

МАРТЕНСИТНЫЕ ПРЕВРАЩЕНИЯ*)

Б. А. Билби и И. В. Христиан

I. ВВЕДЕНИЕ

Название «мартенсит» первоначально было дано продукту закалки стали, но в последние годы распространено на аналогичные превращения в других сплавах. Трояно и Гренингер¹, рассмотрев характерные особенности мартенситных превращений, известных к 1946 г., показали, что они существенно отличаются от обычных превращений, идущих путем образования зародышей и их роста. Однако совокупность этих особенностей в настоящее время уже не является удовлетворительной основой для подразделения фазовых превращений в твердом состоянии на две группы, так как последние работы Курдюмова и других исследователей показали, что некоторые из этих особенностей в отдельных случаях отсутствуют. Назрела необходимость в более точном определении мартенситной реакции и в связи с этим подход авторов настоящей работы будет несколько отличаться от подхода авторов более ранних отлично выполненных обзоров^{2-5**}.)

По-видимому, в настоящее время наиболее надежным экспериментальным признаком мартенситного характера превращения может служить изменение формы претерпевших превращение участков, проявляющееся на плоской поверхности в виде рельефа. Это изменение формы означает, что образование мартенсита внутри исходной фазы приводит к возникновению энергии деформации, препятствующей превращению. Если бы в процессе превращения был возможен обмен атомов местами, то большая часть этой энергии деформации исчезала бы. Превращение, сопровождающееся изменением формы и связанное с возникновением избыточной энергии, по-видимому, возможно только потому, что существует не требующий атомной диффузии механизм легкого роста, который приводит к быстрому образованию новой фазы с меньшей свободной энергией.

Так как в процессе роста диффузия не имеет места, то, естественно, продукт превращения должен иметь тот же состав, что и исходная фаза. Однако имеются некоторые превращения, например образование бейнита в сталях, при которых изменение формы превращающихся участков сопровождается изменением их состава. Ко и Котрелл⁶ выдвинули предположение, что изменение структуры при этом имеет мартенситный характер и рост становится возможен только благодаря тому, что разность свободных энергий увеличивается за счет диффузии в районе, окружающем растущую пластину. Таким образом, такие превращения протекают со скоро-

*) B. A. Billby, J. W. Christian, Martensitic Transformations. The Mechanism of Phase Transformations in Metals, The Institute of Metals, London, 1956, стр. 121-172. Перевод и редакция А. Л. Ройтбурда и Э. И. Эстрина.

**) См. также работы ¹⁶⁷⁻¹⁶⁹, вышедшие в свет после опубликования настоящей работы. (A.P., ЭЭ)

стью, контролируемой скоростью диффузии; они являются «потенциалом» мартенситными превращениями, обладающими недостаточной движущей силой. Бейнитные превращения, поскольку они сопровождаются изменением формы превращающихся участков, формально могут быть отнесены к предмету данной статьи, однако далее они рассматриваться не будут.

Несмотря на то, что появление рельефа на поверхности является достаточным признаком для установления класса фазовых превращений, желательно дать более строгое определение, основанное на данных об атомной перестройке решетки. Такое определение неизбежно будет более умозрительным, чем приведенная выше экспериментальная классификация, так как относительные ориентировки двух структур известны, между тем как о характере действительных атомных перемещений могут быть лишь высказаны предположения. Появление рельефа означает, что эти перемещения имеют закономерный и согласованный характер, и это подтверждается тем, что в случае образования рельефа упорядоченные фазы остаются упорядоченными⁷. Если отсутствует диффузия, то нет и обмена атомов местами. Но отсюда не следует, что соседство всех атомов во время превращения остается неизменным, хотя бы потому, например, что может иметь место деформация конечной фазы путем скольжения. Рассмотрим атомные перемещения в процессе перестройки решетки в элементарном объеме. Ряд последовательных перемещений узлов пространственной решетки приводит к образованию другой пространственной решетки при условии, что эти перемещения в целом эквивалентны однородной деформации. Следовательно, структурное превращение, сопровождающееся такой деформацией, возможно в том случае, если некоторая элементарная ячейка исходной структуры однородно деформируется в элементарную ячейку конечной структуры. Завершение превращения может происходить путем последующего неоднородного перемещения, или «перетасовывания», атомов внутри этой ячейки.

Установлено, что при образовании мартенситной пластины изменение формы претерпевших превращение участков макроскопически однородно. Однако деформация однородна только при сопоставлении достаточно больших областей кристаллической решетки исходной и конечной структур. Хотя описание превращения на основе представления об однородной деформации с формальной точки зрения может быть и правильно, возможности такого подхода ограничены, так как в общем случае действительные атомные перемещения не определяются в полной мере одной только однородной деформацией кристаллической решетки. Более уловительная физическая картина получается, если деформация решетки считается однородной только в пределах малых участков одной пластины, причем сочетание этой деформации с деформацией других участков решетки обусловливает наблюдаемое изменение формы. Превращение в этом случае сопровождается однородной деформацией малых объемов исходной решетки; фактически такими объемами для исходной и конечной решеток являются элементарные ячейки, содержащие одно и то же число атомов. В частности, если речь идет о примитивной элементарной ячейке, однородная деформация решетки описывает все атомные перемещения. Структуры с базисом можно рассматривать как системы атомов, расположенных в узлах вставленных друг в друга решеток Брайэ; формально все атомные перемещения в этом случае можно описать следующим образом: каждая из решеток подвергается одинаковой однородной деформации и, кроме того, решетки смещаются друг по отношению к другу. Следует отметить, что то условие, что деформация решетки должна связывать элементарные ячейки двух структур, еще не определяет эту деформацию, даже если заданы определенные

ориентационные соотношения. В каждой структуре имеется бесконечное число элементарных ячеек равного объема, и истинная деформация, связывающая определенные пары этих ячеек, должна быть определена путем специального физического рассмотрения.

Описание, основанное на представлении о такой деформации решетки, которая не является однородной по всей пластине, — единственный путь определения смещений атомов в объемах кристаллической решетки конечной величины; преимущество такого описания видно хотя бы из того, что при некоторых превращениях кристалл мартенсита содержит две сдвоинкованные друг по отношению к другу решетки. Тот факт, что наблюдаемая однородная деформация не приводит к образованию мартенсита из исходной решетки, был впервые установлен для сплавов железа Гренингером и Трояно⁸, и сделанный ими вывод о том, что деформация решетки при образовании одной пластины должна быть неоднородной, обусловил проведение многих последующих работ.

На основании приведенных выше соображений и исходя из существующих теорий мартенситных превращений, может быть дано следующее формальное определение: *превращение классифицируется как мартенситное в том случае, если атомы примитивной решетки, определяемой выбранной элементарной ячейкой исходной структуры, перемещаются в позиции примитивной решетки определяемой некоторой элементарной ячейкой конечной структуры, таким образом, что перемещения составляют однородную деформацию*. Эта деформация может быть различной в смежных малых областях.

Очевидно, имеется тесная аналогия между мартенситным превращением и механическим дублированием. В нашей классификации природа движущих сил не учитывается и механическое дублирование фактически может рассматриваться как особый вид мартенситного превращения. Все высказанное может быть непосредственно применено к формальной теории дублирования, так как, в принципе, дубликат также можно получить путем сдвига некоторой области данной решетки и последующего перемещения атомов внутри этой области⁹.

Таким образом, следует рассматривать два вида деформации. Один вид деформации связывает элементарные ячейки, другой — форму кристаллических блоков. Для ясности введем единую терминологию, дающую возможность кратко описывать различные способы, с помощью которых превращение может быть разложено на составляющие его деформации. Рис. 1 схематически показывает некоторые из видов деформации, имеющих прямое отношение к нашему случаю. Однородная деформация одной решетки в другую сопровождается таким же изменением формы, как и изменение формы элементарной ячейки; мы будем называть ее «деформацией решетки» (рис. 1, б). Макроскопическая деформация может также происходить без изменения решетки, например путем скольжения (рис. 1, в). Мы будем называть ее «деформацией с инвариантной решеткой» и отметим одну важную ее черту, а именно: она не может привести к изменению объема. При различных сочетаниях этих двух видов деформации одно и то же изменение решетки может привести к различному изменению формы. В том случае, если желательно подчеркнуть изменение формы безотносительно к виду вызвавшей его деформации, мы будем пользоваться термином «деформация формы». В частности, изменение формы решетки, полученное при сочетании деформации решетки и деформации с инвариантной решеткой, мы будем называть «полной деформацией формы», для которой мы будем также использовать обычный термин «макроскопическая». На рис. 1, г показан случай, когда деформация решетки, представляющая

собой простой сдвиг, приводит к нулевой полной деформации формы. Различная деформация формы может быть получена в том случае, если в отдельных малых частях кристаллического блока имеет место различная деформация решетки, например, если продукт превращения представляет собой пакет тонких двойников (рис. 1, *д*). Очевидно, деформация формы зависит от соотношения толщин двойников; в приведенном простом случае противоположные двойники равной толщины не дали бы никакой дефор-

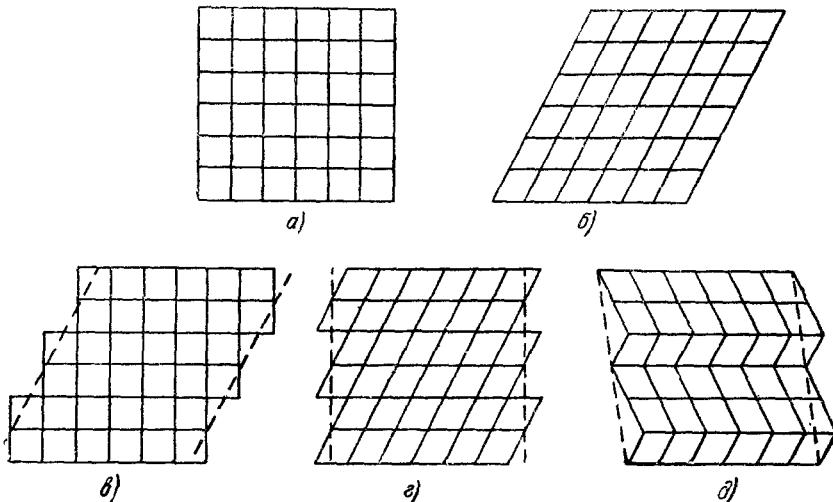


Рис. 1. Типы деформации при мартенситных превращениях:

а) исходный недеформированный кристаллический блок; б) деформация решетки; в) деформация с инвариантной решеткой, осуществляемая путем скольжения; г) сочетание деформации решетки и деформации с инвариантной решеткой, приведшее к нулевой полной деформации формы; д) деформация формы, обусловленная различной деформацией решетки в отдельных участках.}

мации формы. В целях большей ясности следовало бы отметить, что формально случай, изображенный на рис. 1, *г*, является примером деформации решетки, меняющейся на малых расстояниях; деформации решетки в соседних областях отличаются на вектор трансляции.

Все последующие исследования по кристаллографии мартенситных превращений используют классификацию деформаций, предложенную Гренингером и Трояно⁸. Полная деформация формы исходной решетки дает гипотетическую промежуточную решетку. Эта деформация была названа «первичной», «макроскопической», «видимой» и «однородной». Из этой промежуточной решетки решетка продукта образуется при нулевой полной деформации формы, решеточную компоненту которой называют «вторичной» или «дополнительной» деформацией. Иногда термин «вторичная» деформация относят ко всей комбинации дающей нулевую полную деформацию формы; эта комбинация также называется «неоднородной», «гетерогенной», и считается, что она «невидима».

II. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Обзор имеющихся экспериментальных данных по всем известным мартенситным превращениям содержится в ранее упоминавшихся статьях²⁻⁵ и в книге Холла^{10*}). В настоящей работе делается попытка сгруппировать по разделам большое количество данных по кристаллографии и кинетике, что должно облегчить понимание механизма превращения.

* См. также 167-169. (А.Р., Э.Э.)

1. Природа однородной деформации

Претерпевшие превращения участки могут быть выявлены путем травления или обнаруживаются по рельефу, возникающему на отполированной перед превращением поверхности. Каждый участок новой фазы содержит либо одну кристаллографическую ориентировку, либо две, сдвойниковые друг по отношению к другу, и обычно имеет тонкую линзовидную форму. Обнаружено, что при некоторых превращениях новая фаза простирается через все сечение монокристалла¹¹⁻¹³, и в этом случае поверхность раздела получается плоской. Следовательно, линзовидная форма является результатом напряжений, вызываемых в окружающей матрице самим превращением, аналогично тому, как это имеет место при механическом двойниковании. Иногда возникают вырожденные случаи, когда параллельные пластины могут давать противоположную полуциркульную деформацию формы¹⁴⁻¹⁷. Напряжения, вызываемые одной пластиной, в этом случае компенсируются напряжениями, вызываемыми другой, и аккомодационные явления в значительной мере устраняются; в результате этого участки, претерпевшие превращение, даже в поликристаллических образцах имеют почти плоскую поверхность раздела. Плоскость поверхности раздела и средняя плоскость линзовидной пластины имеют, по крайней мере приблизительно, определенную ориентировку относительно исходной решетки, и их называют габитусными плоскостями. В линзовидных пластинах центральная плоскость (параллельная габитусной плоскости) иногда является, по-видимому, местом нарушения сплошности; ее называют хребтом.

Все мартенситные превращения приводят к одному и тому же виду искажений на первоначально плоской поверхности. Поверхность в превращенном участке остается плоской, но поворачивается около линии пересечения ее с габитусной плоскостью. Прямые риски, проведенные на поверхности до превращения, остаются прямыми в претерпевших превращение участках, но их направления меняются; в целом такая риска остается непрерывной. Эти явления показаны на рис. 2.

Боулс и Маккензи¹⁸ указали, что на основании этих данных можно сделать заключение, что полная деформация формы достаточно точно аппроксимируется однородной деформацией, при которой габитусная плоскость остается инвариантной, т. е. все прямые в этой плоскости не изменяют своего направления и остаются постоянными по длине. При механическом двойниковании деформация формы представляет собой простой сдвиг; в данном случае несколько более общая деформация с инвариантной плоскостью является сочетанием простого сдвига и одноосного растяжения или сжатия, перпендикулярного габитусной плоскости. Боулс

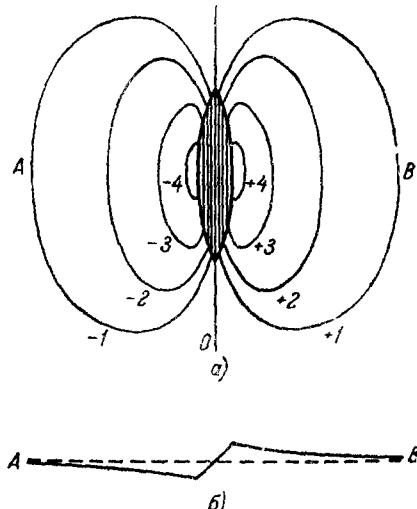


Рис. 2. Видимая деформация формы вызванная мартенситной пластиной (схема):

а) «горизонтали» на плоской в исходном состоянии поверхности; б) сечение поверхности по 1В. Масштаб по вертикали сильно увеличен.

и Маккензи предположили, что линии в габитусной плоскости вообще не поворачиваются, но могут несколько меняться по длине. Они, таким образом, пришли к выводу, что в целом деформация формы может быть описана как деформация с инвариантной плоскостью с возможным добавлением небольшой равномерной дилатации. По-видимому, экспериментальные результаты не противоречат предположению, чтоискажение представляет собой деформацию с инвариантной плоскостью плюс малое одноосное растяжение в габитусной плоскости, и это безоговорочно принимается некоторыми другими теориями

Поскольку наше рассмотрение мартенситных превращений было основано на экспериментальных наблюдениях изменения формы, поскольку теория должна быть в состоянии предсказать эти изменения для отдельных превращений. При деформации с инвариантной плоскостью каждая точка перемещается в одном и том же направлении, причем величина смещения пропорциональна расстоянию точки от этой плоскости. Таким образом, деформация определяется габитусной плоскостью, направлением смещения и его величиной, или, что более удобно, тангенциальной и нормальной компонентами деформации. К сожалению, экспериментально определить эти величины очень трудно и получаемые таким путем результаты не могут служить основанием для критического сравнения с теорией.

Используемые методы основаны на измерении наклонов поверхностей или изменений направления прямолинейных рисок и обычно слишком несовершенны, чтобы служить для проверки теоретических расчетов. Таблица I суммирует полученные до сих пор результаты*).

Деформация с инвариантной плоскостью лишь в исключительных случаях может привести непосредственно к образованию элементарной ячейки мартенсита из ячейки исходной структуры. Особый интерес в этом отношении представляет превращение гранецентрированной кубической фазы в плотноупакованную гексагональную в кобальте, так как расположение атомов в кубических плоскостях {111} и в гексагональных плоскостях (001), по-видимому, совпадают почти точно, так что элементарные ячейки могут быть связаны между собой посредством деформации с

*.) Описание превращения в сплаве золото—кадмий в разделе II, 4 в таблицах I и II основано на работах Чанга и Рида¹¹ и Чанга^{23, 88}, из которых следует, что превращение с одной поверхностью раздела приводит к образованию орторомбического монокристалла. Однако в более поздней работе Либермана, Векслера и Рида¹⁶⁸ описываются эксперименты, которые показывают, что образующийся продукт представляет собой, как и в превращении сплава индий—титан, пакет тонких двойников. Авторы применили свою общую теорию¹²⁸ и получили для кристаллографических характеристик два решения. Одно из этих решений находится в очень хорошем согласии с экспериментальными данными, и, по-видимому, более предпочтительно с энергетической точки зрения. В связи с этим, экспериментальные данные, приведенные в таблицах I и II, следует заменить на следующие: компонентами единичных векторов нормали к габитусной плоскости n , направления сдвига s и нормали к плоскости двойникования t (по отношению к кубическим осям исходной β_1 -фазы) являются:

$$\begin{aligned} n &= 0,696 \pm 0,012, & -0,686 \pm 0,012, & 0,213 \pm 0,015, \\ s &= 0,660 \pm 0,007, & 0,729 \pm 0,007, & 0,183 \pm 0,010, \\ t &= 0,020 \pm 0,040, & 0,704 \pm 0,015, & 0,710 \pm 0,015. \end{aligned}$$

Вычисленные значения n , s и t отличаются соответственно не более, чем на $1,5^\circ$, $1,5^\circ$ и $2,5^\circ$ от этих значений. Экспериментальными ориентационными соотношениями для одного из двойников являются: $(001)_{\beta_1} \parallel (001)_{\beta_2}$; $[111]_{\beta_1} \parallel [011]_{\beta_2}$ ¹¹, причем плоскостью двойникования является плоскость, получающаяся из $(011)_{\beta_1}$. Расчет (для одного из сдвойниковых участков) дает для этих плоскостей ошибку в $2^\circ 40'$ и для направлений— $18'$.

