нужно остановиться на количественном учете влияния среды на интенсивность магнитотормозного излучения. В космосе, при

условии (4,5), плазму можно считать изотропной и пользоваться формулой (4,1) для n, причем $n \leqslant 1$. Именно на этом случае мы и остановимся. Более общие расчеты [23, 58] нужны, например, для солнечной атмосферы, где частоты ω и $\omega_H^{(0)} = eH/mc$ могут оказаться сравнимыми между собой.

Расчет мощности, излучаемой электроном, движущимся в магнитном поле в среде с $n < 1$, аналогичен указанному выше расчету для движения в вакууме и при условии $1 - n \ll 1$ дает следующее выражение для спектральной плотности мощности излучения

$$p(\nu) = \sqrt{3}\,\frac{e^3 H_\perp}{mc^2}\left[1 + (1-n^2)\left(\frac{E}{mc^2}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \frac{\nu}{\nu_c'} \int\limits_{\nu/\nu_c'}^{\infty} K_{5/3}(\eta)\,d\eta, \qquad (4,22)$$

где

$$\nu_c' = \nu_c\left[1 + (1-n^2)\left(\frac{E}{mc^2}\right)^2\right]^{-\frac{3}{2}}. \qquad (4,23)$$

Как видно из (4,22) и (4,23), среда существенно влияет на излучение лишь при условии

$$(1-n^2)\left(\frac{E}{mc^2}\right)^2 \gtrsim 1.$$

Если же

$$1 - n^2 \ll \left(\frac{mc^2}{E}\right)^2, \qquad (4,24)$$

то влиянием среды можно пренебречь (этот же критерий был получен в разделе (4,1)). Воспользовавшись выражением (4,1) для показателя преломления в плазме, неравенство (4,24) можно записать в форме условия на интервал частот, для которых влияние среды не сказывается:

$$\nu^2 \gg \frac{e^2}{\pi m} N_e \left(\frac{E}{mc^2}\right)^2 = \frac{4}{3}\,\frac{r_e c N_e}{H_\perp}\,\nu_c, \qquad (4,25)$$

где характерная частота ν_c определена выражением (2,16). Для того чтобы влияние среды было несущественно в основном интервале частот магнитотормозного излучения $\nu \sim \nu_c$, необходимо, чтобы соблюдался критерий

$$\nu \gg \nu_n \equiv \frac{4ecN_e}{3H_\perp} \approx 20\,\frac{N_e}{H_\perp}. \qquad (4,26)$$

Опираясь на это условие, легко убедиться в справедливости сделанного в начале гл. 4 утверждения о возможности в большинстве встречающихся в космосе случаев пренебречь влиянием среды на интенсивность магнитотормозного излучения.

5. НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕОРИИ МАГНИТОТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В АСТРОФИЗИКЕ

5.1. Общие замечания

Теория магнитотормозного излучения находит себе очень широкую и все возрастающую область применения в астрофизике. Объясняется это, по сути дела, двумя обстоятельствами, которые выяснились за последние 10—15 лет.

Во-первых, релятивистские частицы и, в частности, релятивистские электроны присутствуют в космических условиях не как исключение, а как правило. Их появление обусловлено тем, что в движущейся или

турбулизованной плазме практически всегда имеются различные неустойчивости и действуют ускорительные механизмы.

Во-вторых, в космосе опять-таки, как правило, имеются магнитные поля. Их появление тоже связано с неустойчивостью — в данном случае с неустойчивостью движения проводящей среды (космической плазмы) при отсутствии магнитных полей. Иными словами, раскачка различных колебаний и турбулизация (в широком смысле этого понятия) приводят, с одной стороны, к появлению «надтепловых» частиц и вообще обеспечивают инжекцию быстрых частиц. С другой стороны, турбулизация плазмы, особенно при отсутствии столкновений, как раз и означает, что в ней «раскачиваются» и распространяются различные электромагнитные «нормальные» волны, включая сюда те низкочастотные волны, которые называют магнитогидродинамическими. Появление в плазме различных движений приводит к «запутыванию» силовых линий, т. е. нарастанию напряженности магнитного поля.

Вопрос о том, до какого уровня нарастает плотность энергии релятивистских частиц (космических лучей) и магнитного поля, остается недостаточно ясным и вообще в неравновесных условиях не может иметь совершенно общего ответа. Но, по-видимому, в космосе часто реализуются условия, близкие к квазиравновесным, когда

$$w_{\text{к. л.}} \sim \frac{H^2}{8\pi} \sim \frac{\varrho u^2}{2}. \tag{5,1}$$

Здесь $w_{\text{кл}}$ — плотность энергии космических лучей, $H^2/8\pi$ — плотность энергии поля и $\varrho u^2/2$ — плотность кинетической энергии хаотического (турбулентного) движения газа.

Присутствие релятивистских электронов и магнитных полей — таковы необходимые, а практически и достаточные условия для возникновения магнитотормозного излучения. Как мы уже указывали во введении и как это достаточно широко известно, магнитотормозной является природа излучения и особенно радиоизлучения очень большого числа космических объектов.

Использование теории магнитотормозного излучения в первую очередь состоит в том, чтбоы на основе измерений интенсивности, спектра и поляризации космического излучения делать заключения о релятивистских электронах и магнитных полях в источниках этого излучения. Другое направление связано с анализом изменения интенсивности излучения в источнике, реабсорбции, деполяризации и вращения плоскости поляризации магнитотормозного излучения с целью определения некоторых параметров (например, электронной концентрации), характеризующих как сам источник излучения, так и среду на пути от источника к Земле.

Было бы невозможно и неэффективно подробно обсуждать в рамках настоящей статьи различные пути и возможности использования теории магнитотормозного излучения. Наша задача значительно скромнее — указать некоторые важнейшие соотношения и формулы, которые позволяют производить типичные расчеты.

5.2. Электронная компонента космических лучей в протяженных и дискретных источниках радиоизлучения

Довольно часто приходится сталкиваться с ситуацией, когда спектр излучения в рассматриваемой области частот с достаточной степенью точности можно считать степенным, т. е. $J_\nu \sim \nu^{-\alpha}$. Допустим, далее, что из каких-то соображений (в силу наличия поляризации, очень высокой

эффективной температуры или учитывая, что для теплового излучения $\alpha \leqslant 0$) есть уверенность в магнитотормозной природе излучения. Тогда, как ясно из (3,32), сразу же определяется показатель степени γ в дифференциальном энергетическом спектре электронов $N(E) = KE^{-\gamma}$. Именно,

$$\gamma = 2\alpha + 1. \tag{5,2}$$

Если магнитное поле в излучающей области считать в среднем на луче зрения хаотическим по направлениям и равным H, то из формулы (3,30) имеем

$$K = \frac{7{,}4 \cdot 10^{21} J_\nu}{a(\gamma) LH} \left(\frac{\nu}{6{,}26 \cdot 10^{18} H}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}} = \frac{8{,}9 \cdot 10^{22} H T_{\text{эфф}}}{a(\gamma) L} \left(\frac{\nu}{6{,}26 \cdot 10^{18} H}\right)^{\frac{\gamma+3}{2}}. \tag{5,3}$$

Здесь

$$T_{\text{эфф}} = \frac{c^2}{2k\nu^2} J_\nu, \tag{5,3'}$$

путь L измеряется в *см*, H — в *э*, ν — в *гц*, $T_{\text{эфф}}$ в градусах и K в *эрг* $^{\gamma-1} \cdot$ *см*$^{-3}$. Напомним, кроме того, что $N(E)\,dE = KE^{-\gamma}dE$ есть число электронов в единице объема (в *см*^{3}) в интервале энергии E, $E + dE$. Кроме того, распределение электронов вдоль луча зрения (путь L) считается изотропным и однородным. Для неоднородного распределения, при прочих равных условиях KL в (3,30) и (5,3) заменяется на $\int\limits_0^L K dr$. Что касается предположения об изотропности электронов, то оно использовано при выводе формул (3,30) и (5,3), поскольку предполагается, что распределение электронов по направлениям не зависит от направления вектора **H** в данной точке пространства. Если же поле в излучающей области можно считать однородным (в частности, на основании поляризационных измерений), то следует пользоваться формулой (3,26). При выводе этой формулы предположение об изотропности по сути дела не используется — нужно лишь, чтобы распределение по направлениям мало изменялось в пределах конуса с раствором $\sim mc^2/E$ вдоль луча зрения.

