

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

539.12.01

**ДИНАМИЧЕСКИЕ СИММЕТРИИ
СИЛЬНО ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ЧАСТИЦ***В. Б. Берестецкий*

СОДЕРЖАНИЕ

§ 1. Квантовые числа адронов	393
§ 2. Изогруппа	398
§ 3. Вторая изогруппа	406
§ 4. Группа SU_3	411
§ 5. Декуплет и октет	425
§ 6. Умеренное и электромагнитное взаимодействия	430
§ 7. Слабое взаимодействие	435
Заключительные замечания	442
Цитированная литература	443

§ 1. КВАНТОВЫЕ ЧИСЛА АДРОНОВ

1. Барийное число

С тех пор как Эйнштейн установил эквивалентность энергии массе, стало непонятным, почему, собственно, устойчиво обычное вещество? Почему оно не аннигилирует, превращаясь, например, в излучение?

Если какой-то процесс не осуществляется, то естественно приписать это запрету, налагаемому некоторым законом сохранения. Законы сохранения энергии, импульса и момента не запрещают аннигиляции. Стабильность вещества указывает на существование другого класса законов сохранения.

Один такой закон сохранения известен нам с давних пор. Это закон сохранения электрического заряда. Закон сохранения заряда позволяет нам качественно понять природу стабильности электрона. Мы рассуждаем так. Спектр масс частиц дискретен подобно энергетическим уровням некоторой квантовомеханической системы. Среди уровней всегда есть низший, и это состояние стабильно. А электрон обладает наименьшей массой среди заряженных частиц.

Но сохранение заряда не запрещает превращения протона в позитрон с излучением фотона или аннигиляции нейтрального атома. Протон обретет устойчивость, если приписать ему, кроме заряда, еще одну сохраняющуюся величину, отсутствующую у электрона. Эту величину называют барионным зарядом или барионным числом. Будем обозначать барионное число через A . Пусть для протона $A = 1$ (подобно электрическому заряду, выраженному в единицах заряда электрона). Если протон

СОДЕРЖАНИЕ

В. Б. БЕРЕСТЕЦКИЙ

Динамические симметрии сильно взаимодействующих частиц . . . 393

А. И. БАЗЬ, В. И. ГОЛЬДАНСКИЙ, Я. Б. ЗЕЛЬДОВИЧ

Систематика легчайших ядер 445

Н. Б. БРАНДТ, Н. И. ГИНЗБУРГ

Влияние высокого давления на сверхпроводящие свойства металлов 485

ФИЗИКА НАШИХ ДНЕЙ

У. ФАУЛЕР, Н. СЕЙМИОС

Открытие омега-минус-частицы 523

НОВЫЕ ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ

М. И. КОРНФЕЛЬД

Погрешность и надежность простейших экспериментов 533

СОВЕЩАНИЯ И КОНФЕРЕНЦИИ

Основные направления исследований в физике элементарных частиц (А. М. Балдин, А. А. Комар) 543

Международный симпозиум по исследованию радиационных процессов (Г. В. Розенберг) 564

БИБЛИОГРАФИЯ

С. А. Ахманов, Р. В. Хохлов. Проблемы нелинейной оптики (И. А. Яновлев) . . . 579

К. Н. Мухин. Введение в ядерную физику (А. Вайсенберг) 582



обладает наименьшей среди барионов (барионно-заряженных частиц) массой, то он устойчив. Для ядер, очевидно, A будет совпадать с их массовым числом. Эти два закона сохранения — заряда Q и барионного числа A — уже обеспечивают возможность существования нашего обычного мира, состоящего из ядер и электронов.

Барионным числом не исчерпываются те «заряды», которые пришлось ввести в физику элементарных частиц. В настоящее время известны еще два подобных строгих закона сохранения. Однако они относятся к лептонным числам и в дальнейшем нам не понадобятся.

2. Калибровочные группы

После того как введено барионное число, полезно найти ему место в формальной схеме квантовой механики.

В квантовой механике каждый закон сохранения выражает определенную симметрию системы. Эта симметрия проявляется в группе преобразований, которой может быть подвергнута волновая функция системы. Законы сохранения импульса, момента и энергии отражают свойства симметрии пространства и времени. (Их можно назвать поэтому геометрическими¹.) Например, однородность пространства приводит к группе преобразований $\psi \rightarrow e^{ikhx}\psi$, где x — смещение системы (или смещение начала отсчета, взятое с обратным знаком), hk — ее импульс. Тот факт, что это преобразование допустимо в любой момент времени, выражает, с этой точки зрения, закон сохранения импульса. Действительно, пусть, например, происходит столкновение двух частиц. Пусть до столкновения частицы обладали импульсами hk_1 и hk_2 , а волновыми функциями их были ψ_1 и ψ_2 . При этом волновая функция системы $\psi = \psi_1\psi_2$ подвергалась при смещении преобразованию $\psi \rightarrow e^{ikhx}\psi$, где $k = k_1 + k_2$. После столкновения могут как угодно измениться свойства частиц и их число, но вид преобразования не должен меняться, т. е. $k = \text{const}$.

Теперь представим себе, что свойства частиц и их взаимодействий таковы, что волновая функция системы может быть подвергнута аналогичному преобразованию умножения на фазовый множитель $\psi \rightarrow e^{iG\alpha}\psi$, где α подобно x играет роль параметра преобразования, а G подобно k характеризует состояние системы. Если принять, что параметр α универсален, т. е. что он, как и смещение начала отсчета, одинаков для всех систем одновременно, и что преобразование допустимо в любой момент времени, то это будет означать наличие дополнительного аддитивного закона сохранения $G = \text{const}$.

Надо подчеркнуть, что параметр α уже не связан непосредственно со свойствами пространства и времени. Симметрии такого типа поэтому можно назвать, в отличие от геометрических, динамическими¹. (Впрочем, при рассмотрении столкновений частиц принято все используемые законы сохранения относить к кинематике.)

Преобразование $\psi \rightarrow e^{iG\alpha}\psi$ представляет собой общий вид допустимого в квантовой механике преобразования, зависящего от одного параметра. Это следует из того, что любое преобразование не должно менять квадрата модуля волновой функции, $|\psi|^2$ — инвариант (свойство унитарности).

Рассмотренная группа называется калибровочной группой. В том случае, когда нам известны уравнения движения, калибровочная группа должна, естественно, содержаться в них. Такое положение вещей имеет место в электродинамике, ее уравнения инвариантны относительно преобразования $\psi \rightarrow e^{iQ\alpha}\psi$, где Q — заряд системы. Введя барион-

ное число, мы постулируем существование еще одной калибровочной группы $\psi \rightarrow e^{iA\alpha}\psi$, где A — барионное число.

Введение калибровочной группы как бы эквивалентно введению дополнительной степени свободы системы. При одинаковой зависимости от всех других переменных состояния системы отличаются различными значениями квантового числа G . Можно сказать, что волновая функция зависит от дополнительной непрерывной переменной — параметра группы α . При бесконечно малом изменении волновая функция ψ изменяется на

$$\delta\psi = \frac{\partial\psi}{\partial\alpha} \delta\alpha = i\delta\alpha G\psi.$$

где $G = -i \frac{\partial}{\partial\alpha}$ — эрмитовский оператор, собственными значениями которого является квантовое число G . Мы имеем здесь обычную связь между оператором бесконечно малого преобразования (генератором) группы и физической величиной. G и α являются канонически сопряженными величинами.

Приведем пример, в котором α используется как дополнительная координата. Рассмотрим две частицы (протон и нейтрон), отличающиеся только зарядом $Q = 1, 0$ и находящиеся в одинаковых состояниях, т. е. зависимость их волновых функций от координат и спина одинакова; обозначим ее φ . Тогда волновая функция протона $p = \varphi e^{i\alpha}$, а нейтрона $n = \varphi$. Различная зависимость от α делает их ортогональными:

$$\int p^* n d\alpha = 0.$$

(Последний интеграл можно подразумевать либо в бесконечных пределах, либо в интервале 2π ; см. ниже, п. 4.)

Если частица имеет заряд Q и барионное число A , то соответствующей античастице следует приписать квантовые числа $-Q$ и $-A$. Это непосредственно следует из того, что античастица описывается волновой функцией, комплексно сопряженной волновой функции частицы. Поэтому преобразования калибровочной группы отличаются для нее знаком фазы.

3. Г и п е р з а р я д

Известно довольно большое число барионов, т. е. частиц, для которых барионное число $A = 1$. Среди них наименьшей массой обладает протон. Все остальные барионы нестабильны и с течением времени превращаются в протон и некоторое число лептонов и фотонов, обеспечивающих выполнение остальных законов сохранения. Дальнейшая классификация барионов и изучение их свойств симметрии возможны уже только на основе приближений, связанных с разделением взаимодействий на три типа: сильное, электромагнитное и слабое. Мы будем интересоваться частицами, обладающими свойством сильного взаимодействия. Их называют а д р о н а м и ².

Если рассматривать процессы, в которых можно пренебречь слабым взаимодействием («выключить» его), то адроны подчиняются еще двум законам сохранения, которым отвечают две калибровочные группы.

Во-первых, только слабое взаимодействие способно изменить электрический заряд системы адронов, передав его лептонам (электронам и мюонам). Поэтому по выключении слабого взаимодействия сохраняется не только полный заряд замкнутой системы Q , но и по отдельности заряд лептонов Q_l и заряд адронов, который мы обозначим через Z ($Q = Q_l + Z$).

Закон сохранения заряда лептонов также разбивается на два отдельных закона сохранения: заряда электронов Q_e и заряда мюонов Q_μ . Можно сказать, что мы имеем дело не с одной калибровочной группой $\psi \rightarrow e^{iQ\alpha}\psi$, а с тремя независимыми группами $\psi \rightarrow e^{iZ\alpha_z}, e^{iQ_e\alpha_e}, e^{iQ_\mu\alpha_\mu}\psi$. Включение слабого взаимодействия уменьшает симметрию, что проявляется в «синхронизации» трех параметров: $\alpha_z = \alpha_e = \alpha_\mu$; соответственно три закона сохранения сливаются в один.

Итак, при выключенном слабом взаимодействии можно рассматривать закон сохранения заряда адронов Z независимо от присутствия других частиц.

Во-вторых, существуют такие адроны (странные частицы), которые становятся стабильными по выключении слабого взаимодействия, хотя все законы сохранения, включая законы сохранения A и Z , не запрещают их распада (в частности, существуют барионы, для которых $A = Z = 1$, как и для протона). Путь описания этой стабильности тот же. Надо ввести еще одно аддитивное квантовое число; оно называется гиперзарядом и обозначается Y (разность $Y - A = S$ называется странностью). Этому закону сохранения отвечает калибровочная группа $\psi \rightarrow e^{iY\alpha_Y}\psi$.

Оказывается, что каждому из известных в настоящее время адронов можно приписать определенное значение Y так, чтобы сохранение суммарного гиперзаряда вместе с сохранением Z и A объясняло бы разрешенность или запрет реакций, которые обусловлены сильным или электромагнитным взаимодействием. В частности, для ядер $Y = A$.

4. Композиция адронов

Когда говорят, что «ядра состоят из нуклонов», то подразумевают следующие два свойства ядер. Во-первых, ядро с квантовыми числами A и Z можно получить из Z протонов и $A - Z$ нейтронов без помощи слабого взаимодействия; во-вторых, дефект массы ядра мал.

Есть системы, для которых выполняется первое положение, но не выполняется второе. В этом случае мы будем вместо «состоит» говорить «может быть составлено» или «составимо». Так мы получим, в частности, класс частиц — мезонов, т. е. адронов, для которых $A = 0$. Нестранные ($Y = 0$) мезоны составимы из нуклонов и антинуклонов. Нестабильные барионы (барионные резонансы) составимы из нуклона и мезона.

Так как для нуклонов $Y = A$, это соотношение сохранится при всех композициях нуклонов. Странные частицы можно получить из «нуклонных» добавлением странной частицы только одного сорта Λ -гиперона: ($A = 1, Z = 0, Y = 0$) и античастицы $\bar{\Lambda}$. Из должного количества p, n, Λ («триплет Сакаты») с их античастицами составимы все известные в настоящее время адроны.

Эта схема не содержит модельных представлений. Она лишь выражает определенное свойство адронов — композиционность. Нам известен факт целочисленности квантовых чисел A, Z, Y . Эти квантовые числа являются собственными значениями генераторов соответствующих калибровочных групп. Таким образом, калибровочные группы обладают свойством цикличности подобно группе вращений вокруг оси: преобразования, отвечающие параметрам α и $\alpha + 2\pi i$, тождественны. У нас нет другого способа интерпретации этого свойства, кроме наглядной схемы композиции. При этом три «фундаментальные» частицы, p, n, Λ , здесь не выделены среди других стабильных частиц. Вместо них можно было бы взять другие, например, p, Λ и Σ^+ . Пример использования такой композиции частиц будет приведен в § 3.

5. Г р у п п ы U_2 и SU_2

Массы двух нуклонов очень мало отличаются друг от друга ($\Delta M/M \simeq 0,0014$). Отсюда возникла плодотворная идея: все отличия протона от нейтрона обусловлены только различием их электромагнитных свойств. Действительно, электромагнитное взаимодействие характеризуется такого же порядка малым параметром $e^2/\hbar c = 0,0073$.

Выключим электромагнитное взаимодействие, как ранее мы выключили слабое. Тогда возникает типичная картина квантовомеханического вырождения. Имеются два состояния (р и n), отличающиеся только одним квантовым числом ($Z = 1; 0$), не играющим роли во взаимодействии, подобно двум состояниям атома, различающимся только магнитным квантовым числом в отсутствие внешнего поля. Любая суперпозиция $\psi^1 p + \psi^2 n$ равнозначна по свойствам протону или нейтрону.

Совокупность двух величин $\psi = \begin{pmatrix} \psi^1 \\ \psi^2 \end{pmatrix}$ называют изоспинором. Мы будем называть ее также t -спинором или (когда не будет опасения недоразумений) просто спинором. Равноправность различных суперпозиций означает, что спинор можно подвергнуть преобразованию $\psi \rightarrow V\psi$, где V — двухрядная (2×2) матрица. Преобразования должны быть такими, чтобы сохранялась нормировка состояния и ортогональность двух линейно независимых состояний (подобно р и n). Это значит, что матрица V должна быть унитарной:

$$VV^+ = 1$$

(V^+ — эрмитовски сопряженная матрица).

Совокупность таких преобразований образует группу, которая называется группой U_2 (группа унитарных преобразований двумерного линейного комплексного пространства).

Из унитарности матрицы V следует, что ее определитель равен по модулю единице, т. е.

$$\det V = e^{2ia}.$$

Поэтому каждую матрицу V можно представить в виде

$$V = U e^{ia},$$

где U — унитарная матрица с единичным определителем (унимодулярная):

$$UU^+ = 1, \quad \det U = 1.$$

Таким образом, каждое преобразование группы U_2 можно разбить на два преобразования (коммутативных). Первое сводится к умножению на общий фазовый множитель e^{ia} . Эти преобразования образуют калибровочную группу. Такие группы, отвечающие квантовым числам A, Z, Y , мы уже рассматривали.

Поэтому надо рассмотреть лишь второе преобразование, осуществляемое матрицей U . Совокупность таких преобразований (унитарных и унимодулярных) образует группу, которая называется группой SU_2 . Именно эта группа выражает тождественность протона и нейтрона по отношению к сильному взаимодействию. Мы будем называть ее также **г р у п п о й**.

В чисто математическом отношении группа SU_2 эквивалентна (гомоморфна) группе вращений трехмерного (действительного) пространства. Это, с одной стороны, šťastливое обстоятельство, потому что формальный аппарат группы SU_2 — это хорошо знакомая алгебра трехмерных векторов, спиноров и квантовомеханических операторов момента.

С другой стороны, такое совпадение имеет психологически дурную сторону. Вращения в нефизическом «изопространстве» воспринимаются как операции, смысл которых неясен. Между тем первичной операцией являются не эти вращения, а унитарные преобразования. И смысл их прост — они отражают вырожденность нуклона. Природу этого вырождения мы пока не понимаем.

Свойства частиц, связанные с изогруппой, широко используются и хорошо известны. Тем не менее, мы посвятим следующий параграф группе SU_2 ; это даст возможность более экономно изложить свойства группы SU_3 .

§ 2. ИЗОГРУППА

1. Генераторы SU_2 и диаграмма нуклонов

Матрицу U , осуществляющую преобразование группы SU_2 , как и всякую унитарную матрицу, можно записать в виде

$$U = e^{iH},$$

где H — эрмитовская матрица. Так как $\det U = 1$, то $\text{Sp } H = 0$.

При бесконечно малых преобразованиях

$$U = 1 + i\delta H, \quad \delta\psi = i\delta H\psi.$$

Имеется всего три ($2 \times 2 - 1 = 3$) линейно независимые двухрядные эрмитовские матрицы с нулевым следом. Это матрицы Паули σ_i ($i = 1, 2, 3$). Поэтому матрицы Паули являются генераторами группы SU_2 . Последний термин означает, что

$$\delta\psi = i \sum_{i=1}^3 \delta\alpha_i \sigma_i \psi.$$

Мы будем называть эти матрицы также операторами изоспина (или просто спина). Отсюда видно, что группа SU_2 содержит три действительных параметра α_i (как и группа трехмерных вращений).

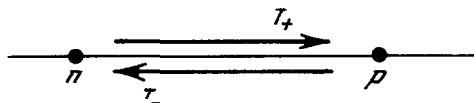


Рис. 1. Диаграмма нуклонов.

Стрелками показаны действия операторов T_{\pm} (σ_{\pm}); горизонтальная ось — ось квантовых чисел T_3 ; точки — состояния нуклона: p ($T_3 = 1/2$) и n ($T_3 = -1/2$).

Будем считать матрицы Паули

нормированными так, что $\sigma_i^2 = \frac{1}{4}$.

Пусть p и n являются собственными функциями σ_3 . Собственные значения σ_3 равны $\pm 1/2$. Это квантовое число («проекция изоспина») и отличает p от n . Поэтому оно выполняет ту же функцию, что и Z , но более симметрично. Оче-

видно, что $Z = \frac{1}{2} + \sigma_3$. Таким образом, калибровочная группа заряда входит в качестве подгруппы в группу SU_2 ($\alpha_z = \alpha_3$).

Остальные два генератора преобразуют один нуклон в другой. Если ввести матрицы

$$\sigma_{\pm} = \sigma_1 \pm i\sigma_2,$$

то

$$\sigma_{+}n = p, \quad \sigma_{-}p = n, \quad \sigma_{+}p = \sigma_{-}n = 0.$$

Все свойства генераторов иллюстрируются «диаграммой нуклонов» (рис. 1). Она представляет собой ось, двум точкам которой ($\pm \frac{1}{2}$) отвечают нуклоны (собственные состояния σ_3); стрелки изображают действия операторов σ_{\pm} . С помощью диаграммы легко, в частности, получить коммутационные свойства генераторов. Найдем, например, $[\sigma_{+}\sigma_{-}]$. Для этого применим этот оператор, скажем, к p :

$$(\sigma_{+}\sigma_{-} - \sigma_{-}\sigma_{+})p = \sigma_{+}\sigma_{-}p - \sigma_{-}\sigma_{+}p = 0 - 2\sigma_3 p.$$

Значит,

$$[\sigma_+ \sigma_-] = 2\sigma_3.$$

Вместо матриц σ_i или σ_{\pm} иногда удобно рассматривать четыре матрицы σ^j_k ($j, k=1, 2$), определенные следующим образом:

$$\sigma_1^1 = -\sigma_2^2 = \sigma_3, \quad \sigma_1^2 = \sigma_-, \quad \sigma_2^1 = \sigma_+,$$

т. е. так, что

$$\sum_j \sigma_j^j = 0, \quad \sigma_k^j = \sigma_j^{k+}.$$

Можно написать общее выражение для матричных элементов σ_k^j (условимся номер строки матрицы обозначать индексом сверху, а номер столбца — индексом внизу)

$$(\sigma_k^j)_{\beta}^{\alpha} = \delta_{\beta}^j \delta_k^{\alpha} - \frac{1}{2} \delta_k^j \delta_{\beta}^{\alpha},$$

из которого следует выражение для коммутаторов

$$[\sigma_k^j \sigma_m^l] = \delta_m^j \sigma_k^l - \delta_k^l \sigma_m^j.$$

Бесконечно малое преобразование при этом можно записать в виде

$$\delta\psi = i \sum_{j, k} \delta\alpha_j^k \sigma_k^j \psi,$$

где параметры α_j^k образуют эрмитовскую матрицу с нулевым следом:

$$\alpha_k^j = \alpha_j^{k*}, \quad \sum_j \alpha_j^j = 0.$$

2. Дублет антинуклонов

Волновая функция антинуклона является величиной комплексно сопряженной по отношению к волновой функции нуклона. Так как преобразования SU_2 комплексны, величины, комплексно сопряженные компонентам спинора, преобразуются иначе, чем сами компоненты.

Эти преобразования (с помощью матриц U^*) образуют другую группу. Она хотя и связана с группой SU_2 взаимно однозначным соответствием (изоморфна), но не тождественна последней. Эта группа называется контраградиентной группой SU_2 . Легко видеть, что ее генераторы (обозначим их $\bar{\sigma}_k^j$) связаны с генераторами SU_2 соотношением

$$\bar{\sigma}_k^j = -\sigma_j^k.$$

Волновую функцию антинуклона можно записать в виде суперпозиции

$$\varphi_1 p^* + \varphi_2 n^*.$$

Величины φ_{α} (индексы у этих величин мы будем ставить внизу) преобразуются как $\psi^{\alpha*}$; их называют ковариантным спинором в отличие от ψ^{α} (контравариантного).

Однако можно избежать того, чтобы иметь дело с двумя типами спиноров. Из компонент ψ^{α} можно составить линейные комбинации, образующие спинор φ_{α} . Это — комбинация $\varepsilon_{\alpha\beta} \psi^{\beta}$ (по β суммирование), где $\varepsilon_{\alpha\beta}$ — единичный антисимметричный символ ($\varepsilon_{12} = -\varepsilon_{21} = 1$, $\varepsilon^{11} = \varepsilon^{22} = 0$).