Таблица I

Результаты измерения макроскопического искажения

МАРТЕНСИТИЧЕСКИЕ ПРЕВРАЩЕНИЯ

524

Система	Габитусная плоскость	Направление перемещения	Тангенциальная составляющая деформации	Нормальная составляющая деформации	Примечания	Ссылка
Fe—Ni (30% Ni) г. ц. к. ↓ о. ц. к.	~ (9, 22, 33)	$[\bar{1}56]\pm 2^\circ$	0,20	0,05	Предполагается, что направление перемещения лежит в плоскости (111). Экспериментально определенное направление перемещения представляет собой, таким образом, проекцию истинного направления на эту плоскость.	19
Fe—C (1,35% C) г. ц. к. ↓ о. ц. тетр.	(225)	[112]	0,19	0,09	Эксперимент заключался в проверке того, насколько измеренные величины наклона поверхности согласуются с величинами, предсказанными на основании теоретически определенных компонент деформации.	20
Fe—Ni—C (22% Ni, 0,8% C) г. ц. к. ↓ о. ц. тетр.	~ (3, 10, 15)	Разбросано на 30° от ~ [243] до ~ [2, 13, 8]. Среднее направление ~ [132]	$0,187\pm 0,036$...	Габитусная плоскость описывается так же, как (259) и (9, 22, 33). Экспериментально установленный полюс расположен между (3, 10, 15) и (9, 22, 33), отстоящими друг от друга на $3,4^\circ$. Предполагается, что искажение представляет собой сдвиг, что и является, вероятно, причиной разброса направлений перемещения.	8

Продолжение табл. I

Система	Габитусная плоскость	Направление перемещения	Тангенциальная составляющая деформации	Нормальная составляющая деформации	Примечания	Ссылка
Mn—Cu (6,5% Cu) г. ц. к. ↓ г. ц. тетр.	(011)	[011]	$2(c/a-1)/3$, где c/a —отношение осей г. ц. тетр.	...	Измеренный наклон поверхности сравнивался с наклоном, выведенным из теоретических компонент деформации.	15
Чистый Ti о. ц. к. ↓ текс. плотно-упак.	~(8, 9, 12)	[111] (весьма приближенно)	0,22	...	Наклоны поверхностей, измеренные интерферометрически, были сравнены с наклонами, предсказанными теоретически. Ожидаемый наклон равнялся 9° , но большинство пластин имело наклон лишь в $3-4^\circ$, и это было приписано явлениям аккомодации. В более поздней работе было обнаружено несколько пластин с наклоном в 9° , соответствующим сдвигу в $\sim 0,2$.	21, 104
Ti—Mo (11% Mo) о. п. к. ↓ текс. плотно-упак.	4° от (344), 4° от (8, 9, 12)	[147] с точностью 10°	$0,28 \pm 0,05$...	Предполагается, что искажение представляет собой простой сдвиг, так как объемные изменения слишком малы для того, чтобы их можно было измерить.	23
Au—Cd ¹) (47,5% Cd) о. ц. к. ↓ орторомбич.	(331)	[323]	0,05	...	Предполагается, что искажение представляет собой простой сдвиг. Если исключить возможное небольшое одноосное сжатие, то макроскопическое искажение полностью соответствует изменению решетки.	23

1) См. примечание на стр. 520.

инвариантной плоскостью. Однако Билби указал, что это превращение может также происходить бездиффузионным путем, но без изменения формы *) при условии, что атомы в параллельных плоскостях {111} могут перемещаться в различных направлениях {112}. Тангенциальная компонента деформации, которая возникает при перемещении всех атомов в одном и том же направлении, очень велика, и соответствующая энергия деформации, конечно, должна была бы быть по возможности исключена. Экспериментальные наблюдения показывают, что в данном случае изменение формы действительно имеет место ²⁵, и, таким образом, дают надежное доказательство того, что важен именно механизм превращения и что данный механизм не может быть описан с помощью термически активируемых индивидуальных атомных перемещений («атом за атомом»). Вопрос этот, однако, окончательно не решен; Себилио и Бибринг ²⁶, например, полагают, что макроскопическая деформация не имеет места **).

2. Кристаллография

Для любого мартенситного превращения наиболее важными экспериментальными характеристиками являются ориентационные соотношения фаз и ориентировка габитусной плоскости. Относительные ориентировки обычно определяются весьма точно и лучше всего описываются путем задания углов между соответствующими векторами решеток двух структур. При этом наличие пар рациональных направлений или плоскостей вовсе не обязательно, и некоторые неудачи были обусловлены стремлением именно к такого рода приближенному описанию ориентационных соотношений. Так, согласно большинству обзоров в сталях имеют место три группы ориентировок, называемых соответственно ориентировками Курдюмова—Закса (К—З), Нишиямы (Н) и Гренингера—Трояно (Г—Т). В действительности же рациональное соотношение Нишиямы никогда не встречается, и случаи, о которых сообщалось, являются, вероятно, аппроксимацией различных нерациональных соотношений, подобных соотношениям, найденным Гренингером и Трояно ⁸. Когда в исходном монокристалле образуются различные мартенситные пластины, то их ориентировки являются вариантами одного и того же соотношения, за исключением превращения в уране ^{27, 50}. Однако два двойника, составляющие одну пластину, не обязательно имеют эквивалентные соотношения с исходной решеткой.

Для ориентировки габитусной плоскости при некоторых превращениях получаются очень близкие результаты, в других же случаях может иметь место значительный разброс. Габитусная плоскость может быть определена для любого состава и любой температуры превращения, но разброс экспериментальных результатов в сталях настолько велик, что эти данные становятся довольно неопределеными. Кроме того, в настоящее время точно установлено, что в богатых титаном сплавах могут существовать две системы габитусных плоскостей приблизительно {334} и {344} ²⁸, и аналогично в некоторых сталях наблюдаются совместно габитусы {225} и {259} ²⁹. Было сообщено ²⁹ также, что в высокоуглеродистых сталях некоторые пластины {259} составлены, по-видимому, из набора отдельных маленьких пластинок {225}.

Вышеприведенные данные позволяют утверждать, что кристаллографические характеристики в основном определяются структурным типом превращения, но небольшие их вариации связаны с параметрами решеток фаз. В таблице II приведены экспериментальные данные, классифицированные

*) То есть не по мартенситному механизму. (А.Р., Э.Э.)

**) По этому вопросу см. также ¹⁷⁰⁻¹⁷³. (А.Р., Э.Э.)

Таблица II

Кристаллографические данные о мартенситных превращениях

Изменение структуры при охлаждении	Состав сплава	Ориентационные соотношения (P -исходная, M -образующаяся фазы)	Габитусная плоскость ¹⁾	Примечания	Ссылка
г. ц. к. ↓ гекс. плотноупак.	Чистый Со	$(111)_P \parallel (001)_M$	$(111)^*$	Имеется четыре варианта ориентационных соотношений, причем каждый из них имеет свою габитусную плоскость.	25, 30, 31
	Fe—Mn (15—20% Mn)	$[1\bar{1}0]_P \parallel [11.0]_M$		Ориентационные соотношения выполняются лишь приблизительно.	32
г. ц. к. ↓ о. ц. к.	Fe—Ni (27—34% Ni)	$(111)_P \parallel (101)_M$ $[1\bar{2}1]_P \parallel [10\bar{1}]_M$ (соотношение Нишияма)	$\sim (259)^*$	Точные ориентационные соотношения неизвестны; соотношение Нишияма является, по-видимому, лишь приближенным выражением иррациональных соотношений. Выше комнатной температуры наблюдались соотношения Курдюмова—Закса. Имеет место большой разброс данных о положении габитусной плоскости.	33—36
г. ц. к. ↓ о. ц. тетр.	Fe—C (0—0,4% C)	?	«Дранка» $\parallel \langle 1\bar{1}0 \rangle_P$ на плоскостях $\{111\}$	Согласно Боулзу, «дранка» представляет собой вырожденные в иглы пластины $\{225\}$.	20, 33, 37, 38
	Fe—C (0,5—1,4% C)	$(111)_P \parallel (101)_M$ $[1\bar{1}0]_P \parallel [11\bar{1}]_M$ (соотношение Курдюмова—Закса)	$\{225\}^*$	24 варианта ориентационных соотношений, состоящих из 12 пар двойников, с одинаковой для каждой пары габитусной плоскостью.	33, 34, 37—39

Продолжение табл. II

Изменение структуры при охлаждении	Состав сплава	Ориентационные соотношения (P -исходная, M -образующаяся фазы)	Габитусная плоскость ¹⁾	Примечания	Ссылка
г. ц. к. ↓ о. п. тетр.	Fe—C (1,5—1,8%) C	?	~ {259}* ~ {259}*		33
	Fe—Ni—C (0,8% C, 22% Ni)	(111) _P ~ 1° от (101) _M [121] _P ~ 2° от [101] _M	Междуду (3, 10, 15) и (9, 22, 33)	Препозиционное определение ориентировки. Габитусная плоскость и ориентировки получены от одной и той же пластины.	8
	Fe—C, Fe—Ni—C, Fe—Cr—C, Fe—Mn—C (различные высокие содержания C)	?	~ {225} и ~ {259} присутствуют совместно	По-видимому, относительное количество кристаллов, имеющих тот или иной габитус, не является функцией содержания C; это соотношение изменяется с температурой превращения от ~90% {225} при 20° С до ~90% {259} при 140° С	29
г. ц. к. ↓ г. ц. тетр.	In—Tl (18—20% Tl) Mn—Cu (0—25% Cu)	(111) _P (111) _M [011] _P [011] _M + + ориентировка, которая является двойником относи- тельно плоскости (110) _M	(101)	Имеется 36 возможных ориентировок тетрагональной решетки, из которых 12 представляют собой варианты приведенного соотношения, а остальные 24 являются двойниками этих 12. Одна система параллельных мартенситных пластин может содержать до 8 ориентировок, по 4 в каждой из (наклоненных в противоположные стороны) пластин системы. Согласно одной из теорий это вырождение является кажущимся, а в действительности имеется 24 варианта габитусных плоскостей, содержащих по два двойника. 4 габитусных плоскости составляют с плоскостью {110} малые углы и в связи с этим не могут быть разделены экспериментально.	13, 14, 40, 15

Продолжение табл. II

Изменение структуры при охлаждении	Состав сплава	Ориентационные соотношения (P -исходная, M -образующаяся фазы)	Габитусная плоскость ¹⁾	Примечания	Ссылка
о. п. к. ↓ гекс. плотно-упак.	Чистый Li Чистый Zr Чистый Ti Ti-Mo (11% Mo)	Небольшие отклонения от соотношения Бюргерса: $(10\bar{1})_P \parallel (00\cdot1)_M$ $[11\bar{1}]_P \parallel [11\cdot0]_M$ Два направления отличаются на 3° в Li и до 2° в Zr. В Ti плоскости наклонены под углом $1/2^\circ$	{441} Весьма приближенно (596)	Соотношение Бюргерса имеет 12 вариантов: небольшие отклонения дают 24 варианта в соответствии с основными индексами габитусной плоскости. Данные для Ti взяты из работы 21; остальные результаты близко совпадают с этими, исключая работу 45; Две специфические габитусные плоскости Ti соответствуют двум ориентировкам, у которых плоскости базиса наклонены на 1° . В Ti-сплавах обнаружены две системы габитусных плоскостей: а) близко к плоскости {334} или {8, 9, 12} под углом 87° к плоскости базиса гекс. плотно-упак. решетки и б) близко к плоскости {344} под углом 40° к плоскости базиса. В одном и том же образце могут существовать обе эти габитусные плоскости. По-видимому, отдельные пластины часто являются сдвойниками; для конкретного сплава Ti-Mo, приведенного в таблице, плоскость сдвойникования была плоскость (01.2).	41-42 30, 43 21, 44, 45 22
	Ti-Mn(4,3-5,2% Mn)	?	{334} и {344}	...	28

Продолжение табл. II

Изменение структуры при охлаждении	Состав сплава	Ориентационные соотношения (<i>P</i> -исходная <i>M</i> -образующаяся фазы)	Габитусная плоскость ¹⁾	Примечания	Ссылка
о. ц. к. ↓ г. ц. тетр. ?	Cu—Zn (40% Zn)	?	~{2, 11, 12}	Структура образующейся фазы неизвестна. Сплав, содержащий 1% Sn+Pb, имеет г. ц. тетрагон. структуру, но рентгенограммы сплава Cu—Zn этой структурой объясняются неполностью.	17, 46
	Cu—Sn (25,6% Sn)	?	~{133}	Структура образующейся фазы неизвестна.	46
о. ц. к. ↓ искаженная гекс. плотноупак.	Cu—Al (11—13% Al)	(101) _P 4° от (00.1) _M , [111] _P [10.0] _M	2° от {133}	Структура мартенсита представляет собой искаженную гекс. плотноупак. решетку, направление [00.1] которой составляет угол 2° с нормалью к плоскости (00.1). В каждой системе (наклоненных в противоположные стороны) параллельных пластин имеется две ориентировки.	16, 47, 48
	Cu—Al (12,9—14,7% Al)	(101) _P (00.1) _M [111] _P [10.0] _M + + (1101) двойник, в котором (011) _P составляет угол в 4° от (00.1) _M	3° от {122}	Структура мартенсита представляет собой гекс. плотноупак. решетку, но искажается до орторомбической по мере увеличения содержания Al. Имеется две пары двойниковых ориентировок в каждой системе (наклоненных в противоположные стороны) параллельных пластин.	7, 16, 47, 48

Продолжение табл. II

Изменение структуры при охлаждении	Состав сплава	Ориентационные соотношения (P -исходная, M -образующаяся фазы)	Габитусная плоскость ¹⁾	Примечания	Ссылка
о. ц. к. ↓ орторомбич.	Au—Cd ²⁾ (47,5% Cd)	$(100)_P \parallel (100)_M$ $[111]_P \parallel [110]_M$	(331)	Существует 12 вариантов ориентационных соотношений, причем каждый из них имеет свою особую габитусную плоскость.	11, 23
Тетрагональная ↓ орторомбическая	U—Cr (0,4 ат. % Cr и 1,4 ат. % Cr) (См. примечание)	(а) $(410)_P \parallel (0\bar{2}1)_M$ $[001]_P \parallel [124]_M$ (б) $(410)_P \parallel (0\bar{2}1)_M$ $[001]_P \parallel [124]_M$ (в) $(140)_P \parallel (001)_M$ $[001]_P \parallel [320]_M$	Между (441) и (321) Вблизи (321) ?	Имеется 8 вариантов каждого из соотношений (а) и (б); (а) и (б) не являются эквивалентными, но представляют собой зеркальные отображения относительно плоскости $(410)_P$. В (а) $(001)_M$ параллельна плоскости $(817)_P$, а в (б)—плоскости $(212)_P$. Ориентировки (а) и (б) получены от отдельных пластин; кроме того, полусные фигуры требуют ориентировки, близкой к соотношению (в). Эта третья ориентировка, фактически очень близка к ориентировке, получаемой при двойниковании мартенситной структуры по $(\bar{1}\bar{1}2)$. Приведены данные для сплава с 1,4 ат. % Cr; для сплава с 0,4 ат. % Cr получены габитусные плоскости и ориентировки, близкие к (а).	27, 49, 50

¹⁾ Там, где это возможно, каждый отдельный вариант габитусной плоскости связывался с определенным вариантом ориентационных соотношений. Варианты габитусной плоскости, отмеченные значком*, взяты из теоретических работ; прямых экспериментальных данных о том, что они верны, нет.

Знак { } используется в тех случаях, когда вариант неизвестен.

²⁾ См. примечание на стр. 520.

по такому принципу. В том случае, если данные различных авторов не совпадают, выбраны те из них, которые представляются наиболее правильными.

Помимо данных, приведенных в таблице, уместно остановиться и на результатах некоторых других кристаллографических исследований. Кооперативный характер перемещений атомов был подтвержден установлением того факта, что упорядоченные исходные фазы превращаются в упорядоченные же продукты, как это имеет место в сплавах медь—алюминий⁷. В пределах одной и той же фазы изменение состава может привести не только к изменению ориентационных соотношений и габитусной плоскости, но и к образованию различных мартенситных фаз. Это объясняется, по-видимому, изменением движущей силы превращения с изменением состава. Мартенситные превращения могут быть вызваны напряжениями, как это рассматривается ниже, но в этом случае продукт не обязательно имеет ту же структуру, что и при спонтанном превращении. Возможно даже одновременное образование двух различных фаз, как это происходит, например, в железомарганцевых сплавах⁵¹. Превращения в кобальте и литии приводят к несовершенным плотноупакованным гексагональным структурам, содержащим большое число ошибок упаковки⁵²⁻⁵³.

Из исходного монокристалла обычно образуются мартенситные пластины, имеющие все возможные эквивалентные варианты габитусной плоскости и ориентационных соотношений. При условии, что конкурирующие превращения, идущие путем образования зародышей и их роста *), могут быть предотвращены, обратное превращение также является мартенситным, но оно не ведет к дальнейшему увеличению числа имеющихся ориентировок. Практически почти без изменений восстанавливается монокристалльное зерно первоначальной ориентировки и формы. При последующем превращении при охлаждении мартенситные пластины образуются обычно точно в тех же местах и имеют ту же форму, что и при первом превращении. Такое обратимое поведение было установлено для большинства превращений, приведенных в таблице II **).

3. Кинетика

Большинство превращений подчиняется нижеследующим правилам, сформулированным впервые Трояно и Гренингером¹, хотя возможны и исключения из этих правил:

а) Отдельные мартенситные пластины даже при низких температурах образуются за очень короткое время. Исключениями являются превращения в сплавах золото—кадмий¹¹, индий—таллий¹²⁻¹⁴, марганец—медь¹⁵, уран—хром²⁷, в алюминиевой бронзе⁵⁴ и, вероятно, в некоторых железо никелевых сплавах⁵⁵, в которых под микроскопом был обнаружен медленный рост. Только при превращении урана обнаружен медленный изотермический рост²⁷. Скорость роста—в том случае, если она поддается экспериментальному определению,—обычно значительно больше в направлении, параллельном к габитусной плоскости, чем в направлении, перпендикулярном к этой плоскости.

б) Превращение при охлаждении начинается при температуре M_s , которая может зависеть от предшествующей механической и термической обработки и от размера зерна; эта температура обычно не зависит от

*) Этим термином в английской литературе принято называть обычные превращения, имеющие контролируемую диффузий кинетику. (A.P., Э.Э.)

**) Представляет интерес обнаруженное в последнее время необратимое поведение ряда сплавов на железоникелевой и железохромоникелевой основе, получившее название «стабилизации при обратном мартенситном превращении»^{174, 175}. (A.P., Э.Э.).

скорости охлаждения, и следовательно, превращение не может быть подавлено быстрым охлаждением. Ниже точки M_s превращение происходит только при охлаждении и затухает при постоянной температуре; этот вид превращения называется атермическим *). Реакция обычно развивается за счет образования новых, а не роста существующих пластин, хотя обнаружен также и быстрый прерывистый рост. Температура, при которой превращение фактически завершается, называется M_f , но в некоторых сплавах спонтанное превращение никогда не проходит до полного исчерпания исходной фазы.

Сейчас известны несколько исключений из этого правила. Небольшая степень изотермического превращения встречается во многих сплавах ⁵⁶⁻⁵⁹. Были описаны по меньшей мере два случая почти полностью изотермического превращения ^{27, 60-63}. В этих случаях быстрым охлаждением можно подавить превращение.

в) Если охлаждение происходит очень медленно или если сплав выдерживается в соответствующем интервале температур, степень превращения при некоторой последующей температуре может уменьшиться; это явление называется стабилизацией. Наличие стабилизации надежно установлено для выдержки при температурах ниже M_s ; данные же по вопросу о том, может ли остановка при охлаждении выше M_s привести к понижению M_s , весьма ненадежны и противоречивы ^{62, 64-73}.

г) Пластическая деформация или даже упругие напряжения могут вызвать превращение выше температуры M_s . Однако при достаточно высоких температурах под воздействием деформации превращения не происходит, и даже наоборот, устойчивость исходной фазы в результате такого механического воздействия может повышаться. Наивысшая температура, при которой превращение может вызываться напряжениями, называется M_d .

д) Между обратимыми превращениями при нагреве и при охлаждении имеется температурный гистерезис. Если превращение завершается в небольшом температурном интервале, гистерезис мал. В других случаях может иметь место большой гистерезис, и превращение при нагреве может не начинаться вплоть до температур, расположенных выше M_s .

Тот факт, что большинство мартенситных пластин образуется с большой скоростью, не зависящей от температуры, может служить доказательством того, что рост мартенситных кристаллов не является термически активируемым процессом. Первая работа в этом направлении была проведена Ферстером и Шайлем ⁷⁴, которые радиотехническим методом показали, что отдельные пластины формируются менее чем за 10^{-4} сек. В дальнейшем Куллин и Коен ⁷⁵ экспериментально установили, что даже при такой низкой температуре, как 4° К, сплав железо—никель претерпевает превращение со скоростью, которая не отличается заметно от наблюдавшейся для гораздо более высоких температур **). Позднее Бунц и Мейл ⁷⁶ улучшили методику Ферстера и Шайля. Используя высокочастотный прибор с очень высокой чувствительностью, они смогли показать, что в сплаве железо—никель—углерод отдельные пластины образуются приблизительно за 10^{-7} сек и что линейная скорость роста как для атермического,

*) В данном случае, как и во всех тех случаях, когда термин «атермический» (athermal) применяется авторами для характеристики температурных условий образования мартенсита, а не его природы, было бы уместно использовать термин «нейзотермический» (anisothermal), предложенный Филибериом и Крюссаром ¹⁷⁶. В переводе сохранена терминология авторов. (А.Р., Э.Э.).