Если спектр является степенным при $\nu_1 \leqslant \nu \leqslant \nu_2$, то по формулам (3,34) можно определить значения энергии E_1 и E_2, между которыми электронный спектр также можно считать степенным. Для грубой же оценки удобно использовать простейшую связь (2,23) между E и $\nu = \nu_m$ для моноэнергетических электронов.

Заметим, что известную информацию о величине $\gamma = 2\alpha + 1$ можно получить также из поляризационных измерений (см. (3,28)), если только деполяризующие факторы можно считать отсутствующими, как это и имеет место для достаточно высоких частот при излучении в квазиоднородном поле. К сожалению, последнее условие в космосе может встретиться лишь как исключение.

Если спектральный индекс α неизвестен или для получения нижней оценки для полного числа релятивистских электронов, следует пользоваться формулой (3,22) для моноэнергетических электронов, согласно которой (см. также (2,25) и (2,26))

$$\tilde{N}(\mathbf{k}) = J(\nu, \mathbf{k})/p(\nu) = \frac{J_\nu(\mathbf{k})}{1{,}6e^3 H_\perp/mc^2}. \tag{5,4}$$

Здесь считается, что для всех электронов максимум в спектре излучения приходится на наблюдаемую частоту ν, т. е. их энергия определяется

выражением (2,23), а спектральная плотность мощности излучения — выражением (2,24). В изотропном случае, когда $H_\perp^2 = \frac{2}{3}H^2$, а $\widetilde{N}(\mathbf{k}) = NL/4\pi$, концентрация релятивистских электронов согласно (5,4) равна

$$N = \frac{4\pi mc^2}{1{,}6e^3LH_\perp} J_\nu(\mathbf{k}) = 7{,}2\cdot 10^{22}\frac{J_\nu(\mathbf{k})}{LH}. \qquad (5{,}5)$$

Когда речь идет о дискретных источниках, то обычно измеряемой величиной является не интенсивность J_ν, а спектральная плотность потока излучения

$$\Phi_\nu = \int J_\nu\, d\Omega, \qquad (5{,}6)$$

где интегрирование ведется по всему телесному углу, занятому источником. Если линейный размер источника L мал по сравнению с расстоянием до него R, а абсолютную величину напряженности магнитного поля и концентрацию релятивистских электронов можно приближенно считать постоянными по объему источника, то из (5,6) и (3,30) имеем

$$\Phi_\nu = 1{,}35\cdot 10^{-22} a(\gamma)\frac{KVH^{\frac{\gamma+1}{2}}}{R^2}\left(\frac{6{,}26\cdot 10^{18}}{\nu}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}}, \qquad (5{,}7)$$

где V — объем источника (для сферического источника, очевидно, $V = \pi L^3/6$).

Выражая K через наблюдаемую на некоторой частоте ν спектральную плотность потока излучения Φ_ν, получим

$$K = \frac{7{,}4\cdot 10^{21}R^2\Phi_\nu}{a(\gamma)HV}\left(\frac{\nu}{6{,}26\cdot 10^{18}H}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}}. \qquad (5{,}8)$$

Отсюда можно определить полное число релятивистских электронов в интервале энергий (E_1, E_2)

$$N_t = V\int_{E_1}^{E_2} KE^{-\gamma}\,dE = \frac{7{,}4\cdot 10^{21}}{(\gamma-1)\,a(\gamma)}\frac{R^2\Phi_\nu}{H}\left[\frac{y_1(\gamma)\,\nu}{\nu_1}\right]^{\frac{\gamma-1}{2}}\left\{1-\left(\frac{y_2(\gamma)\,\nu_1}{y_1(\gamma)\,\nu_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}}\right. . \qquad (5{,}9)$$

Здесь E_1 и E_2 — границы энергетического интервала, в котором спектр электронов имеет вид $KE^{-\gamma}$. Частоты ν_1 и ν_2 связаны с E_1 и E_2 согласно (3,34); в интервале частот (ν_1, ν_2) спектр излучения будет степенным с индексом $\alpha = (\gamma-1)/2$ (см. раздел 3.3). Поскольку обычно $\nu_1 \ll \nu_2$ и $y_2(\gamma) < y_1(\gamma)$, то при $\gamma > 1$ число электронов определяется практически только нижней границей частотного интервала и равно

$$N_t(>E_1) = \frac{7{,}4\cdot 10^{21}}{(\gamma-1)\,a(\gamma)}\frac{R^2\Phi_\nu}{H}\left[\frac{y_1(\gamma)\,\nu}{\nu_1}\right]^{\frac{\gamma-1}{2}}. \qquad (5{,}10)$$

Значения множителей $a(\gamma)$ и $y_1(\gamma)$ приведены в табл. II.

Аналогичным образом можно представить полную энергию электронов в источнике, ответственных за излучение в наблюдаемом интервале частот $\nu_1 \leqslant \nu \leqslant \nu_2$:

$$W_e = V\int_{E_1}^{E_2} KE^{-\gamma+1}\,dE = A(\gamma,\ \nu)\frac{R^2\Phi_\nu}{H^{3/2}}, \qquad (5{,}11)$$

где

$$A(\gamma, \nu) = \begin{cases} \dfrac{2{,}96\cdot 10^{12}}{(\gamma-2)\,a(\gamma)}\,\nu^{1/2}\left[\dfrac{y_1(\gamma)\,\nu}{\nu_1}\right]^{\frac{\gamma-2}{2}}\left\{1-\left[\dfrac{y_2(\gamma)\,\nu_1}{y_1(\gamma)\,\nu_2}\right]^{\frac{\gamma-2}{2}}\right\} & \text{при } \gamma>2, \\ 1{,}44\cdot 10^{13}\nu^{1/2}\ln\left\{\dfrac{y_1(\gamma)\,\nu_2}{y_2(\gamma)\,\nu_1}\right\} & \text{при } \gamma=2, \\ \dfrac{2{,}96\cdot 10^{12}}{(2-\gamma)\,a(\gamma)}\,\nu^{1/2}\left[\dfrac{y_2(\gamma)\,\nu}{\nu_2}\right]^{\frac{\gamma-2}{2}}\left\{1-\left[\dfrac{y_2(\gamma)\,\nu_1}{y_1(\gamma)\,\nu_2}\right]^{\frac{2-\gamma}{2}}\right\} & \text{при } \frac{1}{3}<\gamma<2. \end{cases} \tag{5,12}$$

5.3. Космические лучи и магнитные поля в дискретных источниках магнитотормозного излучения

Приведенные выше формулы (5,3), (5,8) и (5,11) позволяют определить электронную концентрацию вдоль луча зрения в протяженном источнике (например, в галактическом гало) или определить полную энергию релятивистских электронов в дискретном источнике по известным Φ_ν и R только при известной напряженности поля H. К сожалению, пока еще нет надежных, независимых методов оценки напряженности магнитного поля в источниках и поэтому при вычислении W_e приходится делать некоторые дополнительные предположения.

В качестве основного такого предположения обычно принимается, что энергия магнитного поля в источнике $W_H = \frac{H^2}{8\pi}V$ и энергия релятивистских частиц (космических лучей, в том числе релятивистских электронов) $W_{\text{к.л}}$ в первом приближении равны друг другу. Фактически это предположение соответствует минимальной полной энергии системы поля и частиц при заданной мощности магнитотормозного излучения. Точнее, минимум полной энергии релятивистских электронов (5,11) и магнитного поля в источнике, т. е. минимум величины $W = W_e + W_H = C_1H^{-3/2} + C_2H^2$, где C_1 и C_2 — не зависящие от H коэффициенты, осуществляется при условии $W_H = \frac{3}{4}W_e$ (аналогичный результат $W_H = \frac{3}{4}W_{\text{к.л}}$ получается и при использовании нижеследующей формулы (5,14), если только $\varkappa_r$ не зависит от H). Заметим, кроме того, что магнитное поле с плотностью энергии существенно меньшей плотности энергии релятивистских частиц, не смогло бы удерживать релятивистские частицы в ограниченном объеме источника; в результате утечки частиц система, вероятно, сама пришла бы к состоянию энергетического квазиравновесия между магнитным полем и релятивистскими частицами. Таким образом, представляется довольно разумным считать, что в источнике

$$W_H = \varkappa_H W_{\text{к. л}}, \tag{5,13}$$

где $\varkappa_H$ — численный коэффициент порядка единицы.

