



АЛЕКСАНДР АЛЕКСАНДРОВИЧ
АНДРОНОВ

1953 г. Март

Т. XLIX, вып. 3

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

ПАМЯТИ А. А. АНДРОНОВА

Г. С. Горелик

Умер Александр Александрович Андронов, выдающийся учёный и замечательный человек, создатель нового направления в теории колебаний и в динамике машин, талантливый деятель советской высшей школы.

А. А. Андронов родился в 1901 г. в Москве. Уже в средней школе он мечтал посвятить себя науке. Одно время его больше всего влекла медицина, причём, для того чтобы искать в ней новые пути, он хотел сначала приобрести ту надёжную научную базу, которую даёт физико-математический факультет Университета. В старших классах он начал читать книги по высшей математике.

Среднюю школу А. А. окончил в 1918 г., во время гражданской войны. Он поступил на работу на завод, затем в один из военно-продовольственных отрядов, вместе с которым уехал на Урал. Вернувшись в 1920 г. в Москву, он был принят в Московское высшее техническое училище на электротехнический факультет. С 1921 г. одновременно с занятиями в МВТУ А. А. Андронов начал слушать некоторые лекции на физико-математическом факультете Московского университета. Он почувствовал настолько сильный интерес к физике, что перешёл (в 1923 г.) в Университет и в 1925 г. окончил физико-математический факультет Московского университета по специальности «теоретическая физика».

Студенческие годы Андронова совпали с началом расцвета московской математической школы. В то время студенты физики и математики слушали в Московском университете одни и те же математические лекции. А. А. Андронов много занимался математикой и приобрёл математическую культуру, значительно более глубокую и разностороннюю, чем та, которой обычно обладают физики, в том числе и теоретики. В университетские годы А. А. проявил большой интерес и к теоретической механике. Сильное впечатление произвёл на него С. А. Чаплыгин. Занятия теоретической механикой наложили заметный отпечаток на научные работы Андронова.

Ещё до окончания Университета А. А. Андронов начал преподавать во 2-м МГУ (ныне Московский государственный педагогический институт им. Ленина) механику и теоретическую физику.

Решающее значение для формирования А. А. Андронова как учёного имела его аспирантура в Московском университете (1925—1929 гг.). Руководителем А. А. по аспирантуре был Л. И. Мандельштам. Под его руководством А. А. была сделана (совместно с М. А. Леонтовичем) первая работа, относящаяся к теории рассеяния света флуктуирующей поверхностью жидкости, и начат тот цикл работ по теории нелинейных колебаний, о котором здесь будет подробно рассказано. Когда А. А. Андронов стал самостоятельным учёным и вокруг него выросла (главным образом в Горьком, куда он переехал в 1931 г.) своя научная школа, он продолжал работать в тесном контакте с Л. И. Мандельштамом.

Хотя А. А. Андронов был по образованию физиком-теоретиком, главное поле его деятельности оказалось довольно далёким от того, чем обычно занимаются специалисты по теоретической физике. Научное развитие А. А. Андронова шло своеобразным путём. Его влекла атомная физика — та новая область исследования, куда устремилось большинство молодых теоретиков 1920-х годов, его сверстников. Во время аспирантуры он занимался статистической физикой и некоторыми вопросами квантовой физики. Но в конце аспирантуры творческие силы А. А. сосредоточиваются на вопросах генерации колебаний, поставленных в порядок дня радиотехникой в связи с появлением электронной лампы. Этим вопросам была посвящена его заключительная диссертация. Почти все дальнейшие научные исследования А. А. Андронова явились развитием содержащихся в ней идей.

Для того чтобы понять принципиальное значение первых работ А. А. Андронова по теории колебаний, необходимо иметь в виду, что почти вся «колебательная культура», которой располагали в 1920-х годах физики и инженеры (в том числе и радиоинженеры), была линейной — она была связана с вопросами, решаемыми с помощью принципа суперпозиции и линейных дифференциальных уравнений. Сюда относится, в частности, обычная теория переменных токов, а также теория связанных колебаний в контурах, сопротивление которых подчиняется закону Ома. Между тем процессы генерации колебаний могут быть поняты только с помощью нелинейных дифференциальных уравнений. Это видно хотя бы из следующего замечания: для лампового генератора характерно, что в нём устанавливаются незатухающие колебания с вполне определённой амплитудой, не зависящей от начальных условий; в системе же, описываемой линейным дифференциальным уравнением, либо не может быть (без переменного внешнего воздействия) незатухающих колебаний, либо возможны незатухающие колебания произвольной амплитуды, целиком зависящей от начальных условий.

В 1920-х годах большинством радиоспециалистов ещё не было по-настоящему осознано принципиальное различие между процессами генерации колебаний и теми процессами, которые описываются линейными дифференциальными уравнениями. Часто пытались приспособить к процессам, происходящим в ламповом генераторе, представления, пригодные только для линейных систем, например принцип суперпозиции. Эти представления приводили иногда к резкому противоречию с опытом. Некоторые исследователи хорошо понимали принципиальное отличие лампового генератора от линейных систем и ставили задачи, связанные с ламповым генератором, как нелинейные задачи, приводили их к нелинейным дифференциальным уравнениям. Но мало написать нелинейное дифференциальное уравнение, надо суметь его исследовать. Решение нелинейных уравнений, вообще говоря, — дело несравненно более трудное, чем решение линейных уравнений. Исследователи, которых мы здесь имеем в виду, сумели решить ряд нелинейных задач и получить ценные результаты. Но методы, которыми были получены эти результаты, носили, если можно так выразиться, кустарный характер, не обладали достаточной общностью. Сами результаты были отрывочны.

А. А. Андронов сумел осветить вопросы генерации колебаний светом «большой науки», указав адекватный этим вопросам общий математический аппарат. Начало было весьма скромным. А. А. составил простейшие, идеализированные до предела, теоретические модели часов и лампового генератора. В модели генератора характеристика лампы была составлена из двух горизонтальных полупрямых («зет-характеристика»). Дифференциальные уравнения этих моделей — хотя и нелинейны — настолько просты, что А. А. смог без труда их проинтегрировать и построить полную картину интегральных кривых на фазовой плоскости. Эта картина такова: фазовая плоскость заполнена вложенными друг в друга спиралями, накручивающимися изнутри и снаружи на замкнутую кривую. Замкнутая кривая соответствует незатухающим колебаниям, спирали — процессам установления. Ещё раньше — Андронов это знал — аналогичная картина была получена Ван дер Полем с помощью метода изоклин для лампового генератора при идеализации характеристики лампы кубической параболой.