Последнее следует из факта существования двух квадратичных форм, инвариантных относительно рассматриваемых преобразований. Пусть ψ и φ — два спинора. Тогда форма $\psi^{\alpha} \varphi^{\alpha*}$ инвариантна в силу унитарности, а форма $\varepsilon_{\alpha\beta} \psi^{\alpha} \varphi^{\beta}$ — в силу унимодулярности преобразований ($\varepsilon_{\alpha\beta} U_{\alpha}^{\alpha'} U_{\beta}^{\beta'} = \varepsilon_{\alpha'\beta'}$). Сравнение этих двух инвариантов и доказывает сделанное утверждение:

$$\varepsilon^{\alpha\beta} \varphi_{\beta} = \varphi^{\alpha}, \quad \varepsilon_{\alpha\beta} \psi^{\beta} = \psi_{\alpha} \quad (\varepsilon_{\alpha\beta} = \varepsilon^{\beta\alpha}).$$

Таким образом, волновая функция антинуклона имеет вид

$$\varphi_1 n^* - \varphi_2 p^*.$$

3. Изомультиплеты

Волновая функция системы, состоящей из p частиц (нуклонов и антинуклонов), является произведением (или линейной комбинацией произведений) волновых функций частиц. Каждая из последних является изоспином ψ^a . Поэтому волновая функция системы представляет собой изоспинор ранга p $\psi^{a_1 \dots a_p}$, т. е. преобразуется как спинор по отношению к каждому индексу a_r . Мы будем иногда обозначать спинор символом его ранга (p). Спинор (p) имеет 2^p компонент, которые определенным образом преобразуются при каждом преобразовании SU_2 . Этот факт выражается следующими словами: преобразования спинора (p) образуют группу, являющуюся представлением группы SU_2 .

Бесконечно малое преобразование спинора (p) $= \psi$ имеет следующий вид:

$$\delta\psi = i \sum_{i=1}^3 \delta\alpha_i T_i \psi,$$

или

$$\delta\psi = i \sum_{j,k=1}^2 \delta\alpha_j^k T_k^j \psi,$$

где α_i или α_j^k — параметры SU_2 , а T_i или T_k^j — генераторы представления:

$$T_i = \sum_{r=1}^p \sigma_i^{(r)}, \quad T_k^j = \sum_{r=1}^p \sigma_k^{j(r)}.$$

Здесь подразумевается, что каждый оператор $\sigma^{(r)}$ действует на свой индекс («степень свободы») a_r спинора $\psi^{a_1 \dots a_r}$.

Отсюда видно, что генераторы T обладают теми же коммутационными свойствами, что и соответствующие матрицы σ :

$$[T_k^j T_m^l] = \delta_m^j T_k^l - \delta_k^l T_m^j.$$

В общем случае спинор (p) приводим. Это значит, что из его компонент можно составить линейные комбинации, образующие спинор низшего ранга. Приводимость связана с существованием инварианта $\epsilon_{\alpha\beta} \psi^{\alpha\beta}$, уже обсуждавшегося выше. $\epsilon_{\alpha\beta} \psi^{a_1 \dots a_p}$ образует спинор ранга $p-2$. (Заметим, что умножая спинор на $\epsilon_{\alpha\beta}$, можно «опустить» один из его индексов вниз:

$$\epsilon_{\alpha_1\beta} \psi^{a_1 a_2 \dots} = \psi_{\beta}^{a_2 \dots}$$

Особое значение имеют неприводимые спиноры. Таким будет, очевидно, спинор, симметричный относительно всех индексов. Умножение на $\epsilon_{\alpha\beta}$ обращает его в нуль. (Если неприводимый спинор записать в виде $\psi_{\beta}^{a_1 \dots}$, то $\psi_{\alpha}^{a_1 \dots} = 0$.) Неприводимый спинор ранга p мы будем обозначать $[p]$. Ранг неприводимого спинора принято записывать в виде $p=2T$; T называется изоспином состояния.

Легко подсчитать, что число независимых компонент неприводимого спинора составляет $p+1$. (Число индексов, равных единице, может меняться от 0 до p , остальные при этом равны двойке.) Соответственно существует $p+1$ линейно независимых состояний. Они образуют изомультиплет (t -мультиплет). Все такие состояния (компоненты мультиплета) равнозначны по отношению к сильному взаимодействию.

Компоненты изомультиплета можно однозначно классифицировать по собственным значениям генератора T_3 (проекции спина). Так как $T_3 = \sum \sigma_3^{(r)} = \sum \left(\pm \frac{1}{2} \right)$, T_3 принимает значения от $-T$ до T через единицу (всего $2T+1$ значений).

Легко видеть, что действие генераторов T_{\pm} и $T^2 = \sum_i T_i^2 = \frac{1}{2} \sum_{jn} T_k^j T_j^k$ аналогично действию σ_{\pm} и σ^2 , т. е. если состояние, определяемое значением T и T_3 , обозначить $|T, T_3\rangle$, то

$$T_{\pm} |T, T_3\rangle \sim |T, T_3 \pm 1\rangle, \quad T_+ |T, T\rangle = T_- |T, -T\rangle = 0,$$

$$T^2 |T, T_3\rangle = T(T+1) |T, T_3\rangle.$$

Изоспиноры можно разделить на два класса. Спиноры четного ранга (целые T) называются тензорами ранга T . Спиноры нечетного ранга называются собственно спинорами. Два класса спиноров различаются поведением по отношению к «центру» группы SU_2 , т. е. двум преобразованиям, определяемым матрицами $U = \sqrt{1} = \pm 1$. Одно из них — тождественное преобразование, второе сводится к множителю $(-1)^p$, т. е. является тождественным для тензоров и меняет знак спиноров. (В группе трехмерных вращений — это повороты на углы 0 или 2π .)

Тензор первого ранга мы будем называть вектором. Число его компонент (три) равно числу параметров группы.

4. Разложение произведения

Неприводимые спиноры играют особую роль в теории потому, что они определяют новое квантовое число — изоспин T — величину, сохраняющуюся при сильном взаимодействии. Пусть начальное состояние системы («до столкновения») характеризуется определенными значениями T и T_3 . Матрица столкновения является инвариантом по отношению к преобразованиям изогруппы. Поэтому конечное состояние имеет те же значения квантовых чисел T и T_3 .

Так как число T_3 можно изменить при помощи преобразований изогруппы (каждая компонента изомультиплета переходит в линейную комбинацию компонент того же мультиплета), матрица рассеяния вообще не зависит от T_3 . От значения же изоспина T она зависит, но диагональным образом: разные изомультиплеты ведут себя изолированно друг от друга. Всем связанным состояниям нуклонных систем (частицы, резонансы), описываемых полюсами матрицы рассеяния, поэтому можно приписать определенный изоспин. Масса и ширина резонанса (для распадов, вызванных сильным взаимодействием) у членов одного мультиплета одинаковы. (Это было исходным пунктом для введения изогруппы в частном случае дублета нуклонов.)

Волновая функция системы двух частиц $\psi = [p_1] [p_2]$ не обладает определенным изоспином — соответствующий изоспинор приводим. Его можно, однако, представить в виде суммы неприводимых спиноров. Такое разложение называется рядом Клебша — Гордана.

Выяснить структуру этого ряда весьма просто, если не ставить задачи нахождения коэффициентов ряда.

Произведение $[p_1] [p_2]$ представляет собой спинор $(p_1 + p_2) = \psi^{\alpha_1 \dots \alpha_{p_1} \beta_1 \dots \beta_{p_2}}$, симметричный в отдельности относительно p_1 первых и p_2 вторых индексов. Симметризуя его полностью, получим неприводимый спинор ранга $p_1 + p_2$. Умножая исходный спинор на $\epsilon_{\alpha\beta}$ и симметризуя результат, получим $[p_1 + p_2 - 2]$. Повторяя процесс до исчерпания меньшего из двух чисел p_1 или p_2 , мы и получим ряд Клебша — Гордана

$$[p_1] [p_2] = [p_1 + p_2] + [p_1 + p_2 - 2] + \dots + [p_1 - p_2].$$

Заметим, что все члены этого ряда либо тензоры (при целом $T_1 + T_2$), либо собственно спиноры (при полуцелом $T_1 + T_2$) и что данное значение p может встречаться в разложении только один раз.

5. Тензорные операторы

Матрица рассеяния (в приближении, учитывающем только сильное взаимодействие) является примером инвариантного оператора, не меняющего изоструктуры волновой функции системы. Все другие операторы («операторы на изогруппе») можно построить из матриц Паули σ_k^j .

Рассмотрим действие σ_k^j на спинор (1-го ранга) ψ^α :

$$(\sigma_k^j)_\beta^\alpha \psi^\beta = \delta_k^\alpha \psi^j - \frac{1}{2} \delta_k^j \psi^\alpha.$$

Отсюда

$$\psi^* \sigma_k^j \psi = \psi^{k*} \psi^j - \frac{1}{2} \delta_k^j \psi^* \psi.$$

Так как $\psi^{k*} \sim \psi_k$, это значит, что

$$\psi^* \sigma_k^j \psi = \varphi_k^j, \quad \varphi_k^\alpha = 0,$$

образует неприводимый спинор 2-го ранга (вектор).

Поэтому σ_k^j (или σ_i) можно назвать векторным оператором. Это свойство его сохранится при действии на спинор любого ранга (p), т. е. $\langle p | \sigma_k^j | p \rangle = \varphi_k^j$ (оператор σ_k^j действует на один из спинорных индексов). Далее, можно образовать произвольную линейную комбинацию матриц Паули

$$R_k^j = \sum_r c_r \sigma_k^{j(r)}$$

— это также векторный оператор: $\langle p | R_k^j | p \rangle = \varphi_k^j$. Легко получить соотношения коммутации произвольного векторного оператора с генераторами группы. Они имеют стандартную форму

$$[T_k^j R_m^l] = \delta_m^j R_k^l - \delta_l^k R_m^j.$$

Убедимся, что векторный оператор ведет себя как вектор в смысле ряда Клебша—Гордана, т. е. что

$$R_k^j | p \rangle = [p+2] + [p] + [p-2].$$

Действительно, спинор $[p]$ симметричен относительно всех индексов. Оператор $\sigma_k^{j(r)}$, действуя на индекс a_r , делает его несимметричным относительно остальных. При помощи симметризации и антисимметризации (т. е. умножения на ϵ) мы получим два неприводимых спинора $[p]$ и $[p-2]$. Кроме того, каждый спинор содержит произвольное число попарно антисимметричных индексов ($\psi^{a_1 \dots a_p} \sim \psi^{a_1 \dots a_p \epsilon^{\alpha\beta} \epsilon^{\gamma\delta} \dots$). Если оператор действует на один из этих индексов, то антисимметрия нарушается, и мы имеем приводимый спинор $[p+2]$, симметричный по p индексам. Приводя его, получим $[p+2]$ и $[p]$. Таким образом, $R_k^j | p \rangle$ содержит три указанных выше члена.

Из операторов $\sigma_k^{j(r)}$ (с различными r) можно составить произведения. Они образуют тензорные операторы (общее число индексов j, k всегда четное). Их можно сделать неприводимыми, обращаясь с индексами j, k как со спинорными. Компоненты неприводимого тензора можно обозначить $O^{[p]}$. Это значит, что $\langle p_1 | O^{[p]} | p_1 \rangle = [p]$

Действие неприводимого тензорного оператора $O^{[p]}$ на волновую функцию $[p_1]$ будет выражаться соответствующим рядом Клебша—Гордана:

$$O^{[p]} | p_1 \rangle = \sum_{p_2} [p_2]$$

Отсюда, во-первых, возникают правила отбора: матричные элементы $\langle p_2 | O^{[p]} | p_1 \rangle$ отличны от нуля только при $T_1 + T_2 \geq T \geq |T_1 - T_2|$. Во-вторых, так как каждое значение p представлено в ряде Клебша—Гордана один раз, матричные элементы операторов одного ранга отличаются лишь инвариантным множителем. В частности, диагональные, матричные элементы всех векторных операторов отличаются от матричных элементов генераторов только скалярными множителями:

$$\langle p | R_k^j | p \rangle = c \langle p | T_k^j | p \rangle$$

Пусть нам нужно составить инвариантное выражение \mathcal{L} из ψ , ψ^* и π , где ψ —произвольный изоспинор, а π —изовектор (\mathcal{L} —лагранжиан взаимодействия Юкавы). Такой инвариант единствен (т. е. комбинирующие состояния одного и того же мультиплетта):

$$\mathcal{L} = (\psi^* T_\beta^\alpha \psi) \pi_\alpha^\beta$$

6. Смещенные изомультиплеты

Итак, все нуклонные (нестранные) адроны мы можем отнести к определенным изомультиплетам. В настоящее время известны нестранные барионные дублеты N и квадруплет Δ , мезонные синглеты η и триплеты π и др.

Странные адроны получают из нуклонных добавлением Λ -частиц. Если волновая функция Λ является скаляром изогруппы (t -синглет), то из каждого изомультиплетта нуклонного можно получить такой же изо-

мультиплет странных частиц. Так как для Λ -частицы $Y = 0$, частицы, относящиеся к соответствующему изомультиплету, будут отличаться от исходных лишь барионным числом. Так мы получим мезонные дублеты $N + \bar{\Lambda} \rightarrow \kappa$, барионный триплет ($\pi + \Lambda \rightarrow \Sigma$), дублет $\bar{\kappa} + \Lambda \rightarrow \Xi$, синглет $\bar{\kappa} + \Xi \rightarrow \Omega$ и т. д. Если же сопоставлять мультиплеты при данном барионном числе A , то они будут смещены по гиперзаряду Y .

Выше уже отмечалось, что группа заряда Z входит в качестве подгруппы в изогруппу. Поэтому заряд Z однозначно связан с квантовым числом T_3 . Для нуклона $Z = \frac{1}{2} + T_3$, для антинуклона $Z = -\frac{1}{2} + T_3$. Поэтому для любой нуклонной системы из аддитивности этих квантовых чисел

$$Z = \frac{A}{2} + T_3,$$

или, так как $A = Y$,

$$Z = \frac{Y}{2} + T_3.$$

Поскольку странные мультиплеты отличаются от соответствующих нестранных только числом A без изменения Y , T и T_3 , то последнее соотношение остается справедливым и для них.

Из него следует определенная связь между Y и T . Так как Z — целое число, а $2T_3$ — число той же четности, что и $2T$, то Y и $2T$ — целые числа одинаковой четности:

$$Y = 2T \pmod{2}.$$

Заметим, что это соотношение не связано с изогруппой, Y — постороннее изогруппе квантовое число. Связь Y с T является следствием композиционности, как и целочисленность A и Z .

Усредним равенство $Z = \frac{Y}{2} + T_3$ по мультиплету. Так как $\bar{T}_3 = 0$ (черта — знак среднего), то

$$\bar{Z} = \frac{Y}{2}.$$

Центр заряда мультиплета не зависит от A . Если сравнивать мультиплеты с одинаковым A при разных Y , то для странных частиц центр заряда смещен:

$$\bar{Z}(S) - \bar{Z}(0) = \frac{S}{2},$$

где $S = Y - A$ — странность.

7. Электромагнитное взаимодействие

Электромагнитное взаимодействие не обладает симметрией изогруппы. Поэтому, строго говоря, нельзя классифицировать частицы по изомультиплетам, рассматривая электродинамические процессы. Однако если электромагнитное взаимодействие приближенно учитывается как малое возмущение, амплитуду рассеяния можно выразить через матричный элемент некоторого оператора относительно невозмущенных функций, т. е. компонент изомультиплетов.

Нарушение изосимметрии проявится в том, что такой оператор уже не будет инвариантом; его можно выразить через определенные компоненты тензорного оператора. Для процессов первого порядка (излучение,

рассеяние электрона адроном) — это вершинный оператор $\Gamma^{(e)}$ (рис. 2). Он является функцией переданного полю 4-импульса q . По своим пространственно-временным свойствам $\Gamma^{(e)}$ — полярный вектор.

Нас будет интересовать только изотензорная структура оператора $\Gamma^{(e)}$. О ее характере можно получить представление, если заметить, что при $q = 0$ форм-фактор частицы a , т. е. $\langle a | \Gamma^{(e)}(0) | a \rangle \equiv \langle \Gamma^{(e)}(0) \rangle_a$ (точнее, его единственная отличная от нуля временная компонента), сводится к заряду:

$$\langle \Gamma^{(e)}(0) \rangle \sim Z = \frac{Y}{2} + T_3.$$

В смысле изогруппы выражение это состоит из изоскаляра и компоненты изовектора.

Естественно предположить, что изотензорный характер оператора $\Gamma^{(e)}$ не зависит от q . Тогда

$$\Gamma^{(e)} = e(v^{(0)} + v_3),$$

где $v^{(0)}$ — изоскалярный, а v — изовекторный операторы (e — электронный заряд; введен ради нормировочных удобств). В этом состоит основная гипотеза о характере взаимодействия адронов с электромагнитным полем («гипотеза минимального взаимодействия»). При этом принимается также, что $v^{(0)}$ и v являются инвариантами относительно группы Y , т. е.

электромагнитное взаимодействие не меняет странности частицы.

Наглядная картина для оправдания этой гипотезы такова. Взаимодействие с электромагнитным полем осуществляется, в конце концов, зарядом «голого» протона или антипротона, для которых

$$\Gamma_p^{(e)} \sim Z_p = \frac{1}{2} + \sigma_3, \quad \Gamma_{\bar{p}}^{(e)} \sim Z_{\bar{p}} = -\frac{1}{2} + \sigma_3.$$

Рис. 2. Вершина взаимодействия адрона с электромагнитным полем. ■

Сплошная линия — адрон, пунктирная — поле.

Благодаря сильному взаимодействию (инвариантному) каждый адрон обрастает разнообразием частиц, среди которых есть и заряженные (протоны и антипротоны). Взаимодействие надо учесть один раз, т. е. сложить индивидуальные вершины с произвольными весами. Это не может дать ничего, кроме $v^{(0)} + v_3$.

Из вида оператора следует, что форм-факторы частиц имеют структуру

$$\langle \Gamma^{(e)}(q) \rangle = c_1(q) + c_2(q) T_3,$$

где c_1 и c_2 — одни и те же функции для данного мультиплета.

Эта формула дает реальные соотношения, когда число компонент мультиплета превышает два, т. е. при $T > 1/2$. Например, для триплета Σ -гиперонов отсюда следует³

$$\langle \Gamma^{(e)} \rangle_{\Sigma^+} + \langle \Gamma^{(e)} \rangle_{\Sigma^-} = 2 \langle \Gamma^{(e)} \rangle_{\Sigma^0}.$$

В частности, таким должно быть соотношение между магнитными моментами этих частиц.

Амплитуда вероятности излучения (т. е. распада адрона a на адрон b и фотон) имеет вид $\langle b | \Gamma^{(e)} | a \rangle$. Из структуры оператора $\Gamma^{(e)}$ следует правило отбора⁴ $\Delta T = 0, \pm 1$.

Оператор, определяющий процесс второго порядка, должен иметь изотензорную структуру произведения двух вершинных операторов, т. е. выражаться в виде

$$c + R_3 + L_{33},$$

где c — изоскаляр, R — изовектор и L — изотензор второго ранга. В частности, такова структура амплитуды эффекта Комптона на адроне и электромагнитной массы ΔM , определяемой диаграммой рис. 3. Отсюда следует, что

$$\Delta M = c_1 + c_2 T_3 + c_3 T_3^2.$$

Эта формула, очевидно, приводит к реальным соотношениям при $T > 1$. Так, для квадруплета Δ^5

$$\Delta^{++} - \Delta^- = 3(\Delta^+ - \Delta^0)$$

(массы обозначены символами соответствующих частиц).

8. Слабое взаимодействие

При слабом взаимодействии в общем случае не сохраняются ни Z , ни Y . Поэтому возможны процессы четырех типов. Во-первых, — два типа процессов, в которых изменяется Z . Так как полный заряд Q сохраняется, в таких процессах возникают лептоны. Один из них — лептонный распад без изменения Y , другой с изменением Y . Во-вторых, — два типа процессов, в которых Z не меняется и лептоны не испускаются. Один из них, с изменением Y , — нелептонный распад адронов; другой, без изменения Y , может проявиться на фоне сильного и электромагнитного взаимодействий благодаря несохранению четности (несохраняющие четность ядерные силы).

Для лептонных процессов без изменения странности можно найти естественное место на диаграмме нуклонов (см. рис. 1): это переход $n \rightarrow p$. Распад описывается вершинной диаграммой (см. рис. 3), в которой роль фотона играют лептоны. Для определенности будем считать, что лептоны уносят отрицательный заряд $Q_l = -1$. Тогда изменение заряда адрона $\Delta Z = 1$ ($n \rightarrow p$), и «слабый» вершинный оператор нуклона будет иметь вид $\Gamma^{(w)} \sim \sigma_+$. (Процесс с $\Delta Z = -1$ будет, очевидно, определяться оператором $\Gamma^{(w)+} \sim \sigma_-$.) Основная гипотеза о характере слабого взаимодействия состоит в том, что для общего случая слабый вершинный оператор адрона строится из вершин нуклонов аддитивно, так же как и в случае электромагнитного взаимодействия. Тогда $\Gamma^{(w)}$ должно быть компонентой ($(\frac{1}{2})$ -компонентой) некоторого изовектора.

Вершина $\Gamma^{(w)}$ представляет собой сумму двух членов, отличающихся по свойствам пространственной инверсии: один является полярным 4-вектором, а другой аксиальным 4-вектором. Изовекторным свойством должен обладать каждый из этих двух членов. Таким образом,

$$\Gamma^{(w)} = g_\beta (v_+ + a_+),$$

где v и a — изовекторы (v — полярный 4-вектор, a — аксиальный), а g_β — постоянная. Одним из важнейших свойств слабого взаимодействия является тождественность изовектора v изовектору, входящему в электромагнитную вершину $\Gamma^{(e)}$.

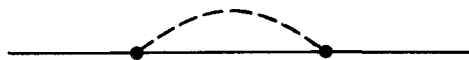


Рис. 3. Фейнмановская диаграмма для электромагнитной поправки к массе адрона. Сплошная линия — адрон, пунктирная — излучение и поглощение виртуального фотона.

Несохраняющие четность ядерные силы (процессы с $\Delta Y = \Delta Z = 0$) выражаются оператором, диагональным относительно T_3 . Изоструктуру этого оператора можно найти, если принять, что он содержит произведение двух вершин $\Gamma^{(w)}$ и $\Gamma^{(w)+}$ («опутанных» сильным взаимодействием). Произведение двух изовекторных операторов дает $O^{[2]1}O^{[2]1} = O^{[0]0} + O^{[2]2} + O^{[4]4}$. Поэтому правилами отбора по изоспину будут

$$\Delta T = 0, \pm 1, \pm 2.$$

Для остальных двух типов слабых процессов нет места на диаграмме нуклонов. Соответствующие операторы не могут быть выражены как операторы изогруппы.