Поскольку данные радионаблюдений позволяют судить только о количестве и энергии электронов в источнике, для определения полной энергии всех релятивистских частиц нужно также установить связь между этой величиной и энергией релятивистских электронов W_e. Каких-либо надежных методов оценки доли релятивистских электронов в полной энергии релятивистских частиц в настоящее время нет и поэтому приходится вводить некоторый коэффициент пропорциональности между энергией всех космических лучей в источнике и энергией релятивистских

электронов:

$$W_{\text{к. л}} = \varkappa_r W_e. \tag{5,14}$$

Обычно принимается, что коэффициент пропорциональности по порядку величин равен $\varkappa_r = 100$. Выбор этого значения в известной мере произволен, но основанием для него может служить соотношение между космическими лучами и электронами в Галактике и в некоторых радиоизлучающих туманностях (например, в Кассиопее А, см. [59]).

В этих предположениях по наблюдаемому потоку радиоизлучения можно непосредственно определить как напряженность магнитного поля, так и полную энергию космических лучей и электронов в источнике, если известны спектр, угловые размеры и удаленность источника. В самом деле, из (5.11), (5.13) и (5.14) вытекает, что

$$W_H \equiv V \frac{H^2}{8\pi} = \varkappa_H \varkappa_r A(\gamma, \nu) \frac{R^2 \Phi_\nu}{H^{3/2}}. \tag{5,15}$$

Отсюда

$$H = \left[48 \varkappa_H \varkappa_r A(\gamma, \nu) \frac{\Phi_\nu}{R\varphi^3} \right]^{2/7}, \tag{5,16}$$

где $A(\gamma, \nu)$ определено выражениями (5,12), $V = \frac{\pi}{6} L^3$ и $\varphi = L/R$ — угловой размер источника. При этом полная энергия космических лучей в источнике равна

$$W_{\text{к. л}} = \varkappa_r W_e = 0{,}19 \varkappa_H^{-3/7} [\varkappa_r A(\gamma, \nu) \Phi_\nu R^2]^{4/7} (R\varphi)^{9/7}. \tag{5,17}$$

5.4. Спектр излучения и некоторые характеристики дискретных источников

Выше (в разделах 5.2 и 5.3) мы считали спектр излучения и в соответствии с этим спектр электронов степенным. Разумеется, такое предположение имеет лишь ограниченное значение и фактически спектры всех источников где-то загибаются или «заваливаются». Изучение причин изменения спектрального индекса представляет выдающийся интерес, так как открывает перспективы в отношении определения различных параметров источников.

Учет сразу всех возможных факторов делает картину очень трудно обозримой. Поэтому естественно остановиться на двух несколько более частных постановках вопроса.

В рамках первой из них будем считать, что электроны излучают в вакууме и их излучение распространяется без помех, но спектр электронов уже не будем считать степенным и вообще заранее заданным. В этом случае задача заключается в том, чтобы, основываясь на некоторых конкретных представлениях, определить характер энергетического спектра электронов и соответствующий ему частотный спектр магнитотормозного излучения.

При второй постановке вопроса спектр электронов будем считать заданным (в простейшем случае — степенным), но влиянием среды в процессе излучения и распространения электромагнитных волн пренебрегать не будем. Здесь задача сводится к выяснению характера изменений в частотном спектре, поляризации и интенсивности излучения, обусловленных влиянием среды.

Обратимся сначала к первой постановке вопроса, т. е. рассмотрим факторы, определяющие характер энергетического спектра ультрарелятивистских электронов. Если для простоты считать распределение

электронов изотропным, а в ряде случаев для этого имеются основания, то это распределение полностью характеризуется функцией $N(E, \mathbf{r}, t)$, выражающей количество электронов в единичном объеме и единичном интервале энергий в момент времени t. При учете пространственной диффузии, энергетических потерь и вклада от источников, поставляющих электроны, функция $N = N(E, \mathbf{r}, t)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial N}{\partial t} - D\Delta N + \frac{\partial}{\partial E}[b(E)N] + \frac{N}{T} = Q(E, \mathbf{r}, t). \tag{5,18}$$

Здесь D — коэффициент диффузии для электронов, $b(E) = dE/dt$ — скорость изменения энергии электрона в результате непрерывных потерь на излучение и столкновения (этот же член, при необходимости, учитывает систематическое ускорение частиц в переменном магнитном поле), T — время жизни электронов по отношению к катастрофическим потерям, например, радиационным с большой передачей энергии в одном столкновении, $Q(E, \mathbf{r}, t)$ — мощность источников (число электронов, поступающих в единицу времени), отнесенная к единице объема и единичному интервалу энергий.

В применении к общему нетепловому радиоизлучению Галактики в первом приближении естественно ограничиться стационарной картиной, полагая в (5,18) $N = N(E, \mathbf{r})$ и $Q = Q(E, \mathbf{r})$. При этом предполагается, что за последние $(1 \div 3) \cdot 10^8$ лет (время жизни космических лучей в Галактике) Галактика мало изменилась. В частности, если за это время и происходили, как это допускается в статье [60], взрывы галактического ядра, мы предполагаем, что они не привели к существенному изменению интенсивности релятивистских частиц (космических лучей и электронов) в Галактике. Для такой стационарной модели спектр и распределение электронов в Галактике с помощью уравнения (5,18) были определены в работах [61, 62]. При этом в работе [61] спектр источников считался степенным с показателем $\gamma_0 = 2$, а в работе [62] в качестве источника релятивистских электронов рассматривался процесс генерации электронов при столкновениях космических лучей с ядрами межзвездного газа, т. е. электроны считались вторичными по отношению к протонной и ядерной компонентам космических лучей. В работах [61, 62] учитывалась пространственная диффузия и непрерывные потери энергии для электронов.

Спектр вторичных электронов в Галактике вычислялся также в работе [63] для пространственно-однородной стационарной модели, когда $N = N(E)$ (диффузия не рассматривалась, но для оценки утечки частиц в (5,18) под T понималось время диффузионного выхода частиц из Галактики $T_в$).

С учетом всех указанных факторов (нестепенной спектр источников электронов, энергетические потери и диффузия) спектр электронов уже, разумеется, не является степенным, если не говорить об отдельных малых участках. Поэтому для вычисления спектральной интенсивности магнитотормозного излучения нужно пользоваться общим выражением (3,20), которое для изотропного распределения электронов и хаотического по направлениям поля $\mathbf{H}$ принимает вид

$$J_\nu = \frac{\sqrt{3}\, e^3}{4\pi mc^2} \int_0^L dr \int_{mc^2}^{\infty} dE N(E, \mathbf{r}) H(\mathbf{r}) \Phi(\nu/\nu_0). \tag{5,19}$$

Здесь

$$\nu_0 = \frac{\nu_c}{\sin\theta} = \frac{3eH}{4\pi mc}\left(\frac{E}{mc^2}\right)^2, \tag{5,20}$$

а функция (см. [34, 62])

$$\Phi(\zeta)=\zeta^3\int\limits_{\zeta}^{\infty}\frac{d\xi}{\xi^2\sqrt{\xi^2-\zeta^2}}\int\limits_{\xi}^{\infty}K_{5/3}(\eta)\,d\eta=\zeta^3\int\limits_{\zeta}^{\infty}\frac{d\xi}{\xi^3\sqrt{\xi^2-\zeta^2}}F(\xi) \qquad (5,21)$$

отражает спектральное распределение излучения электрона, усредненное по всем углам θ между его скоростью и полем **H**. Так, например, отнесенная к одному электрону спектральная плотность мощности излучения электронов с энергией E (моноэнергетический спектр) и изотропным распределением в хаотическом поле равна

$$\bar{p}_\nu=\frac{1}{2}\int\limits_0^{\pi}p_\nu\sin\theta\,d\theta=\frac{\sqrt{3}\,e^3H}{mc^2}\,\Phi\left(\frac{\nu}{\nu_0}\right), \qquad (5,22)$$

где p_ν есть спектральная плотность (2,21) излучения электрона, движущегося под углом θ к магнитному полю.