Здесь произошло то, что определило весь дальнейший научный путь А. А. Андронова: он усмотрел тождество замкнутых кривых на фазовой плоскости, изображающих незатухающие колебания часов и лампового генератора, с предельными циклами. Свою аспирантскую диссертацию он озаглавил «Предельные циклы Пуанкаре и теория колебаний».

Предельным циклом называется замкнутая интегральная кривая нелинейного дифференциального уравнения, к которой асимптотически приближаются соседние интегральные кривые. Предельные

циклы были открыты и исследованы Пуанкаре вне всякой связи с физикой в его работе 1881 г.: «О кривых, определяемых дифференциальным уравнением». Эта работа явилась началом качественной (топологической) теории дифференциальных уравнений, ставящей себе целью выяснение общего характера поведения интегральных кривых. До работ Андронова математики, занимавшиеся качественной теорией дифференциальных уравнений, не подозревали, что предельные циклы имеют отношение к физике и технике, а физики и инженеры, занимавшиеся исследованием процессов, связанных с генерацией колебаний, не знали, что математический аппарат, нужный для создания общей теории этих процессов, уже существует.

А. А. Андроновым была также установлена связь между теорией генерации колебаний и теорией устойчивости А. М. Ляпунова, изложенной в его знаменитой работе «Общая задача об устойчивости движения» (1892 г.).

То, что было сказано о предельных циклах, нуждается в уточнении. Предельные циклы могут быть устойчивыми или неустойчивыми: изображающая точка движется по соседним интегральным кривым в сторону приближения к предельному циклу или удаления от него. Собственно процессам генерации колебаний соответствуют устойчивые предельные циклы. (Неустойчивые предельные циклы имеют другой физический смысл, также разъяснённый Андроновым: они служат границей между областями начальных условий, из которых система стремится к различным устойчивым состояниям.) А. А. Андронов показал, что движение, отображаемое устойчивым предельным циклом, обладает тем типом устойчивости, который получил название устойчивости по Ляпунову (отклонение изображающей точки на фазовой плоскости от движения, устойчивого по Ляпунову, достаточно малое в начальный момент, остаётся — по определению — сколь угодно малым в течение любого времени).

Для обозначения незатухающих колебаний, генерируемых системами, обладающими трением (сопротивлением) подобно часам или ламповому генератору, А. А. Андронов ввёл новый термин, прочно вошедший в науку — термин **автоколебания**, и дал автоколебаниям точное математическое определение *). Согласно Андронову автоколебания — это движения, отображаемые на фазовой плоскости (в случае систем с одной степенью свободы) устойчивыми предельными циклами.

Итак, А. А. Андронов был тем, кто дал автоколебаниям их название и математическое определение, кто связал их теорию с качественной теорией дифференциальных уравнений, а потому и с топологией, а также с общей теорией устойчивости движения.

*). Последнему обстоятельству и он сам, и Л. И. Мандельштам придавали существенное значение.

Его работы способствовали больше, чем чьи-либо другие, превращению учения об автоколебаниях и родственных им явлениях из набора немногих отрывочных результатов и расчётных рецептов в новую, прекрасную главу теории колебаний.

Глава эта лежит за пределами не только классической линейной теории колебаний, но и теории нелинейных консервативных систем. Консервативные системы не имеют предельных циклов. Одна из неотъемлемых черт всякого генератора колебаний — та, что в нём имеется трение (сопротивление).

Новая глава теории колебаний, создание которой связано с именем А. А. Андронова, ещё не разработана в настоящее время столь широко, как классические главы теории колебаний — она родилась всего четверть века тому назад. Однако она уже теперь не уступает линейной теории колебаний по глубине концепций, отчётливости основных физических представлений, степени соответствия математических образов реальным физическим процессам^{**}).

После того как А. А. Андроновым было выяснено значение для теории колебаний качественной теории дифференциальных уравнений и теории устойчивости Ляпунова, А. А. занялся применением их к основным нелинейным задачам радиофизики^{***}).

А. А. Андроновым была дана теория автоколебаний в мультивибраторе, имеющих резко несинусоидальную форму. В этой теории автоколебания мультивибратора рассматриваются как разрывные (токи меняются скачком) и в сочетании с качественной теорией дифференциальных уравнений к ним применяется «условие скачка», высказанное Э. Фридлендером, а также Л. И. Мандельштамом и Н. Д. Папалекси (постулат непрерывности энергии).

С другой стороны, А. А. Андронов показал, что для количественного расчёта автоколебаний, близких по своей форме к синусоидальным (колебаний в нелинейных неконсервативных системах, близких к линейным консервативным), может быть применён метод разложения в ряд по степеням малого параметра, разработанный

^{**)} А. А. Андронов был противником термина «нелинейная механика», которым иногда обозначают теорию автоколебаний и родственных им явлений. Он часто подчёркивал, что классическая аналитическая механика Лагранжа-Гамильтона является по преимуществу нелинейной механикой. Солнечная система — один из главных предметов исследования классической механики — является существенно нелинейной системой (силы тяготения зависят нелинейно от расстояний). Отличительной чертой теории автоколебаний по сравнению с классической аналитической механикой является не нелинейность, а нечто совсем другое: классическая аналитическая механика имеет дело преимущественно с консервативными системами (отвлекаясь, например, при рассмотрении солнечной системы от приливного трения); теория автоколебаний имеет дело с системами, где неконсервативность играет принципиальную роль.

^{***)} Ряд работ этого цикла был выполнен А. А. Андроновым совместно с А. А. Виттом.

Пуанкаре для исследования периодических решений задач трёх тел в небесной механике. С помощью этого «метода малого параметра» и теории устойчивости Ляпунова А. А. Андроновым была дана теория, полностью разъяснившая некоторые из тех явлений, перед которыми бессилен линейный «образ мыслей»: захватывание (синхронизация) лампового генератора периодической внешней силой, а также затягивание частоты и её скачкообразные изменения при плавном изменении настройки сложного лампового генератора (с двумя колебательными контурами).