**) Возможное объяснение этого явления с точки зрения квантовых эффектов см. ^{177, 178}. (А.Р., Э.Э.).

так и для изотермического мартенсита составляет $\sim 10^5 \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}$ при всех температурах в интервале от -20° до -200° С. Эти данные свидетельствуют о том, что в указанном сплаве энергия активации роста фактически равна нулю (известные случаи медленного роста рассматриваются ниже). Верхним пределом скорости роста мартенситной пластины является, конечно, скорость звука в матрице. Экспериментально установленная скорость составляет около одной трети от этой величины, так же как и скорость распространения трещин в процессе разрушения⁷⁷. Буни и Мейл объясняют вид своих осциллограмм тем, что превращение происходит в две стадии, несколько разделенные во времени, и каждая из этих отдельных стадий протекает со скоростью звука. Однако оснований для такого вывода, по-видимому, недостаточно.

О полностью изотермическом превращении впервые сообщили Курдюмов и Максимова⁶⁰ для сплава железо—марганец—углерод и позже для сплава железо—никель—марганец⁶¹. Они обнаружили, что превращение может быть полностью подавлено путем быстрого охлаждения до -180° С и что изотермическое превращение имеет место при последующем нагреве в интервале от -80° до -159° С. Эти результаты были повторены Секом и Холломоном⁶², которые получили почти полностью изотермическое превращение при различных температурах в интервале от -79° до -196° С для сплава несколько иного состава. Позже Ши, Авербах и Коен^{63, 78} сообщили о полностью изотермическом превращении при -196° С и при более высоких температурах; авторы высказали предположение, что вследствие автокаталитической природы превращения малейшие следы ранее образовавшегося мартенсита оказывают сильное влияние на форму изотермических кривых. Курдюмов пришел к заключению, что скорость изотермического превращения определяется скоростью образования зародышей, а не скоростью роста, что подтвердили Сек и Холломон, показав, что пластины вырастают до окончательного размера менее чем за $1/20 \text{ сек}$ (интервал между отдельными кадрами при киносъемке процесса). За исключением превращения урана, где имеет место медленный рост, все изотермические превращения протекают, по-видимому, либо путем образования новых пластин, либо путем быстрого прерывистого подрастания существующих пластин. Это верно и в том случае, когда изотермическому превращению предшествует образование значительных количеств атермического*) мартенсита.

Данные по изотермическому превращению свидетельствуют о том, что по крайней мере при некоторых мартенситных превращениях зародыши образуются путем термической активации. Они также показывают, что термическая активация может способствовать подрастанию уже существующих пластин, вероятно, за счет снятия в матрице напряжений, препятствующих дальнейшему росту. Однако предыдущий вывод о том, что рост не является термически активируемым процессом, остается в силе.

Представляют большой интерес и некоторые другие исследования кинетики. Маклин и Коен⁷⁹ обнаружили, что около 25% превращения в сплаве железо—никель происходит за время одного отчетливого щелчка. Этот эффект они назвали «явлением взрыва»; температура первого взрыва при превращении лежит ниже M_s , так что к этому моменту присутствует небольшое количество ранее образовавшегося мартенсита. Взрыв, вероятно, возникает за счет напряжений, вызванных ранее образовавшейся мартенситной пластиной, и способствующих зарождению других пластин вблизи ее границ. Таким образом, процесс в целом является по своей природе автокаталитическим и напоминает цепную реакцию.

*) См. примечание на стр. 530. (A.P., Э.Э.)

4. Явление «аккомодации» и превращение с одной поверхностью раздела

Если превращение претерпевает ограниченный объем кристалла, возникающие изменения формы и объема превращенной области могут быть приведены в соответствие с окружающей непревращенной матрицей только в результате упругой или пластической деформации матрицы и претерпевшей превращение области. Наличие этой сопровождающей превращение «аккомодационной» деформации может осложнить определение экспериментальных характеристик, рассмотренных в разделах II, 1 и 2, но эта деформация не имеет ничего общего с полной деформацией формы, которая неизбежно сопровождает структурное превращение. На рис. 2, б схематически показано сечение мартенситной пластины и (преувеличенно) изменение формы, аккомодированное главным образом за счет упругого изгиба непревращенной матрицы. Очевидно, если пластина вырастает до достаточного размера, напряжения, возникающие в матрице, могут достичь предела упругости и произойдет пластическая деформация. Эта деформация необратима и в общем случае не исчезает при обратном мартенситном превращении; существование такой деформации в виде аккомодационного перегиба хорошо известно для механических двойников⁸⁰⁻⁸² и было экспериментально подтверждено для мартенсита⁸³.

Может случиться, что когда пластина прекращает свой рост прежде, чем достигнут предел упругости, это приведет к образованию термоупругого мартенсита, впервые обнаруженного в алюминиевой бронзе Курдюмовым и Хандросом⁵⁴. Теория этого явления была развита Канном⁸⁴ *). В пренебрежении поверхностной энергией, которая важна только на стадии зарождения, изменение свободной энергии при образовании мартенситной пластины складывается из отрицательного члена, пропорционального объему, и из положительного члена, представляющего собой упругую энергию. Если на ранних стадиях роста форма остается постоянной, член, соответствующий упругой энергии, пропорционален объему, как это обычно и принимается теорией зарождения. При условии, что в каком-то направлении рост приостанавливается или ограничивается, дальнейшее увеличение объема вызывает резкое увеличение энергии деформации, и в связи с этим общая свободная энергия при своем изменении может пройти через минимум. Если это происходит до того, как напряжения в матрице достигают предела упругости, пластина находится в термодинамическом равновесии с окружающей матрицей. Увеличение объемной свободной энергии будет смещать равновесие в сторону большей величины пластины и наоборот. Таким образом, пластина будет расти или сокращаться по мере того, как будет понижаться или повышаться температура, что и наблюдалось экспериментально. В этих условиях скорость перемещения поверхности раздела контролируется скоростью изменения температуры, и медленный рост вовсе не означает, что необходима тепловая энергия активации.

Гораздо чаще образование пластины сопряжено с пластическим течением. В этом случае пластина стабилизируется: дальнейшее понижение температуры не приводит к ее росту, а при обратном превращении наблюдается температурный гистерезис. Прекращение роста может происходить либо за счет увеличения сопротивления матрицы, либо вследствие нарушения когерентности на поверхности раздела⁵, хотя имеются некоторые экспериментальные данные, свидетельствующие о том, что когерентность при прекращении роста сохраняется⁸⁵.

*) Ранее теоретический анализ роста термоупругих мартенситных кристаллов проведен в работе¹⁷⁹. (A.P., Э.Э.)

Аккомодационные напряжения вокруг образовавшейся пластины могут, как это впервые отметил Орован⁸⁶, облегчать образование других иным образом ориентированных зародышей, поэтому атермическое превращение обычно развивается путем образования новых пластин. Прерывистый рост существующих пластин может иметь место в том случае, если движущая сила возрастает достаточно для осуществления дальнейшей деформации упрочненных участков, расположенных вокруг этих пластин, или если аккомодационные напряжения релаксируют термическим путем. Этот последний процесс может быть в какой-то мере ответственным за некоторые изотермические превращения.

Превращение из структуры β -урана в структуру α -урана в разбавленных сплавах уран—хром²⁷ является единственным точно установленным случаем медленного изотермического роста. Холден выдвинул предположение, согласно которому медленный рост в этом случае объясняется большим сопротивлением пластической деформации сложной β -структуре; по-видимому, тепловое движение облегчает релаксацию препятствующих росту напряжений, способствуя тем самым дальнейшему росту. Однако остается неясным, почему в чистом уране превращение протекает быстро, а в его разбавленных сплавах—медленно.

Если деформация формы представляет собой деформацию с инвариантной плоскостью, претерпевший превращение район, распространяющийся на все сечение исходного монокристалла, не приведет к возникновению каких бы то ни было аккомодационных напряжений или деформаций, и в этом случае энергия поверхности раздела будет целиком определяться близко действующими силами межатомного взаимодействия. Такие условия, если только они достижимы, являются, очевидно, идеальными для изучения мартенситных превращений, так как все осложняющие факторы при этом отсутствуют, и поверхность раздела представляет собой плоскость. Аналогичные условия выполняются в случае механических двойников, простирающихся на все сечение монокристалла.

Превращение, при котором единственная плоская поверхность раздела продвигается от одного конца кристалла до другого, впервые было обнаружено в сплавах золото—кадмий Чангом и Ридом¹¹ и позже—в сплавах индий—таллий Буркартом и Ридом¹² и, независимо от них, Базинским и Христианом¹³. В сплавах золото—кадмий мартенсит образуется в виде монокристалла *), в сплавах индий—таллий продукты превращения представляют собой стопку тонких двойников, которые непосредственно у поверхности раздела настолько тонки, что неразличимы, но в аккомодационной области утолщаются до различимых размеров. Упругая деформация, возникающая при этом, компенсируется, очевидно, за счет уменьшения поверхностной энергии когерентных границ двойников. В сплавах индий—таллий превращение может также осуществляться путем продвижения различного типа пересекающихся поверхностей раздела; в этом случае возникают тетрагональные монокристаллы. Кристаллографию всех этих превращений можно себе представить, если исходить из того, что накапливающиеся дальнодействующие напряжения устраняются посредством соответствующих комбинаций деформаций формы^{13, 87}. Интересное явление представляет собой подвижная поверхность раздела между двумя различным образом сдвойникovanными участками образующихся кристаллов. Эта поверхность является точной аналогией поверхности раздела при мартенситных превращениях, так как сдвойникovanые участки связаны между собой макроскопической деформацией формы, которая не отображает соотношений между решетками.

*) См. примечание на стр. 520

Особый интерес представляет кинетика превращений с одной поверхностью раздела. Поверхность раздела перемещается в направлении, перпендикулярном к ней самой, с измеримой скоростью, которая приблизительно пропорциональна скорости изменения температуры; это перемещение носит скачкообразный характер. Движение поверхности раздела может быть остановлено посредством прекращения охлаждения или может быть направлено в обратном направлении при замене охлаждения нагревом. Одно из возможных тривиальных объяснений этих результатов заключается в том, что вдоль кристалла всегда имеется небольшой градиент концентрации¹³, но вполне вероятно, что истинные причины этого явления лежат глубже. Внешне картина в этом случае такая же, как и при образовании термоупругого мартенсита, по аналогии с которым рассматриваемое явление можно было бы объяснить действием препятствующих превращению напряжений⁸⁸, энергия которых пропорциональна объему образующейся фазы. Однако источник этой энергии неясен, так как при превращениях с одной поверхностью раздела нельзя ожидать каких бы то ни было упругих аккомодационных напряжений. Возможное предположительное объяснение заключается в том, что поверхность раздела наталкивается на препятствия¹³, для преодоления которых необходимо увеличение движущей силы, что и приводит к наблюдаемому скачкообразному перемещению границы. Препятствие может продолжать оказывать влияние и после того, как поверхность раздела его преодолела, что может иметь место, например, при пересечении винтовых дислокаций. Подобные же результаты были получены для обусловленного напряжениями перемещения границ зерен с малым углом разориентировки, в случае которого для обеспечения непрерывного движения границ необходимо время от времени повышать напряжение⁸⁹.

Результаты изучения кинетики такого рода превращений показывают, что на остановившейся поверхности раздела происходит диффузионный процесс релаксации. Для того чтобы поверхность раздела вновь начала двигаться, необходимо некоторое конечное изменение температуры, зависящее от продолжительности остановки. Поверхность раздела, движение которой приостановлено на достаточно длительное время, может оказаться полностью стабилизированной; в этом случае дальнейшее превращение начнется из нового центра. Поверхность раздела, задержанная при охлаждении, останавливается на том же самом месте при обратном нагреве. Возможное объяснение этого явления заключается в том, что в непосредственной близости от поверхности раздела происходит перераспределение атомов растворенного элемента, приводящее к уменьшению эффективной движущей силы процесса.

Превращения с одной поверхностью раздела были обнаружены только в двух системах сплавов, оба из которых имели относительно малую величину сдвига. Однако образование монокристаллов гексагональной плотно упакованной фазы из гранецентрированной кубической фазы при охлаждении кобальта является косвенным доказательством того, что этот тип превращения может иметь место и в том случае, когда сдвиг велик.

5. Влияние внешних напряжений

Приложенные извне напряжения могут способствовать образованию мартенситной пластины, подобно тому, как это имеет место при образовании механического двойника. При температуре M_s образец превращается спонтанно при отсутствии напряжений; по мере повышения температуры требуются все более и более высокие напряжения для того, чтобы вызвать превращение вплоть до того момента, пока, наконец, при некоторой темпе-

ратуре образец не начнет деформироваться, не претерпевая превращения. В этом случае матрица обычно оказывается механически стабилизированной, и температура M_s понижается. Этот эффект впервые был предсказан Шайлем⁹⁰ и впоследствии был обнаружен для многих превращений. Результатом приложения напряжений является превращение выше M_s или увеличение степени превращения ниже M_s ; в некоторых случаях требующиеся для этого напряжения не превышают предела упругости. В теории Шайля подразумевалось, что при температуре превращения исходная решетка становится механически неустойчивой, но это положение ошибочно: образующаяся фаза растет из зародышей а не возникает путем спонтанного опрокидывания решетки. Мак-Рейнольдс⁹¹ экспериментально установил, что при охлаждении железоникелевых сплавов модуль сдвига при переходе сплава через точку M_s не претерпевает никаких изменений. Механическая стабилизация, возникающая при деформации, объясняется, по-видимому, тем, что полосы скольжения, граници полигонов и т. д. препятствуют росту. Следует, однако, отметить, что для малых деформаций был обнаружен также и противоположный эффект: небольшие деформации, не-посредственно не вызывая превращения, повышали M_s и увеличивали степень превращения при более низких температурах^{92,93}. Это стимулирование превращения может быть приписано концентрации внутренних напряжений, способствующей образованию зародышей мартенсита.

При образовании мартенситной пластины работа приложенных извне напряжений расходуется на полную деформацию формы. Эта работа добавляется к изменению объемной свободной энергии и увеличивает движущую силу процесса; в соответствии с принципом Ле-Шателье преимущественным вариантом габитусной плоскости оказывается, как установлено, тот, для которого работа внешних напряжений получается наибольшей⁹⁴. Если предположить, что температура M_s определяется критическим значением движущей силы, то влияние данного напряженного состояния может быть количественно рассчитано, что и было весьма успешно проделано Пателем и Коеном⁹⁵. Подобные расчеты были проведены также Крюс саром⁹⁶ и Фишером и Тернбаллом⁹⁷. При некоторых схемах нагружения работа производится против действия внешних сил при всех способах превращения. В этом случае преимущественным вариантом габитусной плоскости является тот, для которого эта работа минимальна; эффективная движущая сила при этом уменьшается и температура M_s понижается. Этот вывод также был экспериментально подтвержден. Если бы деформация формы ограничивалась только сдвигом, то приложение гидростатического давления не должно было бы оказывать влияния на M_s . Наличие такого влияния, обнаруженное на железоникелевых сплавах^{95,98}, служит новым доказательством того, что в действительности имеет место более общий вид деформации, а именно деформация с инвариантной плоскостью.

Мартенситная пластина, образующаяся под действием приложенных извне напряжений, вызывает в окружающей матрице обычные аккомодационные напряжения. Рейнольдс и Бивер⁹⁹ установили, что многие из пластин, образующихся в закаленной β -латуни при ее сжатии при комнатной температуре, в процессе снятия нагрузки исчезают, а другие уменьшаются в размерах. Новое нагружение приводит к возникновению пластин в тех же самых местах, что и прежде, причем медленное увеличение напряжений сопровождается плавным ростом пластин. По-видимому, мартенсит, возникший под действием внешних напряжений, находится в обратимом равновесии с матрицей и может быть сравнен с термоупругим мартенситом и с упругими двойниками.

Упругие двойники в кальците впервые детально были изучены Гарбером¹⁰⁰⁻¹⁰³ и недавно вновь исследованы Вильямсом¹⁰⁴. Они представляют

собой тонкие двойниковые клинья, которые обратимо (с небольшим гистерезисом) растут или сокращаются по мере того, как увеличиваются или уменьшаются напряжения. Если такой двойник достигает критического размера, он распространяется на все сечение кристалла и становится устойчивым, исчезая лишь при приложении нагрузки противоположного знака. Единственное возможное объяснение этого явления заключается, по-видимому, в том, что упругий двойник находится в равновесии, которое обусловлено действием внешних напряжений и аккомодационных напряжений матрицы. При снятии внешней нагрузки напряжения матрицы вызывают уменьшение двойника до размера зародыша. Релаксация напряжений матрицы приводит к стабилизации, как и в случае превращений с одной поверхностью раздела.

Аналогично можно интерпретировать, очевидно, и упругий мартенсит, но в этом случае к работе внешних сил следует прибавить изменение объемной свободной энергии. Следовательно, возникающий под действием напряжений упругий мартенсит должен быть также и термоупругим, и влияние понижения или повышения температуры должно быть эквивалентно увеличению или уменьшению приложенных напряжений. Именно это и было обнаружено Рейпольдсом и Бивером ⁹⁹. По-видимому, возможность получения термоупрого мартенсита или упругого двойника определяется тем, достигается ли равновесие прежде, чем будет достигнут предел упругости матрицы. Так, двойникование в кальциите и превращение в алюминиевой бронзе ¹⁰⁵ носят полностью упругий характер, и в этих материалах матрица ведет себя упругим образом вплоть до предела прочности. Превращения под действием напряжений в сплавах медь—цинк и титан—марганец ¹⁰⁴ носят частично упругий характер, и в этих сплавах предел упругости матрицы очень высок. Более же пластичные материалы не обнаруживают упругого поведения ни при двойниковании, ни при мартенситном превращении.

Само собой разумеется, температура M_s расположена ниже температуры термодинамического равновесия, при которой (в отсутствие напряжений) свободные энергии двух фаз равны. Возможно, что превращение под действием напряжений может происходить не только выше M_s , но также выше и этой равновесной температуры, если только работа внешних сил превзойдет увеличение объемной свободной энергии. Это явление было обнаружено в сплавах индий—талий ¹³, в монокристаллах которых приложение напряжений приводило к частичному превращению, идущему с одной поверхностью раздела. При снятии напряжений кристалл вновь, подобно резине, возвращался к своей первоначальной ориентировке.

Превращение в кобальте характеризуется, вероятно, весьма большой величиной сдвига, и мелкозернистые образцы даже после охлаждения до очень низких температур редко содержат более 60% гексагональной плотноупакованной фазы. В этом случае превращение может быть доведено до конца путем приложения механических напряжений, которые могут вызвать также и превращение выше M_s . Хесс и Баррет ¹⁰⁶ исследовали превращения из гранецентрированной кубической фазы в гексагональную плотноупакованную и обратно в процессе измельчения порошков в небольшой ступке, осуществленном при различных температурах. Они обнаружили, что для превращений, вызванных напряжениями, минимальная температура превращения при нагреве совпадает с максимальной температурой превращения при охлаждении M_d ; это показывает, что обе эти температуры и дают равновесную температуру, при которой объемные свободные энергии фаз равны *).

*) Аналогичные результаты для сплавов железо—никель получили Кауфман и Коен ¹⁸⁰. (A. P., Э.Э.)

III. ЗАРОЖДЕНИЕ ПРИ МАРТЕНСИТНОМ ПРЕВРАЩЕНИИ

Кооперативное перемещение атомов, приводящее к росту мартенситных кристаллов, должно начинаться из очень малых образований новой фазы, называемых зародышами. Хотя образование зародышей может происходить не только в результате тепловых флуктуаций, мы начнем с изложения классической теории зарождения центров новой фазы в применении к мартенситному превращению. Предполагается, что читатель знаком с основами этой теории, развитой трудами Фольмера¹⁰⁷, Беккера и Деринга¹⁰⁸, Френкеля¹⁰⁹ и других исследователей. Для более детального изучения вопроса можно рекомендовать недавно опубликованные обзорные статьи^{110, 111 *}).