В задачах, рассматривавшихся в [62, 63], причиной нестепенного характера спектра излучения был прежде всего нестепенной спектр источников электронов. Однако даже в случае степенного спектра источников [61] характер спектра электронов (а следовательно и спектра излучения) может существенно измениться в результате энергетических потерь.

В этом легко убедиться на примере стационарной однородной задачи, когда $N=N(E)$. В этом случае решение уравнения (5,18) имеет вид (см. [34, 61]; считается, что $b(E)<0$, т. е. ускорение частиц отсутствует или оно менее существенно, чем потери)

$$N(E)=\frac{1}{|b(E)|}\int\limits_E^{\infty}\exp\left\{-\frac{1}{T}\int\limits_{E_0}^{E}\frac{dE'}{b(E')}\right\}Q(E_0)\,dE_0. \qquad (5,23)$$

Если катастрофические потери отсутствуют ($T=\infty$), а источники имеют степенной спектр вида $Q(E_0)=Q_0E_0^{-\gamma_0}$, то из (5,23) получаем

$$N(E)=\frac{Q_0E^{-(\gamma_0-1)}}{(\gamma_0-1)\,|b(E)|}. \qquad (5,24)$$

Для магнитотормозных и комптоновских потерь энергии $b(E)\sim E^2$ (см. (2,10)); поэтому спектр (5,24) имеет вид $N(E)=KE^{-\gamma}$, где показатель степени

$$\gamma=\gamma_0+1. \qquad (5,25)$$

В случае радиационных потерь, если приближенно считать эти потери непрерывными, $b(E)\sim E$ и, как ясно из (5,24),

$$\gamma=\gamma_0. \qquad (5,26)$$

Для ионизационных потерь (потерь при столкновениях с частицами среды) $b(E)$ для ультрарелятивистских электронов лишь логарифмически зависит от энергии. Этой зависимостью в первом приближении можно пренебречь и тогда

$$\gamma=\gamma_0-1. \qquad (5,27)$$

В разных участках энергетического спектра обычно преобладают потери разных типов (при малых энергиях — ионизационные, при очень больших — магнитотормозные и комптоновские). Поэтому даже при степенном во всем интервале энергий спектре источников спектр электронов таковым не будет.

Рассмотрим теперь нестационарный случай, который, по-видимому, имеет отношение к таким дискретным источникам радио- и оптического магнитотормозного излучения, как радиогалактики, взрывающиеся ядра галактик и сверхновые звезды. В нестационарном случае спектр электронов определяется выражением (см. [34, 61])

$$N(E,\ t)=\frac{1}{|b(E)|}\int\limits_{E}^{\infty}\exp\left\{-\frac{1}{T}\int\limits_{E_0}^{E}\frac{dE'}{b(E')}\right\}Q\left(E_0,\ t-\int\limits_{E_0}^{E}\frac{dE'}{b(E')}\right)dE_0. \quad (5,28)$$

Подробный анализ этого выражения для случая магнитотормозных потерь дан в работе [64]. Однако основные следствия можно получить уже из выражения для магнитотормозных потерь (2,10). В этом случае $b(E) = -P(E)$ и интегрируя уравнение

$$\frac{dE}{dt}=-P(E)\equiv-\beta E^2,$$

где

$$\beta=\frac{2e^4}{3m^4c^7}H_\perp^2=1{,}95\cdot10^{-9}\frac{H_\perp^2}{mc^2}, \quad (5,29)$$

получаем

$$E=\frac{E_0}{1+\beta E_0 t}, \quad (5,30)$$

где E_0 — энергия электрона в момент времени $t = 0$. Отсюда следует, что энергия электрона уменьшается вдвое за время

$$T_{\text{м}}=\frac{1}{\beta E_0}=\frac{5{,}1\cdot10^8}{H_\perp^2}\frac{mc^2}{E}\ \textit{сек}. \quad (5,31)$$

Далее как ясно из выражения (5,30), при любой начальной энергии энергия электрона в момент t не превышает значения

$$E_m(t)=\frac{1}{\beta t}=\frac{5{,}1\cdot10^8}{H_\perp^2 t}mc^2=\frac{2{,}6\cdot10^{14}}{H_\perp^2 t}\ \textit{эв}. \quad (5,32)$$

Поэтому, если генерация электронов в источнике прекратилась в момент $t = 0$, то спустя время t в электронном спектре будет наблюдаться обрыв при энергии, определяемой выражением (5,32). Этому обрыву будет соответствовать в частотном спектре магнитотормозного излучения резкий «завал» на частотах (см. (1,23))

$$\nu>\nu_m(E_m(t))=\frac{3{,}1\cdot10^{23}}{H_\perp^3 t^2}\ \textit{гц}. \quad (5,33)$$

Если же источник «включился» в момент времени $t = 0$ и начиная с этого момента стационарен, то в области энергий $E > 1/\beta t$ успевает установиться стационарный спектр, который в случае степенного спектра источников будет иметь показатель (5,25). При $E < 1/\beta t$ спектр будет мало отличаться от спектра источников, поскольку потери в этой области энергий согласно (5,31) невелики. Таким образом, величины $E_m(t)$ и $\nu_m[E_m(t)]$ (см. (5,32) и (5,33)) в этом случае определяют положение «излома» соответственно в энергетическом спектре электронов и в частном спектре их излучения.

В некотором отношении аналогичная ситуация имеет место в стационарном случае при учете диффузионного выхода частиц из излучающей области. В этом случае роль времени t играет эффективное время диффузионного выхода $T_{\text{в}} = L^2/2D$, где L — размер области и D — коэффи-

циент диффузии. Для частиц с энергиями $E \gg E_c$, где

$$E_c = \frac{1}{\beta T_в} = \frac{2D}{\beta L^2}, \tag{5,34}$$

спектр будет искажен влиянием потерь и, например, для источников со степенным спектром будет иметь показатель (5,25), тогда как при $E < E_c$ спектр будет мало отличаться от спектра источников. В соответствии с этим в частотном спектре излучения в области частот

$$\nu \sim \nu_m(E_c) = \frac{3{,}1 \cdot 10^{23}}{H_\perp^3 T_в^2} \text{ гц} \tag{5,35}$$

будет наблюдаться перегиб. Таким образом, анализ особенностей в частотном спектре может дать ценную информацию о возрасте источников, коэффициенте диффузии и т. д.

При заданной форме энергетического спектра электронов изменение интенсивности магнитотормозного излучения может быть обусловлено как утечкой электронов из излучающей области, так и изменением размеров источника излучения, например расширением излучающей туманности [65]. Рассмотрим подробнее изменение интенсивности излучения при изменении размеров области, занятой релятивистскими электронами и магнитным полем. При этом будем предполагать, что не происходит инжекции или «подкачки» энергии релятивистских частиц.

Поскольку в космических условиях с большой точностью выполняется условие вмороженности силовых линий, т. е. сохранение магнитного потока через материальный контур, то при однородном расширении

$$H \backsim L^{-2}, \tag{5,36}$$

где L — размер источника излучения. Уменьшение магнитного поля приводит к адиабатическому «охлаждению» частиц. Именно, энергия ультрарелятивистской частицы в изотропном случае изменяется по закону

$$E \backsim H^{1/2} \backsim L^{-1}. \tag{5,37}$$

Это соотношение легко получить, учитывая сохранение адиабатического инварианта $p_\perp^2/H = \text{const}$ в медленно изменяющемся магнитном поле. Здесь $p_\perp$ — перпендикулярная к **H** составляющая импульса частицы $p = E/c$; если в процессе расширения поддерживается изотропное распределение частиц, то $p_\perp^2 = \frac{2}{3} p^2$.