Ещё ранее, применив к приближённым нелинейным уравнениям, полученным Ван дер Полем в его теории захватывания, качественную теорию дифференциальных уравнений, А. А. Андронов выяснил остававшийся спорным вопрос о том, существует ли «порог захватывания». Он показал, что захватывание возможно при сколь угодно малой амплитуде внешней силы.

Добавим, что с помощью метода малого параметра, введённого в радиофизику А. А. Андроновым, Л. И. Мандельштам и Н. Д. Папалекси разработали теорию открытого ими явления резонанса недовозбуждённого лампового генератора под действием внешней элс частоты, кратной его собственной частоте (резонанс n -го рода).

Наряду с методом малого параметра существуют другие методы приближённого количественного решения задач о колебаниях, близких к синусоидальным, в нелинейных системах. Один из этих методов известен под названием квазилинейного. Он оперирует понятиями, заимствованными из линейной теории (а потому привычными для радиоинженера), видоизменяя их применительно к особенностям нелинейных задач. А. А. Андронова в последние годы несколько беспокоило то, что в вопросе о соотношении между методом малого параметра и квазилинейным методом среди физиков и инженеров укоренились, по его мнению, некоторые недоразумения. А. А. Андронов считал, что необходимо рассеять эти недоразумения. Здесь уместно изложить в нескольких словах его точку зрения.

Пользуясь методом малого параметра, мы представляем искомое периодическое движение в виде ряда по степеням некоторой величины μ («малого параметра»). Первый член этого ряда («нулевое приближение»), которым обычно ограничиваются, совпадает с приближённым решением, получаемым с помощью квазилинейного метода. Иногда утверждают: метод малого параметра имеет здесь то преимущество, что он является строгим. Это неверно. Метод малого параметра является «строгим» лишь в том смысле, что при достаточно малых значениях μ ряды, которыми он оперирует, заведомо сходятся. Но нигде не доказано, что эти ряды сходятся для тех значений μ , которые характеризуют реальную систему, колебания которой мы рассчитываем.

Главное значение метода малого параметра А. А. Андронов видел в том, что он связывает естественным образом задачу о приближён-

ном вычислении периодических решений с качественной теорией дифференциальных уравнений с задачей о рождении предельных циклов (смысл этого термина станет яснее из дальнейшего).

Необходимо заметить для правильного понимания того нового, что внес А. А. Андронов в теорию колебательных явлений, что (как он сам считал) метод малого параметра занимает в его работах — даже если говорить только об их математической стороне — совершенно второстепенное место. Главное в них — применение к исследованию нелинейных колебаний качественной теории дифференциальных уравнений и связанных с ней топологических методов. Возьмём в руки книгу, где изложены некоторые основные идеи А. А. Андронова^{*)}. Среди страниц, написанных А. А. Андроновым, наиболее характерными являются те, где проводится топологическое исследование интегральных кривых и даётся классификация фазовых траекторий грубых систем^{**)}. Заметим попутно, что одной из характерных черт научного творчества А. А. Андронова было стремление к созданию в каждом разрабатываемом им вопросе стройной логической системы с исчерпывающей классификацией всех возможных случаев по семействам, видам, подвидам. В «Теории колебаний» имеются целые страницы рисунков, показывающих различные качественные типы разбиения на траектории (андроновский термин) фазовой плоскости грубой системы, различного типа «сожительства» (тоже андроновский термин) особых точек, предельных циклов и некоторых других характерных кривых (сепаратрис), описывающих поведение системы на фазовой плоскости.

А. А. Андронов не ограничился применением к физике колебаний уже имевшихся математических результатов. Он занялся в связи с задачами теории колебаний дальнейшей разработкой качественной теории дифференциальных уравнений. Он внес в неё некоторые новые идеи и получил ряд существенных математических результатов.

Здесь имеется в виду прежде всего плодотворная физическая и математическая идея А. А. Андронова о грубых системах, разработанная им при участии Л. С. Понтрягина. Грубая система — это такая, качественный характер движения которой не меняется при достаточно малом изменении параметров. Консервативные системы не являются грубыми: колебания идеального маятника без трения периодичны (не затухают); но периодичности нет при наличии уже сколь угодно малого трения. Всякий генератор незатухающих колебаний обладает характерными свойствами, которые не сохраняются при консервативной идеализации, но правильно отображаются понятием «грубая система». Например, ламповый генератор генерирует

^{*)} А. А. Андронов и С. Э. Хайкин, Теория колебаний, М. — Л. 1937.

^{**)} Этот термин разъяснён дальше.

колебания (обладает периодическим движением) в некоторой *области* значений любого параметра: крутизна лампы, сопротивления контура, напряжений питания. Аналогичным свойством обладает любой двигатель. Периодическое движение двигателя изменяет свой период (количественное изменение), но остаётся периодическим (не меняется качественно) при не слишком большом изменении нагрузки. Отсюда ясно, что понятие грубой системы имеет для «земной» механики — и для всей техники — не менее важное значение, чем понятие консервативной системы для механики небесной. Последний пример важен для понимания одной из главных линий развития исследований А. А. Андронова — от теории колебаний в собственном смысле к общей динамике машин.

Другая плодотворная идея, которой А. А. Андронов обогатил качественную теорию дифференциальных уравнений, заключается, грубо говоря, в следующем: наряду с «систематикой» дифференциальных уравнений к ним возможен другой подход — их можно исследовать «исторически» или, если угодно, «эмбриологически». Можно интересоваться изменением, развитием качественной картины интегральных кривых дифференциального уравнения при изменении параметра, входящего в уравнение (не знаю, была ли эта идея навеяна физикой; физически такому подходу соответствует, скажем, исследование изменения режима машины при плавном изменении положения органа управления). При непрерывном изменении параметра изменение картины интегральных кривых происходит не всегда непрерывно: при некоторых значениях параметра происходят качественные изменения, например появляются или исчезают предельные циклы, сливаются особые точки (состояния равновесия) и т. д. Один из таких случаев — рождение предельного цикла при $\mu > 0$, о котором говорилось в связи с методом малого параметра.