Тернбалл и Фишер¹¹² показали, что в конденсированных системах скорость гомогенного **) зарождения β -фазы в фазе α равна

$$J = N \frac{kT}{h} \exp \left\{ - \frac{\Delta G_c + Q}{kT} \right\} \frac{1}{\text{см}^3 \cdot \text{сек}} , \quad (1)$$

где N —величина порядка числа атомов в 1 см³, ΔG_c —изменение свободной энергии при образовании зародыша стабильной фазы критического размера **), Q —энергия активации элементарного процесса, состоящего в присоединении одного атома к зародышу β в предположении, что зародыш имеет тот же состав, что и окружающая матрица.

Впервые классическая теория зарождения была применена к мартенситному превращению Курдюмовым^{5, 60} и Фишером, Холломоном и Тернбаллом¹¹³. Здесь мы изложим ее в несколько измененном виде, принимая во внимание дальнейшее развитие этой теории (с учетом роли напряжений) Фишером и Тернбаллом⁹⁷.

Приближенно рассчитывается энергия, связанная с образованием ограниченного двумя сферическими поверхностями когерентного зародыша радиуса r и толщины t в центре. Главными компонентами напряжений будут σ_n , нормальное к габитусной плоскости, и τ_m , действующее в направлении тангенциального компонента деформации. Если предположить, что напряжения, вызванные образованием мартенситного зародыша, однородны и сосредоточены в сферической области радиуса r , то энергия образования зародыша будет

$$\Delta G = 2\pi r^2 \gamma + \left(\pi r^2 \frac{t}{2} \right) \Delta f'_v + \mu \frac{\theta^2}{6} \pi r t^2 ,$$

где γ —поверхностная энергия когерентной границы раздела, θ —угол сдвига при переходе из исходной структуры к структуре мартенсита, μ —модуль сдвига. Наличие напряжений существенно изменяет разность объемных свободных энергий

$$\Delta f'_v = \Delta f_v - \sigma_n \Delta v - 4\tau_m \frac{\theta}{3} ,$$

где Δf_v —изменение объемной свободной энергии в отсутствие напряжений, Δv —изменение объема.

Найдя максимум ΔG при условии постоянства объема, получим соотношение между t и r , определяющее наиболее выгодную форму зародыша.

*) Процессы зарождения мартенситных кристаллов весьма полно освещены в обзорной работе¹⁰⁸. (A.P., Э.Э.)

**) Гомогенное зарождение характеризуется равной вероятностью образования зародышей новой фазы в любой точке исходной фазы; напротив, при гетерогенном зарождении существуют места предпочтительного образования зародышей. (A.P., Э.Э.)

***) Работа образования зародыша критического размера (A.P., Э.Э.)

Энергия образования и объем зародыша критического размера будут

$$\Delta G_c = A\mu^{2\theta^4} \gamma^3 / \Delta f_v'^4,$$

$$V_c = -B\mu^{2\theta^4} \gamma^3 / \Delta f_v'^5,$$

где A и B — численные коэффициенты.

Быстрый когерентный рост мартенсита до макроскопического размера возможен в том случае, если присутствуют зародыши размера V_c . Предполагается, что зародыши растут или распадаются путем термически активированного присоединения или отделения единичных атомов, но энергия активации Q такого процесса при росте рассматриваемых когерентных зародышей оказывается очень малой. Равновесное, или квазистационарное, распределение зародышей по размерам быстро устанавливается почти при любой температуре.

Вследствие высокой энергии деформации для образования когерентного зародыша требуется большая разность свободных энергий. Фишер с соавторами предполагают, что в сплавах внедрения, таких как железо—углерод, где небольшое количество растворенного элемента сильно изменяет эту разность, зародыши предпочтительно образуются в местах, свободных от углерода. Очевидно, тот факт, что состав фаз в процессе пребывания не меняется, совсем не означает, что зародыш имеет тот же состав, что и исходная матрица. При высокой температуре в равновесном состоянии присутствуют свободные от углерода области различного размера («гомофазные флуктуации», согласно терминологии Френкеля). Быстрым охлаждением они могут быть сохранены вплоть до низких температур, когда скорость диффузии пренебрежимо мала. Согласно модели Фишера с соавторами в таких областях образуются некогерентные зародыши феррита, которые при охлаждении растут когерентно до границ этих областей. Каждый такой зародыш станет центром *) превращения при температуре, при которой объем области, свободной от углерода, превзойдет V_c . В случае, если скорость зарождения при этой температуре ничтожно мала, превращение происходит за счет быстрого роста уже имеющихся центров, а затем прекращается вплоть до того момента, пока с дальнейшим понижением температуры не уменьшится V_c . Так объясняются «атермические» черты превращения. Быстрое изменение V_c с температурой обеспечивается при некоторой температуре резкий переход из состояния с полным отсутствием зародышей к состоянию с заметным их числом. Эта практическая наблюдаемая температура начала мартенситного превращения M_s определяется условием $V_c = \text{const}$. Смещение точки M_s под действием напряжений может быть вычислено по формуле

$$\Delta M_s = \left(\sigma_n \Delta v + 4\tau_m \frac{\theta}{3} \right) \frac{\partial \Delta f_v}{\partial T}.$$

Используя эту формулу, Фишер и Тернбалл⁹⁷ получили хорошее совпадение с результатами экспериментального исследования влияния внешних напряжений на положение точки M_s .

В сплавах замещения флуктуации состава не могут играть существенную роль в уменьшении работы образования зародышей. Однако, как следует из вышеуказанных соображений, зародыши будут преимущественно образовываться вокруг структурных неоднородностей или других источников внутренних напряжений, и формальная теория атермического

*) Центром превращения принято называть зародыш, превышающий критический размер. Терминам «зародыш» и «центр» в английской литературе соответствуют термины embryo (зародыш) и nucleus (ядро), (A.P., Э. Э.)

зарождения на таких зародышах почти идентична теории зарождения на флуктуациях состава. В сущности это положение было высказано Холломоном и Тернбаллом в обзорной статье¹¹¹, но в последних публикациях Фишера с соавторами (см., например, ¹¹⁴) термин «атермический» был применен к мартенситу, образующемуся в сплавах замещения путем быстрого термического зарождения в процессе охлаждения. Таким образом предполагается, что если сплавы внедрения содержат при каждой температуре определенное ограниченное число зародышей (так что скорость зарождения при постоянной температуре уменьшается вследствие исчерпания зародышей), то в сплавах замещения скорость зарождения при данной температуре постоянна, а точка M_s просто соответствует той температуре, при которой эта скорость становится заметной. В принципе, во втором случае изотермическое превращение при M_s или более низкой температуре может привести к полному превращению исходной фазы. Существенно при этом, что каждая образующаяся пластина мартенсита целиком еще непревращенную матрицу, тем самым уменьшая объем, пригодный для последующего образования пластин. Вследствие этого при постоянной скорости зарождения центров наблюдается уменьшение скорости превращения.

В низколегированных сплавах скорость зарождения при всех температурах слишком велика, чтобы превращение могло быть задержано быстрым охлаждением, поэтому зависимости положения точки M_s от скорости охлаждения не наблюдается. Вместе с тем возможен случай, когда при температуре, соответствующей максимальной скорости превращения, изотермическое превращение происходит достаточно медленно. Предполагая зарождение в таких сплавах гомогенным, Фишер¹¹⁵ считал кривые изотермического превращения и получил очень хорошее совпадение с экспериментальными результатами Сека и Холломона⁶². Однако Ши и др.⁶³ показали, что начальная скорость превращения получается много меньше, если опыт производится в отсутствие мартенсита, образовавшегося до начала изотермического превращения, и применение выражения (1) для анализа этих данных дает невероятно высокие значения ΔG_c . Если же считать, что зарождение гетерогенно и начинается из относительно немногочисленных деформированных областей с высокой энергией, то N в (1) имеет значительно меньшую величину, и для работы образования критического зародыша ΔG_c получаются более разумные значения.

Теория Фишера предсказывает, что в сплавах, лежащих по составу за пределами узкой области, для которой было получено изотермическое превращение, зарождение должно быть слишком медленным и экспериментально наблюдаваться не может. Таким образом, согласно указанной теории, превращения в этих сплавах не происходит, а мартенситная точка M_s вообще не может лежать ниже температуры 120° К, соответствующей максимальной скорости зарождения при изотермическом превращении*). Между тем результаты Кауфмана и Коена¹¹⁶ показывают, что температура M_s в железоникелевых сплавах непрерывно понижается до 50° К по мере увеличения содержания никеля. Эти авторы утверждают, что такой результат не может быть объяснен ни при каком разумном изменении термодинамических параметров теории Фишера, так что преимущественная роль гетерогенного зарождения в процессе мартенситного превращения, по-видимому, доказана **).

*) «Носу» кривой превращения на изотермической диаграмме. (A.P., Э.Э.)

**) Это утверждение Кауфмана и Коена ошибочно, так как полученные ими результаты не противоречат теории Фишера. (A.P., Э.Э.)

Помимо работ в СССР *), классическая теория зарождения мартенсита развивалась главным образом Фишером, Тернбаллом и Холломоном. Время от времени взгляды этих авторов претерпевали изменения, так что довольно трудно охарактеризовать их позицию в настоящее время. Полученные в последнее время результаты указывают на несостоительность концепции гомогенного зарождения, а превосходное совпадение с экспериментом, которое она иногда дает, может быть случайным. Вместе с тем, как указывалось выше, большинство трудностей удается избежать, если предположить, что зарождение гетерогенно **).

Экспериментальные наблюдения показывают, что энергия активации для роста мартенсита фактически равна нулю. Таким образом, теории зарождения, кладущие в основу термически активированный процесс присоединения или отделения единичных атомов, оказываются в известной мере нелогичными, что особенно проявляется при расчете критического размера. Наличие изотермических превращений показывает, что иногда зарождение является термически активируемым процессом α ; однако критические условия для образования зародышей могут в основном зависеть не от размера, при котором этот процесс приводит к уменьшению свободной энергии, а от размера, при котором начинает действовать атермический механизм роста. Это подтверждают проведенный Фишером и Тернбаллом анализ действия приложенных извне напряжений; для количественных расчетов они использовали полную деформацию формы, но как они сами указывали, реальные зародыши, вероятно, могут иметь различную конфигурацию. Их расчеты очень похожи на расчеты Пателя и Коена ⁹⁵, которые предполагали, что температура M_s определяется критической движущей силой и что эта движущая сила является результатом взаимодействия напряжений и макроскопической деформации. Отмеченные выше трудности выступают на первый план при расчете размера реальных зародышей. Для железоуглеродистых сплавов он составляет всего лишь один-два атомных слоя по толщине, и несостоительность принятой модели становится очевидной.

Малый размер зародыша указывает на возможность образования центров превращения непосредственно из структурных несовершенств без помощи термической активации. Простейшим примером служит превращение г. ц. к. в гексагональную плотноупакованную решетку, где г. ц. к. дислокации в плоскости {111} диссоциируют на частичные дислокации, ограничивающие область ошибки упаковки. Эти ошибки упаковки являются двумерными зародышами гексагональной плотноупакованной фазы и их размеры будут меняться с температурой ¹¹⁷; при наличии подходящего процесса роста они будут увеличиваться, если движущая сила достаточно велика, что и объясняет наблюдаемые атермические особенности превращения ¹¹⁸, ¹¹⁹. Подобные предположения сделаны и в отношении других превращений; они рассматриваются в разделе V, 4.

Родственную идею заключает в себе теория Коена, Маклина и Параньи ¹²⁰, обычно называемая теорией пути реакции. Эти авторы рассматривали образование мартенситной пластины как процесс, начинающийся из «центра деформации», например дислокации, и распространяющийся

*) Из советских теоретических работ в этом направлении, не упомянутых в обзоре, следует отметить работы Б. Я. Любова ¹⁷⁹, проанализировавшего кинетику роста мартенситного кристалла. Произведенные им расчеты показывают, что скорость роста центра по радиусу должна значительно превосходить скорость роста по толщине, что подтверждается экспериментальными работами. (А. Р., Э. Э.)

**) Оригинальная теория гетерогенного зарождения излагается в работе ¹⁸¹. (А. Р., Э. Э.)

через решетку как волна сдвига (или деформации). Предполагается, что атомы вблизи «центра деформации» частично смешены в положение мартенсита, и считается, что изменение энергии с возрастанием смещения проходит через максимум. Таким образом, в своей первоначальной форме теория, по-видимому, подразумевает наличие постепенного перехода от одной структуры к другой, причем деформация в каждой точке непрерывно меняется от начального до конечного состояния. Это описание представляет несомненный интерес, поскольку не требует термической активации при росте, но следует подчеркнуть, что согласно современным представлениям, «сдвиг» распространяется по дискретным поверхностям. Фишер и Тернбэлл¹²¹ ввели в теорию пути реакции член, учитывающий поверхностную энергию, и утверждают, что в этом случае предсказания этой теории почти совпадают с результатами классической теории зарождения; однако Маклин¹²² не согласен с их расчетами.

С самых общих позиций термические теории зарождения критикуются Крюссаром¹²³. В этих теориях так же, как и в теории диффузии, атомы рассматриваются как независимые осцилляторы, имеющие характеристическую частоту, и скорость соответствующего процесса рассчитывается с помощью теории скоростей химических реакций. Крюссар подчеркивает, что в действительности энергия связана с набором упругих волн в твердом теле, и выводит довольно сложное выражение, учитывающее эти эффекты. В сущности это, по-видимому эквивалентно использованию дебаевской модели твердого тела как континуума, вместо обычно подразумевающейся модели Эйнштейна. Однако, согласно Фишеру и Тернбэллу¹²⁴, учет этого обстоятельства может лишь изменить частотный фактор в выражении для скорости зарождения (1) и не меняет наиболее важного члена $\exp\left(-\frac{\Delta G_c}{kT}\right)$.

В заключение рассмотрим стабилизацию. Ниже температуры M_s она может быть объяснена, по крайней мере отчасти, релаксацией напряжений, вызванных ранее образовавшимися пластинами. Но трудно ожидать, что такая релаксация задержит образование всех зародышей, и, кроме того, она не может объяснить стабилизацию выше M_s , если, конечно, таковая имеет место. Зависимость от температуры и времени указывает на аналогию с процессами деформационного старения, и некоторые авторы предполагают, что стабилизация связана с образованием атмосферы растворенных атомов. Такие атмосферы могут образовываться вокруг дислокаций в исходной фазе, увеличивая сопротивление матрицы росту мартенситных пластин. Морган и Ко⁷¹ полагают, что это обстоятельство может иметь существенное значение при превращениях в сталях. Атмосферы должны также закреплять поверхность раздела в данном положении, и подобный механизм, по-видимому, ответственен за стабилизацию при превращении с одной поверхностью раздела (глава II, 4). Наконец наличие атмосферы должно сказаться на образовании зародышей, так как перераспределение растворенных атомов вокруг благоприятных мест может сделать невозможным образование в этих местах зародышей^{69, 125}. Все вышесказанное, конечно, не означает, что стабилизация не может определяться совсем иными причинами.

IV. ТЕОРИИ КРИСТАЛЛОГРАФИИ МАРТЕНСИТНЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ

В этом разделе рассматриваются теории, выдвинутые для объяснения положения габитусных плоскостей, ориентационных соотношений и полной деформации формы, наблюдаемых при данном превращении. Существуют обширные обзоры^{2, 3, 10}, охватывающие все работы, кроме самых

последних, и мы не будем их повторять. Однако в последние несколько лет появились теории, которые позволяют изложить предмет более строго. При обзоре этих теорий мы попытаемся сопоставить сделанные предположения с достигнутыми результатами. Нашей первоначальной задачей будет выявление основных принципов, лежащих в основе всех этих теорий.

При мартенситных превращениях, как и при механическом двойниковании и образовании полос сброса, существует поверхность раздела, где исходная и конечная фазы находятся в контакте, и превращение осуществляется путем перемещения этой поверхности. Поэтому естественно при рассмотрении всех этих процессов выяснить, при каких условиях часть кристалла, подвергшаяся однородной полной деформации формы, остается в контакте с недеформированной частью. Очевидно деформация должна быть такой, чтобы поверхность раздела, общая для обеих фаз, оставалась неискаженной и не претерпевала поворотов. Это утверждение ниже будет рассмотрено более подробно.

1. Однородная деформация

Однородная деформация¹²⁶ математически характеризуется тем, что координаты (x'_1, x'_2, x'_3) любой точки тела после деформации могут быть выражены через линейные функции координат этой точки до деформации:

$$\begin{aligned} x'_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3, \\ x'_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3, \\ x'_3 &= a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3. \end{aligned} \quad (2)$$

Набор девяти чисел a_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) в этих уравнениях полностью описывает деформацию. Такой набор чисел называется матрицей. Существует метод, позволяющий записать систему уравнений такого рода в сокращенном виде и в удобной форме проводить расчет следующих друг за другом деформаций. Впервые матричный метод был применен к теории мартенситных превращений Джэсуном и Уилером¹²⁷ и широко использовался в более поздних работах^{18, 19, 128-130}. Однако необходимый для настоящего обсуждения результат может быть получен более просто прямой геометрической интерпретацией преобразования (2). Такое рассмотрение впервые проведено Франком в неопубликованных лекциях по теории пластической деформации в металлах, которые им были прочитаны в Бристольской летней школе в июле 1953 г.

Так как преобразование (2) линейно, степень уравнения, описывающего некоторый геометрический объект, например прямую линию, при таком преобразовании не меняется. Таким образом, при однородной деформации прямая линия остается прямой, плоскость—плоскостью, поверхность второго порядка—поверхностью второго порядка. При деформировании сфера, построенная в недеформированном материале, превращается в общем случае в трехосный эллипсоид. Можно показать, что любую однородную деформацию можно разложить на поворот тела, как жесткого целого, и чистую деформацию. Чистой называется такая деформация, при которой существуют три взаимно перпендикулярные направления, не претерпевающие поворота в процессе деформации. Если длина вдоль этих направлений возрастает в отношении $1+e_1, 1+e_2, 1+e_3$, то величины e_1, e_2, e_3 называются главными деформациями. Если интересуются искажениями линий и плоскостей, то при любом виде деформации достаточно рассмотреть только чистую деформацию.

При чистой деформации, для которой e_1, e_2, e_3 все положительны, начальная сфера лежит целиком внутри эллипсоида, в который переходит

эта сфера после деформации. На рис. 3 показано сечение этих двух поверхностей плоскостью $x_2 x_3$; очевидно, сечения двумя другими координатными плоскостями, расположенными под прямым углом к выбранной плоскости, подобны изображенному на рисунке. Читатель легко может разобрать сам при помощи нескольких схем десять возможных случаев, возникающих при различных знаках или равенстве нулю e_1, e_2, e_3 . Если e_1, e_2, e_3 все положительны (или отрицательны), чистая деформация представляет собою однородную дилатацию (положительную или отрицательную), т. е.

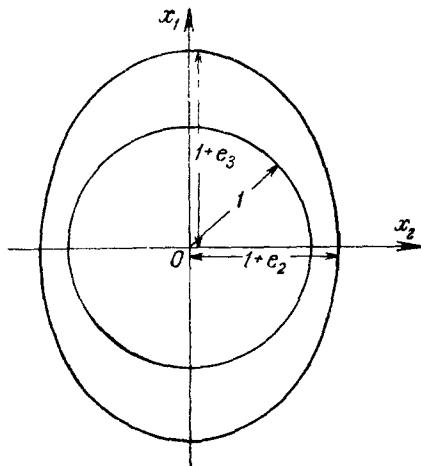


Рис. 3. Сечение единичной сферы и эллипсоида, в который она превращается, плоскостью $x_2 x_3$.