Далее, при расширении число частиц не изменяется, они лишь перемещаются в другой интервал энергий. Поэтому

$$VN(E)\,dE = VKE^{-\gamma}\,dE = \text{const},$$

откуда при $V \backsim L^3$ и $E \backsim L^{-1}$ получаем

$$K \backsim L^{-(\gamma+2)}. \tag{5,38}$$

Следовательно, поток излучения от дискретного источника согласно (5,7) и (5,36) — (5,38) изменяется с размером источника по закону

$$\Phi_\nu \backsim L^{-2\gamma}. \tag{5,39}$$

Отсюда, например, для туманности, расширяющейся с радиальной скоростью v (при этом $dL/dt = 2v$), относительное изменение потока равно

$$\frac{1}{\Phi_\nu}\frac{d\Phi_\nu}{dt} = -\frac{2\gamma}{L}\frac{dL}{dt} = -\frac{4\gamma v}{L}. \tag{5,40}$$

Такой эффект был обнаружен в работах [66] для радиоисточника Кассиопея А (скорость расширения этой туманности — оболочки сверхновой второго типа — достигает 7000 *км/сек*).

Заметим здесь, что при наличии в спектре такого источника перегиба или некоторой другой особенности соответствующая этой особенности частота ν_1 изменяется при расширении источника по закону (см. (2,23) и (5,36), (5,37))

$$\nu_1 \propto L^{-4}. \tag{5,41}$$

При этом, помимо сделанного выше предположения о сохранении изотропии в распределении электронов по направлениям при расширении, считается также, что остальные процессы, которые могли бы привести к изменению положения излома (в первую очередь потери энергии для электронов), являются медленными по сравнению с расширением. Например, если излом обусловлен магнитотормозными потерями и, следовательно, его положение изменяется со временем по закону $dE/dt = -\beta E^2$, то необходимо, чтобы выполнялось условие $L^{-1}dL/dt \gg \beta E$.

Остановимся теперь вкратце на тех изменениях в характеристиках магнитотормозного излучения, которые обусловлены влиянием среды в процессе генерации и распространения магнитотормозного излучения.

Поляризация и интенсивность магнитотормозного излучения могут изменяться за счет влияния среды не только в источнике, но и на пути от него к Земле. В последнем случае, однако, природа излучения не специфична (если не касаться того факта, что в космосе поляризация свойственна в первую очередь как раз магнитотормозному излучению). Поэтому мы не будем останавливаться на обсуждении «метода просвечивания», состоящего в получении информации о межгалактической, межзвездной или околосолнечной плазме на основе изучения поляризационных характеристик космического радиоизлучения (см. раздел 4.1 и [55]). Что касается обычного поглощения по пути от источника, то в результате такого поглощения интенсивность изменяется по закону $J = J_0 e^{-\tau}$, где J_0 — интенсивность вблизи источника и τ — пройденная толща вещества (см. раздел 4.1). Поэтому в области низких частот, где τ становится большим, в спектре излучения должен наблюдаться быстрый спад интенсивности. Для галактического радиоизлучения такой спад наблюдается на частотах $\nu \lesssim 3$ *Мгц*.

Поглощение в самом источнике также должно приводить к изменению спектра излучения. Именно, если $g(\nu)$ — интенсивность излучения из единицы объема источника (излучательная способность), то полная интенсивность

$$J(\nu) = \int_0^L g(\nu)\, e^{-\mu l}\, dl = g(\nu)\, \frac{1 - e^{-\mu L}}{\mu}. \tag{5,42}$$

Поскольку коэффициент поглощения μ зависит от частоты (для радиоволн в плазме согласно (4,8) $\mu \propto \nu^{-2}$), то, очевидно, спектр полного излучения источника $J(\nu)$ отличается от спектра излучения частиц $g(\nu)$, если оптическая толща $\tau = \mu L$ достаточно велика. В применении к галактическому радиоизлучению представляет интерес случай, когда излучающие области перемежаются с поглощающими (облаками ионизированного водорода). Такой случай рассмотрен в работе [67].

Реабсорбция излучения в ультрарелятивистском электронном газе приводит в качественном отношении к результату, аналогичному обычному поглощению, поскольку коэффициент поглощения в случае реабсорбции (4,18) также быстро возрастает с уменьшением частоты. В результате реабсорбции в области низких частот, где оптическая толща $\mu_r L$ по отно-

шению к реабсорбции велика, спектр излучения сильно изменяет свою форму, а именно интенсивность падает с уменьшением частоты как $\nu^{5/2}$ (см. (4,21)), в отличие от высокочастотной области, для которой $J_\nu \infty \nu^{-\alpha}$, $\alpha > 0$. Поскольку в случае реабсорбции коэффициент поглощения (см. (4,18)) зависит от концентрации релятивистских электронов и напряженности магнитного поля, появляется возможность получить информацию о значении этих величин в источнике, исходя из наблюдаемого положения, обусловленного реабсорбцией перегиба в спектре излучения [68].

Наконец, если в источнике не выполняется условие (4,26), необходимо учитывать влияние показателя преломления на сам процесс излучения, т. е. нужно пользоваться выражением (4,22) для интенсивности излучения в плазме с $n < 1$. Анализ этого выражения показывает, что в области частот $\nu < \nu_n$ (см. (4,26)) интенсивность излучения резко убывает (см., например, работу [69]).

Из сказанного в настоящем разделе ясно, что изучение спектров магнитотормозного излучения дает возможность получить целый ряд ценных сведений о релятивистских электронах, магнитных полях и газе в источниках, а также о временных измерениях и возрасте источников.

5.5. Оптическое и рентгеновское магнитотормозное излучение

Оптическое и рентгеновское магнитотормозное излучение по своему характеру совершенно не отличается от магнитотормозного радиоизлучения и здесь по-прежнему остаются в силе качественная картина, обрисованная в гл. 2, и количественные результаты, приведенные в гл. 2 и 3. Вместе с тем в заданном магнитном поле для излучения оптических и тем более рентгеновских частот электрон должен обладать существенно более высокой энергией, чем в случае излучения радиочастот. Если же энергия электрона неизменна, то в еще большей мере должна возрасти напряженность магнитного поля. Конкретно, для оценок удобно воспользоваться формулой (2.23), в силу которой

$$\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{H_{\perp,2}}{H_{\perp,1}} \frac{E_2^2}{E_1^2}. \tag{5,43}$$

Пусть, например, $\nu_1 = 3 \cdot 10^8$ ($\lambda = c/\nu_1 = 1$ *м*) в типичном для Галактики поле $H_{\perp,1} = 3 \cdot 10^{-6}$. Тогда, согласно (2,23), энергия излучающих электронов $E_1 \sim 5 \cdot 10^9$ *эв*. В том же поле $H_{\perp,2} = H_{\perp,1}$ оптические частоты $\nu_2 = 10^{14} \div 10^{15}$ ($\lambda = 0{,}3 \div 3\ \mu$) могут излучать лишь электроны с энергией $E_2 \sim 5 \cdot 10^{12}$ *эв*. Для рентгеновских лучей $\nu_2 \sim 10^{18}$ и, следовательно, при неизменном магнитном поле электроны уже должны иметь энергию $E_2 \sim 3 \cdot 10^{14}$ *эв*.

Нужно иметь в виду, что магнитотормозные потери пропорциональны $H_\perp^2 E^2$ (см. (2,10)) и поэтому частицы с очень высокой энергией или в сильном поле быстро замедляются. Оценку энергии и «времени жизни» в магнитном поле удобно производить с помощью формул (5,30) и (5,31). При этом в формуле (5,31) можно выразить энергию электрона через характерную частоту его излучения (2,23) и, таким образом, получить непосредственную связь между наблюдаемой частотой и характерным временем жизни (временем, за которое энергия уменьшается наполовину) излучающих электронов:

$$T_M = \frac{5 \cdot 10^8}{H_\perp^2} \frac{mc^2}{E} \text{ сек} \simeq \frac{5{,}5 \cdot 10^{11}}{H_\perp^{3/2} \nu^{1/2}} \text{ сек} = \frac{1{,}8 \cdot 10^4}{H_\perp^{3/2} \nu^{1/2}} \text{ лет}. \tag{5,44}$$

Здесь $H_\perp$ измеряется в эрстедах и ν — в герцах. Время T_M, выраженное через частоту, имеет, разумеется, несколько условный характер, поскольку в качестве ν выбрана частота, отвечающая максимуму в спектре излучения моноэнергетических электронов.