Заметим, что для процессов с $\Delta Y \neq 0$ изоспин меняется на полуцелое число. Но в рамках изогруппы можно построить только тензорные операторы. Собственно спинорных операторов не существует. Поэтому в рамках изогруппы нельзя сформулировать принцип универсальности слабого взаимодействия. В дальнейшем (см. § 7) мы увидим, что группа SU_3 дает естественное описание и процессам с $\Delta Y \neq 0$.

§ 3. ВТОРАЯ ИЗОГРУППА

1. u -мультиплеты

Все изложенное выше сводится к следующему. Каждому адрону надлежит приписать, кроме строго сохраняющегося барионного числа A , еще два подобного типа аддитивных квантовых числа: заряд Z и гиперзаряд Y . Связанные с ними законы сохранения приближенные, они нарушаются слабым взаимодействием, которое мы считали выключенным. Далее, с квантовыми числами Z и Y мы обращались неравноправно. Обратив внимание на то, что одно из них, именно Y , играет более существенную роль в сильном взаимодействии, мы выключили электромагнитное взаимодействие. После этого адроны распределились по изомультиплетам (t -мультиплетам), основными квантовыми числами стали Y и T , а Z , однозначно связанное с T_3 , стало индексом, условно различающим тождественные компоненты мультиплета. Смысл Z как электрического заряда восстанавливается только после включения электромагнитного взаимодействия, разрушающего симметрию изогруппы.

Попробуем теперь поменять ролями заряд и гиперзаряд. Попытаемся оправдать сходство в наименовании и написании этих двух квантовых чисел. Для этого забудем временно о малости электромагнитного взаимодействия. Пусть квантовое число Z существенно, протон и нейтрон не образуют t -дублет — это просто два разных адрона.

Есть другая пара частиц, которая заменит нам пару нуклонов. Это протон и Σ^+ -гиперон. Для обеих частиц $Z = 1$ (подобно тому как для нуклонов $Y = 1$). Отличие их — в разных значениях $Y = 1, 0$ (подобно тому как для нуклонов $Z = 1, 0$). Назовем эти два бариона (за отсутствием термина, аналогичного термину «нуклон») B^+ -частицами.

Два нуклона мало отличались по массе — отсюда возникла идея о вырождении по Z . Две B^+ -частицы тоже не очень сильно отличаются по массе, $\Delta M/M \simeq 0,2$. Это число не так малое, как в случае нуклонов, но все же достаточно малое, чтобы служить оправданием следующей гипотезы, имеющей основное значение для дальнейшего.

Сильное взаимодействие можно разделять на два класса: собственно сильное (т. е. «самое сильное», в дальнейшем будем называть его просто «сильным» или s -взаимодействием) и умеренно сильное (будем называть его «умеренным» или m -взаимодействием). Умеренное взаимодействие

приблизительно во столько раз слабее сильного, во сколько разность масс Σ^+ и p меньше их средней массы. Сильное взаимодействие одинаково для двух B^+ -частиц; оно в основном определяет их массу. Умеренное взаимодействие расщепляет этот дублет. Поэтому s -взаимодействие не зависит от Y ; от Y зависит только m -взаимодействие.

Теперь мы можем полностью поменять ролями Y и Z . Выключим умеренное взаимодействие, сохранив электромагнитное. Тогда p и Σ^+ — два вырожденных состояния, отличающихся квантовым числом Y , не играющим роли во взаимодействиях. Эта симметрия есть симметрия группы SU_2 . Все, что было сказано о ней, можно перенести на новый базис. Достаточно на диаграмме нуклонов заменить p, n , на p, Σ^+ . Чтобы отличить новую изогруппу от прежней, мы будем называть ее u -изогруппой⁶. Соответственно ее генераторы будем называть операторами u -спина и обозначать через U_i ($i = 1, 2, 3$) или U_k^j ($j, k = 1, 2$). Ранг неприводимого спинора будем обозначать как $2U$, соответствующий мультиплет называть u -мультиплетом. Компоненты u -мультиплета будем классифицировать по собственным значениям генератора U_3 , которые будем называть проекциями u -спина ($U_3 = U, \dots, -U$).

Подобно тому как из фундаментальных t -дублетов — нуклонов N и антинуклонов \bar{N} — можно было построить все нестранные t -мультиплеты ($Y = A$), так и из фундаментальных u -дублетов B^+ и \bar{B}^+ можно построить все те u -мультиплеты, для которых $Z = A$. Все известные адроны мы сможем построить, если, как и в схеме t -мультиплетов, ввести дополнительно барионный u -синглет Λ ($A = 1, Z = Y = U = 0$). Связь между значением Y и проекцией u -спина U_3 для данного мультиплета будет

$$Y = \frac{Z}{2} + U_3,$$

а среднее по u -мультиплету значение Y («центр гиперзаряда»)

$$\bar{Y} = \frac{Z}{2}.$$

Обе эти формулы являются точно такими же, как в случае t -мультиплетов, только с переменной ролей Z и Y . Из них следует, что возможны только такие u -мультиплеты, для которых Z и $2U$ — числа одинаковой четности:

$$2U = Z \pmod{2}.$$

В частности, однозарядные частицы могут иметь только полуцелый u -спин.

Приведем примеры композиции u -мультиплетов.

1) Мезонный дублет ($A = 0, Z = 1, U = 1/2$):

$$B^+ + \bar{\Lambda} \rightarrow M^+ = \begin{pmatrix} K^+ \\ \pi^+ \end{pmatrix}.$$

2) $\rho\pi^+$ -резонанс, синглет ($A = 1, Z = 2, U = 0$):

$$B^+ + B^+ + \bar{\Lambda} \rightarrow \Delta^{++}.$$

3) Отрицательно заряженный барионный дублет ($A = 1, Z = -1, U = 1/2$):

$$\bar{B}^+ + \Lambda + \Lambda \rightarrow B^- = \begin{pmatrix} \Sigma^- \\ \Xi^- \end{pmatrix}.$$

(Этот дублет мог бы служить в качестве исходного вместо B^+ .)

4) Отрицательно заряженный барионный квартет ($A = 1, Z = -1, U = 3/2$):

$$B^+ + \bar{B}^+ + B^- \rightarrow B^{*-} = \begin{pmatrix} \Delta^- \\ \Sigma^{*-} \\ \Xi^{*-} \\ \Omega^- \end{pmatrix}.$$

Заметим, что до открытия Ω^- -гиперона были известны три бариона с $Z = -1$ и собственным моментом $J = 3/2$. Но из соотношения $2U = Z \pmod{2}$ они не могли бы составлять u -триплет. Минимально требовалась дополнительно одна компонента, т. е. Ω^- .

2. Умеренное взаимодействие

Если продолжить аналогию между схемой t -спина и схемой u -спина, то умеренное взаимодействие должно приводить к расщеплению u -мультиплета, подобно тому как электро-



Рис. 4. Фейнмановская диаграмма, изображающая поправку к массе адрона, вызванную умеренно-сильным взаимодействием.

Сплошная линия — адрон, крестик — вклад умеренного взаимодействия, зависящий от гиперзаряда.

магнитное взаимодействие расщепляет t -мультиплет. Применение теории возмущений должно давать более грубые, но все же разумные результаты. Умеренное взаимодействие можно выразить как тензорный оператор u -группы.

Если проводить аналогию совсем буквально, то гиперзаряд Y (подобно заряду Z) должен характеризовать взаимодействие с некоторым полем. Вершину этого взаимодействия естественно представить в виде

$$\Gamma^{(m)} = m^0 + m_3,$$

где m^0 — u -скаляр, а m_3 — вектор. Если расщепление масс u -мультиплета определяется диаграммой типа рис. 3, то формула для масс компонент u -мультиплета должна иметь вид

$$\Delta M = c_1 + c_2 U_3 + c_3 U_3^2.$$

Применив эту формулу к квартету B^{*-} , можно выразить массу Ω^- -гиперона через массы трех остальных частиц:

$$\Omega^- = \Delta^- + 3(\Xi^{*-} - \Sigma^{*-})$$

(массы обозначены символами частиц). Значение постоянной

$$2c_3 = (\Delta - \Sigma^{*-}) - (\Sigma^{*-} - \Xi^{*-}).$$

Как известно, экспериментальные данные с хорошей точностью оправдывают первое соотношение и приводят к значению $c_3 = 0$, т. е. значения масс эквидистантны:

$$\Omega^- - \Xi^{*-} = \Xi^{*-} - \Sigma^{*-} = \Sigma^{*-} - \Delta^-.$$

Дело обстоит так, как если бы расщепление масс непосредственно определялось вершинным оператором $\Gamma^{(m)}$ (см. диаграмму рис. 4 вместо диаграммы рис. 3). Этот вопрос будет обсужден в § 5. В этом случае такое же соотношение имеет место и для триплета

$$B^{0*} = \begin{pmatrix} \Delta^0 \\ \Sigma^{0*} \\ \Xi^{0*} \end{pmatrix},$$

а именно,

$$\Xi^{0*} - \Sigma^{0*} = \Sigma^{0*} - \Delta^0.$$

3. Электромагнитное взаимодействие

Классификация частиц по *u*-мультиплетам наиболее естественна для рассмотрения электромагнитных процессов. Поскольку такие процессы, по определению, невозможны при выключенном электромагнитном взаимодействии, абсолютная малость последнего в сравнении с умеренным здесь несущественна. Поэтому можно в первом приближении пренебречь *m*-взаимодействием.

Тогда электромагнитная вершина адрона оказывается *u*-скаляром: все члены *u*-мультиплета равноправны. Следовательно, электромагнитные форм-факторы у всех компонент *u*-мультиплета одинаковы⁷⁻⁹. Например,

$$\langle \Gamma \rangle_{\Sigma^+} = \langle \Gamma \rangle_p, \quad \langle \Gamma \rangle_{\Sigma^-} = \langle \Gamma \rangle_{\Xi^-}, \\ \langle \Gamma \rangle_{\Omega^-} = \langle \Gamma \rangle_{\Xi^{*-}} = \langle \Gamma \rangle_{\Sigma^{*-}} = \langle \Gamma \rangle_{\Delta^-}.$$

В частности, это относится к значениям магнитных моментов этих частиц.

Очевидно, для взаимодействия с электромагнитным полем во втором порядке будут справедливы такие же соотношения. Например, для амплитуд эффекта Комптона (представляющих собой как бы двухфотонную вершину; рис. 5) будут справедливы те же соотношения. Мы не будем их выписывать, достаточно подразумевать под $\langle \Gamma \rangle_a$ амплитуду эффекта Комптона на частице *a*.

Аналогичные соотношения будут иметь место и для амплитуд распада частицы *a* в частицу *b* с испусканием фотона, если *a* и *b* принадлежат к одноименным *u*-мультиплетам⁹. Примером может служить мезонный дублет $M^{**} = (K^{*+}, \rho^{*+})$, распадающийся в дублет $M^+ = (K^+, \pi^+)$:

$$\langle \pi^+ | \Gamma | \rho^+ \rangle = \langle K^+ | \Gamma | K^{*+} \rangle.$$

Если *u*-спины частиц *a* и *b* различны, то такие распады запрещены.

Можно учесть в качестве возмущения умеренное взаимодействие. Если представить электромагнитную вершину в виде оператора, применяемого уже к невозмущенным состояниям, то $\Gamma^{(e)}$ будет иметь ту же *u*-тензорную структуру, что и оператор массы. Поэтому будет справедливы формулы п. 2, если понимать под символами соответствующих частиц значения их электромагнитных форм-факторов или комптоновских амплитуд и т. д.¹⁰

4. Расширение группы

Надо отметить, что фундамент, на котором строилась выше схема *u*-мультиплетов, не очень надежен. Не очень хорошо выключать умеренное взаимодействие, сохраняя электромагнитное. Симметрия *t*-группы выполняется все-таки с большей точностью, чем симметрия *u*-группы. Протон, например, больше отличается по массе от своего партнера по *u*-дублету, Σ^- -гиперона, чем от нейтрона, принадлежащего к другому *u*-мультиплету. Таким образом, расщепление внутри *u*-мультиплета — одного порядка с расстояниями между мультиплетами и, строго говоря, классификация по *u*-спину лишена смысла.

В реальных примерах, которые выше приводились, мы выбирали такие *u*-мультиплеты, для которых расстояния до ближайших мультиплетов

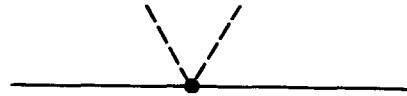


Рис. 5. Схематическая диаграмма эффекта Комптона на адроне.

Пунктирные линии — падающий и рассеянный фотон, сплошная — адрон.

с тем же значением Z и других квантовых чисел оказываются бóльшими. Однако это не всегда так.

Мы ввели, например, в рассмотрение u -синглет Λ . Однако мы не можем сказать, в каком отношении находится он к реальной Λ -частице. Действительно, в нашей схеме возникает u -триплет

$$B^+ + \bar{B}^+ + \Lambda \rightarrow B^0 = \begin{pmatrix} n \\ \Sigma^0 \\ \Xi^0 \end{pmatrix}.$$

Его компоненты $U_3 = \pm 1$ можно отождествить с реальными нейтроном и Ξ^0 -гипероном. Но компонента $U_3 = 0$ будет комбинировать с u -синглетом. Эти суперпозиции и будут представлять собой реальные Σ^0 - и Λ -частицы. У нас нет возможности в пределах рассмотренной группы определить коэффициенты суперпозиций.

Более последовательным будет исключить как умеренное, так и электромагнитное взаимодействия. Тогда оба квантовых числа Z и Y станут равноправными, благодаря чему возникнет более высокая симметрия, свойственная собственно сильному взаимодействию. Какова будет эта симметрия? Соответствующая группа должна, очевидно, включать в качестве подгрупп обе рассмотренные группы SU_2 : t -группу и u -группу, каждая из которых включает в свою очередь в качестве подгрупп одну из калибровочных групп Z и Y .

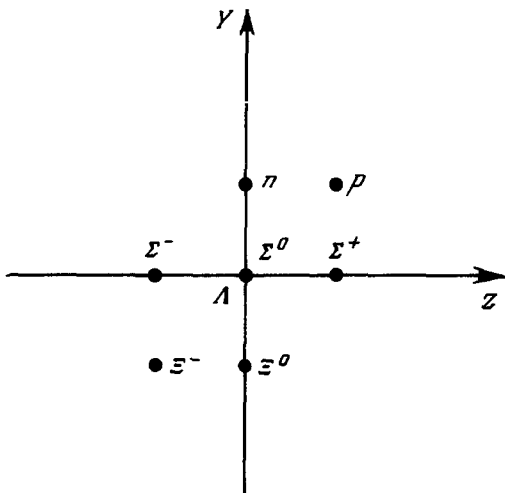


Рис. 6. Октет барионов $(\frac{1}{2})^+$. По оси абсцисс отложен заряд, по оси ординат—гиперзаряд; точки помечены символами частиц.

Общее представление об этой симметрии можно получить на основе опытных данных о спектре масс барионов. Существует восемь барионов с одинаковыми с точностью примерно до 20% массами и одинаковыми другими (собственный момент J , четность P) квантовыми числами. Этот октет изображен на диаграмме рис. 6. По осям отложены числа Z и Y , у соответствующих точек расставлены наименования членов октета. На одних и тех же горизонталях располагаются члены t -мультиплетов, на вертикалях — члены u -мультиплетов. Оба разбиения равноправны; в обоих случаях имеется один синглет, один триплет и два дублета.

Все члены октета равноправны в отношении s -взаимодействия. Мы имеем дело с более сильным, чем рассматривалось прежде, вырождением.

Свойства бариона выражаются суперпозицией $\sum_{i=1}^8 c_i \psi_i$, и группа должна выражать эквивалентность различных таких суперпозиций.

Но это отнюдь не должна быть группа SU_8 . Последняя приводила бы к появлению слишком большого числа квантовых чисел, которых пока опыт не требует. Мы хотим, чтобы группа содержала два аддитивных числа, Y и Z . Мы видели, что весь октет, как совокупность t - или u -мультиплетов, можно построить из трех фундаментальных частиц, несущих

щих различные сочетания значений чисел Y и Z . Поэтому естественно предположить, что симметрия s -взаимодействия выражается группой SU_3 .

Обратим внимание на то, что тройки барионов, использование которых в качестве фундаментальных дало возможность составить все адроны, оказались несовпадающими в случае композиции на базе t - или u -изогрупп. Это обстоятельство имеет важнейшее принципиальное значение. Оказывается невозможным выбрать среди реальных частиц такие три, которые образовали бы фундаментальный триплет группы SU_3 так, чтобы на основе его можно было составить все адроны так же, как все нестранные адроны строятся на основе нуклонного дублета группы SU_2 . При этом под «реальными» мы здесь понимаем не только известные в настоящее время частицы, но и вообще любые частицы с целыми квантовыми числами A, Y, Z .

Мы вернемся к обсуждению этого вопроса позднее, а сейчас рассмотрим свойства группы SU_3 .

§ 4. ГРУППА SU_3

1. Генераторы SU_3 и диаграмма кварков

Итак, мы рассматриваем три состояния (частицы), равноценные по отношению к сильному взаимодействию. Соответствующие волновые функции будем обозначать «р», «n», « Λ ». Кавычки должны напоминать, что мы не имеем в виду реальные частицы, обозначаемые этими символами. Эти гипотетические частицы будем называть кварками¹¹.

Мы можем рассматривать суперпозиции

$$\psi^1 \text{ «р»} + \psi^2 \text{ «n»} + \psi^3 \text{ «}\Lambda\text{»}.$$

Совокупность трех величин

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi^1 \\ \psi^2 \\ \psi^3 \end{pmatrix}$$

будем называть суперспинором или f -спинором (а когда не будет поводов для недоразумений, — просто спинором). Равноправность различных суперпозиций означает, что f -спинор можно подвергнуть унитарному преобразованию. Выделив калибровочную подгруппу (барионную), мы можем ограничиться унимодулярными преобразованиями $\psi \rightarrow U\psi$:

$UU^+ = 1, \det U = 1$ (U —трехрядная (3×3) матрица). Эти преобразования образуют группу SU_3 .

Если записать U в виде e^{iH} , где H —эрмитовская матрица с нулевым следом, то бесконечно малое преобразование примет вид

$$\delta\psi = i \sum_{i=1}^8 \delta\alpha_i \lambda_i \psi.$$

Здесь λ_i —совокупность линейно независимых трехрядных эрмитовских матриц с нулевым следом; ясно, что всего их восемь ($3 \times 3 - 1$). Соответственно группа содержит восемь действительных параметров α_i . Формулу для $\delta\psi$ можно записать также в виде¹²

$$\delta\psi = i \sum_{j,k=1}^3 \delta\alpha_j^k \lambda_k^j \psi,$$

где параметры α_j^k образуют эрмитовскую матрицу с нулевым следом, а λ_k^j —девять действительных матриц, связанных условиями

$$\sum_j \lambda_j^j = 0, \quad \lambda_k^j = \lambda_j^{k+}.$$

Эти матрицы и их перестановочные соотношения можно записать в явном виде (как и в § 2, условимся номер строки обозначать индексом сверху, а номер столбца — внизу):

$$(\lambda_h^j)_\beta^\alpha = \delta_\beta^j \delta_h^\alpha - \frac{1}{3} \delta_k^j \delta_\beta^\alpha$$

и

$$[\lambda_h^j \lambda_m^l] = \delta_m^j \lambda_h^l - \delta_h^l \lambda_m^j.$$

Все написанные выше формулы повторяют соответствующие формулы § 2.1. Они отличаются только тем, что все индексы пробегает не два, а три значения. Генераторы λ_i или λ_h^j будем называть операторами суперспина или f -спина.

Структуру группы SU_3 очень просто понять при помощи «диаграммы кварков», изображенной на рис. 7. Точки, отвечающие кваркам, помещены в вершины равностороннего треугольника. Это единственное симметричное расположение точек, и уже отсюда следует, что каждая характеризуется двумя координатами, т. е. каждая из частиц — двумя квантовыми

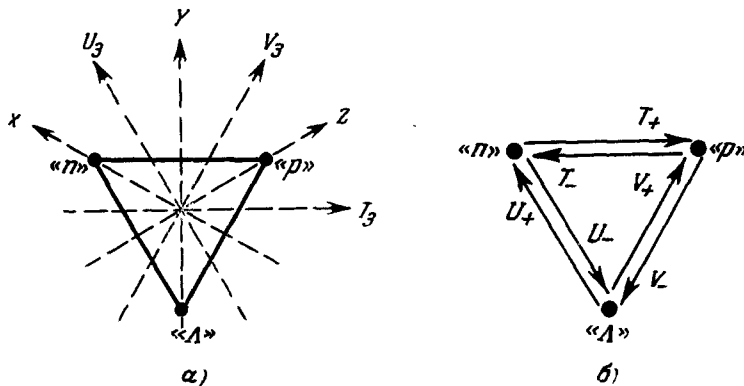


Рис. 7. а) Диаграмма кварков. В вершинах треугольника символы кварков. Оси, проходящие через вершины — «заряды» Z , Y , X ; оси, проходящие параллельно сторонам, — проекции изоспинов U_3 , T_3 , V_3 . Каждый кварк определяется любой парой квантовых чисел (координатами на плоскости). б) Диаграмма кварков. Стрелки изображают действия шести недиагональных составляющих f -спина. Они делятся на три пары — компоненты изоспинов трех типов: T_\pm , U_\pm , V_\pm .

числами. С другой стороны, легко видеть, что из восьми матриц λ_i две можно выбрать одновременно диагональными и два квантовых числа считать собственными значениями этих операторов.

Такой выбор можно сделать различными способами. На диаграмме кварков естественным началом координатных осей является центр треугольника, и можно насчитать шесть естественных осей: три оси, проходящие через вершины (они обозначены как Z , Y , X), и три оси, параллельные основаниям (они обозначены как U_3 , T_3 , V_3). Любая пара этих осей определяет координаты точек, т. е. квантовые числа кварков. Значения остальных выразятся через эти две. Наиболее удобно пользоваться одной из трех пар декартовых осей (YT_3 , ZU_3 или XV_3). Удобно выбрать также естественные масштабы: по осям Z , Y , X пусть единицей будет высота треугольника, а по осям U_3 , T_3 , V_3 — сторона треугольника.