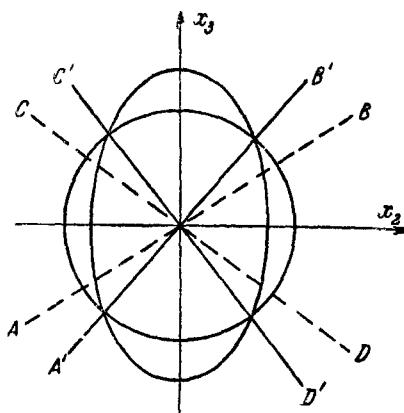


Рис. 4. Следы неискаженных плоскостей: AB, CD — начальные положения, $A'B', C'D'$ — конечные

однородное расширение или сжатие по всем направлениям. Очевидно, что в этом случае ни один из диаметров сферы не остается неизменным, так что если такая деформация имеет место в какой-либо части тела, то границей между деформированной и недеформированной областями не может быть неискажаемая в процессе деформации поверхность. Если одну из главных деформаций положить равной нулю, получим деформацию без однородной дилатации. Если $e_1 = 0$, а e_2 и $e_3 > 0$, сечение сферы и эллипсоида в плоскости $x_2 x_3$ будет опять таким же, как и на рис. 3, но обе поверхности соприкасаются друг с другом только в точке на неискаженной оси x_1 , перпендикулярной к плоскости чертежа. Такая чистая деформация является в действительности деформацией с инвариантной линией; ось x_1 — инвариантная линия. Однако при такой деформации не существует неискаженной двумерной области. Таким образом, для существования неискаженной поверхности условие равенства нулю одной из главных деформаций необходимо, но недостаточно *).

Если, кроме e_1 , равны нулю также e_2 или e_3 , сфера касается эллипсоида по окружности, лежащей в плоскости $x_1 x_2$ или $x_1 x_3$, т. е. имеется одна неискаженная плоскость; такая деформация имеет место при одноосном растяжении. Если $e_1 = 0$, а e_2 и e_3 противоположного знака, например $e_2 < 0$, $e_3 > 0$, то тогда часть эллипсоида лежит в пределах сферы, и обе поверхности пересекутся по двум кривым. На рис. 4 показано сечение образующейся поверхности плоскостью $x_2 x_3$. Из симметрии фигуры видно (это можно показать и более строго), что прямые, соединяющие линии

*) В работах 128, 166 утверждается, что это условие необходимо и достаточно. Однако это не так, и доказательство данное в 128, ошибочно.

пересечения с центром сферы, лежат в двух неискажаемых плоскостях, следы которых $A'B'$ и $C'D'$ показаны на рис. 4. Итак, для того чтобы часть тела, подвергшаяся однородной деформации, могла находиться в контакте с недеформированной частью, необходимо, чтобы поверхность раздела была плоской и чтобы либо две главные деформации были равны 0, либо одна из главных деформаций была равна 0, а две другие имели бы противоположные знаки.

Наконец, необходимо добавить еще одно условие. Недеформированная часть не только не искажена, но и не повернута, следовательно, граница раздела также не должна подвергаться повороту. Из рис. 4 очевидно, что при деформации сферы в эллипсоид следы неискаженных плоскостей поворачиваются из их начальных положений AB , CD в конечные положения $A'B'$, $C'D'$. Комбинируя вращение с чистой деформацией так, чтобы свести к нулю одно из этих вращений, можно получить деформацию, при которой одна плоскость не искажается и не поворачивается. Деформация такого рода удовлетворяет всем необходимым условиям, и указанная плоскость может служить границей между деформированной и недеформированной областями. Именно эта деформация и является деформацией с инвариантной плоскостью (см. выше раздел II, 1).

2. Деформации, возникающие при мартенситных превращениях

Как уже отмечалось во введении, если заданы структуры двух фаз и их точные ориентировки, то в зависимости от выбора элементарных ячеек существует бесконечное множество однородных деформаций, позволяющих перейти от элементарной ячейки одной фазы к ячейке другой. Во всех теориях предполагается, что одна из таких деформаций связывает начальную и конечную решетку. Она называется полной деформацией решетки S_t ¹²⁹ и может быть разложена на чистую деформацию M и вращение R . Чистая деформация M рассчитывается, если известно сопотвествие между решетками двух фаз^{127, 129}, т. е. установлено, как три некомпланарных направления одной решетки переходят в три направления другой. Тогда если форма и размер элементарных ячеек известны, можно найти M (но не R !). Систематических теоретических работ, посвященных проблеме выбора из бесконечного множества чистых деформаций той, которая имеет место при данном превращении, мало. Однако для сплавов Fe—C показано^{20, 127}, что, исходя из всех наблюдаемых ориентационных соотношений^{35, 39}, можно получить одно и то же соответствие решеток, если полагать, что каждый атом аустенита движется к ближайшему доступному узлу решетки мартенсита. Впервые рассмотренная Бейном¹³¹ полная чистая деформация решетки, получающаяся в этом случае, служит отправным пунктом при анализе мартенситных превращений во всех последующих работах.

Для понимания процесса может быть полезна следующая физическая картина, хотя, с точки зрения феноменологических теорий^{18, 128—130}, в ней нет необходимости. Рассмотрим малый объем исходной фазы, в котором начинается превращение. Если бы не было окружающей среды, противодействующей изменению формы и размеров этой малой области, то происходило бы определенное перемещение атомов, соответствующее фазовому переходу с минимальным энергетическим барьером. Как будет показано в дальнейшем, характер атомных перемещений, по-видимому, зависит от присутствия в исходной матрице несовершенств, способствующих

образованию новой фазы («подготовленных мест»), в частности дислокаций. Если атомные перемещения совершаются в рассматриваемой малой области единообразно, то они приводят к такому же изменению формы, как и однородная деформация, и перестройку решетки можно трактовать как результат этой деформации. Но так как выбранный объем, подвергающийся однородной деформации, лежит в большой массе непревращенного материала, с которым он остается связанным в процессе превращения, то эта деформация должна быть, по крайней мере приближенно, деформацией с инвариантной плоскостью. Вообще говоря, простейшая полная деформация решетки, например рассмотренная Бейном *), не сохраняет инвариантной какую-либо плоскость. Поэтому должна иметь место еще некоторая другая деформация, приводящая к дополнительному изменению формы так, чтобы общее изменение формы удовлетворяло указанному выше требованию. Эта добавочная деформация может мыслиться как результат напряжений, начинаяющих действовать со стороны непревращенной матрицы по мере того, как развивается превращение. При этом предполагается, что малый объем начинает превращаться, не испытывая противодействия. Гейслер¹³² придерживался мнения, что и в действительности указанные две деформации следуют одна за другой во времени, так что деформация, приспособливающая взаимное изменение формы области с новой структурой и окружающей матрицы, совершается после того, как превращение закончилось. Напротив, большинство исследователей сходится на том, что, за исключением, быть может, самых ранних стадий превращения, обе деформации происходят одновременно на движущейся поверхности раздела, которая наиболее удачно описывается некоторым дислокационным рядом. Роль противодействующих напряжений—создавать дислокации на поверхности раздела по мере формирования последней, так что относительное изменение формы, вызванное ее перемещением, может приблизительно описываться деформацией с инвариантной плоскостью. Как уже отмечалось, надо различать изменения, приближающие полную деформацию формы к деформации с инвариантной плоскостью, и изменения, приспособливающие исходную фазу к деформации формы (аккомодационные изменения), хотя оба эффекта влияют на кристаллографические особенности превращения.

В принципе, аккомодационные изменения формы, обеспечивающие контакт двух фаз на поверхности раздела, могут осуществляться за счет любой пластической деформации и проходить как в какой-либо одной, так и в обеих фазах. Если такие изменения осуществляются целиком за счет скольжения, то фазы по структуре однородны (рис. 1, г, стр. 518). Другой процесс (рис. 1, д) состоит в том, что малые области подвергаются либо повторяющемуся через малые расстояния двойникованию, либо чередующемуся мартенситному превращению, так что в соседних областях имеет место деформация формы противоположного знака. Повторяющееся двойникование должно стать субмикроскоическим вблизи поверхности раздела, где оно может заканчиваться дислокациями, и в таком виде могло бы иметь место во всей мартенситной пластине, но при некоторых превращениях обнаруживается в виде относительно грубой полосчатой микроструктуры.

Отмеченные выше общие принципы лежат в основе всех последних исследований по кристаллографии мартенситных превращений. Проводились главным образом два типа исследований. В работах первого типа начальное и конечное положение атомов связывается рядом деформаций,

*) Для краткости в дальнейшем сохранен используемый авторами термин «бейновская деформация». (А.Р., Э.Э.)

который удовлетворяет вышеупомянутым условиям^{18, 128-130}. Эти теории, использующие матричную алгебру, являются феноменологическими и не дают детальной картины перемещения атомов от одного состояния к другому. Рассматриваемая при подобном анализе последовательность промежуточных перемещений является лишь условной, необходимой для применения матричного метода, и не отвечает реальной последовательности атомных перемещений во времени. В работах другого типа делается попытка построить картину движущейся поверхности раздела, и посредством движущихся рядов дислокаций отобразить, хотя бы частично, действительные атомные перемещения¹³³⁻¹³⁵. Одна из этих работ ограничивается применением элементарной тригонометрии. Кроме того, путем сравнения расположения атомов в различных плоскостях двух решеток исследовались условия сопряжения¹³⁶, а в работе Сузуки¹³⁷ для упрощения матричной алгебры используются качественные данные о вероятном поведении дислокаций на поверхности раздела.

Ниже различные подходы будут разобраны и сопоставлены более детально. Обсуждаться будут главным образом превращения из гранецентрированной кубической в объемноцентрированную тетрагональную структуру в сплавах железа, так как именно этот тип превращений имеет наибольшее техническое значение и ему посвящено большинство опубликованных работ.

3. Теории $\gamma \rightarrow \alpha$ -превращения в сплавах железа

При анализе $\gamma \rightarrow \alpha$ -превращения в сплавах на основе железа Векслер, Либерман и Рид¹²⁸ (ссылки далее В-Л-Р) рассмотрели два случая. В обоих случаях они полагали, что полной чистой деформацией решетки является бейновская деформация; в одном случае конечная фаза рассматривалась как пакет тонких двойников в другом—считалась однородной.

При исследовании первого случая они показали, что бейновская деформация решетки с последующим двойниковым сдвигом по одной из плоскостей $\{112\}_M$, которая образуется в результате бейновской деформации из плоскостей $\{110\}_A$, эквивалентна другой бейновской деформации, включающей сжатие вдоль других аустенитных осей, и вращению. Конечный продукт рассматривается тогда как набор чередующихся областей, в которых произошла бейновская деформация*), являющаяся двойниковой по отношению к деформации в соседней области, а относительная толщина областей подбирается таким образом, чтобы получающаяся общая деформация формы была деформацией с инвариантной плоскостью.

Во втором случае рассматривается комбинация бейновской деформации*) с простым сдвигом при скольжении вдоль той же плоскости $\{112\}_M$. Величина сдвига выбирается так, чтобы снова получить деформацию с инвариантной плоскостью. Математически оба подхода в сущности эквивалентны¹²⁸, так как деформацию формы, вызванную скольжением, можно также трактовать как результат того, что лишь часть материала претерпела полный двойниковый сдвиг, причем тонкие прослойки двойников равномерно распределены по всему объему образующейся фазы (рис. 1, δ). Мы даем в приложении (стр. 558) основанный на элементарной геометрии вывод некоторых формул, полученных в этой статье. Исходя из параметров решеток двух фаз, авторы смогли рассчитать индексы габитусной плоскости, полную деформацию формы, ориентационные соотношения и величину сдвига при скольжении по плоскости $\{112\}_M$ (или отношение толщин двойниковых областей). Первые две величины, одни и те же для обоих

*) Совместно с вращением.

рассматриваемых случаев, находятся в хорошем согласии с результатами Гренингера и Трояно для сплава с 0,8% С и 22% Ni⁸. Вопрос о том, является ли продукт превращения в действительности однородным или нет, остается открытым¹²⁸. Однако из номограмм Гренингера и Трояно можно найти ориентационные соотношения; они близки к предсказанным для случая двойникования, сопровождающегося наименьшим из двух возможных сдвигов, что отмечалось Боулзом и Маккензи при обсуждении их собственных результатов, совпадающих для этого сплава с результатами В—Л—Р¹³⁰.

В—Л—Р представили свои результаты в виде таблицы значений направляющих косинусов нормали к габитусной плоскости как функций двух переменных—объема и соотношения осей мартенсита. В широком интервале изменения переменных, охватывающем все исследованные сплавы с углеродом и никелем, положение габитусной плоскости близко к {3, 10, 15}_д. Это означает, что не будучи уточненной, теория предсказывает для всех мартенситных фаз соотношения, близкие к найденным Гренингером и Трояно. В—Л—Р выдвинули две возможные причины несоответствия теоретически предсказанных результатов наблюдаемым. Во-первых, они не учитывали в своем анализе некоторых вторичных эффектов, возникающих вследствие объемного расширения и макроскопического сдвига пластин; во-вторых, резкое изменение положения габитусной плоскости (например, габитус {225}_д в сплавах с содержанием углерода менее 1,4%) может быть объяснено, если принять, что мартенситная пластина имеет более сложную структуру, в частности, они рассмотрели определенную комбинацию пересекающихся габитусов. Некоторые экспериментальные доказательства существования пластин сложной структуры, хотя и не совпадающей с предложенной, получены²⁹. В—Л—Р установили также¹³⁸, что аналогичные расчеты, основанные на предположении, что деформация с инвариантной решеткой осуществляется по плоскости {111}_д, дают габитусную плоскость, близкую к {225}_д.

Боулз и Маккензи (ссылки далее Б—М) развили несколько отличную общую теорию^{18, 129} и детально применили ее к сплавам железа с углеродом и никелем¹³⁰. Полная деформация решетки *S*, состоящая из чистой деформации *M* и вращения *R*, однозначно разлагается на деформацию решетки, равную полной деформации формы, *D* и деформацию решетки *P*₂ («дополнительную деформацию»). Для удобства математического анализа принимается, что *D* формально предшествует *P*₂. Предполагается, что *P*₂ компенсируется равной по величине и противоположной по знаку деформацией с инвариантной решеткой, вызванной скольжением (рис. 1, 2, стр. 518), таким образом, подразумевается, что продукт по структуре однороден*). Таким образом, рассматривая деформации в такой последовательности, они следуют традиции, сложившейся при обсуждении экспериментальных результатов^{8, 19, 20}, и имеют дело главным образом с деформацией решетки. В этом их подход отличается от В—Л—Р, которые подбирают деформацию формы так, чтобы получить в результате инвариантную плоскость. Однако, выписав основные матричные уравнения обеих теорий, легко показать, что, за исключением различных предположений относительно *D*, они эквивалентны. В общей теории Б—М полагается, что *P*₂ определяется элементами двойникования конечной структуры. На основании того наблюдения, что в мартенситной пластины, состоящей из двух макроскопических двойников, оба двойника подвергаются одинаковой полной деформации формы, Б—М сделали вывод, что простой сдвиг *P*₂

*) Так как деформация *P*₂ компенсируется скольжением, она не должна вызывать объемных изменений, и если скольжение идет только по одной плоскости, то *P*₂—простой сдвиг.

должен происходить либо по плоскости двойникования, либо в направлении двойникования конечной структуры, и в качестве рабочей гипотезы они приняли, что выполняются оба условия. Хотя продукт считается однородным, этот анализ может охватить и тот случай, когда деформация P_2 получается в результате чередующегося двойникования, как это рассматривается у В—Л—Р. Б—М полагают, что деформация состоит из деформации с инвариантной плоскостью и небольшой равномерной дилатации. Следовательно, в этой теории преднамеренно допускается существование на поверхности раздела фаз небольших искажений, которые полагаются одинаковыми вне зависимости от направления. При приложениях теории к реальным процессам параметр, зависящий от равномерной дилатации, является переменным и подбирается путем сравнения с экспериментом. Если заданы константы решеток обеих фаз и, конечно, структурное соответствие между ними, то положение габитусной плоскости рассчитывается как функция одного этого переменного. Результаты расчета можно изобразить на стереограмме линией, показывающей, как меняется предсказываемая габитусная плоскость, и, если эта линия проходит вблизи или через экспериментально полученную точку, определить значение параметра. Затем можно найти ориентационное соотношение, полную деформацию формы и величину сдвига компенсирующей деформации.

При анализе сплавов на основе железа за полную чистую деформацию решетки берется бейновская деформация, а за P_2 — сдвиг по плоскости двойникования $\{112\}_M$. Поэтому очевидно, что если дилатационный параметр Б—М имеет значение, соответствующее дилатации, равной нулю, оба метода приводят для этих сплавов к одинаковым результатам. Изменяя этот дилатационный параметр, Б—М показали, что их теория находится в хорошем согласии с имеющимися экспериментальными данными для всех сплавов железа¹³⁰, но для окончательного подтверждения теории данных недостаточно. Введение в теорию равномерной дилатации и последующее использование ее как параметра, который подбирается путем сравнения с экспериментом, соответствует предположению, что часть объемных изменений происходит за счет равномерного расширения (сжатия), причем величина последнего выбирается так, чтобы было достигнуто наилучшее совпадение с экспериментом. Именно это допущение дает теории дополнительную степень свободы, позволяющую ей охватить как габитус $\{225\}_A$, так и различные габитусы с выходами нормалей в центре стереографического треугольника. Хотя, вероятно, некоторые искажения поверхности раздела и существуют, нет оснований полагать априори, что они равны во всех направлениях *), и другие исследователи полагают иначе.

Сузуки¹³⁷ анализировал превращения в сплавах железа, используя подход, похожий на подход В—Л—Р, но с иными допущениями об искажениях на поверхности раздела. За полную чистую деформацию решетки снова берется бейновская деформация и за дополнительную деформацию с инвариантной решеткой — простой сдвиг, вызванный скольжением по плоскости $\{112\}_M$. Исходя из того, что поверхность раздела движется намного быстрее при превращении с габитусом $\{259\}_A$, чем при превращении с габитусом $\{225\}_A$ ^{55, 74, 139}. Сузуки разделяет эти два типа превращений, постулируя различные дислокационные механизмы возникновения движущейся поверхности. Полученные при помощи полуколичественного анализа этих дислокационных механизмов данные о природе поверхности раздела позволяют рассчитать индексы габитусной плоскости, ориентационные соотношения и полную деформацию формы. В целом полу-

*) Однако, если все линии в габитусной плоскости не повернуты, то искажения должны иметь именно такой характер¹⁸ (см. раздел II, 1).

ченные результаты совпадают с наблюдаемыми величинами. Для габитуса $\{225\}_A$ (Shiebung—превращение⁷⁴) доказывается, что габитусная плоскость (как это и наблюдается) содержит направление $\{111\}_M$, вдоль которого возможно расширение, в то время как в перпендикулярном направлении оно отсутствует. Для габитуса $\{259\}_A$ (Umkapp—превращение⁷⁴) предполагается, что полные дислокации на фронте превращения, вызывающие скольжение, возникают в результате довольно сложного динамического процесса. Сузуки приходит к выводу, что эти дислокации лежат вдоль линии пересечения плоскости скольжения $\{112\}_M$ с плоскостью $\{332\}_M$ либо $\{111\}_M$; причем опять-таки принимается, что отрезки линий в габитусной плоскости, перпендикулярные этому направлению, не меняются по длине. Таким образом, для обоих видов превращения на поверхности раздела допускаются искажения, представляющие собой одноосное растяжение. Несмотря на то, что подход Сузуки, различающий два типа превращений, представляется перспективным, желательно иметь более детальное обоснование предложенного дислокационного механизма.