В поле $H_\perp = 3\cdot 10^{-6}$ время T_M для электронов с энергией $5\cdot 10^9$, $5\cdot 10^{12}$ и $3\cdot 10^{14}$ *эв* составляет соответственно $2\cdot 10^8$, $2\cdot 10^5$ и $3\cdot 10^3$ лет. Для нашей Галактики и вообще для нормальных галактик, для которых значение $H_\perp = 3\cdot 10^{-6}$ может считаться типичным, характерное время T_M порядка 10^5 лет, а тем более 10^3 лет, является весьма небольшим и поэтому естественно, что оптическое и рентгеновское магнитотормозное излучение будет слабым. Точнее, положение может измениться лишь в условиях мощной инжекции электронов высокой энергии в межзвездное пространство из каких-то источников, например, из оболочек сверхновых звезд. Обсуждение вопроса о межзвездном магнитотормозном рентгеновском излучении можно найти в [29]. При типичном для оболочек сверхновых поле $H_\perp \sim 3\cdot 10^{-4}$ за оптическое и рентгеновское излучение ответственны электроны с энергиями $5\cdot 10^{11}$ и $3\cdot 10^{13}$ *эв*, для которых время жизни T_M порядка 10^2 лет и 1 года соответственно. Поэтому, например, для Крабовидной туманности, возраст которой составляет около 900 лет, считать, что электроны, ответственные за оптическое излучение, образовались при взрыве, можно было бы только с известной натяжкой (это возможно в поле $H_\perp \sim 10^{-4}$, которое из других соображений представляется уже слишком слабым). В случае же, если рентгеновское излучение Краба также является магнитотормозным, как это кажется сейчас наиболее вероятным, то существование в Крабе «подкачки»— инжекции электронов высокой энергии и в настоящее время, станет совершенно несомненным.

Как сказано, оптическое и рентгеновское магнитотормозное излучение полностью описывается приведенными ранее формулами. При этом даже возникает то упрощение, что на высоких частотах можно пренебречь влиянием показателя преломления $n(\omega) \neq 1$ в излучающей области, реабсорбцией и вращением плоскости поляризации в космической плазме. Поэтому учитывать нужно лишь поглощение излучения на пути от источника к Земле или же в самом источнике, например, когда в нем имеется пыль (случай галактики M82).

Для удобства приведем здесь тем не менее несколько выражений, полезных при расчетах. В рентгеновской области, а иногда и в оптике часто пользуются не потоком энергии, а потоком или интенсивностью числа частиц (фотонов), которые мы обозначим соответственно как F_ν и I_ν. Переход, очевидно, достигается путем деления энергетических величин на энергию кванта $h\nu$. Таким образом, согласно (3,30), интенсивность числа квантов равна

$$I(\nu) = \frac{J_\nu}{h\nu} = 3{,}26\cdot 10^{-15} a(\gamma) LKH^{\frac{\gamma+1}{2}} \left(\frac{6{,}26\cdot 10^{18}}{\nu}\right)^{\frac{\gamma+1}{2}} \frac{\text{фотонов}}{\text{см}^2\cdot\text{сек}\cdot\text{стер}\cdot\text{гц}} \qquad (5{,}45)$$

или, если перейти от частоты ν к энергии фотона $\varepsilon = h\nu$, выраженной в *эв*, то

$$I(\varepsilon) = I(\nu)\frac{d\nu}{d\varepsilon} = 0{,}79 a(\gamma) LKH^{\frac{\gamma+1}{2}} \left(\frac{2{,}59\cdot 10^4}{\varepsilon}\right)^{\frac{\gamma+1}{2}} \frac{\text{фотонов}}{\text{см}^2\cdot\text{сек}\cdot\text{стер}\cdot\text{эв}}. \qquad (5{,}46)$$

Здесь L измеряется в *см*, K — в $(\text{эрг})^{\gamma-1}\cdot\text{см}^{-3}$, H — в эрстедах и ε в *эв*. Аналогично поток фотонов от дискретного источника (см. (5,7)) равен

$$F(\nu) = \frac{\Phi(\nu)}{h\nu} = 3{,}26\cdot 10^{-15} a(\gamma) \frac{VKH^{\frac{\gamma+1}{2}}}{R^2} \left(\frac{6{,}26\cdot 10^{18}}{\nu}\right)^{\frac{\gamma+1}{2}} \frac{\text{фотонов}}{\text{см}^2\cdot\text{сек}\cdot\text{гц}} \qquad (5{,}47)$$

или, будучи отнесенным к энергии фотона $\varepsilon = h\nu = 4{,}14 \cdot 10^{-15}\nu$ *эв*,

$$F(\varepsilon) = 0{,}79a(\gamma)\frac{VKH^{\frac{\gamma+1}{2}}}{R^2}\left(\frac{2{,}59\cdot 10^4}{\varepsilon}\right)^{\frac{\gamma+1}{2}} \frac{\text{фотонов}}{\text{см}^2\cdot\text{сек}\cdot\text{эв}}. \qquad (5{,}48)$$

Далее, в том случае, когда электронный спектр можно считать одинаковым во всем объеме источника, удобно пользоваться следующим выражением для отношения потоков излучения на разных частотах ν_1 и ν_2 (см. (5,7))

$$\frac{\Phi_2(\nu_2)}{\Phi_1(\nu_1)} = \frac{V_2}{V_1}\left(\frac{H_2}{H_1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2}}\left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}}. \qquad (5{,}49)$$

Здесь считается, что излучение на частоте ν_1 возникает в области источника с объемом V_1, причем в этой области напряженность магнитного поля равна H_1, а излучение на частоте ν_2 приходит из объема V_2 с полем H_2. При этом, если речь идет об излучении электронов с одной и той же энергией $E_2 = E_1$, то частоты ν_2 и ν_1 связаны соотношением (5,43), а отношение потоков равно

$$\frac{\Phi_2(\nu_2)}{\Phi_1(\nu_1)} = \frac{V_2H_2}{V_1H_1}. \qquad (5{,}50)$$

Формулы (5,49) и (5,50) полезны в том случае, если в малой области V_2 источника с полным объемом V_1 поле $H_2 \gg H_1$, а в спектре электронов имеется обрыв со стороны высоких энергий, такой что электроны из объема V_1 не излучают на частотах $\nu_2 \gg \nu_1$, а излучение из объема V_2 на частотах ν_1 мало вследствие малости объема V_2. Тогда наблюдаемое отношение потоков на частотах ν_2 и ν_1 от всего источника будет определяться отношением потоков из областей V_2 и V_1. Такая ситуация может осуществляться, например, в случае туманности, имеющей в центральной части коллапсировавшую звезду с очень сильным магнитным полем [31].

5.6. Сводка важнейших формул

Можно полагать, что настоящая статья будет использоваться не только для ознакомления с физической стороной и результатами теории магнитотормозного излучения, но и просто для того, чтобы быстро найти нужную формулу. Поэтому мы приведем в заключение сводку важнейших формул, которые уже встречались и обсуждались в тексте *).

Полная мощность магнитотормозного излучения ультрарелятивистского электрона (магнитотормозные потери)

$$P(E) = \int_0^\infty p(\nu)\,d\nu = 0{,}98\cdot 10^{-3}H_\perp^2\left(\frac{E}{mc^2}\right)^2 \text{ эв/сек}. \qquad (2{,}10)$$

Спектральная плотность мощности полного излучения одного электрона

$$p(\nu) = \frac{\sqrt{3}\,e^3H_\perp}{mc^2}F\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right) = 2{,}37\cdot 10^{-22}H_\perp F\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)\frac{\text{эрг}}{\text{сек}\cdot\text{герц}}; \qquad (2{,}21)$$

график функции $F(x)$ приведен на рис. 7, а ее значения и приближенные выражения — в табл. I на стр. 77. Спектральная плотность $p(\nu)$

*) Во всех случаях магнитное поле H и $H_\perp$ измеряется в эрстедах, путь L — в *см*, время — в *сек*, частота ν — в герцах (циклах в секунду), концентрация электронов N и N_e — в $см^{-3}$, коэффициент K в энергетическом спектре электронов $N(E)\,dE = KE^{-\gamma}\,dE$ — в $эрг^{\gamma-1}\cdot см^{-3}$.