Координаты кварков в системе осей Y , T_3 , например, имеют следующие значения:

$$\begin{array}{ccc} \text{«u»} & \text{«d»} & \text{«s»} \\ \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right) & \left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}\right) & \left(-\frac{2}{3}, 0\right). \end{array}$$

Мы видим, что в этих осях три кварка делятся на симметричную относительно оси Y пару «р», «п» и одиночный «Λ», расположенный на оси Y . Можно сказать, что пара образует t -дублет, а третья частица — синглет. Действительно, разность значений между дублетом и синглетом равна единице, разность значений Z для двух членов дублета также равна единице, т. е. разности квантовых чисел в триплете кварков «р», «п», «Λ» такие же, как и в триплете Сакаги p, n, Λ . Квантовые числа T_3 являются собственными числами оператора T_3 ($T_3 = \pm 1/2$ при $T = 1/2$; $T_3 = 0$ при $T = 0$). Мы завершим выделение t -группы из f -группы, введя два оператора T_{\pm} , действия которых показаны на диаграмме стрелками: $T_+ \langle n \rangle = \langle p \rangle$, $T_- \langle p \rangle = \langle n \rangle$, $T_{\pm} \langle \Lambda \rangle = 0$; Y мы будем считать собственным числом одноименного оператора (гиперзаряда) Y .

Аналогично, оси Z, U_3 разделяют триплет кварков на дублет:

$$\begin{array}{ccc} \langle n \rangle & \langle \Lambda \rangle & \langle p \rangle \\ \left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{2} \right) & \left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{2} \right) & \text{и синглет} \left(\frac{2}{3}, 0 \right). \end{array}$$

Их координаты являются собственными числами операторов заряда Z и проекции u -спина U_3 . Отметим, что теперь разность значений Z между дублетом и синглетом равна единице и разность значений U_3 для двух членов дублета равна единице, т. е. соотношения в триплете кварков такие же, как в тройке B^-, Λ (ср. § 3). Введя еще операторы U_{\pm} , мы выделяем из f -группы вторую изогруппу — u -группу. Таким образом, триплет кварков объединяет в себе возможности композиции адронов как по t -спину, так и по u -спину. Но это достигнуто ценой дробного заряда кварков. Более подробно этот вопрос будет обсужден ниже (см. п. 7 этого параграфа).

Наконец, возможно третье разделение на дублет («р», «Λ») и синглет «п». Это будет третья изогруппа, которую будем называть v -группой. Ей отвечают операторы V_3, V_{\pm} .

Тем самым мы ввели уже шесть недиагональных операторов $T_{\pm}, U_{\pm}, V_{\pm}$. Совместно с двумя диагональными операторами они укомплектовывают набор восьми генераторов группы SU_3 . Это позволяет исчерпывающе проанализировать ее содержание.

Заметим, что кроме t - и u -изогрупп, к появлению которых в виде подгрупп мы стремились, возникла еще v -изогруппа. Другие группы, приводящие аналогично SU_3 к двум аддитивным квантовым числам (группы второго ранга), содержат большее число аналогичных подгрупп.

При помощи диаграммы кварков легко следить за действиями операторов и находить их перестановочные соотношения. Ясно, что соотношения внутри данной изогруппы (между U_3, U_{\pm} и аналогичных) те же, что и у матриц Паули. Далее, найдем для примера $[T_+, V_-]$. Для этого рассмотрим при помощи диаграммы кварков

$$(T_+ V_- - V_- T_+) \langle n \rangle = -V_- \langle p \rangle = -\langle \Lambda \rangle = -U_- \langle n \rangle,$$

т. е.

$$[T_+ V_-] = -U_-.$$

Легко видеть, в частности, что коммутируют все операторы, которым на диаграмме отвечают стрелки, выходящие из одной вершины или входящие в одну вершину, например,

$$[U_+ V_+] = 0, \quad [U_+ T_-] = 0.$$

Легко видеть, что каждый из «операторов заряда» Z, Y, X коммутирует со всеми компонентами соответствующего («перпендикулярного»)

спина, т. е.

$$\begin{aligned} [YT_{\pm}] &= [ZU_{\pm}] = [XV_{\pm}] = 0, \\ [YT^2] &= [ZU^2] = [XV^2] = 0. \end{aligned}$$

В заключение приведем соотношения между различными диагональными генераторами:

$$\begin{aligned} T_3 + U_3 &= V_3, & X &= Y - Z, \\ Y &= \frac{2}{3}(U_3 + V_3), & Z &= \frac{2}{3}(T_3 + V_3) \end{aligned}$$

и выражения операторов λ_k^j через «заряды» и изоспины:

$$\begin{aligned} \lambda_1^1 &= Z, & \lambda_2^2 &= X, & \lambda_3^3 &= -Y, \\ \lambda_1^2 &= T_+, & \lambda_2^3 &= U_+, & \lambda_1^3 &= V_+, \\ \lambda_2^1 &= T_-, & \lambda_3^2 &= U_-, & \lambda_3^1 &= V_-. \end{aligned}$$

(Правило для запоминания: оператор λ_k^j превращает кварк номера j в кварк номера k , если частицы пронумерованы в последовательности «р», «п», «Л».)

Соответствующие выражения для операторов λ_i имеют вид

$$\begin{aligned} \lambda_1 \pm i\lambda_2 &= T_{\pm}, & \lambda_4 \pm i\lambda_5 &= V_{\pm}, & \lambda_6 \pm i\lambda_7 &= U_{\pm}, \\ \lambda_3 &= T_3, & \lambda_8 &= \frac{\sqrt{3}}{2} Y, & Z &= \lambda_3 + \frac{\lambda_8}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

(нормировка такова, что $\sum_i \lambda_i^2 = \frac{1}{2} \sum_{j,k} \lambda_k^j \lambda_j^k = 1$).

2. Антикварки

Антикваркам соответствует, очевидно, суперпозиция комплексно-сопряженных волновых функций

$$\psi_1 \langle p \rangle^* + \psi_2 \langle n \rangle^* + \psi_3 \langle \Lambda \rangle^*.$$

Коэффициенты суперпозиции ψ_{α} ($\alpha=1, 2, 3$; индексы внизу) представляют собой (ковариантный) спинор, преобразующийся по контраградиентной группе SU_3 . Мы будем представлять себе его в виде строки $\psi = (\psi_1, \psi_2, \psi_3)$. Здесь

выступает существенное отличие группы SU_3 от группы SU_2 . Из компонент $\psi_{\alpha} \sim \psi^{\alpha*}$ невозможно составить линейной комбинации, преобразующейся как ψ^{α} . Преобразования группы SU_3 сохраняют инвариантной только одну квадратичную форму, именно $\psi^{\alpha*} \psi_{\alpha}$. Это обеспечивается унитарностью преобразований. Инвариант, связанный с унимодулярностью, является теперь не квадратичной, а кубической формой, так как матрица преобразования и ее определитель теперь третьего порядка.

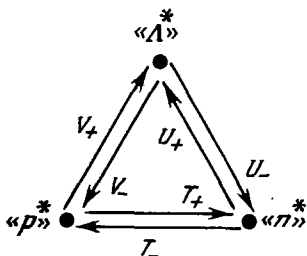


Рис. 8. Диаграмма антикварков.

Показана несводимость последних к кваркам. Треугольник имеет другое расположение вершин в сравнении с рис. 7, при тех же направлениях осей координат. Действие операторов сопровождается изменением знака.

Таким образом, надо принять существование двух независимых типов спиноров ψ_{α} и ψ^{α} ($\psi_{\alpha} \sim \psi^{\alpha*}$). Если бесконечно малое преобразование спинора ψ_{α} записать в виде

$$\delta\psi_{\beta} = i \sum_{\bar{j}k} \delta\alpha_{\bar{j}k}^{\beta} (\bar{\lambda}_{\bar{j}k}^{\beta})_{\alpha}^{\beta}$$

(сохраняя условие о связи индексов с номерами строк и столбцов), то легко видеть из сравнения матриц U и U^* , что

$$\bar{\lambda}_{\bar{j}k}^{\beta} = -\lambda_{\bar{j}k}^{\beta+}.$$

Таким образом, квантовые числа антикварков противоположны квантовым числам соответствующих кварков. Это обстоятельство иллюстрируется диаграммой антикварков (рис. 8). Она получена из диаграммы кварков рис. 7 отражением треугольника в его центре, причем направления осей оставлены прежними. Мы будем обозначать недиагональные генераторы теми же символами $T_{\pm}, U_{\pm}, V_{\pm}$, подразумевая под ними в случае действия на спиноры ψ^{α} матрицы λ_k^j , а в случае действия на спиноры ψ_{α} матрицы $\bar{\lambda}_k^j$. Поэтому на диаграмме рис. 8 операторы меняют знак соответствующих состояний (например, $T_{+}\langle p \rangle^* = -\langle p \rangle^*$).

3. Супермультиплеты

Волновая функция системы, состоящей из p кварков и q антикварков, очевидно, описывается суперспинором высшего ранга $\psi_{\beta_1 \dots \beta_q}^{\alpha_1 \dots \alpha_p}$. Смысл этого обозначения ясен: относительно каждого верхнего индекса ψ ведет себя при преобразованиях SU_3 как спинор ψ^{α} , а относительно каждого нижнего — как ковариантный спинор ψ_{β} . Ранг суперспинора определяется, таким образом, двумя числами, p и q ; в этом существенное отличие группы SU_3 от SU_2 , связанное с существенным различием свойств преобразования кварков и антикварков. Мы будем иногда обозначать суперспинор символами его ранга: $\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$.

Группа преобразований f -спинора $\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$ является представлением группы SU_3 . Генераторами этой группы являются операторы

$$F_k^j = \sum_{r=1}^p \lambda_k^{j(r)} + \sum_{r=1}^q \bar{\lambda}_k^{j(r)}.$$

Отсюда следует, что коммутационные свойства F_k^j совпадают со свойствами λ_k^j :

$$[F_k^j F_m^l] = \delta_m^j F_k^l - \delta_k^l F_m^j.$$

Сохраняются и свойства симметрии генераторов:

$$F_k^j = F_j^{k+}, \quad \sum_{j=1}^3 F_j^j = 0.$$

Из компонент генератора F_k^j можно, так же как из λ_k^j , выделить операторы изоспинов T, U, V и зарядов Z, Y, X . Изоспины и заряды мы будем обозначать этими же буквами для спинора любого ранга. Мы не будем выписывать снова соответствующие соотношения между ними и F_k^j , достаточно в формулах п. 1 заменить λ_k^j на F_k^j . Аналогично можно ввести восемь генераторов F_i , соответствующих матрицам λ_i .

Очевидно, сохраняется также коммутативность каждого из зарядов с «перпендикулярным» ему изоспином.

В общем случае f -спинор $\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$ приводим. Относительно группы SU_3 существуют две операции приведения (относительно SU_2 была одна). Первая, связанная с унитарностью преобразований, — свертывание одного из верхних индексов с одним из нижних или умножение на δ_{α}^{β} :

$$\delta_{\alpha_1}^{\beta_1} \psi_{\beta_1 \beta_2 \dots}^{\alpha_1 \alpha_2 \dots} = \psi_{\beta_2 \dots}^{\alpha_2 \dots},$$

т. е.

$$\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} p-1 \\ q-1 \end{pmatrix}.$$

Вторая операция связана с унимодулярностью преобразований. Величины $\epsilon_{\alpha\beta\gamma} \psi^{\alpha\beta\gamma}$ или $\epsilon^{\alpha\beta\gamma} \psi_{\alpha\beta\gamma}$, где $\epsilon_{\alpha\beta\gamma}, \epsilon^{\alpha\beta\gamma}$ — единичные антисимметричные символы,

являются инвариантами. Поэтому

$$\varepsilon_{\beta\alpha_1\alpha_2} \Psi_{\beta_1}^{\alpha_1\alpha_2\alpha_3} \dots = \Psi_{\beta_1}^{\alpha_3} \dots,$$

т. е.

$$\binom{p}{q} \rightarrow \binom{p-2}{q+1}$$

или, аналогично,

$$\binom{p}{q} \rightarrow \binom{p+1}{q+2}.$$

Очевидно, что f -спинор будет неприводимым, если все три умножения на δ_α^β , $\varepsilon^{\alpha\beta\gamma}$ и $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$ обращают его в нуль. Иначе говоря, неприводимый спинор симметричен как по верхним, так и по нижним индексам (в отдельности), а любой его след (относительно одного из верхних и одного из нижних индексов) обращается в нуль.

Неприводимый спинор ранга p, q мы будем обозначать иногда символом $\left[\begin{smallmatrix} p \\ q \end{smallmatrix} \right]$

Подсчитаем число независимых компонент неприводимого спинора $\left[\begin{smallmatrix} p \\ q \end{smallmatrix} \right]$.

В силу симметрии различны лишь те компоненты, которые отличаются одним из трех чисел p_1, p_2, p_3 , означающих число единиц, двоек или троек сверху (при данных нижних индексах) без различия порядка их расположения. Так как $p_1 + p_2 + p_3 = p$, при данном p_1 число p_2 может меняться от 0 до $p - p_1$ (при этом p_3 меняется от $p - p_1$ до 0). Это дает $p - p_1 + 1$ различных компонент. Меняя теперь значения p_1 от 0 до p , получим общее число различных компонент при заданных нижних

индексах $N_p = \sum_{p_1=0}^p (p - p_1 + 1) = \frac{1}{2} (p+1)(p+2)$. Аналогично, число различных компонент при заданных верхних индексах будет N_q . Всего мы получим $N_p N_q$ компонент, но они еще не независимы, так как связаны условием нулевого следа. След

является спинором $\binom{p-1}{q-1}$. Это значит, что между компонентами $\left[\begin{smallmatrix} p \\ q \end{smallmatrix} \right]$ существует еще $N_{p-1} N_{q-1}$ соотношений. Окончательно число независимых компонент неприводимого спинора $\left[\begin{smallmatrix} p \\ q \end{smallmatrix} \right]$ равно $N_{pq} = N_p N_q - N_{p-1} N_{q-1}$, т. е.

$$N_{pq} = \frac{1}{2} (p+1)(q+1)(p+q+2).$$

Некоторые значения $N_{pq} = N_{qp}$ приведены в табл. I.

Таблица I
Число частиц в супермультиплете N_{pq}

$q \backslash p$	0	1	2	3	4
0	1	3	6	10	15
1		8	15	24	35
2			27	42	60
3				64	90
4					125

Число N_{pq} используется иногда как символ соответствующего спинора. При $p \geq q$ можно обозначить $\left[\begin{smallmatrix} p \\ q \end{smallmatrix} \right]$ как $\{N_{pq}\}$, а при $p < q$ как $\{\bar{N}_{pq}\}$; например, $\left[\begin{smallmatrix} 3 \\ 0 \end{smallmatrix} \right] = \{10\}$, $\left[\begin{smallmatrix} 0 \\ 3 \end{smallmatrix} \right] = \{\bar{10}\}$.

Если волновая функция состояния представляет собой неприводимый спинор $\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}$, то существует N_{pq} вырожденных состояний. Они образуют супермультиплет. Супермультиплет обозначается тем же символом, как и соответствующий спинор. Каждая компонента супермультиплета тождественна другой в отношении s -взаимодействий. Это значит, что матрица рассеяния не зависит от квантовых чисел, различающих компоненты, и диагональна по отношению к парам чисел p, q , определяющим ранг неприводимого f -спинора.

Супермультиплет можно характеризовать также другой парой чисел, выражающейся через p и q . Это — квадратичный и кубический инварианты, которые можно составить из компонент генератора неприводимого представления F_h^i , подобно тому как ранг изоспинора можно задать квадратом оператора спина T^2 . Это инварианты $\sum F_h^j F_j^h$ (мы встретимся с ним ниже) и $\sum F_h^j F_h^i F_j^i$. Их называют операторами Казимира.

Мы различали изоспиноры двух типов: тензоры и собственно спиноры. Аналогично существуют суперспиноры трех типов, которые различаются поведением при преобразованиях центра группы SU_3 . Центр группы SU_3 образуют три матрицы $U = \sqrt[3]{1}$. Обозначим их $U_\nu = e^{i2\pi\nu/3}$ ($\nu = 0, \pm 1$). Спинор ранга p, q при этих преобразованиях умножается на $e^{i2\pi(p-q)\nu/3}$. Отсюда видно, что

$$\begin{aligned} \text{при } p - q = 3n \quad U_\nu &= 1, \\ \text{при } p - q = 3n \pm 1 \quad U_\nu &= e^{\pm i2\pi\nu/3}. \end{aligned}$$

Спиноры, не меняющие при преобразованиях центра, мы будем называть тензорами (супертензорами, f -тензорами), спиноры, приобретающие фактор $e^{\pm 2\pi\nu/3}$, — собственно спинорами. Тензор $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ мы будем называть вектором. Число его компонент (восемь) равно числу параметров группы.

4. Диаграмма изомультиплетов

Компоненты внутри супермультиплета должны различаться тремя квантовыми числами. Действительно, при данных p, q компонента неприводимого спинора определяется четырьмя числами, например, p_1, p_2, q_1, q_2 (число единиц и двоек среди верхних или нижних индексов), причем они связаны еще условием нулевого следа. Удобно каждую компоненту характеризовать собственными значениями трех коммутирующих операторов, одного из зарядов и соответствующего изоспина, например, Y, T, T_3 или Z, U, U_3 .

Найдем, сколько изомультиплетов содержится в данном супермультиплете и какие они. Если изобразить компоненты супермультиплета точками на плоскости T_3, Y , то некоторые точки окажутся кратными, поскольку, как мы видели, двух квантовых чисел недостаточно для однозначной характеристики компоненты. Тогда из них можно составить суперпозиции, отвечающие определенным значениям T . Для того чтобы найти значения T , не нужно явно находить коэффициенты суперпозиции. Достаточно будет найти лишь кратность соответствующих точек.

Значения T_3 и Y можно определить, суммируя вклад от каждого из индексов спинора. Легко видеть, например, по диаграмме кварков, что

$$T_3 = \frac{1}{2}(p_1 - p_2) - \frac{1}{2}(q_1 - q_2), \quad Y = \frac{1}{3}(p_1 + p_2 - 2p_3) - \frac{1}{2}(q_1 + q_2 - 2q_3).$$

Найдем сначала максимальное значение T_3 ; это будет при $p_1 = p, q_2 = q$ (т. е. $\psi_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}$):

$$T_3 = \frac{p + q}{2}.$$

Это значение достигается единственным способом; точка невырождена, она может отвечать только максимальному значению $T = T_0$:

$$T_0 = \frac{p + q}{2}.$$

Этому изомультиплету отвечает однозначно значение гиперзаряда

$$Y_0 = \frac{p-q}{3}.$$

Мы получили первую, самую правую точку на диаграмме рис. 9. По оси абсцисс на ней откладываются значения $2T$, а по оси ординат значения Y . Для определенности будем считать, что $p > q$. (В обратном случае диаграмма отразится относительно оси Y .)

Теперь найдем компоненты со значениями $Y=Y_0$, $T_3=T_0-1$. Таковых будет в общем случае три, которые получатся из предыдущей, если: 1) один верхний индекс заменить на двойку, или 2) один нижний заменить на единицу, или 3) один верхний и один нижний заменить тройками. Но так как сумма этих трех компонент равна нулю (нулевой след), остается две независимые компоненты. Одну из двух комбинаций этих компонент надо отнести к изомультиплету $T=T_0$, вторая дает начало новому изомультиплету $T=T_0-1$. Это вторая точка на диаграмме — на той же горизонтали.

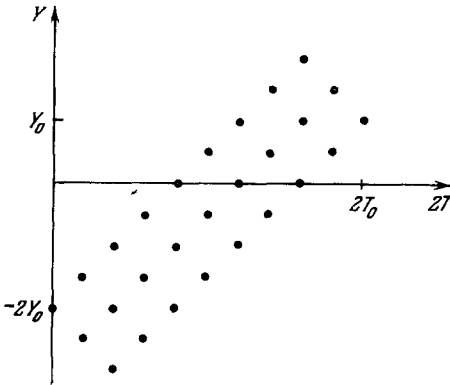


Рис. 9. Диаграмма изомультиплетов.

Каждый изомультиплет, входящий в данный супермультиплет $[p/q]$, изображен точкой в плоскости $(2T, Y)$. Точки заполняют прямоугольник, для построения которого достаточно знать $T_0 = (p+q)/2$, $Y_0 = (p-q)/3$.

одного индекса на тройку. Если заменить верхний индекс ($p_1=p-1, p_3=1$), получим $Y=Y_0-1$, $T_3=T_0-\frac{1}{2}$, если заменить нижний индекс ($q_2=q-1, q_3=1$), то $Y=Y_0+1$, $T_3=T_0-\frac{1}{2}$. Каждая из этих компонент однозначно относится к определенному изомультиплету $T=T_0-\frac{1}{2}$. Отправляясь от каждой из этих точек, найдем тем же путем точки, расположенные левее на этих двух горизонталях:

$$\begin{aligned} \text{при } Y=Y_0+1, \quad T=T_0-\frac{1}{2}, \quad T_0-\frac{3}{2}, \dots, \quad \frac{p-q}{2}+\frac{1}{2}; \\ \text{при } Y=Y_0-1, \quad T=T_0-\frac{1}{2}, \quad T_0-\frac{3}{2}, \dots, \quad \frac{p-q}{2}-\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Такая процедура дает все точки, изображенные на диаграмме. Теперь легко сформулировать простое правило ее построения¹³. Диаграмма представляет собой область, ограниченную прямоугольником. Вершинами его являются следующие точки $(2T, Y)$:

- 1) $(2T_0, Y_0)$, 2) $(0, -2Y_0)$,
- 3) $(p, T_0-\frac{Y_0}{2})$, 4) $(q, -T_0-\frac{Y_0}{2})$.

Стороны расположены под углом 45° к осям координат, так что для построения достаточно первых двух точек. Точки, изображающие изомультиплеты, расположены на границах во всех точках с целочисленными

Отправляясь от этих двух компонент, мы найдем уже три независимые компоненты со значением $T_3=T_0-2$. Они входят в прежние изомультиплеты $T=T_0, T_0-1$ и дают начало новому изомультиплету $T=T_0-2$. Продолжая процесс, мы будем смещаться каждый раз на единицу левее по горизонтали на диаграмме рис. 9, до тех пор, пока число компонент не перестанет увеличиваться. Это произойдет тогда, когда все нижние индексы станут единичными ($q_1=q$) при значении $T_3=T_0-q$. Поэтому при, $Y=Y_0$ возможны значения $T=T_0$

$$T_0-1, \dots, \frac{p-q}{2}.$$

Теперь вернемся к исходной компоненте $\psi_{\frac{1}{2} \dots \frac{1}{2}}$. Будем менять индексы так, чтобы изменить значение Y . Минимальное изменение получится при замене

координатами и внутри так, что расстояние между соседними точками, лежащими на одной горизонтали (или вертикали), равно двум.

Отметим два важных случая, когда диаграмма изомультиплетов имеет особо простой вид. При $p = q$ прямоугольник становится квадратом с вершиной в начале координатных осей, симметричный относительно оси T . При $q = 0$ или $p = 0$ прямоугольник вырождается в прямую. Тогда Y и T однозначно связаны (в плоскости T_3, Y ; при этом нет кратных точек).