Новый подход часто позволяет делать далеко идущие заключения о заданном дифференциальном уравнении, интегральные кривые которого не поддаются непосредственному исследованию: иногда можно построить более простое уравнение (A), из которого заданное уравнение (B) получается путём изменения параметра: зная «законы развития» картины интегральных кривых и картину интегральных кривых уравнения (A), можно сделать ряд выводов о картине интегральных кривых уравнения (B). В результате разработанного А. А. Андроновым нового подхода к дифференциальным уравнениям им были найдены (в сотрудничестве с Е. А. Леонович) законы появления, исчезновения, взаимного превращения особых точек, предельных циклов и сепаратрис при изменении параметров. Эти законы имеют непосредственный физический смысл. Они позволили А. А. Андронову дать (в качестве одного из простейших примеров) картину двух типов эволюции фазовой плоскости лампового генератора при изменении параметра, характеризующего обратную связь, — «мягкого» и «жёсткого» возникновения колебаний.

Здесь не случайно сказано «картина». Андроновская теория генератора просится на киноплёнку. Мультипликационный фильм о рождении предельных циклов мог бы быть замечательным учебным пособием.

Математические исследования А. А. Андронова и его школы, посвящённые качественной теории дифференциальных уравнений, непрерывно развивались. Существенные результаты были получены в этой области А. Г. Майером. В последние годы А. А. Андронов и его ближайшие сотрудники математики много работали над созданием монографии, излагающей их работы по качественной теории. (Эта монография осталась незаконченной.) В одной из последних лекций, прочитанных А. А. Андроновым в Горьковском университете, он с увлечением говорил о топологии и высказывал убеждение, что в будущем она станет обязательной частью математического вооружения физиков.

Наряду с радио А. А. Андронов всё более интересовался в предвоенные годы другими отраслями техники. Впоследствии эта линия развития привела к фундаментальным достижениям в теории автоматического регулирования. Но, прежде чем к ним перейти, осветим вкратце другую линию развития, близкую к кругу интересов многих физиков.

Физики и радиоинженеры хорошо знают теперь, что такое флюктуации. Они постоянно сталкиваются с флюктуационным порогом чувствительности измерительной и радиоприёмной аппаратуры. Гораздо меньше распространено знание того, как проявляются флюктуации в автоколебательных и родственных им системах. До сих пор в литературе встречается представление, что в отличие от оптического излучения, принципиально немонохроматического, радиоизлучение лампового генератора в принципе является идеально монохроматическим. Как давно разъяснил Л. И. Мандельштам, такое противопоставление неправильно: флюктуации с неизбежностью приводят к размытию частоты автоколебательной системы.

По предложению и под руководством А. А. Андронова И. Л. Берштейном было проведено теоретическое исследование действия флюктуаций на автоколебательную систему. Это исследование позволило, в частности, дать количественную оценку обусловленной флюктуациями относительной ширины линии лампового генератора; это — величина порядка 10^{-13} .

Ещё раньше А. А. Андроновым совместно с Л. С. Понтрягиным было проведено теоретическое исследование влияния флюктуаций на неконсервативные системы, обладающие несколькими устойчивыми состояниями равновесия. Было вычислено, в частности, математическое ожидание времени спонтанного перехода системы при наличии флюктуаций из одного устойчивого состояния в другое.

Работы в области флюктуаций, начатые под руководством А. А. Андронова, оказали большое влияние на развитие экспери-

ментальных исследований в Физико-техническом институте Горьковского университета. Экспериментальная проверка теоретической оценки ширины линии лампового генератора потребовала — ввиду малости этой величины — создания нового интерференционного метода (И. Л. Берштейн), открывшего ряд неожиданных возможностей в радиофизике и в оптике.

Вернёмся, однако, к тому, что было в центре научных интересов А. А. Андронова.

Он рано оценил огромную роль устройств автоматического регулирования в современной технике и значение развития автоматики для народного хозяйства СССР. Ещё до войны он начал заниматься теорией автоматического регулирования. Эти работы получили большое развитие в последние годы Великой Отечественной войны и в послевоенные годы.

Переход от автоколебаний в радиофизике к автоматическому регулированию был для Андронова вполне естественным. Система с автоматическим регулированием (например, самолёт, снабжённый автопилотом) обладает характерной склонностью к автоколебаниям (обычно нежелательным). Аналогия между автоколебаниями систем с автоматическим регулированием и автоколебаниями в радиофизике очевидна. Но А. А. Андронов усматривал между теорией автоколебаний и теорией систем с автоматическим регулированием гораздо более глубокое родство. Системы с автоматическим регулированием являются важнейшим (и всё более распространённым) классом машин в самом широком понимании этого термина, включающим в себя, в частности, электронные устройства, играющие всё возрастающую роль в современной технике. Как уже было сказано, автоколебательная система и двигатель облачают общими физическими свойствами, отображаемыми понятием «грубая система». Эти свойства являются характерными для машин вообще (или по крайней мере для общирного класса машин). С ними связано то, что не только автоколебания, но и пециодическое движение двигателя изображается в фазовом пространстве замкнутой кривой, к которой асимптотически приближаются соседние фазовые траектории. Продумывая вопросы, связанные с автоматическим регулированием, А. А. Андронов всё более приходил к убеждению, что теорию автоколебаний следует рассматривать как одну из частей общей динамики машин.

Общая динамика машин в андроновском понимании — это прежде всего (в переводе на математический язык) исследование их фазового пространства, определение областей значений параметров, соответствующих различным типам его разбиения на траектории, классификация машин по характеру этого разбиения. При этом, разумеется, структура фазового пространства, отображающая динамическое поведение машин, существенно зависит от входящих в состав машины систем автоматического регулирования.