имеет максимум

$$p(\nu_m) = 1{,}6\,\frac{e^3 H_\perp}{mc^2} = 2{,}16\cdot 10^{-22} H_\perp \frac{эрг}{сек\cdot гц} \tag{2,24}$$

на частоте

$$\nu_m \simeq 0{,}29\nu_c = 1{,}2\cdot 10^6 H_\perp \left(\frac{E}{mc^2}\right)^2 = 4{,}6\cdot 10^{-6} H_\perp [E\,(эв)]^2\ гц. \tag{2,23}$$

Энергия электрона, для которого максимум излучения приходится на частоту $\nu = \nu_m$, равна

$$E = 7{,}5\cdot 10^{-10}\left(\frac{\nu}{H_\perp}\right)^{1/2} эрг = 4{,}7\cdot 10^2\left(\frac{\nu}{H_\perp}\right)^{1/2}\ эв. \tag{2,23}$$

Интенсивность излучения в однородном поле для изотропно распределенных на луче зрения (длина L) электронов с одной и той же энергией (моноэнергетический спектр) и концентрацией $N(\mathbf{r})$ равна

$$J_\nu = \frac{p(\nu)}{4\pi}\int_0^L N(\mathbf{r})\,dr; \tag{2,25}$$

ее значение в максимуме

$$J_{\nu,m} = 1{,}7\cdot 10^{-23} H_\perp \int_0^L N(\mathbf{r})\,dr\ \frac{эрг}{см^2\cdot сек\cdot стер\cdot гц}. \tag{2,26}$$

Средняя концентрация электронов $\left(\text{положено } H^2 = \frac{3}{2}H_\perp^2\right)$

$$N = \frac{1}{L}\int_0^L N(\mathbf{r})\,dr = 7{,}2\cdot 10^{22}\,\frac{J_\nu}{LH}. \tag{5,5}$$

Интенсивность излучения в хаотическом магнитном поле для электронов с однородным и изотропным распределением на пути L и энергетическим спектром $N(E) = K\cdot E^{-\gamma}$ (излучательная способность $g_\nu = J_\nu/L$)

$$J_\nu = 1{,}35\cdot 10^{-22} a(\gamma)\,LKH^{\frac{\gamma+1}{2}}\left(\frac{6{,}26\cdot 10^{18}}{\nu}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}}\frac{эрг}{см^2\cdot сек\cdot стер\cdot герц}. \tag{3,30}$$

Интенсивность числа фотонов в тех же условиях (энергия фотонов $\varepsilon = h\nu = 4{,}14\cdot 10^{-15}\nu$ измеряется в *эв*)

$$I(\varepsilon) = 0{,}79 a(\gamma)\,LKH^{\frac{\gamma+1}{2}}\left(\frac{2{,}59\cdot 10^4}{\varepsilon}\right)^{\frac{\gamma+1}{2}}\frac{фотонов}{см^2\cdot сек\cdot стер\cdot эв}. \tag{5,46}$$

Значения коэффициента $a(\gamma)$ приведены в табл. II на стр. 84.

Границы энергетического интервала для степенного спектра электронов, дающих степенной спектр излучения в интервале $\nu_1 \leqslant \nu \leqslant \nu_2$

$$\begin{aligned} E_1 &= 2{,}5\cdot 10^2\,[\nu_1/y_1(\gamma)\,H]^{1/2}\ эв,\\ E_2 &= 2{,}5\cdot 10^2\,[\nu_2/y_2(\gamma)\,H]^{1/2}\ эв; \end{aligned} \tag{3,34}$$

коэффициенты $y_1(\gamma)$ и $y_2(\gamma)$ даны в таблице II. Для грубых оценок, а также когда $\gamma < 1{,}5$, можно положить $y_1(\gamma) = y_2(\gamma) = 0{,}24$.

Интенсивность излучения, выраженная через эффективную температуру

$$J_\nu = 3{,}07\cdot 10^{-37}\nu^2 T_{эфф}\,\frac{эрг}{см^2\cdot сек\cdot стер\cdot гц}. \tag{4.12}$$

Коэффициент в спектре электронов, выраженный через интенсивность или эффективную температуру излучения на частоте ν

$$K = \frac{7{,}4\cdot 10^{21} J_\nu}{a(\gamma) LH}\left(\frac{\nu}{6{,}26\cdot 10^{18} H}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}} =$$

$$= \frac{8{,}9\cdot 10^{22} H T_{\text{эфф}}}{a(\gamma) L}\left(\frac{\nu}{6{,}26\cdot 10^{18} H}\right)^{\frac{\gamma+3}{2}} \text{эрг}^{\gamma-1}\cdot \text{см}^{-3}. \quad (5{,}3)$$

Поток излучения Φ_ν от дискретного источника с объемом V, находящегося на расстоянии R, равен

$$\Phi_\nu = 1{,}35\cdot 10^{-22} a(\gamma)\frac{KVH^{\frac{\gamma+1}{2}}}{R^2}\left(\frac{6{,}26\cdot 10^{18}}{\nu}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^2\cdot\text{сек}\cdot\text{гц}}; \quad (5{,}7)$$

в этом случае

$$K = \frac{7{,}4\cdot 10^{21} R^2 \Phi_\nu}{a(\gamma) HV}\left(\frac{\nu}{6{,}26\cdot 10^{18} H}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}} \text{эрг}^{\gamma-1}\cdot \text{см}^{-3}. \quad (5{,}8)$$

Полная энергия релятивистских электронов в источнике

$$W_e = A(\gamma, \nu)\frac{R^2\Phi_\nu}{H^{3/2}}; \quad (5{,}11)$$

выражения для коэффициента $A(\gamma, \nu)$ приведены в формуле (5,12) на стр. 98.

Энергия магнитного поля W_H и энергия космических лучей $W_{\text{к.л}}$ в источнике

$$W_H = \varkappa_H W_{\text{к.л}} = \varkappa_H \varkappa_r W_e = 0{,}19\,[\varkappa_H \varkappa_r A(\gamma, \nu)\Phi_\nu R^2]^{4/7}(R\varphi)^{9/7}. \quad (5{,}17)$$

Напряженность магнитного поля

$$H = [48\varkappa_H \varkappa_r A(\gamma, \nu)\Phi_\nu / R\varphi^3]^{2/7}. \quad (5{,}16)$$

Характерное время магнитотормозных потерь (время, за которое энергия электрона уменьшается вдвое)

$$T_M = \frac{5{,}1\cdot 10^8}{H_\perp^2}\frac{mc^2}{E}\ \text{сек} \quad (5{,}31)$$

или, если ν — частота, на которую приходится максимум в спектре излучения электрона, то

$$T_M \simeq 5{,}5\cdot 10^{11}/H_\perp^{3/2}\nu^{1/2}\ \text{сек}. \quad (5{,}44)$$

Максимальная энергия электронов спустя время t после их инжекции в магнитном поле

$$E_m(t) = \frac{2{,}6\cdot 10^{14}}{H_\perp^2 t}\ \text{эв}. \quad (5{,}32)$$

Частота в спектре излучения этих электронов, отвечающая «обрыву» спектра

$$\nu_m(E_m(t)) = \frac{3{,}1\cdot 10^{23}}{H_\perp^3 t^2}\ \text{гц}. \quad (5{,}33)$$

Изменение потока излучения, обусловленное расширением источника с размером L при отсутствии «подкачки» энергии

$$\Phi_\nu(t) \propto [L(t)]^{-2\gamma}. \quad (5{,}39)$$

Коэффициент поглощения радиоволн в плазме

$$\mu = \frac{10^{-2} N_e^2}{T^{3/2}\nu^2}\left[17{,}7 + \ln\frac{T_e^{3/2}}{\nu}\right]\ \text{см}^{-1}. \quad (4{,}8)$$

Коэффициент реабсорбции в газе ультрарелятивистских электронов

$$\mu_T = g(\gamma)\, 0{,}019\, (3{,}5\cdot 10^9)^{\gamma} K H_{\perp}^{\frac{\gamma+2}{2}} \nu^{-\frac{\gamma+4}{2}}\ см^{-1}. \qquad (4{,}20)$$