На рис. 10 приведены диаграммы изомультиплетов для октета $[1_1]$, декуплета $[3]$ и супермультиплета $\{27\} = [2_2]$.

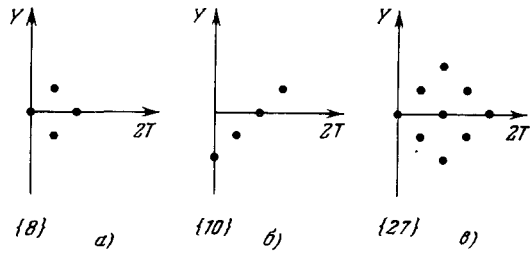


Рис. 10. Диаграммы изомультиплетов: а) октета; б) декуплета; в) супермультиплета $\{27\} = [2_2]$.

От диаграммы в плоскости $2T, Y$ легко перейти к диаграмме в плоскости $2T_3, Y$. Как это сделать, ясно из рис. 11: надо отразить все точки в оси Y и заполнить горизонтали точками, отстоящими друг от друга на две единицы. Наличие точек внутри прямоугольника рис. 10 приводит к кратным точкам на рис. 11 (обведены кружками).

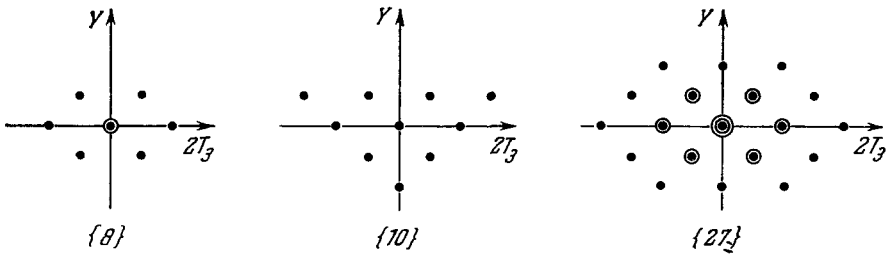


Рис. 11. Структура супермультиплетов в плоскости $(2T_3, Y)$. Каждой точке отвечает частица. Кратные точки обведены соответствующим числом кружков.

Мы пользовались классификацией компонент по значениям Y и T . Очевидно, что можно было проделать то же самое и по квантовым числам Z, U или X, V . Диаграммы имели бы точно такой же вид при изменении направления оси Y . Это отличие связано с определением оси Y (см. рис. 7).

5. Разложение произведения

Займемся построением ряда Клебша—Гордана для суперспиноров, т. е. нахождением структуры разложения

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ q_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ q_2 \end{bmatrix} = \sum \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}.$$

Как и в случае изоспиноров, нас здесь будет интересовать не явный вид коэффициентов, а лишь значения p и q , которые войдут в сумму. Здесь, однако, возникает новое обстоятельство по сравнению с группой SU_2 . Как мы увидим, каждое значение p, q может быть кратным, т. е. может войти в сумму не один раз.

Для построения разложения будем пользоваться уже обсуждавшимися выше действиями приведения. Таких действий три: 1) симметризация, 2) свертывание, т. е. умножение на $\delta_{\alpha\beta}^{\beta}$, 3) подымание и опускание индексов, т. е. умножение на $\epsilon_{\alpha\beta\gamma}$ и $\epsilon^{\alpha\beta\gamma}$. Простой алгоритм (ср. 14, 15), которым можно быстро прийти к цели, мы

поясним на численном примере. Пусть умножается $\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ на $\begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix}$:

$$\begin{array}{l}
 \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 5+4 \\ 2+4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 9 \\ 6 \end{bmatrix}, \\
 \begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ \begin{pmatrix} 4+4 \\ 2+3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5+3 \\ 1+4 \end{pmatrix} \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix}_2, \\
 \begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ \begin{pmatrix} 3+4 \\ 2+2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4+3 \\ 1+3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5+2 \\ 0+4 \end{pmatrix} \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}_3, \\
 \begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ \begin{pmatrix} 2+4 \\ 2+1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3+3 \\ 1+2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4+2 \\ 0+3 \end{pmatrix} \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}_3, \\
 \begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ \begin{pmatrix} 1+4 \\ 2+0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2+3 \\ 1+1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3+2 \\ 0+2 \end{pmatrix} \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}_3, \\
 \begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ \begin{pmatrix} 1+3 \\ 1+0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2+2 \\ 0+1 \end{pmatrix} \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}_2, \\
 \begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ \begin{pmatrix} 1+2 \\ 0+0 \end{pmatrix} \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

Смысл этой схемы состоит в следующем: двумя слагаемыми обозначается приводимый спинор, каждое слагаемое означает число симметризованных между собой индексов. Стрелки вправо означают симметризацию, после которой спинор становится неприводимым без изменения его ранга. Стрелки вниз означают свертывание, которое можно делать только «крест накрест», так как свертки исходных спиноров (неприводимых) равны нулю. Процесс свертывания продолжается до исчерпания верхних или нижних индексов. Схема ясно показывает, как возникает кратность (справа кратность указана индексом). Заметим «правило трапеции»: кратность повышается на единицу с каждой сверткой (начинается с единицы) до исчерпания меньшего из слагаемых в одной из двух пар. Симметрично повышается кратность и с конца, в середине же — остается постоянной.

Итак, мы получили первую группу членов ряда (теперь ясно, как сразу их написать):

$$\begin{pmatrix} 5+4 \\ 2+4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 9 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix}_2 + \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}_3 + \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}_3 + \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}_3 + \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}_2 + \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Далее будем «подымать» нижние индексы вверх:

$$\begin{pmatrix} 5+4 \\ 2+4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 5+4+1 \\ 1+3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5+4+2 \\ 0+2 \end{pmatrix}.$$

Каждое из нижних слагаемых уменьшается на единицу, а сверху добавляется единица в виде отдельного слагаемого. Последнее слагаемое не участвует в дальнейших свертках, так как оно возникло уже за счет антисимметризации с нижними индексами.

С каждым из полученных спиноров проделаем симметризацию и свертки:

$$\begin{array}{l}
 \begin{pmatrix} 5+4+1 \\ 1+3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 10 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 9 \\ 3 \end{bmatrix}_2 + \begin{bmatrix} 8 \\ 2 \end{bmatrix}_2 + \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \end{bmatrix}_2 + \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix}, \\
 \begin{pmatrix} 5+4+2 \\ 0+2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 11 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 9 \\ 0 \end{bmatrix}.
 \end{array}$$

Осталась последняя группа членов — произведем «опускание» индексов:

$$\begin{pmatrix} 5+4 \\ 2+4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 4+3 \\ 2+4+1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3+2 \\ 2+4+2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2+1 \\ 2+4+3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1+0 \\ 2+4+4 \end{pmatrix}.$$

Далее следуют симметризация и свертка. Проделаем только для первого члена:

$$\begin{pmatrix} 4+3 \\ 2+4+1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 7 \\ 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix}_2 + \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}_3 + \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix}_3 + \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}_3 + \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}_2 + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

(Дальше сворачивать нельзя, так как два первых слагаемых нижней строчки уже исчерпаны, а оставшаяся единица относится к третьему слагаемому. И так далее.)

Этот пример показывает, как надо действовать в самом общем случае. Для проверки может служить равенство $N_{p_1 q_1} N_{p_2 q_2} = \sum N_{pq}$. Приведем результаты для некоторых простых случаев, важных для приложений:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}_2 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

6. Тензорные операторы

Как и в случае изоспиноров, легко убедиться, что из спинора ψ^α и его комплексно-сопряженного можно образовать вектор при помощи матриц λ_k^j :

$$\psi^* \lambda_k^j \psi = \psi^h \psi^j - \frac{1}{3} \delta_k^j \psi^* \psi = \Phi_k^j \quad (\Phi_\alpha^\alpha = 0).$$

Если ψ — неприводимый спинор любого ранга, то результат будет такой же, если подразумевать, что оператор λ_k^j действует на один из его верхних индексов. Если оператор λ_k^j заменить оператором $\Lambda_k^j = \sum_r c_r \lambda_k^{j(r)}$, то ввиду симметрии спинора получится тот же вектор Φ_k^j с точностью до множителя:

$$\left\langle \begin{matrix} P \\ q \end{matrix} \middle| \Lambda_k^j \middle| \begin{matrix} P \\ q \end{matrix} \right\rangle = \Phi_k^j.$$

Заметим, что векторный оператор Λ_k^j действует только на верхние индексы спинора. Нижние при построении вектора не участвовали, они только свертывались. Теперь мы можем построить вектор на нижних индексах.

Если ψ_β — ковариантный спинор, то

$$\bar{\psi} \bar{\lambda}_k^j \psi^* = -\psi_\beta^* \Phi_k^j + \frac{1}{3} \delta_k^j \psi \psi^* = -\Phi_k^j \quad (\Phi_\alpha^\alpha = 0).$$

С помощью оператора

$$\bar{\Lambda}_k^j = \sum_r c_r \bar{\lambda}_k^{j(r)}$$

можно образовать вектор

$$\left\langle \begin{matrix} P \\ q \end{matrix} \middle| \bar{\Lambda}_k^j \middle| \begin{matrix} P \\ q \end{matrix} \right\rangle = -\Phi_k^j.$$

Таким образом, в общем случае из неприводимого спинора $\left[\begin{matrix} P \\ q \end{matrix} \right]$ и его комплексно-сопряженного (т. е. спинора $\left[\begin{matrix} q \\ P \end{matrix} \right]$) можно построить два линейно независимых вектора. Этот факт следует и из общего ряда Клебша—Гордана в применении к произведению $\left[\begin{matrix} P \\ q \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} q \\ P \end{matrix} \right]$. Этим двум векторам отвечают два векторных оператора.

Если построить вектор при помощи генератора представления

$$F_k^j = \sum_i \lambda_k^{j(i)} + \sum_i \bar{\lambda}_k^{j(i)},$$

то из предыдущего очевидно, что

$$\left\langle \begin{matrix} P \\ q \end{matrix} \middle| F_k^j \middle| \begin{matrix} P \\ q \end{matrix} \right\rangle = \Phi_k^j - \Phi_k^j.$$

Второй вектор можно получить при помощи оператора $D_k^j = \sum_{r=1}^p \lambda_k^{j(r)} - \sum_{r=1}^q \bar{\lambda}_k^{j(r)}$:

$$\left\langle \begin{matrix} P \\ q \end{matrix} \middle| D_k^j \middle| \begin{matrix} P \\ q \end{matrix} \right\rangle = \Phi_k^j + \Phi_k^j.$$

Из определений D_k^j легко получить его коммутационные свойства:

$$[F_k^j D_m^l] = \delta_m^j D_k^l - \delta_k^l D_m^j,$$

$$[D_k^j D_m^l] = \delta_m^j F_k^l - \delta_k^l F_m^j;$$

первое из этих соотношений, очевидно, справедливо для произвольного векторного оператора G_k^j :

$$[F_k^j G_m^l] = \delta_m^j G_k^l - \delta_k^l G_m^j.$$

Отметим существенное отличие в сравнении с группой SU_2 . Там существовал один вектор, билинейно построенный из компонент спинора любого ранга, и ему соответствовал один векторный оператор: генератор представления T_k^j . В группе SU_3 мы имеем два вектора и два «естественных» оператора: один из них генератор F_k^j , другой D_k^j . Оператор D_k^j имеет также отличные от нуля матричные элементы $\left\langle \begin{matrix} P_2 \\ q_2 \end{matrix} \middle| D_k^j \middle| \begin{matrix} P_1 \\ q_1 \end{matrix} \right\rangle$, в отличие от генератора F_k^j . Однако ниже под оператором D_k^j мы будем подразумевать только его «диагональные» по p, q матричные элементы.

Такую матрицу D_k^j можно выразить через генератор представления F_k^j без явного пользования операторами λ_k^j и $\bar{\lambda}_k^j$. Действительно, любая квадратичная комбинация из F_k^j , образующая вектор, должна быть линейной комбинацией F_k^j и D_k^j (поскольку существуют только две векторные матрицы $\left\langle \begin{matrix} P \\ q \end{matrix} \middle| F_k^j \middle| \begin{matrix} P \\ q \end{matrix} \right\rangle$ и $\left\langle \begin{matrix} P \\ q \end{matrix} \middle| D_k^j \middle| \begin{matrix} P \\ q \end{matrix} \right\rangle$). Если потребовать симметричного действия на верхние и нижние индексы и равенство нулю следа, то мы приходим к выражению, отличающемуся от D_k^j лишь нормировочным множителем C (зависящим от p и q):

$$C^{-1} D_k^j = \frac{1}{2} \sum_l (F_l^j F_k^l + F_k^l F_l^j) - \frac{1}{3} \delta_k^j \sum_{lm} F_m^l F_l^m.$$

Приведем еще явный вид компонент D_k^j , выраженных через заряды и изоспины. Условимся обозначать их так же, как соответствующие компоненты F_k^j , но со значком d :

$$D_1^d = Z^d = C \left(\frac{1}{3} F^2 + \frac{Z^2}{4} - U^2 \right),$$

$$D_2^d = X^d = C \left(\frac{1}{3} F^2 + \frac{X^2}{4} - V^2 \right),$$

$$D_3^d = -Y^d = C \left(\frac{1}{3} F^2 + \frac{Y^2}{4} - T^2 \right),$$

$$D_2^d = T^d = C \left(Y T_- + \frac{1}{2} \{U_+ V_-\} \right),$$

$$D_3^d = U^d = C \left(-Z U_- + \frac{1}{2} \{T_+ V_-\} \right),$$

$$D_1^d = V^d = C \left(-X V_- + \frac{1}{2} \{T_- U_-\} \right),$$

Здесь $\{ \}$ — знак антикоммутатора. Выражение для U_+^d, V_+^d, T_+^d получается из выражений для U_-^d, V_-^d, T_-^d заменой U_-, V_-, T_- на U_+, V_+, T_+ ; F^2 — квадрат генератора

$$F^2 = \frac{1}{2} \sum_{lm} F_m^l F_l^m = U^2 + V^2 + T^2 - \frac{1}{4} (X^2 + Y^2 + Z^2).$$

Из выражения для F^2 легко найти собственные значения этого оператора. Так как это инвариант, можно рассмотреть ту компоненту f -мультиплета, для которой $T_3 = \frac{p+q}{2}$, т. е. отлична от нуля только компонента $\psi_{22}^1 \dots \frac{1}{2}$. Из диаграммы супертриплета видно, что тогда $T_+\psi = V_+\psi = U_-\psi = 0$. Поэтому

$$F^2 = \frac{1}{2}(X^2 + Y^2 + Z^2) + 2(T_3 + V_3 - U_3) = \frac{1}{3}(p^2 + pq + q^2) + p + q.$$

Заметим, что классификация супермультиплета по изомультиплетам (Y, T) эквивалентна классификации по собственным числам операторов F_3^2 и D_3^2 .

Существование двух f -векторных матриц F_k^j и D_k^j приводит к тому, что общее выражение «лагранжиана Юкавы» для сильных взаимодействий будет содержать две постоянные. Пусть ψ — произвольный f -спинор, а π_j^a — вектор. Тогда

$$\mathcal{L} = \psi^* (g_1 F_k^j + g_2 D_k^j) \psi \cdot \pi_j^k.$$

Матрицы F_k^j , по определению, действуя на компоненту f -мультиплета, оставляют ее в пределах того же мультиплета. Общие векторные операторы Λ_k^j и $\bar{\Lambda}_k^j$ уже не обладают этим свойством. Можно, очевидно, построить и произвольный неприводимый тензорный оператор ранга p, q $O \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}$. Такой оператор имеет матричные элементы $\langle p_2 \mid O \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} \mid q_1 \rangle$ для состояний, входящих в соответствующий ряд Клебша — Гордана.

7. Проблема композиции

Известные в настоящее время супермультиплеты — все тензорного типа. Это два октета мезонов, октет (может быть, не один) и декуплет барионов, а так же, по-видимому, синглеты (мезонные и барионные). Это понятно в нашей схеме композиции, основанной на кварках — частицах с дробным зарядом и гиперзарядом. Мы видели (см. п. 4), что гиперзаряды и заряды частиц, входящих в супермультиплет $\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}$, равны $\frac{p-q}{3} +$ + целое число. Следовательно, они целочисленны только для тензорных мультиплетов.

Теперь обсудим вопрос о том, нельзя ли заменить кварки триплетом более «нормальных» частиц ¹¹. Прежде всего убедимся в том, что кваркам следует приписать дробный барионный заряд. Пусть он равен A_0 . Тогда для адрона, составленного из ν кварков и $\bar{\nu}$ антикварков $A = A_0(\nu - \bar{\nu})$. Если этот адрон принадлежит к супермультиплету $\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}$, то $\nu - \bar{\nu} = p - q + 3n_1$ (n_1 — целое число), а для тензорных мультиплетов $p - q = 3n_2$. Таким образом, $A = 3nA_0$ (n — целое число). Мы видим, что только $A_0 = 1/3n$ обеспечивает целое значение A . Так как барионы являются фермионами, то n должно быть нечетным числом (простейший случай $n = 1$).

Из дробности барионного числа следует стабильность кварка (или аналогичного образования, например, «дикварка» с $A = 2/3$), так как он не может перейти ни в какую совокупность частиц с целочисленным A .

Что касается заряда и гиперзаряда кварков, то, по существу, мы пока произвольно отождествили их с числами соответствующих генераторов Z, Y — координат диаграммы кварков. Никаким групповым или электродинамическим требованиям не будет противоречить смещение координат на диаграмме кварков. Пусть электрический заряд будет не Z , а Q_h ¹⁵:

$$Q_h = Z + c/3,$$

где c — некоторая постоянная. Если выбрать $c = 1$ для кварков, $c = -1$ для антикварков, то их электрический заряд совпадет с зарядом одноименных реальных частиц p, n, Λ (и их античастиц). Число c , как и барионное число, будет аддитивным. Его можно назвать суперзарядом. Так как для любого адрона, входящего в тензорный супермультиплет, $A = 3A_0n$, то $c = 3A$.

Но при этом, однако, мы вступаем в противоречие со свойствами барионных мультиплетов. Среднее значение Z по супермультиплету равно нулю. Это видно непосредственно из диаграммы кварков: сумма векторов, приведенных из центра треугольника к его вершинам, равна нулю. В силу аддитивности этим свойством будет обладать и любой супермультиплет, т. е. $\bar{Z} = 0$ и, следовательно, $\bar{Q}_h = \frac{c}{3} = A$. Но для реальных барионных супермультиплетов $\bar{Q}_h = 0$, т. е. $c = 0$. Значит, и для кварка $c = 0$, т. е. кварки обладают дробным электрическим зарядом.

Были предприняты поиски кварков как заряженных частиц, отличающихся по ионизирующей способности от обычных частиц. Если бы кварки были найдены, то это означало бы открытие «истинно первичных» элементарных частиц. Если их нет, то тем не менее соответствующие поля могли бы иметь смысл первичных полей. Можно сказать, что именно из этих полей следует строить лагранжиан адронов. Одно- или двухчастичным состояниям такого поля с дробными A и Z могут отвечать очень большие (даже бесконечные) массы, а многочастичным связанным состояниям — известные адроны. Поскольку современная теория поля не может ни доказать, ни опровергнуть такое утверждение, трудно сказать, содержится ли в нем что-либо большее, чем констатация того факта, что адроны обладают симметрией SU_3 , но только тензорные представления группы реализуются в природе.

Последний тезис выражает содержание идеи «восьмеричного пути» Гелл-Манна — Неемана^{16, 17}, положившей начало успеху применения группы SU_3 . В качестве основы для композиции можно принять октет барионов. Из него (вместе с октетом антибарионов) можно, очевидно, построить все тензорные мультиплеты. Но при этом мы теряем основания для введения группы SU_3 , которыми служило трехкратное вырождение фундаментальных частиц.

В дальнейшем мы не будем, по существу, выходить за рамки восьмеричного пути, хотя для удобства будем иногда употреблять термин «кварки», как краткий способ выражения свойств симметрии адронов.

Существует другая возможность композиции адронов, обладающих симметрией SU_3 ^{18, 11}. Можно взять в качестве базиса вместо кварков триплет «нормальных» частиц (т. е. с целыми A и Z триплет типа Сакаты), но ввести четвертую фундаментальную частицу, считая ее суперсинглетом. Четвертая частица дает возможность устранить описанные выше противоречия.

Действительно, припишем фундаментальному триплету барионное число $A_0 = 1$ и суперзаряд $c = 1$ (для античастиц $c = -1$). Построения мезонов не изменятся. Для них независимо от значения A_0 и c

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad A = c = 0.$$

Барионы же получатся из мезонов добавлением барионного синглета, для которого $A = 1$, $c = 0$ (этот же барион имеет спин $J = 1/2$).

Таким образом, обеспечиваются нужные свойства известных супермультиплетов: тензорность и нулевое значение суперзаряда. Мы избавляемся от кварков ценой, во-первых, введения четвертой фундаменталь-

ной частицы, во-вторых, возможностью класса частиц, для которых $c \neq 0$ (суперзаряженные частицы)¹⁵. Если окажется, что такие частицы существуют, то это, с одной стороны, придает наглядный смысл симметрии SU_3 , с другой же, — поставит ряд новых вопросов. Сохраняется ли c строго как A или приближенно как Y ? Не существует ли еще одна градация в иерархии взаимодействий, объединяющая различные супермультиплеты в сверхмультиплет, подобно тому как введение понятия о s - и m -взаимодействиях объединило изомультиплеты в супермультиплет. Не надо ли перейти от треугольника группы SU_3 к тетраэдру группы SU_4 ¹⁹, с тем, чтобы поглотить квантовое число c , как до этого было поглощено Y . Мы не будем обсуждать эти вопросы.

§ 5. ДЕКУПЛЕТ И ОКТЕТ

1. Диаграмма декуплета

В предыдущем параграфе была изложена почти вся алгебра, связанная с группой SU_3 . Для проведения различных операций не хватает лишь выражений для коэффициентов Клебша — Гордана.

Однако, поскольку известные в настоящее время супермультиплеты отвечают простейшим f -тензорам: $[1^1_1]$ и $[3^0_0]$, большинство результатов, полученных до сих пор, не требуют общих выражений для коэффициентов Клебша — Гордана. Дело обстоит пока так же, как в обычной алгебре трехмерных векторов. Пока наши действия ограничиваются областью векторного умножения или действий с тензорами второго ранга (симметричного и антисимметричного), мы не прибегаем к общей теории группы вращений.