Ряд основных задач теории автоматического регулирования является существенно нелинейными задачами, и притом значительно более трудными, чем нелинейные задачи, которые интересуют в первую очередь радиотехнику. Это связано с двумя обстоятельствами. Во-первых, с тем, что в отличие от простейших ламповых генераторов даже простейшие практически интересные системы автоматического регулирования должны рассматриваться как системы, имеющие больше чем одну степень свободы; следовательно, их теоретическое исследование приводит к рассмотрению не фазовой плоскости, а фазового пространства трёх, четырёх и т. д. измерений. С ростом числа измерений фазового пространства трудности растут в значительной степени. Во-вторых, с тем, что теория устройств автоматического регулирования чаще, чем радиотехника, имеет дело с автоколебаниями, весьма далёкими от синусоидальных. Такие колебания не могут быть исследованы при помощи приближённых методов, оперирующих с синусоидальными колебаниями в качестве нулевого приближения.

Приступая к новым исследованиям, А. А. Андронов всегда проводил мощную «мобилизацию информации». Ему в этом помогала его редкая библиографическая память. А. А. Андронов очень быстро сделался крупнейшим, вероятно, не только в СССР, но и во всём мире, специалистом по литературе и истории теории автоматического регулирования. Большое значение для развития работ Андронова по теории автоматического регулирования имело его знакомство и сотрудничество с И. Н. Вознесенским, выдающимся деятелем техники автоматического регулирования. Исчерпывающее знание литературы помогло А. А. Андронову сосредоточить свои силы на вопросах, имеющих фундаментальное значение для теории автоматического регулирования.

Основная работа Андронова в этой области (совместно с А. Г. Майером) является прямым продолжением и завершением классической работы Вышнеградского (1876 г.) «О регуляторах прямого действия».

Речь идёт о паровой машине с центробежным регулятором. Несмотря на кажущуюся простоту устройства, создание его динамической теории оказалось весьма сложной задачей. Для того чтобы передать существенные черты поведения машины, снабжённой центробежным регулятором, необходимо исследовать систему трёх дифференциальных уравнений первого порядка, т. е. не фазовую плоскость, как в случае простейшего лампового генератора, а трёхмерное фазовое пространство. Из-за сухого трения в муфте регулятора уравнения являются нелинейными. Задача об устойчивости работы машины, снабжённой регулятором, была решена Вышнеградским в предположении, что сухое трение в муфте регулятора отсутствует. При таком приближении уравнения движения системы становятся линейными. Трёхмерная нелинейная задача, получающаяся при учёте сухого трения в муфте, оставалась нерешённой из-за своей большой

математической трудности, несмотря на то, что ею занимались Н. Е. Жуковский, Стодола, Грдина, Мизес и многие другие исследователи. Эта задача и была решена Андроновым и Майером.

Успех был обеспечен тем, что им удалось разработать мощный математический метод для решения обширного класса нелинейных задач в трёхмерном и четырёхмерном фазовом пространстве (задач с кусочно-линейными характеристиками); метод преобразования поверхности в поверхность (для трёхмерного фазового пространства) и пространства в пространство (для четырёхмерного фазового пространства). Этот метод является обобщением метода преобразования прямой в прямую^{*}), который применил Андронов в своей ранней работе, приведшей его к открытию связи между автоколебаниями и предельными циклами.

С помощью метода преобразования поверхности в поверхность Андронов и Майер смогли провести для машины с регулятором, обладающим сухим трением, исследование поведения интегральных кривых во всём трёхмерном фазовом пространстве при всех значениях параметров.

За этим первым большим успехом, достигнутым с помощью метода преобразования поверхности в поверхность, последовал ряд других. В частности, А. А. Андроновым и его учеником Н. Н. Батутинным была решена трёхмерная нелинейная задача о движении самолёта, снабжённого автопилотом. В дальнейшем А. А. Андроновым и его сотрудниками был решён ещё ряд трёхмерных нелинейных задач теории регулирования. Решение всех только что указанных задач было доведено до численных расчётов границ областей устойчивости при различных значениях параметров, — того, что непосредственно интересует инженеров, проектирующих устройства автоматического регулирования.

Принципиальное значение того цикла работ Андронова и его сотрудников, о котором только что шла речь, заключается в том, что в них впервые была дана без линейной идеализации исчерпывающая картина динамического поведения ряда систем с авторегулированием — при всевозможных положениях органов управления и всевозможных начальных условиях.

Особенное место в общей динамике машин должна занять, по мысли А. А. Андронова, теория часов. А. А. Андронов всегда проявлял живейший интерес к часам. Когда он начинал свои исследования по автоколебаниям, у него на столе стояла модель часов. Впоследствии Андронов посвятил много времени изучению истории часов — от додекаилеевых часов без маятника до современных электромагнитных часов. При этом выяснилось, что «хотя часы служили предметом многочисленных теоретических исследований, нельзя считать существующую теорию часов и таких, эквивалентных им

^{*}) Теория колебаний, стр. 169.

в динамическом отношении устройств, как спусковые регуляторы анкерного типа, удовлетворительной. Полнотью изучена только модель часов, имеющая одну степень свободы. Однако такая модель, оставляя без рассмотрения процесс взаимодействия между балансиром и ходовым колесом, не может служить для исследования ряда основных вопросов теории часов. Что же касается тех теоретических работ, где принимались во внимание две степени свободы, то они [...] ограничивались приближённым анализом отдельных механических вопросов, поставленных конструкторами, и не рассматривали часы как замкнутую динамическую систему с двумя степенями свободы».

А. А. Андронов начал исследование часов «как замкнутой динамической системы» с модели простейших доджилеевых часов*). Вскоре по предложению А. А. Андронова исследованием имеющих две степени свободы моделей часов Галилея-Гюйгенса (часов с маятником или балансиром, подверженным действию восстанавливающей силы) занялся Н. Н. Баутин. Он дал, в частности, решение задачи, поставленной в 1944 г. Л. И. Мандельштамом при обсуждении с А. А. Андроновым начатых в Горьком работ по теории часов: было выяснено, какие именно динамические особенности часов Галилея-Гюйгенса обеспечивают стабильность периода автоколебаний. В последние годы Н. Н. Баутину удалось достигнуть новых результатов, имеющих для теории часов, как считал А. А. Андронов, весьма существенное значение. В них впервые общая динамика машин в андроновском понимании вступает в соприкосновение с инженерными задачами часовой техники.