Франк¹³³ при анализе превращений с габитусом $\{225\}_A$ в сплавах Fe—C использовал метод сопряжения. Если в α -решетке выбрать подходящую гранецентрированную тетрагональную ячейку, то из ориентационных соотношений Курдюмова—Закса следует, что направления $[011]_F$ ^{*)} и плоскости $(111)_F$ в обеих структурах параллельны. Франк постулировал, что плоскости $(111)_F$ обеих структур встречаются на поверхности раздела вдоль общей прямой $[01\bar{1}]_F$, лежащей в наблюдаемой на опыте габитусной плоскости $(522)_F$. Так как межплоскостные расстояния $(111)_F$ обеих структур не равны в точности, постулируемое положение не может иметь места, если эти плоскости не будут слегка повернуты вокруг их общей линии, лежащей на поверхности раздела фаз. Необходимый поворот рассчитывается из простого сопоставления, причем предполагается также, что расстояние между рядами $[01\bar{1}]_F$ в плоскостях $(111)_F$ подобрано правильно. Такой анализ условий сопряжения позволяет предсказывать положение поверхности раздела, которое приблизительно совпадает с наблюдаемой ориентировкой габитусных плоскостей. По мере движения поверхности раздела плоскости $(111)_A$ становятся плоскостями $(111)_{MF}$, причем по обе стороны от этой поверхности расстояния между рядами $[01\bar{1}]_F$ точно соответствуют исходной или конечной структуре. Если при этом еще устанавливается правильное расположение атомов вдоль рядов $[01\bar{1}]_F$, то перемещение поверхности раздела будет приводить к законченному превращению. Для этого необходимо, во-первых, растяжение приблизительно на 2% вдоль рядов $[01\bar{1}]_F$, которое рассматривалось Франком как упругое искажение (таким образом, в теории Франка на поверхности раздела допускается приблизительно одноосное растяжение); во-вторых—сдвиг измененной γ -решетки в направлении $[01\bar{1}]_F$ по плоскостям $(101)_{MF}$, или $(112)_M$, если использовать для описания обычную объемноцентрированную ячейку. Если допустить существование на поверхности раздела ряда винтовых дислокаций, то при его перемещении будет происходить сдвиг со скольжением, дающий сдвиг решетки без изменения формы (рис. 1, г, стр. 518).

Этот анализ справедливо критикуется по двум пункта. Во-первых, он применим только в специальном случае, когда направление с малыми индексами лежит в габитусной плоскости, так что можно осуществить

^{*)} Индекс F означает, что для описания обеих структур использована гранецентрированная ячейка. Здесь приведен использованный Франком вариант соотношений Курдюмова—Закса, который получается из данного в таблице II циклической перестановкой индексов.

двумерное сопряжение^{21, 130}. Во-вторых, использование равномерной дилатации для изменения межатомного расстояния вдоль $[01\bar{1}]_F$ дает лучшее совпадение с экспериментальными результатами, чем одноосное растяжение, в особенности если поправка на упругие искажения, которую Франк применил с ошибочным знаком, используется правильно¹³⁰.

Теория может быть улучшена с учетом первого возражения, если использовать метод сопряжения призм¹³⁴ (ссылки далее: «теория СП»). При наличии на поверхности раздела движущихся дислокаций определенные ряды решетки в зависимости от вида деформации обеих структур непрерывно проходят через границу раздела, так как вдоль направлений этих рядов лежат векторы Бюргерса дислокаций. В каждой фазе выбирается такой атомный ряд, и структуры сопрягаются так, что одна является продолжением другой; таким образом, математически проблема сводится к сопоставлению двух треугольных призм с заданными нормальными сечениями. Задача может быть решена с помощью элементарной тригонометрии; в результате получается плоскость сопряжения, зависящая от одного параметра X . Эта плоскость сопряжения идентична габитусной плоскости. По мере движения поверхности раздела одна призма деформируется в другую, и если межатомные расстояния вдоль образующих призмы выбираются правильно, получается наблюдаемое изменение объема. Эта «деформация призм» является полной деформацией формы. Поверхность раздела, соответствующую полному превращению, можно получить, если теперь подогнать положения атомов вдоль образующих призмы посредством сдвига решетки в этом направлении. Возникающее при таком сдвиге изменение формы компенсируется деформацией с инвариантной решеткой, которую получают за счет введения ряда дислокаций на поверхности раздела. Все эти этапы рассмотрения зависят от параметра X . С изменением X меняется плоскость, по которой осуществляется сдвиг решетки, необходимый для завершения превращения, меняется также и расположение дислокаций на поверхности раздела. Таким образом, как и в теории Б—М, имеется одна степень свободы, и предсказываемые плоскости соответствуют точкам некоторой линии гномостереографической проекции. Но в данном случае эта степень свободы связана с изменением сдвига решетки (и расположением дислокаций), так как искажения на поверхности раздела отсутствуют. Детально эта теория применялась к $\gamma \rightarrow \alpha$ -превращениям в сплавах на основе железа.

На рис. 5 сравниваются результаты этой теории и теории Боулза и Маккензи для сплавов железа с углеродом и никелем, исследованных Гренингером и Трояно⁸. Линия MM показывает, согласно теории СП, изменение габитусной плоскости при переменном X , пунктирные линии отвечают возможным отклонениям вследствие систематических ошибок при измерении параметров решетки⁸. Линия BM соответствует изменению габитуса в зависимости от величины дилатационного параметра теории Б—М. Пересечение этих линий приблизительно отвечает наблюдаемой габитусной плоскости $\{3, 10, 15\}_A$; в этой точке параметр теории Б—М соответствует отсутствию дилатации *), а дислокационный ряд в теории СП вызывает скольжение, которое как раз компенсируется дополнительной деформацией, рассматриваемой теорией Б—М. Вблизи точки $\{225\}_A$ теория СП вырождается в двухмерный случай¹³³, а дилатационный параметр

*) В своих численных расчетах Боулз и Маккензи принимали, что параметр $\theta^2 = 0,630$, в то время как отсутствию равномерной дилатации отвечает $\theta^2 = 0,627$. Такой выбор параметра, вероятно, явился причиной небольшого расхождения между величинами сдвигов, вычисленных на основании теорий Б—Л—Р и СП, дающих одинаковые результаты, с одной стороны, и теории Б—М—с другой.

Б—М принимает значение, соответствующее равенству межатомных расстояний рядов $\langle 110 \rangle_A$ и $\langle 111 \rangle_M$ (эти ряды имеют общее направление, лежащее в плоскости раздела). Область гномостереографических проекций габитусной плоскости, рассчитанных по теории В—Л—Р, пересекается полосой СП вблизи $\{3, 10, 15\}_A$. Таким образом, для этого сплава все теории приводят к совпадающим результатам; это относится не только к положению габитусной плоскости, но также и к ориентационным соотношениям и полной деформации формы. Все теории правильно предсказывают не только одну габитусную плоскость, но и различные кристаллографические варианты, вытекающие из опубликованных номограмм 8, 130.

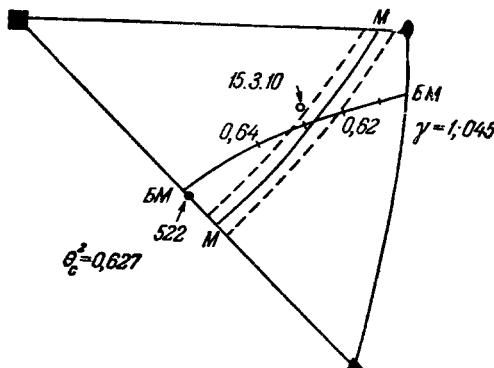


Рис. 5. Сравнение результатов теории *БМ* и *СП*. Используются данные Греннигера и Трояно⁸. Линия *ММ*, отвечающая теории *СП*, пересекает линию *БМ* при $\theta^2 = 0,627$, значениях, соответствующем отсутствию однородной дилатации. Взят вариант ориентационных соотношений, упомянутый в сноска к стр. 549

Боулз и Маккензи¹³⁰ выдвинули некоторое качественное геометрическое требование, которое должно привести к резкому изменению габитусной плоскости при повышении содержания углерода выше 1,4%. Теория СП¹⁴¹ показывает, что если предполагаемое сопряжение соблюдается и если габитусная плоскость перемещается из положения $\{3,10,15\}_A$ в положение $\{225\}_A$, то полная деформация формы непрерывно возрастает по мере изменения положения габитусной плоскости. Поэтому в этом районе можно ожидать внезапного изменения положения габитусной плоскости, приводящего к уменьшению деформации формы; по-видимому, характерно, что межатомные расстояния в направлении $[011]_F$ исходной и конечной решетки наиболее точно равны друг другу при содержании углерода 0,92–1,4%, хотя вообще они меняются незначительно.

Отметим, что все теории предполагают, что деформация с инвариантной решеткой представляет собой простой сдвиг по плоскости с малыми индексами. Такая деформация может быть вызвана единичным рядом параллельных дислокаций, расположенных на поверхности раздела. Это последнее требование может отчасти определить характер превращения. Предварительные работы, использующие теорию поверхностных дислокаций (см. раздел V)¹³⁵ подтверждают такого рода заключение.

Поскольку деформация с инвариантной плоскостью—простой сдвиг, составляющая деформации решетки P_2 , также является деформацией с инвариантной плоскостью. Если искажения на поверхности раздела отсутствуют, то полная деформация решетки S_t складывается из двух деформаций с инвариантной плоскостью, т. е. является деформацией с инвариантной линией, а так как допускается присутствие только малых искажений,

указанное положение выполняется во всех случаях. Как было показано в разделе IV, 1, для того чтобы удовлетворялось условие инвариантности линии, необходимо, чтобы одна главная деформация была равна нулю или чтобы главные деформации были разного знака. Во всех известных превращениях это условие выполняется.

4. Мартенситные превращения в других сплавах

Рассмотренные теории пока не имеют большого числа приложений. Превращение в системе индий—таллий анализировалось методом В—Л—Р¹², но хотя и была найдена габитусная плоскость, полученные результаты практически не отличаются от результатов приближенных расчетов^{14, 87}. Боулз и Маккензи, также показали, что превращения индий—таллий и медь—марганец являются частными случаями рассмотренного ими перехода гранецентрированной кубической решетки в объемноцентрированную тетрагональную¹³⁰. Имеется сообщение *), что метод В—Л—Р был применен к анализу превращения в системе золото—кадмий¹²⁸, исследованному Чангом²³.

Теория Б—М использовалась для изучения превращений объемноцентрированной кубической решетки в гексагональную плотноупакованную в титане¹⁰⁴. Теория дает очень хорошее совпадение с самыми последними экспериментальными данными и позволяет рассчитать оба типа габитусных плоскостей, наблюдаемых на опыте²¹. Имеются предварительные указания, что для анализа этих превращений может быть применен метод сопряжений¹⁴⁰.

5. Заключение

Результаты рассмотрения различных теорий подытожены в таблице III, в которой наряду с основными допущениями каждой теории указана и область ее применения. Помимо наиболее строгих и последовательных исследований, детально рассмотренных выше, в этой таблице нашли свое отражение и некоторые другие работы.

Указанные теории, очевидно, должны помочь понять основные особенности кристаллографии мартенситных превращений. Их несомненная польза состоит уже в том, что они позволяют упорядочить большое число наблюдаемых фактов и наметить пути для критического анализа экспериментальных результатов. Различные теории отличаются главным образом своими предположениями о характере малых искажений, допускаемых на поверхности раздела. На основе имеющихся данных трудно провести четкое различие между ними, тем более, что они пренебрегают некоторыми эффектами второго порядка, что может отразиться на предсказываемых результатах. По этой причине мы воздержались от попытки провести детальное количественное сопоставление различных теорий. Многие особенности превращения все еще ожидают удовлетворительного объяснения, в частности резкое изменение габитусной плоскости в зависимости от содержания углерода и температуры²⁹ в сплавах железа и широкий разброс значений индексов наблюдаемой габитусной плоскости (если он вообще имеет место). Кроме того, превращения, подвергшиеся к настоящему времени теоретическому анализу, слишком немногочисленны. Тем не менее благодаря общему упорядочению экспериментального материала теория достигла больших успехов, и теперь возникает настоятельная необходимость в получении более точных данных. К сожалению, такие данные получить не легко.

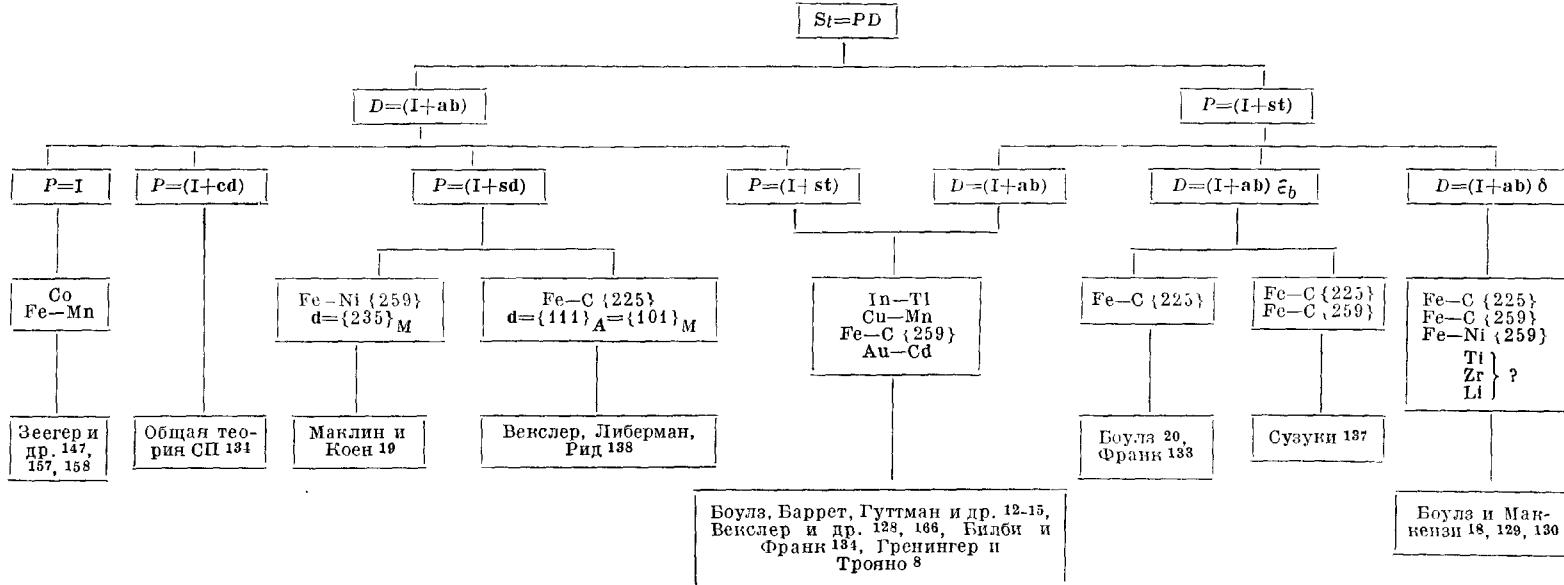
*) См. примечание на стр. 520

Таблица III

Классификация кристаллографических теорий мартенситного превращения

Деформация решетки S_t разлагается на две, как бы последовательные стадии (символически $S_t = PD$), первая из которых является полной деформацией формы D , а вторая представляет собой либо комбинацию деформаций с инвариантной решеткой, либо деформацию, меняющуюся на малых отрезках, но дающую в целом деформацию формы, равную нулю. Мы используем обозначения, соответствующие матричным представлениям, однако для понимания классификации не требуется знания матричной алгебры. Символы a , b , c и d —произвольные векторы, в то время как s и t —векторы в направлении двойникования и нормальном

к плоскости двойникования конечной фазы. Символ $(I+a, b)$ обозначает деформацию с инвариантной плоскостью, причем a —направление смещения, а b —нормалью к инвариантной плоскости. На конец, тождественная деформация, т. е. отсутствие какой-либо деформации, обозначается I , однородная дилатация— δ и одноосная деформация в плоскости с нормалью $b - \epsilon_b$. Различные теории отличаются допущениями, сделанными относительно D и P ; первый подраздел схемы основан на том, что все эти теории предполагают, что либо D есть деформация с инвариантной плоскостью, либо P есть часть двойникующего сдвига мартенсита.



V. ДИСЛОКАЦИИ И ТЕОРИИ МАРТЕНСИТНЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ

Применение теории дислокаций к мартенситным превращениям пока не привело к таким успешным результатам, которые можно было бы сравнить с успехами, достигнутыми в теории скольжения, но все же некоторые попытки в этом направлении предпринимались. В настоящей работе мы ограничимся кратким изложением некоторых положений дислокационной теории, которые могут быть использованы при описании фазовых превращений, и укажем, как эти положения были применены при анализе мартенситных превращений. Следует отметить, что в целом такого рода работы представляют собой обобщение идей, используемых в теории более простых процессов образования сбросов и механического двойникования.

1. Поверхностные дислокации

Обычная линейная дислокация разделяет плоскость скольжения на две области, в которых величина скольжения различна. Она характеризуется вектором Бюргерса, указывающим величину и направление невязки контура Бюргерса, и называется полной или частичной в зависимости от того, является или не является этот вектор вектором трансляции решетки Бравз. С помощью двумерного ряда параллельных краевых дислокаций можно описать поверхность раздела между двумя неискаженными блоками кристалла, имеющими идентичную структуру и повернутыми друг по отношению к другу вокруг оси, параллельной линиям дислокаций. Этот ряд, если его рассматривать в целом, отвлекаясь от его внутренней структуры, может быть назван поверхностью дислокаций¹⁴¹. Она представляет собой поверхность, отделяющую объемы кристалла, которые отличаются поворотом решеток. Кроме того, такая дислокация приводит к однородному простому сдвигу материала, через который она проходит (подобный сдвиг был обнаружен, например, при движении плоскостей изгиба в цинке¹⁴²). Примером поверхностной дислокации элементарного типа является простая косая граница. В общем случае поверхностная дислокация разделяет объемы материала, в которых различна деформация решетки, и, таким образом, соответствует границе между двумя различными решетками. Обычно с поверхностной дислокацией, так же как и с косой границей, связано резкое изменение величины пластической деформации. Поверхностная дислокация характеризуется не вектором Бюргерса, а тензором дислокации.

Развив метод, разработанный Найем¹⁴³, Билби, Булло и Смит¹⁴¹ показали, каким образом этот тензор, который дает дислокационное описание границы, может быть связан с нормалью к поверхности и с деформациями, преобразующими данную решетку в две другие, расположенные по разные стороны от этой границы. Точно так же, как линейные дислокации могут пересекаться в точке, так и поверхностные дислокации могут пересекаться вдоль линии (поверхностного узла); существует и аналогичная теория, позволяющая определить эти пересечения.

Понятие о дислокационном ряде может быть с успехом применено для описания движущейся поверхности раздела при мартенситном превращении. В работе Франка¹³³ и в последующей работе¹³⁴, посвященной теории сопряжения призм, приведены примеры, в которых рассмотрена структура движущейся поверхности. Теория поверхностных дислокаций позволяет осуществить последовательное применение представлений о дислокационных рядах к анализу мартенситных превращений, и первая предварительная работа в этом направлении уже проведена¹³⁵.

2. Дислокации двойникования и дислокации превращения

Новый вид дислокации получается при рассмотрении ступеньки на прямолинейной границе между двумя решетками. Эту ступеньку называют дислокацией двойникования—для границ двойников¹⁴⁴⁻¹⁴⁶ и дислокацией превращения—для более общего случая любой границы¹⁴⁷. Перемещение такой ступеньки вдоль поверхности раздела приводит к продвижению границы на расстояние, равное высоте ступеньки, т. е. к росту одной структуры за счет другой. Таким образом, с помощью этих дислокаций может быть дано исчерпывающее описание перемещения поверхности раздела.

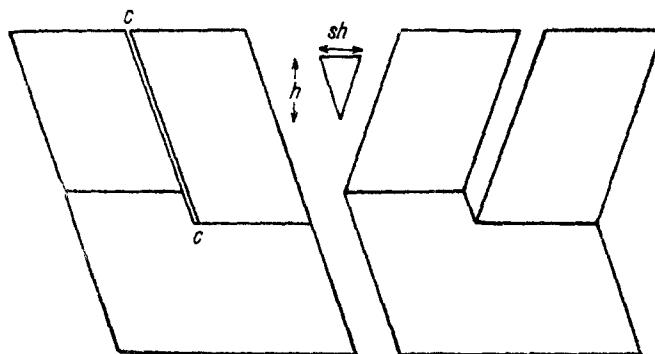


Рис. 6. Дислокация двойникования. Если кристалл разрезан и сдвинут, как показано на рисунке, то по *cc* появляется трещина; эта трещина может быть «захлопнута», что приведет к появлению уступа на границе двойников. Вектор Бюргерса дислокации равен *sh*, где высота уступа *h* умножается на сдвиг *s*, связанный с двойникованием.