Волновая функция частицы — члена декуплета — представляет собой f -тензор $[3^1_1]$. Из двух чисел p, q , определяющих ранг тензора, одно равно нулю. Поэтому состояния внутри декуплета характеризуются только двумя квантовыми числами вместо трех в общем случае. Это значит, что если изобразить их точками на плоскости, то каждая точка однозначно определит состояние. Кратных точек не будет.

Диаграмма декуплета изображена на рис. 12. Она схожа с диаграммой кварков, представляя собой равносторонний треугольник. Три оси, проходящие через вершины треугольника, отвечают квантовым числам X, Y, Z , три оси, параллельные сторонам треугольника, — квантовым числам V_3, T_3, U_3 . Заряды X, Y, Z откладываются в масштабе: высота треугольника равна трем ($p = 3$); проекции спинов откладываются в масштабе: сторона треугольника равна трем. Изомультиплеты располагаются вдоль линий, параллельных соответствующей стороне.

Каждая точка (состояние) может быть охарактеризована любой парой этих квантовых чисел. Другие квантовые числа однозначно связаны с любой парой; например, если выбрать Y и Z , то

$$T_3 = Z - \frac{Y}{2}, \quad U_3 = Y - \frac{Z}{2}.$$

Существенно, что каждому состоянию можно также приписать определенное значение любого из трех изоспинов, т. е. оно является

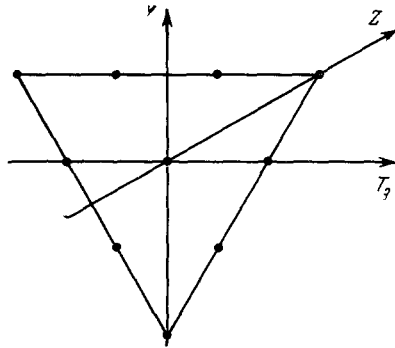


Рис. 12. Диаграмма декуплета в симметричной форме. Треугольник подобен треугольнику диаграммы кварков.

собственным состоянием T^2, U^2, V^2 одновременно. Значение изоспина однозначно связано с соответствующим зарядом:]

$$T = 1 + \frac{Y}{2}, \quad U = 1 - \frac{Z}{2}.$$

Эти соотношения следуют из диаграммы изомультиплетов (рис. 10, б).

Каждое состояние можно представить в виде тензорного орта, являющегося произведениями трех кварков. Центру треугольника отвечает орт «р», «п», «Λ», вершинам — орты «р»³, «п»³ и «Λ»³ и т. д. Приведем соотношение между ортами и символами частиц для декуплета ($3/2^+$)-барионов:

$$\begin{aligned} \Delta^{++} &= \langle p^3 \rangle, \quad \Delta^+ = \langle p^2 \rangle \langle n \rangle, \quad \Delta^0 = \langle p \rangle \langle n^2 \rangle, \quad \Delta^- = \langle n^3 \rangle, \\ \Sigma^{+*} &= \langle p^2 \rangle \Lambda, \quad \Sigma^{0*} = \langle p \rangle \langle n \rangle \langle \Lambda \rangle, \quad \Sigma^{-*} = \langle n^2 \rangle \langle \Lambda \rangle, \\ \Xi^0 &= \langle p \rangle \langle \Lambda^2 \rangle, \quad \Xi^- = \langle n \rangle \langle \Lambda^2 \rangle, \\ \Omega^- &= \langle \Lambda^3 \rangle. \end{aligned}$$

Так как мы имеем дело с f -спином $\psi^{ab\gamma}$, не содержащим нижних индексов, два f -векторных оператора F_k^j и D_k^j для него совпадают. Действие векторного оператора F_k^j на каждый из ортов легко найти либо прямо по диаграмме кварков, либо используя свойства операторов изоспина. При этом можно свободно пользоваться всеми тремя изоспинами T, U, V , поскольку каждому состоянию можно приписать по мере надобности любой из них.

2. Векторные орты

Диаграмма октета (на примере $(1/2)^+$ -барионов) была изображена на рис. 6, где в качестве декартовых осей выбраны Z и Y . Одна точка на ней ($Y = Z = 0$) является двукратной. Это является выражением того факта, что при $Y = 0$ мы имеем два изомультиплета: $T = 0$ и $T = 1$ или при $Z = 0$ $U = 0$ или $U = 1$ (см. диаграмму изомультиплетов, рис. 10, а).

В силу этого обстоятельства (связанного с тем, что теперь $q \neq 0$) свойства f -вектора $[1_1^1]$ являются несколько более сложными, чем тензора $[3_0^3]$. Однако они тоже достаточно просты.

Введем девять «векторных ортов», каждый из которых представляет собой совокупность одного кварка и одного антикварка. Примем для них обозначения, данные в табл. II.

Таблица II
Схема композиции f -вектора из кварков и антикварков

Анти-кварк \ Кварк	«р»*	«п»*	«Λ»*
«р»	v_1	π^+	κ^+
«п»	π^-	v_2	κ^0
«Λ»	κ^-	$\bar{\kappa}^0$	v_3

На рис. 13 повторена диаграмма рис. 6 в других обозначениях, отвечающих наименованиям ортов (которые выбраны одноименными с симво-

лами (0⁻)-мезонов). Недиagonalные клетки табл. II представляют собой невырожденные состояния, расположенные по периметру шестиугольника диаграммы рис. 13. Каждому из них можно приписать определенные значения любого из изоспинов (*T*, *U*, *V*). Два состояния, расположенные в центре диаграммы и обозначенные как π⁰ и η, представляют собой две линейно независимые комбинации трех ортов v_i

$$c_1 v_1 + c_2 v_2 + c_3 v_3,$$

удовлетворяющие условию неприводимости

$$c_1 + c_2 + c_3 = 0.$$

Эти суперпозиции можно выбрать по-разному. Если потребовать, чтобы состояния обладали определенным *t*-спином, это будут

$$\pi_t^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_1 - v_2) \quad (T = 1),$$

$$\eta_t = \frac{1}{\sqrt{6}}(v_1 + v_2 - 2v_3) \quad (T = 0).$$

Если потребовать определенные значения *u*-спина, то

$$\pi_u^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_2 - v_3) \quad (U = 1),$$

$$\eta_u = \frac{1}{\sqrt{6}}(v_2 + v_3 - 2v_1) \quad (U = 0).$$

Структура этих выражений очевидна: π⁰ вместе с π[±] образует *t*-триплет, составленный из двух дублетов (^{«P»}_{«n»}) и (^{«P»*}_{«n»*}); аналогично π_u⁰, κ⁰, $\bar{\kappa}^0$ образуют *u*-триплет, составленный из (^{«n»}_{«Λ»}) и (^{«Λ»*}_{«n»*}). π_u⁰ и η_u представляют собой соответствующие ортогональные суперпозиции.

Из этих выражений следуют соотношения

$$\pi_u^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\pi_t^0 + \sqrt{3}\eta_t),$$

$$\eta_u = -\frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{3}\pi_t^0 + \eta_t).$$

Если пользоваться этими соотношениями, то действие всех генераторов F_k^j можно свести к действию операторов изоспинов — следует лишь каждый раз выбирать соответствующий орт. Например (см. рис. 13), T₊π⁻ → π_u⁰, а U₊κ₀ → π_u⁰. Для определения U₊π_u⁰ или T₊π_u⁰ нужно произвести разложение первых ортов по вторым. Проще пользоваться непосредственно комбинациями ортов v_i. Табл. III, а показывает действие генераторов F_k^j = λ_k^j + $\bar{\lambda}_k^j$ на орты, полученные непосредственно из диаграммы кварков и антикварков. Компоненты F_k^j записаны как операторы зарядов и изоспинов.

Также можно получить и действия второго векторного оператора D_k^j = λ_k^j - $\bar{\lambda}_k^j$. Они даны в табл. III, б. Компоненты обозначены как и компоненты F_k^j (с теми же *j*, *k*), но отмечены индексом *d*. Заметим, что для октета коэффициент, входящий в выражения для D_k^j (стр. 422), C = 2/3.

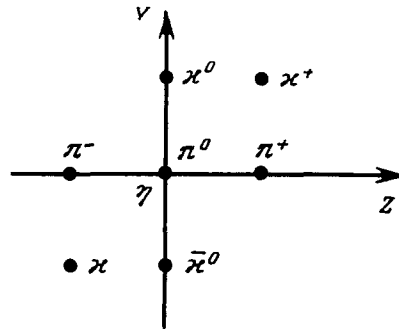


Рис. 13. Диаграмма октета в осях Z, Y.

Точки отвечают ортам *t*-вектора.

Таблица III

а) Действие оператора F

(В клетках таблицы помещены результаты действия операторов, поименованных в левом столбце, на орты, указанные в верхней строке)

	v_1	v_2	v_3	π^+	π^-	κ^+	κ^-	κ^0	$\bar{\kappa}^0$
Y	0	0	0	0	0	κ^+	$-\kappa^-$	κ^0	$-\bar{\kappa}^0$
Z	0	0	0	π^+	$-\pi^-$	κ^+	$-\kappa^-$	0	0
X	0	0	0	$-\pi^+$	π^-	0	0	κ^0	$-\bar{\kappa}^0$
T_+	$-\pi^+$	π^+	0	0	v_1-v_2	0	$-\bar{\kappa}^0$	κ^+	0
T_-	π^-	$-\pi^-$	0	v_2-v_1	0	κ^0	0	0	$-\kappa^-$
U_+	0	$-\kappa^0$	κ^0	$-\kappa^+$	0	0	π^-	0	v_2-v_3
U_-	0	$\bar{\kappa}^0$	$-\bar{\kappa}^0$	0	κ^-	$-\pi^+$	0	v_3-v_2	0
V_+	$-\kappa^+$	0	κ^+	0	$-\kappa^0$	0	v_1-v_3		π^+
V_-	κ^-	0	$-\kappa^-$	$\bar{\kappa}^0$	0	v_3-v_1	0	$-\pi^-$	0

б) Действие оператора D

Y^d	$\frac{2}{3} v_1$	$\frac{2}{3} v_2$	$-\frac{4}{3} v_3$	$\frac{2}{3} \pi^+$	$\frac{2}{3} \pi^-$	$-\frac{1}{3} \kappa^+$	$-\frac{1}{3} \kappa^-$	$-\frac{1}{3} \kappa^0$	$-\frac{1}{3} \bar{\kappa}^0$
Z^d	$\frac{4}{3} v_1$	$-\frac{2}{3} v_2$	$-\frac{2}{3} v_3$	$\frac{1}{3} \pi^+$	$\frac{1}{3} \pi^-$	$\frac{1}{3} \kappa^+$	$\frac{1}{3} \kappa^-$	$-\frac{2}{3} \kappa^0$	$-\frac{2}{3} \bar{\kappa}^0$
X^d	$-\frac{2}{3} v_1$	$\frac{4}{3} v_2$	$-\frac{2}{3} v_3$	$\frac{1}{3} \pi^+$	$\frac{1}{3} \pi^-$	$-\frac{2}{3} \kappa^+$	$-\frac{2}{3} \kappa^-$	$\frac{1}{3} \kappa^0$	$\frac{1}{3} \bar{\kappa}^0$
T_+^d	π^+	π^+	0	0	v_1+v_2	0	$\bar{\kappa}^0$	κ^+	0
T_-^d	π^-	π^-	0	v_1+v_2	0	κ^0	0	0	κ^-
U_+^d	0	κ^0	κ^0	κ^+	0	0	π^+	0	v_2+v_3
U_-^d	0	$\bar{\kappa}^0$	$\bar{\kappa}^0$	0	κ^-	π^+	0	v_2+v_3	0
V_+^d	κ^+	0	κ^+	0	κ^0	0	v_1+v_3	0	π^+
V_-^d	κ^-	0	κ^-	$\bar{\kappa}^0$	0	v_1+v_3	0	π^-	0
	v_1	v_2	v_3	π^+	π^-	κ^+	κ^-	κ^0	$\bar{\kappa}^0$

3. Действительные векторы и зарядовое сопряжение

Подобно тому как векторные орты в обычном трехмерном пространстве можно выбрать вещественными (декартовыми) или комплексными (спиральными), так и f -векторные орты можно выбрать вещественными (группа SU_3 определяется восемью действительными параметрами) или «спиральными». Выбранные выше орты были «спиральными», как следует из их определения. Шесть ортов образуют комплексно сопряженные пары (орты v_i или π^0 и η действительны).

Можно ввести действительные орты. Мы назовем их $\pi_i, \kappa_i, \kappa_i^0$ ($i = 1, 2$) и определим следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \pi^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\pi_2 \pm i\pi_1), & \kappa^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\kappa_2^0 + i\kappa_1), \\ \kappa^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\kappa_2 \pm i\kappa_1), & \kappa^{\bar{0}} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\kappa_2^0 - i\kappa_1). \end{aligned}$$

Сами волновые функции частиц могут быть как действительными, так и комплексными векторами. Примером действительных векторов являются мезонные октеты.

Рассмотрим октет 0^- -мезонов (собственный момент количества движения, спин в обычном смысле слова, $J = 0$, четность $-$). Частицы описываются соответствующими одноименными спиральными ортами: π, κ (или K), η . Выделенность спиральных ортов связана с тем, что именно они являются собственными векторами заряда Z и гиперзаряда Y (при $Y = Z = 0$ мы имеем действительные орты π^0, η^0). В силу строгого сохранения электрического заряда мы всегда имеем дело с состояниями с определенным Z . Иная ситуация для гиперзаряда. При $Z = 0$ в ряде задач нам приходится рассматривать состояния с неопределенным Y , описываемые действительными ортами. Это состояния κ_1^0 и κ_2^0 , обладающие определенной зарядовой четностью.

Зарядовое сопряжение представляет собой операцию замены кварка на антикварк (отражение табл. II относительно диагонали). Из определения наших ортов видно, что при зарядовом сопряжении каждый из спиральных ортов преобразуется в комплексно-сопряженный. Действительные орты $\pi^0, \eta^0, \pi_2, \kappa_2, \kappa_2^0$ при этом не меняются, а $\pi_1, \kappa_1, \kappa_1^0$ — меняют знак²⁰.

Свойство 0^- -мезонного октета по отношению к зарядовому сопряжению совпадает со свойствами одноименных ортов. Мы будем условно называть его октетом положительной C_s -четности (будем обозначать $C_s = +1$). Под этим подразумевается, что для π^0, η, κ_2^0 величина $C = +1$, а для κ_1^0 $C = -1$.

В общем случае это не так. Волновая функция частицы может содержать, кроме соответствующего орта, еще множитель, обладающий определенным свойством по отношению к зарядовому сопряжению (так же как по отношению к другим преобразованиям, не входящим в SU_3). Важно, что этот множитель является инвариантом SU_3 , он один для всех членов октета. Примером октета с отрицательной C_s -четностью является октет 1^- -мезонов. Символы этих мезонов находятся в следующем соотношении с ортами:

$$\varrho \rightarrow \pi, \quad K^* \rightarrow \kappa, \quad \varphi \rightarrow \eta.$$

То, что $C_s = -1$, означает, что для ϱ^0, φ и K_2^{0*} величина $C = -1$, а для K_1^{0*} величина $C = +1$.

Волновые функции членов барионных октетов являются комплексными векторами. Инвариантный фактор при соответствующем орте в этом случае

сам является существенно комплексным. Он зависит от барионного числа, при зарядовом сопряжении последнее меняет знак. Октет барионов переходит в октет антибарионов. Комплексному вектору нельзя приписать квантовое число C_s . Реальный смысл имеют только спиральные орты.

Для барионного октета соотношение частиц и ортов таково:

$$\begin{aligned} \Sigma &\rightarrow \pi, & \Lambda &\rightarrow \eta, & p &\rightarrow \kappa^+, & \Xi^0 &\rightarrow \bar{\kappa}^0, \\ n &\rightarrow \kappa^0, & \Xi^- &\rightarrow \kappa^-. \end{aligned}$$

§ 6. УМЕРЕННОЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

1. Векторы возмущений

Важнейшие применения теории суперсимметрии адронов относятся не к соотношениям, имеющим место при строгом соблюдении свойств симметрии, а к закономерностям в нарушениях симметрии, связанных с возмущениями, обладающими меньшей симметрией. Если эти возмущения малы, то можно сохранить классификацию состояний по квантовым числам супермультиплетов, а возмущению приписать определенную f -тензорную структуру.

В § 2 и 3 изучалась изоструктура электромагнитного и умеренного взаимодействия. Было выяснено, что они могут быть выражены через изоскаляры и изовекторы. При аналогичных предположениях мы можем представить эти возмущения как компоненты f -тензорных операторов.

Для определения вида электромагнитной вершины можно исходить из того же «принципа минимального взаимодействия». Но результат будет зависеть от того, какую модель положить в основу, т. е. какие частицы выбрать в качестве фундаментальных.

Если это кварки, то их электрический заряд совпадает с Z . В результате сложения зарядов всех кварков с учетом их сильного взаимодействия (т. е. инвариантного s -взаимодействия) может возникнуть только такая же компонента некоторого вектора, так что

$$\Gamma^{(e)} = e v_1^1,$$

где v является f -вектором (и полярным 4-вектором).

Если это триплет типа Сакаты, для которого заряд равен $Z + \frac{1}{3}$, то вершина будет содержать дополнительно f -скаляр v^0 :

$$\Gamma^{(e)} = e (v^0 + v_1^1).$$

Ограничиваясь только преобразованиями t -группы или u -группы мы, очевидно, вернемся к прежним выражениям (§ 2,7, § 3,3). Действительно, относительно u -группы v_1^1 является скаляром, а относительно t -группы — суммой скаляра и 3-й компоненты вектора (ср. явные выражения для λ_k^j и D_k^j в § 3).

Чисто феноменологически выражение $\Gamma^{(e)} = e (v^0 + v_1^1)$ является общим выражением, имеющим нужную изоструктуру.

Умеренное взаимодействие является, наоборот, скаляром относительно t -группы и комбинацией скаляра и 3-й компоненты вектора относительно u -группы. Общее выражение для вершины $\Gamma^{(m)}$ будет

$$\Gamma^{(m)} = m_s^3,$$

где m — f -вектор. Скаляр сюда не входит. По определению, он относится к s -взаимодействию.

2. Ф о р м у л а м а с с Г е л л - М а н н а — О к у б о

Для рассмотрения вопроса о расщеплении энергетических уровней мультиплета, т. е. масс частиц, надо, очевидно, включить большее из двух возмущений, т. е. умеренное взаимодействие. (Тогда массы частиц внутри супермультиплета будут отличаться на величину, зависящую от T и Y .) При этом возникает несколько вопросов.

Первый — о масштабе энергии, который служил бы критерием малости возмущения. В § 3 уже упоминалось, что основанием для введения понятия умеренно-сильного взаимодействия может служить относительная малость разностей масс компонент барионного октета по сравнению с массой его центра тяжести (например, Λ -гиперона). Таким образом, масштабом энергии для нас будет служить, за отсутствием более строгих критериев, масса бариона 1 Гэв , и малость будет означать малость в сравнении с этой величиной.

При этом мы не обязаны требовать малости расщепления любого мультиплета в сравнении с центром тяжести данного мультиплета. В квантовой механике для применения теории возмущений требуется лишь малость расщепления в сравнении с расстоянием до следующего невозмущенного уровня (с подходящими квантовыми числами). Поэтому мы будем применять метод возмущений и к мезонным мультиплетам, для которых расщепление по абсолютной величине такое же, как для барионов, т. е. существенно большее по отношению к центру тяжести мультиплета.

В связи с этим небезразлично, к какой величине применять формулы расщепления теории возмущений — к массе M или ее квадрату M^2 . Фактически хорошие результаты получаются, если применить их к M^2 . В качестве оправдания этому можно привести тот аргумент, что все физические величины (амплитуды рассеяния) являются функциями от релятивистского инварианта $p^2 = M^2$ (квадрата 4-импульса), поэтому M^2 , а не M , является более естественной величиной²¹. За отсутствием более детального представления о механизме расщепления мы ограничимся этим соображением и будем писать формулу расщепления в виде $M^2 = M_0^2 + \delta M^2$. Если $\delta M^2 \ll M^2$, то это эквивалентно формуле $M = M_0 + \delta M$. Но в случае мезонов это не так.

Наконец, третий вопрос — о выражении δM^2 через оператор возмущения. В § 3 мы видели, что хотя естественная (т. е. полевая) картина должна была бы приводить к фейнмановской диаграмме рис. 3, т. е. к возмущению второго порядка, хорошие результаты дает формула первого порядка, отвечающая диаграмме рис. 4.

«Наглядную» картину такого возмущения можно себе представить на модели кварков. Пусть один из трех кварков, именно « Λ », отличается с самого начала от других. Его линии на фейнмановских диаграммах содержат «массовое взаимодействие» типа тех, которые вводятся в теории перенормировки массы (см. рис. 4). Совокупность диаграмм, содержащих различные сильные взаимодействия, в которые один раз вкраплен «крестик» (см. рис. 4) умеренного взаимодействия, и приводит к формуле расщепления первого порядка

$$\delta M^2 = \langle \Gamma^{(m)} \rangle = \langle m_3^3 \rangle,$$

где скобки означают среднее значение оператора.

После этих замечаний уже легко получить формулу расщепления^{16, 12}. Действительно, мы видели (см. § 4,6), что любой f -вектор (в смысле его диагональных элементов) выражается через два вектора, F и D . Поэтому

$$m_3^3 = c_1 F_3^3 + c_2 D_3^3.$$

Так как $F_3^3 = Y$, а выражение для D_3^3 через T и Y приведено в § 4,6, то

$$M^2 = c_0 + c_1 Y + c_2 \left[T(T+1) - \frac{Y^2}{4} \right].$$

В эту формулу хорошо укладываются массы частиц известных мультиплетов. Для барионного октета это дает соотношение

$$3\Lambda + \Sigma = 2(N + \Xi),$$

где символами частиц обозначены значения M^2 (или M).

Для мезонов замена Y на $-Y$ при данном T означает зарядовое сопряжение, при котором масса не меняется. Поэтому для мезонных октетов $c_1 = 0$. Для октета 0^- -мезонов получаем

$$\pi + 3\eta = 4K,$$

где под символами частиц следует подразумевать значения M^2 .

Для 1^- -мезонов это дает

$$\varphi = \frac{1}{3}(4K^* - \rho) = 0,86 \text{ Гэв}^2.$$

В действительности $\varphi = 1,040 \text{ Гэв}^2$. Расхождение можно приписать близости синглета $\omega = 0,613 \text{ Гэв}^2$, ухудшающего условия применимости теории возмущений.