Естественно при его стремлении к всестороннему охвату каждого исследуемого предмета, что А. А. Андронов интересовался в связи с общей динамикой машин также и теорией электрических машин. Знание их фазового пространства необходимо для полного понимания их поведения в автоматически регулируемых системах. Он изучил очень большое число работ, в частности исследования Максвелла и Пуанкаре, посвящённые элементарным моделям коллекторных машин, сделался знатоком не только истории, но и предистории электрических машин. Андронов занялся тщательным анализом исходных предпосылок существующих теорий электрических машин. Здесь он обнаружил большое неблагополучие. Не существует достаточно общих и корректных методов составления уравнений движения унипольярных и коллекторных машин. Составление уравнений движения по методу Лагранжа-Максвелла наталкивается здесь на трудности. Они связаны для унипольярных машин с наличием контакта, скользящего по поверхности движущегося объёмного проводника

*.) Приведённая выше характеристика состояния теории часов взята из статьи А. А. Андронова и Ю. И. Неймарка, посвящённой этой модели, ДАН 51, 17 (1946).

(возникают вопросы электродинамики движущихся тел), а для коллекторных — с тем, что из-за переключения контуров число степеней свободы является переменным. Вопросом об уравнениях движения униполярных и коллекторных машин занялся под руководством А. А. Андронова его аспирант А. В. Гапонов. Удалось показать, что при некоторых разумных упрощениях коллекторные и униполярные машины принадлежат с общей динамической точки зрения к классу неголономных систем типа С. А. Чаплыгина. В дальнейшем были получены общие уравнения движения,годные для любой комбинации коллекторных, бесколлекторных и униполярных машин.

Автоколебания занимали А. А. Андронова не только в связи с техникой. Он давно интересовался астрофизикой и, ещё будучи аспирантом, высказал предположение, что цефеиды (звезды с периодически меняющимся блеском) являются автоколебательными системами. В 1941 г. он предложил одному из своих аспирантов, С. А. Жевакину, заняться теоретическим исследованием механизма колебаний цефеид. Эта работа была прервана войной и возобновлена в 1946 г. Недавно С. А. Жевакину удалось построить теорию, объясняющую самовозбуждение колебаний в цефеидах и ряд характерных особенностей этих колебаний. Интерес А. А. Андронова к астрофизическим вопросам стал еще более активным в связи с развитием радиоастрономии. Особенно сильно его волновала в последние месяцы его жизни загадка «радиозвёзд».

В самое последнее время в работах, проводившихся под руководством А. А. Андронова, начало вырисовываться еще одно направление — исследование некоторых типов радиосхем, применяемых в электронной автоматике. Одна из работ этого направления (Н. А. Железцов и Л. В. Родыгин) является весьма существенным шагом вперёд в теории мультивибратора и родственных устройств. При идеализации, отбрасывающей «паразитные ёмкости», автоколебания мультивибратора являются разрывными, происходят «скачки» токов. Вместо того чтобы постулировать, как это делалось раньше, определённые условия скачка (непрерывность энергии), Н. А. Железцов и Л. В. Родыгин вывели условия скачка из дифференциальных уравнений, написанных с учётом паразитных ёмкостей. Это позволило указать, что происходит в случаях, когда непрерывность энергии не определяет однозначно ход «скачка». Это заставило, кроме того, исправить прежнюю теорию в некоторых существенных пунктах.

Разрабатывая учение о нелинейных колебаниях, А. А. Андронов был далёк от недооценки значения линейной теории колебаний как для радиофизики и радиотехники, так и для теории автоматического регулирования. Школой А. А. Андронова был выполнен ряд исследований по линейной теории колебаний и связанным с ней вопросам. Так, например, в 1934 г. в работе А. Г. Майера и Е. А. Леонович было установлено наименьшее возможное значение произведения расплывчатости сигнала (во времени) и его немонокроматичности.

Тем самым была дана точная формулировка имеющего фундаментальное значение для всей техники связи классического аналога соотношения неопределённостей. Когда широко развернулись исследования А. А. Андронова по теории автоматического регулирования, он поставил перед своим аспирантом Ю. И. Неймарком задачу, состоявшую в том, чтобы проанализировать с математической точки зрения критерий устойчивости линеаризованных систем, предложенный Найквистом без строгого обоснования. Этот критерий широко применяется при расчёте усилителей и систем автоматического регулирования. Под влиянием «эмбриологического» подхода к уравнениям, характерного для школы Андронова, Ю. И. Неймарк по-новому подошёл к вопросу об устойчивости. Он заставил изменяться коэффициенты характеристического уравнения и стал следить за тем, как при этом перемещаются по комплексной плоскости его корни. В результате такого подхода был получен новый, практически важный критерий устойчивости, уже вошедший в ряд учебников.

На этом мы закончим наш далеко не полный обзор научных исследований А. А. Андронова и его учеников. Общепризнано, что в области учения о нелинейных колебаниях наша страна уже давно заняла первое место в мире. В этой связи следует отметить, что первыми советскими работами по теории нелинейных колебаний были работы А. А. Андронова 1928—1930 гг.

Главное место в жизни А. А. Андронова наряду с научными исследованиями (а временами, может быть, и без этой оговорки) занимала глубоко патриотическая забота о росте советской науки.

Уже в молодые годы А. А. Андронов стал рассматривать создание подлинных центров науки в провинции как важнейшую государственную задачу. По собственной инициативе он переехал в 1931 г. из Москвы в Горький для того, чтобы работать в организованном тогда Горьковском физико-техническом институте, а затем и в открывшемся 1 ноября 1931 г. Горьковском университете, профессором которого он оставался до конца жизни. Трудно дать представление о том, сколько энтузиазма, сколько душевных сил отдал А. А. Андронов Горьковскому университету, его физико-техническому институту, университетской библиотеке. Он создал в Горьковском университете курс теории колебаний, читал курсы электродинамики и теории относительности, организовал преподавание теоретической физики. Яркие, глубоко продуманные лекции А. А. Андронова неизменно вызывали огромный интерес со стороны студенчества. А. А. Андронов воспитал в ГГУ большое число молодых учёных. Он неустанно заботился о привлечении новых научных сил, часто входя во все подробности бытового устройства приглашаемых людей. Он неустанно боролся за повышение качества преподавания, за высокие требования при защите диссертаций и представлении к учёным званиям. Ничто в университетской жизни не оставляло его равнодушным. Он следил — и тогда, когда был уже тяжело болен — за

ростом молодых физиков, остро переживал их успехи и неудачи в научной работе и преподавании.