На рис. 6. (подобный рисунку, приведенному Томпсоном и Миллардом¹⁴⁶) показано, что такая ступенька создает поле напряжений, подобное полю напряжений вокруг обычной дислокации. Действительно, если разрезать два соседних участка и провести в них показанный на рисунке двойникующий сдвиг, то образуется маленькая трещина, оканчивающаяся на ступеньке границы. Напряжения, которые возникают вокруг «захлопнувшейся» трещины, подобны напряжениям, окружающим отрицательную краевую дислокацию. Применение дислокации двойникования открывает новый путь описания макроскопической деформации, возникающей при изменении формы поверхности раздела, так как любое такое изменение может быть, очевидно, приближенно представлено с помощью соответствующего расположения ступенек. Дислокации двойникования были использованы для анализа деформаций, связанных с изменениями в толщине двойников в продукте мартенситного превращения сплава ниций—таллий¹⁴⁸.

3. Генерирующие узлы между двумя решетками и полусный механизм

В принципе монослой двойниковой или мартенситной структуры может образовываться, как и при обычном локальном скольжении в результате разделения подходящей (частичной) дислокации. Однако для возникновения области новой структуры макроскопического размера необходимо, чтобы этот процесс осуществлялся в строгой последователь-

ности в ряде параллельных атомных плоскостей. Один из возможных механизмов, предполагающий динамическое размножение дислокаций, использован в теории превращения кобальта¹¹⁷. Другой, называемый «полюсным механизмом»^{146, 150}, не зависит от скорости движения дислокации и основывается на обобщении представлений об источнике дислокаций Франка—Рида¹⁵¹. Полюсный механизм состоит в том, что дислокация, вращаясь, ползет по геликоидальной поверхности, аналогично вращающейся ступеньке в теории роста кристаллов¹⁵², что приводит к скольжению или превращению в нужной последовательности плоскостей. Эта идея была использована в теории роста двойников в α -железе из ошибок упаковки¹⁵⁰, но, по-видимому, подобный механизм применен не во

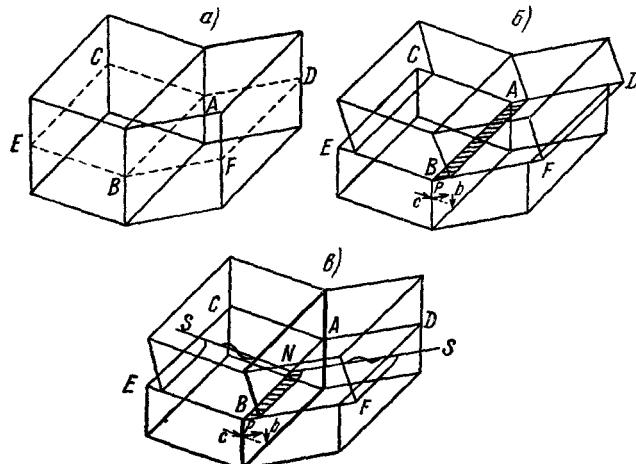


Рис. 7. Соответственное скольжение, пересекающее границу двойника:

а) совершенный двойник с очерченной в каждой его половине плоскостью скольжения; б) соответственное скольжение, простирающееся на все сечения двойника. Вектор скольжения ρ получается из ρ путем сдвига формы, преобразующего левую половину двойника в правую. Таким образом, вдоль AB образована дислокация двойникования величины B ; в) незавершенное соответственное скольжение. Скольжение простирается также только от EBF до SS' , следовательно, последняя является линией (винтовой) дислокации, проходящей по обеим половинам двойника. Дислокация двойникования проходит от B до N , где SS' пересекает границу. Поверхность границы является теперь геликоидальной, и при вращении NB вокруг SS' одна решетка преобразуется в другую.

всех случаях¹⁵³. В некоторых работах указывается на возможную роль полюсного механизма в процессе скольжения^{141, 154, 155}.

По мере того, как монослои с помощью полюсного механизма утолщаются и достигает макроскопического размера, вращающаяся дислокация становится дислокацией превращения, ползущей по геликоидальной поверхности раздела между двумя решетками. Томпсон и Миллард¹⁴⁶ детально рассмотрели этот процесс для случая двойникования гексагональных металлов и показали, что дислокация двойникования в совокупности с соответствующими линиями дислокаций, лежащими в каждой из решеток, могут образовать узел, который путем «полюсного механизма» генерирует двойник из исходной структуры. Результат этот является общим для любых двух решеток, если одна может быть получена из другой путем преобразующей деформации, которая представляет собой деформацию с инвариантной плоскостью¹⁴⁷.

Смысл сказанного поясняет рис. 7, на котором показана, во-первых, (рис. 7, а) идеальная плоская граница двойника (или мартенсита), а за-

тем (рис. 7, б)—тот же самый двойник после того, как в обеих его половинах произошло скольжение, причем направление скольжения не лежит в плоскости границы. На (рис. 7, в) район, претерпевший скольжение, занимает только часть сечения двойника и там, где он кончается, из одной решетки в другую проходит линия (винтовой) дислокации, от которой начинается ступенька на границе; поверхность раздела имеет геликоидальную форму. Если теперь ступенька будет вращаться относительно линий дислокаций, как около полюса, то, очевидно, одна решетка будет расти за счет другой путем «полюсного механизма». Описанный механизм возможен в том случае, если из одной решетки в другую проходят дислокации, имеющие векторы Бюргерса, связанные между собой деформацией формы, соответствующей деформации формы при превращении («соответственные» векторы скольжения). Рассмотренная совокупность линий дислокаций и границы раздела называется генерирующим узлом между двумя решетками.

Представления о полюсном механизме и генерирующих узлах были использованы при анализе превращения в кобальте^{147, 156, 157}. Имеются сообщения, что на поверхности раздела могут быть выявлены некоторые виды спиральной структуры¹⁵⁸, но, по-видимому, эта экспериментально обнаруженная структура не имеет отношения к данной теории¹⁵⁹.

4. Зарождение при мартенситных превращениях

Теория дислокаций была использована при анализе трех аспектов теории зарождения при мартенситных превращениях.

Во-первых, если поверхность раздела описывается как ряд дислокаций, то получается модель, для которой можно попытаться количественно оценить по крайней мере часть ее энергии. Расчет размера зародыша мартенсита, основанный на теории зарождения мартенсита¹¹³, показывает, что зародыш этот очень мал¹⁴⁰, вероятно, толщиной всего в несколько межатомных расстояний. Таким образом, используемое феноменологической теорией представление о постоянной поверхностной энергии¹¹³, является, по-видимому, слишком грубым, и необходимо уточнение, которое учитывало бы реальную структуру поверхности раздела¹⁶⁰, подобно тому, как это было сделано для случая образования сбросов¹⁶¹. Недавно Кнапп¹⁶² провел более точный анализ этого вопроса*).

Во-вторых, ряд авторов использует уже упоминавшееся (раздел III) представление о том, что в исходной фазе могут существовать такие несовершенства структуры, которые близки к структуре новой фазы и ограничены неполными дислокациями^{117, 137, 147, 156, 157, 162, 163}. По мере того, как температура падает ниже M_s , эти искаженные участки становятся способными к росту и могут служить исходными центрами превращения. Такая концепция позволяет объяснить, как может возникнуть хотя бы часть полной деформации решетки. Имеются попытки объяснить с этой точки зрения превращения в кобальте и железе^{162, 163}. Указанный подход можно рассматривать как перефразирование на язык дислокационной теории многочисленных выдвигавшихся ранее теорий, рассматривавших различные превращения как процесс образования сдвигов. Однако из изложенных ранее современных теоретических представлений следует, что для того, чтобы были выполнены условия деформации с инвариантной плоскостью, необходимо наличие, кроме сдвигов, и других видов деформации.

*) См. также¹⁶² (A.P., Э.Э.)

Наконец, было высказано предположение¹⁰², что напряжения вокруг изолированных или сгруппированных дислокаций могут быть физическим объяснением концепции мест предпочтительного зарождения, используемой в феноменологических теориях. Был проведен анализ образования зародышей двойников цинка на группах дислокаций¹⁵³. Далее, показано, что вследствие подобия полей напряжений, возникающих вокруг мартенситных пластин, механических двойников, полос сброса, сдвиговых трещин и заторможенных полос скольжения, в соответствующих условиях один из этих процессов может стимулировать любой другой¹⁶¹. Так, было рассмотрено образование двойника при перемещении трещин¹⁶⁴; аналогичным образом был проведен анализ кристаллографии мартенситных «взрывов»⁷⁹. Стимулирование мартенситных превращений при пластической деформации также может частично объясняться возникновением новых мест предпочтительного зарождения вблизи остановившихся полос скольжения или полос сброса.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Анализ $\gamma \rightarrow \alpha$ -превращения в сплавах железа, основанный на элементарной геометрии

Для иллюстрации основных положений, выдвинутых выше, некоторые результаты, полученные с помощью матричной алгебры¹²⁸, будут выведены элементарными методами, аналогичными тем, которые были использованы при рассмотрении однопородной деформации в разделе IV, 1.

Пусть на рис. 8 x_1 , x_2 , x_3 — стандартные аустенитные оси. Тогда мартенсит может быть получен с помощью чистой деформации (байновской деформации), которая переводит точку (x_1, x_2, x_3) в точку (x'_1, x'_2, x'_3) , где

$$x'_1 = \eta_1 x_1, x'_2 = \eta_2 x_2, x'_3 = \eta_3 x_3. \quad (A,1)$$

Здесь $\eta_1 = \sqrt{2}(a_M/a_A)$, $\eta_2 = c_M/a_A$, a — параметры решетки аустенита, a_M , a_A — параметры тетрагонального мартенсита. В интересующих нас сплавах $\eta_1 > 1$ и $\eta_2 < 1$.

Единичная сфера, октант $OABC$, которой показан на рис. 8, становится эллипсоидом с полуосами $OD = \eta_1 > 1$, $OE = \eta_2 < 1$ и $OF = \eta_3 > 1$. Сфера пересекает

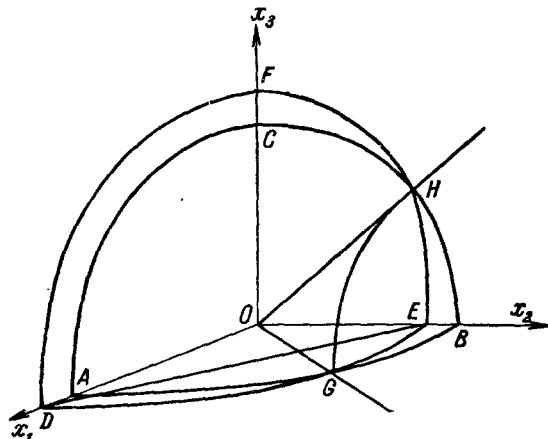


Рис.8. Геометрические соотношения при чистой деформации, переводящей аустенит в мартенсит.

эллипсоид по дуге окружности GH . Таким образом, прямые линии от точки O до этой дуги образуют часть неискаженной конической поверхности OGH , но неискаженные плоскости отсутствуют. Уравнение этого конуса получается вычитанием уравнения единичной сферы из уравнения эллипсоида. Последнее имеет вид

$$\frac{x'_1^2}{\eta_1^2} + \frac{x'_2^2}{\eta_2^2} + \frac{x'_3^2}{\eta_3^2} = 1, \quad (A,2)$$

так что уравнение конуса будет

$$\left(\frac{1}{\eta_1^2} - 1 \right) x_1'^2 + \left(\frac{1}{\eta_2^2} - 1 \right) x_2'^2 + \left(\frac{1}{\eta_3^2} - 1 \right) x_3'^2 = 0. \quad (A,3)$$

В мартенситной решетке x_2 становится $[001]_M$ (тетрагональной осью *), x_1 — направ-

*) В статье¹²⁸ тетрагональная ось $[010]_M$.

влением $[110]_M$; тогда $(110)_A$ переходит в $(112)_M$ и $[110]_A$ (AB) в $[111]_M$ (DE). Пусть имеет место простой сдвиг величины g на $(112)_M$ в направлении $[111]_M$, выберем g таким образом, чтобы в результате полной деформации формы, вызванной (A,1) и этим сдвигом оставалась неискаженной какой-либо плоскость. Чтобы эта плоскость, кроме того, не поворачивалась, необходимо предположить, что имеет место дополнительный поворот тела как целого, который однако, мы здесь определять не будем.

На рис. 9 изображена плоскость x_1x_2 . В осях y_1, y_2 (y_3 направлена вдоль x_3) сдвиг выражается так:

$$y'_1 = y'_1 - gy'_2, \quad y'_2 = y'_2, \quad y''_3 = y'_3,$$

и легко показать, что в осях X этот сдвиг переводит точку (x'_1, x'_2, x'_3) в (x''_1, x''_2, x''_3) , где

$$\left. \begin{aligned} x''_1 &= (1 - csg) x'_1 - c^2 g x'_2, \\ x''_2 &= s^2 g x'_1 + (1 - csg) x'_2, \\ x''_3 &= x'_3. \end{aligned} \right\} \quad (A,4)$$

Здесь $c = \cos \omega = \frac{\eta_1}{\sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2}}$, $s = \sin \omega = \frac{\eta_2}{\sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2}}$, ω — угол, показанный на рисунке. Совместная деформация (A,1) и (A,4) переводит (x_1, x_2, x_3) в (x''_1, x''_2, x''_3) , где

$$\left. \begin{aligned} x''_1 &= (1 - csg) \eta_1 x_1 - c^2 g \eta_2 x_2, \\ x''_2 &= s^2 g \eta_1 x_1 + (1 - csg) \eta_2 x_2, \\ x''_3 &= \eta_1 x_3. \end{aligned} \right\} \quad (A,5)$$

Если неискаженная плоскость при преобразовании (A,5) существует, то она должна пересекать $(112)_M$ по неискаженной линии. Так как $(112)_M$ не изменяется при сдвиге (A,4), она должна после чистой деформации (A,1) содержать некоторую неискаженную линию. Это может иметь место только в том случае, если $(112)_M$, след которой $y_1 O y'_1 \parallel DE$ (рис. 9), пересекает неискаженную кониче-

скую поверхность, след которой GOG' . Условие $y'_1 \widehat{O} x_2 \leqslant G \widehat{O} x_2$ приводит к неравенству $\eta_1^2 + \eta_2^2 \leqslant 2$, которое удовлетворяется для всех интересующих нас сплавов¹²⁸. Плоскость $(112)_M$, уравнение которой

$$\frac{x'_1}{\eta_1} = -\frac{x'_2}{\eta_2} = \pm \left(\frac{1}{\eta_1} \sqrt{\frac{\eta_1^2 - 1}{2 - \eta_1^2 - \eta_2^2}} \right) x'_3,$$

пересекается с конусом[—](A,3) по прямым

$$\frac{x'_1}{\eta_1} + \frac{x'_2}{\eta_2} = 0, \quad x'_3 = \text{const.}$$

Перед деформацией (A,1) это были прямые

$$x_1 = -x_2 = \left(\pm \sqrt{\frac{\eta_1^2 - 1}{2 - \eta_1^2 - \eta_2^2}} \right) x_3.$$

Таким образом единичный вектор в первоначальном направлении линии пересечения неискаженной плоскости сдвига $(110)_A$, которая становится затем $(112)_M$, будет

$$\left(+ \sqrt{\frac{\eta_1^2 - 1}{\eta_1^2 - \eta_2^2}}, \quad - \sqrt{\frac{\eta_1^2 - 1}{\eta_1^2 - \eta_2^2}}, \quad + \sqrt{\frac{2 - \eta_1^2 - \eta_2^2}{\eta_1^2 - \eta_2^2}} \right), \quad (A,6)$$

где из пары прямых выбрана та, которая рассмотрена в статье¹²⁸.

Сдвиг (A,4) не сказывается вдоль главной оси x_3 эллипсоида (A,2). Однако главные оси x_1 и x_2 меняются по длине и направлению. Для существования неискаженной плоскости одна из этих главных полуосей должна иметь единичную длину. Поскольку мы ищем начальное положение этой главной оси (которая должна лежать в неискаженной плоскости), рассмотрим не эллипсоид (A,2), который

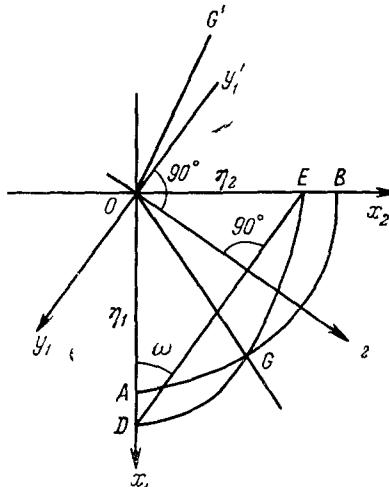


Рис. 9. Сечение фигуры рис. 8 плоскостью x_1x_2 .

получается из единичной сферы посредством (A,5), а, наоборот, такой эллипсоид, который в результате (A,5) переходит в единичную сферу

$$x_1''^2 + x_2''^2 + x_3''^2 = 1. \quad (A,7)$$

Его уравнение получается путем подстановки (A,5) в (A,7) и может быть записано как

$$ax_1^2 + 2hx_1x_2 + bx_2^2 + \eta_1^2x_3^2 = 1, \quad (A,8)$$

где a , h и b зависят от η_1 , η_2 и g . Главные оси (A,8) соответствуют первоначальному положению главных осей деформации (A,5)¹²⁸. Одна из них направлена вдоль x_3 , а две другие оси эллипса, лежащего в плоскости x_1x_2 , получаются, если положить в (A,8) $x_3 = 0$. Для нахождения этих осей воспользуемся обычными методами¹⁶⁵. Условие, что одна из полуосей имеет единичную длину, означает, что

$$(a+b) - 1 = ab - h^2, \quad (A,9)$$

и уравнение этой оси будет

$$x_2 = -\left(\frac{a-1}{h}\right)x_1. \quad (A,10)$$

Подставляя значения a , b и h из (A,8) в (A,9), мы получаем квадратное уравнение для g , решение которого в наших обозначениях будет

$$g = \frac{\eta_1^2 - \eta_2^2}{\eta_1\eta_2} \left[\frac{1}{2} \pm \frac{1 - \eta_1^2\eta_2^2}{2(\eta_1^2 - \eta_2^2)} \sqrt{1 - A^2} \right], \quad (A,11)$$

где

$$A = (\eta_1^2 - 1)(1 - \eta_2^2)/(1 - \eta_1^2\eta_2^2). \quad (A,12)$$

После подстановки (A,11) в (A,10) уравнение главной оси, имеющей единичную длину, становится

$$x_2 = -\frac{p+q}{p-q}x_1, \quad (A,13)$$

Рис. 10. Главные оси общей деформации формы. Эллипсоид (уравнение A,8) показан здесь после сдвига g такого, что одна из главных полуосей равна единице. Касание эллипсоида с единичной сферой происходит в точке на главной оси z_2 .

где $p = +\sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2 - 2\eta_1^2\eta_2^2}$ и $q = +\sqrt{2 - \eta_1^2 - \eta_2^2}$. Знак перед корнем в (A,11) снова выбран в соответствии с опубликованным вариантом¹²⁸. (A,13) может быть также записано с помощью угла γ (рис. 10)

$$x_2 = -x_1 \operatorname{ctg} \gamma, \quad (A,14)$$

откуда

$$\cos \gamma = (p+q) \sqrt{2(p^2+q^2)}, \quad \sin \gamma = (p-q) \sqrt{2(p^2+q^2)},$$

что совпадает с опубликованным вариантом¹²⁸.