Для декуплета T выражается через Y : $T = 1 + \frac{Y}{2}$. Поэтому формула масс принимает вид

$$M^2 = c_1 + c_2 Y.$$

Это и есть формула эквидистантности, полученная в § 3 для частного случая частиц с равными зарядами:

$$\Omega^- - \Xi^* = \Xi^* - \Sigma^* = \Sigma^* - \Delta.$$

3. Электромагнитное расщепление масс

В § 2 были получены формулы расщепления масс мультиплетов. Они основывались на свойствах электромагнитной вершины по отношению к t -группе. Теперь, используя свойства вершин электромагнитного и умеренного взаимодействий по отношению к f -группе

$$\Gamma^{(m)} = m_3^3, \quad \Gamma^{(e)} = e(v^0 + v_1^1),$$

мы сможем получить формулу, связывающую электромагнитные расщепления масс различных t -мультиплетов, входящих в один супермультиплет.

Рассмотрим взаимодействие в таком приближении, в котором результат действия обоих возмущений складывается. Реально это будет хорошим приближением, если электромагнитное взаимодействие учитывается в первом приближении (т. е. во втором порядке теории возмущений, а умеренное во втором или даже в третьем приближении). Тогда формула расщеплений будет суммой двух функций, каждая из которых зависит от двух (различных) переменных:

$$\delta M^2 = f^{(m)}(Y, T) + f^{(e)}(Z, U).$$

Составляя разности масс для частиц, входящих в один t - или u -мультиплет, мы получим требуемые соотношения, которые должны, таким образом, обладать высокой точностью.

Рассмотрим шесть частиц, образующих шестиугольник диаграммы рис. 6 (без внутренней точки). Они входят в три t -мультиплета (N , Σ , Ξ) и три u -мультиплета (B^+ , B^0 , B^-). Обозначая через m вклад умеренного взаимодействия, а e — электромагнитного, получим

$$\begin{aligned} p &= m_N + e_+, & \Sigma^+ &= m_\Sigma + e_+, & \Xi^0 &= m_\Xi + e_0, \\ n &= m_N + e_0, & \Sigma^- &= m_\Sigma + e_-, & \Xi^- &= m_\Xi + e_- \end{aligned}$$

(здесь символы частиц означают соответствующие массы, индексы при m соответствуют t -мультиплетам, а индексы при e u -мультиплетам), откуда ¹⁸

$$(p - n) - (\Sigma^+ - \Sigma^-) + (\Xi^0 - \Xi^-) = 0.$$

Для декуплета аналогичная формула имеет вид суммы двух функций от одной переменной

$$\delta M^2 = f^m(Y) + f^{(e)}(Z),$$

так как Y связано однозначно с T , а Z с U . Это приводит к ряду соотношений, например,

$$\begin{aligned} \Delta^0 - \Delta^+ + \Sigma^{+*} - \Sigma^{0*} &= 0, \\ \Delta^- - \Delta^0 + \Sigma^{0*} - \Sigma^{-*} &= 0. \end{aligned}$$

4. С л у ч а й к р а т н ы х т о ч е к

Все соотношения, полученные выше, основаны на том, что $\Gamma^{(m)}$ является t -скаляром, а $\Gamma^{(e)}$ u -скаляром (см. § 2 и 3). Группа SU_3 дает связь между свойствами относительно t - и u -групп; $\Gamma^{(m)}$ является комбинацией u -скаляра и компоненты u -вектора, а $\Gamma^{(e)}$ — скаляра и компоненты t -вектора. Соотношения представляют собой разности, взятые вдоль направлений $U = \text{const}$ или $T = \text{const}$ на диаграмме данного супермультиплета.

Кратные точки приводят к специфическим соотношениям, которые не могут быть разобраны в рамках только изогрупп. Рассмотрим u -триплет B^0 ($Z = 0$) в барионном октете ^{7, 8}. Соотношение для электромагнитных форм-факторов (пренебрегая m -взаимодействием) имеет вид

$$\langle \Gamma^{(e)} \rangle_u = \langle \Gamma^{(e)} \rangle_{\Xi^0} = \langle \Gamma^{(e)} \rangle_{\Sigma_u^0}.$$

Σ_u^0 не представляет собой реальную частицу ввиду того, что умеренно-сильное взаимодействие смешивает u -триплет Σ_u и u -синглет Λ_u . Реальная частица ближе к состоянию Σ_t , в котором пренебрегается только электромагнитными поправками. Поэтому надо использовать соотношение между u - и t -орбитами (см. § 5,2), т. е.

$$\Sigma_u^0 = \frac{1}{2} (\sqrt{3}\Lambda - \Sigma^0).$$

Таким образом,

$$\langle \Gamma^{(e)} \rangle_{\Sigma_u^0} \equiv \langle \Sigma_u^0 | \Gamma^{(e)} | \Sigma_u^0 \rangle = \frac{3}{4} \langle \Gamma^{(e)} \rangle_\Lambda + \frac{1}{4} \langle \Gamma^{(e)} \rangle_\Lambda - \frac{\sqrt{3}}{2} \langle \Lambda | \Gamma^{(e)} | \Sigma^0 \rangle.$$

Последний член представляет собой матричный элемент распада частицы Σ^0 в Λ с излучением фотона. (Все эти величины являются функциями импульса, переданного полю q ; реальному излучению отвечает, очевидно, определенное q ; кроме того, в написанной выше формуле

подразумевается действительность $\langle \Lambda | \Gamma^{(e)} | \Sigma^0 \rangle$. Из ортогональности состояний $|\Sigma_u^0\rangle$ и $|\Lambda_u\rangle$ следует

$$\langle \Lambda | \Gamma^{(e)} | \Sigma^0 \rangle = \frac{\sqrt{3}}{2} (\langle \Gamma^{(e)} \rangle_{\Sigma^0} - \langle \Gamma^{(e)} \rangle_{\Lambda}).$$

Реально распад $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma$ есть магнитный дипольный переход, поэтому входящие в правую часть этой формулы величины представляют собой магнитные форм-факторы. Так как q относительно невелико, можно считать, что соответствующие форм-факторы совпадают с магнитными моментами частиц.

Исключив из последних трех соотношений между форм-факторами $\langle \Gamma^{(e)} \rangle_{\Sigma_u^0}$ и $\langle \Lambda | \Gamma^{(e)} | \Sigma^0 \rangle$, получим

$$\langle \Gamma^{(e)} \rangle_n = \frac{3}{2} \langle \Gamma^{(e)} \rangle_{\Lambda} - \frac{1}{2} \langle \Gamma^{(e)} \rangle_{\Sigma^0}.$$

Эти соотношения дополняют те, которые были получены в § 2 и 3.

Они могут быть получены из общего выражения для $\Gamma^{(e)} = v^0 + v_1^1$. Так как $\langle v_1^1 \rangle$ сводится к комбинации F_1^1 и D_1^1 , то, используя явные выражения последних (§ 4,6) (причем для октета $\frac{F_1^2}{3} = 1$), получаем

$$\langle \Gamma^{(e)} \rangle = c_1 + c_2 Z + c_3 \left[1 + \frac{Z^2}{4} - U(U+1) \right].$$

Если $\Gamma^{(e)}$ не содержит скалярного члена (что соответствует модели кварков; ср. п. 3), то из последнего выражения следует еще одно существенное соотношение, которое может служить для экспериментального выяснения характера электромагнитного взаимодействия. Действительно, положим в этой формуле $c_1 = 0$ и применим ее к Λ_u ($Z = U = 0$) и ($Z = 0, U = 1$), т. е.

$$\langle \Gamma^{(e)} \rangle_{\Lambda_u} = c_3, \quad \langle \Gamma^{(e)} \rangle_n = \langle \Gamma^{(e)} \rangle_{\Sigma_u^0} = -c_3.$$

Далее, выразив $\langle \Gamma^{(e)} \rangle_{\Lambda_u}$ через $\langle \Gamma^{(e)} \rangle_{\Lambda}$ и $\langle \Gamma^{(e)} \rangle_{\Sigma^0}$ при помощи соотношения (§ 5,2)

$$\Lambda_u = -\frac{1}{2} (\sqrt{3} \Sigma^0 + \Lambda),$$

что даст

$$\langle \Gamma^{(e)} \rangle_{\Lambda_u} = \frac{1}{4} \langle \Gamma^{(e)} \rangle_{\Lambda} + \frac{3}{4} \langle \Gamma^{(e)} \rangle_{\Sigma^0} + \frac{\sqrt{3}}{2} \langle \Lambda | \Gamma^{(e)} | \Sigma^0 \rangle,$$

мы получим

$$\langle \Gamma^{(e)} \rangle_{\Lambda} = -\langle \Gamma^{(e)} \rangle_{\Sigma^0}.$$

Подставляя этот результат в предыдущее соотношение, получим ^{7, 8}

$$\langle \Gamma^{(e)} \rangle_n = 2 \langle \Gamma^{(e)} \rangle_{\Lambda}.$$

Используя соотношение между Σ_u^0 , Λ_u^0 и Σ_u^1 , Λ_u^1 и формулы электромагнитного расщепления масс, можно получить интересное соотношение, выражающее коэффициенты смешивания t -триплета и t -синглета в реальных частицах Λ и Σ^0 , которые мы приближенно рассматриваем как состояния с определенным t -спином. Эти коэффициенты выражаются через недиагональный элемент $\langle \Sigma^0 | e | \Lambda \rangle$ той же матрицы e , диагональные элементы которой $\langle e \rangle = f^e(Z, U)$ выражали электромагнитные поправки к массам.

Если $|\Sigma^0\rangle = |\Sigma_t^0\rangle + |\Lambda_t\rangle\gamma$, то

$$\gamma = \frac{\langle \Lambda_t | e | \Sigma_t^0 \rangle}{\Sigma^0 - \Lambda}$$

(в знаменателе символы частиц означают их массы).

Для определения этого матричного элемента будем пользоваться тем же методом и тем же приближением, что и в п. 3. Рассмотрим прежние выражения для масс $p = m_N + e_+$, $n = m_N + e_0$ и $\Sigma^+ = m_\Sigma + e_+$ и добавим к ним

$$\Sigma_t^0 = m_\Sigma + \langle \Sigma_t^0 | e | \Sigma_t^0 \rangle.$$

Для нахождения последнего матричного элемента воспользуемся диагональностью матрицы e относительно состояний с определенным u -спином:

$$e_0 = \langle \Sigma_u^0 | e | \Sigma_u^0 \rangle = \frac{3}{4} \langle \Lambda_t | e | \Lambda_t \rangle + \frac{1}{4} \langle \Sigma_t^0 | e | \Sigma_t^0 \rangle - \frac{\sqrt{3}}{2} \langle \Lambda_t | e | \Sigma_t^0 \rangle,$$

и соотношением

$$\langle \Lambda_t | e | \Sigma_t^0 \rangle = \frac{\sqrt{3}}{2} (\langle \Sigma_t^0 | e | \Sigma_t^0 \rangle - \langle \Lambda_t | e | \Lambda_t \rangle).$$

Исключая из этих соотношений $\langle \Lambda_t | e | \Lambda_t \rangle$, получим

$$\Sigma_t^0 = m_\Sigma + e_0 + \sqrt{3} \langle \Lambda | e | \Sigma^0 \rangle.$$

Теперь из четырех выражений для масс следует

$$\sqrt{3} \langle \Lambda_t | e | \Sigma_t^0 \rangle = p - n + \Sigma^0 - \Sigma^-.$$

§ 7. СЛАБОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

1. Параметр Кабиббо

В § 2,8 процессы слабого взаимодействия адронов обсуждались с точки зрения изогруппы. Это давало возможность рассмотреть только процессы без изменения странности. С точки зрения симметрии SU_3 оба типа процессов, $\Delta Y = 0$ и $\Delta Y \neq 0$, могут изучаться на равных правах.

Рассмотрим вновь вершину $\Gamma^{(w)}$, отвечающую лептонному распаду адрона с увеличением его заряда ($\Delta Z = 1$).

Обратимся к диаграмме кварков. На рис. 14 показаны два направления, отвечающие интересующим нас переходам. Это, во-первых, « n » \rightarrow « p », которое описывается одним из операторов t -спина T_+ . Им определяются распады без изменения странности ($\Delta Y = 0$), обсуждавшиеся в § 2,8. И, во-вторых, « Λ » \rightarrow « p », которое описывается одним из операторов v -спина V_+ . Им определяются распады с изменением странности ($\Delta Y = 1$).

Оба оператора, T_+ и V_+ , являются компонентами суперспина (генератора SU_3) λ , являющегося f -вектором:

$$T_+ = \lambda_1^2 = \lambda_1 + i\lambda_2, \quad V_+ = \lambda_1^3 = \lambda_4 + i\lambda_5$$

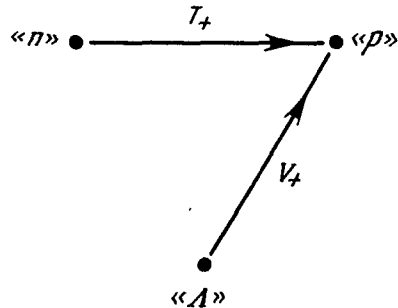


Рис. 14. Структура слабого взаимодействия.

На диаграмме кварков показаны два направления, отвечающие лептонным распадам: без изменения (T_+) и с изменением (V_+) странности.

(обозначения компонент см. § 4,1). Естественно принять, что вообще лептонные распады типа $\Delta Y = 1$ определяются такими же компонентами ($\mathbf{1}_1^2$ и $\mathbf{1}_1^3$) некоторого f -вектора. Если наглядно представить себе адроны составленными из кварков (или других частиц, образующих фундаментальный триплет), то в первом приближении ничего другого построить невозможно. Действительно, кроме однократного действия оператора λ_k^j имеют место только инвариантные сильные взаимодействия, не меняющие векторного характера вершины.

Тогда общее выражение для рассматриваемой вершины будет ^{23, 22}

$$\Gamma^{(w)} = \alpha R_1^2 + \beta R_1^3.$$

Так как CP -инвариантность требует действительности коэффициентов α и β , а общая нормировка вектора R пока произвольна, это выражение можно записать в виде

$$\Gamma^{(w)} = \cos \vartheta R_1^2 + \sin \vartheta R_1^3.$$

Будем называть ϑ параметром Кабиббо.

Формула для вершины лептонного распада в виде компонент f -вектора, содержащего параметр ϑ , представляет собой, может быть, наиболее интересное приложение гипотезы суперсимметрии (SU_3) адронов. Во-первых, как мы видели, для этой симметрии оба типа лептонных распадов $\Delta Y = 0$ и $\Delta Y \neq 0$ являются а priori равнозначными. При этом f -векторные свойства оператора R_1^3 таковы, что для распадов с изменением гиперзаряда следуют правила отбора

$$\Delta Y = \Delta Z, \quad \Delta T = \frac{1}{2},$$

подтвержденные опытом. Именно среди компонент векторного оператора группы SU_3 , оказывается, есть оператор $R_1^3 \sim V_+$, обладающий свойством спинора относительно t -группы (см. § 2,8).

Во-вторых, несмотря на априорную равноправность направлений « p » \rightarrow « r » и « Λ » \rightarrow « r », на диаграмме кварков мы видим, что общее выражение для $\Gamma^{(w)}$ содержит параметр ϑ . Это приводит к новой формулировке принципа универсальности слабого взаимодействия.

Выражение для $\Gamma^{(w)}$ можно интерпретировать следующим образом, сравнивая его с величинами, характеризующими другие взаимодействия. Сильное взаимодействие инвариантно относительно группы SU_3 , и поэтому определяемые им амплитуды являются скалярами. Все три взаимодействия, нарушающие эту симметрию, можно, оказывается, охарактеризовать своими «осями» — векторными ортами. Вершины умеренного и электромагнитного взаимодействий можно записать в виде (см. § 6,1 и § 5,2)

$$\Gamma^{(n)} = (m\mathbf{v}^{(n)}), \quad \Gamma^{(e)} = e\mathbf{v}^0 + e(\mathbf{v}\mathbf{v}^{(e)}),$$

где скобки содержат скалярные произведения f -векторов, причем

$$\mathbf{v}^{(n)} = \mathbf{v}_3, \quad \mathbf{v}^{(e)} = \mathbf{v}_1$$

(обозначение векторных ортов см. § 5,2, табл. II).

Вершину лептонного распада $\Gamma^{(w)}$ тоже можно записать в виде

$$\Gamma^{(w)} = (R\mathbf{v}^+),$$

где

$$\mathbf{v}^+ = \pi^+ \cos \vartheta + \kappa^+ \sin \vartheta$$

(π^+ , κ^+ — векторные орты, см. табл. II). Так как κ^+ и π^+ образуют u -дублет (для κ^+ «спин по оси U_3 », для π^+ — «противоположно оси U_3 »),

то выражение для ν^+ выражает преобразование поворота в пространстве u -спина ($\nu^+ = e^{iaU_2}\kappa^+$, $\alpha = 2\vartheta - \pi$, т. е. поворот оси U_3 на угол α ; рис. 15).

Другими словами, ν^+ представляет собой суперпозицию ортов с одинаковым значением Z ($Z=1$) и различными значениями U_3 (т. е. $Y=1; 0$). Смысл этого прост. Лептоны уносят определенный заряд, а полный заряд сохраняется, поэтому ν^+ имеет определенное Z . Но гиперзаряд не сохраняется, и слабое взаимодействие «не знает» этого квантового числа. Поэтому нет никаких оснований для того, чтобы ν^+ совпадало с π^+ (это соответствовало бы значению $\vartheta = 0$ и запрещало распады с изменением странности) или с κ^+ (это соответствовало бы значению $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ и запрещало распады без изменения странности), или с биссектрисой этих направлений ($\cos \vartheta = \sin \vartheta$).

Последнее означало бы равновероятность двух типов лептонных распадов ($\Delta Y = 0$ и $\Delta Y = 1$). Эта равновероятность принималась ранее как формулировка универсальности слабого взаимодействия. Мы видим, однако, что такое требование означало бы требование инвариантности слабого взаимодействия относительно u -группы (независимость $\Gamma^{(u)}$ от U_3 , т. е. от Y), для которого нет оснований.

Обратимся вновь к диаграмме кварков. Для сильных (собственно сильных) взаимодействий нет разницы между «р», «п», «Л». В вершины треугольника можно поставить любые их ортонормированные суперпозиции «р'», «п'», «Л'». Выбор оси Z диктуется законом сохранения заряда. При этом из трех частиц частица «р» оказывается выделенной. Выбор остальных двух вершин треугольника еще произволен. Он определяется тем, какие возмущения мы собираемся включить. Если включается умеренное взаимодействие, то появляется квантовое число Y (или $U_3 = Y - \frac{Z}{2}$), тогда в вершинах треугольника оказываются «п» и «Л». Но если включается слабое взаимодействие (при выключенном умеренном), оно выделяет свои оси (U'_3 или Y') и свои суперпозиции из «п» и «Л» — «п'» и «Л'», отличающиеся тем, что «п'» распадается, а «Л'» устойчиво:

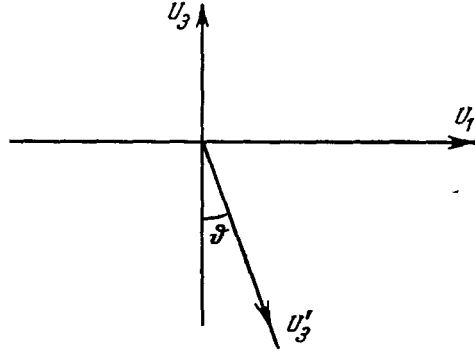


Рис. 15. Параметр Кабиббо в плоскости вектора u -спина.

U_3 — ось, диктуемая сильным взаимодействием;
 U'_3 — ось, определяющая слабое взаимодействие.

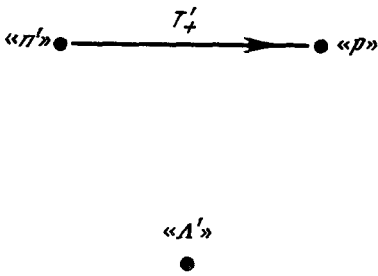


Рис. 16. Структура слабого взаимодействия.

После поворота осей остается одно направление (изооператор T'_+).

делает свои оси (U'_3 или Y') и свои суперпозиции из «п» и «Л» — «п'» и «Л'», отличающиеся тем, что «п'» распадается, а «Л'» устойчиво:

$$\langle n' \rangle = \cos \vartheta \langle n \rangle + \sin \vartheta \langle \Lambda \rangle,$$

$$\nu^+ = \langle n' \rangle^* \langle p \rangle.$$

Диаграмма кварков для лептонного распада приобретает вид, изображенный на рис. 16. Направление «п'» → «р» определяет лептонный распад, ему отвечает оператор $T'_+ = (\lambda \nu^+)$.

2. Лептонные распады

Рассмотрим некоторые следствия из общего выражения для вершины лептонного распада $\Gamma^{(w)}$ ²³.

Простейшим процессом лептонного распада является распад мезона на два лептона. Амплитуда распада сводится к матричному элементу $\Gamma^{(w)}$ перехода мезона в вакуум. Сравним распады $K^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}$ и $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}$. Для первого $\Delta T = 1/2$, $\Delta Y = 1$, и он определяется оператором R_1^3 . Для второго $\Delta T = 1$, $\Delta Y = 0$; он определяется оператором R_1^2 . Так как оба мезона принадлежат к одному октету, то

$$\langle 0 | R_1^3 | K^- \rangle = \langle 0 | R_1^2 | \pi^- \rangle.$$

Таким образом, отношение амплитуд

$$\frac{\langle 0 | \Gamma^{(w)} | K^- \rangle}{\langle 0 | \Gamma^{(w)} | \pi^- \rangle} = \text{tg } \vartheta.$$

Мы видим, что измерение вероятностей распадов $K_{\mu 2}$ и $\pi_{\mu 2}$ позволяет непосредственно определить ϑ . Из этих данных $\vartheta \approx 0,26$.

До сих пор мы не интересовались пространственно-временными (в смысле группы Лоренца) свойствами величины R . Для распадов с сохранением странности хорошо установлено, что $\Gamma^{(w)}$ состоит из двух членов: полярно-векторного и аксиально-векторного. Это свойство теперь должно распространиться и на распады с изменением странности, так что R должен иметь вид

$$R = g(v + a),$$

где v — полярный 4-вектор, a — аксиальный 4-вектор и оба являются f -векторами. Соответствующие компоненты этих f -векторов образуют изовекторы, рассматривавшиеся в § 2,8, причем

$$g_\beta = g \cos \vartheta.$$

Изовектор v , входивший в вершину лептонного распада с сохранением странности, как отмечалось в § 2,8, совпадает с изовектором, определяющим электромагнитную вершину. Поэтому и введенный выше f -вектор v должен совпадать с тем, который был введен в § 6,1 в выражение для электромагнитной вершины.