А. А. Андронов принимал также большое участие в научной работе Института автоматики и телемеханики АН СССР. Здесь им проводилась, в частности, работа по анализу классического наследия в теории автоматического регулирования. А. А. Андронов воспитал в Институте автоматики группу учёных, успешно ведущих в настоящее время самостоятельные исследования (М. А. Айзerman, М. В. Миров, В. В. Петров и др.).

В последние годы А. А. Андронов посвятил значительную часть своего времени историческим изысканиям.

А. А. Андронову принадлежит (совместно с И. Н. Вознесенским) в высшей степени содержательное исследование «О работах Д. К. Максвелла, И. А. Вышнеградского и А. Стодолы в области теории регулирования машин» *). На основании тщательного анализа авторы пришли к следующему выводу: «Только из сравнения работ Максвелла и Вышнеградского можно по-настоящему понять, что сделано Вышнеградским, и что именно с Вышнеградского начинается инженерная теория регулирования машин».

По инициативе и под руководством А. А. Андронова в Горьковском областном архиве была проведена большая работа для того, чтобы выяснить, где родился Лобачевский: имеющиеся ранее сведения были противоречивы. Андронова интересовал в Лобачевском не только гениальный математик, но и университетский деятель, строитель и ректор Казанского университета. Разбор большого числа документов с несомненностью доказал, что Лобачевский родился в Нижнем-Новгороде, ныне г. Горьким. Было установлено, где находился дом, в котором родился Лобачевский, было добыто много интересных сведений о его семье.

Научные труды и общественная деятельность А. А. Андронова были высоко оценены Коммунистической партией, Советским правительством и нашей научной общественностью.

За работы, выполненные в годы Великой Отечественной войны, он был награждён в 1944 г. орденом Красной Звезды. В 1946 г. он был избран действительным членом Академии наук СССР по отделению технических наук. В 1947 г. А. А. Андронов был избран депутатом Верховного Совета РСФСР от Свердловского избирательного округа г. Горького — округа, где находится Горьковский университет. Он был также избран членом Президиума Верховного Совета РСФСР. В 1950 г. А. А. Андронов был избран депутатом Верховного Совета СССР. А. А. Андронов понимал всю ответственность,

*) Оно помещено в изданном под редакцией А. А. Андронова и И. Н. Вознесенского в серии «Классики науки» сборнике: Д. К. Максвелл, И. А. Вышнеградский, А. Стодола, Теория автоматического регулирования, Изд-во АН СССР, 1949.

которую на него налагало доверие избирателей. Он уделял много времени своим депутатским обязанностям, не оставляя без внимания ни одно письмо, ни одно обращение.

Впечатление редкого единства и последовательности развития, создаваемое теми работами А. А. Андронова и его школы, которых мы смогли здесь коснуться, сохраняется и при более полном знакомстве с его научным наследием. Одной из характерных черт А. А. Андронова как исследователя была его целеустремлённость. Другой характерной его чертой была страстная потребность в полнейшей, абсолютной логической ясности. С ней было связано его стремление при разработке любого научного вопроса к исчерпывающему знанию его истории и всех его связей с другими вопросами, к стройной классификации всех возможных случаев, к применению возможно более общих математических методов. С потребностью Андронова в логической ясности глубоко гармонировала его принципиальность, а также его необычайная требовательность к качеству изложения научных результатов. А. А. Андронов не мог без раздражения читать работы, где неясно, что постулируется, что доказывается, при каких предположениях. «Въясним сначала логическую структуру» — типичное его вступление к обсуждению научного доклада или рукописи. Необходимо добавить, что логика Андронова не была холодной и абстрактной. Достижение логической ясности как-то очень легко, само собою, сочеталось у него с возникновением плодотворных понятий, наглядных картин, выразительных терминов.

А. А. Андронов был цельным и жизнерадостным человеком, очень много знающим и жадно всем интересовавшимся. При всей своей целеустремлённости в научных исследованиях он был полной противоположностью тому, что имеют в виду, когда говорят «узкий специалист». Он обладал обширным умом и богатой, разносторонней культурой. В круг его непосредственных научных интересов входили: вся физика, математика, техника, астрономия. Его живейшим образом интересовало всё естествознание, медицина, история, литература, живопись. Он был знатоком истории русской культуры. Речь А. А. Андронова была сильной, остроумной, неотразимой. Прямота его часто доходила до резкости. Вместе с тем он был прост в обращении, отзывчив и чистосердечен. В нём не было эгоизма и неуверенного в себе мелкого самолюбия.

Последние годы А. А. Андронова омрачала мучительная болезнь (тяжёлая форма гипертонии). 31 октября 1952 г. его не стало.

Долг сотрудников и многочисленных учеников А. А. Андронова — продолжить его исследования по теории колебаний, динамике машин и качественной теории дифференциальных уравнений, развивать дальше его замечательные научные идеи и сделать их достоянием широкого круга советских физиков, математиков и инженеров.

СПИСОК РАБОТ А. А. АНДРОНОВА *)

1926 г.

1. Zur Theorie der molekularen Lichtzerstreuung an Flüssigkeitsoberflächen (совместно с М. А. Леоновичем). Zeits. f. Phys., **38**, 485 (1926).

1927 г.

2. О колебаниях систем с периодически меняющимися параметрами (совместно с М. А. Леоновичем). Журнал Русского физико-химического общества, ч. физическая, **59**, 429 (1927).

1928 г.

3. Предельные циклы Пуанкаре и теория колебаний. В кн. «VI съезд русских физиков». Москва, Н.-Новгород, Казань, Саратов (5—16 августа 1928 года). Перечень докладов, представленных на съезд с кратким их содержанием. М.—Л., Гос. изд-во., 1928, стр. 23—24.
 4. К теории адиабатических инвариантов (совместно с Л. И. Мандельштамом и М. А. Леоновичем). Журнал Русского физико-химического общества, ч. физическая, **60**, 413 (1928).

1929 г.