Значения коэффициента $g(\gamma)$ приведены в табл. III на стр. 93 (коэффициент $g(\gamma) \sim 1$). Характерная частота, выше которой отличие показателя преломления плазмы от единицы не сказывается на магнитотормозном излучении:

$$\nu_n \simeq 20 \frac{N_e}{H_{\perp}}\ гц, \qquad (4{,}26)$$

где N_e — концентрация электронов в плазме. Угол вращения плоскости поляризации излучения при прохождении пути L под углом θ к полю H

$$\Psi = 2{,}36\cdot 10^4 \frac{N_e H L \cos\theta}{\nu^2}\ рад. \qquad (4{,}6)$$

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. G. A. Schott, Electromagnetic Radiation, Cambridge University Press, Cambridge, 1912.
2. Л. А. Арцимович и И. Я. Померанчук, ЖЭТФ **16**, 379 (1946).
3. L. I. Schiff, Rev. Sci. Instrum. **17**, 6 (1946).
4. И. Я. Померанчук, ЖЭТФ **9**, 915 (1939).
5. В. В. Владимирский, ЖЭТФ **18**, 392 (1948).
6. H. Alfvén and N. Herlofson, Phys. Rev. **78**, 616 (1950).
7. K. O. Kiepenheuer, Phys. Rev. **79**, 738 (1950).
8. В. Л. Гинзбург, ДАН СССР **76**, 377 (1951).
9. Г. Г. Гетманцев, ДАН СССР **83**, 557 (1952).
10. Г. Г. Гетманцев и В. Л. Гинзбург, ДАН СССР **87**, 187 (1952).
11. В. Л. Гинзбург В. Л., УФН **51**, 343 (1953); то же Fortschr. Phys. **1**, 659 (1954).
12. И. М. Гордон, ДАН СССР **94**, 813 (1954).
13. И. С. Шкловский, ДАН СССР **90**, 983 (1953).
14. J. Schwinger, Phys. Rev. **75**, 1912 (1949).
15. K. C. Westfold, Astrophys. J. **130**, 241 (1959).
16. А. А. Корчак, С. И. Сыроватский, Астрон. ж. **38**, 885 (1961).
17. Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц, Теория поля. М., Физматгиз, 1962; то же Pergamon Press, 1963.
18. В. Л. Гинзбург, УФН **62**, 37 (1957); то же Progr. Elem. Particle and Cos. Ray Phys. (Amsterdam) **4**, 337 (1958).
19. И. С. Шкловский, Космическое радиоизлучение, М., Гостехиздат (1956); то же Cosmic Radio Waves, Cambridge Mass., Harvard, 1960.
20. J. L. Pawsey and E. R. Hill Repts. on Progr. Phys. **24**, 69 (1961).
21. A. Boischot, J. E. Denisse, Compt. Rend. **245**, 2194 (1957).
22. J. P. Wild, S. F. Smerd and A. A. Weiss, Ann. Rev. Astron. and Astrophys. **1**, 291 (1963); УФН, **84**, 99 (1964).
23. В. В. Железняков, Радиоизлучение Солнца и планет, М., Изд-во «Наука», 1964.
24. J. A. Roberts, Planet. and Space Sci. **11**, 221 (1963); УФН, **83**, вып. 3 (1964).
25. М. А. Вашакидзе, В. А. Домбровский, Астр. циркуляр, № 147, 11 (1954); ДАН СССР **94**, 1021 (1954).
26. J. H. Oort and Th. Walraven. BAN **12**, 285 (1956).
27. G. W. Clark, Nuovo Cimento **30**, 727 (1963).
28. В. Л. Гинзбург и С. И. Сыроватский, ЖЭТФ **45**, 353 (1963); **46**, 1865 (1964).
29. В. Л. Гинзбург, С. И. Сыроватский, УФН **84**, 201 (1964); то же Space Sci. Rev. **4**, 267 (1965).
30. В. Л. Гинзбург, ДАН СССР **156**, 43 (1964).
31. В. Л. Гинзбург и С. И. Сыроватский, ДАН **158**, 808 (1964).
32. L. Woltjer, Astrophys. J. **140**, 1309 (1964).
33. P. Morrison, Hand. Phys. **46/1**, 1 (1961).
34. В. Л. Гинзбург и С. И. Сыроватский, Происхождение космических лучей, М., Изд-во АН СССР, 1963; дополненное издание Origin of Cosmic Rays, Pergamon Press, 1964.

35. M. Ryle, Proc. Phys. Soc. **A62**, 491 (1949).
36. A. Unsold, Zs. Astrophys. **26**, 176 (1949); Phys. Rev. **82**, 857 (1951).
37. И. С. Шкловский, Астрон. ж. **29**, 418 (1952).
38. С. Б. Пикельнер, ДАН СССР **88**, 229 (1953).
39. A. Unsold, Zs. Phys. **141**, 70 (1955).
40. Radio Astronomy, Manchester Symposium, Cambridge, England, 1957.
41. И. М. Гордон, Труды третьего совещания по вопросам космогонии, М., Изд-во АН СССР, 1954, стр. 253, 268.
42. В. Л. Гинзбург, Там же, стр. 260; ДАН СССР **92**, 1133 (1953).
43. Труды третьего совещания по вопросам космогонии, М., Из-во АН СССР, 1954.
44. W. Baade, Astrophys. J. **123**, 550 (1956).
45. В. А. Разин, Астрон. ж. **35**, 241 (1958).
46. G. Westerhout, Ch. L. Seeger, W. N. Brouw and J. Tinbergen. Bull. Astron. Nederlands (BAN) **16**, 187, 213 (1962).
47. C. H. Mayer, T. P. McCullough and R. M. Sloanaker, Astrophys. J. **139**, 248 (1964).
48. Paris Symposium on Radio Astronomy. Stanford University Press, Stanford, 1959 (см. перевод: Радиоастрономия, М., ИЛ, 1961).
49. В. Л. Гинзбург и Г. Ф. Жарков, ЖЭТФ **47**, 2279 (1964).
50. С. Чандрасекар, Перенос лучистой энергии, М., ИЛ, 1953.
51. А. А. Корчак, Астрон. ж. **40**, 994 (1963).
52. K. S. Thorne, Astrophys. J. Suppl. 8, N 73 (1963).
53. В. Л. Гинзбург, УФН **69**, 537 (1959).
54. В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, М., Физматгиз (1960); то же The Propagation of Electromagnetic Waves in Plasmas, Pergamon Press, 1964.
55. В. Л. Гинзбург и В. В. Писарева, Известия вузов (Радиофизика) **6**, 877 (1963).
56. Е. А. Бенедиктов, Г. Г. Гетманцев и В. Л. Гинзбург, Искусственные спутники Земли, № 7, 3 (1961); Planet. and Space Sci. **9**, 109 (1962).
57. D. Walsh, F. T. Haddock and H. F. Schulte. Space Res. Amsterdam 4, 935, (1964).
58. В. Я. Эйдман, ЖЭТФ **34**, 131 (1958); **36**, 1335 (1959).
59. С. Б. Пикельнер, Астрон. ж. **38**, 21 (1961).
60. G. R. Burbidge, F. Hoyle, Astrophys. J. **138**, 57 (1963).
61. С. И. Сыроватский, Астрон. ж. **34**, 17 (1959).
62. В. Л. Гинзбург, С. И. Сыроватский, Астрон. ж. **41**, 430 (1964).
63. S. Hayakawa, H. Okuda, Progr. Theor. Phys. **28**, 517 (1962).
64. Н. С. Кардашев, А. Д. Кузьмин, С. И. Сыроватский, Астрон. ж. **39**, 216 (1962).
65. И. С. Шкловский, Астрон. ж. **37**, 256 (1960).
66. J. A. Hogbom. J. R. Shakeshaft. Nature **189**, 561; **190**, 705 (1961).
67. С. Я. Брауде, В. В. Вайсберг, Известия вузов (Радиофизика) **7**, 193, 1032 (1964).
68. В. И. Слыш, Nature **199**, 682 (1963).
69. В. А. Разин, Известия вузов (Радиофизика) **3**, 584 (1960).