Большинство известных процессов лептонных распадов являются процессами превращения одного адрона, входящего в супероктет, в другой, входящий в тот же октет. При этом величины v и a , которые, вообще говоря, являются функциями переданного лептоном импульса q , следует считать постоянными, соответствующими их значениям при $q = 0$. Но тогда (в системе покоя распадающейся частицы) полярный 4-вектор v может иметь только временную составляющую v_0 , а аксиальный 4-вектор a — только пространственную составляющую a , пропорциональную оператору собственного момента J .

Можно определить v_0 сравнением с электромагнитной вершиной. Поскольку мы рассматриваем переходы внутри данного октета, то v , как и любой f -вектор, можно выразить в виде (см. § 3,6)

$$v = c_1 F + c_2 D.$$

Для электромагнитной вершины это дает

$$\Gamma^{(e)} = e v_1^1 = e(c_1 Z + c_2 Z^d).$$

Но при $g = 0$ электромагнитная вершина (точнее, ее временная компонента) совпадает с электрическим зарядом eZ . Следовательно,

$$c_1 = 1, \quad c_2 = 0.$$

Таким образом, временная составляющая вершины $\Gamma^{(w)}$ равна

$$\Gamma_0^{(w)} = g (\cos \vartheta T_+ + \sin \vartheta V_+).$$

Это выражение определяет β -распады π - и K -мезонов (переходы без изменения четности частиц с нулевым собственным моментом $J = 0$):

$$\begin{aligned} \langle \pi^0 | \Gamma^{(w)} | \pi^- \rangle &= g \cos \vartheta \langle \pi^0 | T_+ | \pi^- \rangle = \sqrt{2} g \cos \vartheta, \\ \langle \pi^0 | \Gamma^{(w)} | K^- \rangle &= g \sin \vartheta \langle \pi^0 | V_+ | K^- \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} g \sin \vartheta \end{aligned}$$

(матричные элементы можно найти из табл. III, а, используя соотношения $\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\nu_1 - \nu_2)$).

Первый из этих распадов был использован для экспериментальной проверки основной гипотезы о тождестве изовекторов β -распадной и электромагнитной вершин. Мы видим, что отношение вероятностей этих двух распадов определяется только значением параметра Кабиббо. Существующие опытные данные согласуются с проведенным выше значением ϑ .

Значение постоянной g находится из сравнения лептонных распадов адронов с лептонным распадом лептона (мюона). По определению, для вершины распада мюона (лишенного сильных взаимодействий)

$$\Gamma^{(\mu)} = g.$$

В этом состоит формулировка гипотезы универсального слабого взаимодействия. Появление в соотношении между $\Gamma^{(\mu)}$ и $\Gamma^{(w)}$ параметра Кабиббо показывает, что универсальность не означает обязательно совпадения постоянных μ - и β -распадов. (Последняя, как известно, наиболее точно определяется из распада ядра O^{14} .) Приведенное выше значение ϑ приводит к расхождению этих двух постоянных приблизительно на 2%. Такое отличие действительно существует, но трудно сказать, чему его следует приписать, ввиду неопределенности радиационных поправок для адронов.

Для аксиального вектора \mathbf{a} мы можем написать общее выражение в виде

$$\mathbf{a} = \mathbf{J} (\alpha \mathbf{D} + \beta \mathbf{F}).$$

Соответственно пространственная составляющая вершины равна

$$\Gamma^{(w)} = g \mathbf{J} \{ \alpha \mathbf{T}_+^d + \beta \mathbf{T}_+ \} \cos \vartheta + (\alpha \mathbf{V}_+^d + \beta \mathbf{V}_+) \sin \vartheta.$$

Обе входящие сюда постоянные можно найти, исследуя β -распады барионов без изменения странности. Для β -распада нейтрона (согласно табл. III, причем $n \rightarrow \kappa^0$, $p \rightarrow \kappa^+$)

$$\langle p | \Gamma^{(w)} | n \rangle = g \cos \vartheta [\beta \langle p | \mathbf{J} \mathbf{T}_+ | n \rangle + \alpha \langle p | \mathbf{J} \mathbf{T}_+^d | n \rangle] = g \cos \vartheta (\alpha + \beta) \langle \mathbf{J} \rangle,$$

где $\langle \mathbf{J} \rangle$ — величина, зависящая от поляризации частиц. Из опытных данных следует, что $\alpha + \beta = 1,15$.

Для распада $\Sigma^- \rightarrow \Lambda$ (см. табл. III, $\Sigma^- \rightarrow \pi^-$, $\Lambda \rightarrow \frac{1}{\sqrt{6}} (\nu_1 + \nu_2 - 2\nu_3)$)

$$\langle \Lambda | \mathbf{T}_+ | \Sigma^- \rangle = 0, \quad \langle \Lambda | \mathbf{T}_+^d | \Sigma^- \rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}, \quad \langle \Lambda | \Gamma^{(w)} | \Sigma^- \rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} g \cos \vartheta \alpha \langle \mathbf{J} \rangle.$$

Из опытных данных следует, что $\alpha \simeq 0,7$.

Большое количество других распадов можно проанализировать на основе выражений для вершин с уже известными постоянными. Малость величины $\sin^2 \theta$ дает естественное объяснение малой вероятности β -распада гиперонов (с изменением странности) в сравнении с обыкновенными β -распадами.

3. Нелептонные распады и слабые ядерные силы

В § 2,8 уже упоминалось, что существуют два типа процессов слабого взаимодействия, происходящих без участия лептонов и, следовательно, с сохранением заряда адронов ($\Delta Z = 0$). Это нелептонные распады ($\Delta Y \neq 0$) и процессы, вызываемые слабыми ядерными силами, не сохраняющими четность. Оба эти типа процессов по своему характеру существенно отличаются от лептонных. Для лептонных распадов наличие части системы, лишенной сильных взаимодействий, сводило матрицу рассеяния к вершинному оператору. Этого нельзя сделать для процессов, происходящих без испускания лептонов. Поэтому, строго говоря, из свойств лептонных распадов нельзя получить количественных следствий для процессов с $\Delta Z = 0$.

Это относится и к f -тензорному характеру матрицы рассеяния, определяющей эти процессы. Естественно, однако, считать, что матрица рассеяния (ср. § 2,8) содержит как бы произведение двух вершин («распадающихся» и «испускаемых» адронов). Тогда ее свойства преобразования выражаются произведением двух вершин $\Gamma^{(w)}\Gamma^{(w)+}$. Только в этой ограниченной форме можно применить принцип универсальности слабого взаимодействия к процессам без участия лептонов.

Для нелептонных распадов известны два эмпирических правила: $\Delta Y = 1$, $\Delta T = 1/2$, т. е. такие же, как и для лептонных распадов с изменением странности. Очевидно, что оба правила будут выполняться, если рассматриваемая матрица рассеяния (так же как и вершина лептонных распадов) является компонентой супервектора. Но это не является следствием принципа универсальности в данной выше формулировке, так как произведение двух f -векторов содержит, в частности, тензор $[\frac{3}{2}]$ и соответствующий оператор будет разрешать переходы $\Delta Y = 2$ и $\Delta T = 3/2$. Таким образом, требуются дальнейшие гипотезы, сводящиеся, например, к тому, что свойства сильных взаимодействий специально усиливают f -векторную часть матрицы рассеяния ²⁴.

Так или иначе, мы примем, что матрица рассеяния процессов слабого взаимодействия без участия лептонов определяется некоторым f -векторным оператором. Обозначим его через $S^{(h)}$.

$S^{(h)}$ должен состоять из двух слагаемых, отличающихся свойствами пространственной инверсии. Одно из них должно быть 4-скаляром, а другое — 4-псевдоскаляром. Первое отвечает процессам с сохранением P -четности, второе — с несохранением P -четности. Так как должна сохраняться CP -четность, первый член должен быть C -четным, а второй C -нечетным. Но, как было показано в § 5,3, компоненты f -вектора обладают различной C -четностью, а именно для компонент, отвечающих проекциям на орты $\nu_i, \kappa_2, \kappa_2^0$ (т. е. для компонент $S_i^{(h)}$, $i = 1, 3, 4, 6, 8$), $C = C_s$, для проекций на орты $\pi_1, \kappa_1, \kappa_1^0$ ($i = 2, 5, 7$) $C = -C_s$, где $C_s = \pm 1$ — единое число для всего f -вектора.

Выясним, какие компоненты $S^{(h)}$ могут входить в амплитуды процессов слабого взаимодействия. Рассмотрим сначала слабые ядерные силы. Так как для соответствующих процессов сохраняются как Z , так и Y , то матрица рассеяния содержит только компоненты $S^{(h)}$, коммути-

рующие с $Z = F_1^1$ и $Y = F_3^3$, т. е. $S^{(h)1}$ и $S^{(h)3}$ или в других обозначениях $S_3^{(h)}$ и $S_8^{(h)}$.

Если мы считаем, что эти компоненты удовлетворяют требованию сохранения CP -четности, то тем самым мы должны принять, что f -вектор $S^{(h)}$ не имеет проекций на орты $\pi_1, \kappa_1, \kappa_1^0$ ($S_i^{(h)} = 0$ при $i = 2, 5, 7$). Относительно t -группы первая является компонентой изовектора, а вторая изоскаляром. Отсюда следует правило отбора $\Delta T = 0, 1$.

Замечательно, что правило отбора становится более жестким, если принять, что вектор $S^{(h)}$ является произведением двух векторов вершин ²⁵. Пусть $S_\beta^{(h)\alpha} = R_\alpha^\alpha R_\beta^\alpha - \frac{1}{3} \delta_\beta^\alpha R^2$, где R — вектор, имеющий компоненты $R_3^1 \sim \sin \vartheta$ и $R_1^2 \sim \cos \vartheta$, а ϑ — параметр Кабиббо (остальные $R_\beta^\alpha = 0$). Тогда

$$S_1^{(h)1} = \frac{1}{3}, \quad S_3^{(h)3} = \sin^2 \vartheta - \frac{1}{3}, \quad S_3^{(h)} = \frac{1}{2} \sin^2 \vartheta.$$

Ввиду малости $\sin^2 \vartheta$ имеет место неравенство $S_3^{(h)} \ll S_8^{(h)}$. Таким образом, главной оказывается изосинглетная компонента и $\Delta T = 0$. Таким образом, экспериментальное исследование правила отбора в слабых ядерных силах приобретает особый интерес для всей теории слабого взаимодействия.

4. θ -р а с п а д

Обратимся теперь к нелептонным распадам. В таких процессах Z сохраняется, а Y меняется. Это значит, что соответствующие компоненты вектора $S^{(h)}$ являются недиагональными и коммутируют с $Z = F_1^1$. Так как с Z коммутируют операторы u -спина и $U_1 = F_6$ и $U_2 = F_7$ (направления, не меняющие Z на диаграмме кварков: « n » $\xrightarrow{\quad}$ « Λ »), нелептонные процессы могут определяться компонентами $S_8^{(h)}$ и $S_7^{(h)}$. Но последняя, как мы видели, исключается требованием сохранения CP -четности.

Таким образом, нелептонные распады определяются ортом κ_2^0 (компонента $S_8^{(h)}$) ²⁰.

Если представлять себе вектор $S^{(h)}$ как произведение двух векторов вершин $S^{(h)} \sim RR^+$, то можно воспользоваться тем преобразованием поворота в пространстве u -спина (см. п. 1), которое переводит v^+ в π^{+} , т. е. $\Gamma^{(w)} \sim T_+^+$. Тогда $S^{(h)}$ будет содержать компоненту t' -вектора T_3^+ , или t' -скаляр. Это означает, если обратиться к диаграмме рис. 16, что в нелептонных процессах нет превращения одной частицы в другую (причем « Λ » вовсе не участвует в слабом взаимодействии (ср. п. 1).

Амплитуда нелептонного распада должна представлять собой, таким образом, изоскаляр, или третью компоненту изовектора относительно преобразованных состояний. Рассмотрим распад $K_1^0 \rightarrow 2\pi$ (θ -распад) ²⁰. Этот процесс происходит с изменением P и изменением C ($C_{K_1^0} = -1$). Закон сохранения CP -четности разрешает этот распад и запрещает распад $K_2^0 \rightarrow 2\pi$ (так как $C_{K_2^0} = +1$). Но все составленные из трех мезонов t' -скаляры типа $(K'K)$ η' , $(K'\sigma_i K')$ π_i , а также t' -векторы типа $(\bar{K}'\sigma_3 K')$ η' и т. д. являются C -четными. Таким образом, θ -распад оказывается запрещенным свойствами симметрии сильного взаимодействия.

То, что наблюдающийся θ -распад должен рассматриваться как запрещенный, имеет существенное значение при сравнении вероятностей этого распада с распадом $K^+ \rightarrow 2\pi$. Последний запрещен правилом $\Delta T = 1/2$, поэтому естественно считать, что вероятность содержит малый

коэффициент $(1/317)^2$ (за счет электромагнитного взаимодействия). Между тем экспериментально отношение этих двух распадов составляет 700. Если вероятность распада $K_1^0 \rightarrow 2\pi$ сама содержит малый коэффициент $((1/5)^2)$, то получается как раз нужная величина.

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Теория симметрии адронов, основанная на группе SU_3 , содержит довольно много результатов: во-первых, классификацию частиц по супермультиплетам и формулы для их расщепления, во-вторых, свойства электромагнитных и слабых взаимодействий. (Менее определенны пока результаты, относящиеся к сильным взаимодействиям.)

Предсказанные теорией соотношения оправдываются с той степенью точности, на которую может претендовать теория. Для ряда соотношений, например между магнитными моментами, вероятностями распадов, существующая точность экспериментов еще недостаточна. Несомненно, предсказания теории будут стимулировать соответствующие опыты.

Все сравнения с опытом пока относятся к поправкам первого порядка по умеренному взаимодействию. Так как соответствующий параметр разложения не очень мал ($\sim 1/5$), а физическая картина этого взаимодействия недостаточно ясна, существующее согласие не дает пока достаточного ощущения уверенности. Поэтому особое значение будут иметь эффекты, в которых можно будет проверить предсказания теории с большей точностью. Здесь особое значение имеет результат ²⁵, относящийся к лептонным распадам с изменением странности, вызванным полярно-векторным взаимодействием. В § 7,2 было показано, что такие взаимодействия описываются тем же f -вектором, что и электромагнитные взаимодействия. Это свойство сохраняется не только в нулевом, но и в первом приближении по умеренному взаимодействию. Отклонение должно быть, следовательно, уже порядка $(1/5)^2$.

Большое значение, конечно, будут иметь дальнейшие эксперименты по изучению спектра элементарных частиц. В настоящее время известны частицы, классификация которых по супермультиплетам еще неясна.

Если внимательно посмотреть на таблицу элементарных частиц в области установленных супермультиплетов, то обращает на себя внимание тот факт, что два октета мезонов и два супермультиплета барионов (октет и декуплет) не очень отделены друг от друга, а интервалы внутри них приближительно одинаковы. Так, например, $\rho - \pi \approx K^* - K$ (символы означают квадраты масс) и $\Xi - \Sigma \approx \Xi^* - \Sigma^*$.

Это приводит к идее о возможном расширении группы симметрии с включением в нее группы собственного момента (спина) частицы. Развитие этой идеи ²⁶ приводит к ряду интересных результатов. При этом мы уже имеем дело с группой SU_6 , включающей в себя SU_3 и SU_2 (пространства вращения, связанные с преобразованием собственного момента). Подобная симметрия SU_4 , комбинирующая изогруппу SU_2 с группой собственного момента SU_2 , рассматривалась в свое время Вигнером ²⁷ для описания свойств легких ядер. Для группы SU_6 вектором является величина ψ_β^α ($\alpha, \beta = 1, 2, \dots, 6, \psi_\alpha^\alpha = 0$), имеющая 35 компонент. Если считать, что в нулевом приближении все они равноправны, а в первом приближении расщепляются на супермультиплеты SU_3 с определенным J , то это разбиение будет следующим:

$$35 = 8 \times 1 + 8 \times 3 + 1 \times 3,$$

где каждое слагаемое означает $N(2J + 1)$ (N — число частиц в супермультиплете SU_3). Таким образом, мы имеем 0⁻-октет, 1⁻-октет и 1⁻-

синглет (все с одинаковой четностью). Весьма замечательно, что эта высокая симметрия предсказывает, кроме 1^- -супероктета, еще 1^- -суперсинглет, т. е. два изосинглета 1^- (ϕ и ω), массы которых близки, так что реальные частицы ϕ и ω являются суперпозициями частиц супероктета и суперсинглета, причем теория позволяет найти коэффициенты этой суперпозиции. Отметим, что 0^- -мезоны по-прежнему образуют лишь октет (найденный в настоящее время 0^- -мезон (суперсинглет) имеет массу (960 Мэв), отстоящую далеко от центра октета).

Для барионов простейшей величиной, преобразующейся по SU_6 , является величина $\psi^{\alpha\beta\gamma}$ ($\alpha, \beta, \gamma = 1, 2, \dots, 6$), симметричная по всем индексам. Она имеет 56 компонент и разбивается так:

$$56 = 10 \times 4 + 8 \times 2,$$

т. е. $3/2$ -декуплет и $1/2$ -октет,— как раз два известных супермультиплет-барионов.

Теория группы SU_6 позволяет получить те соотношения масс, которые были приведены выше. Мы ограничимся только этими замечаниями относительно этого многообещающего, но не единственного направления обобщения симметрии адронов. Пока остается неясным, можно ли согласовать такую симметрию с требованием релятивистской инвариантности.

Особенностью новых типов симметрии является то, что они в действительности существенно нарушаются реальными взаимодействиями. Мы пытаемся восстановить «первичную» симметрию, не понимая точно, что эта первичность означает. Поэтому возможны, а может быть, и неизбежны некоторые иллюзии.

При малой точности своих результатов теории симметрии не хватает должной ясности основ. Все было бы понятно, если бы существовали кварки. Тогда развиваемые теории были бы подобием теории оболочек в ядрах. Но кварков пока нет и очень уж странным представляется возможность существования таких частиц. Ведь они стабильны и тем не менее никогда не встречались нам в составе обычного вещества.

Если существуют суперзаряженные частицы, то схема симметрий должна быть соответственно обобщена. Соответствующая более высокая симметрия пока еще не проявилась.

Можно сказать, что теория симметрии, основанная на группе SU_3 и ее обобщениях, приведет к пониманию новых нетривиальных сторон структуры элементарных частиц.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Е. Вигнер, УФН 83, 725 (1964).
2. Л. Б. Окунь, Proc. 1962 Int. Conf. High Energy Phys.
3. R. E. Marshak, S. Okubo, E. C. G. Sudarshan, Phys. Rev. 109, 984 (1958).
4. L. A. Radicati, Phys. Rev. 87, 521 (1952).
5. S. Weinberg, S. B. Treiman, Phys. Rev. 116, 465 (1959).
6. C. A. Levinson, H. J. Lipkin, S. Meshkov, Nuovo cimento 23, 236 (1962), Phys. Letts. 1, 44 (1962).
7. N. Cabibbo, R. Gatto, Nuovo cimento 21, 872 (1961).
8. S. Coleman, S. L. Glashow, Phys. Rev. Letts. 6, 423 (1961).
9. S. Rosen, Phys. Rev. Letts. 14, 100 (1963); R. J. Oakes, Phys. Rev. 132, 2349 (1963).
10. S. Okubo, Препринт UR, 875—26; А. И. Ахизер, М. П. Рекало, ЖЭТФ 47, 1169 (1964).
11. M. Gell-Mann, Phys. Letts. 8, 214 (1964); G. Zweig, Препринт CERN (1964).
12. S. Okubo, Progr. Theor. Phys. 27, 949 (1962).

13. M. A. Rashid, J. J. Yamanaoka, Phys. Rev. **131**, 2797 (1963); В. В. Су-
даков, Труды Нор-Амбердской школы, Изд-во АН Арм. ССР, 1964, стр. 117.
14. В. Б. Мандельцевейг, ЖЭТФ **47**, 1836 (1964); Л. Б. Окунь, Препринт
ИТЭФ № 275 (1964).
15. Y. Nara, Phys. Rev. **134**, B701 (1964); S. Okubo, C. Ryan, R. Marshak,
Препринт UR 875—37; Л. Б. Окунь, Препринт ИТЭФ, № 277 (1964).
16. M. Gell-Mann, Препринт CTSL-20 (1961) (см. перевод в сб. «Элементарные
частицы и компенсирующие поля», М., Изд-во «Мир», 1964, стр. 117).
17. Y. Neeman, Nucl. Phys. **26**, 222 (1961) (см. перевод в сб.¹⁶, стр. 176).
18. P. Tarjane, V. L. Teplitz, Phys. Rev. Letts. **11**, 447 (1963). Z. Maki,
Progr. Theor. Phys. **31**, 331 (1964).
19. В. В. Владимирский, Препринт ИТЭФ-262 (1964); D. Amati, H. Bary,
J. Nuits, J. Prentki, Препринт CERN, 9076 (1964).
20. N. Cabibbo, Phys. Rev. Letts. **12**, 62 (1964); M. Gell-Mann, Phys. Rev.
Letts. **12**, 155 (1964).
21. S. Okubo, Препринт UR (1964).
22. M. Gell-Mann, M. Levy, Nuovo cimento **16**, 705 (1960).
23. N. Cabibbo, Phys. Rev. Letts. **10**, 531 (1963).
24. R. F. Dashen, S. C. Frautschi, M. Gell-Mann, Y. Nara, Препринт
CALT-68—2 (1964).
25. M. Ademollo, R. Gatto, Phys. Rev. Letts. **13**, 264 (1964).
26. F. Gürsey, L. A. Radicati, Phys. Rev. Letts. **13**, 173 (1964); A. Pais,
Phys. Rev. Letts. **13**, 175 (1964); B. Sakita, Phys. Rev. **136**, B1756 (1964).
27. E. P. Wigner, Phys. Rev. **51**, 106 (1937).
Обзоры и монографии: J. J. de Swart, Октетная модель элементарных частиц,
Revs. Mod. Phys. **35**, 916 (1963) (см. перевод: УФН **84**, 651 (1964)); Я. А. Смородин-
ский, Унитарная симметрия элементарных частиц, УФН **84**, 1 (1964); Л. Б. Окунь,
Слабое взаимодействие и унитарная симметрия, Препринт ИТЭФ, № 287 (1964);
Л. Б. Окунь, Слабое взаимодействие элементарных частиц, М., Физматгиз, 1963.