5. Les cycles limites de Poincaré et la théorie des oscillations auto-entretenues, Comptes Rendus, **189**, 559 (1929).

1930 г.

6. Sur la théorie mathématique des auto-oscillations, Comptes Rendus, **190**, 256 (1930).
 7. Sur les mouvements quasi-périodiques, Журнал прикладной физики, **7**, 119 (1930).
 8. Zur Theorie des Mitnehmens von Van der Pol, Archiv für Elektrotechnik Berlin, **24**, 99 (1930).
 9. Unstetige periodische Bewegungen und die Theorie des Multivibrators von Abraham und Bloch, ДАН СССР, вып. 8, 189 (1930).
 10. К математической теории захватывания, Журнал прикладной физики, **7**, 1 (1930).

1933 г.

11. Об устойчивости по Ляпунову, Журнал экспериментальной и теоретической физики, **3**, 373 (1933).
 12. Математические проблемы теории автоколебаний. В кн. «I Всесоюзная конференция по колебаниям», Сб. 1. М.—Л., ГТТИ, 1933. Доклады, резолюции и материалы конференций.
 13. О статистическом рассмотрении динамических систем (совместно с Л. Понтрягиным), Журнал экспериментальной и теоретич. физики, **3**, 165 (1933).
 14. Zur Stabilität nach Liapunow, Phys. Zeits. d. Sowjetunion, **4**, 606 (1933).

1934 г.

15. К математической теории автоколебательных систем с двумя степенями свободы, Журнал техн. физ., **4**, 122 (1934).

*) В список работ А. А. Андронова не вошли: статьи в реферативных журналах, популярные статьи, биографии, переводы и т. д.

1935 г.

16. Применение теории Пуанкаре о «точках бифуркаций» и «смене устойчивости» к простейшим автоколебательным системам, Журнал эксп. и теор. физ., **5**, 296, 1935 (совместно с А. Г. Любиной).
17. Exposé des recherches récentes sur les oscillations non-linéaires (совместно с Л. И. Мандельштамом, Н. Д. Папалекси и С. Э. Хайкиным), Techm. Phys. of the USSR, **2**, 81 (1935).

1936 г.

18. Новые исследования в области нелинейных колебаний. М., Гос. изд-во по вопр. радио, 1936, 96 стр. (совместно с Л. И. Мандельштамом, Н. Д. Папалекси, С. Э. Хайкиным и Г. С. Гореликом).

1937 г.

19. Грубые системы, ДАН СССР, **14**, 247 (1937) (совместно с Л. Понтиагиным).
20. Теория колебаний, ч. I. М. — Л., ОНТИ, 1937, XII, 518 стр. (совместно с С. Э. Хайкиным).

1938 г.

21. К теории изменений качественной структуры разбления плоскости на траектории (совместно с Е. Леонович), ДАН СССР, **21**, 427 (1938).

1939 г.

22. Некоторые случаи зависимости предельных циклов от параметра, Уч. зап. Горьк. гос. ун-та, вып. 6, № 3 (1939) (совместно с Е. А. Леонович).

1944 г.

23. Задача Мизеса в теории прямого регулирования и теория точечных преобразований поверхностей, ДАН СССР, **43**, 58 (1944) (совместно с А. Г. Майером).
24. Движение нейтрального самолёта, снабжённого автопилотом, и теория точечных преобразований поверхностей (совместно с Н. Н. Баутином). ДАН СССР, **43**, 197 (1944).

1945 г.

25. Л. И. Мандельштам и теория нелинейных колебаний. Изв. АН СССР, серия физическая, **9**, 30 (1945).
26. О резонансных явлениях при движении релятивистской частицы в циклотроне (совместно с Г. С. Гореликом), ДАН СССР, **11**, 664 (1945).
27. Стабилизация курса нейтрального самолёта автопилотом с постоянной скоростью сервомотора и зоной нечувствительности (совместно с Н. Н. Баутином), ДАН СССР, **46**, 158 (1945).
28. Об одном вырожденном случае общей задачи прямого регулирования (совместно с Н. Н. Баутином), ДАН СССР, **46**, 304 (1945).
29. Автоколебания простейшей схемы, содержащей автоматический винт изменяемого шага (совместно с Н. Н. Баутином и Г. С. Гореликом), ДАН СССР, **47**, 265 (1945).
30. О задаче Вышнеградского в теории прямого регулирования (совместно с А. Г. Майером), ДАН СССР, **47**, 345 (1945).

1946 г.

31. Простейшие линейные системы с запаздыванием (совместно с А. Г. Майером), Автоматика и телемеханика, 7, 95 (1946).
32. О движениях идеальной модели часов, имеющей две степени свободы. I. Модель до-галиеевых часов (совместно с Ю. И. Неймарком), ДАН СССР, 51, 17 (1946).
33. Теория непрямого регулирования при учете кулоновского трения в чувствительном элементе (совместно с Н. Н. Баутиным и Г. С. Гореликом). Автоматика и телемеханика, 7, 15 (1946).

1947 г.

34. Задача Вышнеградского в теории прямого регулирования. Сообщ. 1. Теория регулятора прямого действия при наличии кулоновского и вязкого трения (совместно с А. Г. Майером). Автоматика и телемеханика, 8, 314 (1947).
35. Некоторые исследования в области теории нелинейных колебаний, проведённые в СССР, начиная с 1935 г. (совместно с Н. Д. Папалекси, Г. С. Гореликом и С. М. Рытовым), УФН, 33, 335 (1947).

1949 г.

36. И. А. Вышнеградский и его роль в создании теории автоматического регулирования. Изв. АН СССР, ОТН, № 6, стр. 805 (1949). То же, — в кн. «Вопросы истории отечественной науки», Общее собрание АН СССР, посвящённое истории отечественной науки, 5 -11 января 1949 г., М. — Л., Изд. АН СССР, стр. 500—517 (1949).
37. О работах Д. К. Максвелла, И. А. Вышнеградского и А. Стодолы в области теории регулирования машин (совместно с И. Н. Вознесенским). В кн. «Максвелл Д. К., Вышнеградский И. А. и Стодола А. Теория автоматического регулирования (Линеаризованные задачи)». М., Изд. АН СССР, стр. 253—301 (1949).