Нормаль к неискаженной плоскости (габитусной плоскости), отнесенная к аустенитным осям x , получается посредством векторного произведения (A,6) и вектора $(-(p-q), (p+q), 0)$. Единичная нормаль (H, K, L) будет

$$(H, K, L) = \frac{1}{\eta_1 \sqrt{1 - \eta_2^2}} \left(\frac{1}{2}(p+q), \frac{1}{2}(p-q), \sqrt{\eta_1^2 - 1} \right). \quad (A,15)$$

Уравнение (A,11) дает точную величину сдвига, необходимую для получения неискаженной плоскости. В работе¹²³ рассматривается также возможность того, что этот сдвиг получается в результате чередующегося двойникования по плоскости (112)_M (рис. 1, д, стр. 518). Тогда легко находится необходимое для получения эквивалентного сдвига отношение $x/(1-x)$ — толщины двойникованного материала к несдвойникованному. Действительно, так как двойниковый сдвиг есть $(\eta_1^2 - \eta_2^2)/\eta_1\eta_2$, мы имеем

$$g = \left(\frac{\eta_1^2 - \eta_2^2}{\eta_1\eta_2} \right) x \quad (A,16)$$

Общая деформация формы наиболее легко может быть найдена в координатной системе z_1 , z_2 , z_3 вдоль главных осей (рис. 10), как это сделано в работе¹²⁸. Чтобы найти ориентационные соотношения, находим поворот, который уничтожит вращение (A,15) при преобразовании (A,5). Расчет этот громоздок, но не содержит принципиальных трудностей, и его подробности читатель сможет найти в оригинальной статье¹²⁸.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. A. R. Troiano and A. B. Greninger, *Metal Progress* **50**, 303 (1946).
2. J. S. Bowles and C. S. Barrett, «*Progress in Metal Physics*», vol. III, p. 1, London (Pergamon Press) (1953).
3. M. Cohen, «*Phase Transformations in Solids*», p. 588, New York (John Wiley and Sons); London (Chapman and Hall) (1951).
4. Г. В. Курдюмов, *ДАН СССР* **60**, 1543 (1948).
5. Г. В. Курдюмов, *ЖТФ* **18**, 999, 1004, 1011 (1948).
6. T. Ko and S. A. Cottrell, *J. Iron Steel Inst.* **172**, 307 (1952).
7. G. V. Kурдюмов, *Trans. AIMME* **133**, 222 (1939).
8. A. B. Greninger and A. R. Troiano, *Trans. AIMME* **185**, 590 (1949).
9. F. C. Frank, *Acta Met.* **1**, 71 (1953).
10. E. O. Hall, «*Twinning and Diffusionless Transformations in Metals*» London (Butterworths Scientific Publications) (1954).
11. L. C. Chang and T. A. Read, *Trans. AIMME* **191**, 47 (1951).
12. M. W. Burkhardt and T. A. Read, *Trans. AIMME* **197**, 1516 (1953).
13. Z. S. Basinski and J. W. Christian, *Acta Met.* **2**, 148 (1954).
14. J. S. Bowles, C. S. Barrett and L. Guttman, *Trans. AIMME* **188**, 1478 (1950).
15. Z. S. Basinski and J. W. Christian, *J. Inst. Metals* **80**, 659 (1951—1952).
16. A. B. Greninger, *Trans. AIMME* **133**, 204 (1939).
17. D. Hull and R. D. Carwood, «*The Mechanism of Phase Transformation in Metals*», *Inst. Metals*, London, p. 219 (1956).
18. J. S. Bowles and J. K. Mackenzie, *Acta Met.* **2**, 129 (1954).
19. E. S. Machlin and M. Cohen, *Trans. AIMME* **191**, 1019 (1951).
20. J. S. Bowles, *Acta Cryst.* **4**, 162 (1951).
21. A. J. Williams, R. W. Cahen and C. S. Barrett, *Acta Met.* **2**, 117 (1954).
22. S. Weinig and E. S. Machlin, *Trans. AIMME* **200**, 1280 (1954).
23. L. C. Chang, *Acta Cryst.* **4**, 161 (1951).
24. B. A. Bilby, *Brit. J. Appl. Physics* **2**, 316 (1951).
25. T. R. Anantharaman and J. W. Christian, *Phil. Mag.* **43**, [vii], 1338 (1952).
26. F. Sebillot and H. Bibring, «*The Mechanism of Phase Transformations in Metals*», *Inst. Metals*, London, p. 209 (1956).
27. A. N. Holden, *Acta Met.* **1**, 617 (1953).
28. Y. C. Liu and H. Margolin, *Trans. AIMME* **197**, 667 (1953).
29. R. F. Mehl and D. M. Van Winkle, *Rev. Mét.* **50**, 465 (1953).
30. W. G. Burgers, *Physica* **1**, 561 (1934).
31. Z. Mishiyama, *Sci. Rep. Tohoku Imp. Univ.* **26** [i], 77 (1936).
32. J. C. Parr, *Acta Cryst.* **5**, 842 (1952).
33. A. B. Greninger and A. R. Troiano, *Trans. AIMME*, **140**, 307 (1940).
34. G. Wassermann, *Mitt. K.-W. Inst. Eisenforsch.* **17**, 149 (1935).
35. Z. Mishiyama, *Sci. Rep. Tohoku Imp. Univ.* **23** [i], 638 (1934—1935).
36. R. F. Mehl and G. Derge, *Trans. AIMME* **125**, 482 (1937).
37. R. F. Mehl, C. S. Barrett and D. W. Smith, *Trans. AIMME* **105**, 215 (1933).
38. G. V. Smith and R. F. Mehl, *Trans. AIMME* **150**, 211 (1942).
39. G. V. Kурдюмов und G. Sach's. *Zeits. f. Physik* **64**, 325 (1930).
40. Z. S. Basinski and J. W. Christian, *Acta Met.* **1**, 759 (1953).
41. C. S. Barrett and O. R. Trautz, *Trans. AIMME* **175**, 579 (1948).
42. J. S. Bowles, *Trans. AIMME* **191**, 44 (1951).
43. A. J. J. van Ginnekin and W. G. Burgers, *Acta Cryst.* **5**, 548 (1952).
44. J. B. Newkirk and A. H. Geissler, *Acta Met.* **1**, 370 (1953).
45. C. J. McHargue, *Acta Cryst.* **6**, 529 (1953).
46. A. B. Greninger and V. G. Mooradian, *Trans. AIMME* **175**, 579 (1948).
47. I. Isaichev, E. Kaminsky, and G. V. Kурдюмов, *Trans. AIMME* **175**, 361 (discussion) (1948).
48. V. Gavranek, E. Kaminsky und G. V. Kурдюмов, *Metallwirtschaft* **15**, 370 (1936).
49. B. R. Butcher and A. H. Rose, *Nature* **172**, 817 (1953).
50. B. R. Butcher and A. H. Rose, «*The Mechanism of Phase Transformations in Metals*», *Inst. Metals*, London, p. 229 (1956).
51. A. R. Troiano and F. T. McGuire, *Trans. ASM* **31**, 340 (1943).
52. O. S. Edwards and H. Lipsom, *Proc. Roy. Soc.* **180** [A], 268 (1942).
53. C. S. Barrett, «*Phase Transformations in Solids*», p. 343, New York (John Wiley and Sons); London (Chapman and Hall) (1951).
54. Г. В. Курдюмов и Л. Г. Хандров, *ДАН СССР* **66**, 211 (1949).

55. H. Suzuki, T. Nomma, and S. Takeuchi, *Sci. Rep. Research Inst. Tohoku Univ.* (публикуется).
56. B. L. Averbach and M. Cohen, *Trans. ASM* **41**, 1024 (1949).
57. S. C. DasGupta and B. S. Lement, *Trans. AIMME* **191**, 727 (1951).
58. E. S. Machlin and M. Cohen, *Trans. AIMME* **194**, 489 (1952).
59. S. A. Kulkin and G. R. Speich, *Trans. AIMME* **194**, 258 (1952).
60. Г. В. Курдюмов и О. П. Максимова, *ДАН СССР* **61**, 83 (1948).
61. Г. В. Курдюмов и О. П. Максимова, *ДАН СССР* **73**, 95 (1950).
62. R. E. Cech and J. H. Hollomon, *Trans. AIMME* **197**, 685 (1953).
63. C. H. Shin, B. L. Averbach and M. Cohen, *Trans. AIMME* **203**, 183 (1955).
64. С. С. Штейнберг, *Труды Уральского индустриального ин-та* **8** (1938).
65. E. P. Klieg and A. R. Tgoian, *Trans. AIMME* **162**, 175 (1945).
66. П. П. Петровский, *ДАН СССР* **59**, 1109 (1948).
67. W. J. Harris and M. Cohen, *Trans. AIMME* **180**, 447 (1949).
68. D. J. Delazago, M. Hansen, R. E. Riley and W. Rostoker, *Trans. AIMME* **194**, 265 (1952).
69. Г. Н. Богачева и В. Д. Садовский, *ДАН СССР* **83**, 569 (1952).
70. S. C. DasGupta and B. S. Lement, *Trans. AIMME* **197**, 530 (1953).
71. E. R. Morgan and T. Ko, *Acta Met.* **1**, 36 (1953).
72. S. J. Rosenberg, *Acta Met.* **1**, 376 (1953).
73. T. Ko and B. Edmondson, *Acta Met.* **1**, 466 (1953).
74. F. Förster and E. Scheil, *Zeits. f. Metallkunde* **32**, 165 (1940).
75. S. A. Kulkin and M. Cohen, *Trans. AIMME* **188**, 1139 (1950).
76. R. F. Bunshah and R. F. Mehl, *Trans. AIMME* **197**, 1251 (1953).
77. N. E. Petch, «*Progress in Metal Physics*», vol. V, p. 1, London (Pergamon Press) (1954).
78. C. H. Shih, M. Cohen, and B. L. Averbach, *Trans. AIMME* **200**, 683 (discussion) (1954).
79. E. S. Machlin and M. Cohen, *Trans. AIMME* **191**, 746 (1951).
80. D. C. Jillison, *Trans. AIMME* **188**, 1009 (1950).
81. P. L. Pratt and S. F. Pugh, *J. Inst. Metals* **80**, 653 (1951–1952).
82. J. Holden, *Phil. Mag.* **43**, [vii], 976 (1952).
83. B. Edmondson and T. Ko, *Acta Met.* **2**, 235 (1954).
84. R. W. Cahen, *Nuovo Cimento* (Suppl.) **10**, 350 (1953).
85. T. Ko, *Acta Met.* **2**, 75 (1954).
86. E. Orowan, «*The Mechanism of Phase Transformations in Metals*», *Inst. Metals*, London, p. 47 (1956).
87. Z. S. Basiński and J. W. Christiaan, неопубликованная работа.
88. L. C. Chang, *J. Appl. Physics* **23**, 725 (1952).
89. D. W. Bainbridge, C. H. Li and E. H. Edwards, *Acta Met.* **2**, 322 (1954).
90. E. Scheil, *Zeits. anorg. Chem.* **207**, 21 (1932).
91. A. W. Reynolds, *J. Appl. Physics* **17**, 823 (1946).
92. О. П. Максимова и А. И. Никонорова, *ДАН СССР* **81**, 183 (1951).
93. H. C. Fielder, B. L. Averbach and M. Cohen, *Trans. AIMME* **47**, preprint No. 30 (1954).
94. E. S. Machlin and S. Weinig, *Acta Met.* **1**, 480 (1953).
95. J. R. Patel and M. Cohen, *Acta Met.* **1**, 531 (1953).
96. C. Crussard, *Compt. rend.* **237**, 1709 (1953).
97. J. C. Fisher and D. Turnbull, *Acta Met.* **1**, 310 (1953).
98. S. A. Kulkin, M. Cohen and B. L. Averbach, *Trans. AIMME* **194**, 661 (1952).
99. J. E. Reynolds and M. B. Bevege, *Trans. AIMME* **194**, 1065 (1952).
100. Р. И. Гарбер, *ДАН СССР* **21**, 229 (1938).
101. R. I. Garber, *J. Physics USSR* **2**, 313, 319 (1940).
102. R. I. Garber, *J. Physics USSR* **11**, 55 (1947).
103. Р. И. Гарбер, *ДАН СССР* **57**, 555 (1947).
104. A. J. Williams, Thesis, Birmingham University (1954).
105. S. G. Glover, частное сообщение.
106. J. B. Hess and C. S. Barratt, *Trans. AIMME* **194**, 645 (1952).
107. M. Volmer, «*Kinetik der Phasenbildung*», Dresden (T. Steinkopff) (1939).
108. R. Becker and W. Döring, *Ann. Physik* **24**, 719 (1935).
109. J. Frenkel, *J. Chem. Physics* **7**, 538 (1939).
110. R. Smoluchowski, «*Phase Transformations in Solids*», p. 147, New York (John Wiley and Sons); London (Pergamon Press) (1951).
111. Д. Н. Холломон и Д. Террибалл, «*Успехи физики металлов*», т. I, стр. 304, Металлургиздат, 1956.

112. D. Turnbull and J. C. Fisher, *J. Chem. Physics* **17**, 71 (1949).
 113. J. C. Fisher, J. H. Hollomon, and D. Turnbull, *Trans. AIMME* **185**, 691 (1949).
 114. J. C. Fisher, *Trans. AIMME* **197**, 918 (1953).
 115. J. C. Fisher, *Acta Met.* **1**, 32 (1953).
 116. L. Kaufman and M. Cohen, «The Mechanism of Phase Transformations in Metals», p. 187, *Inst. Metals*, London (1956).
 117. J. W. Christian, *Proc. Roy. Soc.* **206** [A], 51 (1951).
 118. O. S. Edwards and H. Lipsen, *J. Inst. Metals* **69**, 177 (1943).
 119. A. R. Troiano and J. L. Tokich, *Trans. AIMME* **175**, 728 (1948).
 120. M. Cohen, E. S. Machlin and V. G. Paranjape, «Thermodynamics in Phys. Metallurgy», p. 242, *Amer. Soc. Metals* (1950).
 121. J. C. Fisher and D. Turnbull, *Trans. AIMME* **197**, 921 (1953).
 122. E. S. Machlin, *Trans. AIMME* **200**, 684 (discussion) (1954).
 123. C. Crussard, *Physica* **15**, 184 (1949).
 124. J. C. Fisher and D. Turnbull, *Trans. AIMME* **200**, 685 (discussion) (1954).
 125. R. E. Cech and J. H. Hollomon, *Trans. AIMME* **200**, 683 (discussion) (1954).
 126. A. E. H. Love, «Mathematical Theory of Elasticity», Cambridge (University Press) (1934).
 127. M. A. Jaswon and J. A. Wheeler, *Acta Cryst.* **1**, 216 (1948).
 128. M. S. Wechsler, D. S. Lieberman, and T. A. Read, *Trans. AIMME* **197**, 1503 (1953).
 129. J. K. Mackenzie and J. S. Bowles, *Acta Met.* **2**, 138 (1954).
 130. J. S. Bowles and J. K. Mackenzie, *Acta Met.* **2**, 224 (1954).
 131. E. S. Bain, *Trans. AIMME* **70**, 25 (1924).
 132. A. H. Gaisler, *Acta Met.* **1**, 260 (1953).
 133. F. C. Frank, *Acta Met.* **1**, 15 (1953).
 134. B. A. Bilby and F. C. Frank, неопубликованная работа. Частично доложено на: Symposium on Martensite, Congress of the International Union of Crystallography, Paris (1954).
 135. B. A. Bilby and R. Bullough, неопубликованная работа.
 136. M. Doi and Z. Nishiyama, *Mem. Inst. Sci. Indust. Research, Osaka Univ.* **11**, 153 (1954).
 137. H. Suzuki, *Sci. Rep. Research Inst. Tohoku Univ.*, [A], 6, 30 (1954).
 138. M. S. Wechsler, D. S. Lieberman and T. A. Read, *Trans. AIMME* **200**, 680 (reply to discussion of [128]) (1954).
 139. H. Suzuki and T. Nomura, *Trans. AIMME* **194**, 519 (discussion) (1952).
 140. B. A. Bilby, неопубликованная работа.
 141. B. A. Bilby, *Phys. Soc.: Rep. Conf. on Defects in Crystalline Solids*, Bristol, p. 124 (1954).
 142. J. Washburn and E. R. Parker, *Trans. AIMME* **194**, 1076 (1952).
 143. J. F. Nye, *Acta Met.* **1**, 153 (1953).
 144. F. C. Frank and J. H. van der Merwe, *Proc. Roy. Soc.* **198** [A], 205 (1949).
 145. F. C. Frank, *Phil. Mag.* **42** [vii], 809 (1951).
 146. N. Thompson and D. J. Millard, *Phil. Mag.* **43** [vii], 422 (1952).
 147. B. A. Bilby, *Phil. Mag.* **44** [vii], 782 (1953).
 148. Z. S. Basinski and J. W. Christian, *Acta Met.* **2**, 101 (1954).
 149. F. C. Frank, *Phys. Soc.: Rep. Conf. on Strength of Solids*, p. 51 (1948).
 150. A. H. Cottrell and B. A. Bilby, *Phil. Mag.* **42** [vii], 573 (1951).
 151. F. C. Frank and W. T. Read, *Phys. Rev.* **79** [iii], 722 (1950).
 152. F. C. Frank, *Discussions Faraday Soc.* (5), 67 (1949).
 153. B. A. Bilby and A. R. Entwistle, *Acta Met.* **2**, 15 (1954).
 154. T. Suzuki, *Sci. Rep. Research Inst. Tohoku Univ.* **6** [A], 309 (1954).
 155. N. Thompson, *Proc. Phys. Soc.* **66** [B], 481 (1953).
 156. Z. S. Basinski and J. W. Christian, *Phil. Mag.* **44** [vii], 791 (1953).
 157. A. Seeger, *Zeits. Metallkunde* **44**, 247 (1953).
 158. H. Bibring and F. Sebillot, *Compt. rend.* **239**, 54 (1954).
 159. H. Bibring and P. Sebillot, частное сообщение.
 160. F. C. Frank, частное сообщение.
 161. F. C. Frank and A. N. Stroh, *Proc. Phys. Soc.* **65** [B], 811 (1952).
 162. H. Knapp, *Dissertation, Techn. Hochschule, Stuttgart* (1954).
 163. M. A. Jaswon, *Trans. AIMME* **200**, 678 (discussion) (1954).
 164. B. A. Bilby and R. Bullough, *Phil. Mag.* **45** [vii], 631 (1954).
 165. C. Smith, «Conic Sections», revised edition, p. 230, Art. 171, London (Macmillan and Co.) (1937).

166. D. S. Lieberman, M. S. Wechsler, and T. A. Read, *J. Appl. Phys.* **26**, 473 (1955).
-
167. *). C. S. Barrett, *Trans. ASM* **49**, 53 (1957).
 168. L. Kaufman and M. Cohen, «Progress in Metal Physics», Vol. 7, London (Pergamon Press) (1958).
 169. Г. В. Курдюмов, Сб. «Современные проблемы металлургии», АН СССР, стр. 546 (1958).
 170. H. Bibring and F. Sebillot, *Compt. rend.* **244**, 1496 (1957).
 171. H. Bibring and F. Sebillot, *J. Inst. Metals* **87**, 71 (1958).
 172. O. Buhl und C. Schüller, *Zeits. Metallkunde*, p. 116 (1957).
 173. S. Takeuchi and T. Honma, *Sci. Rep. Research Inst. Tohoku Univ.* **9**, 492 (1957).
 174. Я. М. Головчинер и Ю. Д. Тяпкин, *ДАН СССР* **93**, 39 (1951).
 175. О. П. Максимова и А. И. Никонорова, «Проблемы металловедения и физики металлов», Сб. 4, стр. 123 (1954).
 176. G. Philibert and C. Crussard, *J. Iron Steel Inst.* **180**, 39 (1955).
 177. Б. Я. Любов и Ю. А. Осипьян, *ДАН СССР* **101**, 853 (1955).
 178. Г. И. Фрейдман и М. Я. Широбоков, *ФММ* **1**, 484 (1955).
 179. Б. Я. Любов, «Проблемы металловедения и физики металлов», Сб. 3, стр. 83 (1952).
 180. L. Kaufman and M. Cohen, *J. Met.* **8**, 1393 (1956).
 181. M. Cohen, *Trans. Met. Soc. of AIMME* **212**, 171 (1958).
 182. H. Kapp und U. Dehling, *Acta Met.* **4**, 289 (1956).

*) Номера 167—182 внесены при переводе. (А. Р., Э. Э.)
